

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

利用位能場作三維空間之路徑規劃 Path Planning of 3D Objects Using Potential Fields

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC 89 - 2213 - E - 009 - 103

執行期間：88年 8月 1日至 89年 7月 31日

計畫主持人：莊仁輝 副教授

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：國立交通大學資訊科學研究所

中華民國八十九年十月十日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

利用位能場作三維空間之路徑規劃

Path Planning of 3D Objects Using Potential Fields

計畫編號：NSC 89-2213-E-009-103

執行期限：88年8月1日至89年7月31日

主持人：莊仁輝 國立交通大學資訊科學研究所

一、中文摘要

路徑規劃的目的在於使行進的物體在自由空間中由起點到達終點且在過程中不與障礙物發生任何碰撞，本計劃則是在探討如何利用位能場模型做三維物體的路徑規劃。我們是以廣義位能場模型來代表三維空間中的障礙物與移動物體，該模型假設任何三維物體的周界均勻地帶著正電荷，藉由障礙物對移動物體的排斥力來調整移動物體的位置與姿勢，以安全地避開障礙物並且不與之發生碰撞。而在路徑規劃問題中，在空間中最容易發生碰撞的部分稱為瓶頸，本計劃的目的就是要利用位能場模型來協助物體通過瓶頸。由實驗的結果看來，本計劃的路徑規劃演算法，除了能協助三維物體順利通過障礙物間的瓶頸部分，物體在移動過程中所形成的路徑亦是極為平順的。此一能場模型由於具有解析形式，是一個兼具效率與實用的模型。

關鍵詞：路徑規劃、廣義位能場模型、避碰

Abstract

The purpose of path planning is to move a robot from start position to destination with no collision with any obstacles. In this project, we consider the path planning of 3D objects based on a generalized potential model which assumes that the boundary of every 3D object is uniformly charged. According to the proposed approach, the repulsive force and torque between the moving object and the obstacles due to the above model are used to modify the position and orientation of the object, respectively, so as to keep the moving object away from the obstacle. For a path planning problem, the places where the moving object are most likely to collide with obstacles are bottlenecks in the free space. The goal of the proposed approach is to help the 3D object to avoid the obstacles near the bottleneck regions using potential field. According to the simulation results, a 3D object can indeed move through the bottleneck region safely and smoothly. Finally, the proposed potential field is analytically tractable which makes the path planning efficient and practical.

Keywords: path planning, generalized potential model, collision avoidance

二、緣由與目的

所謂的路徑規劃是指對於在空間中的可移動物體，使其能夠在我們給定的起點後開始移動，並且安全避開所有的障礙物，找到一條所費時間最少的路徑，以到達所指定的目的地(參考[1][2])。路徑規劃在工業界應用極廣，如[3]所述，它大大的降低工作人員對機器在運作時所下達指令要求的詳細程度。如無人搬運車，我們只要給它終點即可，不必詳細的指示其該於何處轉向的細微問題。在製造業上，機器可以自行組裝產品，而且檢查是否接合，順序有否顛倒等，無須事先詳細的指示。

在路徑規劃這領域上，目前已經有相當多的研究成果，可以用來解決各種不同類型的問題，這些方法有的是直接在工作空間來進行，有的則是將問題轉換到組態空間上。而這些路徑規劃的方法大致上可分為以下五大類：骨架法(skeleton)，細胞切割法(cell decomposition)，數學規劃法(mathematical programming)，次要目的圖形法(subgoal graph)，以及本計劃的位能場模型法。當然，這五種方法彼此之間並不是互斥的，有些路徑規劃的方法(如[4])就可以被歸納在兩種類別以上。底下我們會對這幾種類型做概略性的介紹，尤其與本計劃相關的位能場部分，而對於這幾種類型的介紹，可以在[2]與[5]中找到更為詳盡的資料。

骨架法 - 將自由空間轉換成為由一些一維線段所組成的網路，所要找的路徑就被侷限在這網路中，因此路徑規劃問題變成了圖形搜尋的問題(參見[6])。在這方法下，路徑規劃通常分成三步驟：首先將物體自開始位置移到位於骨架上的一點，接著在將物體自目的地移到骨架上的一點，最後透過這骨架的網路，用一些線段將這兩點連接起來。

細胞切割法 - 將空間分割成若干小區域，每一個區域稱為一個細胞，並且計算出這些細胞之間連接的關係。尋找一條由起點到目的地的演算法通常分成兩個步驟：首先找出起點與目的地所在細胞位置，然後找一條細胞串列將這兩細胞連接起來，則此串列即為所要的路徑(參見[7]-[11])。

數學規劃法 - 若利用一些組態參數不等式來達到避開障礙物的要求，路徑規劃的問題就變成數學最佳化的問題(參見[2])。也就是找一條從起點到目的地組態的曲線，而且必須是有所最短的長度。然而這最佳化問題可能是非線性的，而且有很多不等式，所以常用數值方法來幫助尋找最佳的解。

次要目的圖形法 - 所謂的次要目的地，在組態空間中是指空間中的重要組態(參見[3])，在工作空間中則是一些重要的中途站，可以用以幫助找到

安全的路徑。在路徑規劃的過程中，並不是每一個次要目的地都必須經過，通過與否完全視情況而定。這是一個分成兩個階段的路徑規劃演算法，分為全域規劃與局部規劃。一個包含次要目的地的空間是由全域規劃所產生，而局部規劃則是用來確認每一個次要目的地的可達性(reachability)。與細胞分割法相似的是，兩個次要目的地之間也可以應實際情況需要再細分更多的次要目的地。

應用位能場模型 - 運用一純量(scalar)函數稱之為位能場，利用這個排斥的位能函數來保持物體跟障礙物中間的安全距離，以它們的 gradient 當作排斥力，以隨時調整物體的狀態，來保持一個不會跟障礙物發生碰撞的路徑。位能函數必須符合以下一些特性：在靠近障礙物時有較大的值，極小值則是出現在目的地的位置，是故移動物體至於起始位置後，可以順著位能場較小之方向移動，並避開障礙物而到達目的地。

在以位能場模型為基礎的方法中有不同的函數，如在[12]的立方(cubic)函數，[13]以及[14]中則各自使用了不同的人工位能場(artificial potential)函數。用位能場模型來做路徑規劃有著計算量較低的好處，但是卻有可能發生因為位能場的局部最小值而導致物體落入該陷阱中，產生不正確的結果。除非移動物體是一個點並且障礙物都是凸體，否則位能場模型並不適合單獨的用來做全域規劃。位能場模型最好的應用是在局部規劃上。一個簡單的局部規劃例子，如在[15]中用了由 Yukawa 函數(參見[16])所定義的 superquadric 人工位能場模型。而本計劃則是經由推廣二維空間中的牛頓位能場模型(參見[17][18])來進行路徑規劃。

大部分基於二維工作空間的路徑規劃演算法無法直接延伸到三維空間來，而本計劃所使用的路徑規劃演算法卻是由二維空間直接推廣而來的(參見[17][19])。我們的動機是探討一個以位能場為基礎的三維物體路徑規劃演算法，希望它如同在二維空間一般，可以有效率且正確地執行路徑規劃的工作，並且在移動的過程中是平滑順暢的。

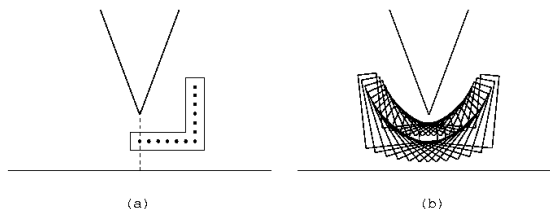
三、結果與討論

在本計劃中，我們發展出一套以位能場為基礎的三維物體路徑規劃演算法，利用廣義的位能場模型來達到避碰的效果，此廣義位能場模型簡述如下(詳見[19])：假設 r 是空間中的一點，與 r' 之間的位能為 $1/|r-r'|^m$ ， S 是一個任意的表面，則 r 因為 S 所造成的位能大小可用(1)式表示

$$\int_S \frac{dS}{R^m},$$

$$m \geq 2 \quad (1)$$

其中 R 是 r 與 S 中某一點 r' 間的距離。經由一連串的推導，我們可以得到： S 作用在點 r 的排斥力可以用解析方法經由計算底下式子的 gradient 求得，



圖一 一個二維空間的例子

$$\Phi(x, y, z) = \frac{1}{z} \tan^{-1} \frac{xz}{y\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (2)$$

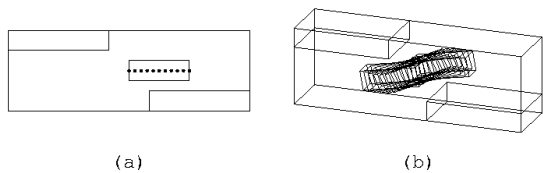
此排斥力就被我們的演算法用來調整物體的狀態，以保持其與障礙物之間的安全距離。

底下我們以一個二維的例子來說明我們所採用的路徑規劃演算法，至於三維空間中的作法只是它的直接推廣(我們的演算法主要是針對物體在環境中較狹小區域附近的行為，來規劃避碰的路徑，此區域我們稱之為瓶頸，如圖一(a)的虛線)，演算法的做法是將物體的第一個骨架點移到瓶頸的中心，在該骨架點被限制在瓶頸上作上下移動的條件下，利用障礙物對物體產生的排斥力跟力矩，調整物體的位置跟角度，以達到位能極小的狀態，接著依序對每個骨架點都做同樣的動作，直到最後一個骨架點也通過瓶頸為止。由圖一(b)可以看出，此演算法所得到的路徑是安全而且平滑的。演算法的詳細步驟如下：

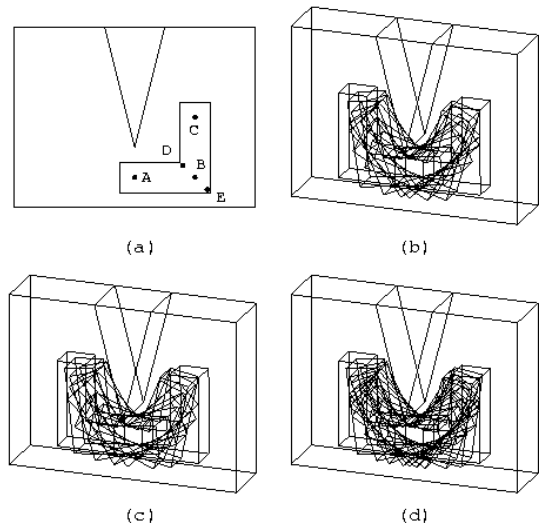
1. 從第一個骨架點開始。
2. 在該骨架點被限制在瓶頸上作上下移動的條件下，利用物體所受到的力跟力矩，調整物體的位置跟角度，以達到位能極小的狀態。
3. 若該點為最後一個骨架點，則結束演算法。
4. 在不發生碰撞的情況下，將下一個骨架點平移到瓶頸中心，接著重複步驟 2。
(若有碰撞發生，在兩骨架點間嘗試插入另一個骨架點，讓移動距離小一點，再重新試過，)
5. 如果上述移動距離若小於某一臨界值而仍有碰撞發生，就視同物體無法通過這個瓶頸，而結束演算法。

在以下的模擬結果中，我們假設障礙物是一個個的多面體，而移動物體則是由一組取樣點來代表以計算(1)，再透過上述的演算法求得一條安全且平滑的物體路徑，以通過障礙物間的瓶頸。

在圖二的例子中，一個長方體從右上移動到左下，通過一個長方形平面的瓶頸，物體有十一個骨架點，路徑規劃的過程中沒有插入額外的骨架點。而在圖三這個 L 型物體通過 V 型瓶頸的例子中，圖(b)是選擇 A,B,C 當作骨架點的實驗結果，過程中有五個骨架點被插入，圖(c)跟(d)則是在說明，即使



圖二 一個路徑規劃的例子

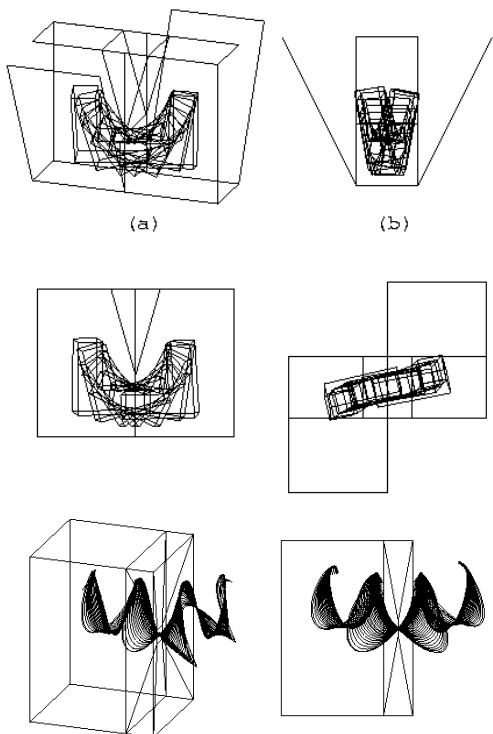


圖三 L 型物體通過 V 型瓶頸的例子

選取不同組的骨架點，我們的演算法仍然可以完成路徑規劃，如圖(c)是用 A,D,C 做骨架點，圖(d)是用 A,E,C 做骨架點，稍微不同的是，需要插入的骨架點數目，可能視需要而有所差別。

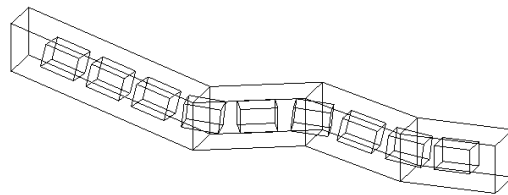
以上兩個結果其實是二維的例子直接加上一個厚度而來的，基本上物體的動作只能說是二維的動作。在圖四中我們把場景其中兩個垂直平面打開來，結果可以看出物體有個扭動的動作，確實凸顯了三維的效果。而圖五則是一個 720 度螺旋形狀的物體通過一個很小的長方形瓶頸的例子。

接著是兩個多瓶頸的例子，如圖六所示，物體只使用一個骨架點，來通過一個狹長的通道，此



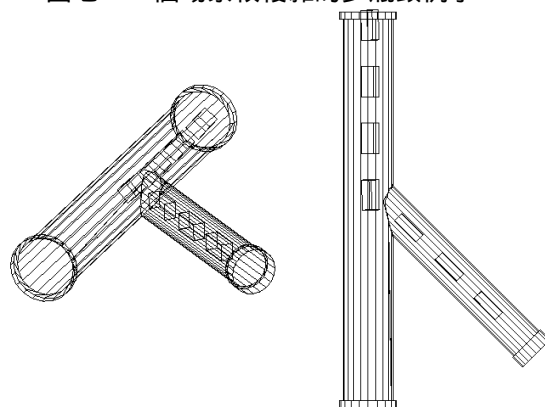
圖四 一個凸顯三維效果例子

圖五 螺旋形物體通過長方形瓶頸的例子



圖六 一個多瓶頸的例子

圖七 一個場景較複雜的多瓶頸例子



通道是用一個個的截面當作瓶頸，從不同角度來觀察實驗結果(圖略)，物體都能維持在通道的中間。圖七同樣是多瓶頸的例子，只是場景較複雜，是一個 Y 型圓管，可以從結果看出，在兩個圓管交接處，除了改變行進方向外，由於空間較寬廣，物體由原先的直立，做了一個扭動而躺平的動作，接著維持這樣的狀態繼續往前走。

以上的模擬結果顯示出，利用我們所提出的路徑規劃演算法，可以確實地為一個三維物體在具有障礙物的空間中找出一條避碰的路徑以通過瓶頸，而且物體在移動的過程中是很平滑順暢的，又由於這個位能場模型是可以解析方法計算出來的，所以這個演算法在規劃避碰路徑方面可算是很有效率的方法。另外，我們的這個演算法也可以跟目前已經發表的全域演算法如 probabilistic roadmap 方法相結合，提供它們在較難通過的區域附近的路徑規劃。

不可諱言地，我們的演算法還有一些尚待研究的問題，例如取樣點的數目。由於我們的移動物體是用一組取樣點來代表，所以當我們取樣點的個數太少時，可能會造成不能精確偵知碰撞的不正確結果(未在報告中顯示出)，另一方面，當取樣點的數目越多時，物體通過瓶頸所花費的時間就越久。

因此究竟要如何對移動物體進行取樣，才能達到既快速又正確的結果，是一個重要的課題。另外，本計劃的瓶頸定義方式是從二維空間的路徑規劃的定義而來的，在計劃中我們都假設瓶頸為一平面，並且假設已經由別的方法求得。但事實上，在三維空間中瓶頸的定義到目前為止都還沒有明確的定論，例如同樣的障礙物對於不同大小形狀的移動物體而言將有著截然不同的瓶頸觀念，而有待進一步的研究。

四、計劃成果自評

位能場模型在電腦視覺，影像處理等領域中已有許多方面的應用，例如：物體的骨架抽取，物體的比對與辨識等。而在路徑規劃這領域上，首先要面對的是如何對多瓶頸的障礙物環境找出一套有系統的演算法。接下來，除了本計劃中所提及的單一剛體的路徑規劃外，還可研究如何對有關節的物體，如機械手臂來進行路徑規劃，甚至還可以再進一步考慮同時有兩個以上移動物體的問等等。諸如此類的應用不勝枚舉，足以證明這是一個兼具理論與實用的模型，而我們在下年度計劃中正是要探討機械手臂的路徑規劃問題。

五、參考文獻

- [1] J. H. Chuang and N. Ahuja, "An analytically tractable potential field model of free space and its application in obstacle avoidance," *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics, Part B*, vol. 28, no. 5, pp. 729-736, Oct. 1998.
- [2] Y. K. Hwang and N. Ahuja, "Gross motion planning – a survey," *ACM Computing Survey*, vol. 24, no. 3, pp. 219-292, Sep. 1992.
- [3] P. C. Chen and Y. K. Hwang, "SANDROS: a dynamic search algorithm for motion planning," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 14, no. 3, pp. 390-403, Jun. 1998.
- [4] E. S. H. Hou and D. Zheng, "Mobile robot path planning based on hierarchical hexagonal decomposition and artificial potential field," *Journal of Robotic Systems*, vol. 11, no. 7, pp. 605-614, 1994.
- [5] J.-C. Latombe, *Robot Motion Planning*, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [6] T. C. Hu, A. B. Kahng, and G. Robins, "Optimal robust path planning in general environments," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 9, no. 6, pp. 775-784, Dec. 1993.
- [7] S. R. Maddila, "Decomposition algorithm for moving a ladder among rectangular obstacles," in *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, San Francisco, California, Apr. 1986.
- [8] R. A. Brooks and T. Lozano-Perez, "A subdivision algorithm in configuration space for findpath with rotation," *International Joint Conference on Artificial Intelligence*, Karlsruhe, Germany, 1983.
- [9] J. C. Zamiska, D. T. Kuan, and R. A. Brooks, "Natural decomposition of free space for path planning," in *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, St. Louis, Missouri, Mar. 1985.
- [10] J. S. B. Mitchell and C. H. Papadimitriou, "The weighted region problem: finding shortest paths through a weighted planar subdivision," *Journal of Association for Computing Machinery*, vol. 38, no. 1, pp. 18-73, Jan. 1991.
- [11] M. Barbehenn and S. Hutchinson, "Efficient search and hierarchical motion planning by dynamically maintaining single-source shortest paths trees," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 11, no. 2, pp. 198-214, Apr. 1995.
- [12] C. E. Thorpe, "Path planning for a mobile robot," in *Proc. AAAI*, Austin, Texas, 1984.
- [13] O. Khatib, "Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots," in *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, St. Louis, Missouri, Mar. 1985.
- [14] J. Guldner and V. I. Utkin, "Sliding mode control for gradient tracking and robot navigation using artificial potential fields," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 11, no. 2, Apr. 1995.
- [15] P. Khosla and R. Volpe, "Superquadric artificial potentials for obstacle avoidance and approach," in *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Philadelphia, Pennsylvania, Apr. 1988.
- [16] B. Cohen-Tannoudji, C. Diu, and F. Laloe, *Quantum Mechanics*, vol. 2, John Wiley and Sons, New York, 1977.
- [17] Y. K. Hwang and N. Ahuja, "A potential field approach to path planning," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 8, no. 1, pp. 23-32, Feb. 1992.
- [18] J.-H. Chuang and N. Ahuja, "Path planning using Newtonian potential," in *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Sacramento, CA, Apr. 1991.
- [19] J.-H. Chuang, "Potential-based modeling of three-dimensional workspace for obstacle avoidance," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 14, no. 5, pp. 778-785, Oct. 1998.