

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫  成果報告  
 期中進度報告

## 擬似三維異重流及沉滓運移模式之發展與測試 (二)

Development and Examination of A Pseudo-3D Model for Density Current and Sediment Movement (2)

計畫類別： 個別型計畫  整合型計畫  
計畫編號：NSC97-2221-E-009-083-MY3  
執行期間：97年8月1日至100年7月31日

計畫主持人：楊錦釗教授  
共同主持人：  
計畫參與人員：鍾浩榮

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告  完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：期中報告不提供公開查詢

執行單位：國立交通大學土木工程學系

中華民國 99 年 5 月 29 日

## 一、緣由與目的

集水區泥砂一旦進入河道便會往庫區運移，最先入庫的渾水所挾帶的沉滓主要為細泥，由於細泥的比重輕，縱使經過沉砂設施仍無法如同砂一樣沉澱，因此入庫的泥多以懸浮狀態向壩址運移，在水體濁度隨著降雨持續而增加的情況下，渾水會順勢潛入水體底層，形成上層比重較小之清水層與下層比重較大之渾水層的水體分層現象；根據北區水資源局於 93 年艾利颱風過後在阿姆坪附近的量測資料顯示，在水位標高 220 公尺處水體的濁度小於 200 度，但在水位標高 220 公尺處水體濁度則介於 50,000 至 200,000 度，水庫若於底層設置排砂設施能在颱風期間排渾蓄清，不僅降低水體濁度，並能減少泥砂淤積而延長水庫使用年限。

影響水庫泥砂運移與淤積的條件可分為兩種，一是影響泥砂進入水庫的質與量的因子，影響質的因子包含泥砂粒徑、沉降速度、比重、形狀、黏性與擴散係數等，影響量的因子包含集水區地質與地形、降雨量與降雨強度及其季節分布、土壤特性與植被、表土沖蝕與土地開發等；二是影響水庫泥砂運移能力的因子，包含水庫幾何如寬度、深度、形狀等，以及水理因子如坡降、粗糙度、水力半徑、流量及其時間分布、流速及其空間分布等；這些因子並非完全獨立，有些因子對淤砂的影響也不完全明朗。後者是控制河道河床質載(bed material load)輸送能力的主要因素，但河床質載於水庫上游端即因流速銳減而沉降，僅剩沖洗載(wash load)進入庫區，由此可知水庫泥砂淤積多由前者控制；至於河床質載與沖洗載如何區分並不明確，理論上，沖洗載為河道中無法淤積的部分，可以  $D_{10}$  作為區分，然實務上常以 200 號篩(0.0625mm)區分，也是土壤分類法中，砂(sand)與沉泥(silt)的界限。

目前發展中之三維模式如 Neary(1995,1999)發展完全三維分流模式，假設水面變化不大採固定水面網格，考慮紊流流場特性，探討取水工流場分布特性。Gessler et al(1999)發展三維動床模式探討彎道流場特性與底床變動現象，考慮紊流效應與懸浮載分布，並探討底床變動與河床沖蝕、懸浮載沉降、河床載傳輸等機制。Ahsan and Blumberg(1999)發展三維水理模式探討湖泊內水質問題與溫度分布，假設水庫內靜水壓分布，由水平方向動量方程式求解水平方向流場，代入連續方程式得到垂直方向速度，並考慮紊流擴散之效應。Gross et al(1999)以三維水理模式 TRIM3D (Casulli and Cattani, 1994)為基礎，加入污染質傳輸與狀態方程

式發展一半隱式(semi-implicit)有限差分鹽度模式，模擬南舊金山灣鹽度之長期變化。Cesare et al(2001)以二相流(two-phase flow)之商業計算流體力學(CFD)模式 CFX-4 植入輸砂連續方程式，藉以模擬異重流(density current)在水庫內的運動行為與底床淤積狀況。另外，以積分平均概念發展之擬似三維分層水理模式有 Choi(1998,1999)採消散 Galerkin 有限元素法發展分層平均泥石流模式，採用移動與固定格網並行方式探討泥石流進入水庫之前進速度與淤積現象。曹(1995)採用水平與垂直動量方程式分離之概念，計算三維流場與密度流之傳輸，主要是先以水深平均二維模式計算水深與平均流速，再以垂直動量方程式求解流速與密度在垂直方向之分布。

本年度考量現地應用時，為能夠適切描述河川、水庫之側壁邊界，因此水平採正交曲線座標，垂直方向採 sigma 座標，而為能夠簡化三維模式之理論複雜度，以水平垂直分離之概念進行擬似三維模式之建構。

## 二、理論基礎

### 1.水理控制方程式

三維水理方程式

本研究三維水理模式是假設靜水壓分布下，正交曲線座標之淺水波方程式

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u \partial u}{h_1 \partial \xi} + \frac{v \partial u}{h_2 \partial \eta} + \omega \frac{\partial u}{\partial \sigma} + \frac{uv}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{v^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{u' \partial u'}{h_1 \partial \xi} + \frac{v' \partial u'}{h_2 \partial \eta} + \frac{\omega'}{d} \frac{\partial u'}{\partial \sigma} + \frac{\overline{u'v'}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{\overline{v'v'}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \\
 & = -\frac{g}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} (z_b + d) + \frac{\mu}{\rho h_1 h_2} \left\{ \right. \\
 & \quad \frac{2h_2}{h_1} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{2h_2}{h_1} \right) \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{2v}{h_1} \right) + \frac{\partial h_2}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{v}{h_2} \right) + h_2 \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} \left( \frac{v}{h_2} \right) \\
 & \quad + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{h_1^2}{h_2} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{h_1^2}{h_2} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + h_1^2 h_2 \frac{\partial^2 (u/h_1)}{\partial z^2} + h \frac{\partial}{\partial \xi \partial z} \omega \left. \right\} \\
 & \quad + \frac{1}{\rho h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \mu \left[ \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial u}{\partial \eta} \right] - \frac{1}{\rho h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} 2\mu \left[ \frac{1}{h_2} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{u}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \eta} \right] \\
 & (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u \partial v}{h_1 \partial \xi} + \frac{v \partial v}{h_2 \partial \eta} + \omega \frac{\partial v}{\partial \sigma} + \frac{uv}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{u^2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{u' \partial v'}{h_1 \partial \xi} + \frac{v' \partial v'}{h_2 \partial \eta} + \frac{\omega' \partial v'}{d \partial \sigma} + \frac{\overline{u' v'}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{\overline{v' v'}}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\
& = -\frac{g}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} (z_b + d) + \frac{\mu}{\rho h_1 h_2} \left\{ \right. \\
& \quad \frac{h_2^2}{h_1} \frac{\partial^2 (v/h_2)}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{h_2^2}{h_1} \right) \frac{\partial v/h_2}{\partial \xi} + \frac{\partial h_1}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{u}{h_1} \right) + h_1 \frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \xi} \left( \frac{u}{h_1} \right) + \frac{\partial (h_1/h_2)}{\partial \eta} \frac{\partial v}{\partial \eta} \\
& \quad + \frac{2h_1}{h_2} \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} + \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{2u}{h_2} \right) + h_1 h_2^2 \frac{\partial^2 (v/h_2)}{\partial z^2} + h \frac{\partial}{\partial \eta \partial z} \omega \left. \right\} \\
& \quad + \frac{1}{\rho h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \mu \left[ \frac{h_2}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{v}{h_2} + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{u}{h_1} \right] - \frac{1}{\rho h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} 2\mu \left[ \frac{1}{h_2} \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{u}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \right] \\
& (2)
\end{aligned}$$

$$P = \rho g (z_b + d) \quad (3)$$

t=時間； $\xi, \eta$ =平面上兩正交曲線座標軸； $z_b$ =底床高程； $h_1, h_2$ =兩正交曲線座標軸之轉換係數； $\mu$ 為黏滯係數； $u, v = \xi, \eta$ 方向速度；分別為其中上標 t 為時間平均項。

水平二維水理方程式

$$\frac{\partial d}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (h_2 U d) + \frac{\partial}{\partial \eta} (h_1 V d) \right] = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{h_1} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{V}{h_2} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} U V - \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} V^2 \\
& + \frac{1}{dh_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{z_b}^{z_s} u'^2 dz + \frac{1}{dh_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \int_{z_b}^{z_s} u' v' dz + \int_{z_b}^{z_s} u' v' dz \frac{2}{h_1 h_2} \frac{1}{d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \left( \int_{z_b}^{z_s} u'^2 dz - \int_{z_b}^{z_s} v'^2 dz \right) \frac{1}{h_1 h_2} \frac{1}{d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \\
& = -\frac{g}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} (z_b + d) - \frac{\tau_{b_1}}{\rho_m d} \\
& (5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{U}{h_1} \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{V}{h_2} \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} U V - \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} U^2 \\
& + \frac{1}{dh_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_{z_b}^{z_s} u' v' dz + \frac{1}{dh_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \int_{z_b}^{z_s} v'^2 dz + \int_{z_b}^{z_s} u' v' dz \frac{2}{h_1 h_2} \frac{1}{d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \left( \int_{z_b}^{z_s} v'^2 dz - \int_{z_b}^{z_s} u'^2 dz \right) \frac{1}{h_1 h_2} \frac{1}{d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\
& = -\frac{g}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} (z_b + d) - \frac{\tau_{b_2}}{\rho_m d} \\
& (6)
\end{aligned}$$

式中，t=時間； $z_b$ =底床高程；d=水深； $\rho_m$ =含砂水流密度； $\xi, \eta$ =平面上兩正交

曲線座標軸； $h_1, h_2$ =兩正交曲線座標軸之轉換係數； $U, V=\xi, \eta$  方向水深平均速度； $g$ =重力加速度；下標 $s, b$  分別代表變數在水面與底床的值； $\tau_{b_i}$ =底床剪應力在 $\xi$ 與 $\eta$ 方向之分量； $u'=(u-U), v'=(u-V)$ 為縱向與側向流速在垂直方向上，與水深平均流速的偏差量。

垂直方向之動量方程式是將 $u=U+u'$ 以及 $v=V+v'$ 帶入三維控制方程式(式1, 式2)，考量靜水壓分布並忽略水平方向剪應力，減去二維水理控制方程式(式5, 式6)，得到以下各式：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{U}{h_1} \frac{\partial u'}{\partial \xi} + \frac{u'}{h_1} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{u'}{h_1} \frac{\partial u'}{\partial \xi} + \frac{V}{h_2} \frac{\partial u'}{\partial \eta} + \frac{v'}{h_2} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \frac{v''}{h_2} \frac{\partial u'}{\partial \eta} \\ & + \frac{w}{d} \frac{\partial u'}{\partial \sigma} + \frac{u'v' + u'V + Uv'}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \frac{v'^2 + 2Vv'}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \\ & - \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{d} \int_{z_b}^{z_s} u'^2 dz - \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{d} \int_{z_b}^{z_s} u'v' dz - \int_{z_b}^{z_s} u'v' dz \frac{2}{h_1 h_2} \frac{1}{d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} - \left( \int_{z_b}^{z_s} u'^2 dz - \int_{z_b}^{z_s} v'^2 dz \right) \frac{1}{h_1 h_2} \frac{1}{d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \\ & = f_c v' + \frac{\mu}{\rho_m d^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial u'}{\partial \sigma} \right) + \frac{\tau_{b_1}}{\rho_m d} + P_1' \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{U}{h_1} \frac{\partial v'}{\partial \xi} + \frac{u'}{h_1} \frac{\partial V}{\partial \xi} + \frac{u'}{h_1} \frac{\partial v'}{\partial \xi} + \frac{V}{h_2} \frac{\partial v'}{\partial \eta} + \frac{v'}{h_2} \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{v''}{h_2} \frac{\partial v'}{\partial \eta} \\ & + \frac{w}{d} \frac{\partial v'}{\partial \sigma} + \frac{(u'V + Uv' + u'v')}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \frac{(2Uu' + u'^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\ & - \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{d} \int_{z_b}^{z_s} u'v' dz - \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{d} \int_{z_b}^{z_s} v'v' dz - \int_{z_b}^{z_s} u'v' dz \frac{2}{h_1 h_2} \frac{1}{d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} - \left( \int_{z_b}^{z_s} v'^2 dz - \int_{z_b}^{z_s} u'^2 dz \right) \frac{1}{h_1 h_2} \frac{1}{d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \\ & = -f_c u' + \frac{\mu}{\rho_m d^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial v'}{\partial \sigma} \right) + \frac{\tau_{b_2}}{\rho_m d} + P_2' \end{aligned} \quad (8)$$

$f_c$ 為科氏力係數， $P_1, P_2$ 為密度差異所產生的源項，將於後續成果中說明。

## 2. 濃度傳輸與動床模式

本研究中採用狀態函數來反映體積濃度( $C_v$ )對含砂水流密度( $\rho_m$ )之影響： $\rho_m = \rho_s C_v + \rho_w (1 - C_v)$ ，式中 $\rho_s$ =乾砂密度， $\rho_w$ =清水密度

輸砂控制方程式為某一粒徑之懸浮載質量守恆方程式、某一粒徑於作用層(active layer)之質量守恆方程式及整體河床沉滓運移之質量守恆方程等三個方程

式。分別表示如下

對某一粒徑懸浮載之質量守恆方程式:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{U}{h_1} \frac{\partial C}{\partial \xi} + \frac{V}{h_2} \frac{\partial C}{\partial \eta} = \frac{S_s}{\rho d} \quad (9)$$

對某一粒徑於作用層之質量守恆方程式:

$$\rho_s(1-p)h_1h_2 \frac{\partial(\beta E_m)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi}(h_2q_{b_1}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(h_1q_{b_2}) + S_s - S_E = 0 \quad (10)$$

整體河床輸砂之質量守恆方程式:

$$\rho_s(1-p)h_1h_2 \frac{\partial z_b}{\partial t} + \sum \left[ \frac{\partial}{\partial \xi}(h_2q_{b_1}) + \frac{\partial}{\partial \eta}(h_1q_{b_2}) + S_s \right] = 0 \quad (11)$$

C= 深度平均懸浮質濃度;  $Z_b$ =底床高程;  $\rho_m$  = 渾水密度;  $\rho_s$  = 泥砂密度;  
 $\beta$ =粒徑百分比;  $p$ = 孔隙率;  $E_m$  = 作用層厚度, 模式中假設為 0.2~0.5(m);  $S_E$  =  
 作用層源(source of active layer);  $q_{bi}$  =  $i$  方向(水流方向或垂直水流方向)某一粒徑  
 之河床載通量;  $S_s$  為懸浮載源(source of suspending load),  $\varepsilon_1$ 、 $\varepsilon_2$  =  $\xi$ 、 $\eta$  方向  
 之亂流傳輸係數;  $e_2$  = 環流傳輸係數。

此輸砂控制方程式求解 C、 $\beta$ 、 $Z_b$  等三個變數, 其餘未知數須以經驗公式  
 求解。

#### 4. 邊界條件

水理於上游、下游可採用流量、水位以及開放邊界, 水面邊界考量風剪力, 底床  
 採用非滑移邊界。

濃度於自由液面與底床邊界假設為零, 且不考慮底床與水體間之泥砂交換(淤積  
 與再懸浮), 上游入流濃度邊界可採用觀測流量-濃度率定曲線, 下游邊界可假設  
 濃度梯度為零。

#### 5. 數值方法

水理方面, 以 Hsieh and Yang(2003)所提及之二階分割操作求解水平二維模  
 式之流速與水深, 在此不多作敘述, 垂直方向以多時階法求解, 將垂直動量方程  
 式改寫為下式

$$\frac{\partial u'}{\partial t} - \frac{\mu}{d^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial u'}{\partial \sigma} \right) + \frac{u'}{h_1} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{v'}{h_2} \frac{\partial U}{\partial \eta} + \omega \frac{\partial u'}{\partial \sigma} = M_1 \quad (12)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} - \frac{\mu}{\rho d^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial v'}{\partial \sigma} \right) + \frac{u'}{h_1} \frac{\partial v'}{\partial \xi} + \frac{v'}{h_2} \frac{\partial v'}{\partial \eta} + \omega \frac{\partial v'}{\partial \sigma} = M_2 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} M_1 = & f_c v' + \frac{\tau_{b_1}}{\rho d} + P_1' - \frac{U}{h_1} \frac{\partial u'}{\partial \xi} - \frac{u'}{h_1} \frac{\partial u'}{\partial \xi} - \frac{V}{h_2} \frac{\partial u'}{\partial \eta} - \frac{v'}{h_2} \frac{\partial u'}{\partial \eta} \\ & - \frac{(u'v' + u'U + v'V)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{v'^2 + 2Vv'}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{d} \int_{z_b}^{z_s} u'^2 dz + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{d} \int_{z_b}^{z_s} u'v' dz \\ & + \int_{z_b}^{z_s} u'v' dz \frac{2}{h_1 h_2} \frac{1}{d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \left( \int_{z_b}^{z_s} u'^2 dz - \int_{z_b}^{z_s} v'^2 dz \right) \frac{1}{h_1 h_2} \frac{1}{d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} \\ M_2 = & -f_c u' + \frac{\tau_{b_2}}{\rho d} + P_2' - \frac{U}{h_1} \frac{\partial v'}{\partial \xi} - \frac{u'}{h_1} \frac{\partial v'}{\partial \xi} - \frac{V}{h_2} \frac{\partial v'}{\partial \eta} - \frac{v'}{h_2} \frac{\partial v'}{\partial \eta} \\ & - \frac{(u'V + Uv' + u'v')}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \frac{(2Uu' + u'^2)}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{d} \int_{z_b}^{z_s} u'v' dz + \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{d} \int_{z_b}^{z_s} v'v' dz \\ & + \int_{z_b}^{z_s} u'v' dz \frac{2}{h_1 h_2} \frac{1}{d} \frac{\partial h_2}{\partial \xi} + \left( \int_{z_b}^{z_s} v'^2 dz - \int_{z_b}^{z_s} u'^2 dz \right) \frac{1}{h_1 h_2} \frac{1}{d} \frac{\partial h_1}{\partial \eta} \end{aligned}$$

本研究以隱式 Adam-Mouton 處理式 (12) 以及式 (13) 等號左項，以顯示 Adam-Bashforth 處理  $M_1$  及  $M_2$  等項，並以中央差分法離散空間項，如下列各式。

$$\begin{aligned} & 12 \frac{u^{m+1} - u^m}{\Delta t} \\ & - 5 \frac{\mu}{\rho d^2} \left( \frac{u_{k+1}^{(n+1)} - u_k^{(n+1)}}{(\sigma_{k+1} - \sigma_k)(\sigma_k - \sigma_{k-1})} - \frac{u_k^{(n+1)} - u_{k-1}^{(n+1)}}{(\sigma_k - \sigma_{k-1})^2} \right) \\ & + 5 \frac{u_p^{(n+1)}}{2h_{1p}} (U_{i+1}^{(n+1)} - U_{i-1}^{(n+1)}) + 5 \frac{v_p^{(n+1)}}{2h_{2p}} (U_{j+1}^{(n+1)} - U_{j-1}^{(n+1)}) + 5\omega_p^{(n+1)} \left( \frac{u_{k+1}^{(n+1)} - u_{k-1}^{(n+1)}}{\sigma_{k+1} - \sigma_{k-1}} \right) \\ & - 8F_u^n + F_u^{n-1} = 23M_1^n - 16M_1^{n-1} + 5M_1^{n-2} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & 12 \frac{v^{m+1} - v^m}{\Delta t} \\ & - 5 \frac{\mu}{\rho d^2} \left( \frac{v_{k+1}^{(n+1)} - v_k^{(n+1)}}{(\sigma_{k+1} - \sigma_k)(\sigma_k - \sigma_{k-1})} - \frac{v_k^{(n+1)} - v_{k-1}^{(n+1)}}{(\sigma_k - \sigma_{k-1})^2} \right) \\ & + 5 \frac{u_p^{(n+1)}}{2h_{1p}} (V_{i+1}^{(n+1)} - V_{i-1}^{(n+1)}) + 5 \frac{v_p^{(n+1)}}{2h_{2p}} (V_{j+1}^{(n+1)} - V_{j-1}^{(n+1)}) + 5\omega_p^{(n+1)} \left( \frac{v_{k+1}^{(n+1)} - v_{k-1}^{(n+1)}}{\sigma_{k+1} - \sigma_{k-1}} \right) \\ & - 8F_v^n + F_v^{n-1} = 23M_2^n - 16M_2^{n-1} + 5M_2^{n-2} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} F_u^n = & \frac{\mu}{\rho d^2} \left( \frac{u_{k+1}^{(n)} - u_k^{(n)}}{(\sigma_{k+1} - \sigma_k)(\sigma_k - \sigma_{k-1})} - \frac{u_k^{(n)} - u_{k-1}^{(n)}}{(\sigma_k - \sigma_{k-1})^2} \right) \\ & - \frac{u_p^{(n)}}{2h_{1p}} (U_{i+1}^{(n)} - U_{i-1}^{(n)}) - \frac{v_p^{(n)}}{2h_{2p}} (U_{j+1}^{(n)} - U_{j-1}^{(n)}) - \omega_p^{(n+1)} \left( \frac{u_{k+1}^{(n)} - u_{k-1}^{(n)}}{\sigma_{k+1} - \sigma_{k-1}} \right) \end{aligned}$$

$$F_v = \frac{\mu}{\rho d^2} \left( \frac{v_{k+1}^{(n+1)} - v_k^{(n+1)}}{(\sigma_{k+1} - \sigma_k)(\sigma_k - \sigma_{k-1})} - \frac{v_k^{(n+1)} - v_{k-1}^{(n+1)}}{(\sigma_k - \sigma_{k-1})^2} \right) - \frac{u_p^{(n)}}{2h_{1p}} (V_{i+1}^{(n+1)} - V_{i-1}^{(n+1)}) - \frac{v_p^{(n)}}{2h_{2p}} (V_{j+1}^{(n)} - V_{j-1}^{(n)}) - \omega_p^{(n)} \left( \frac{v_{k+1}^{(n)} - v_{k-1}^{(n)}}{\sigma_{k+1} - \sigma_{k-1}} \right)$$

## 四、結果與討論

### 1. Ekman 方程式模擬

V. M. Ekman 在1905針對地球自轉產生之科氏力以及風剪力所造成的水深方向流速分布推導出解析解，

$$u(z) = V_0 \exp\left(\frac{\pi z}{D}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{D} + 45^\circ\right) \quad (16)$$

$$v(z) = V_0 \exp\left(\frac{\pi z}{D}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{D} + 45^\circ\right) \quad (17)$$

其中， $V_0 = \tau^s / \rho / \sqrt{2\omega v \sin \phi}$ ， $D = \pi \sqrt{v / (\omega \sin \phi)}$ 。

本測試案例使用長 400m、寬 400 m、水深 30m 之開放邊界水體，側向風剪力  $1.5 \text{ N/m}^2$ ，科氏力係數為  $1.22\text{E-}4$ ，模式使用參數設定如下：格網大小為  $20\text{m} \times 20\text{m}$ 、 $\rho = 1013 \text{ kg/m}^3$ 、 $\nu = 0.065 \text{ m}^2/\text{s}$ 。

圖 1 為使用層數對模擬結果之影響的比較，可以發現使用層數在 20 層與 40 層之影響已經不具明顯差異，因此往後之模擬均以 20 層作為模擬層數設定。

圖 2 為模擬結果與解析解之比較，可以發現本研究數值模式在科氏力與風剪同時作用下，縱向流速與側量流速之模擬結果可適切符合解析解。然本案例之解析解僅考慮之黏滯力與科氏力平衡，為線性之動量方程式。式(12)與式(13)中等號左邊的 3~5 項的非線性項並未反應在此案例中，此三項在明渠流中影響移流擴散效應，因此有必要以明渠流案例作進一步探討。

### 2. 直線渠道

假設一矩形渠道長 5km、寬 100m、糙度係數 0.035、底床坡降 1/2000，通過單寬流量每公尺寬 3.987cms，正常水深 3.0m， $\alpha$  值經(20)式概算為 0.0304。上游邊界速度採用使用邊界入流量平均分配於該迭代之通水斷面，下游邊界則採用率定曲線，亦即速度之流向梯度為零，底床採不滑移邊界，側壁則採滑移邊界。

(1) 底床邊界對河道流速剖面之影響



由於本研究未考慮邊壁效應(wall effect)，因此底床附近之流速變化仍不夠顯著；基於邊壁效應之概念，由於邊壁效應影響範圍厚度不大，若將底床之不滑移邊界改成水深平均速度之一定百分比，則可用來近似邊壁效應。本研究以  $u/U=u_r$  分別為 0.3、0.4、0.5 探討邊壁效應近似之結果。圖 3 為不同百分比對無因次流速剖面之影響，並與 Naot and Rodi (1982) 之水槽試驗量測剖面比較。從圖中可看出當底床速度設定為水深平均流速之 0.5 倍時，模擬結果仍無法有效與實驗值近似，且  $u_r=0.3$  到 0.5 等三個案例之模擬結果差異並不明顯，主要係由於本研究模式尚未考量紊流效應對流速剖面之影響，因此於下節討論紊流修正對河道流速剖面之影響。

## (2) 紊流修正對河道流速剖面之影響

前述的垂直一維動量方程式，在求解  $\partial\tau_{zx}/\partial\sigma$  及  $\partial\tau_{zy}/\partial\sigma$  時，並未考量紊流應力之作用，本研究參考曹(1995)之方法，將模式進行修正，如下式所列。

$$\frac{\partial}{\rho d \partial \sigma} \tau_{zx} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{zx}}{d \partial \sigma} = \frac{1}{\rho} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u'}{\partial \sigma^2} \left[ \frac{1}{d^2} \rho \nu + \frac{1}{d} \rho \kappa^2 |U| \sigma^2 e^{-\psi \sigma} \right] \\ + \frac{1}{d} \frac{\partial u'}{\partial \sigma} \kappa^2 |U| \left[ 2 \rho \sigma e^{-\psi \sigma} - \psi \sigma \rho \sigma^2 e^{-\psi \sigma} \right] \end{array} \right\} \quad (18)$$

式(18)為水流方向之修正，側方向亦同。其中  $\psi$  為待定係數，本研究採用  $\psi=0, 3, 4, 5$ ，0 表示忽略修正效應，並以  $u_r=0.5$  近似底床邊界。將模擬結果與 Naot and Rodi (1982) 實驗值進行比較，如圖 4 所述，由圖可發現  $\psi=3$  時與實驗數據較為相近，顯示經過參數  $\psi$  調整後，紊流修正對本案例之模擬有正面之幫助。

## 五、成果自評

本研究將數值模式建構為水平正交曲線座標、垂直sigma正交曲線座標系統，並且以水平、垂直分離概念進行三維水理求解，希冀應用在天然河川時能更有效模擬現地之水理及異重流濃度運移。目前結果為水理模式建構後之模擬結果，泥沙濃度運移僅具二維模擬能力，三維模式之異重流及沉滓運移子模式持續建構中，進度稍微落後。

## 參考文獻

1. 俞維昇(1991)，水庫沉滓運動特性之研究，國立台灣大學土木工程學研究所博士論文。

2. 經濟部水利處水利規劃試驗所(1999),阿公店水庫防淤操作模型試驗及檢討計畫報告。
3. 國立交通大學防災工程研究中心(2003),水庫沉滓運移模式研究與應用(2/2) —以石門水庫為例,經濟部水利署委託研究報告。
4. 曹之獻(1995),擬似三維感潮河口水流及質量傳輸計算,國立台灣大學土木工程學研究所碩士論文。
5. Ashan, A.K.M.Q., Blumberg, A.F., (1999), "Three-dimensional hydrothermal model of Onon- daga lake, New York", *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, 125(6), 912-923.
6. Casulli, V., Cattani, E. (1994), "Stability, accuracy and efficiency of a semi-implicit method for three dimensional shallow water flow", *Comp. & Math. with App.*, 27(4), 99-112.
7. Cesare, G.D., Schleiss, A. (2001), and Hermann, F., "Impact of Turbidity Currents on Reservoir Sedimentation", *J. Hydraulic Eng.*, 127(1), 6-16.
8. Choi, S.U. (1998), "Layer-averaged modeling of two dimensional turbidity currents with a dissipative Galerkin finite element method, Part I: Formulation and application example", *J. Hydraulic Res.*, 36(3), 339-362.
9. Choi, S.U. (1999), "Layer-averaged modeling of two dimensional turbidity currents with a dissipative Galerkin finite element method, Part II: Sensitivity analysis and experimental verification", *J. Hydraulic Res.*, 37(2), 257-271.
10. Elder, J.W. (1959), "The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow", *J. Fluid Mech.*, 5, 544-560.
11. Gessler, D., Hall, B., Spasojevic, M., Holly, F., Pourtaheri, H. and Raphael, N. (1999), "Application of 3D mobile bed, Hydrodynamic model", *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, 125(7), 737-749.
12. Gross, E.S., Koseff, J.R., Monismith, S.G. (1999), "Three-dimensional salinity simulations of south San Francisco Bay", *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, 125(11), 1199-1209.
13. Heaps, N.S. (1984), "Vertical structure of current in homogeneous stratified waters", *Hydrodynamics of lakes*, K. Hutter ed., 154-202.
14. Jobson, H.E. and Sayre, W.E. (1970), "Vertical transfer in open channel flow", *J. Hydraulic Div.*, 96, 703-724.

15. Naot, D. and Rodi, W. (1982), "Calculation of secondary currents in channel flow", *J. Hydraulic Div.*, 108, 948-968.
16. Neary, V.S. (1995), *Numerical modeling of diversion flows*, Ph.D. Thesis, Univ. of Iowa.
17. Neary, V.S., Sotiropoulos, F. and Odgaard, A.J. (1999), "Three-dimensional numerical model of lateral intake inflows", *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, 125(2), 126-140.

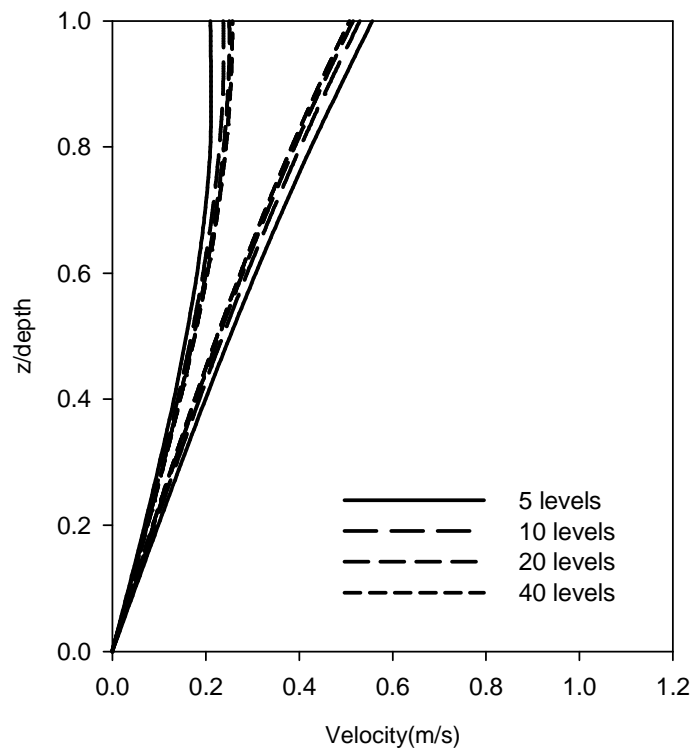


圖 1 層數對流速剖面之影響

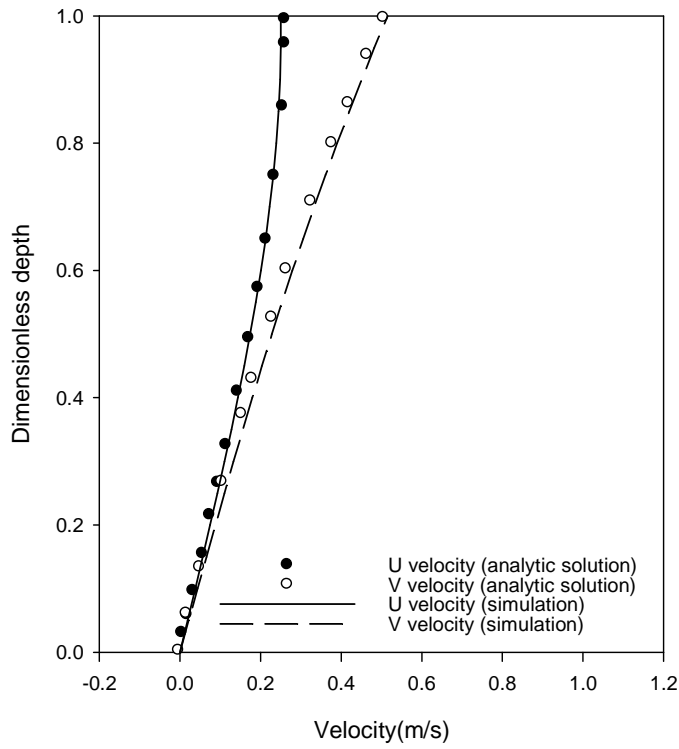


圖2 層數設定為20之流速剖面與Ekman解析解比較

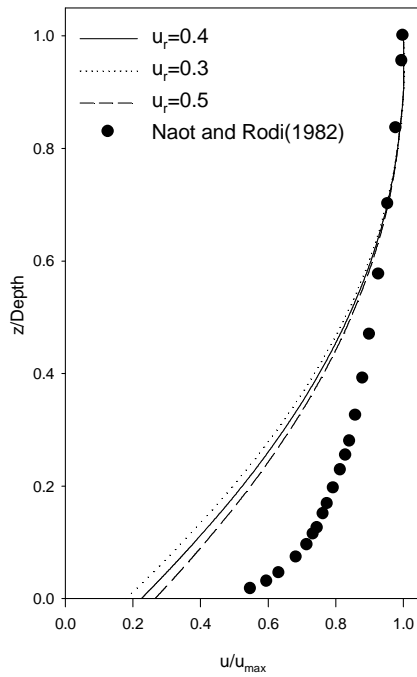


圖3 不同底床邊界速度近似之流速剖面與實驗值之比較

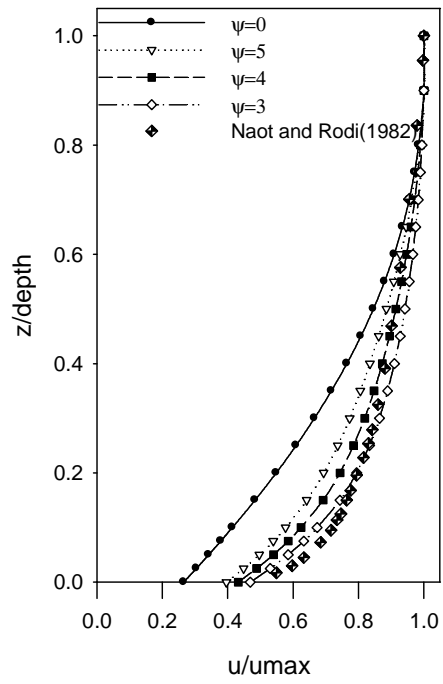


圖 4 紊流修正後流速剖面與實驗值之比較