

行政院國家科學委員會專題研究計畫期中報告

整合工業網路與無線網路之遠端監控系統設計(1/2)

計畫編號：NSC 95-2232-E-009-1-MY2

執行期限：95/08/01~96/7/31

主持人：徐保羅 國立交通大學電機與控制工程系

摘要

高速移動旋轉的全向位移動平台能滿足敏捷的運動需求，其中主要存在著座標轉換及克式力所產生的非線性模型。雖然模糊控制能有效的解決非線性問題，而 T-S 模糊模型可解決全向平台的控制問題，但一般的 T-S 模糊控制器設計，僅得到一組穩定的控制增益為主，若進一步要達成系統特性的設計指標，將會使控制器的求解變為複雜及實現困難。

為同時達到平台移動及旋轉的控制，一般使用 inverse kinematics 將各輪軸與平台的運動關係解偶。若平台進行高速移動及旋轉時，克式力影響變為顯著。本篇論文藉由 kinematics inversion 消除座標轉換並建立 T-S 模糊模型。用以較少的 rules 有效的同時克服座標轉換及克式力的非線性特性。

針對此 T-S 模糊模型，本論文進一步提出一個可直接設計控制規格的控制器架構，得到各自由度在不同旋轉角速度下的轉移函數，直接設計出符合系統所需規格的 T-S 模糊控制器。我們提出模擬的例子，由結果可知此設計方法優於 PID 控制器。

I. 簡介

全向位移動平台 (omnidirectional mobile robot, ODMR) 為一個 holonomic 移動的移動平台，此平台是由數個全向輪所組成[1]，其中存在者因為座標轉換所產生的非線性項 [1-3]。這些模型並只針對各輪分力的解偶，而沒有考慮到平台的動態行為。然而，當平台在進行高速移動時，其非線性的克式力 (Coriolis force) 也將隨著速度增加而影響平台的精確度 [4-6]。針對以上非線性的影響，文獻 [4-6] 討論其控制器的設計。不過，所得到的控制增益在不同的速度路徑下需要各別調整。這是因為線性控制器無法有效的處理全向位移動平台的非線性特性，特別是平台在高速的移動。

模糊控制可以有效的處理非線性系統的控制問題，文獻 [2] 使用模糊控制來解決全向移動平台座標轉換的問題，但是並未考慮到克式力的影響。一般的情況下，T-S 模糊模型透過線性矩陣不等式 (linear matrix inequality, LMI) 來得到一組使系統穩定的控制器 [7, 8]。在文獻 [9, 10] 不只考慮系統的穩定解，而加入了一些系統的特性指標，如此將使得 LMI 條件便為複雜而使得求出的解難以實現[11]。

本研究將提出一個整合 kinematics inversion 及以平台選轉角速度為為指標的 T-S 模糊模型的建模方法。以此模型為架構，其控制器的求解方法不但可以符合系統設計規格，並且簡單容易實現。我們將提出一組 PID 及其他方法所設計的 T-S 模糊控制器作為比較，以證明本研究所提出的方法之效能。我們將提出一些模擬結果以證明本研究所提出

的T-S模糊控制器在不同的移動速度下皆可滿足系統響應特性。此外，平台在高速移動下，更可證明此T-S模糊控制器的好處。實驗的結果將可以看出本研究方法所設計的T-S模糊控制器可有效降低克式力對平台在高速移動旋轉下的影響。

II. 四輪全向移動平台模型

在此我們建立平台的數學模型，以方便我們發展平台控制器的設計方法，這裡定義絕對座標系統（absolute coordinate system） O_w 及移動座標系統（moving coordinate system） O_m 兩種座標格式，如，圖1

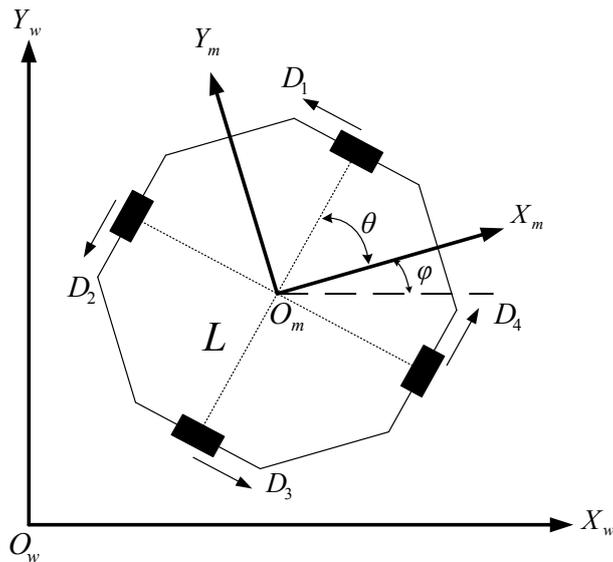


圖1 四輪全性移動平台模型

- Wheel 1-4 位於第一到第四象限的輪子
- L 平台半徑
- $D_i, i=1-4$ 各輪的牽引力
- φ 介於 X_w 及 X_m 角度
- θ 各輪軸與 X_m 夾角

Wheel 2

在此，我們定義狀態變數為 $x(t) = [\dot{x}_w(t) \ \dot{y}_w(t) \ \dot{\varphi}(t)]^T$ ，輸入變數為 $u(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ u_3(t) \ u_4(t)]^T$ 而輸出變數為 $y(t) = [\dot{x}_w(t) \ \dot{y}_w(t) \ \dot{\varphi}(t)]^T$ 。以狀態方程式表示在絕對坐標下平台的動態模型如下

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}(x)x(t) + \mathbf{B}(x)u(t) \quad \text{and} \quad (1a)$$

$$y(t) = \mathbf{C}x(t). \quad (1b)$$

其中

$$\mathbf{A}(x) = \begin{bmatrix} a_1 & -a_2\dot{\varphi}(t) & 0 \\ a_2\dot{\varphi}(t) & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{bmatrix}, \mathbf{B}(x) = \begin{bmatrix} b_1\beta_1(t) & b_1\beta_2(t) & b_1\beta_3(t) & b_1\beta_4(t) \\ b_1\beta_4(t) & b_1\beta_1(t) & b_1\beta_2(t) & b_1\beta_3(t) \\ b_2 & b_2 & b_2 & b_2 \end{bmatrix} \quad \text{Wheel 3 } 3 \times 3,$$

$$a_1 = -2c/(I_w + 2mr^2), \quad a_2 = I_w/(I_w + 2mr^2), \quad a_3 = -4cL^2/(4I_wL^2 + I_vr^2),$$

$$b_1 = \sqrt{2}kr/2(I_w + mr^2), \quad b_2 = krL/(4I_wL^2 + I_vr^2),$$

$$\beta_1(t) = -\sin \varphi(t) - \cos \varphi(t), \quad \beta_2(t) = \sin \varphi(t) - \cos \varphi(t),$$

$$\beta_3(t) = \sin \varphi(t) + \cos \varphi(t), \quad \beta_4(t) = -\sin \varphi(t) + \cos \varphi(t)$$

而 I_v 為平台轉動慣量； m 為平台質量； c 為馬達黏滯摩擦力； r 為輪子半徑；

I_w 為馬達的轉動慣量； ω_i 為輪子速度及 k 為齒輪比係數 [3].

根據簡單的三角函數轉換我們可以得到此平台的kinematics inversion如下：

$$u(t) = \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{u}}(t). \quad (2)$$

其中

$$\bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \frac{\beta_1(t)}{4b_1} & \frac{\beta_4(t)}{4b_1} & \frac{1}{4b_2} \\ \frac{\beta_2(t)}{4b_1} & \frac{\beta_1(t)}{4b_1} & \frac{1}{4b_2} \\ \frac{\beta_3(t)}{4b_1} & \frac{\beta_2(t)}{4b_1} & \frac{1}{4b_2} \\ \frac{\beta_4(t)}{4b_1} & \frac{\beta_3(t)}{4b_1} & \frac{1}{4b_2} \end{bmatrix} \quad \text{及} \quad \bar{\mathbf{u}}(t) = [\bar{u}_1(t) \quad \bar{u}_2(t) \quad \bar{u}_3(t)]^T.$$

將(2) 代入 (1a)，我們可以得到簡化後的全向平台動態模型

$$\ddot{x}_w(t) = a_1 \dot{x}_w(t) - a_2 \dot{\varphi}(t) \dot{y}_w(t) + \bar{u}_1(t). \quad (3)$$

$$\ddot{y}_w(t) = a_2 \dot{\varphi}(t) \dot{x}_w(t) + a_1 \dot{y}_w(t) + \bar{u}_2(t). \quad (4)$$

$$\ddot{\varphi}_w(t) = a_3 \dot{\varphi}(t) + \bar{u}_3(t). \quad (5)$$

在方程式 (3) 及 (4) 中，我們可以見到非線性項 $a_2 \dot{\varphi}(t) \dot{y}_w(t)$ 及 $a_2 \dot{\varphi}(t) \dot{x}_w(t)$ 。我們在 $\dot{\varphi}(t) = -d, 0$ 及 d 得到線性化模型並以圖2所示歸屬函數組成模糊模型。故此，簡化棟泰全向移動平台模型(3)-(5)可以下列三個線性子系統所取代。

Ruleⁱ:

IF $\dot{\varphi}(t)$ is about M^i

THEN $\dot{x}(t) = \mathbf{A}_i x(t) + \mathbf{B}_i \bar{\mathbf{u}}(t)$ and $y(t) = \mathbf{C}_i x(t), i = 1, 2, 3$ (6)

其中

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} a_1 & -a_2d & 0 \\ a_2d & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} a_1 & a_2d & 0 \\ -a_2d & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_c = I_{3 \times 3}, \quad C_1 = C_2 = C_3 = C = I_{3 \times 3}$$

全向移動平台的T-S模糊模型可以表示為：

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^3 h_i(\dot{\phi}(t)) A_i x(t) + B_c \bar{u}(t) \text{ and} \quad (7a)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^3 h_i(\dot{\phi}(t)) C_i x(t) = C x(t) \quad (7b)$$

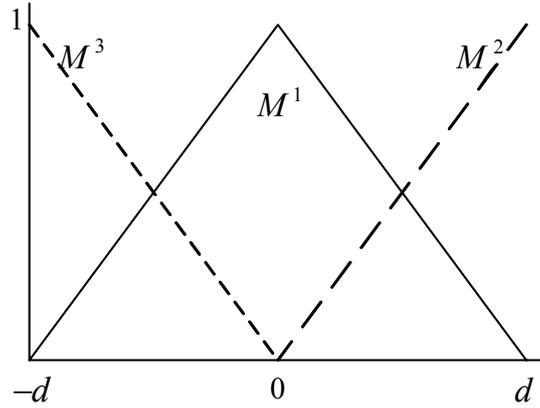


圖2 T-S模糊系統歸屬函數

在這個單元中，我們以 kinematics inversion 來消去座標轉換的非線性項，接著以不同的角速度作為依據，建立一個 T-S 模糊模型。在一般情況下，同時以角度 $\phi(t)$ 及角速度 $\dot{\phi}(t)$ 狀態為建立 T-S 模糊模型依據，如此至少需要 12 條 rule，此處理步驟，可減少 T-S 模糊模型的 rule 數量為三條，如 Eq. (9)，使得控制器的設計能更加容易並且更具實現性。

III. 符合系統規格的T-S模糊控制器設計方法

在處理全向平台路徑追跡 (path tracking) 問題時，我們希望平台能滿足最大超越量及上升時間的響應特性，以達到此目標來降低路徑追跡誤差。本單元中，提出一個以移動速度、轉角速度與平台的路徑追跡誤差為回授的控制器架構，透過此回授方式，可得到命令到輸出的轉移函數，如此找到系統所需達到的特性與控制器間的關係，直接得到符合系統所需規格的T-S模糊路徑控制器。各設計步驟如下：

The novel T-S fuzzy control design algorithm

Step 1: Definition of the path tracking error

在此全向平台中，我們可以得到移動平台速度及轉角速度為回授。為減少平台移動路徑誤差，我們定義誤差為各速度命令與實際速度差的積分做為回授。

$$\dot{e}(t) = r(t) - y(t) = r(t) - C x(t) \quad (8)$$

其中 $r(t)=[\dot{x}_r(t) \ \dot{y}_r(t) \ \dot{\phi}_r(t)]^T$ 為命令。

Step 2: The T-S fuzzy path controller formula

根據之前所得全向移動平台T-S模糊模型(6)，我們建立相對應的T-S模糊控制器如下：

Ruleⁱ:

$$\begin{aligned} &\text{IF } \dot{\phi}(t) \text{ is about } M^i \\ &\text{THEN } \bar{u}(t) = \mathbf{F}_i x(t) + \mathbf{G}_i e(t), i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (9)$$

此外，以迴授及路徑誤差為架構的T-S模糊控制器表示如下：

$$\bar{u}(t) = \sum_{i=1}^3 h_i(\dot{\phi}(t)) [\mathbf{F}_i x(t) + \mathbf{G}_i e(t)] \quad (10)$$

Step 3: Obtain the closed-loop augmented system

將方程式 (8) 及 (10) 代入 (7)，可得到一個必迴路系統：

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^3 h_i(\dot{\phi}(t)) \tilde{\mathbf{A}}_i \tilde{x}(t) + \mathbf{N} r(t) \quad \text{and} \quad (11a)$$

$$y(t) = \tilde{\mathbf{C}} \tilde{x}(t) \quad (11b)$$

其中

$$\tilde{\mathbf{A}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i + \mathbf{B}_c \mathbf{F}_i & \mathbf{B}_c \mathbf{G}_i \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \ 0] \quad \text{and}$$

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_w(t) \\ \dot{y}_w(t) \\ \dot{\phi}(t) \\ \int (\dot{x}_w(t) - \dot{x}_r(t)) dt \\ \int (\dot{y}_w(t) - \dot{y}_r(t)) dt \\ \int (\dot{\phi}(t) - \dot{\phi}_r(t)) dt \end{bmatrix}$$

Step 4: The reference/output transfer function

此必迴路系統所對應每一個子系統的特徵方程式如下：

$$\det[s\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}] = s^2 - (\mathbf{A}_i + \mathbf{B}_c \mathbf{F}_i)s + \mathbf{B}_c \mathbf{G}_i = 0, i = 1, 2, 3 \quad (12)$$

而 F_i 及 G_i 可以直接決定此特徵方程式的係數，以符合我們所需要的系統規格。

$$s^2 + \begin{bmatrix} 2\zeta_{xi}\omega_{xi} & 0 & 0 \\ 0 & 2\zeta_{yi}\omega_{yi} & 0 \\ 0 & 0 & 2\zeta_{\phi i}\omega_{\phi i} \end{bmatrix} s + \begin{bmatrix} \omega_{xi}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{yi}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{\phi i}^2 \end{bmatrix} = 0, i = 1, 2, 3 \quad (13)$$

其中 ζ_{*i} 及 ω_{*i} 為阻尼係數及自然頻率。 ζ_{*i} 及 ω_{*i} 可以由系統的最大超越量及上升時間來決定。

Step 5: Obtain the feedback gains from the system specifications

經由 Step 1 - Step 4, the F_i 及 G_i 可以直接取得使得系統同時滿足穩定及系統規格。

$$G_i = B_c^{-1} \text{diag}(\omega_{xi}^2, \omega_{yi}^2, \omega_{\phi i}^2), \quad i = 1, 2, 3 \quad (14)$$

$$F_i = B_c^{-1} [\text{diag}(-2\zeta_{xi}\omega_{xi}, -2\zeta_{yi}\omega_{yi}, -2\zeta_{\phi i}\omega_{\phi i}) - A_i], \quad i = 1, 2, 3 \quad (15)$$

IV. 設計範例

考慮實際全向平台系統參數如下：

$$I_v = 0.2518 \text{kgm}^2, \quad I_w = 1.1 \times 10^{-4} \text{kgm}^2, \quad m = 16.9 \text{kg},$$

$$c = 8.163 \times 10^{-4} \text{kgm}^2/\text{s}, \quad r = 0.04 \text{m}, \quad L = 0.193 \text{m}, \quad k = 14.$$

考慮平台的旋轉速度 $\dot{\phi}(t)$ 作用於 $[-1.5 \text{rad/s}, 1.5 \text{rad/s}]$ 其模糊模型如式子(6)。考慮一個標準二階系統規格如表 I。透過上個單元介紹控制器設計程序，我們可得各子系統的控制增益。

$$F_1 = \begin{bmatrix} -16.8 & 0 & 0 \\ 0 & -16.8 & 0 \\ 0 & 0 & -22.1 \end{bmatrix}, \quad F_2 = \begin{bmatrix} -16.8 & 0.752 & 0 \\ -0.752 & -16.8 & 0 \\ 0 & 0 & -22.1 \end{bmatrix}, \quad F_3 = \begin{bmatrix} -16.8 & -0.752 & 0 \\ 0.752 & -16.8 & 0 \\ 0 & 0 & -22.1 \end{bmatrix}, \text{ and}$$

$$G_1 = G_2 = G_3 = \begin{bmatrix} 196 & 0 & 0 \\ 0 & 196 & 0 \\ 0 & 0 & 256 \end{bmatrix}$$

表 I 系統設計規格

Motion	System Specifications	System Parameters
--------	-----------------------	-------------------

Translation	$t_r = 0.2 \text{ sec}$ $M_p = 10\%$	$\omega_{x,y} = 14 \text{ rad/sec}$ $\zeta_{x,y} = 0.6$
Rotational	$t_r = 0.2 \text{ sec}$ $M_p = 5\%$	$\omega_\theta = 16 \text{ rad/sec}$ $\zeta_{x,y} = 0.7$

V. 模擬結果

A. T-S模糊控制器的時間響應

我們使平台以 0.63 m/s 的切線速度行走一個半徑為 2 m 的圓，其命令如圖3。在10秒經過半圓的時候以 $\dot{\phi} = 18 \text{ deg/s}$ 平台自旋轉。模擬結果上升時間 (rise time t_r) 及最大超越量 (maximum overshoot M_p) 如表 II。在Case 2將命令增快為四倍為 $V=2.52 \text{ m/s}$ ，而模擬結果依然滿足系統規格如表 II所示。

表 II 平台自旋轉的時間響應

Design specifications		Simulation Results	
		$V = 0.63 \text{ m/s}$	$V = 2.52 \text{ m/s}$
$\omega_\phi = 16 \text{ rad/s}$	$t_r = 0.2 \text{ s}$	$t_r = 0.208 \text{ s}$	$t_r = 0.216 \text{ s}$
$\zeta_\phi = 0.7$	$M_p = 5\%$	$M_p = 4.6\%$	$M_p = 4.6\%$

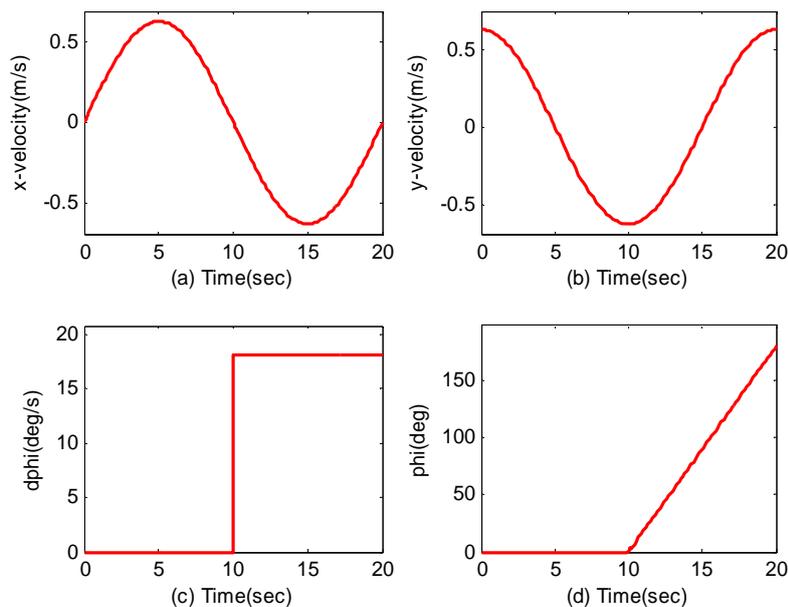


圖 3. 平台命令

B. 移動準確性分析

我們提出兩組控制器成為比較分別為 1) PID控制器 [3] 及 2) 以LMI方法所得的 T-S 模糊控制器 [12]. x 及 y 方向的位置迴路及速度迴路的伺服增益分別為 $K_{xp} = K_{yp} = 10$ 及 $K_{xi} = K_{yi} = 25$ ，自旋轉的伺服增益為 $K_{\phi p} = 2.25$ 及 $K_{\phi d} = 3$ [3]。此外，我們以 decay rate 15 為指標設計LMI-based T-S 模糊控制器 [12] 其控制增益如下：

$$F_{L1} = \begin{bmatrix} -15.21 & 0 & 0 \\ 0 & -15.21 & 0 \\ 0 & 0 & -15.20 \end{bmatrix}, \quad F_{L2} = F_{L3} = \begin{bmatrix} -15.17 & 0 & 0 \\ 0 & -15.17 & 0 \\ 0 & 0 & -15.20 \end{bmatrix}$$

▪ The low-speed case $V = 0.63 \text{ m}$

模擬結果整理於表 III。從結果中顯示本研究所提出的 T-S 模糊控制器明顯的減少了輪廓誤差 (contouring error)，而追跡誤差 (tracking error) 在低速時並沒又太大的差別。當速度增加時，使用PID控制器的輪廓誤差與追跡誤差都明顯的增加。比較LMI-based T-S 模糊控制器，本研究所提出的 T-S 模糊控制器不論在低速或高速下都有較佳的輪廓誤差及追跡誤差。

▪ The high-speed case $V = 2.52 \text{ m/min}$

更進一步改善高速下的準確性，我們將PID控制器及LMI-based T-S模糊控制器的 decay rate 15加倍，以得到更好的系統特性。同時，本研究所提出的T-S模糊控制器也將上升時間減半重新設計，將此模擬結果整理於表 IV。結果顯示出本研究所提出的T-S模糊控制器的追跡誤差與其他兩組控制器差不多，但是其輪廓誤差卻大大的減少不論是在低速或是在高速移動時。

表 III 不同控制器地模擬結果(WITH LOW-GAIN DESIGN)

	Case 1 ($V=0.63 \text{ m/s}$)				Case 2 ($V=2.52 \text{ m/s}$)			
	Position error (m)	Rotation error (rad/s)	Contouring error (cm)	Max. Contouring (cm)	Position error (m)	Rotation error (rad/s)	Contouring error (cm)	Max. Contouring (cm)
PID	2.36	1.87	8.9	1.51	34.7	26.4	229	21.1
LMI-based method	12.9	0.29	12	3.26	51.3	4.79	87	11.3
Proposed method	10.8	0.75	0.24	0.04	43.8	11.9	7.4	0.63

表 IV 不同控制器地模擬結果(WITH STRINGENT SPECIFICATIONS)

	Case 1 ($V=0.63 \text{ m/s}$)				Case 2 ($V=2.52 \text{ m/s}$)			
	Position error (m)	Rotation error (rad/s)	Contouring error (cm)	Max. Contouring (cm)	Position error (m)	Rotation error (rad/s)	Contouring error (cm)	Max. Contouring (cm)
PID	1.18	0.99	4.4	0.72	16.9	14.7	112	9.9

LMI-based method	6.5	0.17	6.6	1.69	26.2	3.44	53	7.7
Proposed method	5.4	0.21	0.06	0.01	21.8	3.44	1.82	0.17

VI. 實驗結果

實驗所使用平台顯示如圖 4。其控制器實驗於 TI DSP2812，而全向輪驅動於 SmartMotor SM2315D，SmartMotor 包含馬達與驅動部分。

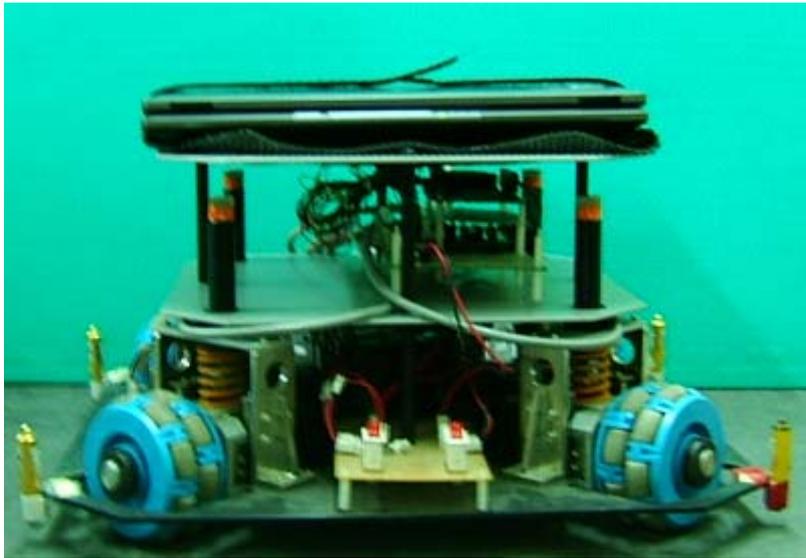


圖 4 實驗用全向平台

全方位移動平台硬體架構分為三部份：

- 一、第一層包含四顆馬達，馬達上分別裝有 9：1 的減速機構在與全向輪做連接；放置三顆 24 伏特電池，其中串聯兩顆供應給馬達 48 伏特的電壓，一顆 24 伏特供應 DSP 控制板及控制電路。
- 二、第二層放置 DSP 控制板與控制電路，由 DSP 及控制板輸出電壓控制馬達轉速，並由四軸的 Encoder 反算出平台的位置，盡而達到閉迴路的即時控制。
- 三、第三層架設一台筆記型電腦做為程式化 DSP，及 RS-232 傳輸做為命令端的輸入。

全向位移動平台的控制架構分成兩個部份：

- 一、各軸做速度迴路的控制，使得各軸在有載的狀況下響應特性近以達到匹配的效果。
- 控制架構圖如下：

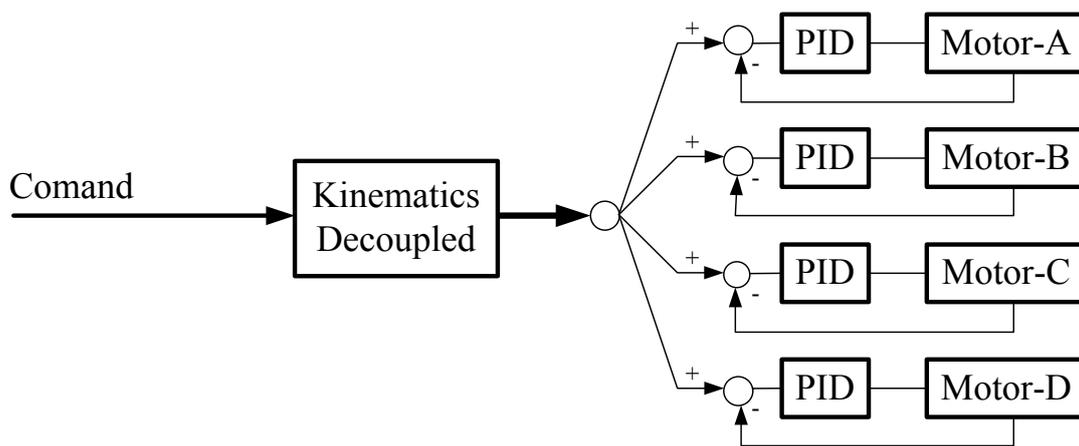


圖 5 平台開迴路控制圖

二、平台整體的運動軌跡中加入一平台控制器，提升整個平台的追跡能力。

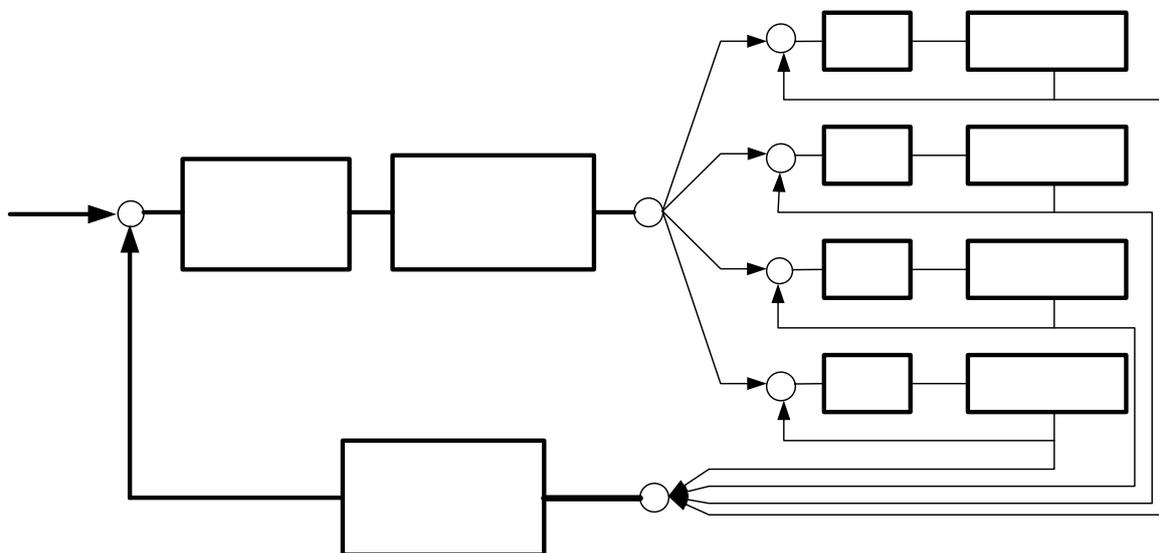


圖 6 平台閉迴路控制圖

由圖 5 與圖 6 的控制架構，我們分別在平台高速(100cm/s)與慢速(30cm/s)做出在平台有無路徑控制器的情況下所走出來的結果，與目標點的誤差來觀察平台控制器的改善效能。

全向位移動平台實驗結果：

➤ 四軸 Encoder 量測值

一、單軸在梯形速度下有載響應圖

($k_p=0.2, k_i=0.02, k_d=0.1$)

Comand + Motion Controller - Kinematics Decoupled

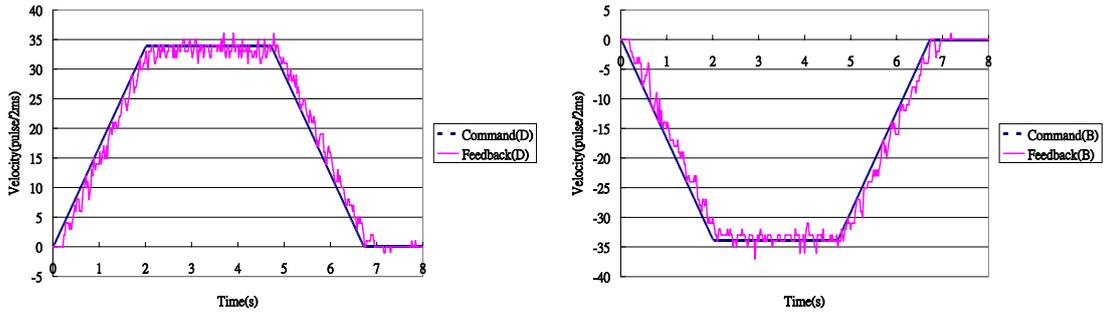


圖 7 單顆馬達正反轉響應圖

二、整體平台的速度響應圖
(平台走圓形路徑 $43^\circ/s$)

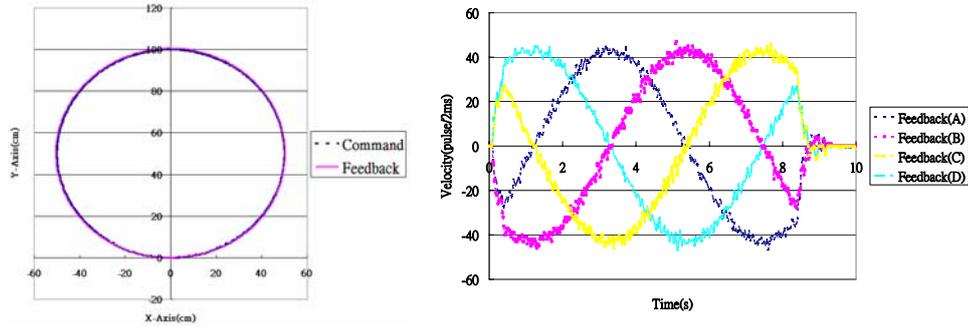


圖 8 平台圓形路徑追蹤圖及各軸速度響應圖

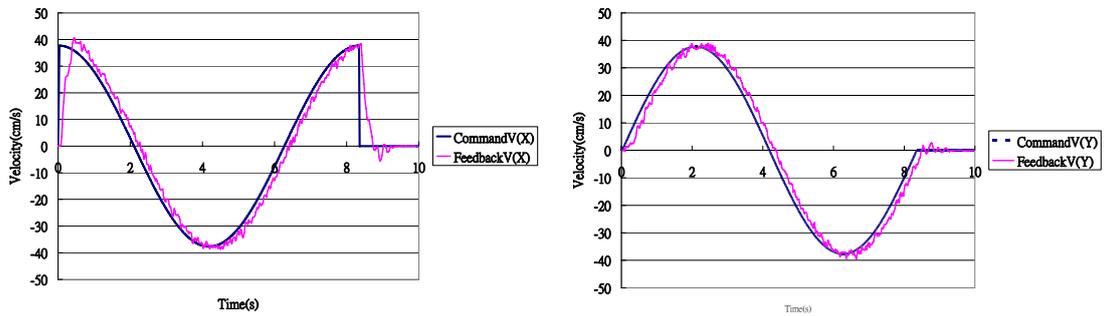


圖 9 平台圓形路徑 X、Y 速度圖

➤ 實際量測值

一、直線行走 200 公分：

表 V 平台走直線實際量測誤差值

直線	慢速(30cm/s)	快速(100cm/s)
無平台控制器	-6.84cm	-7.18cm
加入平台控制器	4.08cm	4.58cm

二、直線行走 200 公分加旋轉逆 180 度

表 VI 平台走直線加逆旋轉實際量測誤差值

直線加旋轉	慢速(30cm/s)	快速(100cm/s)
無平台控制器	9.8cm	6.5cm

加入平台控制器	10.1cm	6.0cm
---------	--------	-------

三、直線行走 200 公分加旋轉正 180 度

表 VII 平台走直線加正旋轉實際量測誤差值

直線加旋轉	慢速(30cm/s)	快速(100cm/s)
無平台控制器	-12.8cm	9.7cm
加入平台控制器	-8.5cm	4.2cm

由表 V 我們可以看到在原系統未加入控制器時整個系統在行進時有向左偏的趨勢，加入平台控制器後可以使平台的位置修正，使得平台更靠近目標點。平台行進過程中，若加入旋轉，則會使得平台與目標點有更大的誤差，這是由於加入旋轉使得平台產生克式力或是輪子打滑，都會造成更大的誤差產生。

全向移動平台在高速運動下，因克式力的影響使得平台產生較大的追跡誤差，接下來的實驗，我們將討論不加路徑控制器、PID路徑控制器及本報告中所提出的T-S模糊控制器比較。在Case 3中，平台以 1 m/s 做直線前進，其中各有一秒鐘的加減速。在Case 4中，平台以相同速度移動但是同時加入自旋轉 ($\phi=180^\circ$, $\dot{\phi}=60 \text{ deg/s}$)。我們將五次位置誤差實驗結果平均整理於表VIII是其中隱含著追跡誤差與輪廓誤差。其結果分析如下：

- 當平台為semi-closed-loop control架構時（各軸單獨必迴路控制，平台整體未加上控制器），實驗結果指出位置誤差會因為克式力的增加而隨之增大。
- 針對整個平台加入PID控制器可明顯改善位置誤差，特別是移動中同時旋轉。
- 在Case 3中，本研究方法所提出的T-S模糊控制器有最佳的位置誤差。在Case 4中，平台在直線移動時同時加上旋轉，本研究方法所提出的T-S模糊控制器也比PID控制器改善了 38% 的位置誤差。

表 VIII 全性移動平台實驗結果

Method	Position Case	Case 3	Case 4
	Error (cm)	w/o rotation	with rotation $\dot{\phi} = 60 \text{ deg/s}$
w/o platform control		7.9 ± 0.7	30.5 ± 4.3
PID control		6.8 ± 1.2	13.6 ± 2.6
The proposed T-S fuzzy control		5.2 ± 0.5	8.4 ± 0.7

VII. 結論

針對全向移動平台在四輪對三個自由度的運動模型中，由於此 Jacobain matrix 不是方陣，所以 kinematics inversion 不容易取得。本文設計一個可得到對應的 kinematics inversion 以消去座標轉換並將平台的運動關係解偶。根據克式力特性，以旋轉角速度為依據，建立一個 T-S 模糊模型。由於本模糊方法不需將平台 360 度切割成至少 4 個子系

統，以滿足座標轉換，因此本研究方法至少可減少 T-S 模糊模型的 rules 為原來的 1/4，使得控制器的設計能更加容易並且更具實現性。

為達到全向平台的運動精密度，我們以速度響應的上升時間及最大超越量作為控制器的設計指標，T-S 模糊模型之三個子閉迴路可達成一致動態特性方程式，並可由系統之穩定性及系統響應規格直接得到 T-S 模糊控制器的回授增益。

在模擬中我們使平台在低速及高速中運動。平台在低速時 PID 控制器尚可使用，但在高速移動及旋轉下，克式力產生很大的影響。本論文所提出的方法相較於 PID 控制器有較佳的追跡特性，本 T-S 模糊控制器在不同運動速度下，經證明皆可符合所需控制規格。此外，本論文所提出之全向平台控制器設計方法，不僅可用於輪軸夾角為 45 度之平台，同樣可應用於其他夾角的全向平台。本研究針對全向位移動平台提出一個有系統的 T-S 模糊控制器設計方法，本 T-S 模糊建模及控制方法可在不同的全向位移動平台上實現。

參考文獻

- [1] F. G. Pin and S. M. Killough, "A New Family of Omnidirectional and Holonomic Wheeled Platforms for Mobile Robots," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 10, No. 4, pp. 480-489, 1994.
- [2] K. Watanabe, "Control of an Omnidirectional Mobile Robot," *Proceedings of the 1998 IEEE Second International Conference on Knowledge-Based Intelligent Electronic Systems*, Adelaide, Australia, pp. 51-60, 1998.
- [3] K. Watanabe, Y. Shiraishi, S. G. Tzafestas, J. Tang and T. Fukuda, "Feedback Control of an Omnidirectional Autonomous Platform for Mobile Service Robots," *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 22, No. 3, pp.315-330, 1998.
- [4] M. Wada and H. H. Asada, "Design and Control of a Variable Footprint Mechanism for Holonomic Omnidirectional Vehicles and its Application to Wheelchairs," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 15, No. 6, pp. 978-989, 1999.
- [5] K. S. Byun, S. J. Kim and J. B. Song, "Design of a Four-Wheeled Omnidirectional Mobile Robot with Variable Wheel Arrangement Mechanism," *Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Washington, DC, pp. 720-725, 2002.
- [6] J. Wu, R. L. Williams, II and J. Lew, "Velocity and Acceleration Cones for Kinematic and Dynamic Constraints on Omni-Directional Mobile Robots," *ASME, J. Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 128, No. 4, pp. 788-799, 2006.
- [7] H. O. Wang, K. Tanaka and M. F. Griffin, "An Approach to Fuzzy Control of Nonlinear Systems: Stability and Design Issues," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 4, No. 1, pp. 14-23, 1996.
- [8] X. J. Ma, Z. Q. Sun and Y. Y. He, "Analysis and Design of Fuzzy Controller and Fuzzy Observer," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 6, No. 1, pp. 41-51, 1998.

- [9] W. J. Chang and C. C. Shing, "Discrete Output Feedback Fuzzy Controller Design for Achieving Common State Covariance Assignment," *ASME, J. Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 126, No. 3, pp. 627-632, 2004.
- [10] S. K. Nguang and P. Shi, "Robust H_∞ Output Feedback Control Design for Takagi-Sugeno Systems with Markovian Jumps A Linear Matrix Inequality Approach," *ASME, J. Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 128, No. 3, pp. 617-625, 2006.
- [11] S. M. Wu, C. C. Sun, H. Y. Chung and W. J. Chang, "Discrete Nonlinear Controller Design Based on Fuzzy Region Concept and Takagi-Sugeno Fuzzy Framework," *IEEE Transactions on Circuits and System Part: I*, Vol. 53, No. 12, pp. 2838-2848, 2006.
- [12] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, "Fuzzy Regulators and Fuzzy Observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 6, No. 2, pp. 250-265, 1998.