

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

## 應用車輛辨識系統提昇起迄旅次矩陣推估之研究 (I/III)

### Application of Automatic Vehicle Identification System to Enhance the Estimation of O-D Matrices (I/III)

計畫編號：NSC 96-2628-E-009-171-MY3

執行期限：96年8月1日至99年7月31日

主持人：邱裕鈞 交通大學交通運輸研究所 副教授

計畫參與人員：閻姿慧、黃彥斐 交通大學交研所博士班研究生  
許珮珊 交通大學交研所碩士班研究生

#### 一、中文摘要

本計畫第一年期旨在應用車輛辨識系統 (automatic vehicle identification, AVI) 提昇靜態起迄旅次矩陣之推估。車牌辨識系統 (license plate recognition system, LPR) 是 AVI 的一種技術，其隨著影像辨識技術之成熟。該系統可用於自動辨識車牌號碼，並加以儲存、比對及處理。如在高速公路上部分路段加以設置，即可比對各通過車輛之實際行駛路段，相較於路段偵測器可提供更多起迄流量推估之所需資訊。

基此，本研究建構一雙層數學規劃模式。其中，上層以設置成本、起迄旅次推估誤差率及隱私權侵犯等最小化為目標，決策變數為 LPR 之設置區位。下層模式則依據上層設置 LPR 區位所能提供之交通資訊，進行靜態起迄旅次推估。最後，利用遺傳演算法進行模式求解。

為驗證本模式之有效性與應用性，分別應用於簡例及實例 (中山高)。結果均顯示 LPR 最佳設置區位位於路網兩端及中間流量較高之區段。次佳區位則會選擇設在流量較低區段，以減少隱私權之侵犯。

**關鍵字：**起迄旅次矩陣推估、車輛辨識系統、雙層數學規劃、遺傳演算法

#### Abstract

The objective of this project in the first year is to apply the technique of automatic vehicle identification (AVI) to enhance the estimation of OD matrices. License plate recognition system (LPR) is one of the most popular and mature AVI techniques, which can efficiently identify, store and match

license plate numbers of passing vehicles to provide partial trail information for the estimation of O-D matrices.

Based on this, this study proposes a bi-level multi-objective programming model to determine the optimal locations of LPR by minimizing three objectives: error rate of estimated O-D matrix, LPR installation cost and privacy invaded. Due to the combinatorial characteristics of this problem, genetic algorithm (GA) is employed to solve the optimal locations of LPR. A pseudoinverse technique is further used to estimate the O-D matrix based on the information provided by loop detectors at roadway segments as well as by LPR installed at some selected locations. These extra traffic equations are derived from a pairwise comparison of the recognized license plate numbers between any two arbitrary LPR.

To investigate the applicability and effectiveness of our proposed model and solving algorithms, one exemplified example and one field case study (Taiwan No.1 freeway) are conducted. The results consistently show that the optimal locations of LPR would be at both ends and middle of a series of the segments with heavy link traffic, should a relative small number of LPR be installed. For wider coverage, additional LPR may be installed at the segments with light link traffic to account for the privacy invasion.

**Keywords :** O-D matrices estimation, license plate recognition, bilevel programming, genetic

algorithm.

## 二、前言

高速公路起迄交通量係交通管理政策研擬(如匝道儀控、主線速率控制、通行費率調整)及交通設施規劃(如匝道數、車道數、收費站區位設置)之重要參考資訊。然在未實施匝道閉闔式收費前,高速公路起迄交通量僅能透過龐大之人工調查方式加以取得,耗費大量人力與時間。卓訓榮及陳信雄[7]即指出其主要困難在於:1.需要大量人力物力、時間及成本。2.實地調查困難,如需攔車及路邊訪問等。3.大批資料之後續處理困難。4.調查及處理資料時易發生錯誤。5.統計抽樣上的問題。因此,我國自民國78年以人工測得起迄交通量矩陣後,即未再實施相關之調查計畫。因此,許多研究乃轉而利用路段偵測器所測得之流量資訊來反推起迄交通量,其演算法如卡門濾波法、數學規劃法、最大概似法,以及最小平方法等。惟由於以路段流量反推起迄交通量矩陣時,面臨求解變數數量(即起迄流量)遠超過路段流量關係式,所以無法聯立求解,故必須搭配用路人行為、統計貝氏理論或歷史起迄矩陣等假設資訊之輔助,方能加以求解。

有關路段流量反推起迄矩陣的研究甚多,廖珉鋒[4]將其分為兩大類型:靜態起迄旅次矩陣(static O-D matrix)推估,以及依時性的動態旅次起迄矩陣(dynamic O-D matrix)推估。而在此兩大方向下,依照各個地區及交通環境不同的情況下各自發展了許多方法使有不同的適用性。較早期的旅次起迄推估模式大部分假設旅次起迄間不需要考慮旅行時間,或是旅行時間唯一固定值,在此假設下的旅次起迄推估模式皆屬於靜態方式。靜態旅次起迄推估模式的優點為操作方便,並且在求解上較有效率,而解的品質也在可接受的範圍之內。首先由Robillard[16]提出由路段觀測流量推估起迄旅次矩陣的觀念,並提出一般化重力模型(Generalized Gravity Model),顯示路段流量對於旅次量的推估,可以提供有效的資訊。該模型中起迄旅次量採用比例指派(proportional assignment model)的方式(即旅次使用路段的比例與起迄旅次量互

相獨立),以得到路段流量,且不考慮路段的容量限制。採用比例指派法的相關研究還有Willusmsen[18]、Van Zuylen and Willusmsen[19]、和Bell[10]等,其中Willusmsen所採用的極大熵法跟Van Zuylen所採用的最小資訊法被應用的程度最廣。另外還有統計推估方法,此法是利用統計估計模式,加上交通量資料、抽樣估計、指派模式等資訊進行推估,使用此法的研究有Mather[15]的Bayesian法、Cascetta[12]的一般化最小平方法及Bell[10]的限制最小平方法等。惟這些演算法均有其假設前提與限制條件,無法適用於所有狀況,也難以保證其求解精確度。然隨著高速公路先進交通管理科技之發展,未來能獲得之交通資訊勢必逐漸增加,對於起迄流量之精確估計將更有把握。其中,車牌辨識系統(license plate recognition system, LPR)基於車牌之獨一性,利用影像辨識技術,自動記錄通過之車牌,作為自動收費或自動執法之依據。而透過兩座以上LPR之儲存車牌資料之比對,更可提供某一車輛之行跡,作為旅行時間(旅行速度)估計之基礎。除此之外,更重要的是,這些車牌記錄資料也能提供較路段流量更有效之交通資訊,提高起迄交通量之關係式,有助於起迄流量之精準估計。

理論上,若能在高速公路的每一個路段(兩兩交流道間)或在每座上、下匝道上均設置一座LPR,即可準確計算起迄交通量資料。然而,囿於政府經費限制及用路人隱私權之考量,LPR之設置數量勢必有所限制。因此,有必要針對LPR之設置對於起迄流量推估之準確性加以研析,進而依據高速公路交流道佈設及交通量分佈狀況,求解最佳之LPR設置數量與地點。此外,由於區位選擇屬於NP-hard問題,當問題規模大時,難以有效求解,必須仰賴啟發式解法加以求解。而遺傳演算法(genetic algorithms, GAs)為巨集演算法(metaheuristics)中係最常被採用的一種求解技巧,且其在求解區位選擇等組合最佳化問題之績效已獲驗證(曾國雄等[6])。基於此,本文乃嘗試利用遺傳演算法求解不同數量下,可使起迄流量推估之誤差率最低之LPR最佳設置區位。此外,雖然近年來在路段流量反推起迄流量之研究上,多數

研究係致力於動態起迄流量推估模式之發展，即在靜態 OD 的資料上增加關於時間的資訊，以改善同起點的車輛因車速不同造成到達迄點時間不一之缺點，並且增加旅行時間資訊使得分析更為精準。但由於動態起迄流量推估模式較為複雜、所需資訊較多，而且計算也較為繁瑣，為避免模糊本研究之主要目的，本第一年度計畫先以靜態起迄流量推估模式為基礎（適合一日之起迄流量之推估），分析 LPR 之最佳地點及其對起迄流量推估誤差率之改善程度。本報告安排如下：第三章為模式構建，包括模式定式、靜態起迄矩陣推估及 LPR 增加交通資訊方程式之說明例。第四章及第五章分別為模式之簡例驗證及實例應用。最後為本計畫之結果的評論與後續課題之建議。

### 三、模式構建

本研究建構一雙層多目標數學規劃模式，用以進行 LPR 最佳區位之選擇。其中，上層為 LPR 區位選擇模式，下層為起迄旅次矩陣推估模式，分別說明如下。至於 LPR 設置後可產生之交通資訊方程式，則一併以簡例說明如下。

#### 3.1 上層模式：LPR 區位選擇

考量一線性運輸路網，如高速公路，並以  $G(N, A)$  表之，其起迄矩陣為  $T$ 。其中， $N$  是交流道集合， $A$  為基本路段集合。每一基本路段均為 LPR 候選設置位置。假設每個基本路段均至少配置一座車輛偵測器 VD，以提供通過車輛總數之資訊。為使誤差率、設置成本及隱私侵犯最小化，LPR 之區位選擇模式可模化如下：

$$\text{Min } E = \sum_{i=1}^{|N|-1} \sum_{j=i+1}^{|N|} \frac{|t_{ij} - \hat{t}_{ij}|}{t_{ij}} \quad (1)$$

$$\text{Min } C = \sum_{k=1}^{|A|} y_k c \quad (2)$$

$$\text{Min } P = \sum_{i=1}^{|N|} \sum_{j=1}^{|N|} \delta_{ij} t_{ij} \quad (3)$$

Subject to:

$$x_k = \sum_{i=1}^k \sum_{j=k+1}^{|N|} \hat{t}_{ij}, \text{ for all } k, i, j. \quad (4)$$

$$|A| \delta_{ij} \geq \sum_{k=i}^{j-1} y_k, \text{ for all } k, i, j. \quad (5)$$

$$\delta_{ij} \leq \sum_{k=i}^{j-1} y_k, \text{ for all } k, i, j. \quad (6)$$

$$\hat{t}_{ij} = f(y_1, y_2, \dots, y_k, \dots, y_{|A|}), \text{ for all } i, j. \quad (7)$$

$$y_k = \{1, 0\}, \text{ for all } k. \quad (8)$$

其中， $y_k$  是 0-1 決策變數， $y_k=1$  表區段  $k$  設置一座 LPR； $y_k=0$  則否。 $x_k$  表在區段  $k$  之 VD 所測得交通量。 $t_{ij}$  表由交流道  $i$  (起點) 到交流道  $j$  (迄點) 之實際交通量。 $\hat{t}_{ij}$  由交流道  $i$  (起點) 到交流道  $j$  (迄點) 之推估交通量，for  $i, j=1, 2, \dots, |N|$  and  $j > i$ 。 $\delta_{ij}$  是一個 0-1 變數， $\delta_{ij}=1$  表由交流道  $i$  (起點) 到交流道  $j$  (迄點) 之 O-D 旅次對被至少一座 LPR 記錄； $\delta_{ij}=0$ ，則否。 $|N|$  是交流道總數。 $|A|$  是基本區段總數。 $c$  表一座 LPR 之設置成本。 $E$  表 O-D 矩陣之推估誤差率。 $C$  表 LPR 之總設置成本。 $P$  表 LPR 所記錄之總車輛數，用以代表隱私侵犯程度。此三目標則利用簡單加權法加以彙整成單一目標，即：

$$\text{Min } Z = \alpha \left( \frac{E - E_{\min}}{E_{\max} - E_{\min}} \right) + \beta \left( \frac{C - C_{\min}}{C_{\max} - C_{\min}} \right) + \gamma \left( \frac{P - P_{\min}}{P_{\max} - P_{\min}} \right) \quad (9)$$

#### 3.2 下層模式：起迄旅次矩陣推估

Robillard 提出由路段流量推估起迄旅次矩陣之模式。該模式起迄旅次量係採用比例指派 (proportional assignment model) 的方式 (即旅次使用路段的比例與起迄旅次量互相獨立)，以得到路段流量。此篇研究所採用的是都市路網，因此必須考慮路口轉向及比例指派，設定一簡單路網如下：

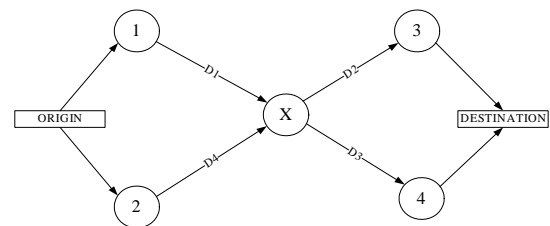


圖1 起迄路網圖

路段流量與起迄流量及指派比例之關係如下列四式所示：

$$D_1 = T_{13} F_{D1}^{13}(l) + T_{14} F_{D1}^{14}(l) + e_1 \quad (10)$$

$$D_2 = T_{13}F_{D_2}^{13}(I) + T_{23}F_{D_2}^{23}(I) + e_2 \quad (11)$$

$$D_3 = T_{14}F_{D_3}^{14}(I) + T_{24}F_{D_3}^{24}(I) + e_2 \quad (12)$$

$$D_4 = T_{23}F_{D_4}^{23}(I) + T_{24}F_{D_4}^{24}(I) + e_4 \quad (13)$$

其中， $D_k$ ：路段 $k$ 之流量。 $T_{ij}$ ：起迄對 $ij$ 流量（起點 $i$ 至迄點 $j$ ）。 $F_{D_k}^{ij}(I)$ ：路段 $k$ 流量分配至起迄對 $ij$ 流量之第1階段指派比例。 $e_4$ ：路段 $k$ 流量之分配誤差。

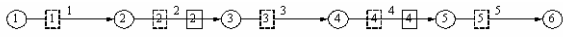
此四式亦可利用矩陣加以表示，即：

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{D_1}^{13}(1) & F_{D_1}^{14}(1) & 0 & 0 \\ F_{D_2}^{13}(1) & 0 & F_{D_2}^{23}(1) & 0 \\ 0 & F_{D_3}^{14}(1) & 0 & F_{D_3}^{24}(1) \\ 0 & 0 & F_{D_4}^{23}(1) & F_{D_4}^{24}(1) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_{13} \\ T_{14} \\ T_{23} \\ T_{24} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} \quad (13)$$

可簡單寫成  $\mathbf{D}=\mathbf{F}\mathbf{T}+\mathbf{e}$ ，可先求出矩陣 $(\mathbf{D}\mathbf{D}')$ 的虛擬反矩陣(pseudoinverse)， $(\mathbf{D}\mathbf{D}')^{-1}$ ，由定理  $\hat{\mathbf{T}}=(\mathbf{F}\mathbf{F}')^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{D}$  可得之所需推估之旅次起迄矩陣。

### 3.3 LPR提供資訊之說明例

LPR所提供之交通方程式（traffic information equation）係透過兩兩LPR所記錄之車牌號碼兩兩比對而得。當然，不同設置位置之LPR即會得出不同之交通方程式。為便於說明，假設有一條6座交流道之高速公路。若兩座LPR分別設於第二及第四區段，如圖2。



Note: (●) : #\* interchange    # : #\* segment    [ ] : #\* loop detector    [ ] : LPR installed at #\* segment

圖 2 設置兩座 LPR 之說明例

5 條交通方程式可由 VD 偵測之路段流量而得：

$$x_k = \sum_{i=1}^k \sum_{j=k+1}^N t_{ij}$$

$$x_1 = t_{12} + t_{13} + t_{14} + t_{15} + t_{16} \quad (14)$$

$$x_2 = t_{13} + t_{14} + t_{15} + t_{16} + t_{23} + t_{24} + t_{25} + t_{26} \quad (15)$$

$$x_3 = t_{14} + t_{15} + t_{16} + t_{24} + t_{25} + t_{26} + t_{34} + t_{35} + t_{36} \quad (16)$$

$$x_4 = t_{15} + t_{16} + t_{15} + t_{26} + t_{35} + t_{36} + t_{45} + t_{46} \quad (17)$$

$$x_5 = t_{16} + t_{26} + t_{36} + t_{46} + t_{56} \quad (18)$$

3 條交通方程式則可透過此兩座 LPR 所記錄車牌號碼之比對而得：

$$|l_2 \cap l_4| = t_{15} + t_{16} + t_{25} + t_{26} \quad (19)$$

$$|l_2 - l_2 \cap l_4| = t_{13} + t_{14} + t_{23} + t_{24} \quad (20)$$

$$|l_4 - l_2 \cap l_4| = t_{35} + t_{36} + t_{45} + t_{46} \quad (21)$$

其中， $l_k$  表設置在區段  $k$  之 LPR 所成功記

錄之車牌號碼集合。 $\cap$  表交集。若  $x_1 = 50$ ， $x_2 = 120$ ， $x_3 = 180$ ， $x_4 = 190$ ， $x_5 = 150$ ， $|l_2 \cap l_4| = 60$ ， $|l_2 - l_2 \cap l_4| = 60$ ， $|l_4 - l_2 \cap l_4| = 140$ ，則利用 pseudoinverse 技術所推估 O-D 矩陣誤差率為：23.93%。

若在第 3 個區段額外設置一座 LPR 則可另外再產生下列 6 條方程式。

$$|l_2 \cap l_3| = t_{14} + t_{15} + t_{16} + t_{24} + t_{25} + t_{26} \quad (22)$$

$$|l_2 - l_2 \cap l_3| = t_{13} + t_{23} \quad (23)$$

$$|l_3 - l_2 \cap l_3| = t_{34} + t_{35} + t_{36} \quad (24)$$

$$|l_3 \cap l_4| = t_{15} + t_{16} + t_{25} + t_{26} + t_{35} + t_{36} \quad (25)$$

$$|l_3 - l_3 \cap l_4| = t_{14} + t_{24} + t_{34} \quad (26)$$

$$|l_4 - l_3 \cap l_4| = t_{45} + t_{46} \quad (27)$$

若額外  $|l_2 \cap l_3| = 90$ ， $|l_2 - l_2 \cap l_3| = 30$ ， $|l_3 - l_2 \cap l_3| = 90$ ， $|l_3 \cap l_4| = 120$ ， $|l_3 - l_3 \cap l_4| = 60$ ， $|l_4 - l_3 \cap l_4| = 80$ ，則 O-D 矩陣推估之誤差率則降至 12.32%。

## 四、模式驗證與應用

以下以小規模簡例，透過窮舉法驗證本求解方法之精確度，再以中山高為實例進行應用分析。以驗證本模式之可應用性。

### 4.1 簡例

為驗證本模式之精確性與可用性，本文假設一條設有 8 座交流道之高速公路，共計 7 個可供選擇設置 LPR 之區位，並隨機產生一組起迄流量矩陣。至於遺傳演算法之相關參數設定如下：染色體長度為 7，族群數設定為 50，採雙點交配及基因突變，突變率設定為 0.01。

由於全線至多可設置 7 座 LPR，故染色體長度設定為 7，所有可行解之數量為  $2^7=128$  組。由於本研究擬同時利用窮舉法找出最佳解，用以驗證遺傳演算法之求解績效，故特設計此一小型路網。為探討不同座數 LPR 對起迄流量矩陣推估誤差率之影響，本研究分別變化 LPR 之座數（由零座至五座），進行求解。由於本問題規模甚小，故遺傳演算法均約只需 3-4 代即達



9.16%，但LPR佈設率高達70.43%，且75.43%之旅次均將被記錄。

表4 不同 $\alpha$ 值LPR最佳設置座數及目標值

$\alpha$	Number of LPR	E	C	P
0.50	10	49.09%	24.39%	27.19%
0.55	11	55.33%	26.83%	28.26%
0.60	11	43.08%	26.83%	28.83%
0.65	12	42.79%	29.27%	30.91%
0.70	15	38.48%	36.59%	38.91%
0.75	16	34.34%	39.02%	41.46%
0.80	18	31.99%	43.90%	45.03%
0.85	19	28.09%	46.34%	47.89%
0.90	24	19.17%	58.54%	62.66%
0.95	29	9.16%	70.73%	75.43%

## 五、結論

為有效且精確推估起迄流量，本研究建構一雙層多目標數學規劃模式，上層為LPR區位選擇模式，下層為起迄矩陣推估模式。三個目標分別為：起迄旅次矩陣推估誤差率最低、LPR設置成本最低及記錄車輛數量最少（隱私侵犯程度）。最後，利用遺傳演算法加以求解。

為驗證本模式之有效性與應用性，本研究分別進行簡例驗證及實例應用。其中，簡例為一具有八座交流道之高速公路系統，配合隨機產生一組起迄流量矩陣。再利用本模式及窮舉法分別求解不同LPR座數下之最佳設置區位。結果顯示本模式確可求得最佳解，顯示本模式之有效性。而誤差率也會隨著LPR座數之增加而遞減，遞減幅度大約在5.10%-11.23%間。至於實例應用則以中山高為例。結果顯示，為驗證本模式之有效性與應用性，分別應用於簡例及實例（中山高）。結果均顯示LPR最佳設置區位位於路網兩端及中間流量較高之區段。次佳區位則會選擇設在流量較低區段，以減少隱私權之侵犯。

## 六、計畫成果自評

本計畫為三年期計畫。本年期所列之主要工作項目，主要預估研究成果如下：

- 1.了解靜態起迄旅次矩陣之推估方法與目的，以及了解各種AVI系統之辨識車輛技術。
- 2.透過AVI產生流量方程式之推導，了解

其對起迄旅次矩陣推估之助益。

- 3.透過簡例測試與比較分析，研提用於推估靜態起迄矩陣之最佳AVI設置區位，並據以提出設置之考量準則。
- 4.透過實例應用與比較分析，提出AVI之設置區位及可能發揮效益之具體建議，以供道路主管機關參考。
- 5.透過敏感度分析了解各參數對設置區位之影響，可供未來參數設定之參考。

上述各成果均已順利達成。此外，本計畫之主要成果已分別發表國際研討會2篇文章[21, 22]、國內研討會1篇學術論文[20]，並已改寫投稿學術期刊中。此外，本計畫亦用以指導兩名碩士生進行論文寫作[23, 34]及一名博士生進行論文寫作[25]，其中一名碩士生已順利畢業。

## 七、參考文獻

- 1.陳齊邦，「高速公路動態旅行時間與旅次起迄推估之研究」，淡江大學運輸科學研究所碩士論文，民國93年。
- 2.林宏晉，「不確定因素考量下之都市鄰里公園區位選擇研究」，朝陽科技大學建築及都市設計研究所碩士論文，民國92年。
- 3.廖鴻圖、邱孟佑、陳詩雅，「動態車牌辨識系統之研究」，Journal of Information, Technology and Society, p75-p86，民國90年。
- 4.廖珉鋒，「動態起迄旅次矩陣推估模型之研究」，國立中央大學土木工程研究所碩士論文，民國89年。
- 5.林楨家、馮正民，「都市計畫草圖替選方案分析模式之實例研究」，交通運輸第十七卷，p193-p162，民國87年。
- 6.曾國雄、邱裕鈞、許書耕，「主線柵欄式收費站最佳區位遺傳演算尋優法與逐步搜尋法之比較分析」，中國土木水利學刊，第九卷第一期，第171~178頁，民國86年。
- 7.卓訓榮、陳信雄，「使用路網資訊於FISK旅次矩陣估計模式之研究」，運輸計畫季刊，第二十一卷第四期，頁432-436，民國81年。
- 8.蔚台昌，「專題報導」，航港EDI網站，<http://www.mtedi.org.tw/index.htm>。
- 9.許平和、林從遠、龍天立、張學孔，「高速公路旅次起迄矩陣推估模式適用性分析」，中華民國運輸學會第七屆論文研討會，第707-721頁，民國81年。
- 10.Bell, M.G.H., "The Estimation of an Origin-Destination Matrix from Traffic Counts", Transportation Science 17, No.2, pp.198-217, 1983.
- 11.Conway, D.G., and M.A. Venkataramanan, "Genetic search and the dynamic facility layout

- problem,” *Computer and operation Research*, Vol.21, No.8 pp.955-960, 1994.
12. Cascetta, E., “Estimation of Trip Matrices from Traffic counts Data and Survey Data: a Generalized Least Square Estimator”, *Transportation Research* 18B. No. 4/5. pp.289-299,1984.
  13. Jaramillo, J.H., Bhadury, J. and Batta, R., “On the Use of Genetic Algorithms to Solve Location Problem,” *Computers and Operations Research*, Vol. 29, pp.761~779, 2002.
  14. Jasmit, S.K., Bryce T.F. and Sunderesh, S.H., “Hope: A Genetic Algorithm for the Unequal Area Facility Layout Problem,” *Computers and Operations Research*, Vol. 25, pp.583~594, 1998.
  15. Maher M. J., “Inferences on Trip Matrices from Observations on Link Volumes : a Bayesian Statical Approach”, *Transportation Research* 17B, No.6, pp.435-447,1983.
  16. Robillard, P., “Estimating the O-D Matrix from Observed Link Volumes,” *Transportation Research*, Vol.9, pp.123-128, 1975.
  17. Tate, D.M. and Smith, A.E., “Unequal-Area Facility Layout by Genetic Search”, *IIE Transactions*, Vol.27, No.4, pp.465-472, 1995.
  18. Willumsen L.G., “Estimating the Most Likely O-D Matrix from Traffic counts”, 11th Ann. Conf. Universities Transport Studies Group, University of Southampton, 1979.
  19. Van Zuylen J.H. and Willumsen, L.G., “The Most Likely Trip Matrix from Traffic Counts”, *Transportation Research* 14B, pp. 281-293, 1980.
  20. 邱裕鈞、艾嘉銘、范智超 (2005), 「用於起迄交通量預估之車牌辨識系統區位規劃問題」, 2005道路交通安全與執法國際研討會, 中央警察大學, 第403-414頁, 桃園縣, 9月29日。
  21. Chiou, Y.C. Fan, C.C. and L.W. Lan (2006) “A location selection model of license plate recognition system for enhancing the estimation of freeway O-D matrix,” presented at the 11st *International Conference for Hong Kong Society of Transportation Studies*, Hong Kong, Dec.10~12.
  22. Chiou, Y.C. and Fan, C.C. (2007) “Optimal locations of license plate recognition systems for freeway origin-destination matrix estimation,” submitted to *Journal of Advanced Transportation*. (Under review)
  23. 范智超, 「高速公路起迄旅次矩陣推估之研究」, 逢甲大學交通工程與管理學系, 碩士論文, 民國95年。
  24. 許珮珊, 「高速公路動態起迄旅次矩陣推估之研究」, 交通大學交通運輸研究所, 碩士論文 (進行中), 民國97年。
  25. 曾群明, 「應用車牌辨識系統提昇動靜態起迄矩陣推估之研究」, 交通大學交通運輸研究所, 博士論文 (進行中), 民國97年。