

條件變幅極端值法在期貨保證金估計之應用

Conditional Range-based Extreme Value Approach and the Application in Futures Margin Settings

周恆志 Heng-Chih Chou
國立台灣海洋大學航運管理學系

Department of Shipping & Transportation Management, National Taiwan Ocean
University

(Received July 25, 2007; Final Version January 11, 2010)

摘要：本文以日內價格變幅資料為基礎，提出兩階段條件變幅極端值法，結合不對稱變幅自我相關 (ACARR) 模型與極端值理論，藉以刻劃期貨價格變幅的條件異質變異性與極端值行為。本文以臺灣期交所臺指期貨與新加坡期交所摩根臺指期貨作為對比樣本，無論在樣本內回溯測試，或是樣本外預期損失的估計上，本文所提出的條件變幅極端值法，其績效皆優於 McNeil and Frey (2000) 所提出以報酬率為基礎的條件極端值法。其次，本文亦探討漲跌幅限制對期貨價格行為與模型適用性的影響，評比結果發現 7%漲跌幅限制截斷了臺指期貨的極端價格，而且 McNeil and Frey (2000) 的條件極端值法常會估計出超過漲跌幅限制的價格變化；相對地本文所提出的條件變幅極端值法所估計的價格變化較為合理。這些結果皆顯示本文所提出的條件變幅極端值法較不受漲跌幅限制的影響，支持條件變幅極端值法在刻劃期貨價格過程的優越性。

關鍵詞：變幅、ACARR 模型、期貨價格行為、條件變幅極端值法、條件極端值法

Abstract: The article proposes a two-step conditional range-based extreme value approach, which

本文之通訊作者為周恆志，e-mail：hcchou@mail.ntou.edu.tw。

作者感謝本刊執行編輯周雨田教授的協助與二位匿名評審提供的修改意見。並感謝國科會專題研究計畫經費補助（編號：NSC 96-2416-H-130-013），與國立台灣海洋大學校長事務費經費補助（編號：NTOU-R927-01-02-29-01）。

combines the range-based ACARR and extrem value theory. The conditional range-based extreme value approach is applied to examine the heteroscedasticity and the extreme price behavior of futures. Both Taiwan Stock Index Futures and MSCI-Taiwan Stock Index Futures are treated as comparison samples and both the in-sample backtesting and out-of-sample expected loss forecasting indicate that the conditional range-based extreme value approach performs better than McNeil & Frey's (2000) conditional extreme value approach. Furthermore, regarding the impact of price limit mechanism on the price behaviour of futures and the two alternative extreme value approaches, the empirical results show that 7% price limit mechanism truncates the extreme price of Taiwan Stock Index Futures, and they also support the superiority of the conditional range-based extreme value approach. These findings demonstrate that the conditional range-based extreme value approach is more robust, especially in describing the process of the future's price.

Keywords: Price Range, ACARR Model, Price Behavior of Futures, Conditional Range-based Extreme Value Approach, Conditional Extreme Value Approach.

1. 緒論

期貨市場保證金的設定會改變市場流動性與違約損失的抵換關係，攸關交易所的經營成敗；然而訂定適當的期貨保證金首先有賴於對期貨價格行為的掌握與分析。Brennan (1986)、Fenn and Kupiec (1993)、Figlewski (1984)、Gay *et al.* (1986) 與 Shanker and Balakrishnan (2005) 等研究都曾提出期貨保證金的理論模型，但是他們都假設期貨報酬率的過程服從常態分配，並未針對期貨報酬率分配的特性進行分析，所以常會錯估適當的期貨保證金。在期貨價格資料的實證上，Cotter and McKillop (2000) 與 Yang and Brorsen (1993) 皆證實期貨的報酬率分配拒絕常態分配的假設，極端價格出現的機率高於常態分配的假設。Embrechts *et al.* (1999) 與 Leadbetter *et al.* (1983) 提出極端值理論 (extreme value theory; EVT) 的分析法，他們指出時間數列的極端值 (extreme value) 會漸進於以下三種極端值分配之一：Gumbell、Frechet 與 Weibull 分配。近年來已經有許多研究將極端值理論應用於不同期貨市場的各式期貨合約，例如 Booth *et al.* (1997)、Broussard and Booth (1998) 與 Longin (1999) 皆發現常態分配顯著低估極端行為出現的機率，因而低估了應要求的保證金。相對而言，極端值理論有助捕捉期貨價格的極端行為¹。

¹ 極端值理論已被廣泛運用在財務研究中，McNeil (1997) 以極端值理論估計極端事件所造成的金融資產損失，McNeil (1999) 介紹極端值理論在風險管理上的應用，Embrechts *et al.* (1999) 介紹極端值理論在保險與財務領域的運用，Embrechts (2000) 分析極端值理論在風險管理上的潛力與限制，Bali (2003) 將極端值理論應用於利率風險之衡量與管理。

但是上述研究所採用的極端值理論仍然假設期貨的價格波動率為常數，並不符合市場上財務時間數列所觀察到的條件異質變異性 (conditional heteroskedasticity)。因此依據研究方法的發展邏輯，則是結合 GARCH 模型與極端值理論，藉以描繪金融商價格時間數列極端值的條件異質變異性，此法稱為條件極端值理論 (conditional EVT)。Anderson and Diebold (1998)、Lauridsen (2000) 與 McNeil and Frey (2000) 都曾提出類似的方法結合 GARCH 模型與極端值理論。在實證研究方面，周恆志、曹懋鏊 (民 93) 與 Cotter (2001) 即採用 McNeil and Frey (2000) 條件極端值理論，分別估算歐洲十二個國家的期貨契約與新加坡的四種指數期貨商品的合理保證金。實證結果皆支持條件極端值分配在估計期貨部位違約機率的優越性；換言之，考慮波動率的異質變異性確實有助於描述期貨的價格行爲。

上述研究對於期貨價格波動率的估計皆是以報酬率為基礎 (return-based)，亦即以每日收盤價估算報酬率的標準差，做為波動率的估計值。直觀而言，此估計法的缺點在於僅以每日收盤價資訊為基礎，會忽略日內價格的變動資訊。相對地若以每日交易的最高價與最低價資訊為基礎的價格變幅 (price range)，較可以捕捉期貨的日內價格波動。例如若期貨價格在日內大幅波動，但收盤價非常接近開盤價，此時日報酬率接近零，完全無法表現日內波動率；但是變幅資料卻能反應出日內價格的波動，因此更能刻劃波動率過程，具有較高的資訊效率。由於變幅資料易於計算，而且基於交易日內最高價與最低價蘊含的資訊內容，變幅也早已被廣泛使用在投資實務上，例如技術分析常使用的 K 線圖及寶塔圖皆納入價格變幅資訊以幫助投資決策。

學術文獻中也常利用變幅作為波動率的代理變數，例如 Ball and Tourus (1984)、Beckers (1983)、Garman and Klass (1980) 與 Parkinson (1980)。近期的許多研究也證實相較於以報酬率為基礎的波動率估計值，價格變幅可以提供額外的資訊。例如 Anderson and Bollerslev (1998) 指出變幅對實現波動率 (realized volatility) 有良好的解釋能力。Gallant *et al.* (1999) 以 IBM 股票為樣本，證實日內價格變幅資訊確實有助於捕捉股價的波動率過程。Alizadeh *et al.* (2002) 更指出對數化變幅 (log range) 的條件分配函數會近似於常態分配，這個特性使得以變幅為基礎的隨機波動 (range-based stochastic volatility; RSV) 模型參數估計更簡單且有效率。然而 Sadorsky (2005) 則比較多種以變幅時間數列為計算基礎的波動率模型，並以四種期貨商品的日內資料進行樣本外波動率預測之實證，結果指出 Alizadeh *et al.* (2002) 的變幅隨機波動模型 (RSV) 預測績效並不如簡單的自我迴歸模型。Brandt and Jones (2006) 則納入市場的不對稱性，將 EGARCH 模型與 Alizadeh *et al.* (2002) 的變幅隨機波動模型 (RSV) 相結合，匯率變幅資料的測試結果顯示出該模型具有不錯的預測績效。

由以上文獻可知，雖然變幅模型早見於研究中，但是實證結果對於預測能力卻不一致，因此以變幅估計波動率無法被廣泛利用。Chou (2005) 認為這是因為傳統的計量模型未能完整刻畫波動率的動態結構，因此 Chou (2005) 提出條件變幅自我相關模型 (conditional auto-relation range

model; CARR model)，結合變幅資訊與異質波動率模型；以 S&P 500 指數的實證結果支持 CARR 模型的波動率估計績效優於 GARCH 模型。周雨田等 (民 93) 則利用 CARR 模型對臺灣股票市場進行實證研究，也證實 CARR 模型在臺灣金融市場的適用性。Chou *et al.* (2009) 也在 CARR 的基礎下，結合 Engle (2002) 的動態條件相關模型 (dynamic conditional correlation; DCC 模型)，發展出以變幅為基礎的 DCC 模型，以探討二資產變幅相關係數的動態過程。

CARR 模型本質上屬於對稱 (symmetric) 模型，假設上漲變幅與下跌變幅遵循相同的波動過程。然而市場上常觀察到不對稱的波動率反應，為捕捉波動率的不對稱性，Chou (2006) 接著提出不對稱條件變幅自我相關模型 (asymmetric conditional auto-relation range model; ACARR model)。ACARR 模型假設上漲變幅 (up range) 與下跌變幅 (down range) 具有不同的波動過程，更能貼近金融市場資料的實際狀況。而且就期貨部位而言，上漲變幅特別可以描繪日內變幅分配右尾的極端值行為，恰可捕捉期貨放空部位 (short position) 的日內最大損失；下跌變幅則可以描繪日內變幅分配左尾的極端值行為，以捕捉期貨買進部位 (long position) 的日內最大損失。此外，以最高價與最低價估計日內波動也較符合期貨交易盤中逐步清算 (mark to the market) 的實務，亦即變幅有助於捕捉交易日內期貨價格大幅上下震盪，造成期貨部位發生保證金不足的現象。Grammatikos and Saunders (1986) 即以期貨日內價格變幅資訊估計期貨價格波動率，周恆志、陳勝源 (民 93) 與 Broussard (2001) 皆曾以日內變幅的機率分配估計期貨的保證金，結果也支持變幅在刻劃期貨價格行為上的優越性²。

綜合以上文獻回顧可知，極端值理論在刻劃期貨價格行為的應用上已經相當普遍；同時，以變幅資訊衡量價格波動率的理論模型的適用性亦逐漸得到市場資料的支持。因此根據文獻發展的邏輯，本文提出兩階段條件變幅極端值法 (conditional range-based extreme value approach)，結合變幅資訊與極端值理論，以日內價格變幅取代報酬率，採用兩階段法 (two-stage approach) 藉以探討以變幅為基礎的 (range-based) 條件極端值理論在估計期貨保證金的績效。第一階段先以 Chou (2006) 的 ACARR 模型刻劃變幅時間數列的條件異質變異性，紀錄模型配適市場資料後之殘差。第二階段再以適當的極端值分配刻劃標準化殘差的尾端分配。並將結果與 McNeil and Frey (2000) 所提出的條件極端值法 (以報酬率為基礎，結合 GARCH 與極端值理論，以下稱為 McNeil-Frey 法) 相比較，藉以了解結合 ACARR 變幅模型與極端值理論，是否有助於刻劃期貨價格的條件異質變異性與極端值行為。

由於有些期貨商品的價格變動受限於市場的日內漲跌幅限制，漲跌幅限制可能會阻止極端價格的出現，因此漲跌幅限制可能會影響理論模型的應用績效。就模型的適用性而言，Morgan and Trevor (1999) 即指出 GARCH 模型並不適用於具有漲跌幅限制的市場資料。Broussard (2001) 與

² Broussard (2001) 是以 CBOT 玉米期貨與 T-bond 期貨為研究對象；而周恆志、陳勝源 (民 93) 則是以臺灣期交所 (TAIFEX) 台股期貨與新加坡國際金融交易所 (SGX) 的摩根臺指期貨為樣本。

周恆志、陳勝源 (民93) 也指出，漲跌幅限制截斷了期貨日內價格的極端變化，所以對極端值分配的參數估計、違約機率估計與保證金設定均有影響。因此本文採用臺灣期貨交易所 (TAIFEX) 發行的臺灣股價指數期貨，以及新加坡國際金融交易所 (SGX) 發行的摩根臺灣股價指數期貨資料為研究樣本，檢驗漲跌幅限制對期貨價格極端變動的影響，並探討在漲跌幅限制的條件下理論方法的適用性。

綜言之，本文的貢獻有三：首先本文以期貨日內價格變幅資訊取代報酬率，而且分別納入上漲變幅和下跌變幅的資訊，應有助於期交所掌握期貨長部位與短部位的價格資訊，藉以訂定較適當的保證金；其次我們引用 ACARR 模型取代 McNeil-Frey 法所引用的 GARCH 模型，其評比結果有助於我們了解此二種條件異質波動率模型在描述期貨價格動態過程的優劣；最後本文探討日內價格漲跌幅限制對期貨極端價格的影響。因此，本文結果應有助於我們了解期貨的極端價格行為與條件異質變異性，以及變幅 ACARR 模型結合極端值理論應用在刻劃期貨價格行為上的適用性。

2. 研究方法

本文提出條件變幅極端值法，採用兩階段法 (two-stage approach) 結合變幅資訊與極端值理論。第一階段先以 Chou (2006) 的 ACARR 模型刻劃價格變幅的條件異質變異性，並紀錄 ACARR 模型配適市場資料後之殘差，第二階段再以極端值分配刻劃標準化殘差的尾端分配，藉以探討以變幅為基礎的條件極端值理論在刻劃期貨價格行為上的適用性。以下首先說明 ACARR 模型的結構，其次說明極端值理論。

2.1 不對稱變幅自我相關 (ACARR) 模型

ACARR 模型描述上漲變幅 (UPR) 與下跌變幅 (DNR) 動態波動過程，將單位時間內的極端價格變動表現在動態過程中，針對變幅資訊的特性，結合 GARCH 過程以刻劃變幅的條件異質變異性。由於模型假設市場具有不對稱性，上漲變幅與下跌變幅分別遵循不同的動態波動過程，因此此模型稱為不對稱變幅自我相關 (ACARR) 模型。以下說明 ACARR 的意義及內涵。

ACARR(p,q)如式(1)所示：

$$\begin{aligned}
 UPR_t &= \lambda_t^u \varepsilon_t^u \\
 DNR_t &= \lambda_t^d \varepsilon_t^d \\
 \lambda_t^u &= \omega^u + \sum_{i=1}^p \alpha_i^u UPR_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j^u \lambda_{t-j}^u
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\lambda_t^d = \omega^d + \sum_{i=1}^p \alpha_i^d DNR_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j^d \lambda_{t-j}^d$$

$$\varepsilon_t^u \sim iid f^u(\cdot)$$

$$\varepsilon_t^d \sim iid f^d(\cdot)$$

其中， λ_t^u 與 λ_t^d 分別表示 UPR_t 與 DNR_t 在 t 期的條件平均數，亦即 $\lambda_t^u \equiv E(UPR_t | I_{t-1})$ ， $\lambda_t^d \equiv E(DNR_t | I_{t-1})$ ，且 $\lambda_t^u \geq 0$ 、 $\lambda_t^d \geq 0$ ；殘差項 ε_t^u 與 ε_t^d 為來自相同分配函數的干擾因子，且不同期別間的干擾因子彼此為獨立，其平均數及變異數皆為 1； ω^u 與 ω^d 表示變幅過程之內在的不確定性，也可代表變幅的起始水準，且 $\omega^u > 0$ ， $\omega^d > 0$ ； α_i^u 與 α_i^d 是變幅的落後期項係數，可以代表變幅對條件變幅期望值之短期影響，且 $\alpha_i^u \geq 0$ 、 $\alpha_i^d \geq 0$ ， $i = 1, \dots, p$ 。 β_j^u 與 β_j^d 是變幅條件均數落後期的係數，可用以說明長期的影響效果，且 $\beta_j^u \geq 0$ 、 $\beta_j^d \geq 0$ ， $j = 1, \dots, q$ 。另外 $\sum_{i=1}^p \alpha_i^u + \sum_{j=1}^q \beta_j^u$ 與 $\sum_{i=1}^p \alpha_i^d + \sum_{j=1}^q \beta_j^d$ 在刻畫條件變幅變動的持續性效果上隱含重要的經濟意義。就長期條件變幅的穩定條件方面，ACARR 模型需滿足與 $\sum_{i=1}^p \alpha_i^d + \sum_{j=1}^q \beta_j^d < 1$ 。另外，非條件均數 $\sum_{i=1}^p \alpha_i^u + \sum_{j=1}^q \beta_j^u < 1$ ， $\bar{\omega}^u = \omega / (1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i^u + \sum_{j=1}^q \beta_j^u)$ 、 $\bar{\omega}^d = \omega / (1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i^d + \sum_{j=1}^q \beta_j^d)$ ，顯示若 $\sum_{i=1}^p \alpha_i^u + \sum_{j=1}^q \beta_j^u$ 與 $\sum_{i=1}^p \alpha_i^d + \sum_{j=1}^q \beta_j^d$ 愈大，則非條件均數 $\bar{\omega}^u$ 與 $\bar{\omega}^d$ 的數值就會愈大，代表波動持續性愈強。

本文假設 ε_t^u 與 ε_t^d 的分配函數皆滿足以 1 為均數的指數分配，令 R_t 代表上漲變幅 (UPR_t) 與下跌變幅 (DNR_t)， $t=1, \dots, T$ ，則 ACARR 模型的對數概似函數 (log likelihood function) 可表示如下：

$$L(\omega, \alpha_i, \beta_j; R_1, \dots, R_T) = - \sum_{t=1}^T \left[\ln(\lambda_t) + \frac{R_t}{\lambda_t} \right] \quad (2)$$

實證分析進行過程中，雖 ACARR 模型可使用準最大概似法 (Quasi-Maximum-Likelihood Estimation method; QMLE) 來進行模型參數的估計，但 Engle and Russell (1998) 指出 QMLE 所求得參數的共變異數矩陣並不符合統計上的一致性。因此，參考 Chou (2006) 的做法，我們採用 Bollerslev and Wooldridge (1992) 的 Robust 標準差估計法，以解決參數估計變異數未能符合統計一致性的問題。

2.2 極端值理論

2.2.1 極端值分配

極端值理論係描述一服從獨立同態 (IID) 的隨機變數其極端值 (最大值或最小值) 的行為，在母體分配未知的情況下，只要超過門檻值 (threshold value) 的樣本數夠多，根據 Fisher Tippet (1928) 定理，其尾端分配將趨近於三種極端值分配 (extreme value distribution) 之一，並可以透過統計方法求算出其分配函數與分配參數。

本文提出兩階段法，第一階段首先以 ACARR 模型配適期貨日內價格變幅資料後，紀錄模型的殘差項時間數列 $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_n\}$ ；第二階段再將模型的殘差項時間數列配適極端值分配。我們分別以上漲變幅與下跌變幅衡量期貨賣出部位與買進部位的損失，在此情形下期貨部位損失的極端值 M_n 皆會發生在殘差項分配的右尾，因此令極大值 $M_n = \max(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)$ ，其中 $n \geq 2$ 。此時若存在實數 $a_n > 0$ 及 b_n ，則極大值 M_n 經過標準化後將趨近於一非退化 (non-degenerate) 之極限函數 H 。亦即：
$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq \varepsilon\right) = H(\varepsilon)$$

(max domain of attraction; MDA)。而且 H 分配屬於下列三種分配函數中之一：

$$\begin{aligned} \text{Gumbel: } H(\varepsilon) &= \exp(-e^{-\varepsilon}) & -\infty < \varepsilon < \infty; \alpha = 0 \\ \text{Frechet: } H(\varepsilon) &= \begin{cases} 0 & \varepsilon < 0 \\ \exp(-\varepsilon^{-\alpha}) & \varepsilon > 0 \end{cases} & \alpha > 0 \\ \text{Weibull: } H(\varepsilon) &= \begin{cases} \exp[-(-\varepsilon)^{-\alpha}] & \varepsilon \leq 0 \\ 1 & \varepsilon > 0 \end{cases} & \alpha < 0 \end{aligned} \quad (3)$$

其中， α 稱尾端參數 (tail index)。Jenkinson (1955) 進一步將此三種極端值分配一般化，亦即一般化極端值分配 (generalized extreme value distribution; GEV)：

$$H_\xi(x) = \begin{cases} \exp[-(1 + \xi\varepsilon)^{-1/\xi}] & \xi \neq 0 \text{ 且 } 1 + \xi\varepsilon > 0 \\ \exp(-e^{-\varepsilon}) & \xi = 0 \end{cases} \quad \forall \varepsilon \quad (4)$$

其中， $\xi = 1/\alpha$ 稱為型態參數 (type parameter)，當 $\xi > 0$ 時 $H_\xi(\varepsilon)$ 為 Frechet 分配，此種分配具有厚尾的尾部特徵。常見的 t 分配，以及 Pareto 與 Log-gamma 分配皆屬於 Frechet 分配。當 $\xi = 0$ 時，則 $H_\xi(\varepsilon)$ 屬於 Gumbel 分配。此類分配具有薄尾的尾部性質，Uniform 與 Beta 分配為常見的 Gumbel 分配。當 $\xi < 0$ 時，則 $H_\xi(\varepsilon)$ 分配為 Weibull 分配，常態分配、指數分配以及 Lognormal 等都是較常見的 Weibull 分配。

2.2.2 模型參數估計方法

以極端值分配描述期貨價格變動分配的百分位數時，首先應估計標準化殘差分配的尾端參數 α 值，以判定極端值分配的型態。我們採用 Danielsson and de Vries (1997) 的半參數法 (semi-parametric approach) 估計式進行尾端參數值之估計³：

$$w_k = \frac{1}{\hat{\alpha}} = \frac{u_k}{k u_{k-1}} \quad (5)$$

其中， $u_k = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} \log\left(\frac{\varepsilon_{(i)}}{\varepsilon_{(m)}}\right)^k$ ， $k=1, 2, \dots, m$ 為門檻順位 (threshold level)， $\varepsilon_{(i)}$ 為第 i 大之順序統計量， $\varepsilon_{(m)}$ 為門檻值。由(5)式可知，估計尾端參數 α 前必須決定其門檻順位 m 。

估計出極端值分配的尾端參數後，將可估計分配的百分位數 ε_{1-p} ，即為期貨部位所應要求保證金水準。Leadbetter *et al.* (1983) 指出具有厚尾性質的 Frechet 極端值分配其百分位數 ε_{1-p} 的估計式為：

$$\hat{\varepsilon}_{1-p} = \varepsilon_{(m)} \left(\frac{m}{np} \right)^{1/\alpha} \quad (6)$$

其中， n 是樣本數， α 與 m 是分配的尾端參數及門檻順位， $\varepsilon_{(m)}$ 是門檻值， p 是樣本數列 $\{\varepsilon_n\}$ 超過門檻值的機率，亦即極端值發生的機率，則 ε_{1-p} 即為所欲求的百分位數，即為期貨部位所應要求保證金水準。

3. 樣本資料分析

3.1 資料來源與初步分析

本文以臺灣期貨交易所發行的臺指期貨 (TX)，以及新加坡國際金融交易所 (SGX) 發行的摩根臺指期貨作為分析樣本，藉以比較本文的變幅條件極端值法及 McNeil-Frey 的條件極端值法，何者較不易受期貨市場價格漲跌幅限制之影響。臺指期貨是以臺灣證交所加權股價指數為標的資產，而摩根臺指期貨是以摩根士丹利臺灣指數 (MSCI-tw) 為標的資產。摩根士丹利臺灣指數是由臺灣股票集中市場中抽樣約七十餘檔股票所編製的價值加權指數。臺指期貨之取樣期間為臺指期貨上市交易日 1998/07 至 2008/12，鑒於流動性之考慮本文僅以交易當月之最近月份契約做為樣本，全部樣本共計有 2,630 筆日資料。新加坡期交所摩根臺指期貨之取樣期間為其

³ 它結合了有母數法 (parametric approach) 以估計門檻順位 m 及尾端參數 α ，以及無母數法 (nonparametric approach) 以進行拔靴複製法。

上市交易日 1997/01 至 2008/12，同樣以交易當月之最近月份契約做為樣本，全部樣本共有 2,774 筆資料。

臺指期貨與摩根臺指期貨雖然皆以臺灣股票集中市場為標的資產，但是有不同的漲跌幅限制規定。臺指期貨漲跌幅限制為前一日期貨收盤指數的 7%，而新加坡摩根臺指期貨所設定之漲跌幅限制較有彈性，分別是前一日期貨收盤指數的 7%、10%及 15%三個級距。漲跌幅度達前一日收盤指數的 7%時，即達漲跌停板，若漲跌停持續 10 分鐘，則漲跌幅進一步放寬到 10%，若仍持續 10 分鐘，則漲跌幅進一步放寬到 15%。此二市場在漲跌幅限制的差異可以用來檢驗期貨價格漲跌幅限制上的鬆緊對期貨價格行為的影響。

本文所定義期貨日內價格上漲變幅 (UPR) 為日內最高價對數值與開盤價對數值之差，而期貨日內價格下跌變幅 (DNR) 為日內最低價對數值與開盤價對數值之差：

$$UPR_t = \ln(S_t^H) - \ln(S_t^O) \quad (7)$$

$$DNR_t = \ln(S_t^O) - \ln(S_t^L) \quad (8)$$

其中， S_t^H 及 S_t^L 分別表示第 t 日內期貨盤中最高價與最低價， S_t^O 則表示第 t 日期貨開盤價， \ln 是自然對數運算元。 UPR_t 可以捕捉在第 t 日當天開盤時建立放空部位的日內最大損失，而 DNR_t 可以捕捉在在第 t 日當天開盤時建立買進部位的日內最大損失。另一方面，為了瞭解以變幅為基礎的 ACARR 模型的表現，本文將結果與以報酬率為基礎的 GARCH 模型相比較。在此我們採用連續複利方式計算期貨部位第 t 日的報酬率：

$$Y_t = \ln(S_t) - \ln(S_{t-1}) \quad (9)$$

其中， S_t 及 S_{t-1} 分別表示第 t 日及第 $t-1$ 日的期貨結算價， $t=1, \dots, T$ 。

臺指期貨與摩根臺指期貨之上漲變幅與下跌變幅的基本統計量整理於表 1，包括平均數，中位數，最大值，最小值，標準差，偏態係數，峰態係數，常態分配以及恆定性 (stationarity) 之檢定結果。我們將標準差除以平均數藉以計算變異係數，變異係數越大，代表樣本的離散程度越高。由表 1 可清楚得知變幅資料與報酬率資料在分佈上的差異性，台指期貨與摩根台指期貨上漲變幅資料的變異係數分別為 1.0846 與 1.0798，下跌變幅資料的變異係數分別為 1.1161 與 1.0860，顯著小於報酬率資料變異係數 (-85 與 34.0694) 的絕對值；因此變幅的資料相對於報酬率的資料在估計上的準確度是比較好的。我們採用 Dickey and Fuller (1979) (ADF) 與 Phillips and Perron (1988) (PP) 的單根檢定，來檢測上漲變幅與下跌變幅數列的恆定性。檢定結果在 95% 的顯著水準下，拒絕二數列屬於非恆定數列的虛無假設，意即上漲變幅與下跌變幅數列皆為恆定數列。

表 1 樣本期貨日資料之基本統計量

	上漲變幅 (UPR) %	下跌變幅 (DNR)%	報酬率 (Y) %
台指期貨			
平均數	0.8037	0.8767	-0.0002
中位數	0.5533	0.5565	0.0006
最大值	9.5982	9.2024	0.0675
最小值	0.0000	0.0000	-0.0884
標準差	0.8717	0.9785	0.0170
變異係數	1.0846	1.1161	-85
偏態係數	3.1638	2.4715	-0.5150
峰態係數	20.5058	12.2062	7.0961
Jarque-Bera	30987.89**	25556.55 **	921.696**
單根檢定			
ADF	0.00**	0.00**	0.00**
PP	0.00**	0.00**	0.00**
Ljung-Box			
Q(6)	2.1700	0.5848	4.4558
Q(12)	5.5872	5.6334	7.7577
摩根臺指期貨			
平均數	0.9009	1.0063	0.0317
中位數	0.6254	0.6909	0.0449
最大值	10.2783	8.9380	5.7548
最小值	0.0000	0.0000	-7.7620
標準差	0.9728	1.0929	1.0800
變異係數	1.0798	1.0860	34.0694
偏態係數	2.8467	2.4157	-0.6167
峰態係數	17.8960	11.94504	9.0292
Jarque-Bera	30987.89**	25556.55**	496.06**
單根檢定			
ADF	0.00**	0.00**	0.00**
PP	0.00**	0.00**	0.00**
Ljung-Box			
Q(6)	2.9370	2.3053	0.0824
Q(12)	4.6107	5.9118	4.1975

說明：Jarque-Bera 檢定統計量 $JB = \left(\frac{n}{6}\right)J + \left(\frac{n}{24}\right)(B-3)^2$ 服從自由度為 2 的卡方分配，其 \sqrt{J} 為偏態係數，

B 為峰態係數， n 為樣本數。**表示在顯著水準為 1% 下，顯著拒絕報酬率分配服從常態分配的假設。ADF 與 PP 單根檢定上漲變幅與下跌變幅數列的恆定性。檢定結果在 95% 的顯著水準下，拒絕二數列屬於非恆定數列的虛無假設，意即上漲變幅與下跌變幅數列皆為恆定數列。

上漲變幅與下跌變幅也呈現許多相異的特性，例如二數列的自我相關係數明顯不同，顯示二數列具有相異的波動持續性 (volatility persistence)。其中，上漲變幅的自我相關係數較大，而且消逝 (decay) 的速度較慢，顯示上漲變幅具有較高的波動持續性。關於樣本分配的常態性檢定上，本研究以 Jarque-Bera (JB) 的統計量為指標，由表 1 的可看出，上漲變幅與下跌變幅資料的 JB 值分別為 30,987 與 22,556，都明顯拒絕了常態分配的虛無假設。所以依循 Chou (2006) 的模型設定，本文亦假設上漲變幅與下跌變幅服從指數分配 (exponential distribution)。

4. 實證結果分析

4.1 兩階段條件變幅極端值法

4.1.1 第一階段：ACARR 模型的參數估計

對於臺指期貨與摩根臺指期貨兩個樣本，我們首先必須決定最適的 ACARR(p,q) 模型。我們分別以 ACARR(1,1)、ACARR(1,2)及 ACARR(2,1) 模型配適期貨日內價格上漲變幅與下跌變幅市場資料，並比較 ACARR 模型的 LLF (Log Likelihood Function) 值⁴，結果發現在模型應用上，採用 ACARR(1,1) 模型相對較為恰當。接著我們分析 ACARR(1,1) 模型參數 α_1 及參數 β_1 ，藉以比較比較上漲變幅與下跌變幅波動持續性的長期與短期特性。表 2 清楚呈現：臺指期貨與摩根臺指期貨上漲變幅 ACARR(1,1) 模型的 α_1 參數值分別為 0.043765 與 0.047208 的確小於下跌變幅 ACARR(1,1) 模型的 α_1 參數值 0.049257 與 0.051514，顯示上漲變幅的短期反應敏感度低於下跌變幅。

在以 ACARR 模型配適樣本期貨變幅資料之後，我們逐一紀錄殘差項的時間數列資料，並繪製對數化殘差項的 Q-Q 圖，圖 1 是台指期貨變幅資料對數化殘差項的 Q-Q 圖⁵。本文假設對數化殘差項遵循指數分配，因此理論上對數化殘差項的 Q-Q 圖應該接近對角 45 度線，然而實際上其 Q-Q 圖卻顯著偏離對角 45 度線，顯示變幅資料配適過 ACARR 模型之對數化殘差之分配仍然具有高狹峰厚尾的特徵。這個結果的涵義是：ACARR(1,1) 模型雖然有助於刻劃期貨日內價格變幅的波動過程，然而卻無法完整捕捉變幅資料的厚尾性質。因此我們採用極端值分配來捕捉期貨價格變幅資料的厚尾性質，應該是合理的做法。

最後在報酬率資料 GARCH 模型的參數估計上，同樣在比較 GARCH(1,1)、GARCH(1,2) 與 GARCH(2,1) 的 LLF 值之後，採用 GARCH(1,1) 模型相對較為恰當，這個結果與 Bollerslev *et al.* (1992) 的結果一致。其次，根據 McNeil and Frey (2000) 的做法，我們同樣紀錄 GARCH(1,1) 配

⁴ 限於篇幅，未能列出。

⁵ 摩根台指期貨對數化殘差項的 Q-Q 圖與圖 1 有類似的特性，限於篇幅，未能列出。

表 2 條件異質變異性模型參數估計

	上漲變幅(UPR) ACARR(1,1)	下跌變幅(DNR) ACARR(1,1)	報酬率(Y) GARCH (1,1)
台股指數期貨			
LLR	1266.039	1228.490	3536.126
ω	0.000085 (0.0262)	0.000053 (0.0283)	0.089953 (0.0033)
α_1	0.043765 (0.0009)	0.049257 (0.0001)	0.096356 (0.0000)
β_1	0.925666 (0.0000)	0.930766 (0.0000)	0.883846 (0.0000)
摩根台股指數期貨			
LLR	1187.948	1130.448	3391.288
ω	0.000088 (0.0114)	0.000092 (0.0515)	0.190515 (0.0005)
α_1	0.047208 (0.0003)	0.051514 (0.0033)	0.108833 (0.0000)
β_1	0.919592 (0.0000)	0.912182 (0.0000)	0.857927 (0.0000)

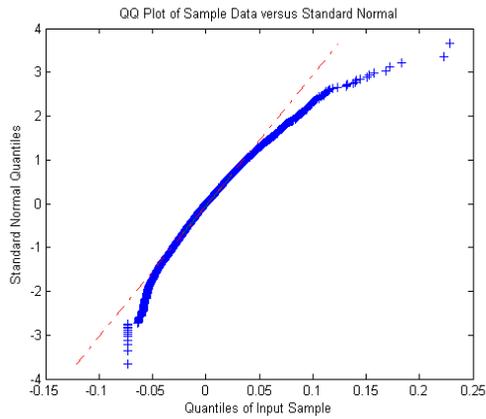
說明：表中數字分別為台股指數期貨與摩根台股指數期貨的上漲變幅、下跌變幅、報酬率資料分別配適 ACARR 模型與 GARCH 模型的參數估計。括號內的值表示估計值的 p 值。

適報酬率資料之後的殘差項數列，並繪製殘差項的 Q-Q 圖如圖 1。本文假設模型殘差項遵循常態分配，因此理論上殘差項的 Q-Q 圖亦應該接近對角 45 度線，然而實際上其 Q-Q 圖卻顯著偏離對角 45 度線，呈現左上右下形狀，顯示報酬率資料配適過 GARCH 模型之殘差分配也仍具有厚尾高狹峰的特性。這個結果支持我們採用極端值分配藉以刻劃期貨報酬率資料的厚尾性質。

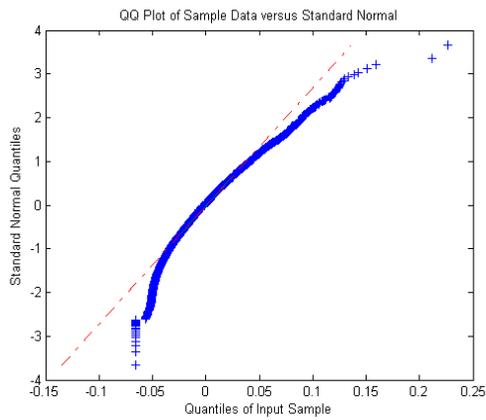
4.1.2 第二階段：極端值模型參數估計

在第二階段中，本文以拔靴複製法及 Hill 估計式，分別估計上漲變幅 (UPR) 與下跌變幅 (DNR) 配適 ACARR(1,1) 殘差項分配右尾的最適門檻順位及尾端參數，估計結果整理於表 3。GARCH 模型配適市場資料之殘差分配左尾及右尾的相關參數的估計結果也列於其中。門檻順位代表機率分配尾端的起始點，超過門檻順位的樣本即視為極端價格行為，將最適門檻順位 m 除以總樣本數 n ，可得知極端價格行為次數佔總樣本數之比例。由表 3 可知，無論是變幅或報酬率配適理論模型之殘差分配，整體而言極端價格行為次數佔整個樣本數的比例 (m/n) 不超過 2%，變幅資料的極端價格行為出現比例皆低於相對應的報酬率資料，可知變幅資料不用太多極端值樣本就足以捕捉到極端事件。這個結果間接反應出，相對於收盤價的變化，日內價格變幅較常出現大幅度的異常變動。

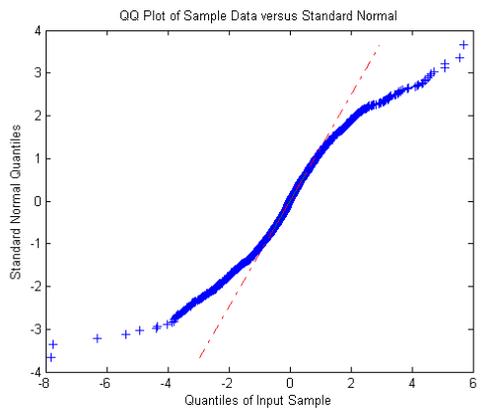
我們亦使用 Kolmogrow-Smirnov (K-S) 適合度檢定法來檢驗尾部分配的適合度 (goodness of fit)。適合度檢定係用來檢驗樣本資料是否符合母體所假設的機率分配，K-S 適合度檢定對於本文的小樣本資料相當適用。適合度檢定的結果亦列於表 3，尾端參數的 K-S 值顯示，在 95% 顯著水準下，其 K-S 值均小於臨界值，因此厚尾的 Frechet 分配可以描述期貨價格變幅的尾端分配。



上漲變幅配適 ACARR (1,1) 所得之對數化殘差



下跌變幅配適 ACARR (1,1) 所得之對數化殘差



報酬率資料配適 GARCH (1,1)之殘差

圖 1 臺指期貨資料配適異質變異性模型之殘差 Q-Q 圖

表 3 條件極端值分配模型參數

		變幅	報酬率
台股指數期貨			
上漲變幅/右尾	m_+	39	89
	m_+/n	0.0314	0.13735
	α_+	5.2548*	2.3747*
	$\xi(1/\alpha^+)$	0.1903	0.4211
下跌變幅/左尾	m_-	12	8
	m_-/n	0.0097	0.0138
	α_-	9.1767*	5.8668*
	$\xi(1/\alpha_-)$	0.1090	0.1705
摩根台股指數期貨			
上漲變幅/右尾	m_+	101	119
	m_+/n	0.0814	0.1929
	α_+	5.9798*	2.3127*
	$\xi(1/\alpha^+)$	0.1672	0.4324
下跌變幅/左尾	m_-	35	16
	m_-/n	0.0282	0.0268
	α_-	7.4296*	3.4148*
	$\xi(1/\alpha_-)$	0.1346	0.2928

說明：本表分別列出台股期貨與摩根台股期貨價格資料配適 ACARR 模型與 GRACH 模型殘差分配的尾端參數 α ，型態參數 $\xi(=1/\alpha)$ ，及門檻順位 m ， m/n 表示為極端數量占整個樣本的比例。* 表示在 95% 顯著水準下的 K-S 適合度檢定。

殘差項分配的尾端參數 α 皆介於 3 與 6 之間，符合 Danielsson and de Vries (1997) 對多數財務時間數列的觀察。而且變幅分配的尾端參數皆大於相對應的報酬率尾端分配，顯示變幅分配的尾端相對較厚，可能具有較豐富的資訊內涵。同時上漲變幅尾端參數較大，尾端顯著較厚，表示期貨賣出部位的盤中價格波動風險相對較大。殘差項分配的尾端參數皆大於零，表示期貨殘差分配皆屬於極端值分配中的 Frechet 分配。這個結果顯示厚尾的 Frechet 極端值分配在描述期貨報酬率尾端價格行為方面有高度的頑強性 (robustness)。同時變幅的尾端參數 α 值大都大於 2，根據 Ghose and Kroner (1995) 的研究，表示變幅分配不但具有厚尾特性，且具有條件異質變異性。這個結果也印證了本文第二節中對變幅的異質變異性之分析，同時支持本文採用 ACARR 模型搭配極端值分配，藉以刻劃期貨價格行為。

接著我們可以觀察到，採用 McNeil-Frey 法之下，與摩根台股期貨相較，漲跌幅限制較窄小之台股期貨的門檻順位 m 由兩端向中間移動，且極端事件數量佔整個樣本數的比例也上升。這些現象顯示台灣期交所將漲跌幅限制設置在期貨價格極端值的位置，成功地截斷了期貨價格的極端變動。因此以 McNeil-Frey 法描繪期貨價格行為時，必須將門檻順位 m 向中間移動，以納入更多的資料做為極端值，才能描述尾端分配的厚尾特性。但是在條件變幅極端值法之下，漲

跌幅限制較窄小之臺指期貨其門檻順位 m 變動不多，顯示在捕捉期貨價格行為的極端變化上，條件變幅極端值法較不受漲跌幅限制的影響。

4.2 條件極端值保證金績效評估

本文以兩種評比指標分析兩階段條件變幅極端值法在估計期貨保證金方面之績效，並與 McNeil and Frey (2000) 的條件極端值法相比較。兩種績效評比指標分別是樣本內回溯測試 (in-sample backtesting) 與樣本外條件預期損失 (conditional expected shortfalls)。

4.2.1 樣本內回溯測試

回溯測試法旨在以樣本內資料實際發生違約所形成的違約損失是否與理論模型所預測的一致，若實際損失超過模型所預測的損失，就稱為例外事件，例外事件出現的比例稱為「穿透率」。優良的理論模型應該可以推算較準確的百分位數，亦即在模型設定的可接受違約機率下，以樣本內資料所統計的「穿透率」應接近於預設的違約機率。由表 4 我們可以清楚看出，無論是臺指期貨或是摩根臺指期貨資料，分別以平均穿透率、上漲變幅 (右尾) 及下跌變幅 (左尾) 來比較，條件變幅極端值法的穿透率都相對接近於預設的違約機率，這個結果表示條件變幅極端值法優於 McNeil-Frey 法。

為了使結果更有說服力，本研究參考 Billio and Pelizzon (2000) 與 Guermat and Harris (2002) 的做法，使用三種統計檢定進行分析來驗證模型的績效，包括準確性 (Accuracy) 檢定、保守性 (Conservativeness) 檢定與效率性 (Efficiency) 檢定。檢定統計量與檢定結果分別說明如下：

(1) 準確性檢定

Kupiec (1995) 基於二項分配提出概似比檢定 (log-likelihood ratio test) 統計量 LR，檢定實際穿透率 p 是否符合預設的違約機率 p_0 ，虛無假設為 $H_0: p = p_0$ 。概似比檢定統計量 LR 服從自由度為 1 的卡方分配，其公式如(10)所示：

$$LR = -2 \ln[(1 - p_0)^{n-x} p_0^x] + 2 \ln\left\{ \left[1 - \left(\frac{x}{n}\right)\right]^{n-x} \left(\frac{x}{n}\right)^x \right\} \quad (10)$$

其中， n 為樣本數， x 為實際穿透次數。在 5% 顯著水準下，卡方分配的臨界值為 3.8415。準確性檢定的結果列於表 5，表中清楚顯示 McNeil-Frey 法有可能會錯估穿透率，條件變幅極端值法有相對較好的績效。

(2) 保守性檢定

Hendricks (1996) 提出均方根平均相對偏差 (Root Mean Square Relative Bias; RMSRB) 衡量理論模型間的相對偏差程度，亦即衡量某一模型估計的損失率相較於其他模型，是否估計出較高的損失率，使其在預測損失率上有較低的穿透率，其公式如(11)所示：

表 4 樣本內回溯測試穿透率

預設違約機率		條件變幅極端值法	McNeil-Frey 法
台指期貨			
0.1%	上漲變幅/右尾	0.06%	0.01%
	下跌變幅/左尾	0.12%	0.01%
	平均	0.09%	0.01%
0.3%	上漲變幅/右尾	0.18%	0.02%
	下跌變幅/左尾	0.30%	0.06%
	平均	0.24%	0.04%
0.5%	上漲變幅/右尾	0.60%	0.72%
	下跌變幅/左尾	0.48%	0.73%
	平均	0.54%	0.73%
1%	上漲變幅/右尾	1.02%	1.27%
	下跌變幅/左尾	0.77%	1.23%
	平均	0.90%	1.25%
3%	上漲變幅/右尾	2.72%	2.12%
	下跌變幅/左尾	1.15%	3.41%
	平均	1.94%	2.77%
5%	上漲變幅/右尾	4.81%	4.82%
	下跌變幅/左尾	4.39%	5.88%
	平均	4.60%	5.35%
摩根台指期貨			
0.1%	上漲變幅/右尾	0.12%	0.17%
	下跌變幅/左尾	0.09%	0.13%
	平均	0.11%	0.15%
0.3%	上漲變幅/右尾	0.29%	0.34%
	下跌變幅/左尾	0.32%	0.22%
	平均	0.31%	0.28%
0.5%	上漲變幅/右尾	0.48%	0.59%
	下跌變幅/左尾	0.48%	0.45%
	平均	0.48%	0.52%
1%	上漲變幅/右尾	0.91%	1.07%
	下跌變幅/左尾	0.93%	0.68%
	平均	0.92%	0.88%
3%	上漲變幅/右尾	2.69%	2.79%
	下跌變幅/左尾	2.72%	1.68%
	平均	2.71%	2.24%
5%	上漲變幅/右尾	4.37%	5.18%
	下跌變幅/左尾	4.64%	3.74%
	平均	4.51%	4.46%

說明：表中之數字分別為台指期貨與摩根台指期貨回溯測試的穿透率，是實際價格變動超過保證金比例的樣本個數除以總樣本數所得。

$$RMSRB_i = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{ES_{i,t} - \overline{ES}_t}{\overline{ES}_t} \right)^2}, \quad (11)$$

其中， ES_t 為第 t 天的預期損失， $\overline{ES}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N ES_{i,t}$ ， $RMSRB_i$ 係指第 i 個模型的平均相對偏差， T 為所欲評估的模型個數， N 為樣本估計期個數。 $RMSRB$ 是個反向指標，若所求得的 $RMSRB$ 數值愈小者，表示該模型保守性相對較高。保守性檢定的結果列於表 5，表中清楚顯示條件變幅極端值法有較低的 $RMSRB$ 值，因此條件變幅極端值法有相對較好的績效。

(3) 效率性檢定

Engel 與 Gizycki (1999) 指出一個具有效率性的模型，其所估計的損失率應與實際損益具有高度的相關性，並且應能提供一個最適水準的平均資本適足額。若損失率估計模型具保守性但不具有效率性，則可能於波動較輕微的期間會產生高估損失率的情況，因此本文利用平均相對規模偏差 (Mean Relative Scaled Bias; MRSB)，作為衡量模型效率性的指標。MRSB 可用於衡量在模型的穿透率符合理論水準下，那一個模型的損失率估計最小。MRSB 指標的計算步驟有二，首先必須先求得各個模型之規模乘數 (scaling factor) X_i ， X_i 滿足以下條件：

$$F_i = T_i(1 - \alpha), F_i = \begin{cases} 1, & \text{if } AS_{i,t+1} \geq X_i ES_{i,t+1} \\ 0, & \text{if } AS_{i,t+1} < X_i ES_{i,t+1} \end{cases} \quad (12)$$

其中， X_i 是第 i 個模型的規模乘數， F_i 是第 i 個模型的穿透次數， AS_t 與 ES_t 分別為第 t 天的實際損失與預期損失， T_i 為樣本數， $(1 - \alpha)$ 則為模型的信賴水準。

第二個步驟則是利用平均相對偏差來計算各個模型規模化的相對差異程度，即相對規模偏差 (MRSB)。

$$MRSB_i = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\sum_{t=1}^T \frac{Y_{i,t} - \bar{Y}_t}{\bar{Y}_t} \right)^2} \quad (13)$$

其中， $\bar{Y}_t = \frac{\sum_{i=1}^N Y_{i,t}}{N}$ ， $Y_{i,t} = X_i ES_{i,t}$ ， $MRSB_i$ 是指第 i 個模型的平方相對規模偏差， T 為觀察值個數，而 N 則為所欲評估之模型個數， $Y_{i,t}$ 為經規模化後預估損失。

$MRSB$ 是個反向指標，若模型的 $MRSB$ 數值愈小則代表在穿透率符合預估違約機率下，模型的平均預估損失率愈小，所需提列的資本愈少而愈具效率性。效率性檢定的結果列於表 5，表中清楚顯示條件變幅極端值法有較低的 $MRSB$ 值，因此條件變幅極端值法有相對較好的績效。

表 5 回溯測試統計檢定結果

	條件變幅極端值法				McNeil-Frey 法			
	上漲變幅/右尾		下跌變幅/左尾		上漲變幅/右尾		下跌變幅/左尾	
預設違約機率 (p_0)	1%	5%	1%	5%	1%	5%	1%	5%
台指期貨								
LR	0.0748	0.0944	0.1866	0.1284	3.8776*	4.210*	3.332	4.103*
RMSRB	0.2248	0.3011	0.1259	0.2287	0.3581	0.4063	0.3266	0.4242
MRSB	0.2189	0.3223	0.1642	0.2412	0.3674	0.4275	0.3175	0.4130
摩根台指期貨								
LR	0.0332	0.1466	0.0705	0.1665	2.970	4.332*	2.918	3.103
RMSRB	0.2267	0.3155	0.1780	0.2680	0.4554	0.4566	0.3527	0.3540
MRSB	0.2031	0.2674	0.2245	0.2468	0.4087	0.4069	0.3706	0.3220

說明：* 表示在 5% 的顯著水準下，拒絕虛無假設為 $H_0: p = p_0$ 。

4.2.2 樣本外預期損失率的比較

當極端事件出現，期貨價格波動劇烈使得期貨部位的損失超越保證金所能涵蓋，導致發生保證金不足時，期交所必須向客戶追繳保證金。期交所若能事先推估極端事件可能造成期貨部位的損失程度，對於保證金的設定應有所幫助。Bates and Craine (1999) 在分析 1987 年股市崩盤的事件時也指出，如果只考慮極端事件的發生機率，會嚴重低估違約風險；他們建議應該將保證金不足時期貨部位的損失程度加以考慮。Artzner *et al.* (1997, 1999) 也指出以百分位數為基礎的回溯測試法主要有兩個缺陷，首先是它們無法滿足統計上個別風險的可加性，其次是它們通常不考慮多角化的風險規避效果。關於此部分較詳細的討論，請參閱 Artzner *et al.* (1997, 1999)。同時 Artzner *et al.* 建議「條件預期損失」(conditional expected shortfall; ES) 型態的風險指標有較良好的統計性質；McNeil and Frey (2000) 與 Neftci (2000) 也有同樣的建議。

因此本文參考 McNeil and Frey (2000) 與 Neftci (2000) 的做法，估算在期貨部位發生保證金不足的條件下，保證金無法涵蓋的虧損率，也就是條件預期損失 (ES)：

$$ES = E(\varepsilon - \varepsilon_{1-p} \mid \varepsilon > \varepsilon_{1-p}) = \frac{\sigma + \alpha \varepsilon_{1-p}}{1 - \alpha} \quad (14)$$

其中， ε_{1-p} 是期交所設定的保證金水準， α 是殘差項分配的尾端參數， σ 是殘差項分配尾端分配的標準差，亦是 GPD 中的規模參數。其次，我們計算條件變幅極端值法估計樣本外條件預期損失的均方誤差 (Root Mean Square Error; RMSE)，並與 McNeil and Frey (2000) 的條件極端值法相比較，藉以衡量此兩階段法在估計樣本外預期損失上的表現。均方誤差 (RMSE) 的計算式如下：

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (ES_i - AS_i)^2} \quad (15)$$

其中， ES 與 AS 分別為條件預期損失率和實際損失率， n 表示樣本個數。本文分別就期貨的買進部位、賣出部位與不同預定違約機率，分別逐一計算 $RMSE$ ，藉以比較採用條件變幅極端值法是否呈現較小的 $RMSE$ ，以評估其相對的預期損失能力。 $RMSE$ 的數值列於表 6，由表中可知條件變幅極端值法樣本外預期損失率估計的 $RMSE$ 約在 0.7720%與 0.4877%，相對而言，McNeil and Frey 法樣本外預期損失率估計的 $RMSE$ 約在 3.3067%與 1.7142%。顯然地，不論就期貨買進部位、賣出部位或是不同預定違約機率，採用條件變幅極端值法進行樣本外預測的 $RMSE$ 皆小於 McNeil-Frey 法的 $RMSE$ 。

樣本外條件預期損失的估計結果整理於表 6。表 6 清楚顯示：無論在何種預設的違約機率水準下，條件變幅極端值法所估算出的預期損失率，都沒有超出市場所允許的價格漲跌限制。但是，當違約機率越低時，McNeil-Frey 法所估計的預期損失率卻會超出市場所允許的價格漲跌限制。以臺指期貨為例，市場所允許的漲跌幅為 7%，McNeil-Frey 法卻估計 7.73%-10.93%的預期損失率。由此可知條件變幅極端值法較符合實際的市場情況，所估計的價格變化較為合理。兩種方法估計損失率所產生誤差的均方根 ($RMSE$) 清楚呈現，條件變幅極端值法估計誤差的均方根相對較小。這個結果意味著在有漲跌幅限制下，條件變幅極端值法在捕捉極端事件之能力優於 McNeil-Frey 法。

5. 期貨漲跌幅限制對期貨價格行為的影響⁶

爲了探討期貨漲跌幅限制對期貨價格行為的影響，本文參考 Broussard (2001) 與周恆志、陳勝源 (民 93) 的方法處理樣本資料。首先我們將樣本期間內的原始資料稱爲全部樣本，作爲比較的基礎；並將當日盤中期貨價格曾經達漲跌幅的樣本日予以剔除，餘下的樣本資料則稱爲受限樣本。理論上，如果市場的漲跌幅限制很寬鬆，盤中價格曾達到漲跌幅的情況將非常少，則依據本文所分類的全部樣本與受限樣本之間的差異將非常小；相對地，如果市場的漲跌幅限制較爲窄小，盤中價格曾達到漲跌幅的交易日將非常多，則剔除這些碰觸到漲跌幅限制之樣本日後所得的受限樣本，將會顯著異於全部樣本。因此，本文所採用的資料處理方法應該可以分析出市場的漲跌幅限制是否設在期貨價格的極端變化上，我們可以藉此了解漲跌幅限制的影響。

台指期貨樣本期間內，全部樣本共計有 2,630 筆日資料，而盤中期貨價格變動曾達 7%漲跌幅的日資料有 52 筆，占全部樣本的 1.98%，因此受限樣本計有 2,578 筆資料。摩根台指期貨樣本期間內，全部樣本共有 2,774 筆資料，在本文取樣期間內並沒有資料盤中價格達 15%的漲跌

⁶ 感謝匿名評審之建議，增加此一部分之測試。

表 6 樣本外預期損失率

違約機率		條件變幅極端值法		McNeil-Frey 法	
		預期損失率	實際損失率	預期損失率	實際損失率
摩根台指期貨					
0.1%	上漲變幅/右尾	-2.20%	-1.85%	-7.58%	-2.80%
	下跌變幅/左尾	-1.08%	-0.69%	-7.27%	-4.47%
	RMSE	0.3237%		3.1593%	
0.3%	上漲變幅/右尾	-2.14%	-1.69%	-7.08%	-2.82%
	下跌變幅/左尾	-1.06%	-0.64%	-7.96%	-3.87%
	RMSE	0.3827%		3.0616%	
0.5%	上漲變幅/右尾	-2.11%	-1.59%	-6.88%	-2.24%
	下跌變幅/左尾	-1.05%	-0.62%	-5.48%	-2.93%
	RMSE	0.4333%		3.1822%	
1%	上漲變幅/右尾	-2.08%	-1.50%	-6.65%	-1.72%
	下跌變幅/左尾	-1.04%	-0.60%	-4.93%	-2.13%
	RMSE	0.4726%		3.2111%	
3%	上漲變幅/右尾	-2.04%	-1.40%	-6.34%	-1.17%
	下跌變幅/左尾	-1.02%	-0.58%	-4.26%	-1.32%
	RMSE	0.5046%		3.1527%	
5%	上漲變幅/右尾	-2.02%	-1.33%	-6.21%	-0.72%
	下跌變幅/左尾	-1.02%	-0.56%	-4.01%	-0.67%
	RMSE	0.5501%		3.2489%	
台指期貨					
0.1%	上漲變幅/右尾	-2.09%	-2.15%	-6.93%	-5.50%
	下跌變幅/左尾	-2.45%	-2.34%	-5.54%	-3.36%
	RMSE	0.3237%		3.1593%	
0.3%	上漲變幅/右尾	-1.95%	-1.92%	-5.62%	-4.01%
	下跌變幅/左尾	-2.28%	-2.09%	-5.03%	-2.48%
	RMSE	0.3827%		3.0616%	
0.5%	上漲變幅/右尾	-1.90%	-1.79%	-4.14%	-3.17%
	下跌變幅/左尾	-2.22%	-1.95%	-4.84%	-1.95%
	RMSE	0.4333%		3.1822%	
1%	上漲變幅/右尾	-1.84%	-1.67%	-4.61%	-2.46%
	下跌變幅/左尾	-2.14%	-1.83%	-4.60%	-1.49%
	RMSE	0.4726%		3.2111%	
3%	上漲變幅/右尾	-1.75%	-1.56%	-3.96%	-1.77%
	下跌變幅/左尾	-2.05%	-1.70%	-4.29%	-1.01%
	RMSE	0.5046%		3.1527%	
5%	上漲變幅/右尾	-1.72%	-1.47%	-2.73%	-1.23%
	下跌變幅/左尾	-2.02%	-1.60%	-3.17%	-0.64%
	RMSE	0.5501%		3.2489%	

說明：表中數字分別為採用「條件變幅極端值法」以及 McNeil and Frey (2000) 的條件極端值法估計樣本外條件預期損失的 RMSE (均方誤差)，藉以衡量「條件變幅極端值法」在估計樣本外預期損失上的表現。

幅，故本文首先剔除盤中價格變動曾達 10%漲跌幅的 19 個樣本日，占全部樣本為 0.69%，餘下的樣本資料稱為 10%受限樣本，共計 2,755 筆；其次再剔除盤中價格變動曾達 7%漲跌幅的 43 個樣本日⁷，占全部樣本為 2.24%，餘下的樣本資料稱為 7%受限樣本，共計 2,712 筆。

由表 7 中可發現台指期貨 7%的單一漲跌幅限制可以成功地截斷極端的價格變化，有 1.98%的資料盤中價格曾達 7%漲跌幅，代表平均約 50 天就會出現一次。相對地，新加坡摩根台指期貨三級距漲跌幅限制中的 10%漲跌幅限制的效用較小，只有 0.69%的資料盤中價格曾達 10%漲跌幅，平均約七個月才會出現一次；而 7%漲跌幅限制的效用較大，有 2.24%的資料盤中價格曾達 7%漲跌幅，代表平均約 45 天就會出現一次，頻率略高於台指期貨，摩根台指期貨資料出現較多的極端價格變動。相對地，台指期貨資料較少有極端價格變動，這個差異隱含台灣期交所採用了較窄小的漲跌幅限制，的確成功地阻礙了期貨市場的極端價格變化，有助於管控價格波動性與違約風險。

全部樣本與受限樣本配適 ACARR(1,1) 與 GARCH(1,1) 所得標準化殘差項的極端值分配參數估計值列於表 8，其中受限樣本的尾端仍屬厚尾分配($\alpha > 2$)，然而其尾端參數 α 明顯較小，代表受限樣本尾端分配的厚尾特性下降。此外，受限樣本的門檻順位 m 由兩端向中間移動，而且極端事件數量佔整個樣本數的比例也上升。這些現象顯示期交所是將漲跌幅限制設置在期貨價格極端值的位置，成功地截斷了期貨價格的極端變動。因此在描繪受限樣本的尾端特性時，必須將門檻順位 m 向中間移動，以納入更多比例的資料做為極端值，才能描述尾端分配的厚尾特性。

為了解受限樣本的尾端參數與全部樣本的尾端參數是否有統計上的顯著差異，我們根據 Loretan and Philips (1994) 的建議，以下列變異數統計量檢定尾端參數的穩定性：

$$V(\alpha_i - \alpha_j) = [\alpha_i - \alpha_j] / [\alpha_i^2 / m_i + \alpha_j^2 / m_j]^{1/2} \quad (16)$$

表 7 台指期貨與摩根台指期貨樣本資料

樣本期貨名稱	樣本期間	全部樣本資料 數目	10%受限樣本 資料個數	7%受限樣本 資料個數
台指期貨	1998/7/21 ~2008/12/31	2,630	-	2,578 (1.98%)
摩根台指期貨	1997/1/9 ~2008/12/31	2,774	2,755 (0.69%)	2,712 (2.24%)

說明：10%受限樣本表示剔除盤中期貨價格曾達 10%漲跌限制之後所餘的樣本。7%受限樣本表示剔除盤中期貨價格曾達 7%漲跌限制之後所餘的樣本。括弧內為交易日盤中期貨價格曾達漲跌幅限制的樣本日數佔全部樣本日數的百分比。

⁷ 盤中價格變動曾達 7%漲跌幅的 43 個樣本日包含盤中期貨價格曾達 10%漲跌幅的樣本日。

表 8 條件極端值分配模型參數

		變幅		報酬率			
		全部樣本	受限樣本	全部樣本	受限樣本		
台股指數期貨							
上漲變幅	m_+	39	34	89	70		
/右尾	m_+ / n	0.0148	0.0132	0.0338	0.0272		
	α_+	5.2548	6.6163	2.3747	4.0271		
	$\xi(1/\alpha^+)$	0.1903	0.1511	0.4211	0.2483		
下跌變幅	m_-	12	8	18	11		
/左尾	m_- / n	0.0046	0.0031	0.0068	0.0043		
	α_-	9.1767	12.9405	5.8667	7.4736		
	$\xi(1/\alpha_-)$	0.1090	0.0773	0.1705	0.1338		
		變幅			報酬率		
		全部樣本	受限樣本		全部樣本	受限樣本	
			10%	7%		10%	7%
摩根台股指數期貨							
上漲變幅	m_+	101	88	74	119	77	72
/右尾	m_+ / n	0.0364	0.0319	0.0273	0.0429	0.0279	0.0261
	α_+	5.9798	5.9083	5.6496	2.3127	2.4376	3.0522
	$\xi(1/\alpha^+)$	0.1672	0.1693	0.1770	0.4324	0.4102	0.3276
下跌變幅	m_-	35	33	22.0000	16	30	6
/左尾	m_- / n	0.0126	0.0120	0.0122	0.0058	0.0109	0.0022
	α_-	7.4296	10.0178	9.1243	3.4148	4.4366	5.1625
	$\xi(1/\alpha_-)$	0.1346	0.0998	0.1096	0.2928	0.2254	0.1937

其中 α_i, m_i 與 α_j, m_j 分別代表受限樣本與全部樣本的報酬率分配的尾端參數及門檻順位。Loretan and Philips (1994) 指出 $V(\alpha_i, \alpha_j) \sim N(0, 1)$ ，如果該統計量顯著異於零，則表示兩個尾端參數顯著不同，意味著漲跌限制的確影響極端值分配的尾端參數估計。其結果於表 9，表中顯示台股期貨與摩根台股期貨的全部樣本和受限樣本變幅分配的尾端參數，在統計上並無顯著不同；摩根台股期貨全部樣本和 10% 受限樣本報酬率分配的尾端參數，統計上也無顯著差異。然而摩根台股期貨的全部樣本和 7% 受限樣本報酬率分配的尾端參數，以及台股期貨的全部樣本和受限樣本報酬率分配的尾端參數，在 95% 的信心水準下顯著不同。這個結果顯示，台股期貨的 7% 漲跌幅限制以及摩根台股期貨的 10% 漲跌幅限制，對於變幅資料極端值分配尾端參數估計的結果影響不大；然而 7% 漲跌幅限制對於摩根台股期貨與台股期貨報酬率極端值分配參數估計結果的影響則相當顯著。受限樣本與全部樣本的極端值分配尾端參數的差異是相當重要的，因為若是漲跌

表 9 分配尾端參數穩定性檢定：受限樣本和全部樣本之比較

		上漲變幅	下跌變幅	報酬率	
		/右尾	/左尾	右尾	左尾
台指期貨		0.9638	0.7119	3.0421*	2.8782*
摩根台指期貨	10%	0.0825	1.2044	0.3574	0.3574
	7%	0.3726	0.7319	2.7711*	3.3630*

說明：本表採用 Loretan and Philips (1994) 的建議，以變異數統計量檢定受限樣本與相對應的全部樣本報酬率分配尾端參數是否有顯著差異： $V(\alpha_i - \alpha_j) = [\alpha_i^2/m_i + \alpha_j^2/m_j]^{1/2}$ ，其中 α_i 、 m_i 與 α_j 、 m_j 分別代表受限樣本與全部樣本的報酬率分配的尾端參數及門檻順位。若該統計量顯著異於零，則表示兩個尾端參數顯著不同。* 表示在 5% 的顯著水準下，受限樣本與相對應的全部樣本報酬率分配尾端參數顯著不同。

幅限制會改變極端值分配參數估計的結果，則對於違約風險的估計與保證金比例的估計也都會有重大影響。

6. 結論與建議

本文結合以變幅資料為基礎的不對稱 ACARR 模型搭配極端值理論，提出兩階段條件變幅極端值法，藉以捕捉期貨價格的動態過程，應有助於期交所管理期貨部位的價格風險。本文以臺指期貨與摩根臺指期貨為配適樣本，估計過程中，第一階段我們將指數期貨日內變幅資料配適 ACARR 模型，然而其殘差分配仍然具有高狹峰厚尾的特徵，顯示 ACARR 模型雖然有助於刻劃期貨日內價格變幅的波動過程，然而卻無法完整捕捉變幅資料的厚尾性質。這個結果支持我們在第二階段採用極端值分配來捕捉期貨價格變幅資料的厚尾性質。極端值分配的配適結果發現，殘差分配尾端具有厚尾特性，屬於極端值分配中的 *Frechet* 分配。樣本內回溯測試法與樣本外條件預期損失的評比結果，皆支持以變幅資料與 ACARR 模型為基礎的條件極端值理論優於以報酬率資料與 GARCH 模型為基礎的 McNeil-Frey 條件極端值法。結果顯示，在樣本內回溯測試與樣本外條件預期損失估計下，本文所提的條件變幅極端值法較不受漲跌幅限制的影響；而 McNeil-Frey 法常會估計出遠大於市場漲跌幅限制的價格變動，不符合實際市場情況。這個評比結果顯示本文所提出的兩階段法條件變幅極端值法具有較高的韌性。

根據上述結果，我們建議期交所可以納入期貨日內價格變幅資訊，應該有助於掌握期貨價格行為。我們僅以期貨商品作為應用的對象，並分析模型在估計保證金的適用性，後續研究者可以在本文的基礎上，採用其他金融商品進行。我們提出的模型僅考慮單一金融商品的價格行為，後續研究者可以在本計畫的基礎上，進一步考慮結合 Chou *et al.* (2009) 的變幅 DCC 模型，藉以探討多資產投資組合的價格變幅極端值行為，與多資產投資組合的風險控管應用。

參考文獻

- 周雨田、巫春洲、劉炳麟，「動態波動模型預測能力之比較與實證」，財務金融學刊，第十二卷第一期，民國 93 年，1-23 頁。
- 周恆志、陳勝源，「期貨價格漲跌幅限制與極值理論於保證金設定之應用」，風險管理學報，第六卷第二期，民國 93 年，207-228 頁。
- 周恆志、曹懋鏊，「極端值理論於指數期貨保證金設定上之應用」，亞太社會科技學報，第四卷第一期，民國 93 年，69-94 頁。
- Alizadeh, S., Brandt, M., and Diebold, F., "Range-based Estimation of Stochastic Volatility Models," *Journal of Finance*, Vol. 57, Iss. 3, 2002, pp. 1047-1091.
- Anderson, T. Bollerslev, T., "Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models Do Provide Accurate Forecasts," *International Economics Review*, Vol. 39, No. 4, 1998, pp. 885-905.
- Artzner, Ph., Delbaen, F., Eber, J.-M., and Heath, D., "Thinking Coherently," *Risk*, Vol. 10, Iss. 11, 1997, pp. 68-71.
- Artzner, Ph., Delbaen, F., Eber, J.-M., and Heath, D., "Conerent Measures of Risk," *Mathematical Finance*, Vol. 9, Iss. 3, 1999, pp. 203-228.
- Bali, T. G., "An Extreme Value Approach to Estimating Volatility and Value at Risk," *Journal of Business*, Vol. 76, No. 1, 2003, pp. 83-108.
- Ball, C. and Tourus, W., "The Maximum Likelihood Estimation of Security Price Volatility: Theory, Evidence, and Application to Option Pricing," *Journal of Business*, Vol. 57, No. 1, 1984, pp.97-112.
- Bates, D. and Craine, R., "Valuing the Futures Market Clearinghouse's Default Exposure during the 1987 Crash," *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 31, 1999, pp. 248-272.
- Beckers, S., "Variance of Security Price Returns Based on High, Low and Closing Prices," *Journal of Business*, Vol. 56, No. 1, 1983, pp. 97-112.
- Billio, M. and Pelizzon, L., "Value-at-Risk: A Multivariate Switching Regime Approach," *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7, No. 5, 2000, pp. 531-554.
- Bollerslev, T. and Wooldridge, J., "Quasi-maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time Varying Covariances," *Econometric Reviews*, Vol. 11, Iss. 2, 1992, pp. 143-172
- Booth, G. G., Broussard, J. P., Martikainen, T., and Puttonen, V., "Prudent Margin Levels in the Finnish Stock Index Futures Market," *Management Science*, Vol. 43, No. 8, 1997, pp. 1177-1188.
- Brandt, M. W. and Jones, C. S., "Volatility Forecasting with Ranged-Based EGARCH Models," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 24, No. 4, 2006, pp. 470-486.

- Brennan, M. J., "A Theory of Price Limits in Futures Markets," *Journal of Finance Economics*, Vol. 16, Iss. 2, 1986, pp. 213-233.
- Broussard, J. P. and Booth, G. G., "The Behavior of Extreme Values in German Stock Index Futures: An Application to Margin Setting," *Journal of Operational Research*, Vol. 104, Iss. 3, 1998, pp. 393-402.
- Broussard, J. P., "Extreme-Value and Margin Setting with and without Price Limits", *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 41, Iss. 3, 2001, pp. 365-385.
- Chou, R. Y., Wu, C. C., and Liu, N., "Forecasting Correlation and Ccovariance with a Range-based Dynamic Conditional Correlation Model," *Review of Quantitative Finance and Accounting*, Vol. 33, No. 4, 2009, pp. 327-345.
- Chou, R. Y., "Forecasting Financial Volatilities with Extreme Values: the Conditional Autoregressive Range (CARR) Model," *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 37, Iss. 3, 2005, pp. 561-582.
- Chou, R. Y., "Modeling the Asymmetry of Stock Movements Using Price Ranges," *Advances in Econometrics*, Vol. 20, 2006, pp. 231-257.
- Cotter, J., "Margin Exceedences for European Stock Index Futures Using Extreme Value Theory," *Journal of Banking and Finance*, Vol. 25, No. 8, 2001, pp. 1474-1502.
- Cotter, J. and Mckillop, D. G., "The Distributional Characteristics of a Selection of Contracts Traded on the London International Financial Futures Exchange," *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol. 27, Iss. 3-4, 2000, pp. 487-510.
- Danielsson, J. and de Vries, C. G., "Tail Index and Quantile Estimation with Very High Frequency Data," *Journal of Empirical Finance*, Vol. 4, No. 2-3, 1997, pp. 241-257.
- Dickey, D. and Fuller, W., "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, No. 366, 1979, pp. 427-431.
- Embrechts, P., "Extreme Value Theory: Potential and Limitations as an Integrated Risk Management Tool," *Derivatives Use, Trading and Regulation*, Vol. 6, No. 1, 2000, pp. 449-456
- Embrechts, P., Resnick, S., and Samorodnitsky, G., "Extreme Value Theory as a Risk Management Tool," *North American Actuarial Journal*, Vol. 3, No. 2, 1999, pp. 30-41
- Engel, J. and Gizycki, M., "Conservatism, Accuracy and Efficiency: Comparing Value-at-Risk Models," Working Paper, Australian Prudential Regulation Authority, 1999.
- Engle, R. F., "Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate GARCH Models," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 20, No. 3, 2002, pp. 339-350.
- Engle, R. F. and Russell, J., "Autoregressive Conditional Duration: A New Model for Irregularly

- Spaced Transaction Data,” *Econometrica*, Vol. 66, No. 5, 1998, pp. 1127-1162.
- Fenn, G. and Kupiec, P., “Prudential Margin Policy in a Future-style Settlement System,” *Journal of Futures Markets*, Vol. 13, No. 4, 1993, pp. 389-408
- Figlewski, S., “Margin and Market Integrity: Margin Setting for Stock Index Futures and Options,” *The Journal of Future Markets*, Vol. 43, No. 3, 1984, pp. 385-416.
- Fisher, R. A. and Tippett, L. H. C., “Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Member of a Sample,” *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 24, 1928, pp. 180-190.
- Gallant, A. R., Hsu, C.-T., and Tauchen, G., “Using Daily Range Data to Calibrate Volatility Diffusions and Extract the Forward Integrated Variance,” *Review of Economics and Statistics*, Vol. 81, No. 4, 1999, pp. 617-631.
- Garman, M. B. and Klass, M. J., “On the Estimation of Security Price Volatilities from Historical Data,” *Journal of Business*, Vol. 53, No. 1, 1980, pp. 67-78.
- Gay, G. D., Hunter, W. C., and Kolb, R. W., “A Comparative Analysis of Futures Contract Margins,” *Journal of Futures Markets*, Vol. 6, No. 2, 1986, pp. 307-324.
- Ghose, D. and Kroner, K. F., “The Relationship between GARCH and Symmetric Stable Processes: Finding the Source of Fat Tails in Financial Data,” *Journal of Empirical Finance*, Vol. 2, 1995, pp. 225-251.
- Grammatikos, T. and Saunders, A., “Futures Price Variability: A Test of Maturity and Volume Effects,” *Journal of Business*, Vol. 59, No. 2, 1986, pp. 319-330.
- Guermat, C. and Harris, R., “Robust Conditional Variance Estimation and Value-at-Risk,” *Journal of Risk*, Vol. 4, No. 2, 2002, pp. 25-41.
- Hendricks, D., “Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data,” *Federal Reserve Bank of New York Economic Policy Review*, April, 1996, pp. 39-69.
- Jenkinson, A. F., “The Frequency Distribution of the Annual Maximum (or Minimum) Values of Meteorological Elements,” *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, Vol. 81, Iss. 348, 1995, pp. 145-158.
- Kupiec, P. H., “Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models,” *Journal of Derivatives*, Vol. 3, No. 2, 1995, pp. 73-84.
- Lauridsen, S., “Estimation of Value at Risk by Extreme Value Methods,” *Extremes*, Vol. 3, No. 2, 2000, pp. 107-144.
- Leadbetter, M. R., Lindgren, G., and Rootzen, H., *Extremes and Related Properties of Random*

- Sequences and Processes*, Springer, New York, NY, 1983.
- Longin, F., "Optimal Margin Levels in Futures Markets: Extreme Price Movements," *Journal of Futures Markets*, Vol. 19, Iss. 1, 1999, pp. 127-152.
- Loretan, M. and Phillips, P. C. B., "Testing the Covariance Stationarity of Heavy-tailed Time Series," *Journal of Empirical Finance*, Vol. 1, Iss. 2, 1994, pp. 211-248.
- McNeil, A. J., "Estimating the Tails of Loss Severity Distributions Using Extreme Value Theory," *ASTIN Bulletin*, Vol. 27, No. 1, 1997, pp. 117-137.
- McNeil, A. J., "Extreme Value Theory for Risk Managers," in *Internal Modelling and CAD II* published by RISK Books, 1999, pp. 93-113.
- McNeil, A. J. and Frey, R., "Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: An Extreme Value Approach," *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7, Iss. 3-4, 2000, pp. 271-300.
- Morgan, I. G. and Trevor, R. G., "Limit Moves in Futures Markets as Censored Observations in GARCH Processes," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 17, Iss. 4, 1999, pp. 397-408.
- Neftci, S. N., "Value at Risk Calculations, Extremes Events, and Tail Estimation," *Journal of Derivatives*, Vol. 7, No. 3, 2000, pp. 23-37.
- Parkinson, M., "The Extreme Value Method for Estimating the Variance of the Rate of Return," *Journal of Business*, Vol. 53, No. 1, 1980, pp. 61-65.
- Phillips, P. C. B. and Perron, P., "Testing for a Unit Root in Time Series Regression," *Biometrika*, Vol. 75, No. 2, 1988, pp. 335-346.
- Sadorsky, P., "Stochastic Volatility Forecasting and Risk Management," *Applied Financial Economics*, Vol. 15, No. 2, 2005, pp. 121-135.
- Shanker, L. and Balakrishnan, N., "Price Limits and Capital Requirements of Futures Clearinghouses," *European Journal of Operations Research*, Vol. 168, No. 1, 2005, pp. 281-290.
- Yang, S. R. and Brorsen, B. W., "Nonlinear Dynamics of Daily Futures Prices: Conditional Heteroscedasticity or Chaos?" *Journal of Futures Markets*, Vol. 13, No. 2, 1993, pp. 175-191.