

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

在排隊系統裡控制到達與控制服務之理論與實務應用研究-
-子計畫一：探討有限容量 F 方策 M/G/1 排隊系統之操作特
性與敏感度分析(第 2 年)
期中進度報告(精簡版)

計畫類別：整合型

計畫編號：NSC 96-2628-E-009-025-MY3

執行期間：97 年 08 月 01 日至 98 年 07 月 31 日

執行單位：國立交通大學工業工程與管理學系(所)

計畫主持人：彭文理

處理方式：期中報告不提供公開查詢

中華民國 98 年 05 月 26 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫精簡報告

探討有限容量 F 方策 $M/G/1$ 排隊系統之操作特性與敏感度分析(2/3)

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 96-2628-E-005-025-MY3

執行期間：96年8月1日至99年7月31日

計畫主持人：彭文理 教授

共同主持人：

計畫參與人員：蘇榮弘

執行單位：國立交通大學工業工程與管理學系

中 華 民 國 9 5 年 5 月 2 5 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫精簡報告

題目：(中文) 探討有限容量 F 方策 M/G/1 排隊系統之操作特性與敏感度分析 (2/3)

(英文) Operating Characteristics and Sensitivity Analysis of the F-Policy M/G/1 Queueing System with Finite Capacity (2/3)

計畫編號：96-2628-E-009-025-MY3

執行期限：96年8月1日至99年7月31日

主持人：彭文理 教授 國立交通大學工業工程與管理系

研究人員：蘇榮弘 國立交通大學工業工程與管理系

一、中文摘要

對於第二年的計劃，我們分析有限容量 M/G/1 排隊系統結合 F 方策及在開始允許顧客進入系統之前之啟動時間具有指數分配。 F 方策排隊問題是研究控制到達的顧客進入排隊系統之最普遍議題。針對 F 方策 M/G/1/K 排隊系統，我們首先推導此排隊系統之穩態點系統大小分配之顯示公式。接著，我們推導此排隊系統之離開點隊伍大小分配之顯示公式。最後，我們利用兩者顯示公式之關係，來推導在隊伍等候時間之分配，並求出其平均等候時間。

關鍵詞： F 方策，M/G/1/K 排隊，穩態點系統大小分配，離開點隊伍大小分配，隊伍等候時間之分配

Abstract

For the second year project, we analyze a finite capacity M/G/1 queueing system with combined F -policy and an exponential startup time before start allowing customers in the system. The F -policy queueing problem studies the most common issue of controlling arrival to a queueing system. For F -Policy M/G/1/K queueing system, we first develop the explicit formulae for the system size distribution at stationary point of time. Next, we derive the queue size distribution at departure point of time.

Finally, using the relationship between two explicit formulas, we develop the distribution of the waiting time in the queue.

Keywords: F -policy, M/G/1/K queue, system size distribution at stationary point, queue size distribution at departure point, distribution of the waiting time in the queue.

二、緣由與目的

我們研究有限容量 F 方策 M/G/1 排隊系統之最佳控制。假設顧客到達時間為一般分配，而服務時間呈指數分配。當服務者開始允許顧客進入系統時，服務者需要具有指數分配之啟動時間。所謂 F 方策就是當在系統裡顧客數達到系統容量時（也就是系統飽和時），沒有任何一位顧客可以允許進到系統來接受服務，直到在系統裡有足夠的顧客已經完成服務，此時在系統裡的顧客數遞減到一個門檻值 F ($0 \leq F < K-1$)。在那時候，服務者要求一段具有指數分配之啟動時間來開始允許對顧客提供服務。此系統維持正常操作直到在系統裡的顧客數又達到系統之容量。首先，我們參考 Ke 和 Wang [10] 的方法，利用輔助變數技巧，把輔助變數視為剩餘顧客到達時間，來推導此系統之穩態解 (steady-state solutions)。本子計畫二的目的有三項：(1) 推導此排隊系統之穩態點系統大小分配之顯示公式；(2) 推導此排隊系統之離開點隊伍大小分配之顯

示公式；(3) 利用兩者顯示公式之關係，來推導在隊伍等候時間之分配，並求出其平均等候時間。

三、研究報告內容

本子計畫一將推廣 Gupta [4] 的文章（即 N 方策 $M/M/1/K$ 排隊系統含有指數分配之啟動時間），來研究 F 方策 $M/G/1/K$ 排隊系統含有指數分配之啟動時間。首先，我們利用遞迴方法來推導在系統裡顧客數之機率分配，並以 closed-form 表示。其次，我們推導此排隊系統之穩態點系統大小分配及離開點隊伍大小分配之顯示公式。最後，我們利用兩者顯示公式之關係，來推導在隊伍等候時間之分配，並求出其平均等候時間。

本子計畫一之研究成果簡略敘述如下：

1. 利用遞迴方法推導此穩態方程式之穩態解析解，並以 closed-form 表示；
2. 推導此排隊系統之穩態點系統大小分配之顯示公式；
3. 推導此排隊系統之離開點隊伍大小分配之顯示公式；
4. 我們利用兩者顯示公式之關係，來推導在隊伍等候時間之分配，並求出其平均等候時間；
5. 推導並獲得某些重要的系統特徵，如忙碌週期、閒置週期等等；
6. 給予某些機率解釋，並提供一些數值結果。

本子計畫一的主要目的是：

1. 推導此排隊系統之穩態點系統大小分配之顯示公式；
2. 推導此排隊系統之離開點隊伍大小分配之顯示公式；
3. 我們利用兩者顯示公式之關係，來推導在隊伍等候時間之分配，並求出其平均等候時間；
4. 推導並獲得某些重要的系統特徵，如忙碌週期、閒置週期等等。

四、參考文獻

1. Baker, K.R., *A note on operating policies for the queue $M/M/1$ with exponential startups*, INFOR, Vol. 11, No. 1, pp. 71-72, 1973.
2. Bell, C.E., *Characterization and computation of optimal policies for operating an $M/G/1$ queueing system with removable server*, Operations Research, Vol. 19, No. 1, pp. 208-218, 1971.
3. Borthahur, A., Medhi, J., Gohain, R., *Poisson in put queueing systems with startup time and under control operating policy*, Computers and Operations Research, Vol. 14, No. 1, pp. 33-40, 1987.
4. Gupta, S.M., *Interrelationship between controlling arrival and service in queueing systems*, Computers and Operations Research, Vol. 22, No. 10, pp. 1005-1014, 1995.
5. Gupta, U.C., Srinivasa, Rao T.S.S., *A recursive method to compute the steady state probabilities of the machine interference model : $(M/G/1)/K$* , Computers and Operations Research, Vol. 21, No. 6, pp. 597-605, 1994.
6. Gupta, U.C., Srinivasa, Rao T.S.S., *On the $M/G/1$ machine interference model with spares*, European Journal of Operational Research, Vol. 89, No. 1, pp. 164-171, 1996.
7. Heyman, D.P., *Optimal operating policies for $M/G/1$ queuing system*. Operations Research, Vol. 16, No. 2, pp. 362-382, 1968.

8. Hur, S., Paik, S.J., *The effect of different arrival rates on the N-policy of M/G/1 with server setup*, Applied Mathematical Modelling, Vol. 23, No. 4, pp. 289-299, 1999.
9. Ke, J.-C., *The operating characteristic analysis on a general input queue with N-policy and a startup time*, Mathematical Methods of Operations Research, Vol. 57, No. 2, pp. 235-254, 2003.
10. Ke, J.-C., Wang, K.-H., *A recursive method for N-policy G/M/1 queueing system with finite capacity*, European Journal of Operational Research, Vol. 142, No. 3, pp. 577-594, 2002
11. Lee, H.W., Park, J.O., *Optimal strategy in N-policy production system with early set-up*, Journal of the Operational Research Society, Vol. 48, No. 3, pp. 306-313, 1997.
12. Medhi, J., Templeton, J.G.C., *A Poisson input queue under N-policy and with a general start up time*, Computers and Operations Research , Vol. 19, No. 1, pp. 35-41, 1992.
13. Takagi, H., *A M/G/1/K queues with N-policy and setup times*, Queueing Systems, Vol. 14, No. 1-2, pp. 79-98, 1993.
14. Teghem, J.Jr., *Optimal control of a removable server in an M/G/1 queue with finite capacity*, European Journal of Operational Research, Vol. 31, No. 3, pp. 358-367, 1987.
15. Wang, K.-H., *Optimal control of a removable and non-reliable server in an M/M/1 queueing system with exponential startup time*. Mathematical Methods of Operations Research, Vol. 58, pp. 29-39, 2003.
16. Wang, K.-H., Ke, J.-C., *A recursive method to the optimal control of an M/G/1 queueing system with finite capacity and infinite capacity*, Applied Mathematical Modelling, Vol. 24, No. 12, pp. 899-914, 2000.
17. Wang, K.-H., Ke, J.-C., *Control policies of an M/G/1 queueing system with a removable and non-reliable server*. International Transactions in Operational Research, Vol. 9, pp. 195-212, 2002.
18. Wang, K.-H., Wang, T.-Y., Pearn, W.L., *Optimal control of the N policy M/G/1 Queueing System with Server Breakdowns and General Startup Times*. Applied Mathematical Modelling., (in press), 2006.
19. Yadin, M., Naor P., *Queueing systems with a removable service station*, Operations Research Quarterly, Vol. 14, pp. 393-405, 1963.