

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

利用新式編碼法研製全像散射元件

Fabrication of Holographic Diffuser with Novel Coding Method

計畫編號：NSC 89-2215-E-009-023

執行期限：民國 88 年 8 月 1 日至民國 89 年 7 月 31 日

主持人：蘇德欽教授 國立交通大學光電工程研究所

計畫參與人員：蔡明宏、林鵬飛、陳敬恆、林俊佑

一、中文摘要

電腦全像片相位編碼方法加以改良，使其適用於平頂光束整形元件。這個方法的優點是有效而簡潔。模擬結果顯示設計出的元件效能與所預期的十分接近。

關鍵詞：電腦全像片、相位編碼、光束整形

Abstract

We improved Chou's method of phase coding for computer-generated hologram to design a flat-top beam shaping element. It is simple and efficient. The simulated results show that its performance is consistent with what we expected.

Keywords: computer-generated hologram, phase coding, beam shaping.

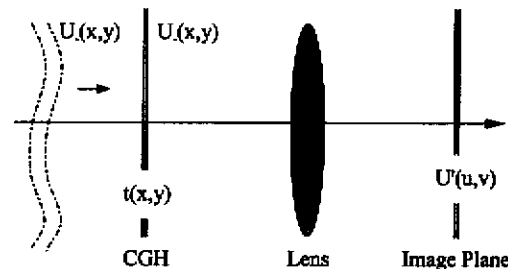
二、緒論

常見的表面蝕刻(surface relief)型繞射元件主要可分為三種基本形式：微透鏡(microlens)、繞射光柵以及電腦全像片(computer-generated hologram)。目前電腦全像片的趨勢是利用電腦輔助設計與積體電路相關技術加以製作。設計元件常需要繁複的數學與電腦運算，而在製作上也需相當高的精確度。M. Zhou¹曾提出全像元件編碼(coding)的新方法，不同於一般較常見的電腦反覆疊代計算²或是光追蹤

³方式，而以解析數學形式為主。此方法不但較為簡單，也沒有某些編碼方法『忽略元件穿透函數之振幅部分』的缺點，且它特別適用於成像分佈函數為解析形式且理想元件穿透函數無相位項者。

由於 Zhou 法之特性，該方法將十分適合應用於光束整形(beam shaping)散射元件。我們對 Zhou 的方法進行適當的改良，並將之應用在矩形分佈的平頂(flat-top)成像元件。

三、原理



圖(一) Fourier 轉換光學系統

根據 Fourier 光學理論，電腦全像片實際上可視為是波前調制器(wavefront modulator)，其功能可以用複振幅(complex amplitude)穿透函數來表示。如圖(一)所示之基本 Fourier 轉換光學系統，若入射波前 $U(x,y)$ 與像平面上之成像複振幅分佈 $U'(u,v) = A'(u,v)\exp[j\theta'(u,v)]$ 為已知，則所需之繞射光學元件的複振幅穿透函數 $t(x,y)$ 可表示為

$$\begin{aligned}
t(x,y) &= U_+(x,y)/U_-(x,y) \\
&= FT^{-1}\{U'(u,v)\}/U_-(x,y) \\
&= FT^{-1}\{A'(u,v)\exp[j\theta'(u,v)]\}/U_-(x,y) \\
&= A(x,y)\exp[j\theta(x,y)].
\end{aligned}
\tag{1}$$

其中 FT^{-1} 表示 Fourier 反轉換。如圖 (二) 所示，若我們將元件分割為二維之單位格 (cell) 陣列，每個單位格尺寸為 $\delta x \times \delta y$ 並由兩個相位值組成， ds_1 與 ds_2 分別對應相位 θ_1 與 θ_2 。理論上只要 ds_1 與 ds_2 兩者面積相等，其形狀並無限制。我們考慮製程上的相容性，將單位格內的相位分佈安排如圖 (二)，而不使用 M. Chou 的原始設計。當 $\delta x \times \delta y$ 足夠小時，經由計算可得到

$$\begin{cases}
A(m\delta x, n\delta y) = \cos\left[\frac{\theta_1(m\delta x, n\delta y) - \theta_2(m\delta x, n\delta y)}{2}\right], \\
\theta(m\delta x, n\delta y) = \frac{\theta_1(m\delta x, n\delta y) + \theta_2(m\delta x, n\delta y)}{2}
\end{cases}
\tag{2}$$

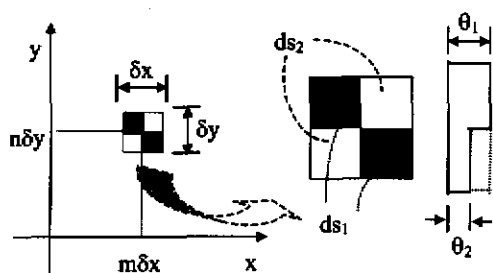


圖 (二) 繞射元件上的相位結構

亦即利用不同的相位值可以呈現出我們想到的元件穿透函數 $t(x,y)$ 。對於理想的矩形平頂成像分佈，可用 $rect$ 函數表示為

$$U'(u,v) = rect\left(\frac{u}{a}\right)rect\left(\frac{v}{b}\right),
\tag{3}$$

其中 $a \times b$ 為成像矩形之大小。上式之 Fourier 反轉換為 $sinc$ 函數，因此 $t(x,y)$ 可表示為

$$t(x,y) = sinc\left(\frac{\sin\theta_x}{\lambda}x\right)sinc\left(\frac{\sin\theta_y}{\lambda}y\right),
\tag{4}$$

其中 $\theta_x = a/f$ 、 $\theta_y = b/f$ ， λ 為入射波長，

f 為透鏡焦距。將上式與 (1) 式 (假設平面波入射， $U_-(x,y)=1$) 比較可以發現， $\theta(x,y)=0$ 因而 (2) 式中可得 $\theta_1 = -\theta_2$ 。此時不但可簡化計算，亦可看出無相位項之穿透函數選擇此編碼方式的特點：將實數振幅函數完全以相位形式表示之。

在元件設計過程中，為了符合光學微影 (optical lithography) 製程形成的多階結構，理想的相位值必需量化 (quantization) 為實際元件的相位分佈。

四、數值模擬

首先我們假設入射光為平面波，波長 632.8 nm，全像元件尺寸為 $256 \times 256 \mu m^2$ ，單位格尺寸為 $\delta x = \delta y = 2 \mu m$ ，而 $\sin\theta_x = \sin\theta_y = 0.1$ ，圖 (三) 是元件的理想穿透函數 $A(x,y)$ ，由於此函數相對 x 軸、 y 軸皆對稱，因此僅繪出其中一象限之圖形。圖 (四) 是以理想穿透函數所得到的理想成像分佈。

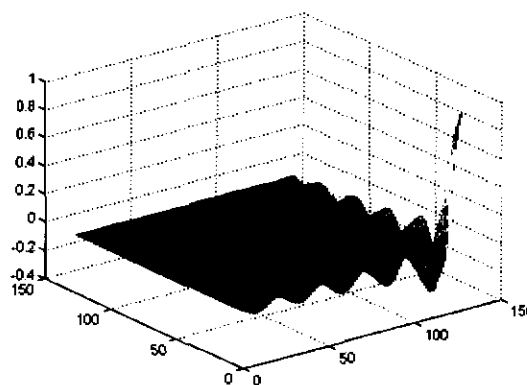
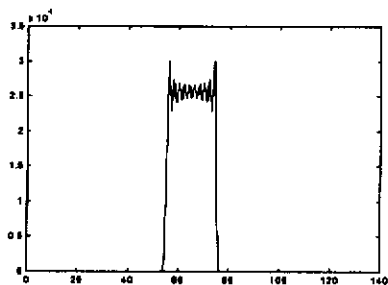
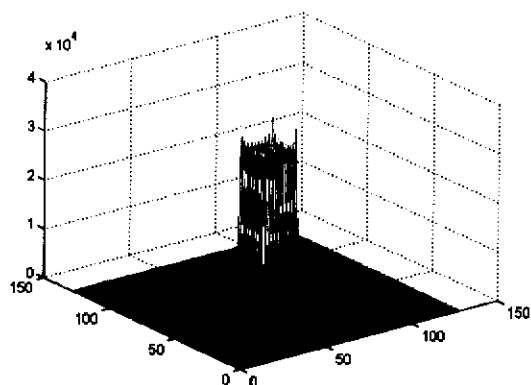


圖 (三) 理想的元件穿透函數

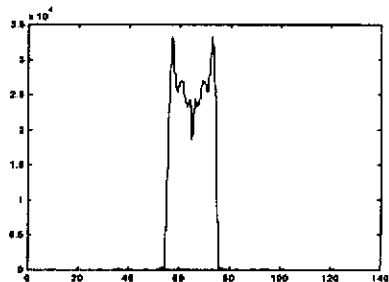
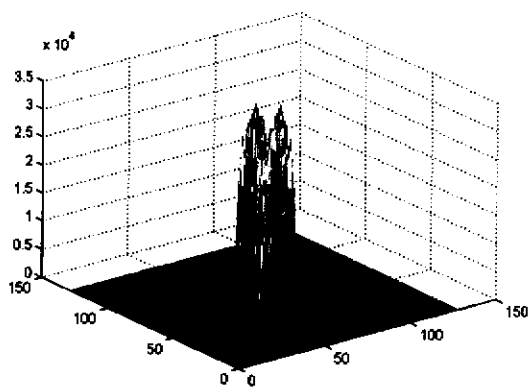
將 $A(x,y)$ 以前面描述的方法求出元件上每個單位格的相位 θ_1 與 θ_2 ，利用圖 (二) 的結構編碼並量化為 16 階，其對應的成像結果繪於圖 (五)。圖 (六) 則是在相同條件下，元件之相位分佈量化為 32 階，所得到的成像結果。所有成像分佈圖形之強度為任意單位，但每個圖的強度單位相同。

我們可以發現增加相位量化階數對於成像結果的影響並不大，這可能是因為

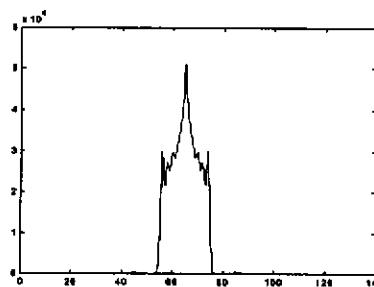
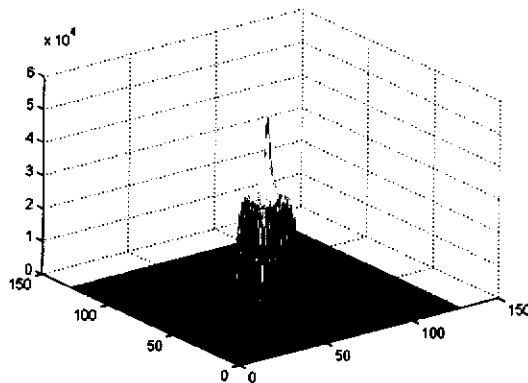
穿透函數本身的特性所致。由圖(三)可看出，此函數在原點附近變化很大，而其他區域幾乎沒有變化。這將使得量化時容易造成函數的失真。



圖(四) 理想成像分佈



圖(五) 16 階相位量化元件之成像分佈



圖(六) 32 階相位量化元件之成像分佈

五、結論

在本研究中，編碼方法加以改良，使其適用於光束塑形之相位型電腦全息片，且不需要繁複的數值運算。模擬結果顯示，以我們這個方法所設計出的元件，可以得到與理想元件近似的成像分佈。在實際元件的製作上，可以利用光微影與蝕刻技術實現我們所計算出的元件相位分佈。

六、參考文獻

1. M. Chou, et al., Opt. Eng., Vol. 37, pp. 1488-1493 (1998)
2. R. Hutchins, et al., Appl. Opt., Vol. 36, pp. 2313-2318 (1997)
3. M. A. Golub, et al., Opt. Eng., Vol. 35, pp. 1400-1406 (1996)
4. T. Dresel, et al., Appl. Opt., Vol. 35, pp.4615-4621 (1996)