

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

具通信功能之車用功率系統晶片--子計畫二：具有即時路  
況適應能力與最小耗能之輪內馬達驅動控制(3/3)

研究成果報告(完整版)

計畫類別：整合型  
計畫編號：NSC 99-2220-E-009-024-  
執行期間：99年08月01日至100年07月31日  
執行單位：國立交通大學電機與控制工程學系(所)

計畫主持人：蕭得聖

計畫參與人員：碩士班研究生-兼任助理人員：劉念冀  
碩士班研究生-兼任助理人員：鄭勝元  
碩士班研究生-兼任助理人員：王俊傑  
碩士班研究生-兼任助理人員：陳吳柏俊  
博士班研究生-兼任助理人員：李永洲

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 100 年 10 月 26 日

## 1. 前言

鑒於日益緊迫的能源危機與劇烈的氣候變遷，節能減碳已成當務之急，因此促成了近年來電動車相關研究的快速發展。另一方面，為保障行車安全，避免在惡劣環境下，例如濕滑的路面等，造成車輛打滑失控，主動式車輛安全系統亦日漸受到重視，相關的技術如防鎖死剎車系統(Antilock Braking System, ABS)、牽引力控制系統(Traction Control System, TCS)、電子穩定控制(Electronic Stability Control, ESC)等均已實現於現有車輛上。由於電動車驅動方式的更新，除了帶來節能效益之外，亦使得車輛安全系統有嶄新的設計方式。本研究即利用電動車輪內馬達驅動的特性，設計即時輪胎摩擦力估測法則，並回授摩擦力之估測值至車輛運動控制系統，以產生適當的馬達力矩與輪胎轉向角，避免輪胎摩擦力飽和而造成車輛失控打滑。

## 2. 研究目的

本研究之目的有二：利用輪內馬達之力矩與轉速資訊，發展即時輪胎摩擦力估測法則，可作為回授控制或車輛安全監控使用。其次，利用最佳化演算法將車輛前進與轉向所需之力量合理的分配至每個輪胎，藉由輪胎力量之估測值，設計控制法則操控輪內馬達力矩與輪胎轉向角，產生所分配的輪胎摩擦力，從而增進車輛駕駛之安全性與操控性。

## 3. 文獻探討

### 3.1 輪胎摩擦力估測之相關研究

依照 Muller *et al*[1]的研究中，大致上把摩擦力的估測分成兩大部分，第一大部分就是研究造成摩擦力改變的因素，進而推得摩擦力，這種估測方式稱為基於原因(Cause Based)的估測。Bachmann[2]的研究中就使用了胎壓感測器加上分析輪胎的材質與溝痕形狀來進行估測，而 Eichhorn and Roth[3]使用了特別的光學與薄膜感測器來觀察輪胎與路面接觸時的胎面耗損變化，再利用系統鑑別的技术來建立車胎的摩擦力模型，而在 Breuer *et al*[4]的研究中，在車胎附近裝上一光學感測器，此光學感測器是用來分析車輛行經路面的路面狀況，再利用路面狀況與輪胎的特性來做摩擦力的估測，這些研究中都有一個共通點，就是研究者會利用各種不同的感測器來測量一些較難得到的輪胎特性，這些感測器取得不易，一些化學上的分析也不利於即時的摩擦力估測。

另外一種估測方式就是研究摩擦力造成的影響，此類方式稱為基於影響(Effect based)的估測，此方法中又可以細分成三大子類，前面兩大子類為分析摩擦力造成的輪胎形變和分析車胎與路面間摩擦力造成的雜音，Hollingum[5]的研究中就使用音訊的感測器來分析車輛行駛時車胎的雜音，Bekker *et al*[6]也研發出了可以放置於輪胎內，測量輪胎形變量的感測器，利用此感測器所提供的形變資訊，就可以求得欲得知的摩擦力。

基於影響的估測方式的第三個子類別，稱為基於滑動(slip based)的摩擦力估測方式，主要是在分析滑動(slip)與摩擦力之間的關係。所謂的滑動可以分成縱向的滑動與側向的滑動，在縱向的滑動上為輪胎前進速度與車輛質心前進速的差值作正規化(normalize)，此物理量稱為滑動比(Slip ratio)，如(1)式；

$$\lambda = \frac{V - r\omega}{\max(V, r\omega)} \quad (1)$$

其中  $V$  為車速， $r$  為輪胎半徑， $\omega$  為輪胎轉速。

另外一種側向上的滑動為車輛轉向時，車胎胎面朝向與速度朝向間的角度差，稱為側滑角(Slip angle)，如圖 1。滑動比與縱向力，側滑角與側向力間之關係為非線性，在一開始的線性區時，當滑動比越來越大，摩擦力也就越來越大，但是滑動比到一個極值時，摩擦力也會跟著達到最大上限，而後隨著滑動的增加，摩擦力會慢慢遞減，而通常摩擦力極值會隨著車輛負載與行經路面的摩擦係數( $\mu$ )的不同而有所改變，摩擦係數是表示路面材質不同的參數，通常越粗糙或越乾燥的表面摩擦係數越大，越光滑或越濕潤的表面摩擦係數越小，一般柏油路面的摩擦係數大概為 0.85，而下雨天時的柏油路面大概為 0.65，當車輛負載與路面摩擦係數越大時極值越大，反之則越小，輪胎摩擦力對滑動比與側滑角之關係如圖 2 所示。

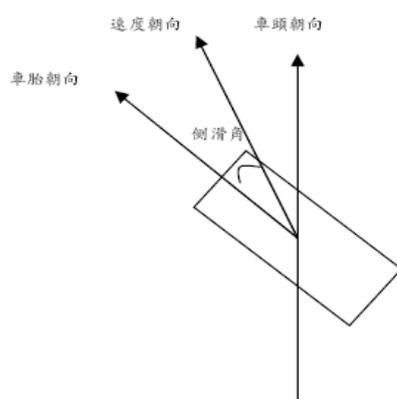


圖 1：側滑角示意圖

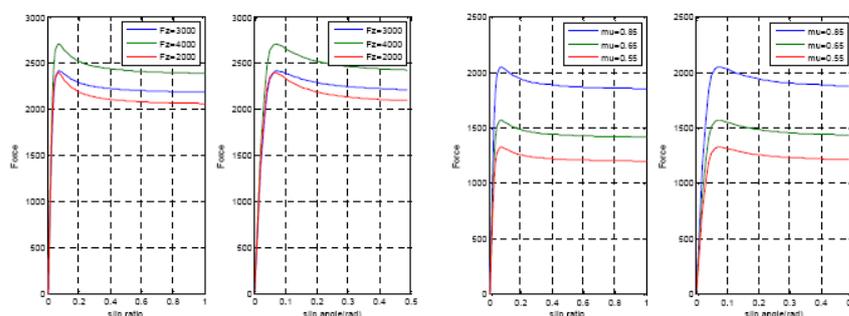


圖 2：從左至右：縱向摩擦力與車輛負載關係、側向摩擦力與車輛負載關係、縱向摩擦力與路面摩擦係數關係、側向摩擦力與路面摩擦係數關係

滑動比與側滑角被視為車體的動態，是因為摩擦力造成車輛行駛狀況改變時，滑動比與側滑角也會跟著改變，所以如果可以求得滑動比或是側滑角，則可以利用滑動比和側滑角與摩擦力曲線來獲得摩擦力資訊，在 Dieckmann[7]的研究中，就是利用已知的摩擦力曲線參數搭配滑動比或側滑角的估測來求得摩擦力，Gustafsson[8]與 Hwang and Song[9]分別是研究車輛加速與緊急煞車時的摩擦力估測，Hwang and Song [9]也進一步利用了摩擦力曲線中摩擦極值的估測來確保煞車系統能提供的最大煞車力道。另外在 Hanh[10]的研究中，為了求得準確的滑動比與側滑角，使用了全球定位系統(GPS)與差分式全球定位系統(DGPS)來取得車輛位置與速度的精確資訊，再利用高階摩擦力曲線來求得摩擦力。

Ray[11]建立了一個各種摩擦係數的路面下，車輛行駛狀況的資料庫，之後再進行即時估

測時比對行駛狀態與資料庫的內容相符程度來決定目前車輛所行駛的路面摩擦係數。Tsunashima *et al*[12]與 Ray[11]方法類似，也是將資料庫與行駛狀況利用多模型逼近(Multi-Model Approach)的方式來比對屬於哪一個路面摩擦係數情況的機率較大。Ray *et al*[13]提出了使用車輛動態方程式作估測依據，Ray *et al*[13]認為摩擦力是一動態方程式中的狀態，並且假設摩擦力的二次微分為高斯雜訊，再利用觀察器(Observer)來做估測。而 Baffet[14]是將摩擦力視為輪胎剛度與滑動比的乘積，當摩擦力曲線在線性區時，輪胎剛度不變，而曲線離開線性區後就視為輪胎剛度的改變，Baffet[14]也是將輪胎剛度視為車輛動態方程式裡的狀態，且一次微分為高斯雜訊，再利用順滑模式觀測器(Sliding Model Observer)來做估測。

Canudus *et al*[15]的論文中，直接建立了輪胎的動態方程式，此動態方程式稱為 LuGre Model，其動態方程式為形變量的一次微分與形變量、車速、滑動比、側滑角、輪胎剛度間的微分方程式，再利用型變量與車輛負載來求出摩擦力。

上述的研究中，基於原因的摩擦力估測方式大多會使用很多化學分析來分析輪胎的特性，但是化學分析只是分析特定的輪胎，當車輛換上其他輪胎便不再適用，所以利用化學分析的摩擦力估測方式並不強健，也不利於即時的分析。而在基於影響的方法利用特殊的感測器來測量輪胎的形變或是胎壓的變化，但是這些感測器的價位很高，一般也不容易取得，所以不利於廣泛運用。另外在基於滑動的摩擦力估測中大多會建立摩擦力對滑動比或側滑角的模型，再來估測滑動比與側滑角來推算摩擦力，但是想要得知此模型大多還是靠著物理或是化學的分析得知模型的參數，或是利用系統鑑別的方式建立此模型，上述這些輪胎模型建立的摩擦力分析方式，也只試用在已分析過的輪胎上，因此當行駛中輪胎特性發生了改變，建立出來的輪胎模型也失去了正確性。本研究將提出一個可以即時估測摩擦力的方法，此方法不需要得知輪胎的模型，只需利用感測器所提供的資訊搭配上車體的動力學方程式來就可求得摩擦力，使用的感測器也是一般市面上容易取得的感測器。在[13][14]的研究中雖然未利用輪胎模型來求得摩擦力，但是使用的車輛模型是簡化過的腳踏車模型(Bicycle model)，此模型只考慮左右輪的合力，所以在這些方法中無法求得車輛每顆輪胎個別的摩擦力，若可以得知各輪胎所受之摩擦力，就可以針對個別輪胎當下的路面狀況做不同的控制，所以在本研究中利用了車輛輪胎本身的摩擦力圓的特性，就可以得知每顆輪胎所受的摩擦力大小。另外車輛本身的參數也會有不確定的情況，像是車輛在行使時會有乘載數的問題，乘載數的不同，全車的重量也會改變，進而影響到摩擦力的估測，或是車輛本身的轉動慣量、車長與車寬也會隨著每輛車的不同而有所改變，所以本研究也會針對車輛的參數做估測來確保摩擦力估測的穩健性。

### 3.2 車輛側向控制系統之相關研究

有關車輛側向控制的相關研究相當豐富，在此僅介紹四輪轉向(Four-wheel steering, 4WS)控制與直接橫擺力矩控制(Direct Yaw Control, DYC)法。Furukawa *et al*. [16]將 4WS 控制策略大略分成兩種：前饋(Feed-forward)補償與回饋(Feedback)補償；且提到 4WS 減小質心側滑角的控制器設計，利用比例控制器使得車輛穩態質心側滑角為零。Ackermann[17]提出一去除橫擺角速度(Yaw rate)對前輪側滑角影響的解耦合控制策略。此控制策略設計使駕駛者只需控制車輛前輪軸側向加速度  $a_f$ ， $a_f$  對後輪轉向變為不可控(Uncontrollable)。V.Nikzad, S. and M. Naraghi 在[18]中提到兩種 4WS 控制架構：單轉向控制(Single Steering Control)與雙轉向控制(Dual Steering Control)。單轉向控制前輪轉角由駕駛者控制，只有後輪轉角是由控制器控制，所以控制器只能選擇控制車輛橫擺角速度或側向速度其中之一的狀態，不過好處就是控制器的實現與設計較為容易；雙轉向控制則是控制器可以控制前、後輪轉角，故可以同時控制車輛橫擺角速度與側

向速度。

直接橫擺力矩控制是靠車輛左右兩側輪胎縱向力差來產生橫擺力矩達到控制之目的，大致被分為兩種控制型式：質心側滑角型式(Side-slip type)、橫擺角速度型式(Yaw rate type)。Shibahata *et al.*[19]提出” $\beta$ -Method”，探討質心側滑角對由前、後輪側向力產生的橫擺力矩改變之影響。指出當車輛維持一同心圓轉向時，橫擺力矩若由不平衡的輪胎側向力產生會造成車輛縱向加速或減速。Masato Abe 在[20]提出設計順滑模態控制器來跟隨 2DOF 線性車輛模型的質心側滑角響應，從順滑條件以及車輛動態方程式，設計出橫擺力矩控制輸入，其控制輸入，設計會和前、後輪側向力及其對輪胎側滑角偏微之斜率有關，故有假設一非線性輪胎模型用來計算。Raksincharoens *et al.*[21]利用 DYC 控制策略控制車輛跟隨其設計所需的橫擺角速度，橫擺力矩控制輸入是由後輪左、右側縱向力的差產生。所需的橫擺力矩是由橫擺角速度參考值透過橫擺角速度對橫擺力矩的反轉移函數計算而得。Esmazadeh *et al.*[22]提出分析線性二次最佳化問題(LQ problem)求解 DYC 控制輸入，跟隨所需的橫擺角速度。Mirzaei [23]為了維持車輛的動態，跟隨所需的橫擺角速度與質心側滑角，設計一線性二次最佳化問題，求解最小之橫擺力矩控制輸入以達到控制目的。

## 4. 研究方法

### 4.1 即時輪胎摩擦力估測法

#### 4.1.1 縱向力估測

由輪胎轉動時的力矩平衡方程式可得

$$I_w \dot{\omega}_i = (T_m - T_b) - r_{ei} F_{ai} \quad (2)$$

其中  $T_m$  為加速力矩， $T_b$  為煞車力矩， $I_w$  為輪胎轉動慣量， $\omega_i$ 、 $F_{ai}$  與  $r_{ei}$  分別為第  $i$  個輪胎的轉動速度、縱向力與等效半徑。假設煞車力矩、加速力矩、輪胎轉動速度都可以得知，將(2)式移項整理後，並將等效輪胎半徑用未形變前的輪胎半徑代入，轉動加速度項，可以透過速度項差分得知。

$\omega_i^+$  為此刻時間點的輪胎轉動速度， $\omega_i^-$  為上一刻時間點的輪胎轉動速度， $\Delta t$  為取樣時間。就可以得到縱向力估測方程式，如(3)式：

$$\hat{F}_{ai} = \frac{(T_m - T_b) - I_{wi} (\frac{\omega_i^+ - \omega_i^-}{\Delta t})}{r_i}, \quad i=1,2,3,4 \quad (3)$$

#### 4.1.2 側向力估測

側向力的估測會與車輛懸吊質量(sprung mass)的動態有關，首先建立描述車輛運動的四輪車輛模型，此四輪模型忽略了車輛的俯仰跟側傾，只考慮車輛 X-Y 平面的運動，四輪車輛模型自由體圖如圖 3。

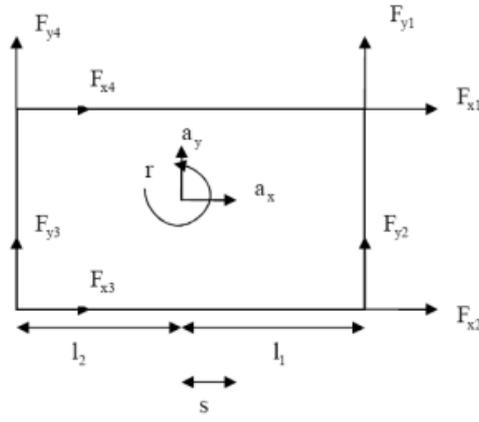


圖 3：四輪車輛自由體圖

利用三軸加速規，可以很容易的得知三個方向的加速度，而陀螺儀可以量測橫擺角速度，也可以使用全球定位系統(GPS)來判斷質心的位置與移動速度，以下將這些感測器可提供的資訊當成已知。

根據牛頓第二運動定律可以推得 X 方向與 Y 方向的直線運動方程式與橫擺的部份的力矩平衡，可得(4)式：

$$\begin{aligned}
 ma_x &= F_{a1} \cos(\delta_1) - F_{b1} \sin(\delta_1) + F_{a2} \cos(\delta_2) - F_{b2} \sin(\delta_2) + F_{a3} + F_{a4} \\
 ma_y &= F_{a1} \sin(\delta_1) + F_{b1} \cos(\delta_1) + F_{a2} \sin(\delta_2) + F_{b2} \cos(\delta_2) + F_{b3} + F_{b4} \\
 I_z \dot{r} &= (F_{y1} + F_{y2})(l_1 - s) - (F_{y3} + F_{y4})(l_2 + s) + (F_{x2} - F_{x1}) \frac{sb_1}{2} + (F_{x3} - F_{x4}) \frac{sb_2}{2}
 \end{aligned} \tag{4}$$

其中  $\delta_i$  為第  $i$  個輪子的轉向角， $s$  代表當車輛參數有不確定性(uncertainty)時，車輛質心往前輪軸的偏移量。

將(4)式移項整理後，可得一線性方程式，如(5)式：

$$\mathbf{A} \mathbf{F}_b = \mathbf{b} \tag{5}$$

$$\text{其中 } \mathbf{F}_b = [F_{b1} \ F_{b2} \ F_{b3} + F_{b4}]^T, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\sin(\delta_1) & -\sin(\delta_2) & 0 \\ \cos(\delta_1) & \cos(\delta_2) & 1 \\ \cos(\delta_1)(l_1 - s) + \sin(\delta_1) \frac{sb_1}{2} & \cos(\delta_2)(l_1 - s) - \sin(\delta_2) \frac{sb_2}{2} & -(l_2 + s) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} ma_x - \hat{F}_{a1} \cos(\delta_1) - \hat{F}_{a2} \cos(\delta_2) - \hat{F}_{a3} - \hat{F}_{a4} \\ ma_y - \hat{F}_{a1} \sin(\delta_1) - \hat{F}_{a2} \sin(\delta_2) \\ I_z \dot{r} - (\hat{F}_{a1} \sin(\delta_1) + \hat{F}_{a2} \sin(\delta_2))(l_1 + s) - \frac{sb_1}{2} (\hat{F}_{a2} \cos(\delta_2) - \hat{F}_{a1} \cos(\delta_1)) - \frac{sb_2}{2} (\hat{F}_{a3} - \hat{F}_{a4}) \end{bmatrix}$$

在(5)中，只要同乘  $\mathbf{A}$  的反矩陣，就可以得  $\mathbf{F}_{b,org} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}$ ，但  $\mathbf{A}$  矩陣裡的元素跟車輛的轉向角有關，當轉向角很小時， $\mathbf{A}$  矩陣中的第一行與第二行會變的非常相近或相等，此時  $\mathbf{A}$  矩陣成為一奇異矩陣，造成(5)所解出的側向力不正確，所以在小角度時要分開討論。

當  $\delta_1 \cong \delta_2$  時， $\mathbf{A}$  矩陣的條件數(condition number)很大，也就表示  $\mathbf{A}$  矩陣近似一個奇異矩陣，(5)在小角度時可以寫成(6)式：

$$\tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{F}}_b = \tilde{\mathbf{b}} \quad (6)$$

$$\text{其中 } \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ (l_1-s) & -(l_2+s) \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{b}} = \begin{bmatrix} ma_y \\ I_z \dot{r} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{F}}_b = [F_{b1} + F_{b2} \quad F_{b3} + F_{b4}]^T。$$

(6)左右同乘 $\tilde{\mathbf{A}}$ 的反矩陣可得 $\tilde{\mathbf{F}}_b$ ，通常左右輪的側向力會不同主要是側滑角與承受負載的不同所造成的影響，但是車輛在小角度轉向時，車輛側傾與俯仰運動並不明顯，所以左右輪所承受的負載與側滑角相近，所以在此假設小角度時左右輪所受側向力相同，如(7)式。

$$\mathbf{F}_{b,bicy} = \begin{bmatrix} \frac{F_{b1} + F_{b2}}{2}, \frac{F_{b1} + F_{b2}}{2} & F_{b3} + F_{b4} \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

模型切換的條件可以利用 $\mathbf{A}$ 矩陣的條件數作為切換依據，當 $\mathbf{A}$ 矩陣的條件數大時，比較相信(6)式的解，而當 $\mathbf{A}$ 矩陣的條件數較小時，比較相信(7)式的解。如(8)式：

$$\hat{\mathbf{F}}_b = \mathbf{g}_1 \mathbf{F}_{b,org} + \mathbf{g}_2 \mathbf{F}_{b,bicy} \quad (8)$$

#### 4.1.3 摩擦力圓

上述兩種車輛模型皆無法解出後輪輪胎的個別的側向力，所以在此引入輪胎本身具有的特性之一，也就是摩擦力圓的概念，此摩擦力圓就是在描述輪胎在轉向時，縱向力與側向力間的關係，此特性可以用來求解輪胎個別的摩擦力。

依照摩擦力的定理，任何作用在輪胎上的側向力與縱向力都必定滿足摩擦力圓的限制，如(9)式，亦即輪胎的側向力與縱向力是互相牽制的，換句話說就是輪胎與地面間接觸的水平方向合力，都只會落在摩擦力圓內。

$$\left(\frac{\mathbf{F}_a}{\bar{\mathbf{F}}_a}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{F}_b}{\bar{\mathbf{F}}_b}\right)^2 = 1 \quad (9)$$

其中 $\bar{\mathbf{F}}_a$ 與 $\bar{\mathbf{F}}_b$ 為輪胎能提供的最大最縱向與側向摩擦力，就是指輪胎只進行完全直線的移動或是完全側向的移動時，地面能提供給輪胎最大的摩擦力。最大縱向力會與負載、滑動比、地面摩擦係數有關，而最大側向力會與負載、側滑角、地面摩擦係有關。首先假設車輛的四個輪胎都是同時進入相同的路面，所以接觸到的地面摩擦係數 $\mu$ 皆相同，也就是說最大縱向力與最大側向力可以忽略 $\mu$ 的影響。根據正向力與側滑角，與正向力與滑動比的關係，可以發現在線性區時，正向力的影響並不大，所以正向力的比值可以利用相似三角形的概念，利用側滑角與滑動率的比值來近似，如圖 4：

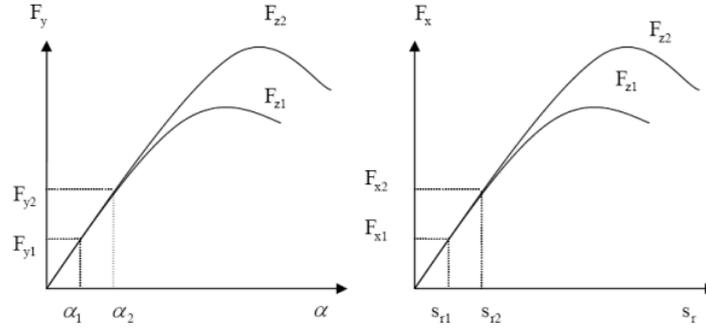


圖 4：(左)側滑角與最大側向力與正向力之關係圖、(右)滑動比與最大縱向力與正向力之關係圖

根據以上的假設，可以將每個車輛輪胎的最大縱向力與側向力之比列出，如(10)式：

$$\begin{aligned}
 \bar{F}_{a2} &= p_1 \bar{F}_{a1} & \bar{F}_{a3} &= p_2 \bar{F}_{a4} \\
 \bar{F}_{b2} &= p_3 \bar{F}_{b1} & \bar{F}_{b3} &= p_4 \bar{F}_{b4} \\
 \bar{F}_{a2} &= \bar{F}_{a3} & \bar{F}_{a1} &= \bar{F}_{a4}
 \end{aligned} \tag{10}$$

其中  $p_1$  為前輪左右輪的滑動比的比值， $p_2$  為後輪左右輪的滑動比的比值， $p_3$  為前側左右輪的側滑角比值， $p_4$  為後側左右輪的側滑角比值。將(10)的假設代入(8)就可解得後輪個別的側向力。如(11)式：

$$F_{b4} = \frac{F_{\text{rear}}}{\left( 1 + p_3 \frac{\sqrt{1 - \left( \frac{F_{a3}}{p_1 \bar{F}_{a1}} \right)^2}}{\sqrt{1 - \left( \frac{F_{a4}}{\bar{F}_{a1}} \right)^2}} \right)} \tag{11}$$

其中  $F_{\text{rear}} = F_{b4} + F_{b3}$ ， $F_{b3} = F_{\text{rear}} - F_{b4}$ 。

## 4.2 最佳化輪胎力量分配控制系統

在估測出輪胎摩擦力後，本研究利用此估測值回授，發展出最佳化輪胎力量分配控制系統。此系統分成上層與下層控制系統。上層控制系統計算出車輛所需的縱向力、側向力與橫擺力矩，使車輛跟隨給定之參考軌跡。接著利用最佳化輪胎分配演算法將上層控制系統所需的力量與力矩合理地分配至每個輪胎，並利用下層控制器驅動輪內馬達轉矩與輪胎轉向角，使輪胎產生所需的縱向力與側向力。

### 4.2.1 上層控制系統

上層控制器使用了順滑模態控制理論，設計了三個順滑平面(Sliding surface)，計算控制車輛跟隨參考車輛模型的響應所需的縱向、側向合力與橫擺角轉動力矩總和。順滑平面如下：

$$S_X = V_x - V_{x\text{ref}} \quad S_Y = \beta - \beta_{\text{ref}} \quad S_M = r - r_{\text{ref}}$$

其中  $V_x$ ， $\beta$ 與  $r$  分別為車輛之縱向速度、車身側滑角與橫擺角速度，其參考訊號分別記做  $V_{x\text{ref}}$ ， $\beta_{\text{ref}}$  與  $r_{\text{ref}}$ 。

設計控制輸入  $X$ ， $Y$ ， $M$  為

$$X = m(-rV_y + \dot{V}_{xref}) - k_1 \text{sign}(S_X)$$

$$Y = mV_x(r + \dot{\beta}_{ref}) - k_2 \text{sign}(S_Y)$$

$$M = I_z \dot{r}_{ref} - k_3 \text{sign}(S_M)$$

其中  $k_1 > \Delta X_{max}$ ， $k_2 > \Delta Y_{max}$ ， $k_3 > \Delta M_{max}$ 。而  $\Delta X_{max}$ 、 $\Delta Y_{max}$  與  $\Delta M_{max}$  分別代表在車輛縱向、測向與橫擺方向的不確定之最大值。

#### 4.2.2 最佳化輪胎與路面間摩擦力分配

最佳化輪胎與路面間摩擦力分配的成本函數(Cost function)之設計與選擇是使用輪胎摩擦力圓的概念設計。輪胎與路面間縱向摩擦力與側向摩擦力之間有摩擦力圓關係存在，會受到路面摩擦力係數  $\mu$  乘以輪胎正向力  $F_z$  影響其限制範圍，故會希望最佳化分配出的輪胎摩擦力能夠在摩擦力圓限制內，且能夠是最小的控制輸入。因此，設計成本函數如(12)式。

$$J = \sum_{i=1}^4 C_i \frac{F_{xi}^2 + F_{yi}^2}{(\mu F_{z0i})^2} \quad (12)$$

其中  $F_{x1\sim4}$  和  $F_{y1\sim4}$  即為所要分配的八個變數，四個輪胎平行車身與垂直車身之摩擦力； $F_{z01\sim4}$  為車輛等速直線行駛時四個輪胎的正向力； $C_{1\sim4}$  為權重參數(Weighting coefficient)，適當的選定調整可以提高車輛控制的表現。

分配出輪胎摩擦力必須滿足上層控制器的需求，亦即須滿足以下限制條件：

$$F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4} = X$$

$$F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4} = Y$$

$$\frac{sb1}{2}(F_{x2} - F_{x1}) + \frac{sb2}{2}(F_{x4} - F_{x3}) + l_f(F_{y1} + F_{y2}) - l_r(F_{y3} + F_{y4}) = M$$

此外，每個輪胎所受之摩擦力也必須要滿足摩擦力圓的限制，表示如下：

$$F_{x1}^2 + F_{y1}^2 \leq (\mu F_{z1})^2$$

$$F_{x2}^2 + F_{y2}^2 \leq (\mu F_{z2})^2$$

$$F_{x3}^2 + F_{y3}^2 \leq (\mu F_{z3})^2$$

$$F_{x4}^2 + F_{y4}^2 \leq (\mu F_{z4})^2$$

上述總共三條線性等式限制與四條非線性不等式限制，可利用卡羅需—庫恩—塔克條件(KKT condition)求出最佳解。

#### 4.2.3 下層控制系統

下層控制器內則是假設另一非線性輪胎模型：Dugoff's 輪胎模型[24]如下，做為控制器內名義輪胎模型(Nominal tire model)。

$$F'_a = C'_x \frac{\lambda}{1 - |\lambda|} f(\kappa)$$

$$F'_b = C'_y \frac{\tan(\alpha)}{1 - |\lambda|} f(\kappa)$$

$$f(\kappa) = \begin{cases} 1 & , \kappa \geq 1 \\ \kappa(2 - \kappa) & , \kappa < 1 \end{cases}$$

$$\kappa = \frac{\mu F_z (1 - |\lambda|)}{2 \sqrt{C_x'^2 \lambda^2 + C_y'^2 \tan^2 \alpha}}$$

控制器中假設實際的輪胎模型縱向摩擦力為：Dugoff's 輪胎模型( $F'_a$ )加上一未知項( $F_a^*$ ：Uncertainty term)。設計一順滑平面如下。

$$S_a = F_a - F_{ad}$$

將先前假設實際的輪胎模型縱向摩擦力對時間  $t$  做一次微分表示為(13)式。

$$\dot{F}_a = (g'_\lambda + g_\lambda^*) \dot{\lambda} + g'_0 \quad (13)$$

其中  $\kappa \geq 1$  時， $g'_\lambda = \frac{C'_x}{(1 - |\lambda|)^2}$ ， $g'_0 = 0$ 。  $\kappa < 1$  時， $g'_\lambda = \frac{C'_x}{1 - |\lambda|} \kappa \left[ \frac{2 - \kappa}{1 - |\lambda|} - \frac{2(1 - \kappa)|\lambda|}{1 - |\lambda|} - \frac{2C_x'^2(1 - \kappa)\lambda^2}{C_x'^2 \lambda^2 + C_y'^2 \tan^2 \alpha} \right]$ ，

$$g'_0 = 2C'_x \frac{\lambda}{1-|\lambda|} \kappa(1-\kappa) \left( \frac{\dot{F}_z}{F_z} - \frac{C'_y{}^2 \tan \alpha \sec^2 \alpha \dot{\alpha}}{C'_x{}^2 \lambda^2 + C'_y{}^2 \tan^2 \alpha} \right)。$$

滑動比對時間微分為：

$$\dot{\lambda}_i = \frac{(1-\lambda_i)}{I_w \omega_i} T_{mi} - \frac{r_i(1-\lambda_i)}{I_w \omega_i} F_{ai} - \frac{\dot{v}_{ai}}{r_i \omega_i} \quad (\lambda > 0)$$

$$\dot{\lambda}_i = \frac{r_i}{I_w v_{ai}} T_{mi} - \frac{r_i^2}{I_w v_{ai}} F_{ai} - \frac{(1+\lambda_i)\dot{v}_{ai}}{v_{ai}} \quad (\lambda < 0)$$

其中 $v_{ai}$ 為輪胎前進速度之平行胎面分量。

若假設 $g'_\lambda \geq (-1+\theta)g'_\lambda, 0 < \theta \leq 0.5$ 及輪胎初始滑動比落於輪胎線性區域： $\lambda(0) \in [-\lambda^*, \lambda^*], F_a(\lambda^*) = \hat{\mu}F_z$ ，則設計控制輸入 $T_{mi}$ 為：

$$T_{mi} = r_i F_{ad} + \frac{I_w \dot{v}_{ai}}{r_i(1-\lambda_i)} + \frac{1}{g'_\lambda} \frac{I_w \omega_i}{(1-\lambda_i)} (-g'_0 + \dot{F}_{ad}) - \rho \frac{I_w \omega_i}{(1-\lambda_i)} \text{sign}(S_a) \quad (\lambda > 0)$$

$$T_{mi} = r_i F_{ad} + \frac{I_w(1+\lambda_i)\dot{v}_{ai}}{r_i} + \frac{1}{g'_\lambda} \frac{I_w v_{ai}}{r_i} (-g'_0 + \dot{F}_{ad}) - \rho \frac{I_w v_{ai}}{r_i} \text{sign}(S_a) \quad (\lambda < 0)$$

其中 $\rho = \frac{1}{g'_\lambda} \left( \frac{1-\theta}{\theta} |(-g'_0 + \dot{F}_{ad})| + k_4 \right)$ ， $k_4 > 0$ 。則可證明 $S_a$ 收斂至零。

接著討論輪胎側向力的控制。假設一個只考慮側向力之Dugoff's反輪胎模型，如(14)式。上層分配之側向力經由此反輪胎模型計算出對應的輪胎側滑角值，並設計順滑模態控制器控制車輪轉角，使輪胎側滑角跟隨反輪胎模型計算之值。

$$\alpha_d = \begin{cases} \tan^{-1} \left( \frac{F_{bd}}{C'_y} \right) & , \kappa \geq 1 \\ \tan^{-1} \left[ \frac{(\mu F_z)^2}{4C'_y(\text{sign}(F_{bd})\mu F_z - F_{bd})} \right] & , \kappa < 1 \end{cases} \quad (14)$$

其中 $F_{bd}$ 為上層分配之側向力。

設計一順滑平面如下：

$$S_b = \alpha - \alpha_d$$

設計控制輸入 $u = \delta$ 如下：

$$u = \frac{1}{1 + \left( \frac{v_{yi}}{v_{xi}} \right)^2} \left( \frac{v_{xi}\dot{v}_{yi} - v_{yi}\dot{v}_{xi}}{v_{xi}^2} \right) + \dot{\alpha}_d + k_5 \text{sign}(S_b)$$

其中 $k_5 < 0$ ，怎可證明 $S_b$ 收斂至零。

## 5. 結果與討論

### 5.1 輪胎摩擦力估測結果

轉向角與路面狀況如圖5，進行20秒的模擬，轉向角在7~8秒時轉到0.1rad後保持固定轉角，而路面摩擦係數在0~7秒時為0.85，7~12秒時為0.65，12~20秒時為0.45。在不確定參數部份，原始的質量是1740kg，原始的轉動慣量是2961kgm<sup>2</sup>，原始質心位置向前偏移0.15m，變更後的質量為1940kg，轉動慣量為3480kg-m<sup>2</sup>，質心偏移為0。

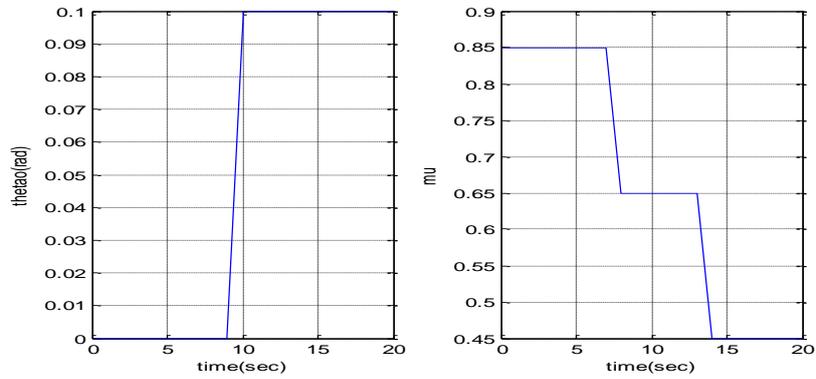


圖 5：(左)輪胎轉向角(右)路面摩擦係數

縱向力估測如圖 6，側向力估測如圖 7：

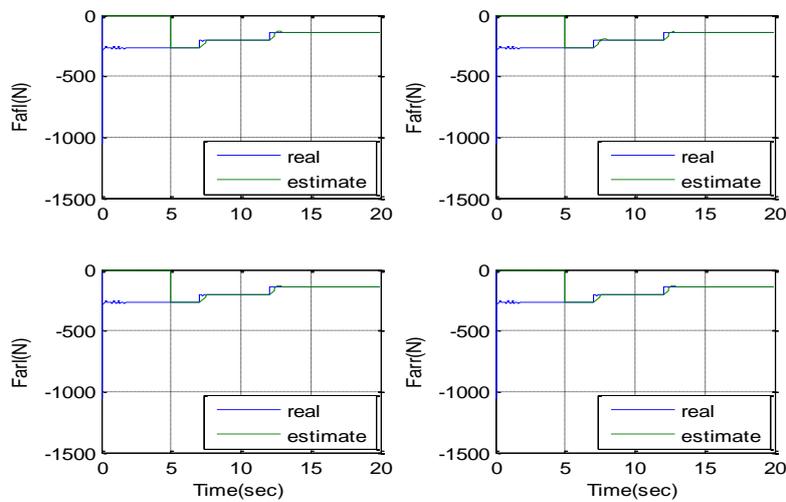


圖 6：縱向力估測結果(藍)實際值(綠)估測值(左上)左前輪(右上)右前輪(左下)右後輪(右下)左後輪

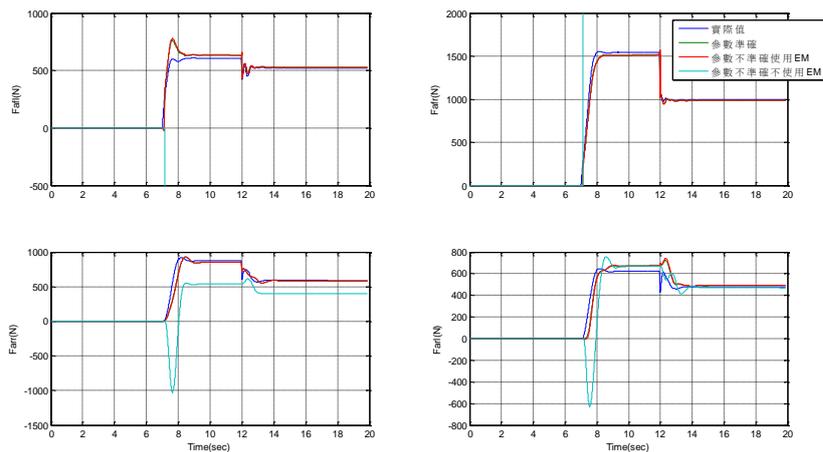


圖 7：側向力估測結果(藍)實際值(綠)參數準確(紅)參數不準確使用 EM(青)參數不準確不使用 EM(左上)左前輪(右上)右前輪(左下)右後輪(右下)左後輪

## 5.2 最佳化輪胎力量分配控制結果

車輛以初速  $V_x = 15.3\text{m/s}$  直線前進，2 秒時駕駛者下達進行車輪轉向角為 10 度的 J-turn 命令，

且 $V_x$ 維持等速，路面狀況模擬在一般柏油路( $\mu = 0.85$ )。在此比較本研究所提之控制法則與Ackermann[17]所提出的四輪轉向控制策略和 Mirzaei[23]提出的直接橫擺力矩控制。

圖 8 表示控制車輛橫擺角速度比較，可以明顯地發現四輪轉向控制橫擺角速度已經不再受到控制器控制，而質心側滑角型式 DYC 控制也可看出控制結果不甚理想，橫擺角速度型式 DYC 控制則有些許的誤差，但隨著維持轉向行駛，誤差也因為車輛側向動態沒控制好的緣故而增加。圖 9 為控制車輛質心側滑角比較，四輪轉向已無法維持側向運動的穩定，質心側滑角型式 DYC 控制一開始跟隨誤差很小，不過最後也受到橫擺角速度控制誤差影響變大，橫擺角速度型式 DYC 控制質心側滑角一開始即與參考值反向產生側滑。圖 10 車輛行駛路徑即可看出控制車輛與參考路徑跟隨的誤差，本研究使用的控制器在橫擺角速度最大限制下，仍能夠跟隨參考路徑。

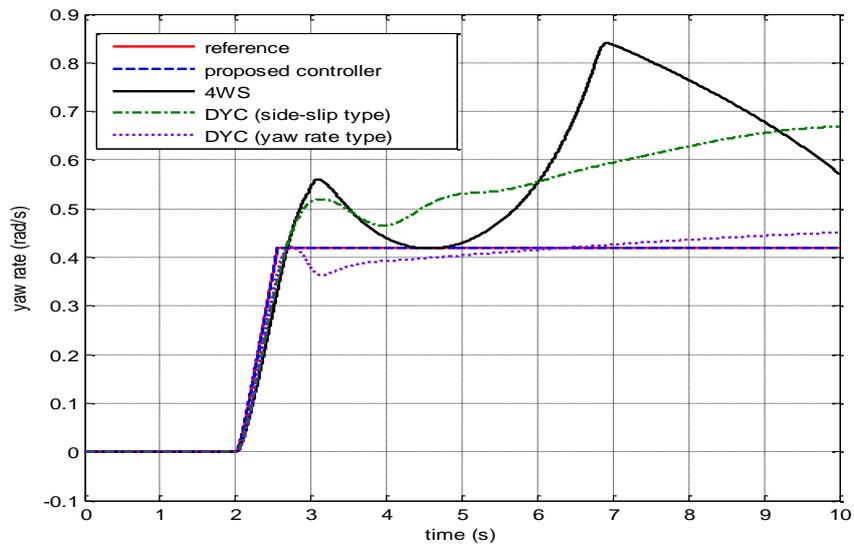


圖 8 車輛橫擺角速度比較圖

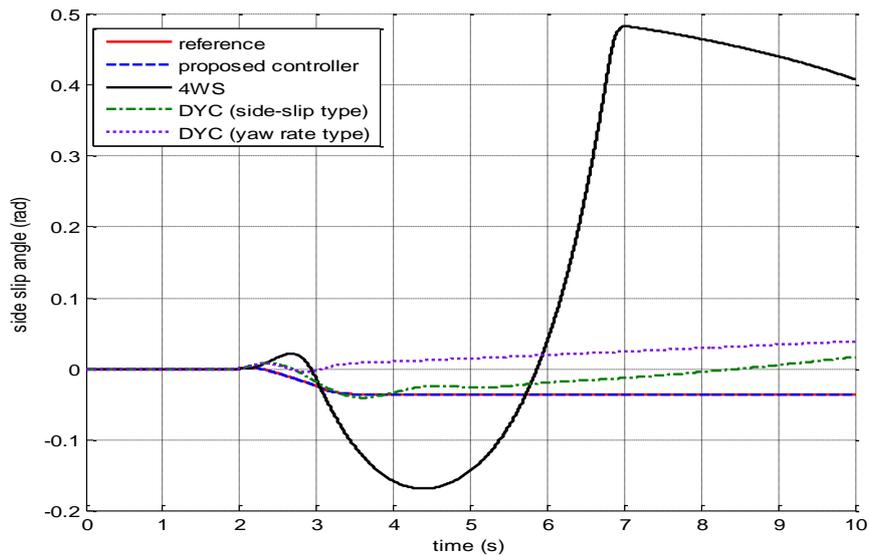


圖 9 車輛質心側滑角比較圖

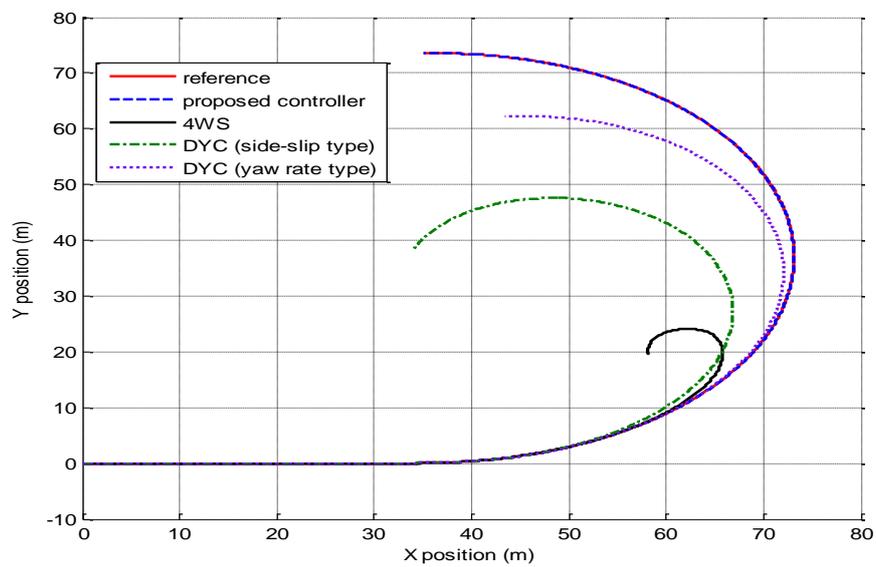


圖 10 車輛於地表座標上所行駛路徑比較圖

## 参考文献

- [1] S. Muller, M. Uchanski, and K. Hedrick, "Estimation of the maximum tire-road friction coefficient," *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the ASME*, vol. 125, no. 4, pp. 607-617, Dec, 2003.
- [2] Bachmann, Th., "The Importance of the Integration of Road, Tyre, and Vehicle Technologies," *FISITA XXth World Congress, Montreal, Canada*, September, 1995
- [3] Eichhorn, U., and Roth, J., "Prediction and Monitoring of Tyre/Road Friction," *XXIV FISITA Congress, London, GB*, 2:67-74, June 7-11. "Safety, the Vehicle, and the Road." , 1992
- [4] Breuer, B., Bartz, M., Karlheinz, B., Gruber, S., Semsch, M., Strothjohann, Th., and Xie, C., "The Mechatronic Vehicle Corner of Darmstadt University of Technology-Interaction and Cooperation of a Sensor Tire, New Low-Energy Disc Brake and Smart Wheel Suspension," *Proceedings of FISITA 2000, Seoul, Korea*, June 12-15 , 2000
- [5] Hollingum, J., "Autonomous Radio Sensor Points to New Applications," *Sensor Review*, 21~2!, 104-106 , 2001
- [6] Bakker, E., Pacejka, H. B., and Lidner, L., "A New Tire Model With an Application in Vehicle Dynamics Studies," *SAE Transactions, Journal of Passenger Cars*, 98~SAE 890087!, 101-113 , 1989
- [7] Dieckmann, Th, "Assessment of Road Grip byWay of Measured Wheel Variables," *Proceedings of FISITA '92 Congress, London, GB*, 2:75-81, June 7-11. "Safety the Vehicle and the Road." , 1992
- [8] F. Gustafsson, "Slip-based tire road friction estimation," *Automatica*, vol. 33, no. 6, pp. 1087-1099, Jun, 1997
- [9] Hwang, W., and Song, B., 2000, "Road Condition Monitoring System Using Tire-Road Friction Estimation," *Proceedings of AVEC 2000, Ann Arbor, Michigan*, pp. 437-442, August 22-24.
- [10] J. O. Hahn, R. Rajamani, and L. Alexander, "GPS-based real-time identification of tire-road friction coefficient," *Ieee Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, no. 3, pp. 331-343, May, 2002.
- [11] L. R. Ray, "Nonlinear tire force estimation and road friction identification: Simulation and experiments," *Automatica*, vol. 33, no. 10, pp. 1819-1833, Oct, 1997.
- [12] H. Tsunashima, M. Murakami, and J. Miyata, "Vehicle and road state estimation using interacting multiple model approach." pp. 750-758.
- [13] L. R. Ray, A. Ramasubramanian, and J. Townsend, "Adaptive friction compensation using extended Kalman-Bucy filter friction estimation," *Control Engineering Practice*, vol. 9, no. 2, pp. 169-179, Feb, 2001
- [14] L. R. Ray, A. Ramasubramanian, and J. Townsend, "Adaptive friction compensation using extended Kalman-Bucy filter friction estimation," *Control Engineering Practice*, vol. 9, no. 2, pp. 169-179, Feb, 2001
- [15] C. Canudas-De-Wit, P. Tsiotras, E. Velenis *et al.*, "Dynamic friction models for road/tire longitudinal interaction," *Vehicle System Dynamics*, vol. 39, no. 3, pp. 189-226, Mar, 2003.
- [16] Y. Furukawa, N. Yuhara, S. Sano, H. Takeda and Y. Matsushita, "A Review of Four-Wheel Steering Studies from the Viewpoint of Vehicle Dynamics and Control," *Vehicle System Dynamics*, 18, pp. 151-186, 1989.
- [17] J. Ackermann, "Robust Decoupling, Ideal Steering Dynamics and Yaw Stabilization of 4WS Cars," *Automatica*, vol. 30, no. 11, pp.1761-1768, 1994.
- [18] V.Nikzad. S. and M. Naraghi, "Model Reference Tracking Control of A 4WS Vehicle Using Single and Dual Steering Strategies," *SAE 2002 Transactions, Journal of Passenger Cars : Mechanical Systems*, no. 2002-01-1590, pp.1841-1851.
- [19] Y. Shibahata, K. Shimada and T. Tomari, "Improvement of Vehicle Maneuverability by Direct Yaw Moment Control," *Vehicle System Dynamics*, vol. 22, pp. 456-481, 1993.
- [20] M. abe, "Vehicle dynamics and control for improving handling and active safety: from four-wheel steering to direct yaw moment control," *Proc. Insn. Mech. Engrs.*, vol. 213, Part K, pp. 87-101, June 1999.
- [21] P. Raksincharoensak, M. Nagai and M. Shino, "Lane keeping control strategy with direct yaw moment control input by considering dynamics of electric vehicle," *Vehicle System Dynamics*, vol. 44, pp. 192-201, 2006.
- [22] E. Esmailzadeh, A. Goodarzi, G.R. Vossoughi, "Optimal yaw moment control law for improved vehicle handling," *Mechatronics*, vol. 13, pp. 659-675, 2003.
- [23] M. Mirzaei, "A new strategy for minimum usage of external yaw moment in vehicle dynamic control system," *Transportation Research Part C*, vol. 18, pp. 213-224, 2010.
- [24] R. Rajamani, *Vehicle Dynamics and Control*, New York: Springer-Verlag, 2006

# 行政院國家科學委員會補助國內專家學者出席國際學術會議報告

100年8月12日

附件三

報告人姓名	蕭得聖	服務機構及職稱	國立交通大學 電機工程學系
時間 會議 地點	June 29 -July 1, 2011 San Francisco, USA	本會核定 補助文號	NSC 99-2220-E-009 -024 -
會議 名稱	(中文) 2011 年美國控制研討會 (英文) American Control Conference, 2011		
發表 論文 題目	(中文) 車輛每個輪胎摩擦力之穩健估測法 (英文) Robust Estimation of the Friction Forces Generated by Each Tire of a Vehicle		

## 一、參加會議經過

American Control Conference (ACC) 為美國規模最大的控制領域研討會，由 IFAC、IEEE、ASME 等著名研究學會共同贊助，每年吸引著全世界的頂尖學者參與，共同發表一千多篇的論文。會議共計三天，每天的議程包括一~二個 plenary lecture 與三個時段的論文發表。每個時段皆有 18 個平行進行的主題，內容涵蓋所有近代控制理論與應用層面的重要議題，例如車輛控制、機器人控制、網路控制、錯誤診斷、能源控制、適應控制、學習控制、線性與非線性控制等等。

筆者此次發表的論文為關於輪胎摩擦力之估測法。鑒於輪胎摩擦力對車輛運動的關鍵影響，以及在緊急狀況下仍須保持車身穩定的控制需求，近年來有關輪胎力量、路面摩擦係數的估測等研究愈來愈受重視。本論文是筆者研究團隊嘗試解決相關問題的首次成果，內容提出一些創新想法，包括同時考慮輪胎側向與縱向力、同時估測所有輪胎之側向力等。論文內容受到 Clemson University 的 Beshah Ayalew 教授的讚賞，會後除互相交換意見外，並希望日後能有合作機會。

## 二、與會心得

控制技術在生醫方面的應用日漸受到重視。UC Santa Barbara 的 Francis J. Doyle III 教授展示了利用 model predictive control 理論控制糖尿病患者的血糖濃度，令人大開眼界。至於筆者從事的車輛控制部分，仍佔有多個 Session，顯示仍為國際學者關注的對象。其議題包含輪胎力量、路面摩擦力的估測。另外 Han-Shue Tan 博士等人提出駕駛人在切換車道時的駕駛模型，透過大量的資料分析，並結合控制理論的概念，成功地利用簡單的模型預測切換車道的駕駛行為，令人印象深刻。

### 三、考察參觀活動(無是項活動者省略)

(略)

### 四、建議

生醫相關議題日漸受到重視，其研究必須組成跨領域的團隊，例如前述 UC Santa Barbara 的例子，計畫主持人 Francis J. Doyle III 教授是機械背景，他的研究團隊包括有 UCSB 醫學院的成員，還有廠商支援設備與器材。但綜觀近年生醫與工程結合的發展，有進展者似乎仍侷限於少數議題，例如糖尿病的血糖控制、生理資訊的感測晶片等等。鑒於生醫研究為高門檻、高風險，如政府部門有意提倡生醫技術，應協助跨領域與產官學界的合作，將有限資源投置於最適合的研究，並建立合理嚴謹的稽核制度，避免資源排擠與錯置。

### 五、攜回資料名稱及內容

Proceedings of the 2011 American Control Conference (CD)

### 六、其他

(略)

# 國科會補助計畫衍生研發成果推廣資料表

日期:2011/10/04

國科會補助計畫	計畫名稱: 子計畫二: 具有即時路況適應能力與最小耗能之輪內馬達驅動控制(3/3)
	計畫主持人: 蕭得聖
	計畫編號: 99-2220-E-009-024- 學門領域: 晶片科技計畫--整合型學術研究計畫

無研發成果推廣資料

99 年度專題研究計畫研究成果彙整表

計畫主持人：蕭得聖		計畫編號：99-2220-E-009-024-					
計畫名稱：具通信功能之車用功率系統晶片--子計畫二：具有即時路況適應能力與最小耗能之輪內馬達驅動控制(3/3)							
成果項目		量化			單位	備註（質化說明：如數個計畫共同成果、成果列為該期刊之封面故事...等）	
		實際已達成數（被接受或已發表）	預期總達成數(含實際已達成數)	本計畫實際貢獻百分比			
國內	論文著作	期刊論文	0	0	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%		
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（本國籍）	碩士生	2	2	100%	人次	
		博士生	1	1	100%		
博士後研究員		0	0	100%			
專任助理		0	0	100%			
國外	論文著作	期刊論文	0	3	0%	篇	
		研究報告/技術報告	3	3	100%		
		研討會論文	1	3	33%		
		專書	0	0	100%	章/本	
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（外國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
博士後研究員		0	0	100%			
專任助理		0	0	100%			

<p>其他成果 (無法以量化表達之成果如辦理學術活動、獲得獎項、重要國際合作、研究成果國際影響力及其他協助產業技術發展之具體效益事項等，請以文字敘述填列。)</p>	<p>無</p>
--	----------

	成果項目	量化	名稱或內容性質簡述
科 教 處 計 畫 加 填 項 目	測驗工具(含質性與量性)	0	
	課程/模組	0	
	電腦及網路系統或工具	0	
	教材	0	
	舉辦之活動/競賽	0	
	研討會/工作坊	0	
	電子報、網站	0	
	計畫成果推廣之參與(閱聽)人數	0	

# 國科會補助專題研究計畫成果報告自評表

請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況、研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）、是否適合在學術期刊發表或申請專利、主要發現或其他有關價值等，作一綜合評估。

## 1. 請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況作一綜合評估

達成目標

未達成目標（請說明，以 100 字為限）

實驗失敗

因故實驗中斷

其他原因

說明：

## 2. 研究成果在學術期刊發表或申請專利等情形：

論文： 已發表  未發表之文稿  撰寫中  無

專利： 已獲得  申請中  無

技轉： 已技轉  洽談中  無

其他：（以 100 字為限）

## 3. 請依學術成就、技術創新、社會影響等方面，評估研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）（以 500 字為限）

### 1. 學術成就

本研究之相關成果已陸續撰寫成論文投稿，部分已發表於大型國際會議，且受到好評，未來有機會可展開國際合作，加強學術研究的深度與廣度。

### 2. 技術創新：

本研究發展之即時輪胎力估測法，較文獻上已有方法更優異之處在於可同時估測車輛四個輪胎之縱向力與側向力，且有考慮摩擦力圓之限制，使估測更精準。本方法亦同時估測與更新車輛重要參數，使得輪胎摩擦力之估測結果不受車輛參數變動影響。

本研究發展之最佳化輪胎力量分配控制系統，較諸其他車輛控制系統，更能有效率地使用輪胎摩擦力，並考慮了輪胎的非線性動態，故可在緊急狀態下保持車輛運動的穩定性。且本方法考慮了輪胎模型的不確定，故其穩健性較佳。

### 3. 社會影響：

本研究旨在增加電動車行車之安全性，鑑於電動車為未來趨勢，本研究可提高電動車之安全性，使其較一般內燃機引擎車輛更具吸引力，在推廣電動車使用時，可收到更好的效果，對未來節能減碳也會有助益。