

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期中進度報告

具通信功能之車用功率系統晶片--子計畫二：具有即時路
況適應能力與最小耗能之輪內馬達驅動控制(2/3)
期中進度報告(完整版)

計畫類別：整合型
計畫編號：NSC 98-2220-E-009-037-
執行期間：98年08月01日至99年07月31日
執行單位：國立交通大學電機與控制工程學系(所)

計畫主持人：蕭得聖

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 99年05月28日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 成果報告
 期中進度報告

具通信功能之車用功率系統晶片一子計畫二：具有即時路況適應能力與最小耗能之輪內馬達驅動控制

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 97-2220-E-009 -049 -

執行期間： 98 年 8 月 1 日至 99 年 7 月 31 日

計畫主持人： 蕭得聖 助理教授

共同主持人：

計畫參與人員：劉念冀

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：國立交通大學電機系

中 華 民 國 99 年 5 月 28 日

具有即時路況適應能力與最小耗能之輪內馬達驅動控制

劉念冀
Nien-Chi Liu

蕭得聖
Tesheng Hsiao

國立交通大學電機工程學系

摘要

在現今車輛控制系統的研究中，車輛受力的情況分析佔了很重要的地位，例如，在高速公路自動駕駛中，需要分析路面狀況來做車輛行駛的決策，或是在煞車防鎖死系統上，計算輪胎與路面間的受力關係來決定煞車的強度，這些都指出得知車輛受力情況對車輛動態研究上有很大的幫助。

此研究藉由建立完整的車輛模型來模擬真實車輛的動態，再利用簡化的車輛模型與描述摩擦力特性的摩擦力圓來求解車輛每個輪胎所受的摩擦力。但在簡化車輛模型中，車輛參數的準確與否會對估測結果有很大的影響，故利用期望值最大化演算法(EM algorithm)以即時估測車輛參數。

在本研究中亦建立模擬車輛輪胎的實驗平臺，最後一部分也會利用此平臺來驗證摩擦力估測演算法的正確性。

關鍵詞：輪胎摩擦力估測、摩擦力圓、車輛動態模型

Abstract

In the development of advanced vehicle control systems, it is crucial to analyze the external forces experienced by a vehicle. For example, the automated driving systems make decisions based on the road conditions; the anti-lock braking system (ABS) adjusts the braking torque according to the friction force between the tire and the road. Therefore, it is desirable to estimate the tire-road friction in real time.

In this study, we establish a complex vehicle model for high fidelity simulation and a simplified vehicle model for synthesizing the estimation algorithm. The concept of the friction circle is considered as a constraint in estimating friction forces. However the variation of vehicle parameters results in deterioration of estimation accuracy; we thus apply the EM (Expectation-Maximization) algorithm to simultaneously on-line estimate the vehicle parameters.

Besides simulations, we also set up a hardware platform and conduct experiments to verify the proposed estimation algorithm.

Keywords: Tire Friction Estimation, Friction Circle, Vehicle Dynamic Model

1. 緒論

在台灣，平均每家每戶都有一至兩輛車，但是台灣人口密度極高，道路狹窄，交通事故頻傳，故車輛安全駕駛系統上有其存在的必要性，目前被廣泛利用的煞車防鎖死系統(ABS)對駕駛的安全性就有莫大的貢獻，如果ABS能夠擁有針對不同路況做出適當反應的能力，對車輛行駛穩定性會有很大的幫助，因此研究路面與車輛輪胎間的摩擦力成為很重要的課題，在

Yi[1]的論文中就有提到將摩擦力估測運用在車輛煞車時的適應性控制上，在另一篇 Yi[2]的論文中也是應用摩擦力估測於緊急煞車系統上，所以可以看出摩擦力的研究對車輛安全控制的重要性。

在摩擦力研究中，將車輛與摩擦力的關係依照 Muller[3]的論文分成了基於影響(Effect Based)與基於原因(Cause Based)兩種不同的研究方式，前者是研究車輛動態時的一些特性對摩擦力的影響，後者則是摩擦力導致車輛特性的變化。基於原因的研究有在摩擦力作用在輪胎上時胎面發生的化學變化，或是在 Pohl[4]的研究中使用特製的感測器來量測輪胎的物理變化。而基於影響最主要的研究在於車輛輪胎動態與地面的關係如何影響車輛輪胎所受的摩擦力，其中車輛前進所產生的滑動率(Slip ratio)與車輛轉向時所發生的車胎測滑角(Slip angle)，這兩種車輛動態時的特性與輪胎的受力有一稱為“Magic Formula”的關係式，此關係是描述了車輛輪胎所受的負載、路面的摩擦係數、滑動率、側滑角間的關係。如圖 1，可以看出在各種不同的路面摩擦係數下，滑動率對車胎所受縱向力的關係與側滑角對車胎所受側向力的關係。一般來說柏油路面的摩擦係數約為 0.85，而結冰的路面約為 0.2，摩擦係數越小車輛輪胎所受的力也越小。當滑動率或是測滑角漸漸變大時，車輛輪胎所受的力也會增大，在達到一個峰值後，滑動率與側滑角再增加時，車輛輪胎所受的力達到飽和不再增加。

由於車輛行駛所產生的滑動率與側滑角與車輛輪胎受力關係明確，所以有為數不少的研究將重心放在分析滑動率與側滑角對車輛受力的影響，在 Ray[5]的論文中建立了各種車輛在不同摩擦係數下車輛輪胎的受力關係，在實際車輛行駛時，利用當時車輛的狀況，挑選出最接近的路面摩擦係數，Hahn[6]的研究中是利用 GPS 與 DGPS 量測到的車輛速度與位置來計算滑動率與側滑角，再由此推算出車輛輪胎的受力情形。

在這項研究中，將使用完整的車輛模型作為實際車輛動態的模擬，再利用簡化的車輛模型與描述摩擦力特性的摩擦力圓來求解車輛每個輪胎所受的摩擦力，而後就是利用期望值最大化演算法[7]來做參數估測，最後是模擬結果與實驗結果。

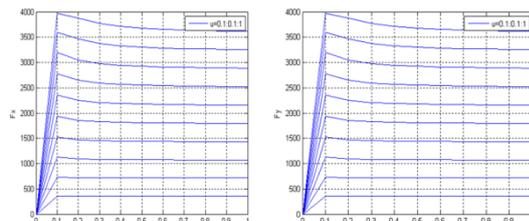


圖 1：在固定車輛負載，不同路面摩擦係數時，滑動率與縱向力之關係(左圖)以及滑動率與側向力之關係(右圖)。

2. 完整車輛模型

此研究中是利用 Hingwe[8]論文中所建立的完整車

輛模型來模擬實際車輛的動態，如圖 2。

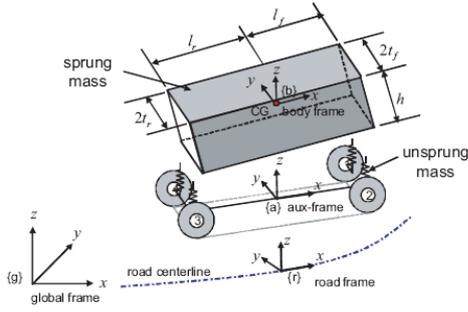


圖 2：完整車輛模型之示意圖

此完整車輛模型共分為三個部份，分別是描述車輛運動的車體，連接車體與車輛輪胎的懸吊系統，還有車輛與地面接觸的車胎，接下來分別討論這三個部分的動力學模型來建構一完整車輛模型。

I) 車體：在車體方面，利用尤拉運動方程式來推導旋轉時所產生的力矩平衡，再利用牛頓第二運動方程式推導質心在空間中三個方向直線運動所產生的力平衡。

$$\begin{aligned} m_v \mathbf{a}_x &= \sum \mathbf{F}_x \\ m_v \mathbf{a}_y &= \sum \mathbf{F}_y \\ m_v \mathbf{a}_z &= \sum \mathbf{F}_z - m_v \mathbf{g} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta &= \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta + \frac{M_x}{I_x} \\ &- \frac{I_z - I_y}{I_x} (\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\phi} \cos \theta \sin \phi) - (\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi) \\ \ddot{\theta} \cos \phi + \ddot{\psi} \cos \theta \sin \phi &= \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi + \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta \sin \phi - \dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta \cos \phi \\ &+ \frac{M_y}{I_y} - \frac{I_x - I_z}{I_y} (\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta) (\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi) \\ -\ddot{\theta} \sin \phi + \ddot{\psi} \cos \theta \cos \phi &= \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \phi + \dot{\psi} \dot{\phi} \sin \theta \cos \phi + \dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta \sin \phi \\ &+ \frac{M_z}{I_z} - \frac{I_y - I_x}{I_z} (\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta) (\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi) \end{aligned} \quad (2)$$

(1)式描述的是車輛三個方向直線移動的力平衡，x 軸為直線移動的方向，y 軸為平行移動的方向，z 軸為垂直移動的方向。(2)式為轉動的力平衡， ψ 為繞著 z 軸轉的橫擺角(yaw angle)， θ 為繞著 y 軸旋轉的俯仰角(pitch angle)， ϕ 為繞著 x 軸旋轉的側傾角(roll angle)。

接著將這些狀態與狀態的一次微分列出。如(3)式。

$$\dot{\mathbf{X}}_1 = [\dot{\theta} \ \dot{\psi} \ \dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi} \ \dot{\phi} \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T \quad (3)$$

II) 車輛懸吊：此部分是在描述車體與輪胎之間的連結，是由非線性彈簧與阻尼構成的懸吊系統。如圖 3。其中 K 為彈簧彈力係數，D 為阻尼係數，mg 為車胎質量與重力加速度之乘積，Fz 為車胎所受之正向力。因彈簧為非線性，故 K 值與其懸吊伸長量 H 有關，如(4)式，其中 C_1 、 C_2 、 C_3 為非線性彈簧的剛度。

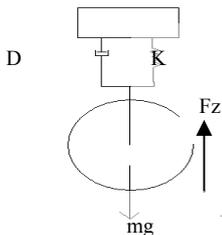


圖 3：非線性懸吊系統

$$\begin{aligned} K &= C_1 e^{c_2(H-c_3)} \\ \mathbf{H} &= \begin{cases} H, & \text{for } H \geq -mg/K \\ -mg/K, & \text{for } H \leq -mg/K \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

接著再利用力平衡的關係，可以推導出正向力 Fz 與懸吊伸長量之關係式，如(5)式：

$$\mathbf{F}_{z_i} = K\mathbf{H}_i + D\dot{\mathbf{H}}_i + m\mathbf{g} \quad (5)$$

但是在車輛行駛間，每個連接車胎的懸吊伸長量會受車體的動態所影響，所以在不同的行駛條件下，懸吊的伸長量也不同，(6)式就是不同懸吊的伸長量與車體動態的關係式。其中 $i=1,2,3,4$ 分別代表左前輪，右前輪，右後輪與左後輪。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{H}}_1 &= -\dot{z} + l_1 \dot{\theta} \cos \theta + \frac{s b_1}{2} (\dot{\theta} \sin \theta \sin \phi - \dot{\phi} \cos \theta \cos \phi) \\ \dot{\mathbf{H}}_2 &= -\dot{z} + l_1 \dot{\theta} \cos \theta - \frac{s b_1}{2} (\dot{\theta} \sin \theta \sin \phi - \dot{\phi} \cos \theta \cos \phi) \\ \dot{\mathbf{H}}_3 &= -\dot{z} - l_2 \dot{\theta} \cos \theta - \frac{s b_2}{2} (\dot{\theta} \sin \theta \sin \phi - \dot{\phi} \cos \theta \cos \phi) \\ \dot{\mathbf{H}}_4 &= -\dot{z} - l_2 \dot{\theta} \cos \theta + \frac{s b_2}{2} (\dot{\theta} \sin \theta \sin \phi - \dot{\phi} \cos \theta \cos \phi) \end{aligned} \quad (6)$$

把四個懸吊的伸長量也視為動態方程式的動態，如(7)式：

$$\dot{\mathbf{X}}_2 = [\dot{\mathbf{H}}_1 \ \dot{\mathbf{H}}_2 \ \dot{\mathbf{H}}_3 \ \dot{\mathbf{H}}_4]^T \quad (7)$$

III) 輪胎：車胎摩擦力會與輪胎的滑動率(Slip ratio)與側滑角(Slip angle)有關，本實驗中輪胎受力與滑動率跟側滑角間的關係式是利用 Pacejka[9]論文中的 Magic formula tire model，此關係主要是描述平行胎面的力與垂直胎面的力，如圖 4：

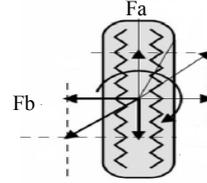


圖 4：輪胎受力圖

Fb 是垂直胎面之力，與側滑角有關，依照 Magic formula 之關係式，可以寫出 Fb 與側滑角之關係式，如(8)式：

$$\mathbf{F}_b = D_y \sin\{C_y \tan^{-1} [B_y \alpha - E_y (B_y \alpha - \tan^{-1} (B_y \alpha))]\} \quad (8)$$

(8)式中的參數為輪胎的特性參數，而其中 α 為輪胎之側滑角，是輪胎的朝向與速度方向的角度差，其示意圖如圖 5：

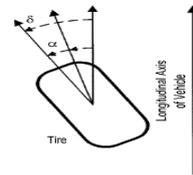


圖 5：測滑角示意圖

其中 δ 為轉向角， β 為速度的朝向角，側滑角 α 為轉向角與 β 之差值，表示為(9)式。

$$\alpha = \delta - \beta \quad (9)$$

Fa 為平行胎面之力，與滑動率有關，依照 Magic formula 之關係式，可以寫出 Fa 與滑動率之關係式，如(10)式：

$$\mathbf{F}_a = D_x \sin\{C_x \tan^{-1} [B_x S - E_x (B_x S - \tan^{-1} (B_x S))]\} \quad (10)$$

其中 S 為輪胎的滑動率，定義如 (11)式：

$$s = \frac{\omega R_w - V \cos(\alpha)}{\max(\omega R_w, V \cos(\alpha))} \quad (11)$$

其中 ω 為輪胎轉速， R_w 為輪胎半徑， V 為質心前進速度。接著可以分析輪胎的力矩平衡，可以將煞車、加速的力矩與摩擦力，如圖 6 所示：

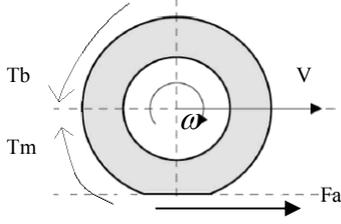


圖 6：車胎受力示意圖

其中 T_m 為加速力矩， T_b 為煞車力矩， ω 為輪胎轉速。利用力矩平衡的觀念，可推出(12)式，再將四個輪胎的轉速當成動態方程式的狀態，如(13)式：

$$I_w \dot{\omega}_i = (T_m - T_b) - r F_{ai} \quad (12)$$

$$\bar{X}_3 = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \omega_4]^T \quad (13)$$

最後將(3)(7)(14)式結合，此二十個狀態就完整車輛模型的動態方程式，如(14)式：

$$\begin{aligned} \bar{X} &= [\bar{X}_1 \ \bar{X}_2 \ \bar{X}_3] \\ \dot{\bar{X}} &= f(\bar{X}, T_b, T_m, \delta) \end{aligned} \quad (14)$$

3. 求解摩擦力

本章節的主要內容是在描述本研究中估測輪胎受力的方法，輪胎的受力可以主要可以分成兩個部份，分別是平行胎面的縱向力與垂直胎面的側向力，本研究中將兩個部份分開估測，先利用輪胎的轉速與力矩平衡的關係式將輪胎的縱向力估測出來，再將估測出來的縱向力當成已知條件帶入側向力的估測，側向力的部份跟車輛行駛時產生的動態有非常大的關係，所以在側向力估測方面引入了摩擦力圓的概念，就可以進一步的解出輪胎的側向力。

I) 縱向力估測：回顧(12)式，將式子移項後，再將式中轉動加速度的部份利用轉速差分獲得，如(15)式：

$$F_{ai} = \frac{(T_m - T_b) - I_w \left(\frac{\omega_i^+ - \omega_i^-}{\Delta t} \right)}{r} \quad (15)$$

其中 Δt 為取樣時間。

II) 側向力估測：在側向力估測的部份，首先將完整的車輛動態方程式簡化，此研究中是忽略了側傾角與俯仰角，此時可以推導出 x 方向與 y 方向的運動方程式，還有繞著 z 軸旋轉的力矩平衡方程式，如(16)式：

$$\begin{aligned} m \dot{a}_x &= \sum F_x \\ m \dot{a}_y &= \sum F_y \\ I_z \ddot{\psi} &= M_z \end{aligned} \quad (16)$$

若將(16)式中未知的側向力與已知的車輛參數分開整理後，就可以得出(17)式的線性方程式，其中 s 為車體質心縱向偏移量，為之後要估測的參數之一。

$$A \bar{F}_b = b \quad (17)$$

其中 A 、 F_b 、 b 如下：

$$A = \begin{bmatrix} -\sin(\theta_1) & -\sin(\theta_0) & 0 \\ \cos(\theta_1) & \cos(\theta_0) & 1 \\ \cos(\theta_1)(l_1-s) + \sin(\theta_1) \frac{sb_1}{2} & \cos(\theta_0)(l_1-s) - \sin(\theta_0) \frac{sb_2}{2} & -(l_2+s) \end{bmatrix}$$

$$F_b = [F_{b1} \ F_{b2} \ F_{b3} + F_{b4}]^T$$

$$b = \begin{bmatrix} m a_x - F_{a1} \cos(\theta_1) - F_{a2} \cos(\theta_0) - F_{a3} - F_{a4} \\ m a_y - F_{a1} \sin(\theta_1) - F_{a2} \sin(\theta_0) \\ I_z \ddot{\psi} - (F_{a1} \sin(\theta_1) + F_{a2} \sin(\theta_0))(l_1-s) - \frac{sb_1}{2} (F_{a2} \cos(\theta_0) - F_{a1} \cos(\theta_1)) - \frac{sb_2}{2} (F_{a3} - F_{a4}) \end{bmatrix}$$

(17)式為一滿秩(full rank)的線性方程式，很容易就可以求出前輪分別的側向力與後輪側向力之合力。

III) 摩擦力圓：在上述的側向力求解中，後輪的兩輪的側向力無法分別求出，在此利用摩擦力圓的特性來求解後輪各別之側向力。

先將所有輪胎之摩擦力圓列出，如(18)式，在對其中 \bar{F} 為各方向能提供之最大摩擦力，此數值會跟輪胎所受之正向力與側滑角有關。

$$\begin{aligned} \left(\frac{F_{a1}}{\bar{F}_{a1}} \right)^2 + \left(\frac{F_{b1}}{\bar{F}_{b1}} \right)^2 &= 1 & \left(\frac{F_{a2}}{\bar{F}_{a2}} \right)^2 + \left(\frac{F_{b2}}{\bar{F}_{b2}} \right)^2 &= 1 \\ \left(\frac{F_{a3}}{\bar{F}_{a3}} \right)^2 + \left(\frac{F_{b3}}{\bar{F}_{b3}} \right)^2 &= 1 & \left(\frac{F_{a4}}{\bar{F}_{a4}} \right)^2 + \left(\frac{F_{b4}}{\bar{F}_{b4}} \right)^2 &= 1 \end{aligned} \quad (18)$$

在此做些假設，假設的理由是在摩擦力圓中 \bar{F} 的大小與正向力與側滑角有關，本研究中就假設 \bar{F} 的比值約略與側滑角的比值相等，所以假設如同(19)式所示

$$\begin{aligned} \bar{F}_{a2} &= p \bar{F}_{a1} & \bar{F}_{a3} &= p \bar{F}_{a4} \\ \bar{F}_{b2} &= p \bar{F}_{b1} & \bar{F}_{b3} &= p \bar{F}_{b4} \\ \bar{F}_{a2} &= \bar{F}_{a3} & \bar{F}_{a4} &= \bar{F}_{a1} \\ \bar{F}_{b2} &= \bar{F}_{b3} & \bar{F}_{b4} &= \bar{F}_{b1} \end{aligned} \quad (19)$$

其中 p 為前輪左右輪側滑角的比值其值如(20)式：

$$p = \frac{\delta_1 - \tan^{-1}((\dot{y} + l_1 \dot{\psi})(\dot{x} - \frac{sb_1}{2} \dot{\psi})^{-1})}{\delta_1 - \tan^{-1}((\dot{y} + l_1 \dot{\psi})(\dot{x} + \frac{sb_1}{2} \dot{\psi})^{-1})} \quad (20)$$

接著要解出輪胎能提供的最大摩擦力，利用(21)式與(18)(19)式結合，就可以解出 \bar{F}_{a1} 與 \bar{F}_{b1} ，在前幾部分中已經解出後輪側向力之總合，利用比例關係就可以很容易的解出 F_{b3} 、 F_{b4} ，如(22)(23)式所示：

$$\frac{1}{F_{a1}} = \frac{1}{F_{a1}} \sin(\zeta) \quad \frac{1}{F_{b1}} = \frac{1}{F_{b1}} \cos(\zeta) \quad (21)$$

$$\zeta = \cos^{-1} \left(\pm \frac{1 - \frac{1}{p^2} \left(\frac{F_{a2}}{F_{a1}} \right)^2}{\frac{1}{p^2} \left(\left(\frac{F_{b2}}{F_{b1}} \right)^2 - \left(\frac{F_{a2}}{F_{a1}} \right)^2 \right)} \right) \quad (22)$$

$$F_{b3} = (F_{b3} + F_{b4}) - F_{b4} \quad (23)$$

以上就是對輪胎縱向力與側向力的估測，但是車體參數的準確度會對此估測結果有不少的影響，所以接下來要對車體參數做估測。

4.車輛參數估測

在上述的摩擦力估測演算法中，車輛參數的準確性會對估測的結果有很大的影響，特別是車體的質量，在一般情況下車輛的載重會有比較大的變化，像是自小客車會有1到4人的乘載數的增減，此車體質量的變化會對側向力估測有很大的影響。再者，車體的質心位置與轉動慣量亦會造成估測結果的偏差，所以在這就定義估測的目標參數為車體質量 m_v ，轉動慣量 I_z ，車體縱向質心偏移 s ，如圖7：

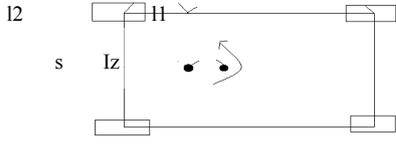


圖 7: 車輛質心偏移示意圖

在此是要利用期望值最大化演算法，此演算法就是在假定已知參數的情況下估測狀態，之後再假定已知狀態代回估測參數，如此結果就可以估測出未知的車體參數。首先是要將(17)式改寫，寫成參數未知的方程式形式，如(24)式：

$$C\lambda = F^s \quad (24)$$

$$\text{其中 } C = \begin{bmatrix} a_x & 0 & 0 \\ a_y & 0 & 0 \\ 0 & \dot{r} & -\sum_{i=1}^4 F_{yi} \end{bmatrix}, \quad \lambda = [m_v \ I_z \ s]^T$$

$$F^s = \begin{bmatrix} F_{a1} \cos(\theta_1) - F_{b1} \sin(\theta_1) + F_{a2} \cos(\theta_2) - F_{b2} \sin(\theta_2) + F_{a3} + F_{a4} \\ F_{a1} \sin(\theta_1) + F_{b1} \cos(\theta_1) + F_{a2} \sin(\theta_2) + F_{b2} \cos(\theta_2) + F_{b3} + F_{b4} \\ (F_{a1} \sin(\theta_1) + F_{b1} \cos(\theta_1) + F_{a2} \sin(\theta_2) + F_{b2} \cos(\theta_2))(l_1) - (F_{b3} + F_{b4})(l_2) \dots \\ (F_{a2} \cos(\theta_2) - F_{b2} \sin(\theta_2) - F_{a1} \cos(\theta_1) + F_{b1} \sin(\theta_1)) \frac{sb_1}{2} + (F_{a3} - F_{a4}) \frac{sb_2}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_{xi} \\ \sum_{i=1}^4 F_{yi} \\ M_z |_{s=0} \end{bmatrix}$$

I)E-STEP:在E-STEP的部分是利用卡爾曼濾波器做估測，如(25)式所示：

$$\begin{aligned} F_k^f &= MF_{k-1}^f + NF_{k-1}^s + w_k \\ F_k^e &= HF_k^f + v_k \end{aligned} \quad (25)$$

F_k^s : 利用簡化車體方程式求出的摩擦力

F_k^e : 卡爾曼濾波器估測之輸出

F_k^f : 卡爾曼濾波器估測之狀態

M : $\text{diag}(\{\varepsilon \ \varepsilon \ \varepsilon\})$

N : $\text{diag}(\{1 - \varepsilon \ 1 - \varepsilon \ 1 - \varepsilon\})$

H : $I_{3 \times 3}$

ε : 權重

w : 過程雜訊

v : 量測雜訊

II)M-STEP:將相似值(likelihood)分解整理後可以得到(26)式的結果，此結果為一狀態空間模型，又因為卡爾曼濾波器中，量測雜訊與過程雜訊為高斯分

佈，所以在此也假設每一階段的相似值也為高斯分佈，如(27)式。

$$p(F_{1:k}^f, F_{1:k}^e | \lambda) \quad (26)$$

$$= p(F_1^f | F_1^e, \lambda) p(F_2^f | F_{1:2}^f, \lambda) \dots p(F_0^e | F_0^f, \lambda) p(F_0^f | F_1^f, \lambda)$$

$$p(F_k^e | F_k^f, \lambda) \approx N(HF_k^f, R) \quad (27)$$

$$p(F_k^f | F_{k-1}^f, \lambda) \approx N((MF_{k-1}^f + NF_{k-1}^s + w_k), Q)$$

接下來就是取相似值的自然對數，並且對未知參數 λ 做一次偏微分，在一次偏微分後等於零時，有估測參數的最佳解，在過程中 $N(HF_k^f, R)$ 與未知參數 λ 無關所以結果為零，所以最後可整理成(28)式的形式：

$$\frac{\delta}{\delta \lambda} \ln p(F_{1:k}^e, F_{1:k}^f | \lambda) = \frac{\delta}{\delta \lambda} \ln N(MF_{k-1}^f + NF_{k-1}^s + w_k, Q) \quad (28)$$

$$= - (F_k^f - (MF_{k-1}^f + NF_{k-1}^s + w_k))^T Q^{-1} (F_k^f - (MF_{k-1}^f + NF_{k-1}^s + w_k)) = 0$$

之後將(24)(25)帶入(28)式後做計算整理，可以得到下列兩式，(29)(30)式，但是預估測的參數有三個，有效方程式只有兩條，所以之後會引入車輛本身質量與轉動慣量的方程式來補足不足的方程式部分。

$$(1-\alpha)a_x q_{11}^{-1} [\sum_{i=1}^4 F_{xi} - \alpha \sum_{i=1}^4 F_{xi} - (1-\alpha)a_x m_v] \quad (29)$$

$$+ (1-\alpha)a_y q_{22}^{-1} [\sum_{i=1}^4 F_{yi} + \alpha \sum_{i=1}^4 F_{yi} - (1-\alpha)a_y m_v] = 0$$

$$M_z |_{s=0} - \alpha M_z |_{s=0_{k-1}} - (1-\alpha)(\dot{r} l_z + s \sum_{i=1}^4 F_{yi}) = 0 \quad (30)$$

III)轉動慣量關係式：在此主要是找出車體質量與轉動慣量之間的關係式，藉此找出第三條參數估測方程式。假設此系統為質量只集中在前端與尾端的雙質量系統，根據力矩平衡與轉動慣量的公式，就可以推導出下列幾條方程式：

$$\begin{cases} d_f + d_r = d_v \\ m_f + m_r = m_v \\ m_r (d_r + s) = m_f (d_f - s) \\ m_r (d_r + s)^2 + m_f (d_f - s)^2 = I_z \end{cases} \quad (31)$$

將(31)式整理後可以得到 I_z 與質心偏移與車體質量的關係，再帶入(30)式就可以得到未知參數估測的三條方程式：

$$mv = \frac{B_{k,k-1}}{A_{k-1}} \quad (30)$$

$$s = \frac{-\bar{B} \pm \sqrt{\bar{B}^2 - 4\bar{A}\bar{C}}}{2\bar{A}} \quad (31)$$

$$I_z = m_v (d_r^2 - s^2 + \frac{(d_r + s)^2}{d_r} (d_f^2 - d_r^2)) \quad (32)$$

(31)式中的參數如下：

$$\bar{B} = [(1-\alpha)E_{k-1} + \frac{1}{d_v} (d_r^2 - d_f^2)], \quad \bar{A} = (1-\alpha)D_{k-1} m_v$$

$$\bar{C} = C_{k,k-1} - (1-\alpha)D_{k-1} (m_v d_r^2 + \frac{d_r}{d_v} m_v (d_f^2 - d_r^2))$$

(30)(31)(32)中簡化如下：

$$A_{k-1|k} = (1-\alpha)(a_{x_{k-1}} + a_{x_{k-2}} + \dots + a_{x_0}) + (1-\alpha)(a_{y_{k-1}} + a_{y_{k-2}} + \dots + a_{y_0})$$

$$B_{k|k-1|k} = (1-\alpha)q_{11}^{-1} [a_{x_{k-1}} (\sum_{i=1}^4 F_{x_{k-1}} - \alpha \sum_{i=1}^4 F_{x_{k-1}}) + \dots + a_{x_{k-1}} (\sum_{i=1}^4 F_{x_0} - \alpha \sum_{i=1}^4 F_{x_{k-1}})]$$

$$+ (1-\alpha)q_{22}^{-1} [a_{y_{k-1}} (\sum_{i=1}^4 F_{y_{k-1}} - \alpha \sum_{i=1}^4 F_{y_{k-1}}) + \dots + a_{y_{k-1}} (\sum_{i=1}^4 F_{y_0} - \alpha \sum_{i=1}^4 F_{y_{k-1}})]$$

$$C_{k|k-1|k} = M_z |_{s=0_{k-1}} - \alpha M_z |_{s=0_{k-1}} \dots M_z |_{s=0_0} - \alpha M_z |_{s=0_0}$$

$$D_{k-1|k} = \dot{i}_{k-1} \dots \dot{i}_{-1}$$

$$E_{k-1} = \sum_{i=1}^4 F_{y_{k-1}} + \dots \sum_{i=1}^4 F_{y_{-1}}$$

5. 模擬結果

首先是參數估測的結果，先假設車輛的質量，轉動慣量，質心位置都不準確，來進行參數之估測。如圖 8：

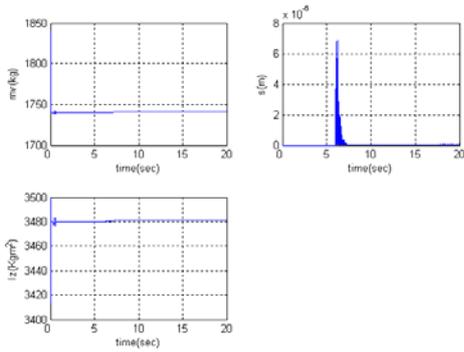


圖 8：參數估測結果

上圖的結果為車輛轉向時的參數估測結果，在車體質量方面，假設值與實際值差了 100 公斤，可以發現數值收斂的非常快，在幾個取樣時間內就可以完成數值的收斂，但是在轉動慣量與質心位置卻沒有收斂到正確的位置，但是就本研究中的摩擦力演算法而言，轉動慣量與質心位置的改變，不會對估測結果有明顯的影響，正因為不會有很大的影響，所以在估測參數時也不會有很正確的收斂點，反觀在車體質量的部份會對估測的結果有非常大的影響，所以收斂的速度很快，也會收斂到正確的位置，所以可以證明此參數估測演算法是正確可行的。

再來就是在兩種比較常見的駕駛情況下的摩擦力估測結果。第一種情況是在車輛將方向盤打一個固定的角度，使車輛繞圈(J-turn)；在來就是在車輛作兩次車道的切換(double-lane change)，在這兩種情況下作縱向力與側向力的估測。

I)J-turn: 在 7 秒時將方向車輪轉成 0.2rad 後保持不變，四個輪子的縱向力與側向力之估測分別顯示於圖 9 與圖 10。

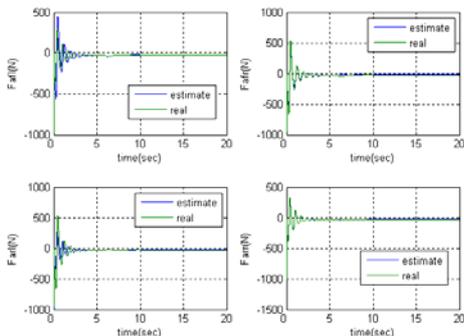


圖 9:縱向力估測

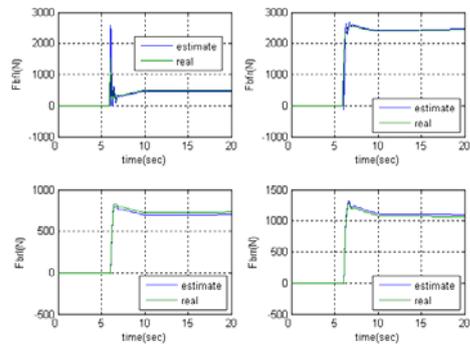


圖 10:側向力估測

II)Double-lane change:在 7 秒到 12 秒間作車道的變換。四個輪子的縱向力與側向力之估測分別顯示於圖 11 與圖 12。

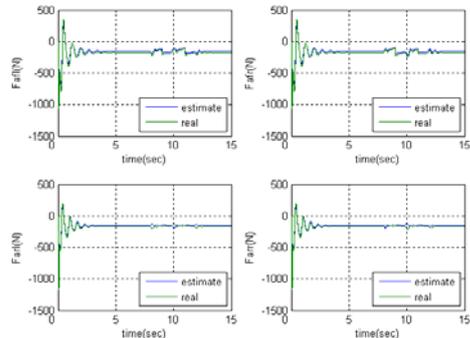


圖 11:縱向力估測

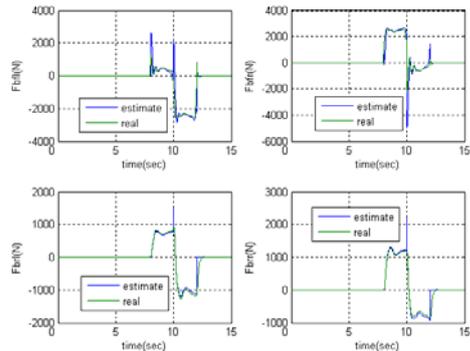


圖 12:側向力估測

6. 實驗結果

本實驗建構了如圖 13 的實驗平台來驗證摩擦力演算法的可行性，此硬體主要包含模擬車輛輪胎的輪內馬達，模擬行進路面的橡膠胎，與測量輪胎轉矩與轉速的力矩感測器，型號為 FUTEK 的 TRD305。



圖 13:實驗平台

輸入訊號為控制馬達的轉速，在此實驗中是給與

一單頻弦波的速度命令，然後在不同的輪胎轉角下比較縱向力的估測結果。

比較圖 14 與圖 15，有轉向的縱向力都比沒轉向的來的小，依照摩擦力圓的關係式來看，有轉向的情況下部分的力分散在側向上，所以縱向之力減少了，反之沒有轉彎的情況下，所以的力都作用在縱向力上。

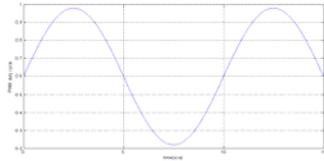


圖 14: 輸入訊號

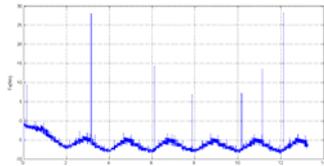


圖 15: 無轉向的縱向力

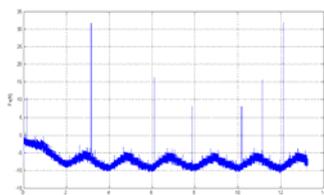


圖 16: 有轉向的縱向力

7 結論

由模擬結果來看，側向力的估測都會有一點誤差，這是因為在解車體方程式時忽略掉了俯仰角與側傾角，車子只在單純的平面上運動，但大致上的估測是很準確的，另外在縱向力估測上，因為輪胎事實上會有形變，所以在演算法中的輪胎半徑不會是定值，但是輪胎的形變非常難預測，但在估測上的誤差並不大，所以在此也忽略輪胎形變的影響。

8 未來工作

目前的研究已對摩擦力有完整的估測演算法，但是現在還是比較缺乏硬體上實作的支持，因為目前實驗的方式是利用 Hardware in the loop 的方式，所以不免還是有些是模擬出來的參數，另外在硬體與軟體的結合上也是需要克服的困難，所以在之後的研究會把重心放在硬體的實作上，並且利用有效的方式來驗證實驗結果的正確與否。

參考文獻

- [1] J. G. Yi, L. Alvarez, and R. Horowitz, "Adaptive emergency braking control with underestimation of friction coefficient," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, no. 3, pp. 381-392, May, 2002.
- [2] J. G. Yi, L. Alvarez, C. Claeys *et al.*, "Emergency braking control with an observer-based dynamic tire/road friction model and wheel angular velocity measurement," *Vehicle System Dynamics*, vol. 39, no. 2, pp. 81-97, Feb, 2003.
- [3] S. Muller, M. Uchanski, and K. Hedrick, "Estimation of the maximum tire-road friction coefficient," *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of the ASME*, vol. 125, no. 4, pp. 607-617, Dec, 2003.
- [4] A. Pohl, R. Steindl, and L. Reindl, "The "intelligent tire" utilizing passive SAW sensors - Measurement of

tire friction," *Ieee Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 48, no. 6, pp. 1041-1046, Dec, 1999.

- [5] L. R. Ray, A. Ramasubramanian, and J. Townsend, "Adaptive friction compensation using extended Kalman-Bucy filter friction estimation," *Control Engineering Practice*, vol. 9, no. 2, pp. 169-179, Feb, 2001.
- [6] J. O. Hahn, R. Rajamani, and L. Alexander, "GPS-based real-time identification of tire-road friction coefficient," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, no. 3, pp. 331-343, May, 2002.
- [7] A. P. Dempster, N. M. Laird, and D. B. Rubin, "Maximum-likelihood from incomplete data via the em algorithm," *J. Royal Statist. Soc. Ser. B.*, 39, 1977.
- [8] P. Hingwe, "Robustness and performance issues in the lateral control of vehicle in automated highway system," Ph.D. Thesis, Dep. Mech. Eng., Univ. California, Berkeley, 1997.
- [9] H. B. Pacejka and E. Bakker, "The magic formula tyre model," *Veh. Sys. Dyn. Suppl.*, Vol. 21, pp. 1-18, 1993.

可供推廣之研發成果資料表

 可申請專利

 可技術移轉

日期：__年__月__日

國科會補助計畫	計畫名稱： 計畫主持人： 計畫編號： 學門領域：
技術/創作名稱	
發明人/創作人	
技術說明	中文： (100~500 字)
	英文：
可利用之產業 及 可開發之產品	
技術特點	
推廣及運用的價值	

※ 1. 每項研發成果請填寫一式二份，一份隨成果報告送繳本會，一份送 貴單位研發成果推廣單位（如技術移轉中心）。

※ 2. 本項研發成果若尚未申請專利，請勿揭露可申請專利之主要內容。

※ 3. 本表若不敷使用，請自行影印使用。