

**發明專利說明書**

200734927

(本說明書格式、順序及粗體字，請勿任意更動，※記號部分請勿填寫)

※ 申請案號： 95106923

G06F17/50 (2006.01)

※ 申請日期： 95.3.2

※IPC 分類： G06F17/50

**一、發明名稱：**(中文/英文)

一種預測雙埠晶片懸浮螺旋式電感之感值與共振頻率的方法

A method for predicting inductance and self-resonant frequency of a spiral inductor

**二、申請人：**(共 1 人)**姓名或名稱：**(中文/英文)

國立交通大學

National Chiao Tung University

**代表人：**(中文/英文) 張俊彥 / Chun Yen Chung**住居所或營業所地址：**(中文/英文)

新竹市大學路 1001 號

No.1001, Da-syue Rd., Hsinchu City 300, Taiwan (R.O.C.)

**國 籍：**(中文/英文) 中華民國/ROC**三、發明人：**(共 2 人)**姓 名：**(中文/英文)

1. 陳健章 / Chien-Chang Chen ID : R123043302

2. 鄭裕庭 / Yu-Ting Cheng ID : A122723478

**國 籍：**(中文/英文)

1、2 發明人皆中華民國/ROC

#### 四、聲明事項：

主張專利法第二十二條第二項  第一款或  第二款規定之事實，  
其事實發生日期為：94 年 11 月 | 日。

申請前已向下列國家（地區）申請專利：

【格式請依：受理國家（地區）、申請日、申請案號 順序註記】

有主張專利法第二十七條第一項國際優先權：

無主張專利法第二十七條第一項國際優先權：

主張專利法第二十九條第一項國內優先權：

【格式請依：申請日、申請案號 順序註記】

主張專利法第三十條生物材料：

須寄存生物材料者：

國內生物材料 【格式請依：寄存機構、日期、號碼 順序註記】

國外生物材料 【格式請依：寄存國家、機構、日期、號碼 順序註記】

不須寄存生物材料者：

所屬技術領域中具有通常知識者易於獲得時，不須寄存。

## 五、中文發明摘要：

本發明關於一種預測懸浮電感之共振頻率及其感值的方法。本發明係根據 Kramers-Kronig relations、場論以及固態物理所推導而成之物理公式，因此 RFIC 的設計工程師可輕易地藉由適當的選擇與改變本方法當中之物理參數，以達到電感最佳化設計之目的。更進一步地，不同於其他方法缺乏材料之物理特性的缺點，若設計工程師必須更改電感之材料(鐵磁性材料除外)時，本發明方法亦可以成功預測其感值與共振頻率。

## 六、英文發明摘要：

In this invention, a closed-form integral model for on-chip freely suspended rectangular spiral inductor is presented. The model bases on the Kramers-Kronig relations, field theory, and solid state physics to characterize a spiral inductor which RFIC designers could easily have the optimal design utilizing this analytical method. Meanwhile, this model can provide satisfactory prediction to the inductance and self-resonant frequency of the spiral inductor without complicated geometry analysis. Furthermore, unlike conventional formulations only based on circuit parameters, this model could safely predict the inductance and the self-resonant frequency when altering the material (excluding ferromagnetic materials) of a spiral inductor.

**七、指定代表圖：**

(一)本案指定代表圖為：第(1)圖。

(二)本代表圖之元件符號簡單說明：

無

**八、本案若有化學式時，請揭示最能顯示發明特徵的化學式：**

## 九、發明說明：

### 【發明所屬之技術領域】

本發明係關於一種預測晶片上懸浮螺旋式電感之感值與共振頻率的方法。

### 【先前技術】

在美國專利號碼 US 6,311,145 B1 名為『Optimal Design An Inductor and Inductor Circuit』的發明中，提供了一種最佳化電感電路設計的方法。藉由集結參數 (lumped parameters)，將可以呈現一種電感或是電感電路的等效電路。每一個集結參數都可以得出一個正項式表示式 (posynomial expression)。而這些正項式表示式的形式將可以展現出電感的品質係數或是共振頻率。以正項式之形式所表示的幾何程序設計可以被寫成爲限制電感性能的詳細規格。因此，此方法在傳統上係可利用於電感電路設計的最佳化。惟使用上尚有缺失。

另在美國專利號碼 US 6,588,002 B1 名為『Method and System for Predictive Layout Generation for Inductors with Reduced Design Cycle』的發明中，提供一種方法以及整體之設計系統以決定電感電路佈局之產生進而達成縮短電路設計之週期。此方法使用眾多電感參數，例如：電感圈數 (Number of Turns)、金屬線間距 (Spacing)、寬度 (Width)、水平方向長度 (Xsize) 以及鉛直方向長度 (Ysize)，以決定模擬電感電路模型時所使用之寄生電阻值以及寄生電容值。

因此，電感之佈局便藉由這些寄生電組、電容值而產生。

在美國專利第 US 6,665,849 B2 號名為『Method and Apparatus for Simulation Physical Fields』中，提供一種通用性的方法以用於模擬電磁場問題，而且是被設計在數值穩定之情形下利用數值方法求出偏微分方程的解答。爲了獲得一致性解答的架構，該案發明人引入了啞場觀念 (dummy field) 以描述電場與磁位能之不唯一性的基本物理現象。然而，將連續的場方程轉變成爲不連續性時，必須使用節點 (nodes) 與環節 (links) 以支撐其數學架構。

該發明藉由導入啞場觀念以直接解決場方程問題而提供了數值分析的方法。其中啞場最好是純量場。而且至少需要一個有關於物理系統中的物理性質參數被提出，例如：場的強度、電阻率、感值或是能量等。此方法亦使用網線 (mesh) 於數值分析中以符合具體之發明程序。

該發明亦可以提供一種裝置並且包涵資料結構與電腦程式，以使用在模擬物理系統的數值分析中。場方程可以輕易地藉由導入啞場觀念與一種物理系統預測範圍中的  $N$  維網線的表徵而獲得解決。

在傳統方法中，無疑地該發明是模擬電磁場特徵與頻率依賴性上最佳的方法。然而，大量的時間耗費將會是模擬程式與方法上一個無法移除的爭論之處。爲了避免這種麻煩的情形，本發明提供之方法將可以避免時間之浪費。本發明闡述之方法不僅可以解決時間耗損的問題，亦可以估計電感之共振頻率與感值而不需複雜的分析。

在 H. M. Greenhouse, 名爲 “Design of planar rectangular microelectronic inductor,” *IEEE trans. Parts, Hybrids, Packag.*, vol. PHP-10, pp. 101-109, June 1974 的文章中，提出了在微電子結構尺寸下的負電感互感 (negative mutual)。四角型電感感值可藉由幾何係數，例如：金屬寬度、金屬線間距以及電感圈數加以估計而獲得。然而，電感感值的頻率依賴性以及共振頻率的計算卻無法從該文章得到揭示。而且相當複雜的幾何分析也可能使工程師以及電路設計者感到困擾。

本發明所提出之方法可以解決如此困境。共振頻率可輕易地利用物理方程式計算。如此亦可以計算隨著頻率改變之電感感值而不需要複雜的幾何分析。因此，本發明提出之方法可以簡化複雜的幾何分析工作，而且有著比該文章更高之物理價值。

在 S. S. Mohan, M. M. Hershenson, S. P. Boyd, and T. H. Lee, 名爲 “Simple accurate expressions for planar spiral inductance,” *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 34, pp. 1419-1424, Oct. 1999 的文章中，提出數種如四角型、六角形、八角型與圓形直流電感表示式。藉由集結電感電路模型以及搭配合適的單項式表示式，呈現出簡單而又精確的結果。然而該文章無法提供電路設計者有物理意義之集結與搭配參數 (fitted parameters)，而無法使設計最佳化。雖然該文章提供了數種幾何形狀電感的感值表示式，但是無法最佳化的參數在此方面仍是最大的阻礙。本發明闡述

之方法可避免此種情形，亦可以呈現簡單而又精確的結果。

在 S. Asgaran, "New accurate physics-based closed-form expressions for compact modeling and design of on-chip spiral inductors, 名爲 " The 14th *International Conference on Microelectronics*, pp. 247-250, Dec., 2002 的文章亦跟隨著 Greenhouse 的腳步而且面臨著相同的問題。雖然該文章已經將複雜的幾何分析簡化，但是棘手的問題仍然存在。本發明提出之方法可以避免之困境。

在 S. Jenei, B. K. J. C. Nauwelaers, 與 S. Decoutere, 名爲 "Physics-based closed-form inductance expression for compact modeling of integrated spiral inductors," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 37, pp. 77-80, Jan. 2002 的文章中，亦採用 Greenhouse 的觀念，但是它將 Greenhouse 的方法推廣至計算八角型螺旋式電感。再一次地，棘手的問題依舊沒有解決，本發明提出之方法仍可解決上述缺失。

另外在公開可得的模擬軟體方面，Ansoft HFSS, 9.0 version, Ansoft, ([http:// www.ansoft.com/products/hf\\_\\_](http://www.ansoft.com/products/hf__)) 是世界上最強力的模擬工具之一，此種高頻模擬系統可以藉由計算高頻時的電磁矩陣以解決任何形狀與尺度下的元件問題。而且模擬計算之後的所有參數可以被匯出以利於工程師以及設計者的運用。然而大量的時間耗費仍是最大的阻礙。越複雜的結構，就需要越多的計算時間。本發明闡述之方法可以節省這些消耗的時間，而且擁有相同的精確度。



**【發明內容】**

為了解決先前技術之各種問題，本發明所提出之一種預測雙埠晶片懸浮螺旋式電感之感值與共振頻率的方法，係可以輕易地估計多角型螺旋式電感的感值以及共振頻率，且不需要複雜、困難的幾何分析，其中本發明可以縮減電腦模擬或是實驗製程上的時間、人力以及資源的消耗並解決複雜的電路分析問題。

本發明之一目的，係用以決定電感之共振頻率。更進一步地，本發明所提出之方法可以物理觀點提供電路設計者最佳化電感電路分析之要件，並且可以解釋不同之電感材料下所形成之不同的共振頻率。而且，有鑑於正項式表示式的操作程序相當不易於了解以及精確地跟進。因此，本發明不同於正項式表示式，本發明提出之方法可以簡單且清晰之步驟描述由計算電感之共振頻率直到決定電感之感值。且本發明闡述之方法亦可以依照不同形狀之電感，例如：四角形、八角形或是圓形電感，個別決定其共振頻率。

本發明之再一目的，係不僅僅考慮電感幾何參數之影響因素，亦考慮電感之材料特性。更進一步地，本發明提出之方法可以避免複雜的幾何分析，並以嚴謹之數學與物理觀念展現出電感共振頻率以及隨頻率而變化之電感感值。簡言之，本發明之方法可用於估計電感之各種特徵數值而不需要考慮複雜之電路設計，並且提供工程師與電路設計者電感最佳化之方向。

綜上，本發明提供一套新穎且簡單的物理方法以精準地

分析、估計射頻晶片螺旋式電感之感值與共振頻率。有別於以往計算螺旋式電感感值的方法與侷限度，當改變電感的材料參數時，本發明亦可提供物理公式以尋求最佳結果。更進一步地，本發明亦為提供計算螺旋式電感之共振頻率方法的先驅者。共振頻率的決定將可以協助電路分析人員以及微波工程師去選擇最為適當的電感頻寬。

### 【實施方式】

由於工業技術水準的提升以及人類生活的需求，便於攜帶的無線通訊系統被傾向於整合在高效能的電子元件上。射頻積體電路元件之特性亦被完整的研究與分析。特別是晶片螺旋式電感，其將扮演著射頻積體電路分析上最重要的角色。為了提升射頻積體電路之效率與實用性，本發明提供一套新穎且簡單的物理方法以精準地分析、估計射頻晶片螺旋式電感之感值與共振頻率。有別於以往計算螺旋式電感感值的方法與侷限度，當改變電感的材料參數時，本發明亦可提供物理公式以尋求最佳結果。更進一步地，本發明亦為提供計算螺旋式電感之共振頻率方法的先驅者。共振頻率的決定將可以協助電路分析人員以及微波工程師去選擇最為適當的電感頻寬。

因此，本發明提供了一套便利且精準的方法以輕易地解決設計層面的問題。本發明將可以簡化且履行晶片射頻螺旋式電感在高頻積體電路的設計與應用。

本發明為積體電路設計者提供一套可以最佳化射頻電感以及電感電路的方法。以下將依序列出詳細的描述與計

算。並且，計算結果將與慣常以及工程上所使用的工具作出適當之比較。然而，複雜且困難的物理以及數學技巧將不被詳述以方便簡化描述過程。流程圖如圖一所示。計算原理將簡潔地描述於下：

#### A. 金屬的 Kramers-Kronig 關係：

由於 Kramers-Kronig 關係的正確性必須依賴於最嚴謹的因果原則，因此其構成了最精緻以及最普遍的物理理論之一。如此嚴謹的因果原則將是分析與締結數學與物理現象的一大利器。根據 Riemann-Lebesgue 輔助定理、傳導體的特性以及電磁場論，Kramers-Kronig 關係可以表達成以下實部與虛部之關係：

$$\operatorname{Re} \chi(\omega) \approx \frac{\sigma_0}{\pi} \left[ \pi^2 \delta(\omega) - \frac{\ln \omega}{\omega} \right] + \frac{\alpha}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad (1)$$

$$\operatorname{Im} \chi(\omega) \approx \frac{\sigma_0}{\omega} + \frac{\pi \alpha \delta(\omega - \omega_r)}{2 \omega_r} \quad (2)$$

其中  $\sigma_0$  為金屬的直流電導係數、 $\omega$  為電磁場於系統中之頻率，而  $\omega_r$  為共振頻率。參數  $\alpha$  則有以下關係式：

$$\alpha = \frac{3n_e \mu_B^2 \omega_r}{2\hbar} - \frac{e^2 n_e (\omega_r - \omega)}{2m_e} \sum_{m=0}^{[n-1]} (l_{\max} - 2mS)^2 \quad (3)$$

其中  $\hbar$ 、 $\mu_B$ 、 $n_e$  以及  $m_e$  分別為浦朗克常數 (Planck's constant)、波耳磁子 (Bohr magneton)、材料中的自由電子密度與電子質量。對於如圖二所示之雙埠螺旋式電感而言，方程式 (3) 中的第一項與第二項分別代表電感材料中的順磁與逆磁參數。第二項中的符號  $[n-1]$  代表高斯符號 (Gaussian symbol) 其中  $n$  為電感圈數。其他參數如  $l_{\max}$  以

及  $s$  分別代表電感的最大邊緣長度以及金屬線間的距離，皆如圖二所示，其中  $l_{max}$  以及  $S$  分別代表電感的最大邊緣長度以及金屬線間的距離。

### B. 決定共振頻率：

電子在金屬中之動能可用下列之色散方程式表之：

$$E_L = \sqrt{3/5} \frac{\hbar^2}{m_e} (3\pi^2 n_e)^{1/3} \frac{\pi}{l_{total}} \quad (4)$$

其中  $l_{total}$  代表電感的總長。依據電磁場論，當有外加電場輸入至導體材料時，將會有準靜電場 (quasi-electrostatic field) 駐留在轉角處附近。因此，對於多邊形螺旋式電感而言，駐留於每一個轉角處之準靜電場可藉由變分法計算得之並有下列之表示式：

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q[\pi + 8\sin(\pi^2/4\beta)]^2}{8\omega h\beta[\csc(\beta/2) - 1](\pi + \beta)} \hat{r} \quad (5)$$

其中  $q$  為電荷量、 $\omega$  與  $h$  分別代表螺旋式電感之寬度與高度。而  $\beta$  代表轉角角度之大小且每一個準靜電場的原點位於轉角的外頂點。

接著考慮類似於康普吞散射效應 (Compton Scattering Effect) 的物理機制，當自由電子移動至轉角附近時將會被駐留在轉角處的準靜電場散射並且改變其運動的軌跡。其電子被散射後的能量損失可由以下方程式表之：

$$E_C = \frac{\pi \varepsilon_0 \omega h [\csc(\beta/2) - 1] |\vec{E}| q \left[ \left( 1 + 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dr}{r^3} + \dots \right) \csc\left(\frac{\pi - \beta}{2}\right) \right]^2}{NV^{2/3} \sqrt{\sigma_{eff}}} = \begin{cases} \frac{q^2}{4NV^{2/3} \sqrt{\sigma_{eff}}} \frac{\left(\pi + 8 \sin \frac{\pi^2}{4\beta}\right)^2}{8\beta(\pi + \beta)} \csc^2\left(\frac{\pi - \beta}{2}\right), & \text{for } \beta < \pi \\ \frac{q^2}{4NV^{2/3} \sqrt{\sigma_{eff}}} \frac{(\pi + 4\sqrt{2})^2}{4\pi} \frac{\pi}{2.7}, & \text{for } \beta = \pi \text{ (圓形電感專用)} \end{cases} \quad (6)$$

其中  $r$ 、 $N$ 、 $V$  以及  $\sigma_{eff}$  分別代表電子入射路徑、轉角數、多角型螺旋式電感的體積以及電感的等效截面積。此處，等效截面積分別等於 0.101、0.281、0.375 乘上四角型、八角型以及圓形電感之截面積。

於方程式 (6) 中：

$$1 + 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dr}{r^3} + \dots \quad (7)$$

代表微擾的軌道方程係數。方程式 (7) 中的第一項代表理想化之軌道方程係數，而第二項代表受到近場影響，例如：電感與接地面之距離等所產生之微擾項係數。爲了簡化方程式 (6)，可假設微擾場位於無窮遠處，因此方程式 (7) 將近似爲 1。最近的研究成果亦揭示了當空氣介層 (即電感與接地處之距離) 大於  $60 \mu\text{m}$  時，基板耦合效應將可以被忽略。而對於射頻積體電路中微機械式電感設計，其參考點 (或稱接地處) 亦相當地遠離電感系統本身。因此，在方程式 (6) 中的參考點無窮遠之假設是相當合理且實用的。然而，若參考點必須設計得相當靠近電感，則共振頻率將會被改變且方程式 (7) 中的積分範圍必須更改爲  $[r_m, \infty)$  以符合參考點座標的移動；其中參數  $r_m$  代表電感的新參考點座標位置。

此參數亦暗示了作用於電感之能量的可能損耗或平移。

因此，電感的共振頻率將等同於共振電子的頻率。藉由能量守恆定律可得其關係式，如下所示：

$$\omega_r = (E_L + N \cdot E_C) / \hbar \quad (8)$$

即電子能量等於其在電感內部之動能加上在轉角處散射時的能量損耗。

### C. 決定電感感值：

藉由計算電磁場中的磁能，電感感值可被決定。如下：

$$L \equiv \frac{\int \vec{H}^* \cdot \vec{B} dv}{I^2} \approx \frac{\mu_0 n_e l_{total}^3 \hbar \omega_r}{2\pi \sigma_0^2 A n} \left( \frac{\sigma_0}{\pi} \left[ \pi^2 \delta(\omega) - \frac{\ln \omega}{\omega} \right] + \frac{\alpha}{\omega_r^2 - \omega^2} \right) \left[ \exp\left( \frac{\hbar(\omega - \omega_r)}{k_B T} \right) + 1 \right]^{-1} \quad (9)$$

其中  $A$ 、 $k_B$  與  $T$  分別代表為電感截面積、波茲曼常數 (Boltzmann's constant) 以及絕對溫度。方程式 (9) 中所揭露的自由電子密度以及電導係數暗示著電感感值將強烈地依賴於材料的特性。

### D. 實際例子之計算：

考慮一厚  $5 \mu\text{m}$  且 3.5 圈之微機械銅製螺旋式電感，限制其幾何參數為  $l_{\text{max}} = 300 \mu\text{m}$ 、 $S = 5 \mu\text{m}$  與  $\varpi = 15 \mu\text{m}$  且不考慮基板耦合效應。藉由方程式 (1)~(8)，四角、八角以及圓形電感之共振頻率將可以分別決定，其值如表一所示。方程式 (9) 亦將決定特定頻率下的電感感值，其值如表二所示。於表一以及表二中，本發明之計算結果將與 Ansoft-HFSS 高頻模擬軟體以及目前最常用於計算電感感值的 Greenhouse based 模型分別做出比較。圖三標示出了

實驗量測以及 Ansoft-HFSS 的 S 參數的比較圖，其中頻率範圍為 0.1GHz 至 20GHz。其展現了兩者頗佳的相符性同時也驗證了 Ansoft-HFSS 高頻分析的正確性。藉由相同的 Ansoft-HFSS 模擬條件以及幾何參數下，5.5 圈電感之感值以及共振頻率亦展現如表三所示。

若排除基板耦合效應，則根據本發明計算所得之電感感值，其結果將相當符合於電腦模擬以及移除基板後電感感值的實驗量測之數據。亦不同於 Greenhouse based 模型的無法提供共振頻率以及隨著頻率變化的電感感值，本發明確有其突破與進步之處。本發明之計算結果、Greenhouse based 模型以及 Ansoft-HFSS 模擬數據之電感感值隨頻率變化之比較如圖四所示，其中包含 (a)3.5 圈以及 (b)5.5 圈  $5\mu\text{m}$  厚、3.5 圈之懸浮四角型電感，其材料參數為  $l_{\text{max}} = 300\mu\text{m}$ 、 $\omega = 15\mu\text{m}$  以及  $S = 5\mu\text{m}$ 。其中，頻率範圍為 1GHz 至 9GHz。必須再次強調，本發明不僅可以預測晶片懸浮電感之共振頻率以及感值，同時也可以藉由材料特性與幾何上的選取進而達到工程師所要求之最佳化設計。

表 一  
不同形狀之電感共振頻率

比較(3.5 圈)	本發明計算之共振頻率	Ansoft-HFSS計算之共振頻率
	(GHz)	(GHz)
四角型電感	23.9	22.9
八角型電感	24.9	23.6
圓形電感	25.8	24.6

表 二  
四角型電感之感值比較

比較(3.5 圈)	共振頻率 (GHz)	感值@ 3GHz (nH)	感值@ 5GHz (nH)	感值@ 9GHz (nH)
Ansoft-HFSS 模擬結果	22.9	4.27	4.38	4.92
本發明計算結果	23.9	4.13	4.25	4.74
Greenhouse based 模型	X	4.28	4.28	4.28

符號定義：

(1)X 表示Greenhouse based模型無法提供此數據。

(2)銅電感之材料參數為自由電子密度 $8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ 、電子質量 $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 以及電導係數 $5.6 \times 10^7 (\Omega\text{m})^{-1}$ 。

表 三  
四角型電感之感值比較

比較(5.5 圈)	共振頻率 (GHz)	感值@ 3GHz (nH)	感值@ 5GHz (nH)	感值@ 9GHz (nH)
Ansoft-HFSS 模擬結果	19.4	6.01	6.21	7.23
本發明計算結果	19.9	5.95	6.20	7.30
Greenhouse based 模型	X	5.60	5.60	5.60

綜上所述，本發明在實務上係具有下列進步特徵：

1. 依據物理與數學方法，本發明可精準地預測螺旋式電感之感值與共振頻率。
2. 本發明目前為提供估計螺旋式電感共振頻率的物理方法之最佳者。
3. 本發明可以依照電感材料的改變，而估計不同材料的情況下之電感感值與共振頻率。
4. 本發明可以固態物理之觀點描述材料中的電子遭受電磁場影響時的行為模式。
5. 本發明可估計儲存於螺旋式電感轉角中的能量。
6. 依據 Kramers-Kronig 關係、場論以及能量守衡，本發明可描述當共振頻率發生時電磁能量的交換行為。
7. 本發明可描述不同形狀之電感，例如：四角、八角以及



圓形電感能量儲存之差異性。

8. 針對多角型螺旋式電感不同大小的轉角角度，本發明可分別估計儲存於四角、八角以及圓形電感轉角中的能量。
9. 本發明可迅速地藉由簡單的電腦計算以估計所需要之結果。以 3.4GHz、雙 CPU 且 2048MB 雙通道記憶體之電腦計算為例，與 Ansoft-HFSS 高頻模擬軟體比較，本發明僅需要電腦模擬計算時間的 1/6400 倍。
10. 科學家藉由本發明可單憑其物理直覺去估計能量的儲存、轉換以及材料內的電子行為模式。

**【圖式簡單說明】**

圖一為本發明之流程圖；

圖二為本發明之雙埠螺旋式多角型電感之示意圖，其中 (a)圖為四角型、(b)圖為八角型、(c)圖為圓形；

圖三為本發明之 Ansoft-HFSS 高頻模擬分析以及實驗量測之 S 參數比較圖；

圖四為本發明之電感感值隨頻率變化之比較圖。

**【主要元件符號說明】**

無

## 十、申請專利範圍：

1. 一種預測雙埠晶片懸浮螺旋式電感之感值與共振頻率的方法；其特徵在於至少包括下列操作步驟：  
步驟(1)：決定雙埠晶片懸浮螺旋式電感之材料以及幾何參數（或稱尺寸參數）；  
步驟(2)：依據步驟(1)所決定之參數來計算雙埠晶片懸浮螺旋式電感之順磁與逆磁參數之總和  $\alpha$ ；  
步驟(3)：計算電子動能 ( $E_L$ )、雙埠晶片懸浮螺旋式電感轉角處之準靜電場 ( $\vec{E}(r)$ ) 以及轉角處之電子散射能量 ( $E_C$ )；  
步驟(4)：依據步驟(3)之計算所得，計算出雙埠晶片懸浮螺旋式電感之共振頻率  $\omega_r$ ；  
步驟(5)：調變依據步驟(1)所選決定之材料以及幾何參數，計算出目標之最佳共振頻率；  
步驟(6)：依據步驟(5)之計算獲得，計算出依賴於頻率之雙埠晶片懸浮螺旋式電感感值；  
步驟(7)：調變依據步驟(1)所選決定之材料以及幾何參數，以及步驟(5)之計算獲得，計算出目標之最佳電感感值；  
即可得出最佳化之雙埠晶片懸浮螺旋式電感之感值與共振頻率。
2. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該順磁與逆磁參數之總和  $\alpha$  之操作式如下所示：

$$\alpha = \frac{3n_e \mu_B^2 \omega_r}{2\hbar} - \frac{e^2 n_e (\omega_r - \omega)}{2m_e} \sum_{m=0}^{[n-1]} (l_{\max} - 2ms)^2$$

，其中  $\hbar$ 、 $\mu_B$ 、 $n_e$  以及  $m_e$  分別為浦朗克常數 (Planck's constant)、波耳磁子 (Bohr magneton)、材料中的自由電子密度與電子質量，符號  $[n-1]$  代表高斯符號 (Gaussian symbol) 其中  $n$  為電感圈數，其他參數如  $l_{\max}$  以及  $s$  分別代表電感的最大邊緣長度以及金屬線間的距離。

3. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該計算電子動能 ( $E_L$ )、雙埠晶片懸浮螺旋式電感轉角處之準靜電場 ( $\vec{E}(r)$ ) 以及轉角處之電子散射能量 ( $E_C$ ) 之操作式為：

$$E_L = \sqrt{3/5} \frac{\hbar^2}{m_e} (3\pi^2 n_e)^{1/3} \frac{\pi}{l_{total}} \text{，其中 } l_{total} \text{ 代表電感總長；}$$

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q[\pi + 8\sin(\pi^2/4\beta)]^2}{8\omega h\beta[\csc(\beta/2) - 1](\pi + \beta)} \hat{r} \text{，其中 } q \text{ 為基本電荷，而 } \omega$$

與  $h$  分別為電感之寬與高。其次， $\beta$  為電感轉角之角度；

$$E_C = \frac{\pi\epsilon_0\omega h[\csc(\beta/2) - 1]|\vec{E}|q}{NV^{2/3}\sqrt{\sigma_{eff}}} \left[ \left( 1 + 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dr}{r^3} + \dots \right) \csc\left(\frac{\pi - \beta}{2}\right) \right]^2$$

$$= \begin{cases} \frac{q^2}{4NV^{2/3}\sqrt{\sigma_{eff}}} \frac{\left(\pi + 8\sin\frac{\pi^2}{4\beta}\right)^2}{8\beta(\pi + \beta)} \csc^2\left(\frac{\pi - \beta}{2}\right), & \text{for } \beta < \pi \\ \frac{q^2}{4NV^{2/3}\sqrt{\sigma_{eff}}} \frac{(\pi + 4\sqrt{2})^2}{4\pi} \frac{\pi}{2.7}, & \text{for } \beta = \pi \text{ (圓形電感專用)} \end{cases}$$

其中  $r$ 、 $N$ 、 $V$  以及  $\sigma_{eff}$  分別代表電子入射路徑、轉角數、多角型螺旋式電感 (包含四角形、八角形以及圓形電感) 的體積以及電感的等效截面積。

4. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺

旋式電感之共振頻率  $\omega_r$  操作式如下：

$\omega_r = (E_L + N \cdot E_C) / \hbar$ ，本操作式係將遵守能量守恆定律。

5. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該依賴於頻率之雙埠晶片懸浮螺旋式電感感值之操作式如下：

$$L \approx \frac{\mu_0 n_e l_{total}^3 \hbar \omega_r}{2\pi \sigma_0^2 A n} \left( \frac{\sigma_0}{\pi} \left[ \pi^2 \delta(\omega) - \frac{\ln \omega}{\omega} \right] + \frac{\alpha}{\omega_r^2 - \omega^2} \right) \left[ \exp\left(\frac{\hbar(\omega - \omega_r)}{k_B T}\right) + 1 \right]^{-1}$$

其中  $\sigma_0$  為金屬的直流電導係數、 $\omega$  為電磁場於系統中之頻率、 $A$  為電感截面積、 $k_B$  為波茲曼常數 (Boltzmann's constant)、 $T$  為絕對溫度以及  $\mu_0$  為真空磁導率。

6. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之材料可使用鐵磁性材料以外之材料。
7. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之尺寸參數為電感之最大邊緣長度、電感圈數、電感金屬線間之距離、電感之寬度、電感之高度以及電感之總長度。
8. 如申請專利範圍第 3 項之方法，其中該電子動能必須是電子在高頻時可以在該雙埠晶片懸浮螺旋式電感內自由移動之最小能量。
9. 如申請專利範圍第 3 項之方法，其中該四角形、八角形以及圓形電感之等效截面積分別等於 0.101、0.281 以及 0.375 乘以總截面積。
10. 如申請專利範圍第 3 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感轉角處之準靜電場以及轉角處之電子散射能量之估計必須被限制於電感之轉角處。

11. 如申請專利範圍第 3 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感轉角處之準靜電場之原點位於電感轉角處之外頂點。
12. 如申請專利範圍第 3 項或第 4 項任 1 項之方法，其中該共振頻率之操作式可用於計算四角形、八角形以及圓形雙埠晶片懸浮螺旋式電感。
13. 如申請專利範圍第 6 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之材料選擇以銅為最佳。
14. 如申請專利範圍第 3 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之截面積為電感寬度與電感高度的乘積。
15. 如申請專利範圍第 10 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之電子散射能量之參考點可以藉由修改或是平移步驟 (3) 之電子散射能量操作式中的積分項來獲得。
16. 如申請專利範圍第 11 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感的轉角大小必須假設為  $\pi$ ，且該雙埠晶片懸浮螺旋式電感為圓形。
17. 如申請專利範圍第 1、7、13 項以及第 14 項任 1 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之共振頻率與感值可以藉由修改依賴於電感之材料與幾何參數進而最佳化。
18. 如申請專利範圍第 17 項之方法，其中該共振頻率為雙埠晶片懸浮螺旋式電感感值的參數。
19. 如申請專利範圍第 17 項之方法，其中該雙埠晶片懸

浮螺旋式電感之感值可以藉由修改依賴於電感之材料與幾何參數進而最佳化。

20. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該幾何參數可為螺旋式電感之尺寸。

十一、圖式：

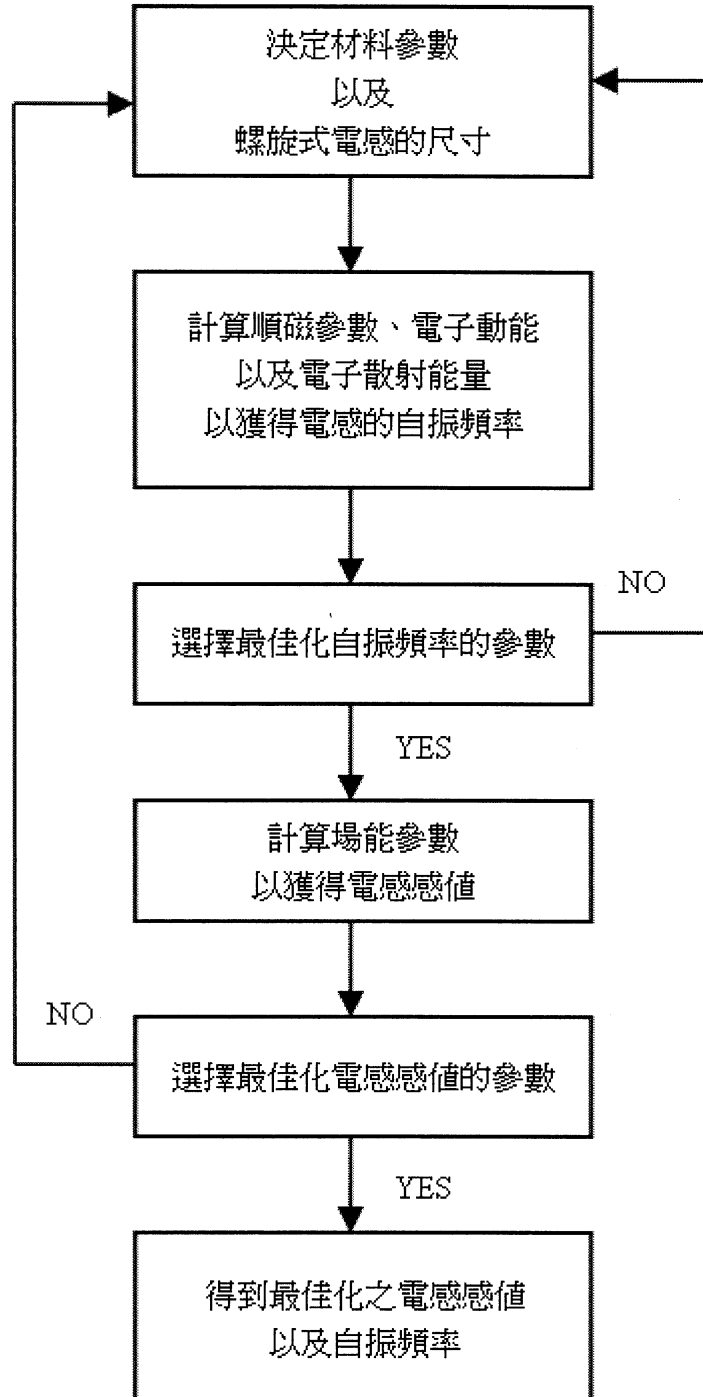
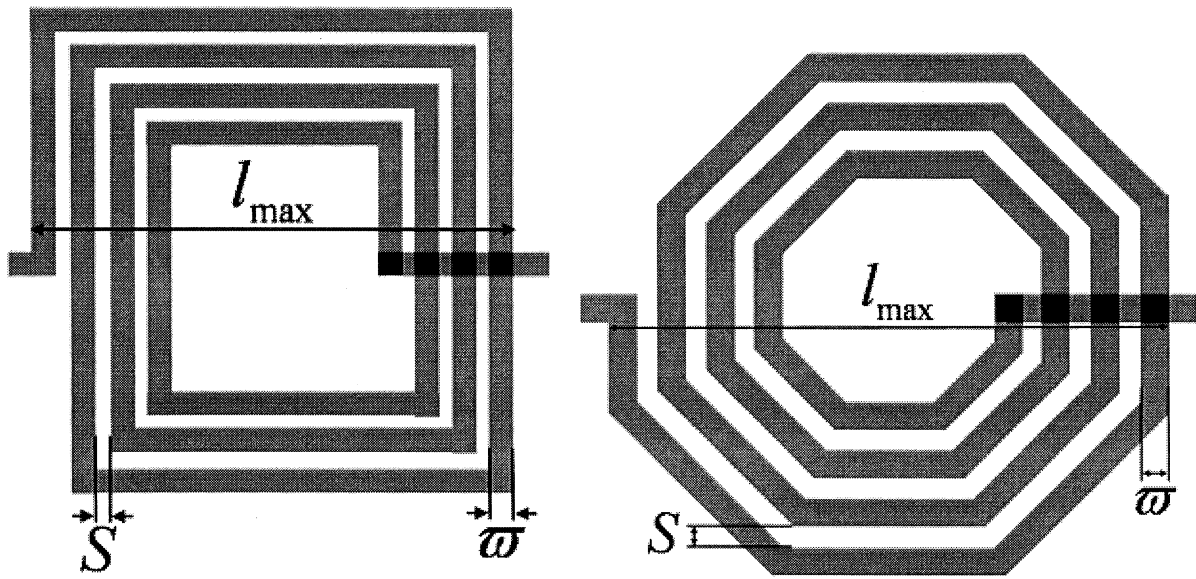
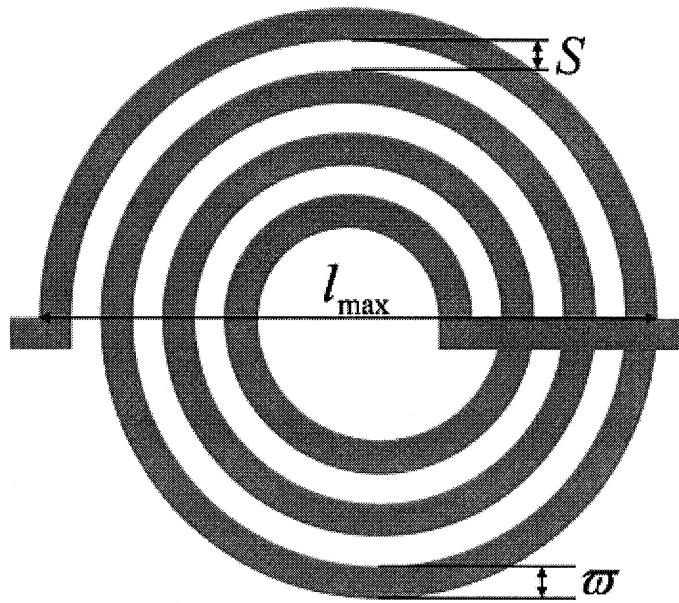


圖 一



(a)

(b)



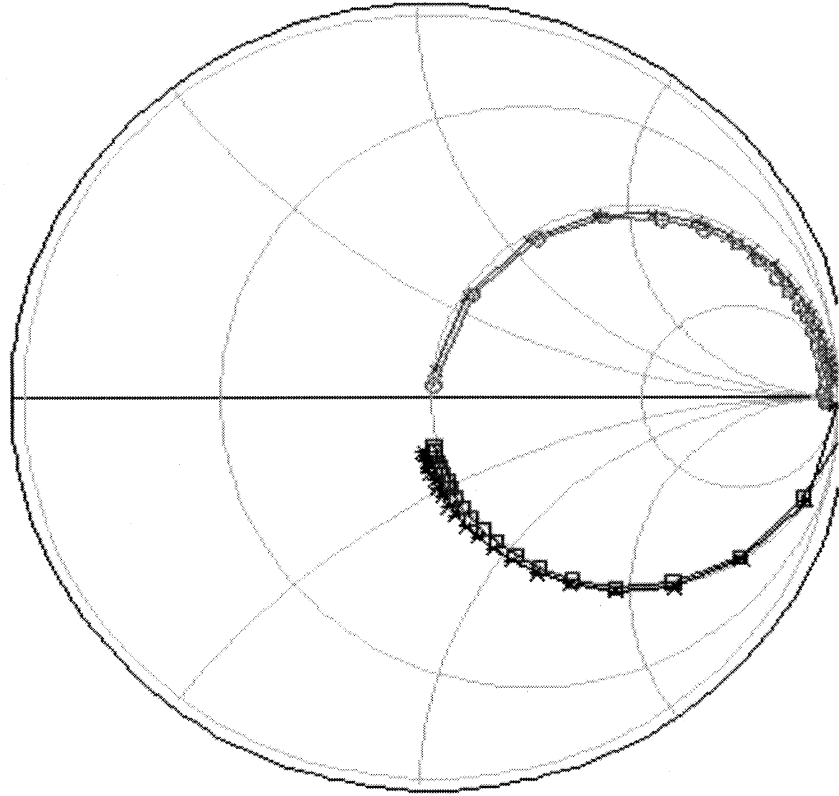
(c)

圖二



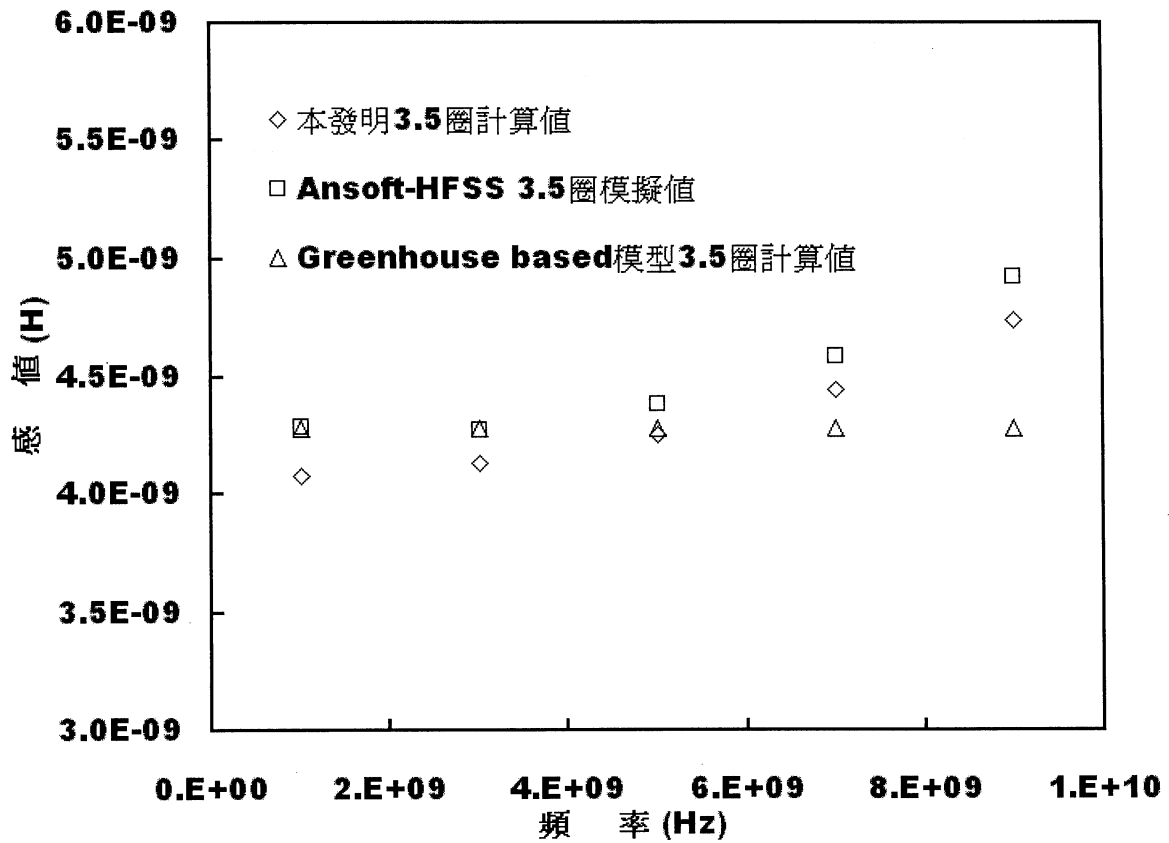
料料料料  
資資資資  
測測擬擬  
量量模模  
\* ⊙ ⊠ \*

S(4,3)  
S(3,3)  
S(2,1)  
S(1,1)

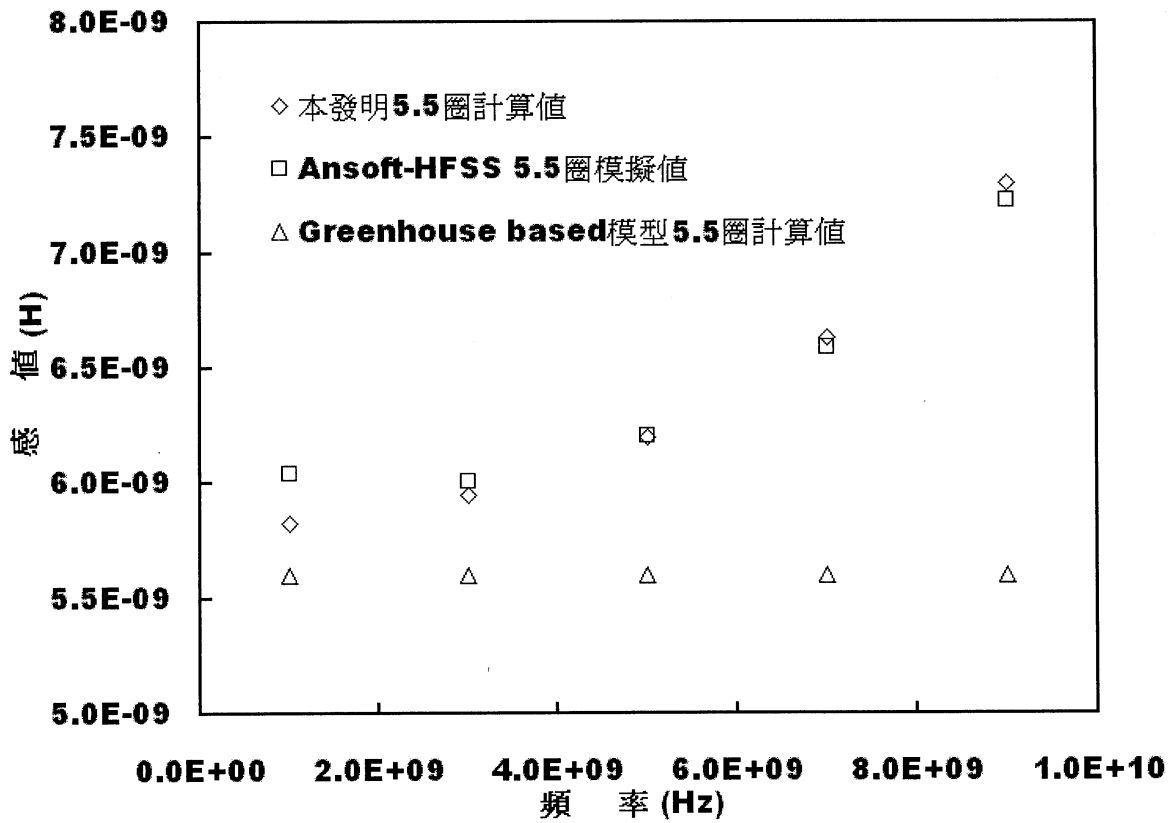


頻率 (100.0MHz至 20.00GHz)

圖三

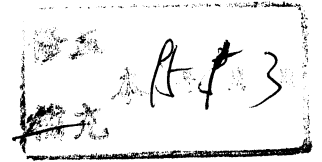


(a)



(b)

圖 四



# 發明專利說明書

(本說明書格式、順序及粗體字，請勿任意更動，※記號部分請勿填寫)

※ 申請案號：

※ 申請日期：

※IPC 分類：

## 一、發明名稱：(中文/英文)

一種預測雙埠晶片懸浮螺旋式電感之感值與共振頻率的方法

A method for predicting inductance and self-resonant frequency of a spiral inductor

## 二、申請人：(共 1 人)

姓名或名稱：(中文/英文)

國立交通大學

National Chiao Tung University

代表人：(中文/英文) 張俊彥 / Chun Yen Chung

住居所或營業所地址：(中文/英文)

新竹市大學路 1001 號

No.1001, Da-syue Rd., Hsinchu City 300, Taiwan (R.O.C.)

國 籍：(中文/英文) 中華民國/ROC

## 三、發明人：(共 2 人)

姓 名：(中文/英文)

1. 陳健章 / Chien-Chang Chen

2. 鄭裕庭 / Yu-Ting Cheng

國 籍：(中文/英文)

1、2 發明人皆中華民國/ROC

#### 四、聲明事項：

主張專利法第二十二條第二項  第一款或  第二款規定之事實，  
其事實發生日期為：94 年 11 月 15 日。

申請前已向下列國家（地區）申請專利：

【格式請依：受理國家（地區）、申請日、申請案號 順序註記】

有主張專利法第二十七條第一項國際優先權：

無主張專利法第二十七條第一項國際優先權：

主張專利法第二十九條第一項國內優先權：

【格式請依：申請日、申請案號 順序註記】

主張專利法第三十條生物材料：

須寄存生物材料者：

國內生物材料 【格式請依：寄存機構、日期、號碼 順序註記】

國外生物材料 【格式請依：寄存國家、機構、日期、號碼 順序註記】

不須寄存生物材料者：

所屬技術領域中具有通常知識者易於獲得時，不須寄存。

## 五、中文發明摘要：

本發明關於一種預測懸浮電感之共振頻率及其感值的方法。本發明係根據 Kramers-Kronig relations、場論以及固態物理所推導而成之物理公式，因此 RFIC 的設計工程師可輕易地藉由適當的選擇與改變本方法當中之物理參數，以達到電感最佳化設計之目的。更進一步地，不同於其他方法缺乏材料之物理特性的缺點，若設計工程師必須更改電感之材料(鐵磁性材料除外)時，本發明方法亦可以成功預測其感值與共振頻率。

## 六、英文發明摘要：

In this invention, a closed-form integral model for on-chip freely suspended rectangular spiral inductor is presented. The model bases on the Kramers-Kronig relations, field theory, and solid state physics to characterize a spiral inductor which RFIC designers could easily have the optimal design utilizing this analytical method. Meanwhile, this model can provide satisfactory prediction to the inductance and self-resonant frequency of the spiral inductor without complicated geometry analysis. Furthermore, unlike conventional formulations only based on circuit parameters, this model could safely predict the inductance and the self-resonant frequency when altering the material (excluding ferromagnetic materials) of a spiral inductor.

**七、指定代表圖：**

(一)本案指定代表圖為：第(1)圖。

(二)本代表圖之元件符號簡單說明：

無

**八、本案若有化學式時，請揭示最能顯示發明特徵的化學式：**

## 九、發明說明：

### 【發明所屬之技術領域】

本發明係關於一種預測晶片上懸浮螺旋式電感之感值與共振頻率的方法。

### 【先前技術】

在美國專利號碼 US 6,311,145 B1 名為『Optimal Design An Inductor and Inductor Circuit』的發明中，提供了一種最佳化電感電路設計的方法。藉由集結參數（lumped parameters），將可以呈現一種電感或是電感電路的等效電路。每一個集結參數都可以得出一個正項式表示式（posynomial expression）。而這些正項式表示式的形式將可以展現出電感的品質係數或是共振頻率。以正項式之形式所表示的幾何程序設計可以被寫成爲限制電感性能的詳細規格。因此，此方法在傳統上係可利用於電感電路設計的最佳化。惟使用上尚有缺失。

另在美國專利號碼 US 6,588,002 B1 名為『Method and System for Predictive Layout Generation for Inductors with Reduced Design Cycle』的發明中，提供一種方法以及整體之設計系統以決定電感電路佈局之產生進而達成縮短電路設計之週期。此方法使用眾多電感參數，例如：電感圈數（Number of Turns）、金屬線間距（Spacing）、寬度（Width）、水平方向長度（Xsize）以及鉛直方向長度（Ysize），以決定模擬電感電路模型時所使用之寄生電阻值以及寄生電容值。

因此，電感之佈局便藉由這些寄生電組、電容值而產生。

在美國專利第 US 6,665,849 B2 號名為『Method and Apparatus for Simulation Physical Fields』中，提供一種通用性的方法以用於模擬電磁場問題，而且是被設計在數值穩定之情形下利用數值方法求出偏微分方程的解答。為了獲得一致性解答的架構，該案發明人引入了啞場觀念 (dummy field) 以描述電場與磁位能之不唯一性的基本物理現象。然而，將連續的場方程轉變成為不連續性時，必須使用節點 (nodes) 與環節 (links) 以支撐其數學架構。

該發明藉由導入啞場觀念以直接解決場方程問題而提供了數值分析的方法。其中啞場最好是純量場。而且至少需要一個有關於物理系統中的物理性質參數被提出，例如：場的強度、電阻率、感值或是能量等。此方法亦使用網線 (mesh) 於數值分析中以符合具體之發明程序。

該發明亦可以提供一種裝置並且包含資料結構與電腦程式，以使用在模擬物理系統的數值分析中。場方程可以輕易地藉由導入啞場觀念與一種物理系統預測範圍中的  $N$  維網線的表徵而獲得解決。

在傳統方法中，無疑地該發明是模擬電磁場特徵與頻率依賴性上最佳的方法。然而，大量的時間耗費將會是模擬程式與方法上一個無法移除的爭論之處。為了避免這種麻煩的情形，本發明提供之方法將可以避免時間之浪費。本發明闡述之方法不僅可以解決時間耗損的問題，亦可以估計電感之共振頻率與感值而不需複雜的分析。



在 H. M. Greenhouse, 名爲 “Design of planar rectangular microelectronic inductor,” *IEEE trans. Parts, Hybrids, Packag.*, vol. PHP-10, pp. 101-109, June 1974 的文章中，提出了在微電子結構尺寸下的負電感互感 (negative mutual)。四角型電感感值可藉由幾何係數，例如：金屬寬度、金屬線間距以及電感圈數加以估計而獲得。然而，電感感值的頻率依賴性以及共振頻率的計算卻無法從該文章得到揭示。而且相當複雜的幾何分析也可能使工程師以及電路設計者感到困擾。

本發明所提出之方法可以解決如此困境。共振頻率可輕易地利用物理方程式計算。如此亦可以計算隨著頻率改變之電感感值而不需要複雜的幾何分析。因此，本發明提出之方法可以簡化複雜的幾何分析工作，而且有著比該文章更高之物理價值。

在 S. S. Mohan, M. M. Hershenson, S. P. Boyd, and T. H. Lee, 名爲 “Simple accurate expressions for planar spiral inductance,” *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 34, pp. 1419-1424, Oct. 1999 的文章中，提出數種如四角型、六角形、八角型與圓形直流電感表示式。藉由集結電感電路模型以及搭配合適的單項式表示式，呈現出簡單而又精確的結果。然而該文章無法提供電路設計者有物理意義之集結與搭配參數 (fitted parameters)，而無法使設計最佳化。雖然該文章提供了數種幾何形狀電感的感值表示式，但是無法最佳化的參數在此方面仍是最大的阻礙。本發明闡述

之方法可避免此種情形，亦可以呈現簡單而又精確的結果。

在 S. Asgaran, "New accurate physics-based closed-form expressions for compact modeling and design of on-chip spiral inductors, 名爲 " The 14th *International Conference on Microelectronics*, pp. 247-250, Dec., 2002 的文章亦跟隨著 Greenhouse 的腳步而且面臨著相同的問題。雖然該文章已經將複雜的幾何分析簡化，但是棘手的問題仍然存在。本發明提出之方法可以避免此困境。

在 S. Jenei, B. K. J. C. Nauwelaers, 與 S. Decoutere, 名爲 "Physics-based closed-form inductance expression for compact modeling of integrated spiral inductors," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. 37, pp. 77-80, Jan. 2002 的文章中，亦採用 Greenhouse 的觀念，但是它將 Greenhouse 的方法推廣至計算八角型螺旋式電感。再一次地，棘手的問題依舊沒有解決，本發明提出之方法仍可解決上述缺失。

另外在公開可得的模擬軟體方面，Ansoft HFSS, 9.0 version, Ansoft, ([http:// www.ansoft.com/products/hf\\_](http://www.ansoft.com/products/hf_)) 是世界上最強力的模擬工具之一，此種高頻模擬系統可以藉由計算高頻時的電磁矩陣以解決任何形狀與尺度下的元件問題。而且模擬計算之後的所有參數可以被匯出以利於工程師以及設計者的運用。然而大量的時間耗費仍是最大的阻礙。越複雜的結構，就需要越多的計算時間。本發明闡述之方法可以節省這些消耗的時間，而且擁有相同的精確度。

【發明內容】

為了解決先前技術之各種問題，本發明所提出之一種預測雙埠晶片懸浮螺旋式電感之感值與共振頻率的方法，係可以輕易地估計多角型螺旋式電感的感值以及共振頻率，且不需要複雜、困難的幾何分析，其中本發明可以縮減電腦模擬或是實驗製程上的時間、人力以及資源的消耗並解決複雜的電路分析問題。

本發明之一目的，係用以決定電感之共振頻率。更進一步地，本發明所提出之方法可以物理觀點提供電路設計者最佳化電感電路分析之要件，並且可以解釋不同之電感材料下所形成之不同的共振頻率。而且，有鑑於正項式表示式的操作程序相當不易於了解以及精確地跟進。因此，本發明不同於正項式表示式，本發明提出之方法可以簡單且清晰之步驟描述由計算電感之共振頻率直到決定電感之感值。且本發明闡述之方法亦可以依照不同形狀之電感，例如：四角形、八角形或是圓形電感，個別決定其共振頻率。

本發明之再一目的，係不僅僅考慮電感幾何參數之影響因素，亦考慮電感之材料特性。更進一步地，本發明提出之方法可以避免複雜的幾何分析，並以嚴謹之數學與物理觀念展現出電感共振頻率以及隨頻率而變化之電感感值。簡言之，本發明之方法可用於估計電感之各種特徵數值而不需要考慮複雜之電路設計，並且提供工程師與電路設計者電感最佳化之方向。

綜上，本發明提供一套新穎且簡單的物理方法以精準地

分析、估計射頻晶片螺旋式電感之感值與共振頻率。有別於以往計算螺旋式電感感值的方法與侷限度，當改變電感的材料參數時，本發明亦可提供物理公式以尋求最佳結果。更進一步地，本發明亦為提供計算螺旋式電感之共振頻率方法的先驅者。共振頻率的決定將可以協助電路分析人員以及微波工程師去選擇最為適當的電感頻寬。

#### 【實施方式】

由於工業技術水準的提升以及人類生活的需求，便於攜帶的無線通訊系統被傾向於整合在高效能的電子元件上。射頻積體電路元件之特性亦被完整的研究與分析。特別是晶片螺旋式電感，其將扮演著射頻積體電路分析上最重要的角色。為了提升射頻積體電路之效率與實用性，本發明提供一套新穎且簡單的物理方法以精準地分析、估計射頻晶片螺旋式電感之感值與共振頻率。有別於以往計算螺旋式電感感值的方法與侷限度，當改變電感的材料參數時，本發明亦可提供物理公式以尋求最佳結果。更進一步地，本發明亦為提供計算螺旋式電感之共振頻率方法的先驅者。共振頻率的決定將可以協助電路分析人員以及微波工程師去選擇最為適當的電感頻寬。

因此，本發明提供了一套便利且精準的方法以輕易地解決設計層面的問題。本發明將可以簡化且履行晶片射頻螺旋式電感在高頻積體電路的設計與應用。

本發明為積體電路設計者提供一套可以最佳化射頻電感以及電感電路的方法。以下將依序列出詳細的描述與計

算。並且，計算結果將與慣常以及工程上所使用的工具作出適當之比較。然而，複雜且困難的物理以及數學技巧將不被詳述以方便簡化描述過程。如圖一之流程圖所示，本發明之計算原理將簡潔地描述於下：

#### A. 金屬的 Kramers-Kronig 關係：

由於 Kramers-Kronig 關係的正確性必須依賴於最嚴謹的因果原則，因此其構成了最精緻以及最普遍的物理理論之一。如此嚴謹的因果原則將是分析與締結數學與物理現象的一大利器。根據 Riemann-Lebesgue 輔助定理、傳導體的特性以及電磁場論，Kramers-Kronig 關係可以表達成以下實部與虛部之關係：

$$\operatorname{Re} \chi(\omega) \approx \frac{\sigma_0}{\pi} \left[ \pi^2 \delta(\omega) - \frac{\ln \omega}{\omega} \right] + \frac{\alpha}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad (1)$$

$$\operatorname{Im} \chi(\omega) \approx \frac{\sigma_0}{\omega} + \frac{\pi \alpha \delta(\omega - \omega_r)}{2 \omega_r} \quad (2)$$

其中  $\sigma_0$  為金屬的直流電導係數、 $\omega$  為電磁場於系統中之頻率，而  $\omega_r$  為共振頻率。參數  $\alpha$  則有以下關係式：

$$\alpha = \frac{3n_e \mu_B^2 \omega_r}{2\hbar} - \frac{e^2 n_e (\omega_r - \omega)}{2m_e} \sum_{m=0}^{[n-1]} (l_{\max} - 2mS)^2 \quad (3)$$

其中  $\hbar$ 、 $\mu_B$ 、 $n_e$  以及  $m_e$  分別為浦朗克常數 (Planck's constant)、波耳磁子 (Bohr magneton)、材料中的自由電子密度與電子質量。對於如圖二所示之雙埠螺旋式電感而言，方程式 (3) 中的第一項與第二項分別代表電感材料中的順磁與逆磁參數。第二項中的符號  $[n-1]$  代表高斯符號 (Gaussian symbol) 其中  $n$  為電感圈數。其他參數如  $l_{\max}$  以

及  $s$  分別代表電感的最大邊緣長度以及金屬線間的距離，皆如圖二所示，其中  $l_{max}$  以及  $S$  分別代表電感的最大邊緣長度以及金屬線間的距離。

### B. 決定共振頻率：

電子在金屬中之動能可用下列之色散方程式表之：

$$E_L = \sqrt{3/5} \frac{\hbar^2}{m_e} (3\pi^2 n_e)^{1/3} \frac{\pi}{l_{total}} \quad (4)$$

其中  $l_{total}$  代表電感的總長。依據電磁場論，當有外加電場輸入至導體材料時，將會有準靜電場 (quasi-electrostatic field) 駐留在轉角處附近。因此，對於多邊形螺旋式電感而言，駐留於每一個轉角處之準靜電場可藉由變分法計算得之並有下列之表示式：

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q[\pi + 8\sin(\pi^2/4\beta)]^2}{8\omega h\beta[\csc(\beta/2) - 1](\pi + \beta)} \hat{r} \quad (5)$$

其中  $q$  為電荷量、 $\omega$  與  $h$  分別代表螺旋式電感之寬度與高度。而  $\beta$  代表轉角角度之大小且每一個準靜電場的原點位於轉角的外頂點。

接著考慮類似於康普吞散射效應 (Compton Scattering Effect) 的物理機制，當自由電子移動至轉角附近時將會被駐留在轉角處的準靜電場散射並且改變其運動的軌跡。其電子被散射後的能量損失可由以下方程式表之：

$$E_c = \frac{\pi \varepsilon_0 \omega h [\csc(\beta/2) - 1] |\vec{E}| q \left[ \left( 1 + 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dr}{r^3} + \dots \right) \csc\left(\frac{\pi - \beta}{2}\right) \right]^2}{NV^{2/3} \sqrt{\sigma_{eff}}} = \begin{cases} \frac{q^2}{4NV^{2/3} \sqrt{\sigma_{eff}}} \frac{\left(\pi + 8 \sin \frac{\pi^2}{4\beta}\right)^2}{8\beta(\pi + \beta)} \csc^2\left(\frac{\pi - \beta}{2}\right), & \text{for } \beta < \pi \\ \frac{q^2}{4NV^{2/3} \sqrt{\sigma_{eff}}} \frac{(\pi + 4\sqrt{2})^2}{4\pi} \frac{\pi}{2.7}, & \text{for } \beta = \pi \text{ (圓形電感專用)} \end{cases} \quad (6)$$

其中  $r$ 、 $N$ 、 $V$  以及  $\sigma_{eff}$  分別代表電子入射路徑、轉角數、多角型螺旋式電感的體積以及電感的等效截面積。此處，等效截面積分別等於 0.101、0.281、0.375 乘上四角型、八角型以及圓形電感之截面積。

於方程式 (6) 中：

$$1 + 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dr}{r^3} + \dots \quad (7)$$

代表微擾的軌道方程係數。方程式 (7) 中的第一項代表理想化之軌道方程係數，而第二項代表受到近場影響，例如：電感與接地面之距離等所產生之微擾項係數。為了簡化方程式 (6)，可假設微擾場位於無窮遠處，因此方程式 (7) 將近似為 1。最近的研究成果亦揭示了當空氣介層 (即電感與接地處之距離) 大於  $60 \mu\text{m}$  時，基板耦合效應將可以被忽略。而對於射頻積體電路中微機械式電感設計，其參考點 (或稱接地處) 亦相當地遠離電感系統本身。因此，在方程式 (6) 中的參考點無窮遠之假設是相當合理且實用的。然而，若參考點必須設計得相當靠近電感，則共振頻率將會被改變且方程式 (7) 中的積分範圍必須更改為  $[r_m, \infty)$  以符合參考點座標的移動；其中參數  $r_m$  代表電感的新參考點座標位置。

此參數亦暗示了作用於電感之能量的可能損耗或平移。

因此，電感的共振頻率將等同於共振電子的頻率。藉由能量守恆定律可得其關係式，如下所示：

$$\omega_r = (E_L + N \cdot E_C) / \hbar \quad (8)$$

即電子能量等於其在電感內部之動能加上在轉角處散射時的能量損耗。

### C. 決定電感感值：

藉由計算電磁場中的磁能，電感感值可被決定。如下：

$$L \equiv \frac{\int \vec{H}^* \cdot \vec{B} dv}{I^2} \approx \frac{\mu_0 n_e l_{total}^3 \hbar \omega_r}{2\pi \sigma_0^2 A n} \left( \frac{\sigma_0}{\pi} \left[ \pi^2 \delta(\omega) - \frac{\ln \omega}{\omega} \right] + \frac{\alpha}{\omega_r^2 - \omega^2} \right) \left[ \exp\left(\frac{\hbar(\omega - \omega_r)}{k_B T}\right) + 1 \right]^{-1} \quad (9)$$

其中  $A$ 、 $k_B$  與  $T$  分別代表為電感截面積、波茲曼常數 (Boltzmann's constant) 以及絕對溫度。方程式 (9) 中所揭露的自由電子密度以及電導係數暗示著電感感值將強烈地依賴於材料的特性。

### D. 實際例子之計算：

考慮一厚  $5 \mu\text{m}$  且 3.5 圈之微機械銅製螺旋式電感，限制其幾何參數為  $l_{\max} = 300 \mu\text{m}$ 、 $S = 5 \mu\text{m}$  與  $\varpi = 15 \mu\text{m}$  且不考慮基板耦合效應。藉由方程式 (1)~(8)，四角、八角以及圓形電感之共振頻率將可以分別決定，其值如表一所示。方程式 (9) 亦將決定特定頻率下的電感感值，其值如表二所示。於表一以及表二中，本發明之計算結果將與 Ansoft-HFSS 高頻模擬軟體以及目前最常用於計算電感感值的 Greenhouse based 模型分別做出比較。圖三標示出了



實驗量測以及 Ansoft-HFSS 的 S 參數的比較圖，其中頻率範圍為 0.1GHz 至 20GHz。其展現了兩者頗佳的相符性同時也驗證了 Ansoft-HFSS 高頻分析的正確性。藉由相同的 Ansoft-HFSS 模擬條件以及幾何參數下，5.5 圈電感之感值以及共振頻率亦展現如表三所示。

若排除基板耦合效應，則根據本發明計算所得之電感感值，其結果將相當符合於電腦模擬以及移除基板後電感感值的實驗量測之數據。亦不同於 Greenhouse based 模型的無法提供共振頻率以及隨著頻率變化的電感感值，本發明確有其突破與進步之處。本發明之計算結果、Greenhouse based 模型以及 Ansoft-HFSS 模擬數據之電感感值隨頻率變化之比較如圖四所示，其中包含 (a)3.5 圈以及 (b)5.5 圈  $5\mu\text{m}$  厚、3.5 圈之懸浮四角型電感，其材料參數為  $l_{\text{max}} = 300\mu\text{m}$ 、 $\varpi = 15\mu\text{m}$  以及  $S = 5\mu\text{m}$ 。其中，頻率範圍為 1GHz 至 9GHz。必須再次強調，本發明不僅可以預測晶片懸浮電感之共振頻率以及感值，同時也可以藉由材料特性與幾何上的選取進而達到工程師所要求之最佳化設計。

表 一  
不同形狀之電感共振頻率

比較(3.5 圈)	本發明計算之共振頻率 (GHz)	Ansoft-HFSS計算之共振頻率 (GHz)
四角型電感	23.9	22.9
八角型電感	24.9	23.6
圓形電感	25.8	24.6

表 二  
四角型電感之感值比較

比較(3.5 圈)	共振頻率 (GHz)	感值@ 3GHz (nH)	感值@ 5GHz (nH)	感值@ 9GHz (nH)
Ansoft-HFSS 模擬結果	22.9	4.27	4.38	4.92
本發明計算結果	23.9	4.13	4.25	4.74
Greenhouse based 模型	X	4.28	4.28	4.28

符號定義：

(1)X 表示Greenhouse based模型無法提供此數據。

(2)銅電感之材料參數為自由電子密度 $8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ 、電子質量 $9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 以及電導係數 $5.6 \times 10^7 (\Omega\text{m})^{-1}$ 。

表 三  
四角型電感之感值比較

比較(5.5 圈)	共振頻率 (GHz)	感值@ 3GHz (nH)	感值@ 5GHz (nH)	感值@ 9GHz (nH)
Ansoft-HFSS 模擬結果	19.4	6.01	6.21	7.23
本發明計算結果	19.9	5.95	6.20	7.30
Greenhouse based 模型	X	5.60	5.60	5.60

綜上所述，本發明在實務上係具有下列進步特徵：

1. 依據物理與數學方法，本發明可精準地預測螺旋式電感之感值與共振頻率。
2. 本發明目前為提供估計螺旋式電感共振頻率的物理方法之最佳者。
3. 本發明可以依照電感材料的改變，而估計不同材料的情況下之電感感值與共振頻率。
4. 本發明可以固態物理之觀點描述材料中的電子遭受電磁場影響時的行為模式。
5. 本發明可估計儲存於螺旋式電感轉角中的能量。
6. 依據 Kramers-Kronig 關係、場論以及能量守衡，本發明可描述當共振頻率發生時電磁能量的交換行為。

7. 本發明可描述不同形狀之電感，例如：四角、八角以及圓形電感能量儲存之差異性。
8. 針對多角型螺旋式電感不同大小的轉角角度，本發明可分別估計儲存於四角、八角以及圓形電感轉角中的能量。
9. 本發明可迅速地藉由簡單的電腦計算以估計所需要之結果。以 3.4GHz、雙 CPU 且 2048MB 雙通道記憶體之電腦計算為例，與 Ansoft-HFSS 高頻模擬軟體比較，本發明僅需要電腦模擬計算時間的 1/6400 倍。
10. 科學家藉由本發明可單憑其物理直覺去估計能量的儲存、轉換以及材料內的電子行為模式。

**【圖式簡單說明】**

圖一為本發明之流程圖；

圖二為本發明之雙埠螺旋式多角型電感之示意圖，其中(a)圖為四角型、(b)圖為八角型、(c)圖為圓形；

圖三為本發明之 Ansoft-HFSS 高頻模擬分析以及實驗量測之 S 參數比較圖；

圖四為本發明之電感感值隨頻率變化之比較圖。

**【主要元件符號說明】**

無

## 十、申請專利範圍：

1. 一種預測雙埠晶片懸浮螺旋式電感之感值與共振頻率的方法，其特徵在於至少包括下列操作步驟：

步驟(1)：決定雙埠晶片懸浮螺旋式電感之材料以及幾何參數（或稱尺寸參數）；

步驟(2)：依據步驟(1)所決定之參數來計算雙埠晶片懸浮螺旋式電感之順磁與逆磁參數之總和  $\alpha$ ；

步驟(3)：計算電子動能 ( $E_L$ )、雙埠晶片懸浮螺旋式電感轉角處之準靜電場 ( $\vec{E}(r)$ ) 以及轉角處之電子散射能量 ( $E_C$ )；

步驟(4)：依據步驟(3)之計算所得，計算出雙埠晶片懸浮螺旋式電感之共振頻率  $\omega_r$ ；

步驟(5)：調變依據步驟(1)所選決定之材料以及幾何參數，計算出目標之最佳共振頻率；

步驟(6)：依據步驟(5)之計算獲得，計算出依賴於頻率之雙埠晶片懸浮螺旋式電感感值；

步驟(7)：調變依據步驟(1)所選決定之材料以及幾何參數，以及步驟(5)之計算獲得，計算出目標之最佳電感感值；

即可得出最佳化之雙埠晶片懸浮螺旋式電感之感值與共振頻率。

2. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該順磁與逆磁參數之總和  $\alpha$  之操作式如下所示：

$$\alpha = \frac{3n_e \mu_B^2 \omega_r}{2\hbar} - \frac{e^2 n_e (\omega_r - \omega)}{2m_e} \sum_{m=0}^{[n-1]} (l_{\max} - 2ms)^2$$

，其中  $\hbar$ 、 $\mu_B$ 、 $n_e$  以及  $m_e$  分別為浦朗克常數 (Planck's constant)、波耳磁子 (Bohr magneton)、材料中的自由電子密度與電子質量，符號  $[n-1]$  代表高斯符號 (Gaussian symbol) 其中  $n$  為電感圈數，其他參數如  $l_{\max}$  以及  $s$  分別代表電感的最大邊緣長度以及金屬線間的距離。

3. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該計算電子動能 ( $E_L$ )、雙埠晶片懸浮螺旋式電感轉角處之準靜電場 ( $\vec{E}(r)$ ) 以及轉角處之電子散射能量 ( $E_C$ ) 之操作式為：

$$E_L = \sqrt{3/5} \frac{\hbar^2}{m_e} (3\pi^2 n_e)^{1/3} \frac{\pi}{l_{total}} \text{，其中 } l_{total} \text{ 代表電感總長；}$$

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q[\pi + 8\sin(\pi^2/4\beta)]^2}{8\varpi h\beta[\csc(\beta/2) - 1](\pi + \beta)} \hat{r} \text{，其中 } q \text{ 為基本電荷，而 } \varpi$$

與  $h$  分別為電感之寬與高；其次， $\beta$  為電感轉角之角度；

$$E_C = \frac{\pi\epsilon_0\varpi h[\csc(\beta/2) - 1]|\vec{E}|q}{NV^{2/3}\sqrt{\sigma_{eff}}} \left[ \left( 1 + 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dr}{r^3} + \dots \right) \csc\left(\frac{\pi - \beta}{2}\right) \right]^2$$

$$= \begin{cases} \frac{q^2}{4NV^{2/3}\sqrt{\sigma_{eff}}} \frac{\left(\pi + 8\sin\frac{\pi^2}{4\beta}\right)^2}{8\beta(\pi + \beta)} \csc^2\left(\frac{\pi - \beta}{2}\right), & \text{for } \beta < \pi \\ \frac{q^2}{4NV^{2/3}\sqrt{\sigma_{eff}}} \frac{(\pi + 4\sqrt{2})^2}{4\pi} \frac{\pi}{2.7}, & \text{for } \beta = \pi \text{ (圓形電感專用)} \end{cases}$$

其中  $r$ 、 $N$ 、 $V$  以及  $\sigma_{eff}$  分別代表電子入射路徑、轉角數、多角型螺旋式電感 (包含四角形、八角形以及圓形電感) 的體積以及電感的等效截面積。

4. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺

旋式電感之共振頻率  $\omega_r$  操作式如下：

$\omega_r = (E_L + N \cdot E_C) / \hbar$ ，本操作式係將遵守能量守恆定律。

5. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該依賴於頻率之雙埠晶片懸浮螺旋式電感感值之操作式如下：

$$L \approx \frac{\mu_0 n_e l_{total}^3 \hbar \omega_r}{2\pi \sigma_0^2 A n} \left( \frac{\sigma_0}{\pi} \left[ \pi^2 \delta(\omega) - \frac{\ln \omega}{\omega} \right] + \frac{\alpha}{\omega_r^2 - \omega^2} \right) \left[ \exp\left( \frac{\hbar(\omega - \omega_r)}{k_B T} \right) + 1 \right]^{-1}$$

其中  $\sigma_0$  為金屬的直流電導係數、 $\omega$  為電磁場於系統中之頻率、 $A$  為電感截面積、 $k_B$  為波茲曼常數 (Boltzmann's constant)、 $T$  為絕對溫度以及  $\mu_0$  為真空磁導率。

6. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之材料可使用鐵磁性材料以外之材料。
7. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之尺寸參數為電感之最大邊緣長度、電感圈數、電感金屬線間之距離、電感之寬度、電感之高度以及電感之總長度。
8. 如申請專利範圍第 3 項之方法，其中該電子動能必須是電子在高頻時可以在該雙埠晶片懸浮螺旋式電感內自由移動之最小能量。
9. 如申請專利範圍第 3 項之方法，其中該四角形、八角形以及圓形電感之等效截面積分別等於 0.101、0.281 以及 0.375 乘以總截面積。
10. 如申請專利範圍第 3 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感轉角處之準靜電場以及轉角處之電子散射能量之估計必須被限制於電感之轉角處。

11. 如申請專利範圍第 3 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感轉角處之準靜電場之原點位於電感轉角處之外頂點。
12. 如申請專利範圍第 3 項或第 4 項任 1 項之方法，其中該共振頻率之操作式可用於計算四角形、八角形以及圓形雙埠晶片懸浮螺旋式電感。
13. 如申請專利範圍第 6 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之材料選擇以銅為最佳。
14. 如申請專利範圍第 3 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之截面積為電感寬度與電感高度的乘積。
15. 如申請專利範圍第 10 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之電子散射能量之參考點可以藉由修改或是平移步驟 (3) 之電子散射能量操作式中的積分項來獲得。
16. 如申請專利範圍第 11 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感的轉角大小必須假設為  $\pi$ ，且該雙埠晶片懸浮螺旋式電感為圓形。
17. 如申請專利範圍第 1、7、13 項以及第 14 項任 1 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之共振頻率與感值可以藉由修改依賴於電感之材料與幾何參數進而最佳化。
18. 如申請專利範圍第 17 項之方法，其中該共振頻率為雙埠晶片懸浮螺旋式電感感值的參數。
19. 如申請專利範圍第 17 項之方法，其中該雙埠晶片懸浮螺旋式電感之感值可以藉由修改依賴於電感之材料與幾何

參數進而最佳化。

20. 如申請專利範圍第 1 項之方法，其中該幾何參數可為螺旋式電感之尺寸。



十一、圖式：

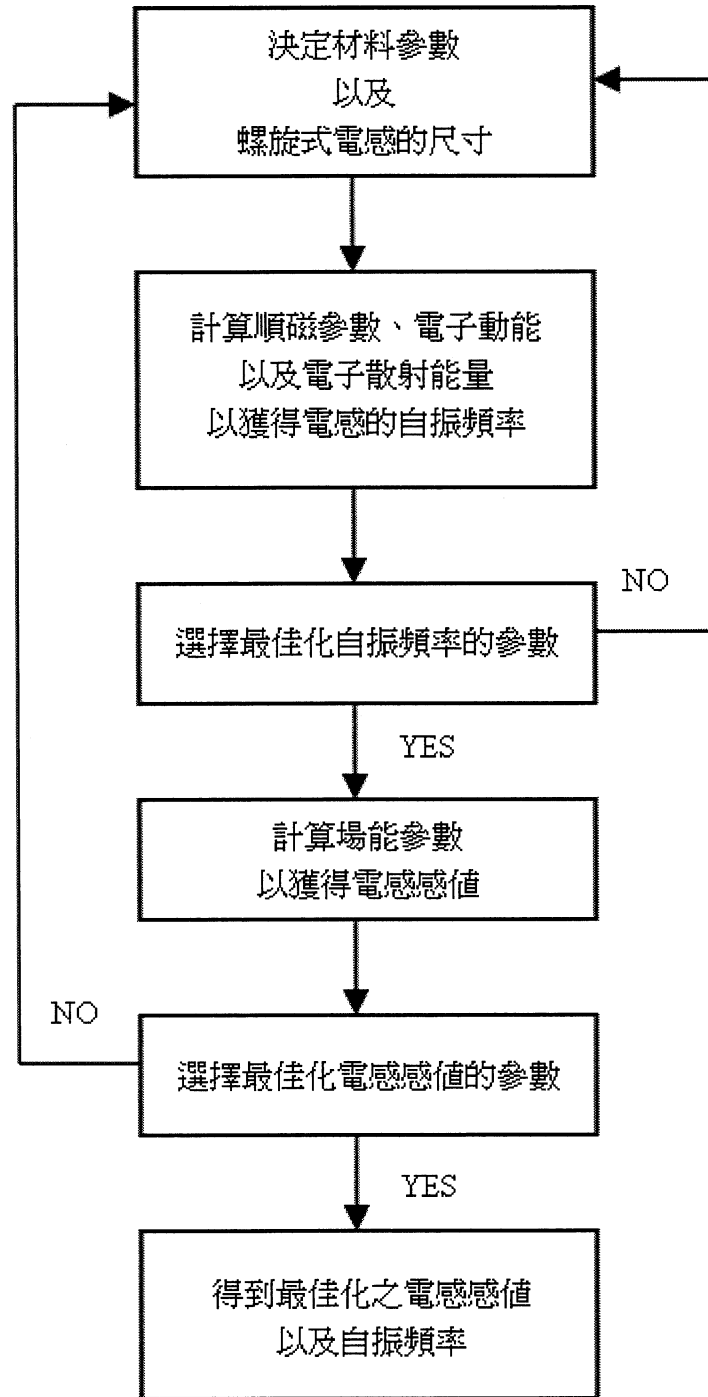
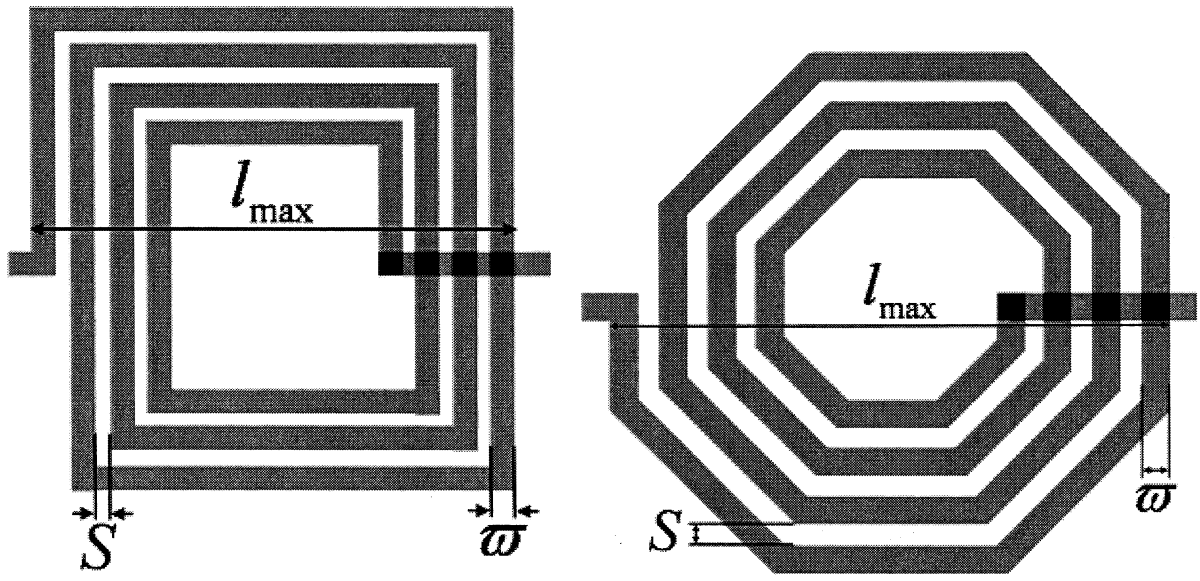
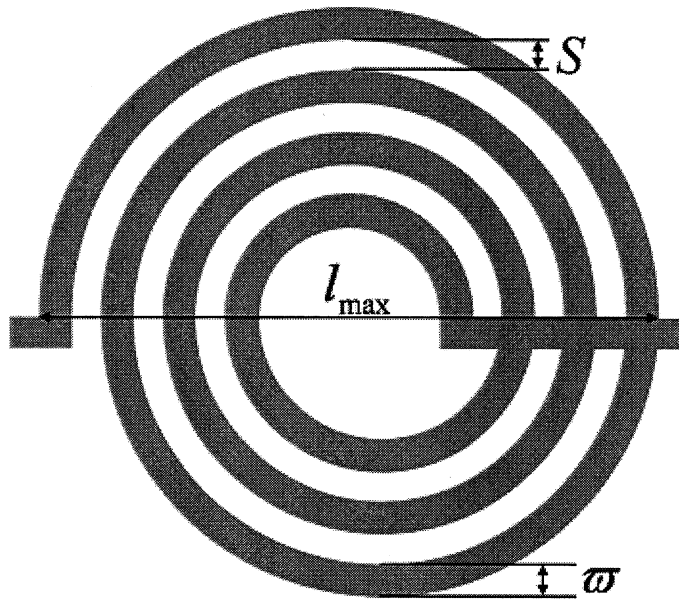


圖 一



(a)

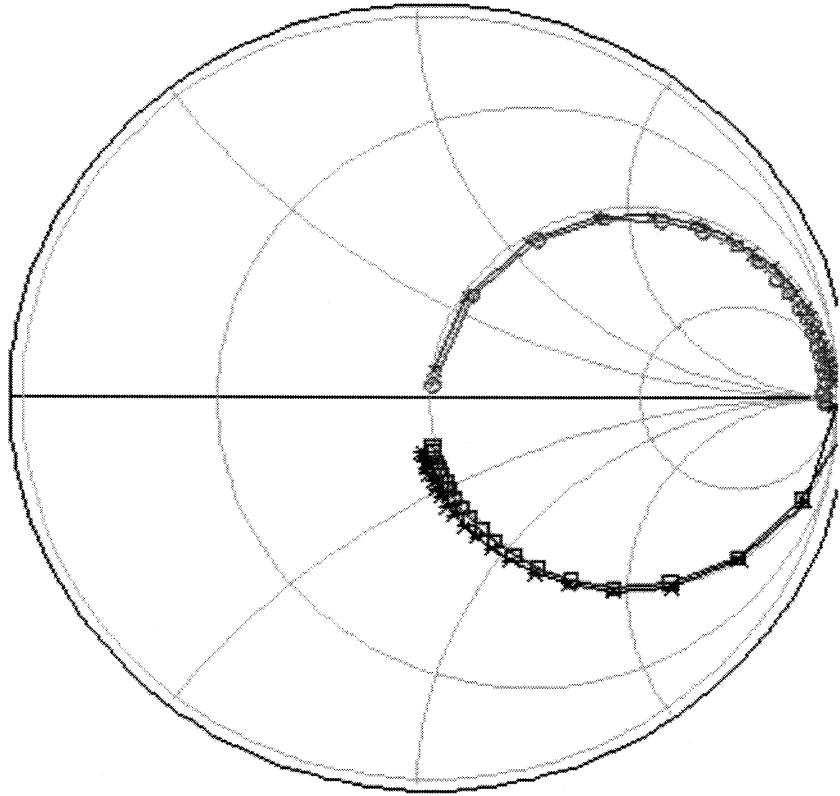
(b)



(c)

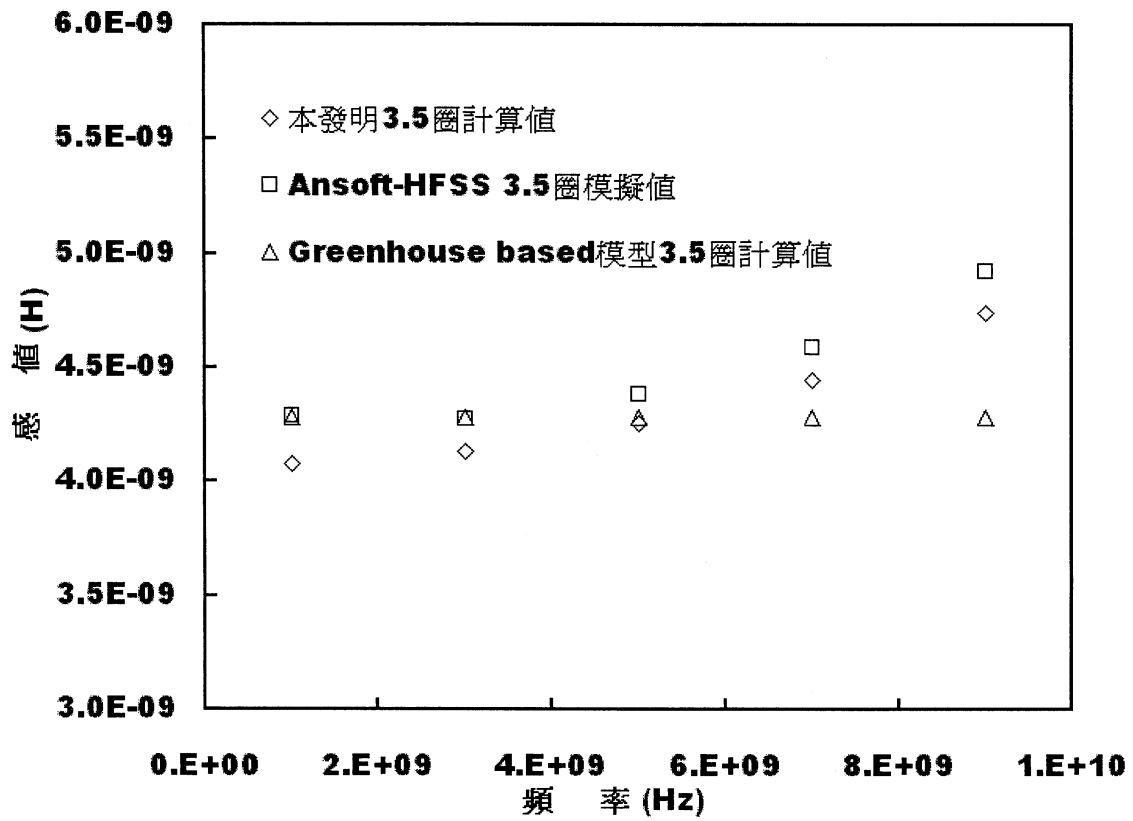
圖二

料料料料  
資資資資  
測測擬擬  
量量模模  
\* ⊙ ⊖ ⊛  
S(4,3)  
S(3,3)  
S(2,1)  
S(1,1)

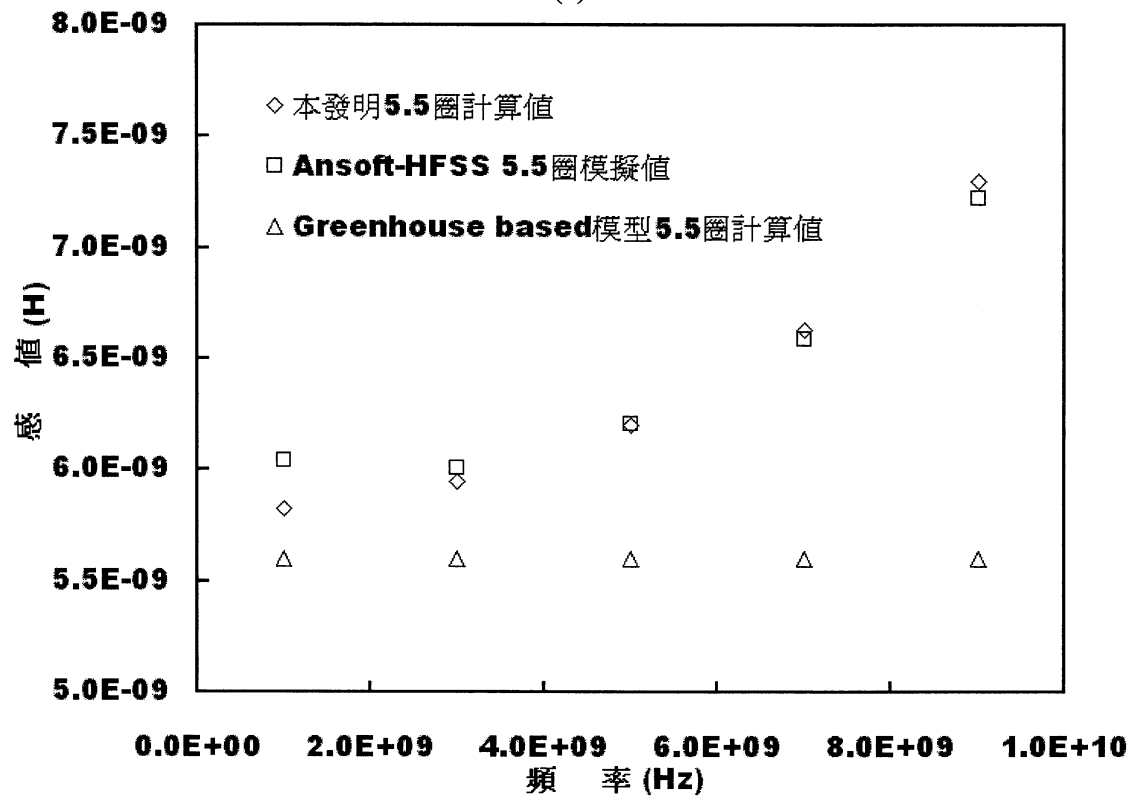


頻率 (100.0MHz至 20.00GHz)

圖 三



(a)



(b)

圖 四