

模糊DEA排序模式之構建—以銀行分行為評估對象

A New Fuzzy DEA Ranking Model with an Application for Bank Branch Performance Evaluation

謝玲芬 Ling-Feng Hsieh

徐仕明 Shih-Ming Hsu

中華大學科技管理研究所

Institute of Technology Management, Chung Hua University

(Received October 2, 2007; Final Version March 17, 2008)

摘要：DEA (Data Envelopment Analysis) 模式利用明確的產出與投入資料，對各受評估單位 (Decision Making Units, 簡稱 DMUs) 進行效率評估，並廣泛應用於許多不同領域之相對效率評估；在實務應用中，投入與產出往往無法以明確值表示，因此過去許多研究結合模糊理論發展出模糊 DEA 模式，以解決投入項與產出項無法以明確值表示的情況。過去文獻所提出的模糊 DEA 模式得到的效率值皆以效率區間表示，由於效率值受限於傳統 DEA 模式之不得超過 1 的限制，使得模糊效率區間受到限制，無法精確表達 DMUs 的模糊效率區間，甚至無法針對有效率 DMUs 加以排序。因此本論文發展出模糊 DEA 排序模式，精確評估有效率 DMUs 之模糊效率區間，容許有效率 DMUs 的效率值大於 1。當決策者欲對所有 DMUs 予以排序時，則本文所提出之模式可以精確地對所有 DMUs 進行排序，且可兼具提供無效率 DMUs 改善方向之優點。本文最後以銀行分行效率評估為例，以證明本文所提出之模糊 DEA 排序模式之可行性。

關鍵字：模糊資料包絡分析法、排序、效率、績效評估

Abstract: The DEA model has been widely applied in performance evaluation using well-defined

本研究承蒙行政院國家科學委員會部分經費補助 (計畫編號：NSC 96-2221-E-216-002)，特此致謝。
本文之通訊作者為謝玲芬，e-mail: lfhsieh@chu.edu.tw。

input and output data to evaluate the efficiency of decision-making units (DMUs) in various fields. In practical applications, the input and output data may not always be crisp values and the research has been based on fuzzy theories to develop numerous fuzzy DEA models to deal with non-crisp input-output data. The value obtained using the fuzzy DEA model as reported in literatures is expressed in efficiency that is limited to not exceeding one. This also limits the fuzzy efficiency intervals of DMUs, and the result is hence not capable of expressing the fuzzy efficiency intervals of DMUs precisely. A new Fuzzy DEA Ranking Model is developed in this paper for exactly ranking the efficient DMUs with fuzzy input-output data. This model allows the efficiency values greater than one thus the result precisely shows the fuzzy efficiency intervals for all DMUs, and to rank the efficient DMUs accurately and effectively. Finally, we evaluate the performance of bank branches to exam the practicability and effectiveness of the Fuzzy DEA Ranking Model. The results indicate that this model not only accurately identifies DMU's efficiency intervals but also ranks the efficiency DMUs perfectly.

Keywords: Fuzzy DEA Model; Ranking; Efficiency; Performance Evaluation

1. 簡介

1978年由 Charnes *et al.* (1978) 利用投入與產出資料來評估各 DMUs 之相對效率，發展出 DEA 模式，此後 DEA 即廣泛的應用在績效評估領域，後續也發展出許多不同的模式，如 BCC (Banker *et al.*, 1984)、FDH (Deprins *et al.*, 1984; Tulkens, 1993)、SBM (Tone, 2001)、Super-Efficiency (Andersen and Petersen, 1993) 等，並應用在包含學校、醫院、圖書館、銀行等不同領域來衡量 DMUs 的相對效率。在傳統 DEA 模式中，所採用的投入與產出資料皆須以明確值表示，但是在真實世界中，投入與產出資料經常出現無法以明確值表示的情況。因此許多學者將 DEA 模式中的投入與產出資料以模糊數值或是區間數據表示，傳統 DEA 模式因此延伸為模糊 DEA 模式。

有關模糊 DEA 模式之文獻中，Inuiguchi and Tanino (2000) 應用擴張與分解定理 (the extension and resolution principle) 求解模糊相對效率值，並依據可能性 (possibility) 理論之觀念分析模糊效率值。Kao and Liu (2000) 則是應用 α -cut 的觀念將模糊投入與模糊產出資料轉換成區間資料，並經由傳統 DEA 模式求解模糊效率值區間。而 Leon *et al.* (2003) 運用可能性規劃 (possibilistic programming) 與 α -cut 的觀念建構模糊 DEA 模式，所求得的效率值在不同的 α -cut 下以明確值表示。

從以上學者所提出的模糊 DEA 模式中，在投入與產出資料為模糊數的情況下，所求得的模糊效率值區間，皆受限於效率值最大為 1 的限制，造成 DMUs 的模糊效率值區間亦受到限制。

而 Guo and Tanaka (2001) 所建構的 Fuzzy CCR model 和 Fuzzy DEARA model，都允許有效率的 DMUs 不再受限於效率值最大為 1 的限制，且所求得之效率值皆以三角模糊數表示。在其所提出之 Fuzzy CCR model 中，可以利用 h 值來調整模糊效率值的寬度，當 h 值為 1 時，Fuzzy CCR model 就成為傳統的 CCR model，當 h 值減小時，模糊效率值的寬度將會增大，但是模糊效率值的中間值仍限制最大為 1，所以模糊效率值的右端值大於或等於 1 時，表示 DMU 為「可能有效率」，由此可知當決策者減小 h 值時，將會增加 DMU 成為「可能有效率」的機會。而在其 Fuzzy DEARA model 中，投入與產出間之正、負偏差的權重可藉由參數 t 調整，而參數 t 則是由決策偏好所決定，當參數 t 大於 0，所求解的模糊效率值之中間值將會減小；當參數 t 小於 0，所求解的模糊效率值之中間值將會增大，因此 Guo and Tanalea (2001) 提出的兩個模糊 DEA 模式，所求得之模糊效率值會因決策者的偏好，而對模式中 h 值或 t 值的設定改變，因此造成 DMUs 模糊效率值的變動，這將使得 DMUs 的效率值排序受到影響。

目前對於 DEA 模式效率值排序的研究中，Andersen and Petersen (1993) 所提出的超效率 DEA 模式 (super-efficiency DEA model) 是廣為人所知的，並已被廣泛應用在許多研究中，此模式可以針對有效率 DMUs 進行排序，但其處理之投入與產出數據均為明確值並非模糊數。

為能處理實務上大部分效率評估問題中之模糊數據，且強調能精確地對有效率之 DMUs 加以排序，兼具提供無效率 DMUs 之改善方向，本文以 CCR 模式為基礎，採用 α -cut 與擴張定理並且結合超效率觀念構建一模糊 DEA 排序模式，當投入或產出資料為模糊數時，DMUs 的效率值區間將不同於過去學者所提出的模糊 DEA 模式之結果，所得 DMUs 的效率值區間將不再受到上限為 1 之限制，可以完整呈現 DMU 的效率區間，並對所有的 DMUs 進行排序。為證明本文所提出的模糊 DEA 排序模式之可行性與有效性，本文以銀行分行績效評估為例，結果顯示在效率值允許大於 1 的情況下，模糊 DEA 排序模式確實可以對有效率的分行進一步排序，以提供決策者更多的資訊。

2. 文獻評析

過去學者對於 DEA 已經有相當多的研究，也提出許多相關的模式，這些研究可依評估資料大致區分為明確值資料 (Banker *et al.*, 1984; Charnes *et al.*, 1978; Deprins *et al.*, 1984; Tulkens, 1993; Kleine, 2004; Tone, 2001)、區間值資料 (Cooper *et al.*, 1999; Despotis and Smirlis, 2002) 與模糊數值資料 (Guo and Tanaka, 2001; Inuiguchi and Tanino, 2000; Kao and Liu, 2000; Leon *et al.*, 2003; Nagano and Lin, 1995)，並有學者開始針對有效率的 DMUs 進行排序 (Andersen and Petersen, 1993; Chen, 2004; Nicole *et al.*, 2002)，以下分別針對 CCR 模式、超效率 DEA 模式與模糊 DEA 模式概要說明如下：

2.1 CCR 模式

Charnes *et al.* (1978) 所提出的 DEA 模式是採用明確的產出與投入資料，對 DMUs 進行效率評估，此後 DEA 即廣泛的應用在績效評估領域，為有別於後續發展出之模式，故稱為 CCR 模式。

應用 DEA 模式評估多個受評估單位 $\{DMU_j : j = 1, 2, \dots, n\}$ 之效率時，假設每個受評估單位有 s 個產出項 y_{rj} ($r = 1, 2, \dots, s$)，及 m 個投入項 x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, m$)，則 CCR 模式可表示如方程式(1)-(4)：

$$\text{Min } \theta_k - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \theta_k x_{ik} = \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^-, \quad i = 1, \dots, m \quad (2)$$

$$y_{rk} = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+, \quad r = 1, \dots, s \quad (3)$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (4)$$

其中 θ_k 為第 k 個受評估單位 DMU_k 之相對效率值， x_{ik} 與 y_{rk} 分別代表 DMU_k 之第 i 項投入及第 r 項產出。 λ_j 表 DMU_j 之權重， s_i^- 表投入項 i 之超額投入量， s_r^+ 表產出項 r 之產出不足額，而 ε 是一個非常小的非阿基米德(non-Archimedean)數值。顯而易見 $0 < \theta_k \leq 1$ ， DMU_k 被視為有效率 (efficient) 若且唯若 $\theta_k = 1, s_i^- = 0, s_r^+ = 0$ ； DMU_k 被視為弱效率 (weakly efficient) 若且唯若 $\theta_k = 1, s_i^- \neq 0, s_r^+ \neq 0$ ；否則 DMU_k 則被視為無效率 (inefficient)。

2.2 超效率 DEA 模式 (Super-Efficiency DEA Model)

Andersen and Petersen (1993) 提出超效率 DEA 模式，嘗試將有效率的 DMUs 加以排序。其觀念是將 DEA 模式中位於效率前緣上的某一極點 DMU_k 從參考集合中刪除，使 DMU_k 之效率值可以大於 1，該模式可表示如方程式(5)-(9)：

$$\text{Min } \theta_k - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \quad (5)$$

$$\text{s.t. } \theta_k x_{ik} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^-, \quad i = 1, \dots, m \quad (6)$$

$$y_{rk} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+, \quad r = 1, \dots, s \quad (7)$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \quad (8)$$

其中方程式(6)與(7)強調 DMU_k 不包含於參考集中。如圖 1 所示，當 DMU_C 位於效率前緣上時，將其從參考集中刪除，則在不考慮 DMU_C 的情況下，效率前緣將會從 $\langle\text{-BCD-}\rangle$ 線段變為 $\langle\text{-BD-}\rangle$ 線段，此時因為效率前緣由 C 點移動至 C' 點，此時 C' 點位於效率前緣上，而原先 DMU_C 的效率值也將大於 1 (即 $\overline{OC'}/\overline{OC}$)。因此當某些 DMU_k 之效率值均為有效率時，則可以藉由超效率 DEA 模式對有效率之 DMU_k 進行排序。當 DMU_k 為無效率時，超效率 DEA 模式不影響其效率值，仍維持無效率。

根據 Thrall (1996) 的研究，超效率 CCR 模式可能會出現無可行解 (infeasible)，而 Zhu (1996) 進一步確認超效率 CCR 模式只有在投入項或產出項出現為 0 的情況時才會發生無可行解。

2.3 模糊 DEA 模式 (Fuzzy DEA Model)

過去文獻中將模糊 DEA 模式化簡成一組含有 α -cut 的傳統 DEA 模式 (Inuiguchi and Tanino, 2000; Kao and Liu, 2000)。在 $0 \leq \alpha \leq 1$ 的限制下， $(x_{ij})_\alpha^L, (x_{ij})_\alpha^U, (y_{rj})_\alpha^L, (y_{rj})_\alpha^U$ 分別表示 DMU_j 的投入項 i 與產出項 r 的下限與上限值，且 DMU_k 效率值的區間表示為 $(\theta_k)_\alpha = [(\theta_k)_\alpha^L, (\theta_k)_\alpha^U]$ ，其中 DMU_k 之效率下限值 $(\theta_k)_\alpha^L$ 可由方程式(9)至(12)求得，而 DMU_k 的效率上限值 $(\theta_k)_\alpha^U$ 可由方程式(13)至(16)求得。

DMU_k 效率值下限 $(\theta_k)_\alpha^L$:

$$Max (\theta_k)_\alpha^L = \sum_{r=1}^s u_r (y_{rk})_\alpha^L / \sum_{i=1}^m v_i (x_{ik})_\alpha^U \tag{9}$$

$$s.t. \sum_{r=1}^s u_r (y_{rk})_\alpha^L / \sum_{i=1}^m v_i (x_{ik})_\alpha^U \leq 1 \tag{10}$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (y_{rj})_\alpha^U / \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij})_\alpha^L \leq 1 \quad j = 1, \dots, n, j \neq k \tag{11}$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon > 0, r = 1, \dots, s, i = 1, \dots, m \tag{12}$$

DMU_k 效率值上限 $(\theta_k)_\alpha^U$:

$$Max (\theta_k)_\alpha^U = \sum_{r=1}^s u_r (y_{rk})_\alpha^U / \sum_{i=1}^m v_i (x_{ik})_\alpha^L \tag{13}$$

$$s.t. \sum_{r=1}^s u_r (y_{rk})_\alpha^U / \sum_{i=1}^m v_i (x_{ik})_\alpha^L \leq 1 \tag{14}$$

$$\sum_{r=1}^s u_r (y_{rj})_\alpha^L / \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij})_\alpha^U \leq 1 \quad j = 1, \dots, n, j \neq k \tag{15}$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon > 0, r = 1, \dots, s, i = 1, \dots, m \tag{16}$$

其中方程式(9)與(10)表示 DMU_k 的投入項均為上限且產出項均為下限，而方程式(11)表示除了 DMU_k 之外的所有其他 DMUs 的投入項均為下限且產出項均為上限，因此方程式(9)所求得的效

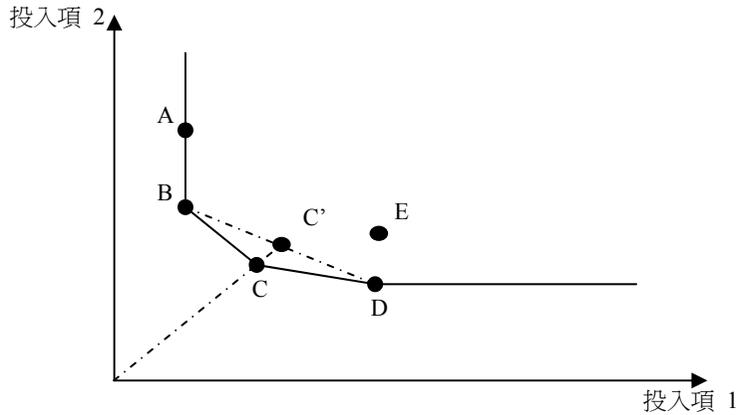


圖 1 效率前緣平移示意圖

率值為 DMU_k 效率值下限 $(\theta_k)_\alpha^L$ 。同理，方程式(13)與式(14)表示 DMU_k 的投入項均為下限且產出項均為上限，而方程式(15)表示除了 DMU_k 之外的所有其他 DMUs 的投入項均為上限且產出項均為下限，因此方程式(13)所求得的效率值為 DMU_k 效率值上限 $(\theta_k)_\alpha^U$ 。根據方程式(9)與(13)的結果，可以清楚的知道 $(\theta_k)_\alpha^L$ 與 $(\theta_k)_\alpha^U$ 均小於等於 1，當效率值之上限與下限均小於 1 時，表示該 DMU 為無效率，此時可以完整呈現無效率 DMU 的效率區間；當 DMU 為有效率時，其效率值之上限、下限均為 1。因此在模糊 DEA 模式中，由於受到傳統 DEA 模式中效率值上限為 1 之限制，導致無法精確呈現有效率 DMUs 之效率值區間，更無法對有效率 DMUs 進行排序。

3. 模式建構

過去文獻中，當投入與產出資料為模糊資料時，模糊 DEA 模式所求解的模糊效率值區間受限於效率值不得超過 1 的限制，將無法精確呈現 DMUs 模糊效率區間，本文發展一模糊 DEA 排序模式用於評估效率 DMUs 的模糊效率區間，容許有效率 DMUs 的效率值大於 1，以精確呈現 DMU 的模糊效率區間，並針對多個 DMUs 均為有效率（即效率值均為 1）時，若決策者需對 DMUs 予以排序，則本模式可以精確且有效的對各 DMUs 進行排序。

3.1 模糊 DEA 排序模式 (Fuzzy DEA Ranking Model)

本文應用 α -cut 與擴張定理的觀念將模糊數轉換成明確區間，建立模糊 DEA 排序模式，當投入項或產出項資料為模糊數時， $(x_{ij})_\alpha^L, (x_{ij})_\alpha^U, (y_{rj})_\alpha^L, (y_{rj})_\alpha^U$ 分別表示 DMU_j 的投入項 i 與產出項 r 在不同 α -cut 下的下限與上限值，因此在 $0 \leq \alpha \leq 1$ 的限制下， DMU_j 效率值會隨

$(x_{ij})_{\alpha}^L, (x_{ij})_{\alpha}^U, (y_{rj})_{\alpha}^L, (y_{rj})_{\alpha}^U$ 的變動而改變，以建構 DMU_j 效率值模糊數，且 DMU_j 效率值區間不再受到小於等於 1 的限制，使 DMU_j 之效率值區間精確呈現，並對所有的 DMUs 進行排序，使排序結果更為正確。

為避免模式中的非阿基米德數值在運算時影響精確值，並且要對所有的 DMUs 進行排序，因此本文將模糊 DEA 排序模式設計為三階段求解，第一階段求解模糊效率值區間最佳解，所得的模糊效率值區間不再受限於「效率值不得超過 1」的限制；第二階段計算最大鈍量解(Max-Slack Solution)，判斷 DMU_k 為強效率或弱效率，並提供各 DMU 提升效率之改善方向；第三階段為效率值排序。三階段之詳細說明如下：

階段一：求解模糊效率值區間最佳解

首先為了精確呈現各 DMU 的模糊效率區間，本文將 DMU_k 從參考集中刪除，使得 DMU_k 的效率值可能大於 1，因此提出模糊效率值計算如方程式(17)-(20)：

$$\text{Min } \theta_k \tag{17}$$

$$\text{s.t. } \theta_k \tilde{x}_{ik} \geq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j \tilde{x}_{ij}, \quad i = 1, \dots, m \tag{18}$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j \tilde{y}_{rj} \geq \tilde{y}_{rk}, \quad r = 1, \dots, s \tag{19}$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \tag{20}$$

其中方程式(17)中 θ_k 表示為 DMU_k 的效率值最佳解，在方程式(18)與(19)中，將 DMU_k 從參考集中刪除，若 DMU_k 為有效率時，則 DMU_k 的效率值將大於 1。

由於模式中投入項 \tilde{x}_{ij} 與產出項 \tilde{y}_{rj} 為模糊數值，因此可以利用 α -cut 與擴張定理來求解，其中 $(X_{ij})_{\alpha}$ 與 $(Y_{rj})_{\alpha}$ 分別為投入項 \tilde{x}_{ij} 與產出項 \tilde{y}_{rj} 在 α -cut 的明確集合(crisp set)，且 \tilde{x}_{ij} 與 \tilde{y}_{rj} 之 α -cut 可以定義如下：

$$(X_{ij})_{\alpha} = \{x_{ij} \in X_{ij} \mid \mu_{\tilde{x}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha\}, \quad \forall i, j \tag{21}$$

$$(Y_{rj})_{\alpha} = \{y_{rj} \in Y_{rj} \mid \mu_{\tilde{y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha\}, \quad \forall r, j \tag{22}$$

由於方程式(21)與(22)中 $(X_{ij})_{\alpha}$ 與 $(Y_{rj})_{\alpha}$ 均為明確區間，經由不同 α -cut 所得到的明確區間表示如下：

$$\begin{aligned} (X_{ij})_{\alpha} &= \left[(x_{ij})_{\alpha}^L, (x_{ij})_{\alpha}^U \right] \\ &= \left[\min_{x_{ij}} \left\{ x_{ij} \in X_{ij} \mid \mu_{\tilde{x}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha \right\}, \max_{x_{ij}} \left\{ x_{ij} \in X_{ij} \mid \mu_{\tilde{x}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha \right\} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} (Y_{rj})_{\alpha} &= \left[(y_{rj})_{\alpha}^L, (y_{rj})_{\alpha}^U \right] \\ &= \left[\min_{y_{rj}} \left\{ y_{rj} \in Y_{rj} \mid \mu_{\tilde{y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha \right\}, \max_{y_{rj}} \left\{ y_{rj} \in Y_{rj} \mid \mu_{\tilde{y}_{rj}}(y_{rj}) \geq \alpha \right\} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

由於投入及產出均為模糊數，且為凸性模糊集合 (convex fuzzy set)，所以隸屬函數 (membership function) 中左側函數與右側函數分別為非遞減 (non-decreasing) 與非遞增 (non-increasing) 函數，當 $0 \leq \alpha_1 < \alpha_2 \leq 1$ 時，投入項區間值為 $\left[(X_{ij})_{\alpha_1}^L, (X_{ij})_{\alpha_1}^U \right] \supseteq \left[(X_{ij})_{\alpha_2}^L, (X_{ij})_{\alpha_2}^U \right]$ ，產出項區間值為 $\left[(Y_{rj})_{\alpha_1}^L, (Y_{rj})_{\alpha_1}^U \right] \supseteq \left[(Y_{rj})_{\alpha_2}^L, (Y_{rj})_{\alpha_2}^U \right]$ 。

將所求得的產出項與投入項在 α -cut 下之上限與下限代入方程式(17)至(20)中，可求得 $(\theta_k)_{\alpha} = \left[(\theta_k)_{\alpha}^L, (\theta_k)_{\alpha}^U \right]$ ，其數學模式表示如方程式(25)至(32)：

效率值下限 $(\theta_k)_{\alpha}^L$ ：

$$\text{Min } \theta_k \quad (25)$$

$$\text{s.t. } \theta_k (x_{ik})_{\alpha}^U \geq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (x_{ij})_{\alpha}^L \lambda_j, i = 1, \dots, m \quad (26)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (y_{rj})_{\alpha}^U \lambda_j \geq (y_{rk})_{\alpha}^L, r = 1, \dots, s \quad (27)$$

$$\lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \quad (28)$$

效率值上限 $(\theta_k)_{\alpha}^U$ ：

$$\text{Min } \theta_k \quad (29)$$

$$\text{s.t. } \theta_k (x_{ik})_{\alpha}^L \geq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (x_{ij})_{\alpha}^U \lambda_j, i = 1, \dots, m \quad (30)$$

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n (y_{rj})_{\alpha}^L \lambda_j \geq (y_{rk})_{\alpha}^U, r = 1, \dots, s \quad (31)$$

$$\lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, n \quad (32)$$

其中方程式(26)與(27)表示當 DMU_k 之投入項均為上限 $(x_{ik})_{\alpha}^U$ 與產出項均為下限 $(y_{rk})_{\alpha}^L$ ，而其

他 DMUs 則為投入項均為下限 $(x_{ij})_{\alpha}^L$ 與產出項均為上限 $(y_{rj})_{\alpha}^U$ 時，此時方程式(25)所求得的 θ_k 為 DMU_k 的效率值下限 $(\theta_k)_{\alpha}^L$ ；反之，方程式(30)與(31)則表示當 DMU_k 之投入項均為下限 $(x_{ik})_{\alpha}^L$ 與產出項均為上限 $(y_{rk})_{\alpha}^U$ ，而其他 DMUs 之投入項均為上限 $(x_{ij})_{\alpha}^U$ 與產出項均為下限 $(y_{rj})_{\alpha}^L$ 時，此時方程式(29)所求得的 θ_k 為 DMU_k 的效率值上限 $(\theta_k)_{\alpha}^U$ 。因在方程式(26)、(27)、(30)與(31)中，由於 DMU_k 從參考集中被刪除，因此方程式(25)與方程式(29)所求得的效率值可能大於 1。由於 $0 \leq \alpha \leq 1$ ，藉由不同的 α 值將可以正確的建構出 DMU_k 的效率值模糊數，以利作為排序的依據。

若階段一方程式(25)與(29)所求出的效率值 θ_k^* 大於或等於 1 時，則表示 DMU_k 為有效率；若所求出的效率值 θ_k^* 小於 1 時，則 DMU_k 為無效率。若所求出的效率值 θ_k^* 為 1 時，則可進一步以階段二判斷 DMU_k 為強效率或弱效率，並可提供各 DMU 提升效率之改善方向。

階段二：計算最大鈍量解，提供各 DMU 提升效率之改善方向

將階段一所求得之模糊效率區間 $\left((\theta_k^*)_{\alpha}^L, (\theta_k^*)_{\alpha}^U \right)$ 之上限 $(\theta_k^*)_{\alpha}^U$ 及下限 $(\theta_k^*)_{\alpha}^L$ 分別代入階段二之數學模式的 θ_k^* ，以求最大鈍量解，該數學模式表示如下：

$$\text{Max} \quad \sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \tag{33}$$

$$\text{s.t.} \quad s_i^- = \theta_k^* x_{ik} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i = 1, \dots, m \tag{34}$$

$$s_r^+ = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \lambda_j y_{rj} - y_{rk}, \quad r = 1, \dots, s \tag{35}$$

$$\lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \tag{36}$$

其中 θ_k^* 為第一階段所求得之效率值最佳解， s_i^- 與 s_r^+ 分別表示超額投入量與產出不足額，方程式(33)至(36)表示在第一階段所求得之效率值最佳解 θ_k^* 在維持不變的情況下，求得最大超額投入量與產出不足額的總和。因此所求得的最佳解 $(\lambda^*, s^{-*}, s^{+*})$ 稱之為最大鈍量解，當最大鈍量解 s^{-*} 與 s^{+*} 均為 0 時，則稱 DMU 具有零鈍量 (Zero-Slack)。當 DMU_k 最佳解 $(\theta_k^*, \lambda^*, s^{-*}, s^{+*})$ 滿足 θ_k^* 為 1 且具有零鈍量時，則 DMU_k 為有效率(強效率)；當 DMU_k 最佳解 $(\theta_k^*, \lambda^*, s^{-*}, s^{+*})$ 滿足 θ_k^* 為 1 但不具有零鈍量時，則 DMU_k 為弱效率；若 θ_k^* 小於 1 時，表示 DMU_k 為無效率，且當 $\lambda_j \neq 0$ 時， DMU_j 即為無效率之 DMU_k 的改善參考集合，此時無效率之 DMU_k 可以

做以下的調整以達到有效率：

$$X_{ik}^* = \theta^* X_{ik} - s_i^{-*} \quad (37)$$

$$Y_{rk}^* = Y_{rk} + s_r^{+*} \quad (38)$$

階段三：效率值排序

由於模糊 DEA 排序模式所求得的效率值是以模糊數表示，因此 DMUs 將無法依傳統的 DEA 模式之效率值排序方式進行排序，所以將以模糊數值排序法對模糊效率值進行排序。根據 Delgado *et al.* (1988) 之整理，模糊排序之方法可分為兩大類，一種是將模糊數解模糊化 (de-fuzziness) 再以實數進行排序；另一種是發展比較指標 (comparison index) 再以模糊關聯 (fuzzy relation) 比較模糊數與參考集合的相對關係後，利用比較指標排序。

本文採用 Chen and Klein (1997) 所提出的模糊數值排序法，將 DMU_j 在 α -cut 下模糊效率值 $\tilde{\theta}_j$ 的下限與上限分別表示為 $(\theta_j)_{\alpha}^L$ 與 $(\theta_j)_{\alpha}^U$ ，且 $h(x)$ 表示為模糊數 $\tilde{\theta}_j$ 的最大高度，並假設 $h(x)$ 被等分為 m 個區間，且 m 趨近於無窮大，使得 $\alpha_i = ih/m, i = 0, \dots, m$ 。Chen and Klein (1997) 的模糊數值比較指標 (comparison index) 表示如下：

$$I(\tilde{\theta}_j, \tilde{R}) = \frac{\sum_{i=0}^m [(\theta_j)_{\alpha_i}^U - c]}{\sum_{i=0}^m [(\theta_j)_{\alpha_i}^U - c] - \sum_{i=0}^m [(\theta_j)_{\alpha_i}^L - d]}, \text{ 且 } m \rightarrow \infty \quad (39)$$

其中 $c = \min_{i,j} \{(\theta_j)_{\alpha_i}^L\}$ ， $d = \max_{i,j} \{(\theta_j)_{\alpha_i}^U\}$ ，而參考矩形 (referential rectangle) \tilde{R} 為模糊數 $\tilde{\theta}_j$ 的高 $h(x)$ 與最大、最小屏障 (barrier) (d, c) 所組成的矩形模糊數。若模糊數值比較指標 (comparison index) $I(\tilde{\theta}_j, \tilde{R})$ 值越大，表示該模糊數值越大。

為了驗證本文所提出的模糊 DEA 排序模式，下節將以銀行分行績效評估為例進行分析，並與傳統模糊 DEA 模式進行比較，以佐證模糊 DEA 排序模式之可行性與有效性。

4. 銀行分行績效評估

銀行業是一種多重投入與多重產出的服務業，因此過去文獻廣泛利用 DEA 模式評估銀行的經營績效，這些研究主要仍以銀行的整體經營績效進行衡量，卻鮮少針對銀行分行績效進行評估，因此本研究將針對銀行分行的經營績效進行評估。由於銀行的營運是藉由資本、勞務與設備的投入，配合吸收存款，在透過資產轉換後，產生「金融商品」及「勞務服務」。因此銀行的生產過程中，投入與產出項的區分困難，加上所提供的金融勞務商品較難量化衡量，使得國內

外文獻對於銀行投入與產出項的選取意見分歧。

過去評估銀行分行績效的文獻中，學者在投入項的選取仍以分行營運所需的資本、人力與硬體設施為主，其中 Manandhar and Tang (2002)、Paradi and Schaffnit (2004)、Wu *et al.* (2006)、Portela and Thanassoulis (2007) 等採用員工人數、資訊設備與其他支出做為投入項；而楊光輝 (民 88)、林崇雄 (民 89)、蔡清雲 (民 93) 等則是選取人事費用、利息費用與其他費用做為投入項，此外楊光輝 (民 88)、林崇雄 (民 89)、Paradi and Schaffnit (2004)、Portela and Thanassoulis (2007) 等也將行舍租金視為投入項。而在產出項選取的部分，過去文獻較為分歧，例如 Paradi and Schaffnit (2004)、Portela and Thanassoulis (2007) 等採用存款、貸款、手續費為主，楊光輝 (民 88)、林崇雄 (民 89)、蔡清雲 (民 93) 等則是以利息收入與非利息收入為主，其他如 Athanassopoulos (1997) 加入存款帳戶與押金，Manandhar and Tang (2002) 加入交易完成數，Wu *et al.* (2006) 加入總收入等。此外 Athanassopoulos (1997)、Soteriou and Zerios (1999)、Manandhar and Tang (2002)、Portela and Thanassoulis (2007) 等還加入服務品質的觀點，探討銀行分行的服務品質績效。

在 DEA 模式中，投入與產出的選取會影響評估的結果，因此在參考過去相關文獻並與專家學者進行深度訪談後，本研究將銀行所能產生收入的部分視為產出，而營運所需費用的部分視為投入，並根據此投入與產出的選取原則，在兼顧理論與實務的前提下，接受專家建議將部分指標予以合併，經過彙整後選取營業成本、業務費用與行舍租金為投入項；並以營業收入與顧客滿意度為產出項。其中營業成本包含利息支出、手續費用、兌換費用與其他營業費用；業務費用包含薪資費用、員工訓練費用、管理費用與其他業務費用；營業收入包含利息收入、手續費收入與其他收入。由於營業成本、業務費用、行舍租金與營業收入皆為明確的定量資料，而顧客滿意度則是屬於定性資料，因此為了衡量顧客滿意度，本文針對分行的服務行員服裝儀容、服務等候時間、服務行員服務態度、服務行員專業知識、銀行作業速度、銀行處理顧客抱怨方式、銀行保全系統、安全警衛、銀行營業廳清潔、銀行室內裝潢、光線與銀行地點適中或交通便利性等十個問題設計模糊問卷，並由各分行的顧客進行衡量。

在績效評估的過程中，DMUs 的選擇將可能影響整個評估的結果，對於銀行的分行而言，並非每家分行皆有相同的特性，為了使評估結果更正確，因此將所有分行中負責全行政策性特別業務之分行，如信託部、國外部與營業部等分行先行扣除，並選擇屬性較相同的分行進行評估。由於銀行將所屬分行大致區分為都會型分行與鄉村型分行，因經費與人力之限制，故本文選擇都會型分行中之十家分行，以做為研究分析之用。

由於十家受評估銀行分行的投入與產出指標，同時包含有定量與定性資料，此時傳統 DEA 模式將無法進行評估，為了同時評估定性與定量資料，因此應用本文所提出之模糊 DEA 排序模式對各分行的經營績效進行評估。各分行之投入項與產出項資料如表 1 所示。

表 1 各分行之投入項及產出項資料

分行	營業成本	業務費用	行舍租金	營業收入	顧客滿意度 $(\tilde{A}_i)_\alpha$
A	1091	330	29	1477	$[0.39+0.25\alpha, 0.82-0.18\alpha]$
B	1929	404	29	2611	$[0.44+0.24\alpha, 0.86-0.18\alpha]$
C	927	285	15	1395	$[0.53+0.25\alpha, 0.94-0.16\alpha]$
D	1289	271	18	1397	$[0.43+0.23\alpha, 0.86-0.20\alpha]$
E	1233	247	20	1492	$[0.31+0.25\alpha, 0.75-0.19\alpha]$
F	1555	321	28	2092	$[0.40+0.26\alpha, 0.85-0.19\alpha]$
G	1105	235	31	1414	$[0.42+0.23\alpha, 0.86-0.21\alpha]$
H	558	216	25	840	$[0.33+0.25\alpha, 0.79-0.21\alpha]$
I	1255	206	2	1814	$[0.30+0.26\alpha, 0.77-0.21\alpha]$
J	732	177	19	1040	$[0.32+0.24\alpha, 0.75-0.19\alpha]$

本文所提出之模糊 DEA 排序模式設計為三階段求解，因此將表 1 中十家銀行分行的投入與產出資料，利用第一階段方程式(25)至方程式(32)求解銀行分行模糊效率值區間，因此在不同 α 值下所求得的銀行分行之模糊效率值下限與上限表示如表 2 所示。

本文所提出的模糊 DEA 排序模式在允許效率值大於 1 的情況下，當 α 值等於 1 時，所求得的模糊效率值表示為各分行效率值之最有可能值；當 α 值等於 0 時，所求得的模糊效率值表示為各分行效率值之最大可能區間。並依據模糊 DEA 排序模式第一階段的定義，當效率值大於或等於 1 時，則銀行分行屬於有效率；當效率值小於 1 時，則銀行分行屬於無效率。

由表 2 結果可知，分行 C、H 與 I 在 α 值等於 0 時，分行 C、H 與 I 的效率區間之最大可能區間可以清楚呈現，且模糊效率值下限與上限均大於 1，表示分行 C、H 與 I 在不同 α 值下均為有效率。除了分行 C、H 與 I 之外，其他分行在 α 值等於 0 時，效率值的最大可能區間也可以清楚呈現，雖然各分行效率值下限小於 1 屬於無效率，但是效率值上限皆大於 1，顯示所有分行都有機會達到有效率。

為了驗證本文所提出的模糊 DEA 排序模式，將表 1 中十家銀行分行的投入與產出資料，利用方程式(9)至方程式(16)的傳統模糊 DEA 模式，求解銀行分行的模糊效率區間，如表 3 所示。

由表 2 與表 3 的結果顯示，兩種模式對於無效率的效率值評估結果相同，但是對於有效率的效率值呈現方式則有明顯的不同。其中分行 C、H 與 I 均屬於有效率，在表 2 中，模糊 DEA 排序模式允許效率值大於 1 的情況下，可以清楚呈現出分行 C、H 與 I 的效率值之最大可能區間；而在表 3 中，因為傳統模糊 DEA 模式受限於效率值不得超過 1 的限制，使得分行 C、H 與 I 所呈現的效率值均等於 1。因此當決策者須對分行 C、H 與 I 進行排序時，本文所提出的模糊 DEA

表 2 模糊 DEA 排序模式求解各分行在十一個不同 α 值下之模糊效率值

α -cut	A		B		C		D		E		F		G		H		I		J	
	上限	下限	上限	下限																
0	0.901	1.336	0.924	1.172	1.027	2.832	0.740	1.706	0.829	1.633	0.920	1.424	0.873	1.968	1.001	2.476	9.753	10.896	0.962	2.279
0.1	0.901	1.234	0.924	1.098	1.027	2.532	0.740	1.577	0.829	1.504	0.920	1.317	0.873	1.819	1.001	2.284	9.753	10.045	0.962	2.099
0.2	0.901	1.160	0.924	1.022	1.027	2.367	0.740	1.477	0.829	1.393	0.920	1.219	0.873	1.669	1.001	2.148	9.753	9.753	0.962	1.971
0.3	0.901	1.024	0.924	0.952	1.027	2.140	0.740	1.369	0.829	1.286	0.920	1.135	0.873	1.545	1.001	1.988	9.753	9.753	0.962	1.821
0.4	0.901	0.951	0.924	0.929	1.027	2.014	0.740	1.278	0.829	1.182	0.920	1.047	0.873	1.399	1.001	1.872	9.753	9.753	0.962	1.712
0.5	0.901	0.901	0.924	0.924	1.027	1.836	0.740	1.189	0.829	1.112	0.920	0.991	0.873	1.301	1.001	1.737	9.753	9.753	0.962	1.610
0.6	0.901	0.901	0.924	0.924	1.027	1.699	0.740	1.117	0.829	1.036	0.920	0.938	0.873	1.195	1.001	1.612	9.753	9.753	0.962	1.515
0.7	0.901	0.901	0.924	0.924	1.072	1.593	0.740	1.029	0.829	0.947	0.920	0.922	0.873	1.091	1.021	1.498	9.753	9.753	0.962	1.406
0.8	0.901	0.901	0.924	0.924	1.138	1.481	0.747	0.956	0.829	0.884	0.920	0.920	0.875	1.020	1.087	1.411	9.753	9.753	0.995	1.323
0.9	0.901	0.901	0.924	0.924	1.225	1.395	0.771	0.884	0.829	0.841	0.920	0.920	0.887	0.956	1.163	1.312	9.753	9.753	1.077	1.225
1	0.901	0.901	0.924	0.924	1.302	1.302	0.823	0.823	0.829	0.829	0.920	0.920	0.907	0.907	1.235	1.235	9.753	9.753	1.149	1.149

排序模式可以進一步利用第三階段對分行 C、H 與 I 進行排序，但是傳統模糊 DEA 模式則無法進一步對分行 C、H 與 I 進行排序。

同理，對於其他分行而言，由於模糊 DEA 排序模式可以清楚呈現各分行之最大可能區間，而傳統模糊 DEA 模式所呈現的效率值區間仍受到最大為 1 的限制，這將會影響各分行間的排序。以分行 B 與 D 為例，當 α 值等於 0 時，依模糊 DEA 排序模式所求解的結果顯示，分行 B 與 D 的效率值區間分別為 [0.924, 1.172] 與 [0.740, 1.706]，此時分行 D 的排序優於分行 B；但是傳統模糊 DEA 模式所求解的結果顯示，分行 B 與 D 的效率值區間分別為 [0.924, 1.0] 與 [0.740, 1.0]，此時分行 B 的排序優於分行 D。結果顯示兩模式對於分行 B 與分行 D 的排序產生差異，而原因就在於模糊 DEA 排序模式允許效率值大於 1 的情況下，可以清楚呈現出各 DMU 效率值之最大可能區間；而傳統模糊 DEA 模式之效率值仍受到最大為 1 的限制，當有多個 DMU 均具有效率，即所呈現的效率值為 1 時，較不易分辨各 DMU 間之些微差異。因此本研究提出的模糊 DEA 排序模式，所呈現的 DMU 效率值之最大可能區間，可以進一步提供決策者分辨有效率 DMU 間之差異。

由模糊 DEA 排序模式的結果顯示，十家分行在不同 α 值下之模糊效率值未出現為 1 的情況，因此不需以階段二判斷是否為弱效率，但是對於無效率的分行仍可利用模糊 DEA 排序模式第二階段進行效率改善。以表 2 之分行 A 為例，當 α 值等於 0 時，分行 A 的效率值區間為 [0.901, 1.336]，表示分行 A 的效率值上限為有效率，而效率值下限為無效率，將分行 A 的效率值下限 0.901 帶入方程式(33)至方程式(36)，求出最大鈍量解為 (0, 0.56, 10.78, 0, 0.59)，並利用方程式(37)與方程式(38)提出效率改善，結果顯示當分行 A 的營業成本由 1091 降低至 983，營業費用由 330 降低至 297，行舍成本由 29 降低至 15，營業收入維持 1477，而顧客滿意度由 0.39 提高至 0.98 時，則分行 A 的下限值將可改善為有效率，其他無效率的分行可依此方式進行改善。

最後利用模糊 DEA 排序模式第三階段方程式(39)，分別對表 2 與表 3 之各分行模糊效率值進行排序，由表 2 的模糊 DEA 排序模式之模糊效率值中，選取 m 為 11，最大屏障 d 為 10.896，最小屏障 c 為 0.740；由表 3 的模糊 DEA 模式之模糊效率值中，選取 m 為 11，最大屏障 d 為 1.0，最小屏障 c 為 0.740。此時兩模式之模糊比較指標如表 4 所示。

表 4 各分行之模糊比較指標

DMUs	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	排序結果
模糊 DEA 排序模式	0.026	0.023	0.108	0.045	0.039	0.032	0.058	0.095	0.889	0.084	I>C>H>J>G>D>E>F>A>B
模糊 DEA 模式	0.680	0.733	1.0	0.479	0.556	0.736	0.669	1.0	1.0	0.901	C=H=I>J>F>B>A>G>E>D

由表 4 結果顯示，模糊 DEA 排序模式可以將有效率的分行 C、H 與 I 進行排序，且分行 I 的效率值優於其他分行，而模糊 DEA 模式的排序結果則無法區分有效率的分行 C、H 與 I。由其他分行的排序結果可以發現，分行 D 在模糊 DEA 模式的排序最差，但是在模糊 DEA 排序模式中，分行 D 則是排序第 6。進一步分析表 2 與表 3 資料可以發現，由於模糊 DEA 排序模式可以呈現所有分行的效率值最大可能區間，因此可以根據各分行效率值最大可能區間進行排序，而模糊 DEA 模式則受限於不得超過 1 的限制，使得所有分行的效率值區間受到限制，因而造成所有分行在模糊 DEA 排序模式與模糊 DEA 模式的排序結果產生變化。

本文所建構的模糊 DEA 排序模式容許效率值大於 1，可以呈現所有分行的效率值最大可能區間，因此當決策者需區分出所有分行之排序時，模糊 DEA 排序模式將能提供決策者完整的決策資訊。

5. 結論

過去學者所提出之模糊 DEA 模式僅針對投入與產出資料為模糊數值進行探討，所得之效率值以模糊數區間表示，Inuiguchi and Tanino (2000) 和 Kao and Liu (2000) 利用 α -cut 與擴張原理，針對模糊屬性資料建構模糊 DEA 模式，受到傳統 DEA 模式效率值上限為 1 之限制，使得 DMUs 之模糊效率區間連帶受到限制。不同於過去學者對於模糊 DEA 模式之研究，本文針對模糊效率值區間進行探討，由於模糊效率值區間將直接影響各 DMUs 之排序，因此所提出的模糊 DEA 排序模式可以完整呈現 DMUs 模糊效率值。模糊 DEA 排序模式採用三階段進行評估，第一階段利用 α -cut 與擴張原理，求出 DMUs 的模糊效率值，當第一階段所求得的模糊效率值為 1 時；再利用第二階段求解最大鈍量解，判斷 DMUs 是否為弱效率，並提供無效率 DMUs 提升效率時之改善方向；最後，將所求解之模糊效率值，利用模糊數值排序法對所有的 DMUs 進行排序。本文所建構的模糊 DEA 排序模式，呈現 DMUs 效率值之最大可能區間，因此可以對所有 DMUs 進行排序；最後並以銀行分行績效評估為例，由於銀行經營除了重視營收與成本等定量資料之外，也越來越重視顧客滿意度的定性資料，為了同時將定性與定量資料進行評估，利用模糊 DEA 排序模式所得之評估結果，除可提供銀行總行足夠的參考資訊，亦可以證明本文所提出之評估模式更具實務上之可行性。

參考文獻

林崇雄，「以資料包絡分析法—來探討一個區域銀行的各分行經營績效評鑑之研究」，中山大學高階經營碩士班未出版碩士論文，民國 89 年。

- 楊光輝，「資料包絡分析法作為銀行分支機構經營效率評估方法之探討」，淡江大學會計學系未出版碩士論文，民國 88 年。
- 蔡清雲，「安泰商業銀行各消費金融業務分行經營效率之研究-資料包絡分析法之應用」，台灣大學財務金融研究所未出版碩士論文，民國 93 年。
- Andersen, P. and Petersen, N. C., "A Procedure for Ranking Efficient Units in Data Envelopment Analysis," *Management Science*, Vol. 39, No. 10, 1993, pp. 1261-1264.
- Athanassopoulos, A. D., "Service Quality and Operating Efficiency Synergies for Management Control in the Provision of Financial Services: Evidence from Greek Bank Branches," *European Journal of Operational Research*, Vol. 98, No. 2, 1997, pp. 300-313.
- Banker, R. D., Charnes, A., and Cooper, W. W., "Some Models for Estimating Technical and Scale Efficiencies in Data Envelopment Analysis," *Management Science*, Vol. 30, No. 9, 1984, pp. 1078-1092.
- Charnes, A., Cooper W. W., and Rhodes E., "Measuring the Efficiency of Decision Making Units," *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, No. 6, 1978, pp. 429-444.
- Chen, C. B. and Klein C. M., "A Simple Approach to Ranking a Group of Aggregated Fuzzy Utilities," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, Vol. 27, No. 1, 1997, pp. 26-35.
- Chen, Y., "Ranking Efficient Units in DEA," *Omega*, Vol. 32, No. 3, 2004, pp. 213-219.
- Cooper, W. W., Park, K. S., and Yu, G., "IDEA and AR-IDEA: Models for Dealing with Imprecise Data in DEA," *Management Science*, Vol. 45, No. 4, 1999, pp. 597-607.
- Delgado, M., Verdegay, J. L., and Vila, M. A., "A Procedure for Ranking Fuzzy Numbers Using Fuzzy Relations," *Fuzzy Ssets and Systems*, Vol. 26, No. 1, 1988, pp. 49-62.
- Deprins, D., Simar, L., and Tulkens, H., "Labor-Efficiency in Post Offices," In M. Marchand, P. Pestieau, and H. Tulkens (Eds.), *The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurement*, North Holland: Elsevier Science Publications B. V., 1984, pp. 243-267.
- Despotis, D. K. and Smirlis, Y. G., "Data Envelopment Analysis with Imprecise Data," *European Journal of Operational Research*, Vol. 140, No. 1, 2002, pp. 24-36.
- Guo, P. and Tanaka, H., "Fuzzy DEA: A Perceptual Evaluation Method," *Fuzzy Ssets and Systems*, Vol. 119, No. 1, 2001, pp. 149-160.
- Inuiguchi, M. and Tanino T., "Data Envelopment Analysis with Fuzzy Input-Output Data," In Y. Y. Haimes and R. E. Steuer (Eds.), *Research and Practice in Multiple Criteria Decision Making*, Springer-Verlag, Berlin, 2000, pp. 296-307.

- Kao, C. and Liu, S.T., "Fuzzy Efficiency Measures in Data Envelopment Analysis," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 113, No. 3, 2000, pp. 427-437.
- Kleine, A., "A General Model Framework for DEA," *Omega*, Vol. 32, No. 1, 2004, pp. 17-23.
- Leon, T., Liern, V., Ruiz, J. L., and Sirvent, I., "A Fuzzy Mathematical Programming Approach to the Assessment of Efficiency with DEA Models," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 139, No. 2, 2003, pp. 407-419.
- Manandhar, R. and Tang, J. C. S., "The Evaluation of Bank Branch Performance using Data Envelopment Analysis: A Framework," *Journal of High Technology Management Research*, Vol. 13, No. 1, 2002, pp. 1-17.
- Nagano, F. and Lin, T. F., "DEA with Fuzzy Output Data", *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 40, No. 8, 1995, pp. 425-429.
- Nicole, A., Lea, F., and Zilla S. S., "Review of Ranking Methods in the Data Envelopment Analysis Context," *European Journal of Operational Research*, Vol. 140, No. 2, 2002, pp. 249-265.
- Paradi, J. C. and Schaffnit C., "Commercial Branch Performance Evaluation and Results Communication in a Canadian Bank -- A DEA Application," *European Journal of Operational Research*, Vol. 156, No. 3, 2004, pp. 719-735.
- Portela, M. C. A. S. and Thanassoulis, E., "Comparative Efficiency Analysis of Portuguese Bank Branches," *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 2, 2007, pp. 1275-1288.
- Soteriou, A. and Zenios, S. A., "Operations, Quality, and Profitability in the Provision of Banking Services," *Management Science*, Vol. 45, No. 9, 1999, pp. 1221-1238.
- Thrall, R. M., "Duality, Classification and Slacks in DEA," *Annals of Operations Research*, Vol. 66, No. 1, 1996, pp. 109-138.
- Tone, K., "A Slack-based Measure of Efficiency in Data Envelopment Analysis," *European Journal of Operational Research*, Vol. 130, No. 3, 2001, pp. 498-509.
- Tulkens, H., "On FDH Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Court, and Urban Transit," *Journal of Productivity Analysis*, Vol. 4, No. 3, 1993, pp. 183-210.
- Wu, D., Yang, Z., and Liang L., "Using DEA-neural Network Approach to Evaluate Branch Efficiency of a Large Canadian Bank," *Expert Systems with Applications*, Vol. 31, No. 1, 2006, pp. 108-115.
- Zhu, J., "Robustness of the Efficient DMUs in Data Envelopment Analysis," *European Journal of Operational Research*, Vol. 90, No. 3, 1996, pp. 451-460.