

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 成果報告
 期中進度報告

預測干擾觀測器應用於網路延遲控制架構(2/2)

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫
計畫編號：98-2221-E-009-115-MY2
執行期間：98 年 8 月 1 日 至 100 年 7 月 31 日

計畫主持人：李安謙 教授
共同主持人：
計畫參與人員：郭子瑋、劉青雲、阮皇南、劉展志

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫
及下列情形者外，得立即公開查詢
 涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：國立交通大學機械工程學系

中 華 民 國 100 年 9 月 15 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫期末報告

預測干擾觀測器應用於網路延遲控制架構(2/2)

Predictive disturbance observer applied to network delay control structure (2/2)

計畫編號：98-2221-E-009-115-MY2

執行期限：98年8月1日至100年7月31日

主持人：李安謙 交通大學機械系

Email: aclee@mail.nctu.edu.tw

共同主持人：

研究人員：郭子瑋、劉青雲、阮皇南、劉展志

一、中文摘要

本計畫為二年期計畫，計劃目的旨在研究網路分散式控制系統架構所遭遇輸入及輸出部份的時間延遲及系統不確定性對控制系統性能之影響。其發展內容主要為：探討網路傳輸系統、SISO及MIMO網路控制運動平台特性分析、輸入及輸出時間延遲的設計。針對穩定和不穩定有非極小相位系統利用修正後的Smith Predictor以及修正後的DOB結合Predictive Control的概念來補償系統中的干擾，藉由實驗室的軟、硬體設備與所發展的控制架構，以實例來應證其可行性與應用性。第一年計畫之重點在於研究穩定系統的時間延遲：先分析網路傳輸系統中時間延遲分別在輸入及輸出部份造成的影響，例如時間延遲造成的相位落後、破壞原系統的穩定度等，研究並推導相關理論，再將推導的理論延伸至MIMO系統，並以多軸運動定位平台實驗驗證。第二年計畫，利用第一年的成果，進而研究不穩定及有非極小相位系統的時間延遲：考慮不穩定系統造成的問題，適當地修改第一年的研究，使其能應用於不穩定系統，同樣地，以在SISO的架構下求得的理論為基礎，探討MIMO系統，最後再利用網路傳輸控制倒單擺來與控制理論驗證。

關鍵詞：網路傳輸、時間延遲(輸入及輸出)、預測控制

Abstract

This is a two-year project. The purpose of the project is to research the effect of time delay on the command input and sensor output as well as system uncertainty on the network controlled system performance under the SISO and MIMO network transmission system. The content involves the following subjects: The analysis of network transmission system; the investigation of the characteristics of SISO and MIMO network control motion platform; the design of the controller to compensate effect of the input and output time delay; the enhancement of disturbance rejection capability with modified disturbance observer and modified Smith predictor for stable and unstable non-minimum phase systems. Finally, using hardware, firmware, and software available in the laboratory to test and verify the developed control algorithm. In the first year, we specialize in investigating the influence of time delay and system uncertainty on stable plants. Since time delay has very particular properties, such as phase lag and non-minimum phase, it is necessary to compensate its defect. To overcome the drawback caused by time delay on network control systems, we need to analyze the difference between input delay and output delay. We will develop related theory to handle above problems and verify its validity on multi-axis motion platform. In the meanwhile we will also extend the SISO case to the MIMO one. In the second year, the results from the first year will be

used to expand the developed theory to unstable non-minimum phase systems. Taking the unstable plants into account, we need to modify our control scheme appropriately. Also the theory will be considered to extend to MIMO systems, and we will verify our theory by controlling an inverted pendulum under network control systems.

Keywords: Network transmission, Input and output time delay, Predict control, Smith predictor

二、計畫緣由及目的

時間延遲存在於各種常見的物理系統，如機械傳動系統、電腦控制系統、以及網路控制系統。控制系統藉由網路來達到迴授控制的效果，此系統稱做網路控制系統 (Networked Control Systems)。近年來網路化在工業應用上越來越普遍，為了因應工業應用的網路化，目前市面上出現許多種適合工業使用的網路，例如 CAN Bus、Profibus、FIP、SERCOS、Ethernet 等，隨著製程技術的進步，處理器的功能變得更多樣化且價格也比以往低廉，在多軸控制系統中各軸皆可以獨立處理，將網路跟多軸控制系統結合就是網路化運動控制的一種應用，目前也有相關的研究，如 [1] 中，利用了 CAN Bus 來建立分散式控制系統，並且加入多軸控制理論，發展高速且高精分散式的多軸控制系統。

為了解決因網路傳輸所造成之時間延遲所帶來的影響，使用 DTC (dead-time compensation) 來改善系統的性能，最早的 DTC 為 Smith predictor [2]，其最主要的優點為可以消除閉迴路特性方程式的時間延遲，然而此優點卻受限於穩定的系統，無法用於開路不穩定系統。對於處理不穩定時間延遲程序，出現許多延伸與修正的史密斯預測器 [3]-[6]。由於要穩定伺服響應和干擾響應，為了避免特性方程式存在時間延遲的問題，需要更複雜的控制器，García Pedro [6], [14] 使用 new Smith predictor 控制架構分別應用在不穩定極小相位問題，與不穩定非極小相位程序上。

雙輸入雙輸出 (two-input two-output, TITO) 系統亦普為常見，若加上輸出時間延遲的影響，使問題複雜化，控制器難以設計，也有許多文獻 [7]-[9] 利用 Smith predictor 於 MIMO 時間延遲系

統。在 1970 年代，傳統史密斯預測器被延伸應用在多變數系統，但僅單一時間延遲影響的程序系統 [7]，而 Jerome 和 Ray [8] 提出修改型架構，可被應用於多個時間延遲影響的程序，使系統的特性方程式不存在時間延遲項，但無法到達設計的輸出響應。文獻 [9] 使用簡單型解耦 (simplified decoupling) 想法，使多變數系統設計簡化為多個單一的史密斯預測器迴圈，簡單型解耦雖設計簡單，但解耦後轉移函數階數易龐大，造成控制器難設計。Liu 等人 [10] 建議解耦控制的想法於連續系統，利用馬克勞倫級數 (Maclaurin series) 近似，使非有理 (non-rational) 部分可以實現，進而獲得動態的解耦控制器 (dynamic decoupler)。文獻 [11] 以解耦控制調整伺服響應，此解耦控制想法應用於離散系統，並以 PDOB 消除確定性干擾，但文獻 [10]-[11] 適用於僅輸出時間延遲穩定系統。由於 TITO 系統存在交叉耦合的影響，若系統又考慮延遲時間影響更是複雜，鮮少有文獻討論到 TITO 不穩定輸出輸入時延系統的控制方法。

現今的文獻所提出的 DTC 大多專注於補償步階干擾對系統的影響，只有少部分的文獻額外考慮其他種類的干擾。對於消除週期干擾，一些文獻 [12]-[13] Normey-Rico 提出的 2DOF DOB 架構能消除穩定系統的步階與斜坡干擾。另外 Zhou 等人 [15] 修改史密斯預測器架構，利用額外加上延遲以符合正弦干擾的週期，不僅適用於穩定與不穩定的系統，更能抑制週期性干擾。Chang [16] 利用確定性干擾的特性，加入預測濾波器於 DOB 中，能有效的消除步階、斜坡與週期干擾。

因此，第二年計畫目的為消除 TITO 不穩定受控廠內部互相影響的效力，利用解耦控制將 TITO 系統解耦為 SISO 系統，簡化控制器的設計，且考慮系統受到因網路傳輸輸入輸出時間延遲與僅輸出時間延遲的影響，以增加內迴路的方式補償時間延遲對系統的影響，進而使系統穩定，並能提升干擾抑制能力，使其能夠消除步階、斜坡與正弦干擾，以及為了實現方便，設計離散的控制架構。

三、研究方法

本計畫在第一年度已完成在穩定系統受到輸入輸出延遲的影響分析，並且以預測之 DOB 與 Smith predictor 之架構做單輸入單輸出系統的

推導，使用時間延遲補償之方法運用於多軸同步運動平台運動控制。

在第二年度中，本計畫延續第一年研究成果，提出一控制架構，使其能應用於 TITO 系統存在輸入時間延遲與輸入輸出時間延遲的不穩定(非)極小相位受控廠。首先，利用不穩定系統的解耦控制方法，使系統雙輸入雙輸出減化為 SISO 系統，透過內迴路架構消除特性方程式時間延遲項並利用安置極點(pole placement)控制法，使系統不穩定的極點安置於單位圓內，並應用第一年度開發之 PDOB 補償外界干擾對系統的影響，其藉由確定性干擾的模型設計預測濾波器以消除估測干擾的延遲，加快干擾抑制響應。因此，在第二年計畫中控制架構可分為四部分：

- (1) 對於雙輸入雙輸出系統，利用不穩定時延系統的解耦方法，將互相影響的關係分離，降低交叉耦合的影響，簡化控制器設計的複雜度。
- (2) 將系統簡化成單輸入單輸出系統後，增加內迴路的控制架構用來消除閉迴路分母的時間延遲，並設計控制器使不穩定系統穩定。
- (3) 外迴路的控制部分使用 PDOB 架構排除輸入干擾，以 DOB 架構為基礎，透過 DOB 估測出外部的干擾，藉著分析確定性干擾的模型，加入預測濾波器補償觀測干擾的時間延遲，並且調整 DOB 架構中的低通濾波器 Q-filter，達到兼顧系統強健穩定性與干擾抑制性能的效果，並透過前置濾波器(pre-filter)調整伺服響應。
- (4) 系統強健穩定性分析
最後經由模擬與實驗來驗證本計畫所提出之預測干擾觀測器應用於網路延遲控制架構。

(一)不穩定輸入輸出時延系統解耦控制

本計畫利用直接綜合法[17]去設計解耦補償器，排除單位圓外的極零點相消的問題。當系統受輸入輸出時間延遲影響時，其推導解耦控制器的方式，也是利用直接綜合法與通用型解耦[12]推算解耦控制器，達到解耦的效能。

考慮 $P(z)$ 為一般 TITO 受輸出時間延遲影響的受控廠轉移函數矩陣

$$P(z) = \begin{bmatrix} g_{11}z^{-p11} & g_{12}z^{-p12} \\ g_{21}z^{-p21} & g_{22}z^{-p22} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 $g_{ij}(z)(i, j=1, 2)$ 為嚴格真分 (strictly

proper)、不穩定、(非)極小相位、無時間延遲的轉移函數， $p_{ij}(i, j=1, 2)$ 為輸出離散後的延遲步數， $L(z)$ 為系統輸入的時間延遲(input delay)項：

$$L(z) = \begin{bmatrix} z^{-L11} & z^{-L12} \\ z^{-L21} & z^{-L22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$L_{ij}(i, j=1, 2)$ 為輸入的延遲步數

利用通用型解耦提供的方程式加入輸入時間延遲矩陣可得

$$P(z)L(z)C(z) = Q_s(z)D_e(z) \quad (3)$$

將所有轉移函數矩陣代入(3)推導可得解耦控制器表示為：

$$\begin{aligned} P(z)L(z)C(z) &= \begin{bmatrix} Q_{S11}z^{-q11} & 0 \\ 0 & Q_{S22}z^{-q22} \end{bmatrix} \\ C(z) &= \det(L)^{-1} \det(P)^{-1} \begin{bmatrix} z^{-L22} & -z^{-L12} \\ -z^{-L21} & z^{-L11} \end{bmatrix} \\ &= \det(L)^{-1} \det(P)^{-1} \begin{bmatrix} g_{22}z^{-p22} & -g_{12}z^{-p12} \\ -g_{21}z^{-p21} & g_{11}z^{-p11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{S11}z^{-q11} & 0 \\ 0 & Q_{S22}z^{-q22} \end{bmatrix} \\ &= \det(L)^{-1} \det(P)^{-1} \begin{bmatrix} (1) & (2) \\ (3) & (4) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} (1) &= g_{11}g_{22}g_{22}z^{(-a)} - g_{12}g_{21}g_{22}z^{(-b)} + g_{11}g_{21}g_{22}z^{(-c)} \\ &\quad - g_{12}g_{21}g_{21}z^{(-d)} \\ (2) &= -g_{11}g_{12}g_{22}z^{(-e)} + g_{12}g_{12}g_{21}z^{(-f)} - g_{11}g_{11}g_{22}z^{(-g)} \\ &\quad + g_{11}g_{12}g_{21}z^{(-h)} \\ (3) &= -g_{11}g_{22}g_{22}z^{(-i)} + g_{12}g_{21}g_{22}z^{(-j)} - g_{11}g_{21}g_{22}z^{(-k)} \\ &\quad + g_{12}g_{21}g_{21}z^{(-l)} \\ (4) &= g_{11}g_{12}g_{22}z^{(-m)} - g_{12}g_{12}g_{21}z^{(-n)} + g_{11}g_{11}g_{22}z^{(-o)} \\ &\quad - g_{11}g_{12}g_{21}z^{(-p)} \end{aligned}$$

其中 a 到 p 為欲算的解耦控制條件。解耦控制器延遲時間的步數可藉由代入(3)確定，經過簡化可得到解耦條件為：

$$\left\{ \begin{array}{l}
e = -L11 + L22 + o - p11 + p12 \\
f = -L11 + L22 + p - p11 + p12 \\
g = -L11 + L12 + o \\
h = -L11 + L12 + p \\
m = -L11 + L21 + o - p11 + p12 \\
n = -L11 + L21 + p - p11 + p12 \\
o = o \\
p = p \\
a = k - L11 + L22 - p21 + p22 \\
b = l - L11 + L22 - p21 + p22 \\
c = k - L11 + L12 \\
d = l - L11 + L12 \\
i = k - L11 + L21 - p21 + p22 \\
j = l - L11 + L21 - p21 + p22 \\
k = k \\
l = l
\end{array} \right. \quad (5)$$

考慮解耦控制器的實現性，分為4種 case 討論：
case1: $L12 + L21 - L11 - L22 > 0$

$$\begin{aligned}
& p12 + p21 - p11 - p22 > 0 \\
& \Rightarrow (\det(L)\det(P))_0^{-1} \\
& = \frac{1}{g_{11}g_{22}(1 - g_{12}g_{21}(g_{11}g_{22})^{-1}z^{-(p12+p21-p11-p22)})} \\
& \quad \times \frac{1}{(1 - z^{-(L12+L21-L11-L22)})}
\end{aligned} \quad (6)$$

case2: $L11 + L22 - L12 - L21 > 0$

$$\begin{aligned}
& p12 + p21 - p11 - p22 > 0 \\
& \Rightarrow (\det(L)\det(P))_0^{-1} \\
& = \frac{1}{g_{11}g_{22}(1 - g_{12}g_{21}(g_{11}g_{22})^{-1}z^{-(p12+p21-p11-p22)})} \\
& \quad \times \frac{1}{(z^{-(L11+L22-L12-L21)} - 1)}
\end{aligned} \quad (7)$$

case3: $L12 + L21 - L11 - L22 > 0$

$$\begin{aligned}
& p11 + p22 - p12 - p21 > 0 \\
& \Rightarrow (\det(L)\det(P))_0^{-1} \\
& = \frac{1}{g_{12}g_{21}((g_{12}g_{21})^{-1}g_{11}g_{22}z^{-(p11+p22-p12-p21)} - 1)} \\
& \quad \times \frac{1}{(1 - z^{-(L12+L21-L11-L22)})}
\end{aligned} \quad (8)$$

case4: $L11 + L22 - L12 - L21 > 0$

$$\begin{aligned}
& p11 + p22 - p12 - p21 > 0 \\
& \Rightarrow (\det(L)\det(P))_0^{-1} \\
& = \frac{1}{g_{12}g_{21}((g_{12}g_{21})^{-1}g_{11}g_{22}z^{-(p11+p22-p12-p21)} - 1)} \\
& \quad \times \frac{1}{(z^{-(L11+L22-L12-L21)} - 1)}
\end{aligned} \quad (9)$$

當控制系統為 *case1*，以 $(\det(L)\det(P))_0^{-1}$ 取代 $(\det(L)\det(P))^{-1}$ 以及解耦條件代入(3)可得

$$P(z)L(z)C(z) = (\det(L)\det(P))_0^{-1} \begin{bmatrix} (1) & 0 \\ 0 & (4) \end{bmatrix}$$

其中(1)與(4)表示如下：

$$\begin{aligned}
(1) &= z^{(-k-l-L22-p11+p21-p22)}(-g_{12}g_{21}z^k + g_{11}g_{22}z^l)g_{11}g_{22} \\
& \quad (1 - z^{(L12+L21-L11-L22)})(1 - g_{12}g_{21}(g_{11}g_{22})^{-1}z^{-(p12+p21-p11-p22)}) \\
(4) &= z^{(-L22-o-p-p22)}(-g_{12}g_{21}z^o + g_{11}g_{22}z^p)(1 - z^{-(L12+L21-L11-L22)}) \\
& \quad g_{11}g_{22}(1 - g_{12}g_{21}(g_{11}g_{22})^{-1}z^{-(p12+p21-p11-p22)})
\end{aligned} \quad (10)$$

由(10)可觀察出當選擇 o 、 p 、 l 、 k 為零且

$p12 + p21 - p11 - p22 = 0$ 時滿足原本 $Q_s(z)$ 假設，此時解耦控制器 $C(z)$ 可表示為：

$$\begin{aligned}
C &= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \\
C_{11} &= z^{(p12+p21-p11-p22+L11-L12-L22-p22)} \\
& \quad \times (g_{22}z^{(L12+p21)} + g_{21}z^{(L22+p22)})(1 - z^{-(L12+L21-L11-L22)})^{-1} \\
C_{12} &= z^{(L11-L12-L22+p21-p11-p22)} \\
& \quad \times (-g_{12}z^{(L12+p11)} - g_{11}z^{(L22+p12)})(1 - z^{-(L12+L21-L11-L22)})^{-1} \\
C_{21} &= z^{(p12+p21-p11-p22-L21-p22)} \\
& \quad \times (-g_{22}z^{(L11+p21)} - g_{21}z^{(L21+p22)})(1 - z^{-(L12+L21-L11-L22)})^{-1} \\
C_{22} &= z^{(-L21+p21-p11-p22)} \\
& \quad \times (g_{12}z^{(L11+p11)} + g_{11}z^{(L21+p12)})(1 - z^{-(L12+L21-L11-L22)})^{-1}
\end{aligned}$$

(二)解耦後穩定系統與抑制干擾控制架構

時間延遲會存在閉迴路特性方程式中，理想的概念是在閉迴路特性方程式中，能實現一個補償時間延遲，使特性方程式中不受時間延遲的影響，其架構如圖 1。由圖 1 可得到閉迴路轉移函數：

$$B_A = \frac{V(z)}{1+V(z)De(z)} \quad (11)$$

考慮設計的控制器 $V(z)$ 為一個高增益的低通濾波器，則理想補償時間延遲的架構可簡化為：

$$B_A \approx \frac{V(s)}{V(s)De(z)} \approx \frac{1}{De(z)} \quad (12)$$

但實際上於離散系統時，高增益的低通濾波器易造成此架構為不穩定，進而使系統穩定的控制器難設計，基於此想法，將理想的架構做修改，再配合解耦控制可將架構圖修改為如圖 2 所示。

圖 2 中 $P(z)$ 為含輸出時延受控廠(plant with output delay)、 $C(z)$ 為解耦控制器(decoupler)、 $L(z)$ 為輸入時間延遲(input delay)、 $K(z)$ 為穩定系統控制器(stabilized controller)、 $De(z)$ 為經解耦控制作用後的時間延遲、 $T(z)$ 為低通濾波器(low-pass-filter)、 U 為控制輸入(control input)、 ξ 為輸入干擾(input disturbance)。

令其補償特性方程式時間延遲項迴路 $D(z)$

$$D(z) = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+D_e} & 0 \\ 0 & \frac{1}{1+D_e} \end{bmatrix} \quad (13)$$

且設計濾波器 $T(z)$ 的型式為：

$$T(z) = \begin{bmatrix} \frac{1+z^{d11}}{(z+\tau)^{d11}} & 0 \\ 0 & \frac{1+z^{d22}}{(z+\tau)^{d22}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中， $d_{ii}, i=1, 2$ 為解耦後時間延遲的步數， τ 為濾波器參數。則內迴路系統控制輸入到輸出與干擾到輸出的轉移函數分別可表示為：

$$y_u = (I + PLCKDT)^{-1} PLC \quad (15)$$

$$y_\xi = (I + PLCKDT)^{-1} P \quad (16)$$

由(15)與(16)式可發現利用 $D(z)$ 、 $T(z)$ 補償閉迴路特性方程式的時間延遲影響，再利用安置極點的方法使系統穩定。

(三)外迴路及整體系統控制架構

考量配合 PDOB 架構抑制干擾響應，須將圖 2 等效為如圖 3 之架構，圖中

$$G = (I + PLCKDT)^{-1} P \quad (17)$$

$G(z)$ 為經控制器 $K(z)$ 穩定後的 TITO 可能為非極小相位受控廠。經內迴路穩定後，將等效後的內迴路配合 PDOB 架構以圖 4 表示。其中 $F(z)$ 被設計用來消除估測干擾的時間延遲，透過 $Q(z)$ 與 $K(z)$ 在系統的穩定度與干擾抑制響應之間作取捨；令(17)解耦以 $G_1(z)$ 表示。

$$G_1 = (I + PLCKDT)^{-1} PLC = G_{N+} G_{N-} D_e \quad (18)$$

其中 G_{N-} 為 G_1 極小相位之部分、 G_{N+} 為 G_1 非極小相位部分。將圖 3 還原為穩定系統的內迴路與 PDOB 外迴路架構可表示如圖 5 所示，其中 $B(z)$ 為前置濾波器(pre-filter)設計滿足期望的伺服響應(servo response)。

假設估測的模型與真實系統之間無誤差存在，則可以推得閉迴路轉移函數，由命令輸入到輸出的關係 ($R \rightarrow y$) 與輸入干擾到輸出的關係 ($\xi \rightarrow y$) 的關係分別為：

$$H_r = (I + PLCKDT)^{-1} PLCB \quad (19)$$

$$H_\xi = (I - FQD_e G_{N+})(I + PLCKDT)^{-1} P \quad (20)$$

此時的系統伺服響應與干擾響應分別為：

$$Y_r = (I + PLCKDT)^{-1} PLCB r \quad (21)$$

$$Y_\xi = (I - FQD_e G_{N+})(I + PLCKDT)^{-1} P \xi \quad (22)$$

系統響應為：

$$Y = (I + PLCKDT)^{-1} PLCB r + (I - FQD_e G_{N+}) \times (I + PLCKDT)^{-1} P \xi \quad (23)$$

希望系統的響應能達到目標，並且消除干擾，則必須滿足下列之關係：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_r(t) = 1 \quad (24)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_\xi(t) = 0 \quad (25)$$

■ pre-filter $B(z)$ 的設計

pre-filter $B(z)$ 為前置濾波器，用來滿足伺服響應，其形式如下：

$$B_{ii}(z) = G_{Nii-}^{-1}(z) G_{Nii+}^{-1}(1) \left(\frac{1-w}{z-w} \right)^n \quad i=1, 2 \quad (26)$$

其中 w 為調整伺服響應參數可調參數， n 為 G_{N-} 相對階數。將之代入(21)式，則輸入到輸出的閉迴路轉移函數為

$$H_{rii}(z) = G_{Nii}^{-1}(1)G_{Nii}(z)D_{eii}(z)\left(\frac{1-w}{z-w}\right)^n \quad i=1,2 \quad (27)$$

藉由(27)知，可藉由調整 w 提高系統輸入到輸出的暫態響應，若系統閉迴路轉移函數 DC gain 不為 1，也可藉由設計 pre-filter 使閉迴路系統滿足穩態的響應要求。

■ Q -filter 的設計

由(22)可以得知，若滿足(25)式干擾的終值為零，則可以消除確定性干擾對系統的影響，即

$$Y_\xi(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)(I - FQD_e G_{N+}) \times (I + PLCKDT)^{-1} P \xi(z) = 0 \quad (28)$$

由(28)式推得

$$Y_\xi(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)(\xi(z) - FQD_e G_{N+} \xi(z)) \times (I + PLCKDT)^{-1} P \quad (29)$$

透過預測濾波器 F-filter，當 F-filter 預測的次數與系統延遲的次數相同，即 $i = d$ ，便可以得到下列的關係

$$Y_\xi(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)(I - QG_{N+}) \times (I + PLCKDT)^{-1} P \xi(z) = 0 \quad (30)$$

由於內迴路使系統為穩定、(非)極小相位系統，若系統為極小相位時， $G_{N+}(z)$ 可以 1 表示，則(30)可簡化為

$$Y_\xi(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)(I - QG_{N+}) \xi(z) = 0 \quad (31)$$

根據(31)顯示出非極小相位項 $G_{N+}(z)$ 會影響抑制干擾的響應，當設計 Q -filter 必須考慮到 $G_{N+}(z)$ 影響，且為了滿足可實現要求， Q 必須設計使 $G_{N+}^{-1}Q$ proper。考慮 G_{N+} 相對階數為兩階，以下將根據不同干擾分別設計 Q 型式。

對於步階干擾：

$$Q(z) = \frac{t_0}{(z+\beta)^2}$$

且 Q 必須滿足：

$$\lim_{z \rightarrow 1} (z-1)(1 - G_{N+}(z)) \frac{t_0}{(z+\beta)^2} \frac{1}{z-1} = 0 \quad (32)$$

因此參數設計可簡化

$$(1+\beta)^2 = t_0 * G_{N+}(1) \quad (33)$$

藉由調整 β 決定干擾觀測器的強健穩定度與干擾抑制響應。

對於斜坡干擾：

$$Q(z) = \frac{t_1 z + t_0}{(z+\beta)^3}$$

且 Q 須滿足：

$$\lim_{z \rightarrow 1} (z-1)(1 - G_{N+}(z)) \frac{t_1 z + t_0}{(z+\beta)^3} \frac{1}{(1-z^{-1})^2} = 0$$

$$\rightarrow (z+\beta)^3 - G_{N+}(z)(t_1 z + t_0) = (z^2 - 2z + 1)c(z) \quad (34)$$

令 $c(z) = (z+i)$ 且 $G_{N+}(z) = (z+j)$ ，其中 $j > 1$ 藉由選擇穩定的多項式 $c(z)$ ，解(34)可獲得參數設計的關係

$$\begin{cases} 3\beta - t_1 = -2 + i \\ 3\beta^2 - t_0 - jt_1 = 1 - 2i \\ \beta^3 - jt_0 = i \end{cases} \quad (35)$$

對於正弦週期干擾：設計的系數可由以下方程式獲得

$$\lim_{z \rightarrow 1} (z-1)(1 - G_{N+}(z)) \frac{t_1 z + t_0}{(z+\beta)^3} \times \frac{z^2}{z^2 - 2\cos(\omega_0 T)z + 1} = 0$$

$$\rightarrow (z+\beta)^3 - G_{N+}(z)(t_1 z + t_0) = (z^2 - 2\cos(\omega_0 T)z + 1)c(z) \quad (36)$$

其中 ω_0 為正弦干擾的頻率， T 為取樣時間。藉由選擇穩定的多項式 $c(z)$ ，解(36)可獲得參數設計的關係

$$\begin{cases} 3\beta - t_1 = -2\cos(\omega_0 T) + i \\ 3\beta^2 - t_0 - jt_1 = 1 - 2\cos(\omega_0 T)i \\ \beta^3 - jt_0 = i \end{cases} \quad (37)$$

為抑制步階與斜坡干擾所設計之 Q -filter，當 β 越接近 -1 時， Q -filter 的頻寬越低，干擾抑制響應越慢；反之，當 β 越接近於 0 時， Q -filter 的頻寬隨之提高，干擾抑制響應越快

(四)強健穩定性分析

模型誤差產生通常是由於建立標稱模型的實驗資料不足，因此所獲得的標稱模型不精確且具有很大的模型誤差進而危害系統的響應。由於系統模型無法相當準確，故必須考慮存在模型誤差時，控制器的設計，藉以提高系統的強健穩定性 (robustness)。

■ 不穩定系統的強健穩定條件

根據文獻[18]，系統集合 Π 定義為：

$$\Pi = \left\{ P : \left| \frac{P(j\omega) - P_n(j\omega)}{P_n(j\omega)} \right| = |\Delta_m(j\omega)| \leq \tilde{\Delta}_m(\omega) \right\} \quad (38)$$

其中 $\tilde{\Delta}_m(\omega)$ 為 $\Delta_m(j\omega)$ 的上限。因此，集合 Π 的所有成員滿足：

$$P(j\omega) = P_n(j\omega)(1 + \Delta_m(j\omega)) \quad (39)$$

其中(39)式為乘法型不確定性的表示法。因為受控系統為雙輸入雙輸出系統，其受控廠為 2×2 轉移函數矩陣，故常見三種不確定性種模型如圖 6 其表示如下：

$$P(z) = P_N(z)[I + \Delta_i(z)] \quad (40)$$

$$P(z) = [I + \Delta_o(z)]P_N(z) \quad (41)$$

$$P(z) = P_N(z) + \Delta_a(z) \quad (42)$$

其中 $P_N(z)$ 為標稱轉移函數矩陣， $\Delta_i(z)$ 表示為輸入乘法型不確定性， $\Delta_o(z)$ 表示為輸出乘法型不確定性， $\Delta_a(z)$ 為加法型不確定性。

圖 7 為標準的小增益定理(small gain theorem)方塊圖。由文獻[18]可以得知：假設系統為單輸入單輸出系統且 $M \in RH_\infty$ ，若滿足以下條件，則系統為強健穩定，且對於所有的 $\Delta \in RH_\infty$ 為內部穩定。

$$\|\Delta(z) \cdot M(z)\|_\infty < 1 \quad (43)$$

其中 M 為互補敏感度函式(complementary sensitivity function)， Δ 為系統的不確定性(uncertainty)。然而在雙輸入雙輸出系統中，根據小增益理論，需滿足：

$$\bar{\sigma}[M(z)\Delta(z)] < 1 \quad (44)$$

其中 $\bar{\sigma}$ 表示為最大的奇異值。

由圖 8 與圖 7 可以得知 M 為 e_1 到 e_2 的轉移函數，分別以三種不確定性表示，推得圖 8 的 M 為

$$M_0 = (-FQ_d D_e G_{N_+} - PLCKDT)(I + PLCKDT)^{-1} \quad (45)$$

$$M_A = -LC(FQ_d G_{N_-}^{-1} + (I - FQ_d D_e G_{N_+})KDT) \times (I + PLCKDT)^{-1} \quad (46)$$

$$M_i = -LC(FQ_d G_{N_-}^{-1} + (I - FQ_d D_e G_{N_+})KDT) \times (I + PLCKDT)^{-1} P \quad (47)$$

由圖 6 與圖 7 可以得知 M 為 e_1 到 e_2 的轉移函數，分別以三種不確定性表示，推得圖 6 的 M 為

$$M_0 = (-FQ_d D_e G_{N_+} - PCKDT)(I + PCKDT)^{-1} \quad (48)$$

$$M_A = -C(FQ_d G_{N_-}^{-1} + (I - FQ_d D_e G_{N_+})KDT) \times (I + PLCKDT)^{-1} \quad (49)$$

$$M_i = -C(FQ_d G_{N_-}^{-1} + (I - FQ_d D_e G_{N_+})KDT) \times (I + PCKDT)^{-1} P \quad (50)$$

其中假設系統為極小相位系統，則 G_{N_+} 可以單位矩陣 I 表示。

由(45)式至(50)式中，發現三種不確定性型式所推導出來的 M ，僅輸出不確定性的互補敏感度函式(complementary sensitivity function)可簡化為兩條 SISO 函式，其優點可以分開討論利用(43)式計算其在不確定性影響下控制器設計的穩定範圍。

■ 強健穩定性控制器設計

考慮估測的程序模型為一階不穩定系統如下：

$$P_n(z) = \begin{bmatrix} \frac{V_{n11}}{T_{n11}z+1} z^{-pn11} & \frac{V_{n12}}{T_{n12}z+1} z^{-pn12} \\ \frac{V_{n21}}{T_{n21}z+1} z^{-pn21} & \frac{V_{n22}}{T_{n22}z+1} z^{-pn22} \end{bmatrix}$$

(1) 若不確定性存在於時間延遲上，則程序的時間延遲不確定性為 $\Delta * I = (z^{-\Delta p} - 1) * I$ ，其中 $\Delta p = p - p_n$ 。當系統存在時間延遲的不確定性時，必須選擇適當的調整參數以滿足

$$\|M_{ii}(z^{-\Delta p_{ii}} - 1)\|_\infty < 1 \quad (51)$$

其中 $i = 1, 2$

(2) 若不確定性存在於系統增益上，則程序的增益不確定性為 $\Delta * I = (V - V_n)/V_n * I$ 。當存在增益的不確定性時，必須選擇適當的調整參數以滿足

$$\|M_{ii}[(V - V_n)/V_n]\|_\infty < 1 \quad (52)$$

其中 $i = 1, 2$

在強健性能方面，其目的在尋找強健穩定範圍內的參數 β ，使標稱系統性能最佳。為了找出最佳的標稱系統性能，選擇均方差(mean square error, MSE)為性能指標，其定義為：

$$MSE \triangleq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i^2 \quad (53)$$

四、研究成果

■ 輸出輸入時間延遲不穩定系統之模擬

考慮 TITO 受時間延遲影響之系統如下：

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{s-1}e^{-0.1s} & \frac{1}{s+6.931}e^{-0.2s} \\ \frac{-2}{s+6.931}e^{-0.1s} & \frac{0.5}{s-0.5}e^{-0.2s} \end{bmatrix}$$

取樣時間 $T = 0.1s$ ，經 zero order hold (ZOH) 得離散的系統模型為：

$$P = \begin{bmatrix} \frac{0.1052}{z-1.105}z^{-1} & \frac{0.07214}{z-0.5}z^{-2} \\ \frac{-0.1443}{z-0.5}z^{-1} & \frac{0.05127}{z-1.051}z^{-2} \end{bmatrix}$$

系統存在輸入時間延遲 $L(z)$ 影響表示為：

$$L = \begin{bmatrix} z^{-1} & z^{-1} \\ z^{-2} & z^{-1} \end{bmatrix}$$

假設系統為 nominal plant，根據(5)式得解耦條件，選擇 a、b、e、f 為 -1，c、d、g、h、l、k、o、p 為 0，i、j、m、n 為 -2 可得到解耦控制器為

$$C(z) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

$$C_{11} = \left(\frac{0.05127}{z-1.051}z^{-1} - \frac{0.1443}{z-0.5} \right) (1-z^{-1})^{-1}$$

$$C_{12} = \left(-\frac{0.07214}{z-0.5}z^{-1} - \frac{0.1052}{z-1.105} \right) (1-z^{-1})^{-1}$$

$$C_{21} = \left(-\frac{0.05127}{z-1.051}z^{-2} + \frac{0.1443}{z-0.5} \right) (1-z^{-1})^{-1}$$

$$C_{22} = \left(\frac{0.07214}{z-0.5}z^{-2} + \frac{0.1052}{z-1.105} \right) (1-z^{-1})^{-1}$$

經解耦控制後，新的受控廠轉移函數矩陣與時間延遲可表示為：

$$Q_{sii}(z) = \frac{(0.0158z^2 - 0.02784z + 0.01344)}{(z-1.105)(z-1.051)(z-0.5)^2}$$

$$De_{ii}(z) = z^{-3}$$

其中 $i = 1, 2$

其新的受控廠轉移函數矩陣為不穩定極小相位系統，補償閉迴路系統特性方程式。時間延遲的控制器 $D(z)$ 、 $T(z)$ ，由於經解耦後時間延遲為三步，故 $D(z)$ 、 $T(z)$ 可分別設計為：

$$D_{ii}(z) = \frac{1}{1+z^{-3}}$$

$$T_{ii}(z) = \frac{z^3+1}{(z-0.7)^3}$$

其中 $i = 1, 2$

利用 $D(z)$ 、 $T(z)$ 使內迴路特性方程式無時間延遲項，使之方便控制器設計，將閉迴路轉移函數極點安置於 $z=0.7$ 處可解的穩定控制器 $K(z)$ 為

$$K_{ii} = \frac{(0.465z^6 - 1.785z^5 + 2.808z^4 - 2.326z^3 + 1.072z^2 - 0.261z + 0.0262)}{(z^7 - 4.844z^6 + 10.255z^5 - 12.253z^4 + 8.917z^3 - 3.951z^2 + 0.982z - 0.103)}$$

其中 $i = 1, 2$

步階干擾下系統強健穩定分析及響應

假設內迴路控制器 $K(z)$ 所能忍受之最大增益不確定性為：

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

考慮 ch1 於 20 秒時單位步階干擾輸入，ch2 於 50 秒時單位步階干擾輸入，令 $F(z)=I(z)$ ，且 $Q(z)G_{N+}(z)$ 濾波器的增益為 1，基於(51)式利用小增益理論繪出強健穩定分析圖，如圖 9 所示。當 $Q(z)$ 可調參數 β 超過 0.24，則含不確定性的系統將不穩定。利用強健穩定分析圖配合標稱性能指標，可得到強健穩定控制器 $Q(z)$ 為：

$$Q_d = \begin{bmatrix} \frac{(0.99)^2}{(z-0.01)^2} & 0 \\ 0 & \frac{(0.99)^2}{(z-0.01)^2} \end{bmatrix}$$

考慮系統存在增益模型誤差，此時的系統 ch1、ch2 響應如圖 10 (a)-(b) 所示。由圖 10 (a)-(b) 顯示出所調整之參數，滿足強健穩定分析圖穩定範圍，藉由標稱性能指標，在增益模型誤差下，可使系統的響應達到最佳，且抑制干擾能力亦可達到目標。滿足以上條件其圖 10 (a) 標稱模型 MSE 為 0.10747，含增益模型誤差受控廠 MSE 為 0.11886，圖 10 (b) 標稱模型 MSE 為 0.083794，含增益模型誤差受控廠 MSE 為 0.08594。

考慮系統存在時間延遲模型誤差為延遲一步：

$$\Delta = \begin{bmatrix} \frac{-z+1}{z} & 0 \\ 0 & \frac{-z+1}{z} \end{bmatrix}$$

基於(51)利用小增益理論繪出強健穩定分析圖，判斷參數調整之穩定範圍，如圖 11 所示。當 $Q(z)$ 參數 β 無可調參數範圍，由圖 11 亦可知道時間延遲的模型誤差，對於系統穩定與否影響甚大。

■ 斜坡干擾下系統強健穩定分析及響應

假設內迴路控制器 $K(z)$ 所能忍受之最大增益不確定性為

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

考慮 ch1 於 20 秒時單位斜坡干擾輸入, ch2 於 50 秒時單位斜坡干擾輸入, 於斜坡干擾輸入下, $F(z)$ 可設計為

$$F(z) = \begin{bmatrix} \frac{4z-3}{z} & 0 \\ 0 & \frac{4z-3}{z} \end{bmatrix}$$

$Q(z)G_{N+}(z)$ 濾波器的增益為 1, $Q(z)$ 參數設計利用(35)式, 基於(51)式利用小增益理論繪出強健穩定分析圖, 如圖 12 所示。當 $Q(z)$ 可調參數 β 低於 0.27 高於 0.74, 則含不確定性的系統將不穩定。利用強健穩定分析圖及標稱性能指標, 可得到強健穩定控制器 $Q(z)$ 為

$$Q_d = \begin{bmatrix} \frac{1.599z-1.2097}{(z-0.27)^3} & 0 \\ 0 & \frac{1.599z-1.2097}{(z-0.27)^3} \end{bmatrix}$$

考慮系統存在增益模型誤差, 此時的系統受斜坡干擾影響之 ch1、ch2 響應如圖 13 (a)-(b)所示。圖 13 (a)-(b)顯示, 利用強健穩定分析圖之穩定範圍及標稱性能指標能使受到斜坡干擾且存在模型誤差的受控廠, 其性能響應最佳, 其圖 13 (a)標稱模型 MSE 為 0.027057, 含增益模型誤差受控廠 MSE 為 0.029895, 圖 13 (b)標稱模型 MSE 為 0.0257106, 含增益模型誤差受控廠 MSE 為 0.02868。

考慮系統存在時間延遲模型誤差為延遲一步:

$$\Delta = \begin{bmatrix} \frac{-z+1}{z} & 0 \\ 0 & \frac{-z+1}{z} \end{bmatrix}$$

基於(51)利用小增益理論繪出強健穩定分析圖, 如圖 14 所示。當 $Q(z)$ 參數 β 如同步階干擾下無可調參數範圍, 由圖 14 亦可知道時間延遲的模型誤差, 對於系統穩定與否影響甚大。

■ 弦波干擾下系統強健穩定分析及響應

假設內迴路控制器 $K(z)$ 所能忍受之最大增益

不確定性為

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

考慮 ch1 於 20 秒時單位弦波干擾輸入, ch2 於 50 秒時單位弦波干擾輸入, 其弦波干擾的型式可表為

$$\xi = \begin{bmatrix} \sin(\omega T) \\ \sin(\omega T) \end{bmatrix}$$

其中 $\omega=0.1$ rad/s, $T=0.1s$

於弦波干擾輸入下, $F(z)$ 可設計為

$$F(z) = \begin{bmatrix} \frac{3.994z-2.998}{z} & 0 \\ 0 & \frac{3.994z-2.998}{z} \end{bmatrix}$$

$Q(z)G_{N+}(z)$ 濾波器的增益為 1, $Q(z)$ 參數設計利用(35)式, 基於(51)式利用小增益理論繪出強健穩定分析圖, 如圖 15 所示。當 $Q(z)$ 可調參數 β 低於 0.28 高於 0.75, 則含不確定性的系統將不穩定。利用強健穩定分析圖及標稱性能指標, 可得到強健穩定控制器 $Q(z)$ 為

$$Q_d = \begin{bmatrix} \frac{1.55323z-1.1813}{(z-0.28)^3} & 0 \\ 0 & \frac{1.55323z-1.1813}{(z-0.28)^3} \end{bmatrix}$$

考慮系統存在增益模型誤差, 此時的系統受弦波干擾影響之 ch1、ch2 響應如圖 16 (a)-(b)所示。圖 16 (a)-(b)顯示出, 利用強健穩定分析圖以及標稱性能指標, 能使受到弦波干擾且存在模型誤差的受控廠, 在參數步確定下能有效的抑制干擾, 並使不穩定系統穩定, 其圖 16 (a)標稱模型 MSE 為 0.023225, 含增益模型誤差受控廠 MSE 為 0.026297, 圖 16 (b)標稱模型 MSE 為 0.023212, 含增益模型誤差受控廠 MSE 為 0.0262847。

考慮系統存在時間延遲模型誤差為延遲一步:

$$\Delta = \begin{bmatrix} \frac{-z+1}{z} & 0 \\ 0 & \frac{-z+1}{z} \end{bmatrix}$$

基於(51)利用小增益理論繪出強健穩定分析圖, 如圖 17 所示。當 $Q(z)$ 參數 β 如同步階干擾與斜坡干擾下無可調參數範圍, 由圖 17 亦可知道時間

延遲的模型誤差，對於系統穩定與否影響甚大。由於標稱模型延遲時間步數大，造成內迴路安置極點穩定控制器 $K(z)$ 設計範圍不大，設計容忍延遲時間模型誤差不易。

■ 倒單擺實驗驗證

本計畫將延用文獻[19]倒單擺實驗機台及其使系統穩定的控制器，僅針對受時間延遲的系統，利用 PDOB 消除確定性干擾，維持良好的輸出響應。

■ 實驗設備配置及控制架構

圖 18 為二維倒單擺實驗配置，包含下列單元：

- 1 在 X-Y table 上以導螺桿驅動的台車，台車的有效運動行程為 320x320mm，其中上軸定義為 X-axis，下軸定義為 Y-axis。
- 2 單擺桿以萬向接頭(圖 19)和台車連接，擺桿的最大傾斜角為 18° 。單擺桿的兩個角度 θ 和 ϕ 以兩顆規格為 1800-Pulse/Rev 的光學型增量編碼器(incremental optical encoder)量測，當以四倍頻的方式操作編碼器時，其解析度為 0.05° 。
- 3 兩顆 Sanyo 300W L730T 系列直流馬達，內含 1000-Pulse/Rev 的編碼器，透過導螺桿以驅動在 X-Y table 上的台車，由於導螺桿的節距為 5mm，以四倍頻的方式操作時台車的水平解析度為 1.25um。
- 4 兩顆馬達驅動器(motor driver)以扭力模式(torque mode)操作，以驅動直流馬達，其規格：最大輸入電壓為 ± 10 V；最大輸出電流為 15A(瞬間)、5A(連續)。
- 5 一片工研院 ITRI-EPCIO-400 四軸運動控制卡連接 PC 和二維倒單擺以記錄單擺角度、台車位置、及透過 16-bit 數位類比轉換器(digital to analog converter, DAC)送出電壓訊號給馬達驅動器以控制台車。
- 6 以 CPU 為 AMD K6-2 500 MHz 的 PC 做為主控電腦，控制軟體以 Borland C++3.1 撰寫，取樣頻率為 500Hz。

二維倒單擺於小角度($0^\circ < |\theta, \phi| < 3^\circ$)時控制，可被線性化且解耦合成兩個(X/Y 軸)獨立的次系統，其 X 軸的狀態方程式為：

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-k_1^2 g}{k_{0y} k_2 - k_1^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{k_{0y} k_1 g}{k_{0y} k_2 - k_1^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_2}{k_{0y} k_2 - k_1^2} \\ 0 \\ \frac{-k_1}{k_{0y} k_2 - k_1^2} \end{bmatrix} (F_x - f_x) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_1}{k_{0y} k_2 - k_1^2} \\ 0 \\ \frac{-k_{0y}}{k_{0y} k_2 - k_1^2} \end{bmatrix} \tau_\theta + e_x$$

Y 軸的狀態方程式，可利用上式中的變數(x, θ)換成(y, ϕ)而得到，即

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-k_1^2 g}{k_{0y} k_2 - k_1^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{k_{0y} k_1 g}{k_{0y} k_2 - k_1^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_2}{k_{0y} k_2 - k_1^2} \\ 0 \\ \frac{-k_1}{k_{0y} k_2 - k_1^2} \end{bmatrix} (F_y - f_y) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_1}{k_{0y} k_2 - k_1^2} \\ 0 \\ \frac{-k_{0y}}{k_{0y} k_2 - k_1^2} \end{bmatrix} \tau_\phi + e_y$$

其中， e_x 與 e_y 代表線性化解耦所產生的誤差，而 τ_θ 和 τ_ϕ 為台車與擺桿間的摩擦力本文將忽略不計。 F_x 為控制器所給的控制力， f_x 為台車和軌道間的摩擦力，其他實際系統的物理量請參照[19]。其實驗方塊圖如圖 20，其中， K_1 、 K_2 為使系統穩定的控制器，而 Tf 為摩擦力模型用以消除台車與滑軌間的摩擦力。由於穩定後(X/Y)位置的轉移函數仍為非極小相位，故利用 PDOB 時需將穩定後轉移函數拆成非極小相位(G_n^+)與極小相位的倒數(G_n^-)，而穩定後(θ/ϕ)角度的轉移函數僅具極小相位，則只需將穩定後的轉移函數倒數(G_s)。其 F、 Q_{d1} 、 Q_{d2} 設計方式如同前述。

■ 實驗結果

考慮二維倒單擺線性化且解耦為兩個獨立的系統，其受控廠分別可表示為：

$$P_x(s) = \frac{0.32089S^2 - 10.0957}{S^4 - 34.3254S^2}$$

$$P_y(s) = \frac{0.06888S^2 - 2.1673}{S^4 - 32.076S^2}$$

$$P_\theta(s) = \frac{-1.0302S^2}{S^4 - 34.3254S^2}$$

$$P_\phi(s) = \frac{-0.22115S^2}{S^4 - 32.076S^2}$$

取樣時間 $T = 0.002s$ ，經 ZOH 得離散的系統模型為：

$$P_x(z) = \frac{6.418 \cdot 10^{-7} z^3 - 6.419 \cdot 10^{-7} z^2 - 6.419 \cdot 10^{-7} z + 6.418 \cdot 10^{-7}}{z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z + 1}$$

$$P_y(z) = \frac{1.378 \cdot 10^{-7} z^3 - 1.3782 \cdot 10^{-7} z^2 - 1.3782 \cdot 10^{-7} z + 1.378 \cdot 10^{-7}}{z^4 - 4z^3 + 6z^2 - 4z + 1}$$

$$P_\theta(z) = \frac{-2.06 \cdot 10^{-6} - 2.06 \cdot 10^{-6} z}{z^2 - 2z + 1}$$

$$P_\phi(z) = \frac{-4.423 \cdot 10^{-7} - 4.423 \cdot 10^{-7} z}{z^2 - 2z + 1}$$

延遲時間影響為 4 步，即 0.008 秒。選擇穩定系統控制器為：

$$K_1 = -61.6 + \frac{2.7113z^{-1}}{1-0.9287z^{-1}} - \frac{0.2284z^{-1}}{1-0.9763z^{-1}} + \frac{0.1103z^{-1}}{1-0.9899z^{-1}} - \frac{0.3772z^{-1}}{1-0.9974z^{-1}}$$

$$K_2 = -802.2 + \frac{44.784z^{-1}}{1-0.9287z^{-1}} - \frac{0.2778z^{-1}}{1-0.9763z^{-1}} + \frac{1.2851z^{-1}}{1-0.9899z^{-1}} - \frac{2.11z^{-1}}{1-0.9974z^{-1}}$$

考慮 X 軸於 6 秒時單位步階干擾輸入，Y 軸於 12 秒時單位步階干擾輸入，則 F 設計為 1，X 軸的 Q_1 與 Q_2 利用(33)分別可設計如下：

$$Q_1 = \frac{-0.0000796}{(z-0.99)^3}$$

$$Q_2 = \frac{(0.01)^2}{(z-0.99)^2}$$

Y 軸的 Q_{d1} 與 Q_{d2} 亦可設計如下：

$$Q_1 = \frac{-0.0000825}{(z-0.99)^3}$$

$$Q_2 = \frac{(0.01)^2}{(z-0.99)^2}$$

此時的系統 X 軸響應如圖 21 (a)-(d)。由圖 21 (a) 顯示出 PDOB 架構運用於 X 軸，在時間延遲影響下仍能有效的消除步階干擾，而由圖中亦可發現在時間延遲的系統，抑制干擾影響速度比沒有時延影響的系統來的慢。圖 21 (c) 表示在受步階干擾下倒單擺擺垂的平穩度，若具時間延遲影響時，角度震盪較大，亦表示時間延遲易造成較差的性能響應。

系統 Y 軸響應如圖 22 (a)-(d)。由圖 22 (a)，發現 PDOB 架構運用於 Y 軸，在時間延遲影響下仍能有效的消除步階干擾，而由圖中亦可發現在時間延遲的系統，抑制干擾影響速度比沒有時延影響的系統來的慢。圖 22 (c) 表示在受步階干擾下倒單擺擺垂的平穩度，若具時間延遲影響時，角度震盪較大，由於 Y 軸負載較重，時間延遲易造成較差的性能響應，此特性比 X 軸更明顯。

考慮 X 軸於 6 秒時單位弦波干擾輸入，Y 軸於 12 秒時單位弦波干擾輸入，其弦波干擾的型式可表示為：

$$d = \sin(\omega T)$$

其中 $\omega=1\text{rad/s}$ ， $T=0.002\text{s}$

由確定性干擾模型可得預測濾波器 F 為：

$$F(z) = \frac{4.999z - 3.999}{z}$$

X 軸的 Q_1 與 Q_2 利用(33)分別可設計如下：

$$Q_1 = \frac{0.0002996z - 0.000045873}{(z-0.99)^3}$$

$$Q_2 = \frac{0.00029588z - 0.000295}{(z-0.99)^3}$$

Y 軸的 Q_1 與 Q_2 利用(33)亦可設計如下：

$$Q_1 = \frac{0.0002995z - 0.000044573}{(z-0.99)^3}$$

$$Q_2 = \frac{0.00029588z - 0.000295}{(z-0.99)^3}$$

此時的系統 X 軸受弦波干擾響應如圖 23 (a)-(d) 所示。由圖 23 (a) 顯示出 PDOB 架構運用於 X 軸，在時間延遲影響下仍能有效的消除弦波干擾。圖 23 (c) 表示在受弦波干擾下倒單擺擺垂的平穩度，若具時間延遲影響時，角度較易震盪，由此可知，時間延遲易造成較差的性能響應，且擺垂角度也較易震盪。

系統 Y 軸響應如圖 24 (a)-(d)。由圖 24 (a) 顯示出 PDOB 架構運用於 Y 軸，在時間延遲影響下仍能有效的消除弦波干擾，而由圖中亦可發現在時間延遲的系統，抑制干擾影響速度比沒有時延影響的系統來的慢。圖 24 (c) 表示在受弦波干擾下倒單擺擺垂的平穩度，若具時間延遲影響時，角度震盪較大，由於 Y 軸負載較重，時間延遲易造成較差的性能響應，此特性比 X 軸更明顯。

五、已達成之成果

今年度計畫成果如下列所示：

- (1) 對於不穩定系統設計相關控制器補償時間延遲影響
- (2) 分析並增加系統的穩健性
- (3) 探討多輸入多輸出延遲系統，並推導相關理論
- (4) 將兩年的開發結果合併與實例作一系統整合，應用於網路控制倒單擺

六、文獻回顧

- [1] 謝鎮洲, 以 CAN Bus 建構出高速精密之多軸運動控制器, 國立交通大學, 碩士論文, 中華民國九十一年八月。
- [2] Smith, O. J. M., "Closed control of loops with dead time," *Chemical Engineering Progress*, vol. 53, pp. 217-219, 1957.
- [3] Liu, T., Zhang, W. D. and Gu, D. Y., "Analytical design of two-degree-of-freedom control scheme for open-loop unstable processes with time delay," *J. Process Control*, vol. 15, pp. 559-572, 2005.
- [4] Lu, X., Yang, Y. S., Wang, Q. G and Zheng, W.X., "A double two-degree-of-freedom control scheme for improved control of unstable delay processes," *J. Process Control*, vol. 15, pp. 605-614, 2005.
- [5] Rao, A. S. and Chidambaram, M., "Simple analytical design of modified Smith predictor with improved performance for unstable first-order plus time delay (FOPTD) processes," *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol. 46, pp. 4561-4571, 2007.
- [6] Garcia, P., Albertos, P. and Hägglund, T., "Control of unstable non-minimum-phase delayed systems," *J. Process Control*, vol. 16, pp. 1099-1111, 2006.
- [7] Alevisakis, G and Seborg D., "An extension of the Smith predictor method to multivariable linear systems containing time delays," *Int. J. Control*, vol. 3, pp.541-551, 1973.
- [8] Jerome, N. F. and Ray, W. H., "High-performance multivariable control strategies for systems having time delays," *AIChE J.*, vol. 32, pp. 914-931, 1986.
- [9] Wang, Q. G, Zou, B. and Zhang, Y., "Decoupling Smith predictor design for multivariable systems with multiple time delays," *Chem. Eng. Res. Des. Trans. Inst. Chem. Eng., Part A*, vol.78, pp.565-572, 2000.
- [10] Liu, T., Zhang, W. D. and Gao, F., "Analytical decoupling control strategy using a unity feedback control structure for MIMO processes with time delays," *J. Process Control*, vol. 17, pp. 173-186, 2007.
- [11] 林俞誠, 「基於預測干擾觀測器之控制方法於時間延遲系統」, 碩士論文, 國立交通大學機械研究所, 民國九十八年七月。
- [12] Normey-Rico, J. E. and Camacho, E. F., "Unified approach for robust dead-time compensator design," *J. Process Control*, pp. 38-47, 2009.
- [13] Torrico, B. C. and Normey-Rico, J. E., "2DOF discrete dead-time compensators for stable and integrative process with dead-time," *Journal of Process Control*, vol. 15, pp. 341-352, 2005.
- [14] Albertos, P and García, P., "robust control design for long time-delay system," *J. Process Control*, vol. 16, pp. 1640-1648, 2009.
- [15] Zhou, H. Q., Wang, Q. G. and Min, L., "Modified Smith predictor design for periodic disturbance rejection," *ISA Transactions*, vol. 46, pp. 493-503, 2007.
- [16] 張志鵬, 「基於預測干擾觀測器與史密斯預測器架構控制穩定與積分時延系統」, 碩士論文, 國立交通大學機械研究所, 民國九十八年八月
- [17] Normey-Rico, J. E. and Camacho, E. F., *Control of dead-time processes*, London:Springer, 2007.

- [18] Morari, M. and Zafriou, E., *Robust Process Control*, Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1989.
- [19] 張榮鴻, 「二維導單擺非線性控制器設計」, 博士論文, 國立交通大學機械研究所, 民國九十八年一月

七、圖表

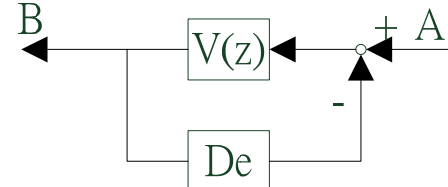


圖 1 理想補償時間延遲的架構

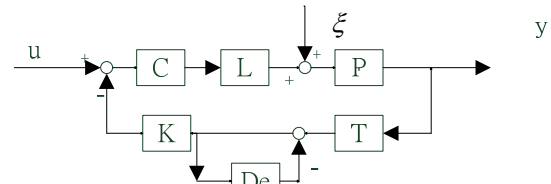


圖 2 內迴路架構

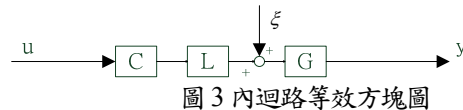


圖 3 內迴路等效方塊圖

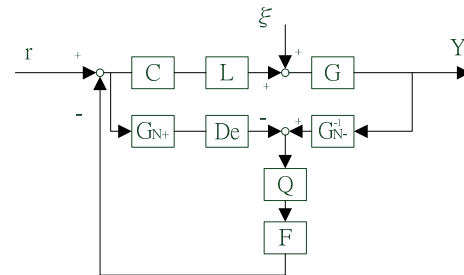


圖 4 PDOB 與等效內迴路架構

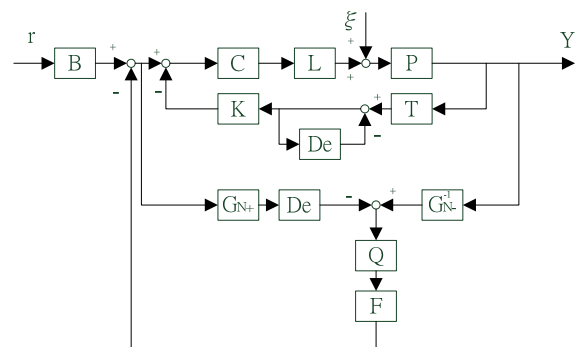


圖 5 PDOB 與內迴路方塊圖

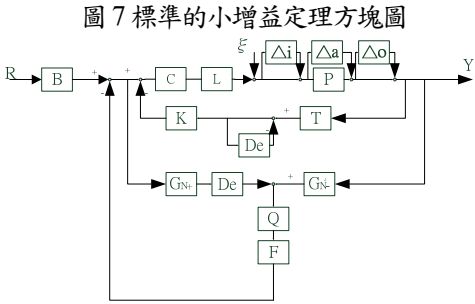
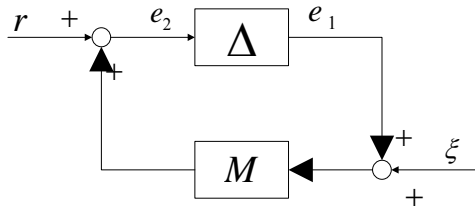
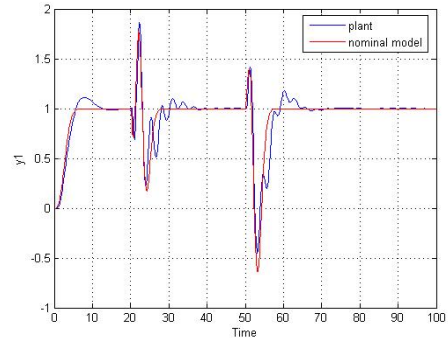
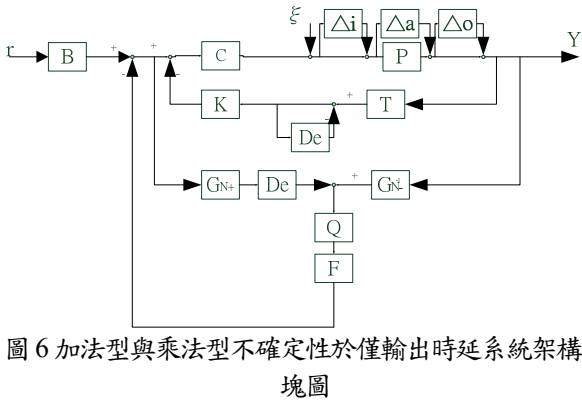


圖 10(b) ch2 增益模型誤差下系統響應，在時間 t=50s 時大小為 1 步階干擾進入

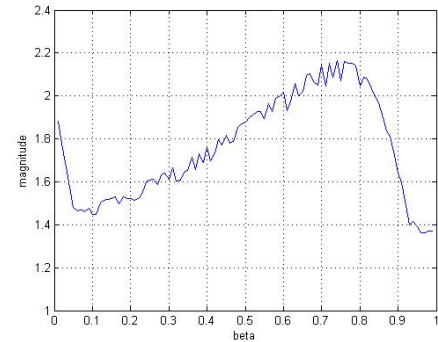


圖 8 加法型與乘法型不確定性於輸出輸入時延系統架構方塊圖

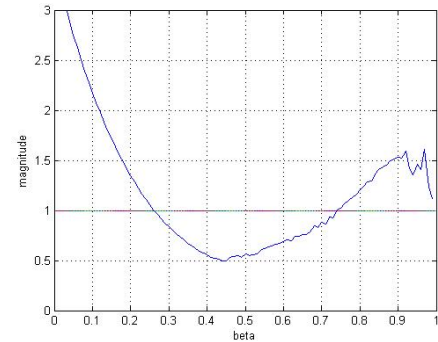
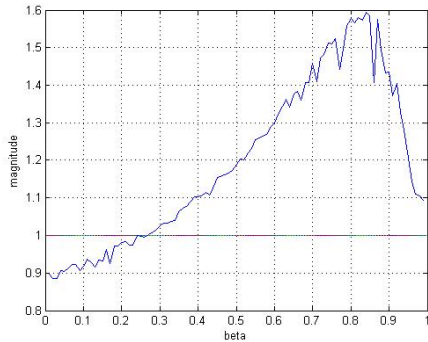


圖 9 增益模型誤差在步階干擾的強健穩定分析圖

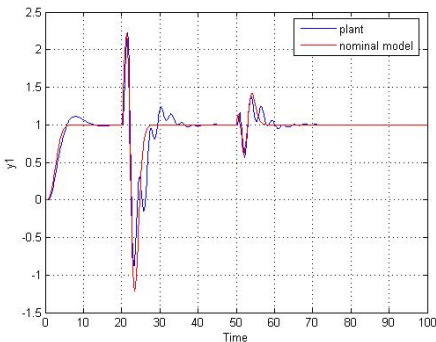


圖 12 增益模型誤差在斜坡干擾的強健穩定分析圖

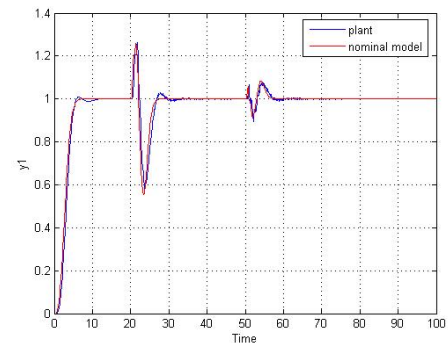


圖 10(a) ch1 增益模型誤差下系統響應，在時間 t=20s 時大小為 1 步階干擾進入

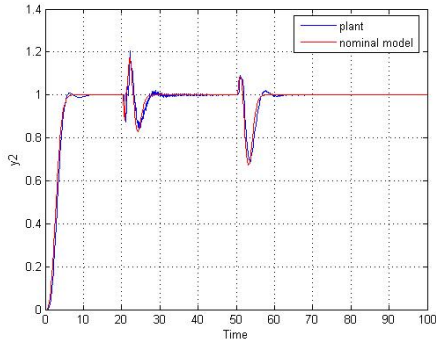


圖 13(b) ch2 增益模型誤差下系統響應，在時間 $t=50s$ 時斜率為 1 斜坡干擾進入

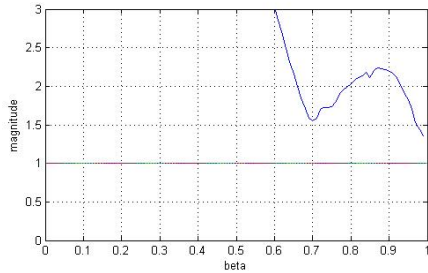


圖 14 時間延遲模型誤差在斜坡干擾的強健穩定分析圖

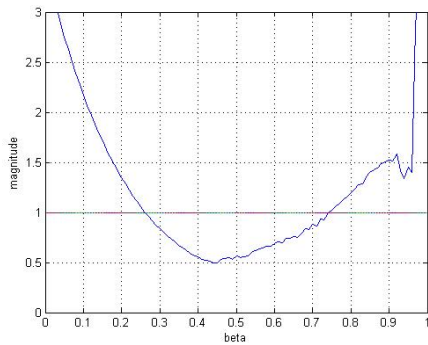


圖 15 增益模型誤差在弦波干擾的強健穩定分析圖

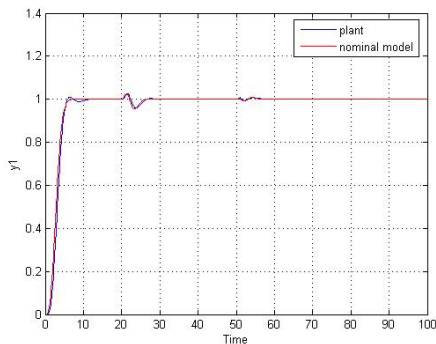


圖 16(a) ch1 增益模型誤差下系統響應，在時間 $t=20s$ 時頻率為 $0.1rad/s$ 、取樣時間為 $0.1s$ 的弦波干擾進入

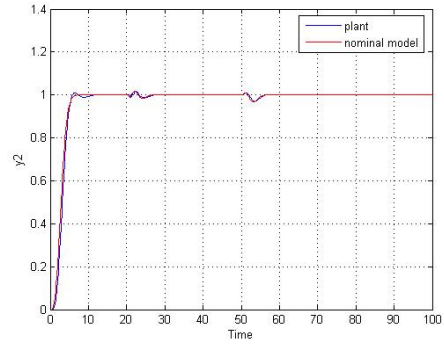


圖 16(b) ch2 增益模型誤差下系統響應，在時間 $t=50s$ 時頻率為 $0.1rad/s$ 、取樣時間為 $0.1s$ 的弦波干擾進入

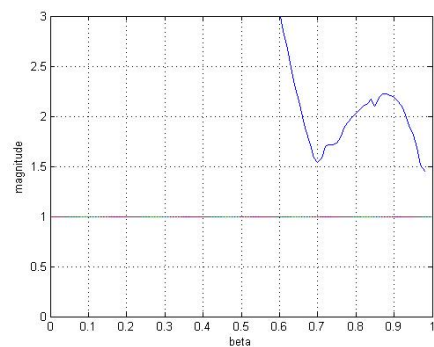


圖 17 時間延遲模型誤差在弦波干擾的強健穩定分析圖

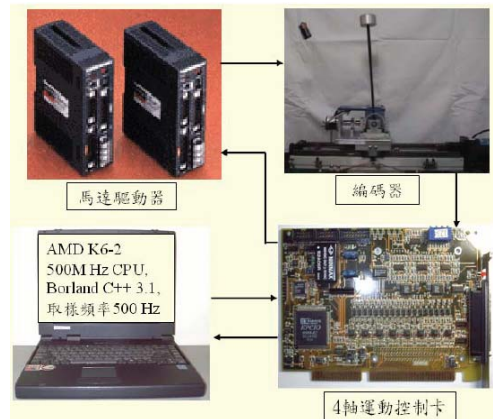


圖 18 二維倒單擺的實驗配置

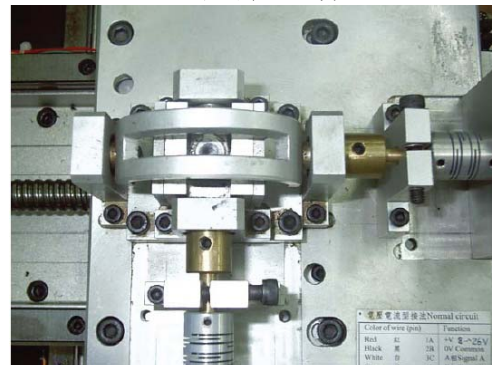


圖 19 二維倒單擺的萬向接頭

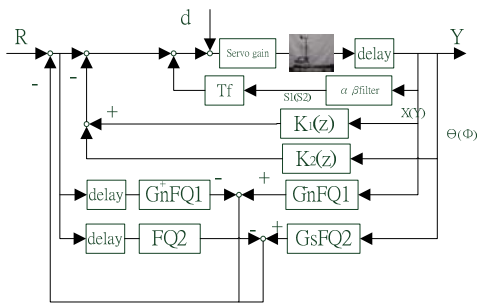


圖 20 實驗架構方塊圖

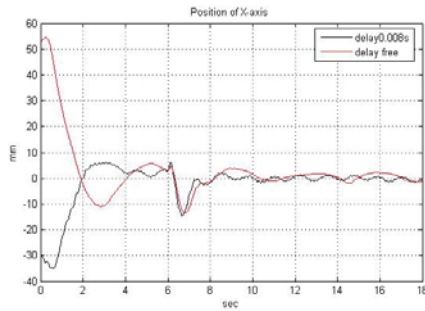


圖 21 (a) X 軸在 6 秒時受單位步階干擾位置響應圖

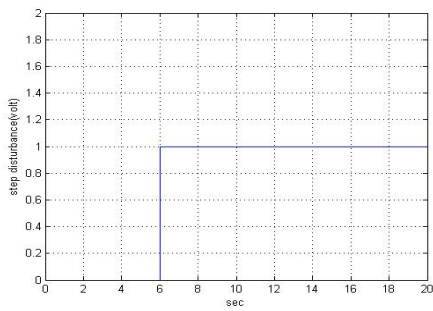


圖 21 (b) 6 秒時加入單位步階的電壓干擾響應圖

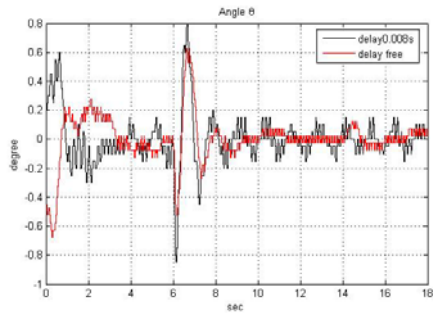


圖 21 (c) X 軸在 6 秒時受單位步階干擾角度響應圖

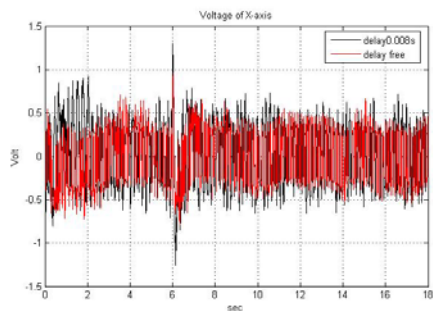


圖 21 (d) X 軸在 6 秒時受單位步階干擾控制電壓響應圖

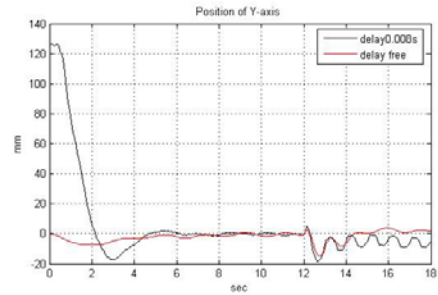


圖 22 (a) Y 軸在 12 秒時受單位步階干擾位置響應圖

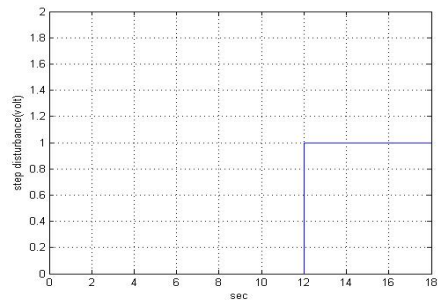


圖 22 (b) 12 秒時加入單位步階的電壓干擾響應圖

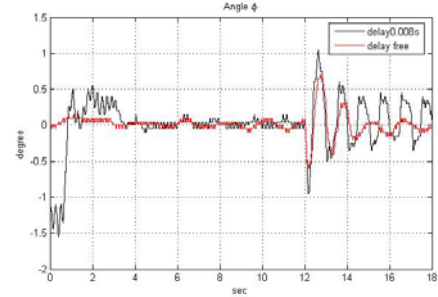


圖 22 (c) Y 軸在 12 秒時受單位步階干擾角度響應圖

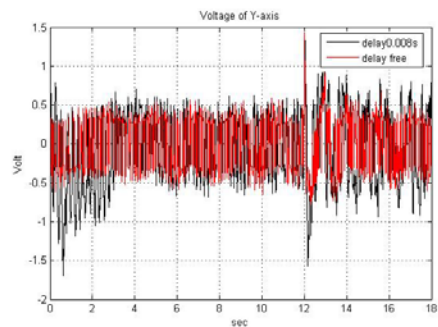


圖 22 (d) Y 軸在 12 秒時受單位步階干擾控制電壓響應圖

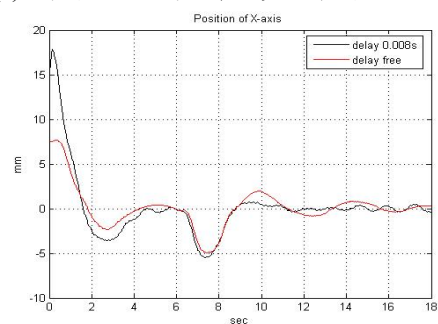


圖 23 (a) X 軸在 6 秒時受單位弦波干擾位置響應圖

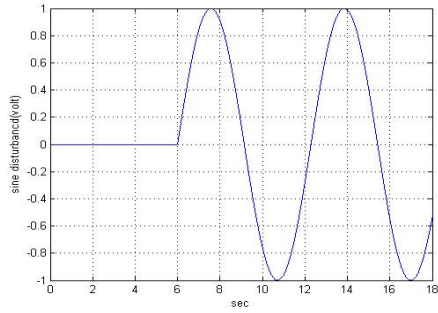


圖 23 (b) 6 秒時加入大小為 1 弦波的電壓干擾響應圖

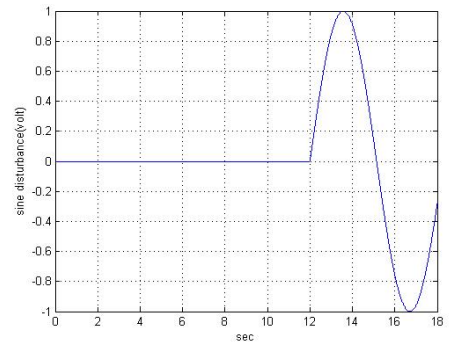


圖 24 (b) 12 秒時加入大小為 1 弦波的電壓干擾響應圖

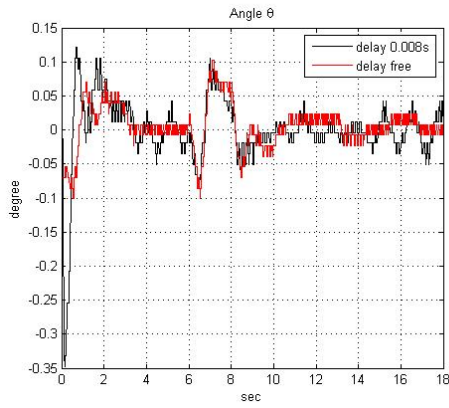


圖 23 (c) X 軸在 6 秒時受弦波干擾角度響應圖

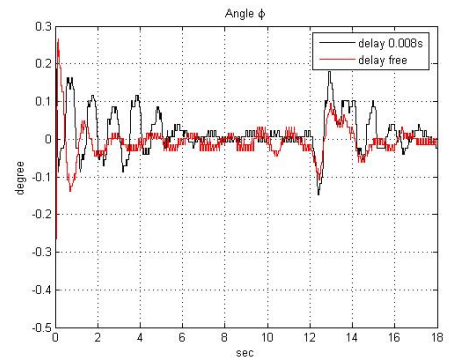


圖 24 (c) Y 軸在 12 秒時受弦波干擾角度響應圖

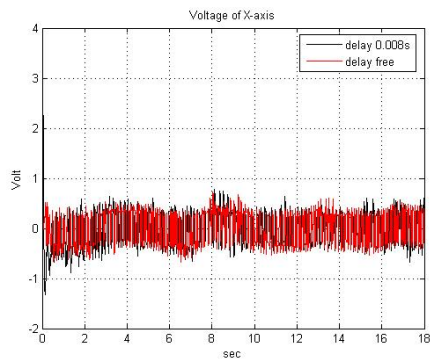


圖 23 (d) X 軸在 12 秒時受弦波干擾控制電壓響應圖

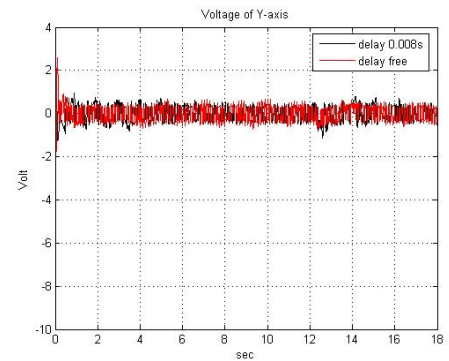


圖 24 (d) Y 軸在 12 秒時受弦波干擾控制電壓響應圖

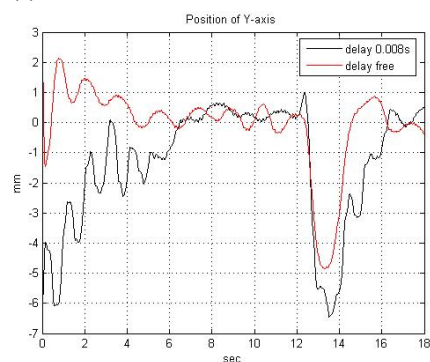


圖 24 (a) Y 軸在 12 秒時受單位弦波干擾位置響應圖