



# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

新一代台灣大地水準面模式：防災、監測、測繪之應用  
A New Geoid Model of Taiwan for Hazard Mitigation,  
Environmental Monitoring and Surveying

計畫編號：NSC 97-2221-E-009-130-MY3

執行期限：98 年 8 月 1 日至 99 年 7 月 31 日

主持人：黃金維

國立交通大學土木工程學系

計畫參與人員：許宏銳

國立交通大學土木工程學系

## 摘要

全球定位系統(GPS)已對傳統的測繪產生革命性的變化，GPS 已廣泛使用於防災及環境監測，例如，地層下陷及邊坡滑動。許多 GPS 應用中，需利用大地水準面模式(geoid)將橢球高轉為正高。絕大部分的工程應用使用正高系統，而非橢球高系統。新的測繪科技光達(Lidar)先測得地面橢球高，再以 geoid 將之轉為地面正高。新的航測數值高程模式(DEM) 製作則先以 GPS 點為高程資料求橢球高，再以 geoid 求正高。美國及加拿大正考慮以 geoid 模式及 GPS 重新定義國家高程基準。Geoid 日增的重要為本計畫的主要原動力，本計畫將收集現有的陸地，海洋及空載重力，加以除錯及求出系統誤差，並定出其解析度及隨機誤差。內政部 5 公尺解析度的 DEM 將用以求 geoid 的短波長效應。由重力衛星任務 CHAMP、GRACE 及 GOCE 求得之全球重力模式將為 geoid 長波長部分之用。傳統的去離-計算-回復法將於 geoid 計算。最小二乘配置法(LSC)將殘餘重力轉換為殘餘大地起伏。利用一等水準點上 GPS 觀測之大地起伏，此 geoid 模式之精度將被評估而求出位置相依的 geoid 誤差估值。利用純重力及觀測大地起伏，一混合的 geoid 可求得。此新的 geoid 模式將被推廣應用到防災及環境監測、GPS 水準、航測及光達之 DEM 製作及高程聯結。

## **Abstract**

The Global Positioning System (GPS) have revolutionized the conventional surveying and mapping practice, and has been used extensively in hazard mitigation and environmental monitoring. Examples are land subsidence detection and landslide monitoring. For many GPS applications, it is necessary to transform GPS-derived ellipsoidal height to orthometric heights (OHs) with a geoid model. The OH system, instead of the ellipsoidal height system, is used in most engineering applications. The emerging new technology Lidar first determines ellipsoidal heights of the surface, which are then converted to OHs with a geoid model. A new trend in photogrammetric determination of elevations is to first employ GPS height control in the mapping of elevations and then obtain OHs with a geoid model. A geoid model, together with GPS, is now under consideration in USA and Canada to define a new national vertical datum. The importance of geoid prompts the need to develop a new geoid model for Taiwan. To this end, existing land, marine and airborne gravity anomalies will be collected and analyzed for data outliers and systematic errors. The spatial resolutions and data noises will be determined. New gravity data collected over 2008-2011 will be merged with the existing gravity data in an optimal manner. The 5-m digital elevation model (DEM) of the Ministry of the Interior will be used to model the short-wave length part of the new geoid. A latest global gravity model based on the data of the CHAMP, GRACE and GOCE satellite missions will be used as the long wavelength part of the geoid. For the geoid determination, a standard remove-computation-restore procedure will be employed. The conversion from residual gravity anomalies to residual geoidal heights are made by least-squares collocation (LSC). New techniques, largely based on spectral combination and modified Stokes' kernels, will be tested to compete with the LSC geoid determination. The new geoid model will be evaluated using "observed" geoidal heights at Taiwan's first-order leveling benchmarks, and location-dependent errors of the geoid model will be given. A hybrid geoid model is determined using observed and gravimetric geoidal heights. Promotion of the new geoid model in hazard mitigation and environmental monitoring, GPS leveling, photogrammetry and Lidar DEM generations, and vertical datum connection will be made.

## 1. 背景

在海洋中，大地水準面(geoid)為一近似於平均海水面之等位面，而在陸地上，geoid 則視質量分佈而定。就幾何而言，geoid 視為最接近地形平均形狀的面。某點的海拔高(正高)，即為自 geoid 沿反鉛垂線方向到該點之幾何距。決定 geoid 面的主要資料為重力場之函數值，如重力及垂線偏差等(Heiskanen, W.A. and H. Moritz, 1967)，輔助資料為數值地形模型(DEM)及全球重力模式(GM)。國際大地測量學會(IAG)成立了 geoid 的服務組織，稱 International Geoid Service (IGeS, <http://www.iges.polimi.it/>)，提供計算 geoid 的資料及軟體，並經常舉辦國際講習班，IAG 的 Commission 2 (gravity field)，推動許多大型跨國 geoid 計畫，預期完成歐盟、非洲、東南亞、南美等區域之高精度 geoid。中國大陸則預計於 2008 年起以三年更新現有(於 1999 年完成)之中國大陸 geoid 模式。日本最新的 geoid 於 2005 年完成(Kuroishi and 2005)，美國則正推動全國空載重力，預計若干年後完成一新的美國 geoid 模式。

Geoid 模式受到重視的原因為(1)新的測繪技術需要 geoid (2)測繪資料在防災及環境監測之重要性日增。新的測繪科技包括 GPS、Lidar、InSAR 及重力等。測繪科技用於防災及監測之例子如 GPS 監測邊坡滑動及地層下陷(Hwang et al., 2008)、GPS 監測大樓震動及沉陷、Lidar 監測大規模邊坡變動及大範圍地層下陷、Lidar 監測海岸線變遷等。新測繪科技應用中，geoid 扮演重要角色。例如，以 GPS 高控法航測製作 digital elevation model (DEM)及 Lidar 方法製作 DEM 時，需要高精度的 geoid 以推求正高。又如，GPS 水準測量中，需要 geoid 將橢球高轉為正高。Geoid 在地球物理及板塊理論亦有重要的應用。

過去(2007 年前)的 Taiwan geoid 模式(如 Hwang et al., 2007)，因資料的密度及精度的增加而逐年改善。Geoid 精度與重力密度及高程相關，在平地約為數公分，在山區(高程>2000m)約為 10-20 公分。然而由於缺乏全面的 geoid 精度檢核資料，正確的 geoid 精度與空間的關係無法知悉。最近(自 2002 年起算)，由於國際上的若干重要的

衛星重力任務 CHAMP([http://op.gfz-potsdam.de/champ/index\\_CHAMP.html](http://op.gfz-potsdam.de/champ/index_CHAMP.html)) 及 GRACE(<http://www.csr.utexas.edu/grace/>)任務發射，及未來的 GOCE(預計 2008 年發射, [http://www.esa.int/esaLP/ESABQK1VMOC\\_LPgoce\\_0.html](http://www.esa.int/esaLP/ESABQK1VMOC_LPgoce_0.html))任務，將大幅提昇 geoid 的長波長基準。在短波長方面，內政部的 5 公尺解析度 DEM 亦將完成。而台灣附近(含離島)的空載、船載、陸測重力在未來的 2-3 年間，其空間密度及精度亦將大幅改善。國際上，geoid 的新計算法亦不斷的推出，例如日本的 geoid 計算採用小波的方法(Kuroishi and Keller, 2005)，成功地提高新一代日本 geoid 精度，台灣的重力資料與地理環境與日本相近，此算法值得台灣參考。歐盟的 geoid 計算(EGGP project, [http://www.ife.uni-hannover.de/forschung/denker\\_eggp\\_e.html](http://www.ife.uni-hannover.de/forschung/denker_eggp_e.html))在 2007-2011 年亦將整合歐盟各國的重力、水準、GPS 資料，研發新的 geoid 算法。在考慮台灣的資料改善及國際 geoid 研究推動情況下，本計畫提出三年的計畫，將大幅改善台灣的 geoid 精度及解析度。新一代 geoid 模式將提供台灣及離島在防災及監測上的應用，配合衛星測高及潮位資料，此模式亦將應用到台灣附近海流(如黑潮)及台灣本島與離島高程聯結之用。

## 2. 重力資料

### 2.1 現有重力資料(2009 年 7 月前)

目前台灣重力資料依性質可分為陸測重力、船測重力、空載重力及測高重力等。精度以陸測重力為最高，其次為船載與空載重力，測高重力的精度較低。現有的陸測重力點為台灣近二十多年來，歷經中央研究院(Yen et al., 1990; Yen et al., 1995)、中國測量學會(黃等,1998)、內政部(黃(2001)、陳(2003))等單位所蒐集共 3 千多點陸測重力點位，使用儀器為 LCR- G 型重力儀(LCR, 1997)。施測點位包含了水準點、三角點及五千或一萬分之一航照圖的標高點，平均重力點精度可達約 0.04mgal。船測重力為台灣環海船測重力資料，主要取自(Hsu et al., 1998)，本組資料內容包含點位之經度、緯度、重力異常及施測時間。本研究蒐集 Geosat 與 ERS-1、ERS2 共三顆

的衛星測高資料，計算台灣範圍內網格解析度為 $2' \times 2'$ 之重力異常。

空載重力共分為兩組資料，分別為航高為 5000m 的重力資料及為航高為 1500m 的重力資料，圖上顯示沿軌跡的重力異常，這兩組資料皆有涵蓋台灣東部的地區，對求定台灣東部的大地起伏有很大幫助。

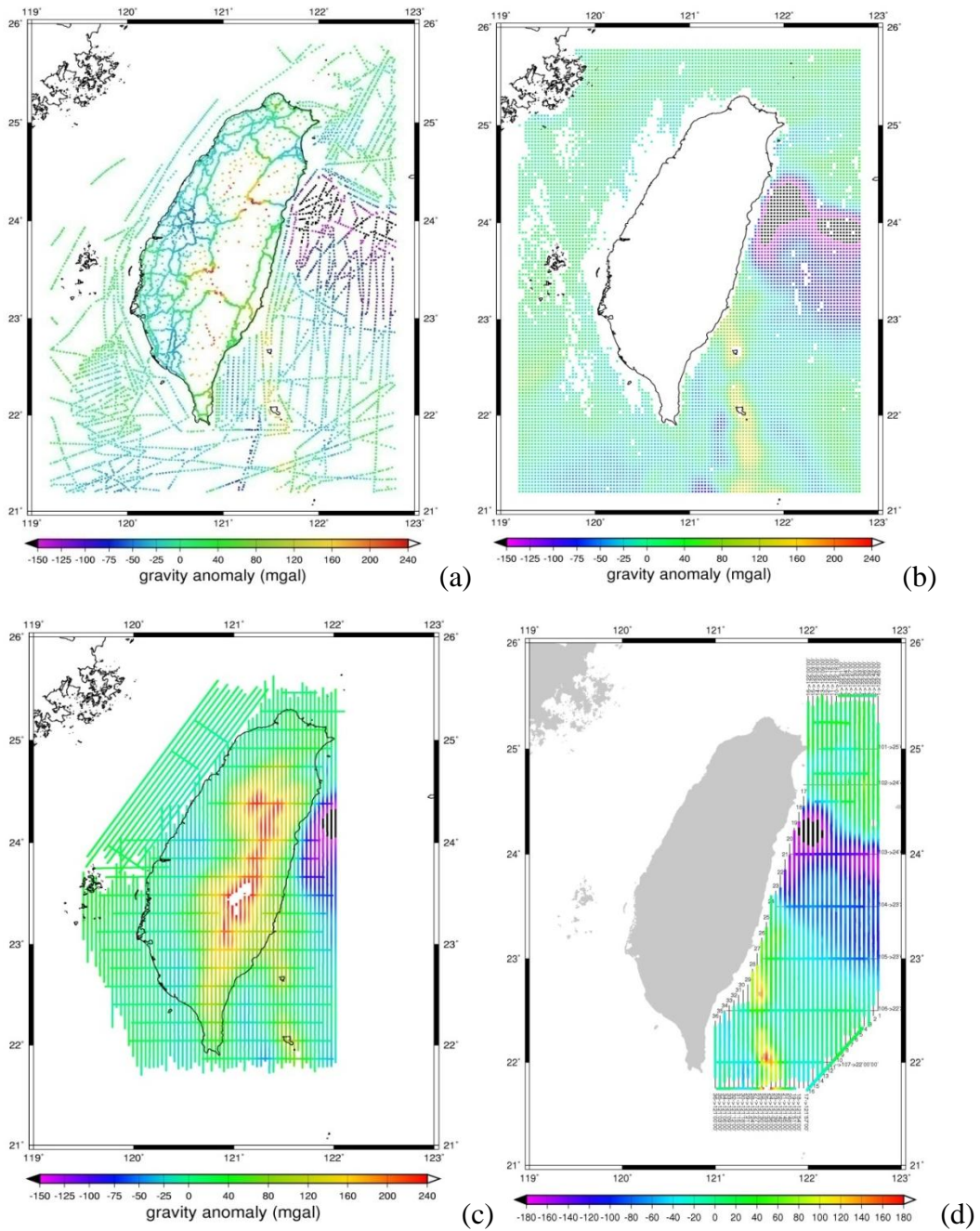


圖 1、重力異常分佈 (a)地面與船測重力 (b) 測高重力(c) 5000 公尺航高空載重力 (d) 1500 公尺航高空載重力

## 2.2 收集中重力資料

內政部委託中興測量辦理的台灣一二等重力測量已經結案，吾人已經收集了此組資料，共有 4000 多點，分佈如圖 2 所示，此外，由內政部委託交通大學執行的台灣西部海域低航高空載重力案正在進行中，實際外業進度已經接近完成，範圍如圖 3 所示，有了這組資料，整個台灣周圍地區的空載重力將會有完整兩組不同航高的重力資料。以上兩組資料對於台灣地區現有大地起伏模型精度的提升亦有著莫大效益。對於地球物理及海洋學界，精確的大地起伏模型亦能提升對於海流的 2 維流場計算，如台灣東部之黑潮流場。亦能做為發展衛星測高有關的 re-tracking 技術的一個重要的輔助資料。

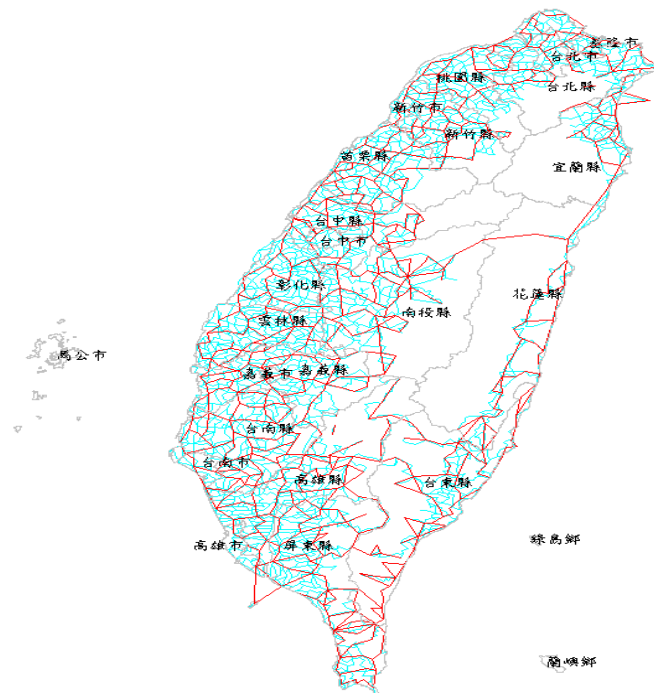


圖 2、一、二等重力測量實際觀測網形圖

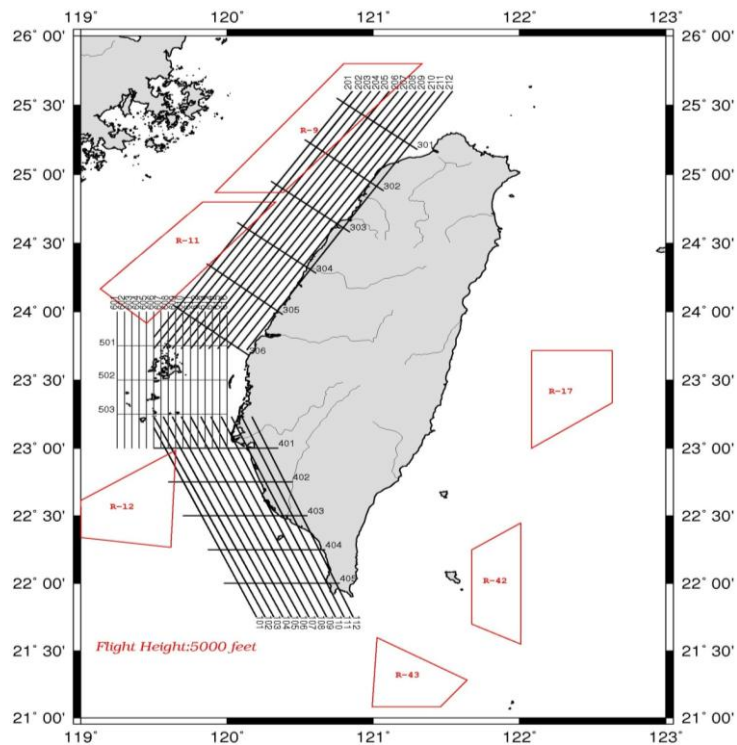


圖 3、西部低航高空載重力預計航線

### 3. 全球重力模式

目前所使用的全球重力位模式為 2008 年推出 EGM08 模式，其球諧階數為 2160 階，相當於地面 5 分的解析度。EGM08 之低階(小於球諧 120 階)主要是仰賴 CHAMP 及 GRACE 資料。

在低階重力模式即將有較大的突破，則是由於 GOCE 任務的發射。GOCE 觀測地球重力場的梯度(Seeber, 2003)高度為 250km，任務時間 20 個月，預期產生解析度在 100-1000km，精度為 1 公分之 geoid，對地球物理、海洋學、冰層厚度、大地測量研究將產生革命性改善。本計畫執行期間適逢其任務執行時期，因而將充分利用 GOCE 重力模式，突破台灣 geoid 在長波長方面的精度。再者，本計畫將以台灣重力資料，局部驗證 GOCE 觀測量之精度，以對 GOCE 任務做出貢獻。驗證的方法為以台灣局部重力，計算垂直方向的梯度(Heiskanen and Moritz, 1967)，再與 GOCE 觀測值比較。



#### 4. 台灣的 DEM 模式

台灣內政部自 2005 年起，發展台本島高精度的 DEM，預期解析度為 5 公尺，精度為 40 公分。到 2007 年，已約完成 3/4 的工作，預期於 2009 年左右，完成全島 DEM。此 5 公尺 DEM 的完成，恰可提供本計畫所需之短波長 geoid 資料。內政部的 5 公尺 DEM 及利用傳統航測方法製作，高程控制採傳統正高及 GPS 橢球高控制。目前(2007 年底)完成的區域如圖 4 所示。本計畫完成的 geoid，可配合山區的 GPS 觀測而求得正高，而驗證此 DEM 之精度。再者，geoid 計算時是否需要 5 公尺的解析度亦是研究的課題。

#### 5. 測高重力與地面重力(陸測，船測，空載重力)之整合

為了得到台灣最佳重力異常網格，利用修正法(Draping)整合測高重力異常及地面重力異常(陸測，船測，空載重力異常)，修正法為將測高重力異常扣除地面重力異常，得到兩種重力異常的差值後，將此差值組成網格加回原來的測高重力，得到一個較符合實際狀況的重力網格。其處理流程如下(圖 4)：

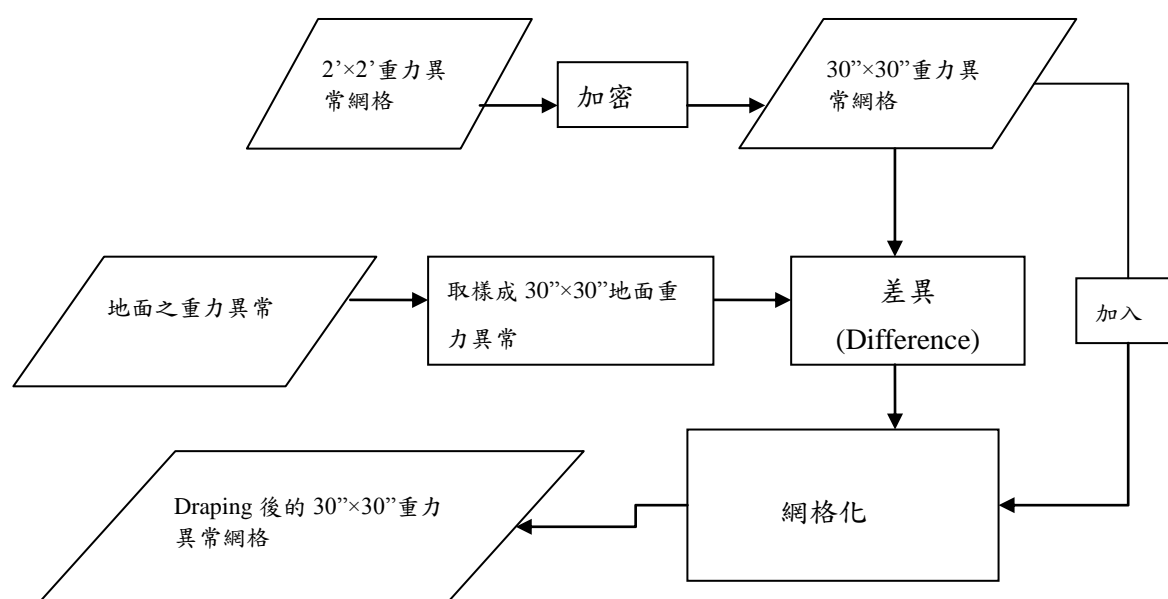
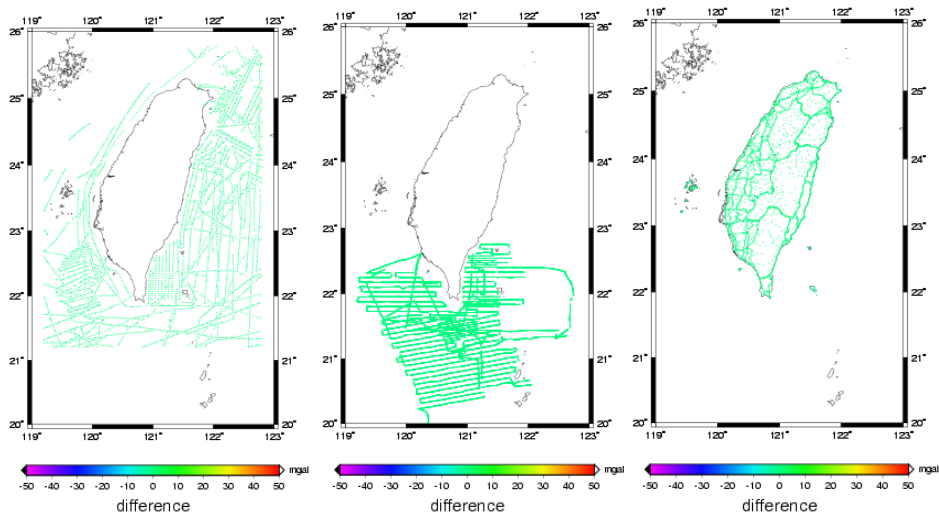


圖 4、Draping 計算流程

為了有效的整合不同空間解析度與精度的地面重力資料，本研究透過不同權重的分配將地面重力資料(陸測，船測，空載重力異常)以加權平均的方式進行  $30'' \times 30''$  之重新取樣，再依圖 4 修正法的流程來進行重力整合。

### 5.1 整合重力異常網格之精度分析

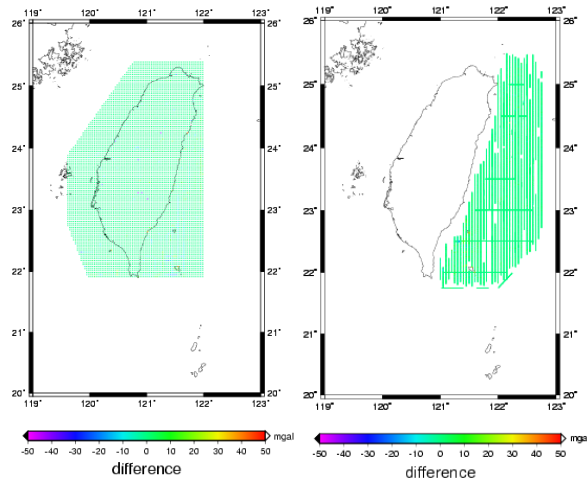
為了評估整合不同地面資料後之重力異常精度，分別與不同之地面重力異常進行差異分析，由各項比較後的圖表結果顯示，整合後的重力異常在海面上的精度表現非常理想，然而重力成果於陸上之重力精度相較於海上之重力精度稍差，其原因可能是陸測重力點的空間分布不夠密集，且台灣的地形陡峭且山脈多導致重力變化大。



(a)

(b)

(c)



(d)

(e)

圖 5、30''×30'' 整合重力異常模型與地面重力異常之差異圖

表 1、30''×30'' 整合重力異常模型與地面重力異常之差異統計表，單位：mgal

Data	Max	Min	Mean	Standard deviation
NCTUM-ship <sup>a</sup>	69.314	-46.490	-0.202	2.542
NCTUM-ship <sup>b</sup>	10.129	-15.092	-0.003	0.972
NCTUM-land <sup>c</sup>	32.353	-49.799	-0.005	2.843
NCTUM-air <sup>d</sup>	64.734	-37.960	-0.149	2.394
NCTUM-air <sup>e</sup>	59.118	-22.376	0.197	1.919
NCTUM-all <sup>f</sup>	69.314	-49.799	0.028	1.680

<sup>a</sup> Shipborne gravity anomaly (data numbers:4084)<sup>b</sup> NGDC shipborne gravity anomaly (data numbers:38564)<sup>c</sup> Land gravity anomaly (data numbers:3750)<sup>d</sup> Airborne gravity anomaly(5000m) (data numbers:6620)<sup>e</sup> Airborne gravity anomaly(1500m) (data numbers:20205)<sup>f</sup> land, shipborne, and airborne gravity anomalies (data numbers: 73247)

## 6. 大地起伏計算方法

大地起伏計算的方法可分為 Stokes 積分法與最小二乘配置法(Least Squares Collocation, LSC)。Stokes 積分的優點為可利用快速傅立葉(Fast Fourier Transform, FFT)計算之，可節省大量計算時間；LSC 的優點則是可結合各種不同型態與精度的重力值來計算大地起伏值。基於本計畫蒐集了包括陸測、船測、空載與測高等不同型態的重力值，LSC 是比較適合用於台灣大地起伏的計算方法。LSC 的詳細理論可參考 Mortiz(1980)。在 LSC 計算裡，最重要的就是各個量之間協變方函數的決定。本計畫將結合一參考場係數誤差與 Tscherning-Rapp(1974)誤差模型計算協變方函數。LSC 方法在國際上已經發展地非常成熟，世界上第一個達到公分級大地起伏計算精度的結果及採用 LSC 法(Denker and Wenzel, 1987)。隨後 Sevilla (1997)，Hwang (1997)，Tscherning et al (2001)也用 LSC 計算許多高精度的大地起伏結果。

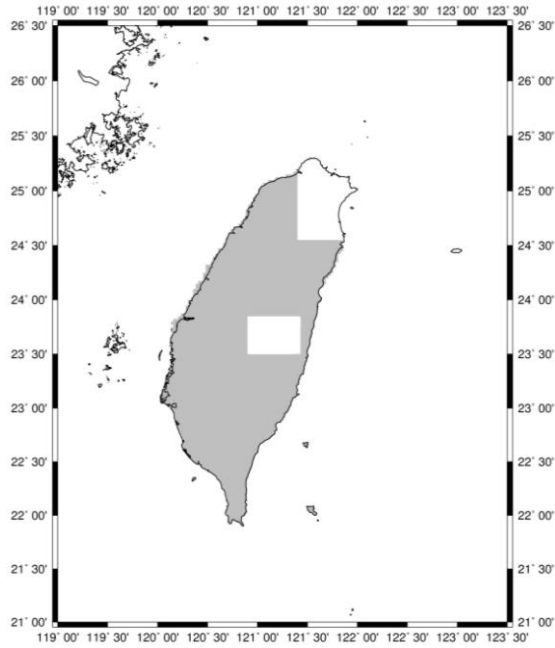


圖 6、5 公尺解析度新 DEM 資料分布圖(灰色部分)

本研究採用的大地起伏計算步驟為去除回覆法(remove-computation-restore)，依去除回覆法的原理，可將大地起伏  $N$  分為參考場大地起伏  $N_{ref}$ 、殘餘大地起伏  $N_{res}$  與剩餘地形模型(residual terrain model, RTM)大地起伏  $N_{rtm}$ 。如圖 7 所示， $N_{ref}$ 、 $N_{res}$  和  $N_{rtm}$  分別表示低頻、中頻與高頻的大地起伏(Low, Intermediate and High Frequency Geoid)。利用參考場與剩餘地形模型分別來表達大地起伏長短波長部分，可使 LSC 方法在計算殘餘大地起伏時更精確。

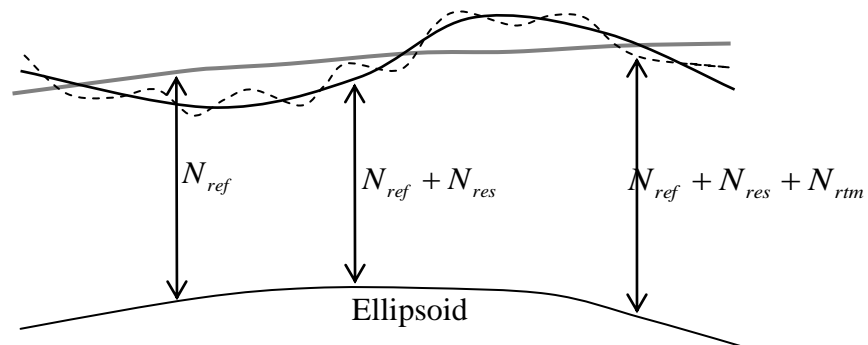


圖 7、三種不同頻率的大地起伏，其中  $N_{ref}$ 、 $N_{res}$  和  $N_{rtm}$  分別表示低頻、中頻與高頻的大地起伏。

故大地起伏  $N$  可表示為

$$N = N_{ref} + N_{res} + N_{rtm} \quad (1)$$

同理，重力異常  $\Delta g$  亦可分成參考場重力異常  $\Delta g_{ref}$ 、殘餘重力異常  $\Delta g_{res}$  與剩餘地形模型重力異常  $\Delta g_{rtm}$

$$\Delta g = \Delta g_{ref} + \Delta g_{res} + \Delta g_{rtm} \quad (2)$$

$\Delta g_{ref}$  與  $N_{ref}$  的計算公式為球諧係數展開式(Spherical Harmonic Expansion)，如下所示(Heiskanen and Moritz, 1967)

$$\Delta g_{ref} = \frac{GM}{R^2} \sum_{n=2}^N (n-1) \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (3)$$

$$N_{ref} = R \sum_{n=2}^N \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (4)$$

其中  $R$  是地球半徑、 $G$  為萬有引力常數、 $M$  是地球質量、 $\bar{C}_{nm}$  與  $\bar{S}_{nm}$  是完全正規化之地球引力位球諧係數(fully normalized spherical harmonic coefficients)、 $\bar{P}_{nm}$  是完全正規化之 Legendre 函數、 $n$  與  $m$  是階數(degree)及次數(order)。

在剩餘地形模型的計算方面，如圖 8 示，乃計算真實地形面(True Elevation Surface)與平均地形面(Mean Elevation Surface)之間對計算點  $P$  的效應。在地形變化平緩的地方，此效應量不大，但在地形變化劇烈的地方，此效應量非常明顯。

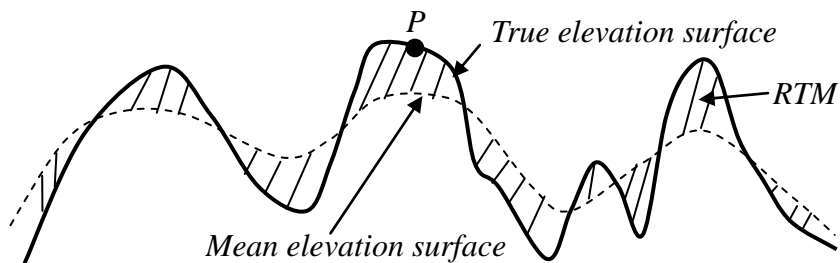


圖 8、模型示意圖，即真實地形與平均地形間的部分(斜線區域)。

剩餘地形模型重力異常  $\Delta g_{rm}$  與大地起伏  $N_{rm}$  的計算公式為(Forsberg, 1984) ,

$$\Delta g_{rm}(x_p, y_p) = 2\pi G \rho (\bar{h} - \bar{h}_r) - c(x_p, y_p), \quad (5)$$

和

$$N_{rm}(x_p, y_p) = \frac{G}{\gamma} \int_E \frac{\rho(x, y)(h(x, y) - h_r(x, y))}{\sqrt{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2}} d_x d_y \quad (6)$$

其中  $c(x_p, y_p)$  是計算點  $P$  的地形改正量,  $\bar{h}$  是 DEM 高度,  $\bar{h}_r$  是參考 DEM 高度,  $\rho_1$  為地質密度 (採  $2.67 \text{ g/cm}^3$ )。  $c(x_p, y_p)$  與  $N_{rm}$  可用 FFT 計算。利用 LSC 公式, 搭配全球參考場係數誤差與 Tscherning-Rapp 誤差模型可計算殘餘大地起伏  $N_{res}$ , 公式如下所示

$$N_{res} = \begin{pmatrix} C_{n\Delta g^0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\Delta g^0} + D_{\Delta g}^0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta g_{res}^0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

其中  $\Delta g_{res}^0$  : 高度 0 公尺的殘餘重力異常。

$C_{\Delta g^0}$  : 地面重力異常與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{n\Delta g^0}$  : 大地起伏與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$D_{\Delta g}^0$  : 地面重力異常的雜訊。

若將空載重力加入計算, 則公式變為

$$N_{res} = \begin{pmatrix} C_{n\Delta g^0} & C_{n\Delta g^{5000}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\Delta g^0} + D_{\Delta g}^0 & C_{\Delta g^0 \Delta g^{5000}} \\ C_{\Delta g^{5000} \Delta g^0} & C_{\Delta g^{5000}} + D_{\Delta g}^{5000} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta g_{res}^0 \\ \Delta g_{res}^{ag} \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中

$\Delta g_{res}^0$  : 高度 0 公尺的殘餘重力異常。

$\Delta g_{res}^{ag}$  : 空中殘餘重力異常。

$C_{\Delta g^0}$ ：地面重力異常與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{\Delta g^{ag}}$ ：空中重力異常與空中重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{\Delta g^0 \Delta g^{ag}}$ ：地面重力異常與空中重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{\Delta g^{ag} \Delta g^0}$ ：空中重力異常與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{n\Delta g^0}$ ：大地起伏與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{n\Delta g^{ag}}$ ：大地起伏與空中重力異常之間的協變方矩陣。

$D_{\Delta g^0}$ ：地面重力異常的雜訊。

$D_{\Delta g^{ag}}$ ：空中重力異常的雜訊。

空載重力在應用時，亦可向下延續(downward continuation)至地表面，與地面重力值結合，用(7)式計算殘餘大地起伏值，向下延續的方法包括 FFT 和 LSC 等(Hwang et al., 2007, 蕭(2007))。此外，若測高資料格式為水準面梯度(geoid gradient)，計算時必須與格式為重力異常的重力資料分開，公式為

$$N_{res} = \begin{pmatrix} C_{n\Delta g^0} & C_{ne} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{\Delta g^0} + D_{\Delta g^0} & C_{\Delta g^0 e} \\ C_{e\Delta g^0} & C_e + D_e \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta g_{res}^0 \\ e_{res} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$\Delta g_{res}^0$ ：高度 0 公尺的殘餘重力異常。

$e_{res}$ ：殘餘水準面梯度。

$C_{\Delta g^0}$ ：地面重力異常與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$C_e$ ：水準面梯度與水準面梯度之間的協變方矩陣。

$C_{e\Delta g^0}$ ：水準面梯度與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{\Delta g^0 e}$ ：地面重力異常與水準面梯度之間的協變方矩陣。

$C_{n\Delta g^0}$ ：大地起伏與地面重力異常之間的協變方矩陣。

$C_{ne}$ ：大地起伏與水準面梯度之間的協變方矩陣。

$D_e$ ：水準面梯度的雜訊。

$D_{\Delta g^0}$ ：地面重力異常的雜訊。

將計算得的  $N_{res}$ ，加上  $N_{ref}$  和  $N_{rtm}$ ，最後得到一 quasi-geoid，將 quasi-geoid 經過一改正公式改正，可得到真正的 geoid，改正公式為

$$N_{geoid} \approx N_{quasi-geoid} - \frac{2\pi G\rho}{\gamma} H^2 \quad (10)$$

G 為萬有引力常數， $\rho$  為地層密度，H 為正高。

本計畫亦將嘗試不同於 LSC 的方法，預計有

#### (1) Spectral combination

此法考慮到重力資料有不同的精度及解析度，且含有不同的系統誤差。此法首先將重力資料轉換到頻率域(frequency domain)，再依權重將不同頻域之重力組合而成該頻段之 geoid，再將之轉為空間域之 geoid，例如 Li and Sideris (1997), Kern et al. (2003), Kuroishi and Keller (2005)。歐盟計算 geoid 也採 spectral combination 的方法。

#### (2) 修正 Stokes 公式

由重力異常計算大地起伏可利用 Stokes 公式(Heiskanen and Moritz, 1967)

$$N = \frac{R}{4\pi\sigma} \iint_{\sigma} S(4) \Delta g d\sigma \quad (11)$$

上式中，S(為 Stokes 函數)， $\sigma$  為單位球， $\Delta g$  為重力異常，古典方法中，S(4)

Legendre polynomial 級數代表：



$$S(4) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{n-1} P_n(\cos \varphi) \quad (12)$$

但上式並未考慮到下列事實(1)重力異常含系統及隨機誤差(2)重力異常之解析度及非全球覆蓋。因此 Stokes 函數必須針對這兩個事實加以修改，修改的方法甚多，如 Sjoberg and Featherstone (2004), El Habiby and Sideris (2007)。本計畫將研究一改良式 Stokes 積分公式計算大地起伏。

## 7. Geoid 精度驗證

重力大地起伏驗證方法如下。在水準點上已有正高(H)，觀測 GPS 橢球高 h，即得該水準上之大地起伏：

$$N = h - H \quad (13)$$

此觀測之大地起伏可與重力大地起伏比較而評估其精度。由於平均海水面與大地水準面通常存有一常差(見圖 9)，以及長波長大地起伏模式不完善，較準確的評估方式為比較兩水準點間的觀測與重力大地起伏差值。

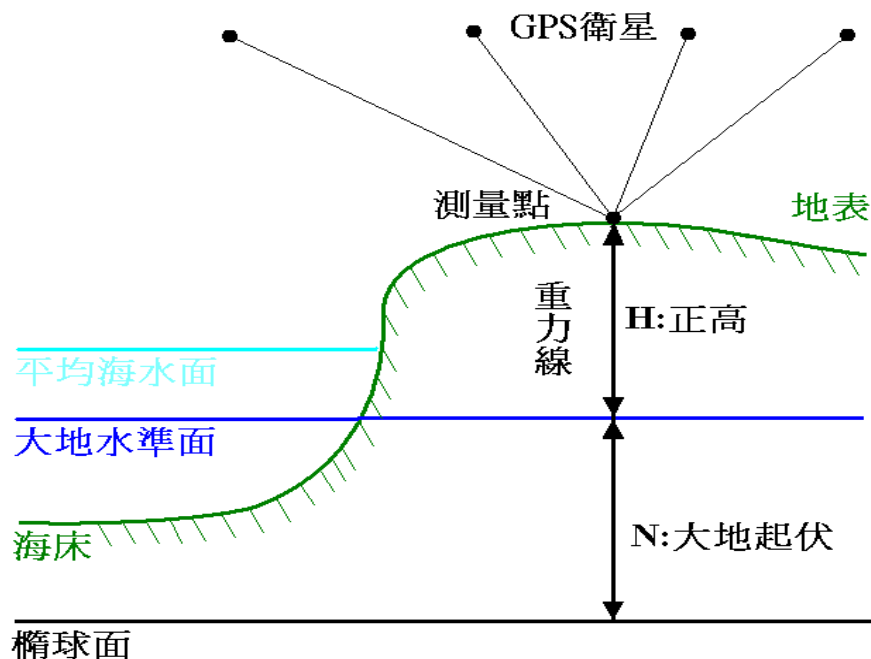


圖 9、大地起伏及橢球高 H+N 之幾何關係

目前內政部提供在 north、center、south、east 4 條有 24 小時觀測 GPS 的一等水準點，可用為 geoid 精度評估之用。然而此 4 條水準線並不足以代表台灣全區。本計畫執行至目前，考量到幾何上的分佈，特別先規劃增加東南部地區（南迴公路、台 9 線）的檢測點，以評估全島的重力大地起伏精度。目前已收集了 20 個點的相關水準資料及透空照片，待實地考察過後會挑選其中的 15 個點做 24 小時的 GPS 觀測(如圖 10)，以作為評估 geoid 精度之用。再者，若實測大地起伏精度佳，空間密度夠，則可與重力大地起伏合併，而得一混合型(hybrid) geoid。若實測大地起伏中，其 GPS 系統與 ITRF 系統一致，則此混合型大地起伏之座標系統自動為 ITRF 系統，而其對應之高程基準與台灣之高程基準(TWVD2001)一致。

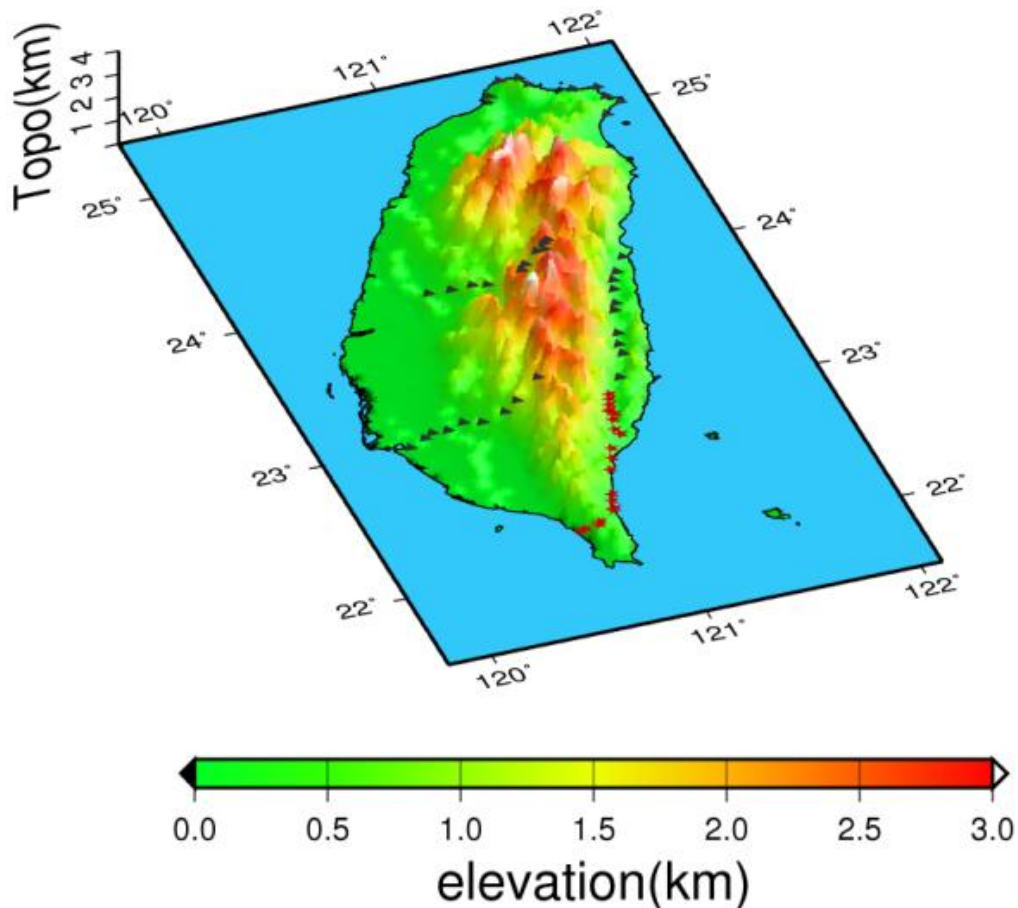


圖 10、大地起伏檢核路線分佈圖，圖中黑色之三角點代表已存在之檢測路線，底圖代表地形，紅色星形點代表預計將新增的檢核點

## 7.1 GPS 觀測資料分析及定位成果

收集 GPS 資料為 2009 年 12 月 7 日 5 時至 2009 年 12 月 8 日 5 時每五秒接收一筆的觀測資料，測站包含台灣東岸之水準點及加入太麻里(TMAM)、墾丁(KDNM)兩站衛星追蹤站資料，其位置分佈如圖 11 所示：

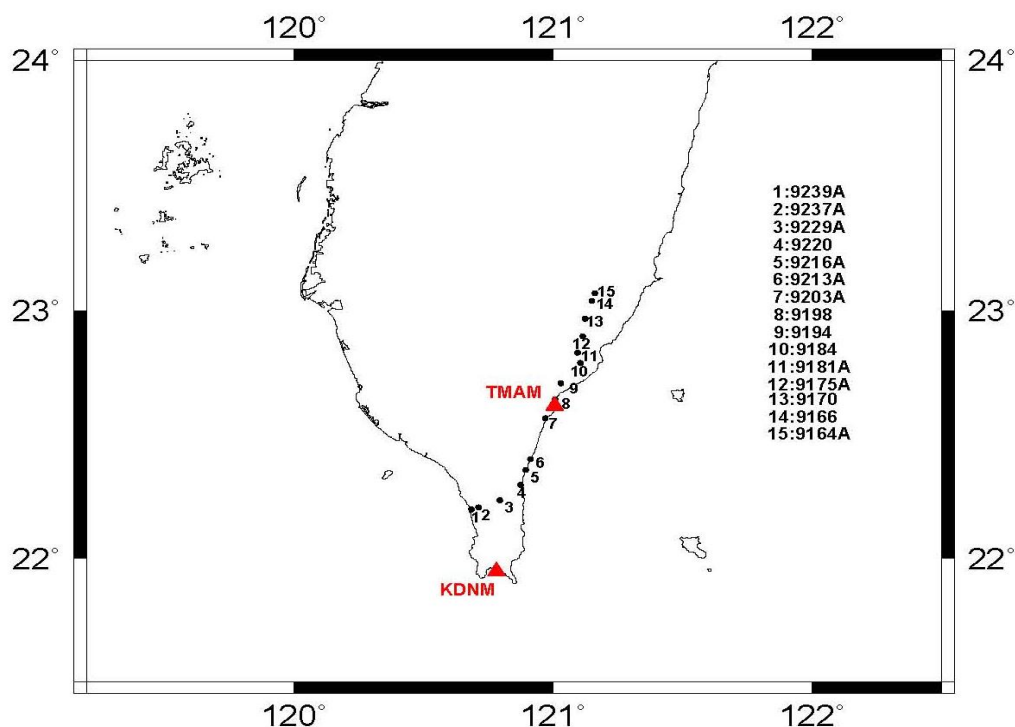


圖 11、各測站位置分佈圖

GPS 觀測所得之數據，有多種可能因素導致數據品質不符合需求，因此使用 UNAVCO(University NAVSTAR Consortium)發展的 TEQC(Translate/Edit/Quality Check)程式，檢核所獲取的資料以確定其資料品質(Estey and Meertens, 1999)。表 2 為各站 GPS 資料經由 TEQC 所獲取之參數檢核成果，IGS 網站建議可以檢核多路徑效應 mp1、mp2 及觀測數與週波脫落比(Observation/cycle slip)：

1. 多路徑效應 mp1、mp2:多路徑影響應小於 0.5 為佳。
2. 觀測數與週波脫落比值(Observation/cycle slip):值越大代表週波脫落越少，觀測品質則越佳；反之週波脫落越多，比值則越小。

表 2、各站 GPS 觀測資料之 TEQC 檢核參數

測站	Mp1	Mp2	Observation/cycle slip
TMAM	0.51	0.56	46349
KDNM	0.39	0.44	7900
9164A	0.26	0.43	45128
9175A	0.27	0.41	22638
9181A	0.30	0.45	136227
9203A	0.33	0.49	40616
9213A	0.30	0.42	4036
9216A	0.25	0.33	134578
9229A	0.38	0.57	9543
9237A	0.28	0.39	45013
9239A	0.27	0.33	137111
9166	0.25	0.34	135703
9170	0.27	0.38	135695
9184	0.33	0.56	12888
9194	0.28	0.43	129904
9198	0.27	0.43	31602
9220	0.26	0.36	136405

由上表可知各測站衛星資料的多路徑效應(mp1、mp2)大部分都低於 0.5，除了 TMAM、9184 及 9229A 三個站有受到多路徑效應影響，其他各站衛星接收狀況都算良好；而在觀測數與週波脫落比值(Observation/cycle slip)部分，9213A、9229A 及 KDNM 三個站有較多的週波脫落，導致觀測數與週波脫落比值較小；就觀測資料本身品質檢核而言，除了 9229A 測站受到多路徑效應及週波脫落影響較大以外，其他各站多路徑效應略優於 TMAM 及 KDNM。

為了評估 GPS 觀測資料定位成果的好壞，本案採用 BERNESE V5.0 軟體自動化計算，將一整天資料以每三小時為單位切割成八個測段(SESSION)，並以太麻里為約制站(Constrain)對 GPS 資料進行區域網平差解算各站座標，利用 Bernese 軟體 BPE 自動化批次計算，其計算方法流程概述如下：

- (1) 將標準轉換格式(RINEX)之觀測資料轉成 Bernese 格式。
- (2) 由精密星曆中萃取出各衛星之時錶修正量，以供後續處理之用。
- (3) 將精密星曆轉成表列型式，再組成 Bernese 格式之標準軌道。其中組軌道之原則：利用每天之精密星曆，組成 24 小時之軌道，包括 6 個克卜勒軌道元素和 2 個 ROCK4/42 模式之太陽幅射參數，作為資料修編與後處理之用。
- (4) 進行電碼資料之檢查，剔除錯誤觀測量。
- (5) 利用電碼資料進行單點定位，計算測站導航坐標及接收儀時間誤差量，並將時間修正於載波相位資料中，使接收儀之時間能準確至  $10^{-6} \sim 10^{-7}$  秒。
- (6) 組成獨立的基線網一次差觀測量，即將所有測站依最短距離之原則，組成線性獨立的一次差觀測量。
- (7) 利用精密星曆與衛星時錶資料進行資料之修編、週波脫落之補正 (Cycle Slip Editing)、時錶差修正、標示錯誤的觀測量或不能使用之觀測量。對於週波脫落之處理，採自動偵測與補償方式。
- (8) 整數週波未定值求解過程，乃先利用實數解求得一精確之坐標 (或利用以前計算過之坐標值)，然後使用 QIF (Quasi Ionosphere-Free) 方法，求得 L1 和 L2 的整數週波未定值，再組成無電離層 (Ionosphere-free) 效應觀測量 L3，此時加入 WVR 觀測資料當作對流層外部改正，並將解得 L1 和 L2 的整數週波未定值代入無電離層效應之觀測方程式中，求解位置坐標及估計對流層參數。

各測站可計算求得八個(X,Y,Z)座標，再將(X,Y,Z)座標轉換成 2 度 TM 地平座標系統(N,E,h)，其定位成果如圖 12 (a)、圖 12 (b)；進而分析 N、E、h 三個方向座標變化的標準偏差值如表 3。

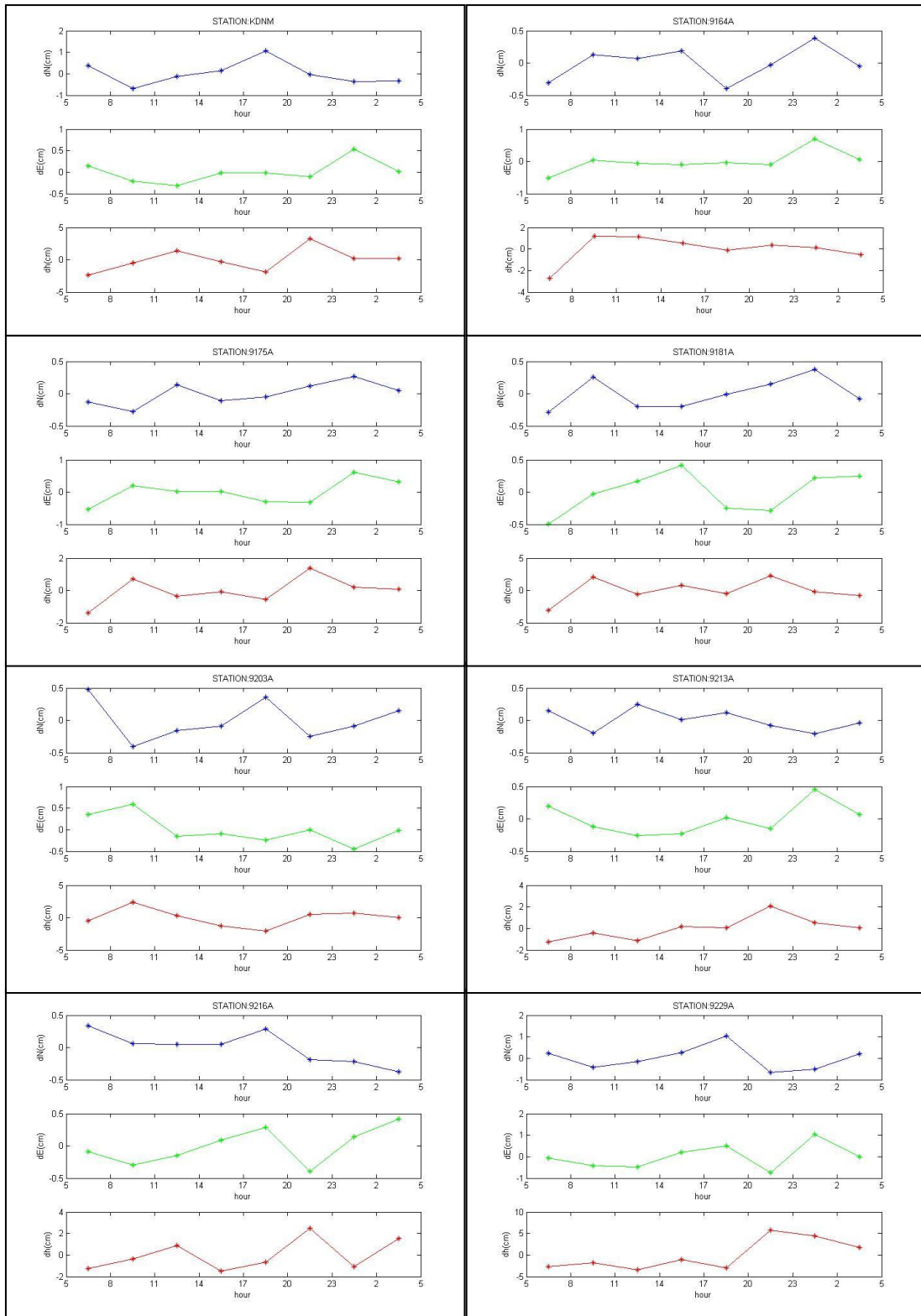


圖 12 (a)、各測站 N、E、h 座標定位成果圖

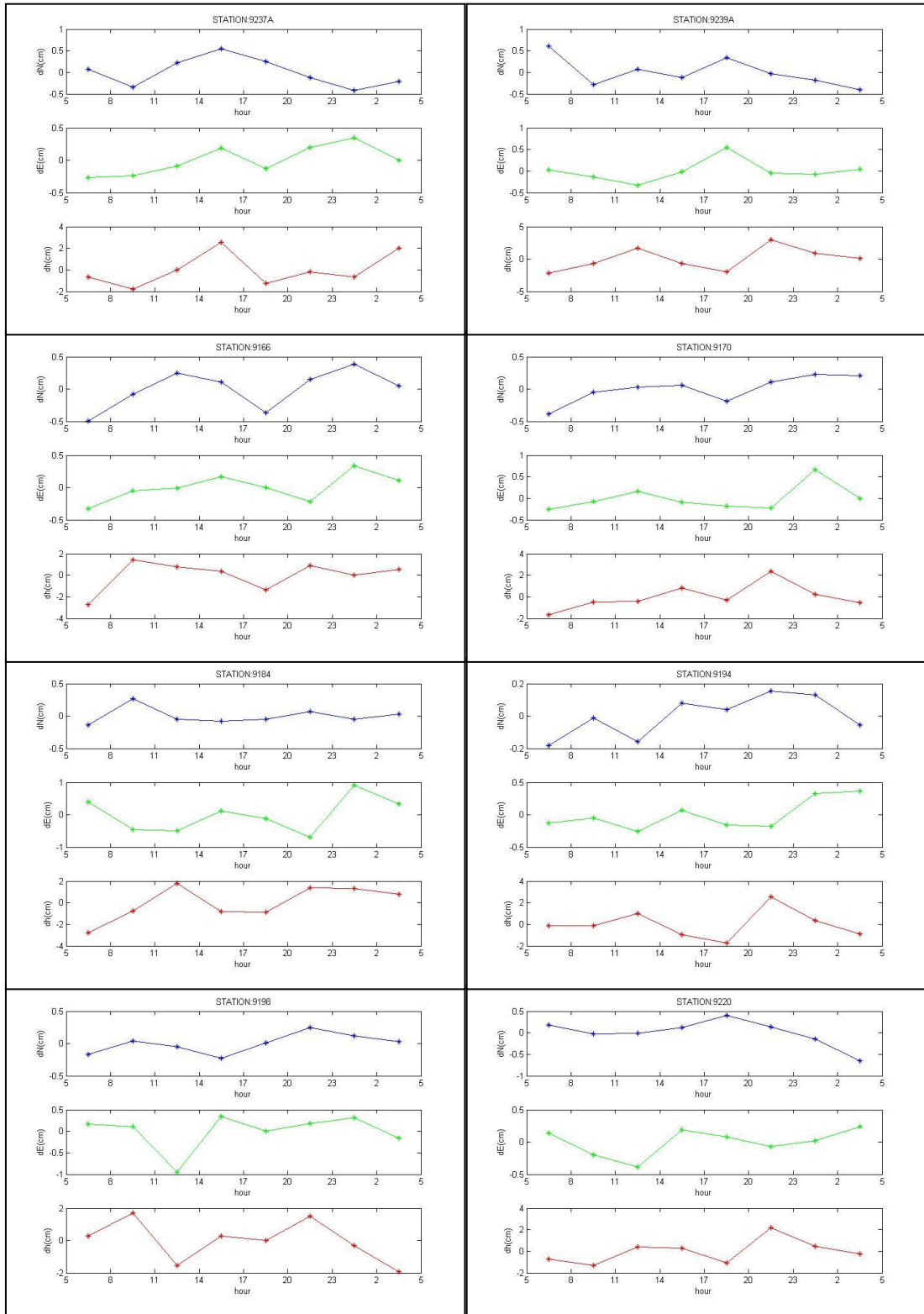


圖 12 (b)、各測站 N、E、h 座標定位成果圖

表 3、各測站 N、E、h 座標變化之標準偏差(單位:公分)

測站	$\sigma_N$	$\sigma_E$	$\sigma_h$
TMAM	0.0021	0.0023	0.0049
KDNM	0.5363	0.2558	1.7832
9164A	0.2558	0.3292	1.2441
9175A	0.1766	0.3801	0.8357
9181A	0.2380	0.3157	1.7117
9203A	0.3018	0.3338	1.3352
9213A	0.1630	0.2421	1.0512
9216A	0.2460	0.2830	1.4509
9229A	0.5502	0.5765	3.5429
9237A	0.3333	0.2224	1.5255
9239A	0.3321	0.2477	1.7585
9166	0.3021	0.2092	1.3738
9170	0.2044	0.3036	1.1964
9184	0.1256	0.5442	1.5671
9194	0.1261	0.2352	1.3361
9198	0.1498	0.4144	1.2840
9220	0.3105	0.2119	1.1187

將一天資料分割成八個時段求得每三個小時之解算座標來看其定位成果，由上表各測站定位成果的標準差可看出在測站 9229A，受到 GPS 本身觀測資料品質影響導致座標變化最大，高程方向震盪至 3.5 公分；除此之外各測站定位成果其平面精度可在 0.5 公分以內，高程精度則約 1 公分多。



## 7.2 修正水準點與轉點間之大地起伏差異量估計

衡量本計劃預算與檢核點的幾何分布及透空條件，選擇其中透空條件較差的 9 個一等水準點進行偏心觀測(以水準點號加上英文字母 A 表示，如圖 11 之 9239A 等)，尋找透空良好之轉點來穩定 GPS 測量的精度，並以水準測量所得到的正高差來當做橢球高差進行高差修正以便得到水準點位上的橢球高，然而要用正高差來當作橢球高差所選擇的轉點不能距離太遠，會使得兩點間的大地起伏差不為零，導致不能用正高差來做橢球高差的修正。修正公式如下所示：

$$h_{BM} = h_{ref} + \Delta h_{gps} \quad (14)$$

$$\Delta h_{gps} = \Delta H_{level} + \Delta N \quad (15)$$

為了估計  $\Delta N$ ，本計劃使用 EGM08 360 階大地起伏網格來進行轉點與水準點間的差異估計，結果如下：

表 4、各水準點與轉點間大地起伏的差異(單位:公尺)

轉點點號	水準點點號	$\Delta N$
9164A	9164	0.000
9175A	9175	0.001
9181A	9181	0.001
9203A	9203	0.006
9213A	9213	-0.024
9216A	9216	0.002
9229A	9229	0.000
9237A	9237	0.000
9239A	9239	0.000

### 7.3 大地起伏的精度評估

為了評估大地起伏的精度，除了內政部已經提供的在 north、center、south、east 4 條有 24 小時觀測 GPS 的一等水準點，另外加上台九線(East-South) 新增的檢核線，其檢核成果統計表(表 5)如下：

表 5、大地起伏檢核成果統計(單位:公尺)

Leveling route	Max	Min	Mean	Std dev
North	-0.147	-0.225	-0.193	0.026
East	-0.117	-0.390	-0.246	0.079
Center	-0.014	-0.287	-0.129	0.088
South	-0.231	-0.398	-0.323	0.063
East-South*	0.000	-0.265	-0.106	0.101

East-South\*為本計畫新增的檢核線

### 8. 推廣 geoid 在防災、監測及測繪之應用

為進一步驗證 geoid 精度及發揮 geoid 在防災及測繪方面之效益，本計畫擬將 geoid 推廣到下列應用：

#### (1) 空載 Lidar 製作 DEM 及地層下陷監測

空載 Lidar 於飛機上裝載雷射掃描器(laser scanner)，觀測飛機與地面點距，透過 GPS 飛機定位，決定地面點之橢球高。若欲將此橢球高作傳統如淹水模式、防洪等應用，必須將之扣除大地起伏。本計畫將與 Lidar 研究學者合作，獲取 Lidar 資料，以間接驗證 geoid 精度及推廣 geoid 的防災應用。目前經濟部水利署已在雲林地區試辦以 Lidar 監測地層下陷，效果良好。Lidar 所觀測之正高可與水準正高比較；若精度與水準相當，則可獲得二維的變形資訊，與 INSAR 結果相比較。

#### (2) 應用於 GPS 水準測量

台灣由於 eGPS 的發展及 RTK 的廣泛應用，即時高精度(公分級)GPS 定位已

變得非常方便，在高程部分，eGPS 及 RTK 必須仰賴 geoid 獲得正高，而一般的靜態(static)GPS 測量亦需 geoid 算正高。動態 GPS 在河川斷面測量、快速地形測量等機動性高程測量應用上非常重要。維護高程基準

一個國家的高程基準一般由全國均勻分佈之水準點高程來定義及維護。但水準點易遭破壞，而且板塊移動及地層下陷均會改變水準點高程而使國家高程基準維護非常不易。目前國際間新的高程基準已逐漸被 GPS 取代，其中最重要的條件即是高精度 geoid。因此，若本計畫產生的 geoid 有足夠的精度，配合台灣的測繪行政程序，可為下一代台灣高程基準的重要參考面。

## 9. 成果

目前已完成部分：

- 收集重力資料
- 收集全球重力模式
- 收集台灣 5 公尺 DEM
- 初步分析上述資料，編輯及除錯

已將相關成果發表在：

Hsiao, YS, and **C Hwang**, Topography-Assisted Downward Continuation of Airborne Gravity: Application to Geoid Determination in Taiwan, *Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences (TAO)*, in press, 2010. doi: 10.3319/TAO.2009.07.09.01(T)(IF=0.808) (**corresponding author**)

Hwang, C, T.C. Cheng, C.C. Cheng, and W.C. Hung, Land subsidence using absolute and relative gravimetry: a case study in central Taiwan, *Survey Review*, Vol. 42, No.315, pp. 27-39, 2010. (IF=0.452)

預計發表至國際期刊(*Computer and Geosciences*)的文章如下：

Hwang, C., and H. J. Hsu. Combination of space-borne, airborne, shipborne and terrestrial gravity data around Taiwan

## References

- 黃金維、郭重言、儲慶美、甯方璽(1998)。台灣重力網平差及重力資料整合，測量工程，第 40 卷，第三期，第 71-82 頁。
- 黃金維(2001)。一等一級水準點上實施重力測量工作報告書，內政部。
- 陳春盛(2003)。一等二級水準點上實施重力測量工作報告書，內政部。
- 蕭宇伸(2007)利用空載，地面重力與測高資料計算台灣大地起伏: 研究向上/向下延續與地形效應計算，交通大學土木系博士論文。
- Denker H, Wenzel HG (1987) Local geoid determination and comparison with GPS results, *B. Geod.*, 61, pp. 349-366.
- Forsberg R (1984) A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical inversion Methods in Gravity Field Modelling, Rept. 355, Dept. of Geod. Sci. and Surv., The Ohio State University, Columbus.
- El Habiby MM, Sideris MG (2007) A wavelet thresholding technique for local geoid and deflection of the vertical determination using a planar approximation. *Geophys. J. Int.*, 170 (2), pp. 492-502.
- Heiskanen WA, Moritz H (1967) *Physical Geodesy*, W.H. Fredman and company, San Francisco and London.
- Hsu SK, Liu CS, Shyu CT, Liu SY, Sibuet JC, Lallemand S, Wang C, Reed D (1998) New Gravity and Magnetic Anomaly Maps in the Taiwan-Luzon Region and their Preliminary Interpretation, *Terr. Atmos. Ocean. Sci.*, 9, pp. 509-532.
- Hwang C (1997) Analysis of some systematic errors affecting altimeter-derived sea surface gradient with application to geoid determination over Taiwan, *J. Geod.*, 71, pp. 113-130.
- Hwang, C and CG Wang (2002) New gravity anomaly grid of Taiwan, *Journal of Surveying Engineering*, 44 (2), pp. 1-22. (in Chinese)
- Hwang C, Hsiao YS, Shih HC, Yang M, Chen KH, Forsberg R, Olesen AV (2007)

- Geodetic and geophysical results from a Taiwan airborne gravity survey: Data reduction and accuracy assessment, *J. Geophys. Res.*, 112, B04407, doi:10.1029/2005JB004220.
- Hwang C, Hung WC, Liu CH (2008) Results of geodetic and geotechnical monitoring of subsidence for Taiwan High Speed Rail operation. in press, *Natural Hazards*.
- Kern M, Schwarz KP, Sneeuw N (2003) A study on the combination of satellite, airborne, and terrestrial gravity data. *J. Geod.* 77 (3-4): 217-225.
- Kuroishi Y, Keller W (2005) Wavelet approach to improvement of gravity field-geoid modeling for Japan. *J Geophys. Res.* 110 (B3): Art. No. B03402.
- Li J, Sideris MG (1997) Marine gravity and geoid determination by optimal combination of satellite altimetry and shipborne gravimetry data. *J. Geod.*, 71 (4), pp. 209-216
- Moritz H (1980) *Advanced Physical Geodesy*, Karlsruhe: Wichmann, Abacus Press.
- Seeber G (2003) *Satellite Geodesy*, 2nd ed. De Gruyter, Berlin.
- Sevilla M (1997) A high-resolution gravimetric geoid in the Strait of Gibraltar, *J. Geod.*, 71, pp. 402-410.
- Sjoberg LE, Featherstone WE (2004). Two-step procedures for hybrid geoid modeling. *J. Geod.*, 78 (1-2), pp. 66-75.
- Tscherning CC, Rapp RH (1974) *Closed Covariance Expressions for Gravity Anomalies. Geoid Undulations, and the Deflections of the Vertical Implied by Anomaly Degree-Variance Models*, Reports of the Department of Geodetic Science, 208, Ohio State University.
- Yen HY, Yeh YH, Lin CH, Yu GK, Tsai YB (1990). *Free-Air Gravity Map of Taiwan and Its Applications*, *Terr. Atmos. Ocean. Sci.*, 1, pp.143-156.
- Yen HY, Yeh YH, Lin CH, Chen KJ, Tsai YB(1995) *Gravity Survey of Taiwan*, *J. Phys. Earth.*, 43, pp. 685-696.