

計量經濟模式、時間數列模式與模糊時間數列 模式在預測應用之探討—以台灣出口金額為例

The Comparison of the Application of Econometric Model, Time Series and Fuzzy Time Series to Forecast Exports of Taiwan

曾淑惠¹ Shu-Hui Tseng
致理技術學院國際貿易學系

王志成² Chi-Chen Wang
明新科技大學國際企業學系

¹Department of International Trade, Chihlee Institute of Technology and ²Department of International Business, Ming Hsin University of Science and Technology

(Received August 7, 2003; Accepted September 8, 2003)

摘要：本研究目的是針對時間數列模式與模糊時間數列之二因子模式、引導式模式及馬可夫模式預測方法在應用上之比較，同時探討模糊時間數列模式在不同等份下，其預測誤差之變化，並以台灣出口金額之預測為例。由本文實証結果發現，模糊時間數列模式在研究期間較短時有較佳的預測能力，其中以引導式模式之操作方法最為簡易，預測結果相對較佳，時間數列ARIMA模式在較長的研究期間其預測誤差(MSE)較小。而模糊時間數列模式最適區間長度的選取並非組距愈小愈好，最適區間長度會因模式不同而有所差異。

關鍵詞：時間數列ARIMA模式、模糊時間數列、二因子模式、引導式模式、馬可夫模式。

Abstract: The study compares the application of the forecasting methods of ARIMA time series and fuzzy time series by Two-factor models, Heuristic models, and Markov models on the amount of Taiwan export. The study compares the forecasting results of different interval length by the three models of fuzzy time series. From the conclusion, we find that the methods of fuzzy time series models have better forecasting ability than ARIMA time series model for a short period, namely their mean square error (MSE) is smaller. The Heuristic model is the easiest method to follow. The results

suggested that the smaller the interval length is not always the better, and the effective length of interval differed from models.

Keywords: ARIMA time series, fuzzy time series, Two-factor models, Heuristic models, Markov models.

1. 前言

台灣由於幅員與國內市場狹小，國民生產毛額（GNP）有百分之七十是來自出口貿易，故其經濟發展對於國際貿易依賴極深。依凱因斯（Keynes, John M.）的有效需求理論（effective demand），若出口金額增加，透過乘數效果（multiplier effect），可以使所得倍數增加，並帶動就業成長，所以台灣被舉世稱譽以出口擴張帶動經濟成長的最成功例証之一。此外，在 1970 年以前，台灣的貿易收支大多呈現赤字。此後，除了兩次石油危機發生以後的 1974 年、1975 年與 1980 年出現國際收支赤字以外，每年都有相當大的國際收支盈餘。

由於當時台灣為勞動相對豐富的國家，所以使用較多勞動為投入的產品之出口上，具有比較利益。但近年來隨著工資不斷的上漲，台灣的工資水準相對於東南亞國家，或中國大陸而言，乃相對偏高，勞動成本逐漸提高之際，台灣在出口貿易的競爭優勢受到嚴厲的挑戰。自 1997 年 7 月以來，東南亞的泰銖大幅貶值波及馬來西亞、菲律賓、印尼及新加坡等國的匯價，引發了東南亞金融危機。整個亞太地區，包括南韓、日本、台灣、新加坡及東南亞諸國，頓時進入了貶值競賽，各國幣值一路狂瀉，但台幣相對於東南亞和大陸幣值相對而言，仍屬於升值。由於升值也導致出口成本提高，更加不利於出口貿易。

近年來經濟成長衰退，國內失業率不斷地創新高，這都與對外出口日漸萎縮有關。由於影響出口因素非常複雜，包括經濟因素或非經濟因素，甚至是外在的衝擊（shock）都有可能，所以如何了解其動態過程，進而預測其未來的趨勢，以便尋求因應之道，不僅是政府擬定財經政策時的重要訊息，也是生產者規劃產量決策以及貿易商從事國際貿易時重要的經濟數據。

一般對於總體經濟變數的預測，常涉及計量經濟模式，或時間數列模式之建立等，近幾年隨著預測技術的創新，開始有學者將模糊邏輯應用於動態分析方法上，如 Song and Chissom（1993 a, b, 1994）利用模糊理論建立單變數模糊時間數列，Sullivan and Woodall（1994）對馬可夫模式選擇進行模糊預測及比較。而在國內的研究如 Chen（1996）提出引導式模式並針對美國阿拉巴馬入學學生人數進行預測及比較，吳柏林等（民 85）利用模糊時間數列對臺灣地區中學教師需求人數進行預測，Tseng 等（2001）根據時間數列 ARIMA 模式及模糊迴歸模式提出單變數模糊時間數列 ARIMA（FARIMA）模式來預測台幣和美元的匯率，及吳柏林、林玉鈞（民 91）利用單變數模糊時間數列馬可夫模式對臺灣股價加權指數進行預測等，以上研究僅限於單變數模糊時

間數列建構之方法及應用。

另外將模糊邏輯應用於方法論研究及社會科學應用上如曹勝雄等（民 85）以國人赴港旅客需求之預測為例進行傳統計量迴歸、模糊迴歸、GMDH 及類神經網路四種方法之預測應用之比較，陳國任等（民 87）應用模糊統計分析在茶葉品質評定上，Wu and Chen（1999）利用模糊分類法來檢定時間數列資料結構性轉變的轉折區間，吳柏林、曾能芳（民 87）模糊迴歸參數估計及在影氣對策信號之分析應用，吳柏林、許毓雲（民 88）將模糊統計分析在臺灣地區失業率應用，李建興（民 88）利用變數模糊時間序列模型來判斷臺灣貨幣需求結構改變金融變數轉折區間，及曾能芳（民 91）將模糊隨機變數應用在線性迴歸模式上，廖敏治（2002）非穩定模糊時間數列的模式建構與預測。

本文將就計量經濟模式、時間數列模式、和模糊時間數列模式以台灣出口金額作為探討對象，試圖尋求一個具普遍性、實用性的預測模式。而本文的研究重點是針對近期發展出之模糊時間數列三種模式——Chen and Hwang（2000）所提出之二因子模式、Huang（2001）所提出之引導式模式、Wu 等（2003）所提之馬可夫模式，分別針對模式建構步驟及提出不同於先前研究之處，並進行預測結果之比較，及分析個別適用之情境。

2. 計量經濟模式

當一個解釋變數水準的改變可能對發生期間以後的時間，造成經濟行為的影響，而這些影響並不是瞬間發生的，而是散佈或分配在未來幾期當中，在某個時間點 t 所產生的經濟行動會影響第 t 期的經濟，同時也會影響 $t+1$ 期、 $t+2$ 期……等。例如，1997 年 7 月所產生亞洲金融危機造成亞洲各國的匯率急劇上升，這種貨幣急貶的效應，在當期甚至後期對台灣出口金額的影響。

這種計量經濟模型被稱作是動態的，因為它們描述不斷運轉的經濟體系及其隨著時間而有的反應，這樣的模式必須回溯多少時間，或者時間落差分配的長度。如果解釋變數變動的影響，只會影響經濟結果一段持續固定的期間，稱之為有限時間落差分配模型（finite distributed lag models），若把影響描述成是永遠持續的，則稱為無限時間落差分配模型（infinite distributed lag models）。

就有限時間落差分配模式可分成未受限制之有限時間落差模型（unrestricted distributed lag model）和多項式時間落差分配模型（polynomial distributed lag model）。而無限時間落差分配模型可分成幾何時間落差（geometric distributed lag model）和自我迴歸時間落差分配（ARDL），茲分別敘述如下。

2.1 理論基礎

(1) 未受限制之有限時間落差模型

假設函數形式是線性的，此有限時間落差模型以及一個附加的誤差項為

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \cdots + \beta_n X_{t-n} + e_t \quad (1)$$

$$t = n+1, \dots, T.$$

假設 $E(e_t) = 0$ ， $Var(e_t) = \sigma^2$ ， $cov(e_t, e_s) = 0$

(2) 多項式時間落差分配

假設時間落差權數（distributed lag weight）可由一個低階多項式表示的平滑模式。例如選擇一個 2 階的多項式代表時間落差權數的模式，

$$\beta_i = r_0 + r_1 i + r_2 i^2 \quad (2)$$

$$i = 0, 1, \dots, n$$

(3) 幾何時間落差

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \cdots + e_t \quad (3)$$

$$= \alpha + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i X_{t-i} + e_t \quad (4)$$

假設時間落差權數可由 $\beta_i = \beta_0 \phi^i$ 表示且 $|\phi| < 1$ ，當 i 愈大時， β_i 會逐漸下降趨近 0。

(4) 自我迴歸時間落差分配

包含解釋變數的 p 個時間落差值和被解釋變數的 q 個時間落差值的模型記為

$$ARDL(p, q)。$$

2.2 實証應用

由國際匯兌的探討，匯率的變動將影響進出口金額，當匯率上升時，即本國貨幣貶值，有利於出口，反之匯率下降時，則本國貨幣升值，將不利出口。所以本研究以出口金額為被解釋變數，匯率為解釋變數，來構建計量經濟模式。資料來自於 AREMOS 經濟統計資料庫，從 1990 年 1 月至 2002 年 3 月 30 日的出口金額及即期匯率資料，這兩種資料分別有 147 筆。

就有限時間落差模式而言，必須選擇時間落差的長度，依配適度衡量以 Akaike 的 AIC 準則和 Schwarz 的 SC 基準，由上述的資料尋找可使準則最小化的時間落差長度¹ $n^* = 8$ ，並設定二階的多項式（pdl of degree 2）來代表時間落差權數的模式。估計結果如下：

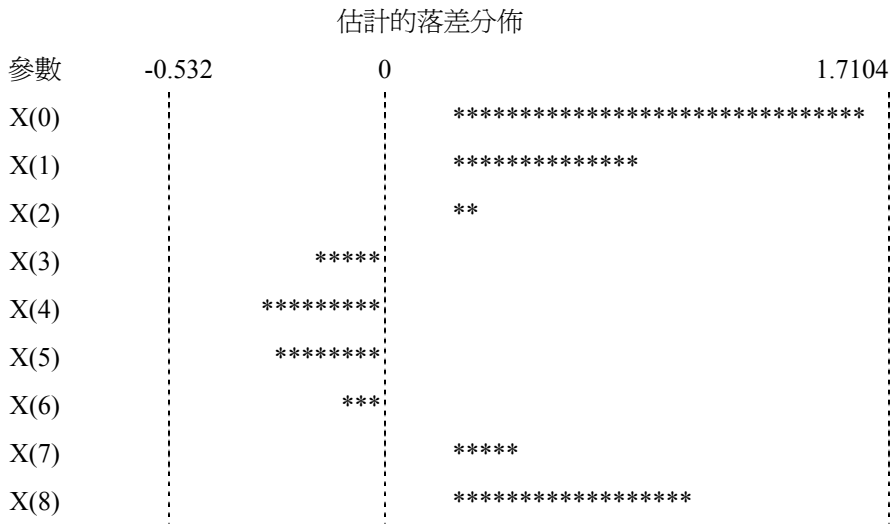
¹ $AIC = \ln \frac{SSE_n}{T-N} + \frac{2(n+2)}{T-N}$ $SC = \ln \frac{SSE_n}{T-N} + \frac{(n+2) \ln(T-N)}{T-N}$

表 1 未受限制之有限時間落差模型估計值

參數	估計值	標準差	t 值	p 值
常數	4.455618	0.51640761	8.628	0.0001
X_t	3.003771	1.03840115	2.950	0.0038
X_{t-1}	-0.078727	1.56157920	-0.050	0.9599
X_{t-2}	-0.936778	1.56080096	-0.600	0.5494
X_{t-3}	-1.151596	1.55873976	-0.730	0.4614
X_{t-4}	1.375430	1.52576403	0.900	0.3690
X_{t-5}	0.648553	1.51745781	0.420	0.6698
X_{t-6}	-2.108237	1.51670840	-1.390	0.1669
X_{t-7}	-1.352636	1.51732999	-0.891	0.3743
X_{t-8}	2.914728	1.02875646	2.833	0.0053

表 2 二次多項式之估計時間落差分配權數

參數	估計值	標準差	t 值	p 值
X(0)	1.7104	0.374	4.57	0.0001
X(1)	0.7938	0.143	5.54	0.0001
X(2)	0.1146	0.123	0.93	0.3540
X(3)	-0.3273	0.210	-1.56	0.1208
X(4)	-0.5318	0.243	-2.19	0.0301
X(5)	-0.4989	0.210	-2.38	0.0188
X(6)	-0.2287	0.125	-1.82	0.0705
X(7)	0.2789	0.150	1.86	0.0648
X(8)	1.0239	0.380	2.69	0.0080



就未受限制之有限時間落差模型估計結果如表 1 所示，首先，根據個別檢定，只有時間落差權數 β_t 在統計上顯著異於零，反映了估計值的標準誤相對於估計的係數而言相差很大。其次，估計的落差權數落差一期到第三期呈現遞減，而落差四期、五期呈上升，落差六期、七期又轉為負值，似乎有兩個谷底。這和我們對匯率升值的时间落差影響將隨著時間而減少，進而恢復原來的水準這樣預期不一致。這些特性顯示解釋變數當中有很高的線性重合²。

而二次多項式之估計時間落分配權數的結果如表 2 所示，顯示落差三期到六期為負值，說明匯率升值造成平均出口金額減少，而當升值的效應消失使得匯率又回到相對高水準，對於平均出口金額又產生正向的影響。

2 僅以解釋變數與其前落差三期計算其相關係數：

	X	XLAG1	XLAG2	XLAG3
X	1.00000	0.98952	0.97643	0.96148
	0.0	0.0001	0.0001	0.0001
	147	146	145	144
XLAG1	0.98952	1.00000	0.98927	0.97586
	0.0001	0.0	0.0001	0.0001
	146	146	145	144
XLAG2	0.97643	0.98927	1.00000	0.98899
	0.0001	0.0001	0.0	0.0001
	145	145	145	144
XLAG3	0.96148	0.97586	0.98899	1.00000
	0.0001	0.0001	0.0001	0.0
	144	144	144	144

以下為無限時間落差模式的實証結果：

表 3 幾何落差模型估計值

非線性 2SLS 參數估計				
參數	估計值	標準差	t 值	p 值
B1	1.307049	21.38609	0.06	0.9514
B2	0.722509	4.82228	0.15	0.881
B3	0.637393	11.43297	0.06	0.9556

表 4 自我迴歸時間落差分配模型 ARDL(1,1)

參數	估計值	標準差	t 值	p 值
常數	1.154994	0.41473263	2.785	0.0061
X_t	0.555331	0.67962386	0.817	0.4153
X_{t-1}	-0.023999	0.67402047	-0.036	0.9716
Y_{t-1}	0.763588	0.05510964	13.856	0.0001

表 5 自我迴歸時間落差分配模型 ARDL(2,2)

參數	估計值	標準差	t 值	p 值
常數	0.731176	0.37124338	1.970	0.0509
X_t	0.717919	0.60149012	1.194	0.2347
X_{t-1}	-0.588589	0.88175792	-0.668	0.5056
X_{t-2}	0.108546	0.59620261	0.182	0.8558
Y_{t-1}	0.373701	0.07644114	4.889	0.0001
Y_{t-2}	0.503691	0.07648495	6.585	0.0001

表 6 自我迴歸時間落差分配模型 ARDL(3,3)

參數	估計值	標準差	t 值	p 值
常數	0.677481	0.36537645	1.854	0.0659
X_t	0.719731	0.59075090	1.218	0.2252
X_{t-1}	-0.452276	0.86529775	-0.523	0.6020
X_{t-2}	-0.077695	0.86515080	-0.090	0.9286
X_{t-3}	-0.032623	0.58564591	-0.056	0.9557
Y_{t-1}	0.258175	0.08551046	3.019	0.0030
Y_{t-2}	0.405155	0.08275392	4.896	0.0001
Y_{t-3}	0.240394	0.08577867	2.802	0.0058

就幾何落差模型估計值的結果如表 3 所示，發現估計係數全部不顯著。表示模式對資料的配適能力不佳。而自我迴歸時間落差分配模型，本研究分別採用 ARDL(1,1)、ARDL(2,2)、ARDL(3,3) 來進行比較，其結果如表 4、表 5 及表 6 所示。這三組模式都呈現出口金額的落差權數都是顯著的，而匯率的落差權數都不顯著，這與國際匯兌理論的說法，匯率會影響出口金額的觀點不同。

由上述的結果，可以發現就本研究資料而言，計量經濟模式似乎無法構建出令人滿意的出口金額預測模式，對於計量經濟模式之建立有下列缺失：

- (1) 有限時間落差模型要求選擇時間落差長度，但設定則涉及主觀的認知，若設定落差期間太長，則自由度很小。落差期間太短，則採最小平方估計將產生偏誤和不一致。另外，模型中產生共線性的問題也需要考量。
- (2) 多項式時間落差分配雖可解決共線性問題，但對時間落差權數之結構所做的假設卻非常的強烈。而幾何落差分配也是有同樣的問題存在。尤其它的後續權數是幾何下降，該模型不適用於衝擊效應在數期後才發生的情況。
- (3) 無論是有限時間落差模型或無限時間落差模型，變數間之因果關係需由先驗的經濟理論來決定，若先驗經濟理論對變數間的因果關係有爭論，卻任意的將變數之時間數列作迴歸分析，將造成實証的解釋偏誤。
- (4) 對於殘差項往往以 Dubin-Watson 值來檢定模式是否滿足白噪音，但變數本身若有顯著的自我相關，若以 Dubin-Watson 值來檢定反而得到錯誤的顯著關係。

3. 時間數列之理論基礎與建構之步驟

由於計量經濟模式有諸多缺失，近年來時間數列分析法有長足之進步，且在應用上有日趨普及的現象。時間數列分析法乃純粹以變數的實際資料來解釋行為，避免計量經濟模式對殘差項的不當處理。本研究嘗試以 Box 和 Jenkins (1970) 之時間數列分析為研究方法之一，而時間數列分析模式其種類有向量 ARMA 模式、ARIMA 轉移函數模式、季節性 ARIMA 模式以及 ARIMA 模式。茲分別敘述如下：

(1) ARIMA 模式

Box-Jenkins (1970) 所提出，是以 P 階自我迴歸及 Q 階移動平均因子來描述序列之特性，使延申序列能掌握歷史資料之波動情況，大多用於年資料外生變數之預測，或是季節性資料之預測。

(2) ARIMA 轉移函數

以 P 階自我迴歸及 Q 階移動平均因子來描述序列之特性，並考慮外生變數對內生變數之影響來估計衝擊反應函數；此法結合 ARIMA 模式及迴歸模式，屬於縱斷面的迴歸分析。因其為一般化的模式，自我迴歸及多項式遞延落差只是其特例之一，適用於幾何因果關係預測。

(3) 向量 ARMA 模式

Box和Tiao（1977）所提出之多變量時間數列分析法，依據實際資料特性，設定出合適的遞延變數及因果方向，尤其當變數間之關係有爭論時，運用向量ARMA，可以直接由資料本身顯現之行爲來解釋變數間之關係，彌補了單變量ARIMA模式之不足，同時克服了Box & Jenkins分析法上數列與數列間之反饋（feedback）關係的限制。

上述三種模式之選用可依決策者之需要而定，即從多個可接受之模式中選取適用之模式，雖然不同模式有其準則可循，但還是完全決定於分析者之判斷與抉擇。所以本文從發展臻於成熟的時間數列分析模式中，以向量ARMA模式及ARIMA模式作為傳統時間數列模式的代表，與模糊時間數列模式在預測上作績效的比較，其研究架構圖如圖1所示。

3.1 時間數列ARIMA模式

時間數列ARIMA模式是Box-Jenkins（1970）所提出，主要是以P階自我迴歸及Q階移動平均因子來描述序列之特性，使延伸序列能掌握歷史資料之波動情況，而ARIMA模式之建立的步驟如下：

- (1) 資料處理；
- (2) 滿足平穩性與否：以自我相關函數（ACF）作初步判斷、觀察原始資料之散佈；
- (3) 差分處理均不穩定問題；
- (4) 暫定模式：以自我相關函數（ACF）判斷移動平均的階次，以偏自我相關函數（PACF）判斷自我迴歸的階次；
- (5) 模式參數估計：以條件概似法（conditional likelihood），精確概似法（Exact likelihood）計算出模式參數；
- (6) 診斷性檢查：由上式的暫定的模式必須經過統計檢定以決定該模式是否為一合理模式。統計檢定的項目有參數估計值是否顯著，殘差項是否滿足白噪音檢定、參數值是否有殘性重合等，若未通過診斷檢查必須重新選定模式，回到步驟(4)。

3.2 向量ARMA模式

Box和Tiao（1977）所提出之多變量時間數列分析法，依據實際資料特性，設定出合適的遞延變數及因果方向，由其當變數間之關係有爭論時，運用向量ARMA模式，可直接由資料本身顯現之行爲來解釋變數間之關係，彌補了單變量ARIMA模式之不足，同時克服了Box和Jenkins分析法上數列與數列間之反饋（Feedback）關係之限制，由於向量ARMA是一種最具彈性及限制最少的時間數列模式，它不僅將其它的變數列入考慮，並可了解變數間的動態關係，並增加預測效力，故本研究將利用向量ARMA模式來作為預測方法之一。以下為向量ARMA模式之建立步驟：

- (1) 資料處理；

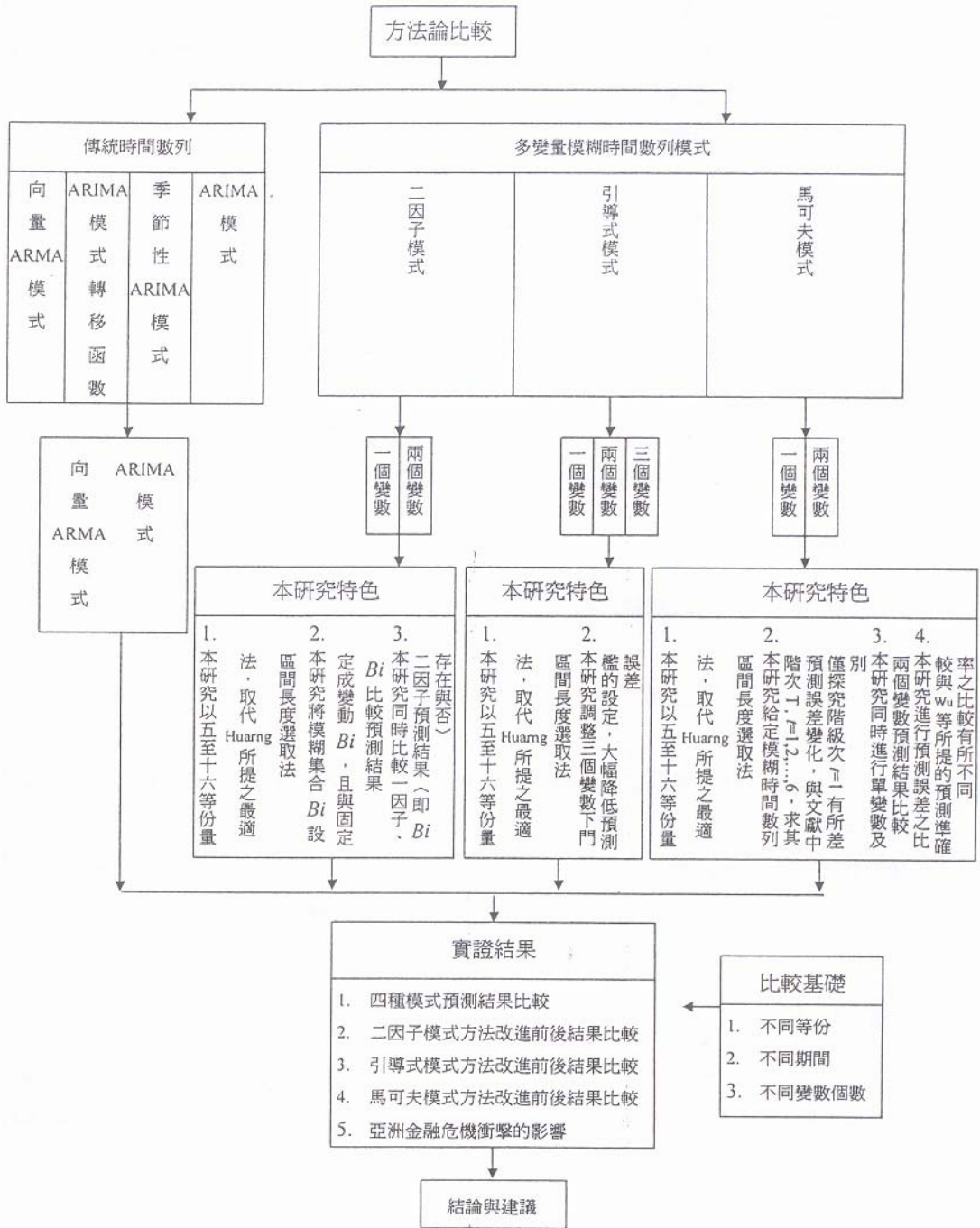


圖1 研究架構圖

- (2) 滿足平穩性與否：以自我相關函數（ACF）作初步判斷、觀察原始資料之散佈；
- (3) 差分處理均不穩定問題；
- (4) 暫定模式：以自我相關函數（ACF）判斷移動平均的階次，以偏自我相關函數（PACF）判斷自我迴歸的階次；
- (5) 模式參數估計：以條件概似法（conditional likelihood）計算出模式參數；
- (6) 診斷性檢查：由上式的暫定的模式必須經過統計檢定以決定該模式是否為一合理模式。統計檢定的項目有參數估計值是否顯著，殘差項是否滿足白噪音檢定、參數值是否有殘性重合等，若未通過診斷檢查必須重新選定模式，回到步驟(4)；
- (7) 模式數限制：把不顯著的數加以限制，而以精確概似法（Exact likelihood）重新估計參數；
- (8) 重新診斷性檢查該模式；
- (9) 聯立方程式之建立及分析：將參數估計結果代入通過診斷性檢查合理模式，並作矩陣的展開，以做進一步分析。

3.3 多變量模糊時間數列二因子模式（Two-factor models）

3.3.1 模式建構步驟與流程

多變量模糊時間數列二因子模式是Chen和Hwang於2000所提出，是依據Hwang等（1998）單因子模糊時間數列模式擴展出的結果，其理論假設 $F(t)$ 與 $G(t)$ 為模糊時間數列 $Y(t)$ 的兩個因子，若利用 $F(t)$ 來進行預測問題，則稱為單變量模糊時間數列，而 $F(t)$ 稱之為主因子；若利用 $G(t)$ 來輔助預測 $F(t)$ ，則稱為雙（多）變量模糊時間數列，而 $G(t)$ 稱為第二因子。在介紹模式建構過程之前，先對此模式相關概念提出基本定義，至於模式建構流程如圖2所示。

定義3.1 準則向量 $C(t)$ 、 $S(t)$ 和操作矩陣 $O^w(t)$ （the operation matrix）

$$\text{準則向量 } C(t) = f(t-1) = [C_1, C_2, \dots, C_m] \quad (5)$$

$$S(t) = S(t-1) = [S_1, S_2, \dots, S_m] \quad (6)$$

$$\text{操作矩陣 } O^w(t) = \begin{bmatrix} f(t-2) \\ f(t-3) \\ \vdots \\ f(t-w) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} & \cdots & O_{1m} \\ O_{21} & O_{22} & \cdots & O_{2m} \\ \vdots & & & \vdots \\ O_{(w-1)1} & \cdots & \cdots & O_{(w-1)m} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中 $f(t-1)$ 表示主因子模糊時間數列 $F(t)$ 在時間 $t-1$ 和 $t-2$ 之間差異（變化）；

$S(t-1)$ 代表第二因子模糊時間數列 $G(t)$ 在時間 $t-1$ 時模糊化資料；

w 表示期間基礎，即往前回溯期數（window basis）；

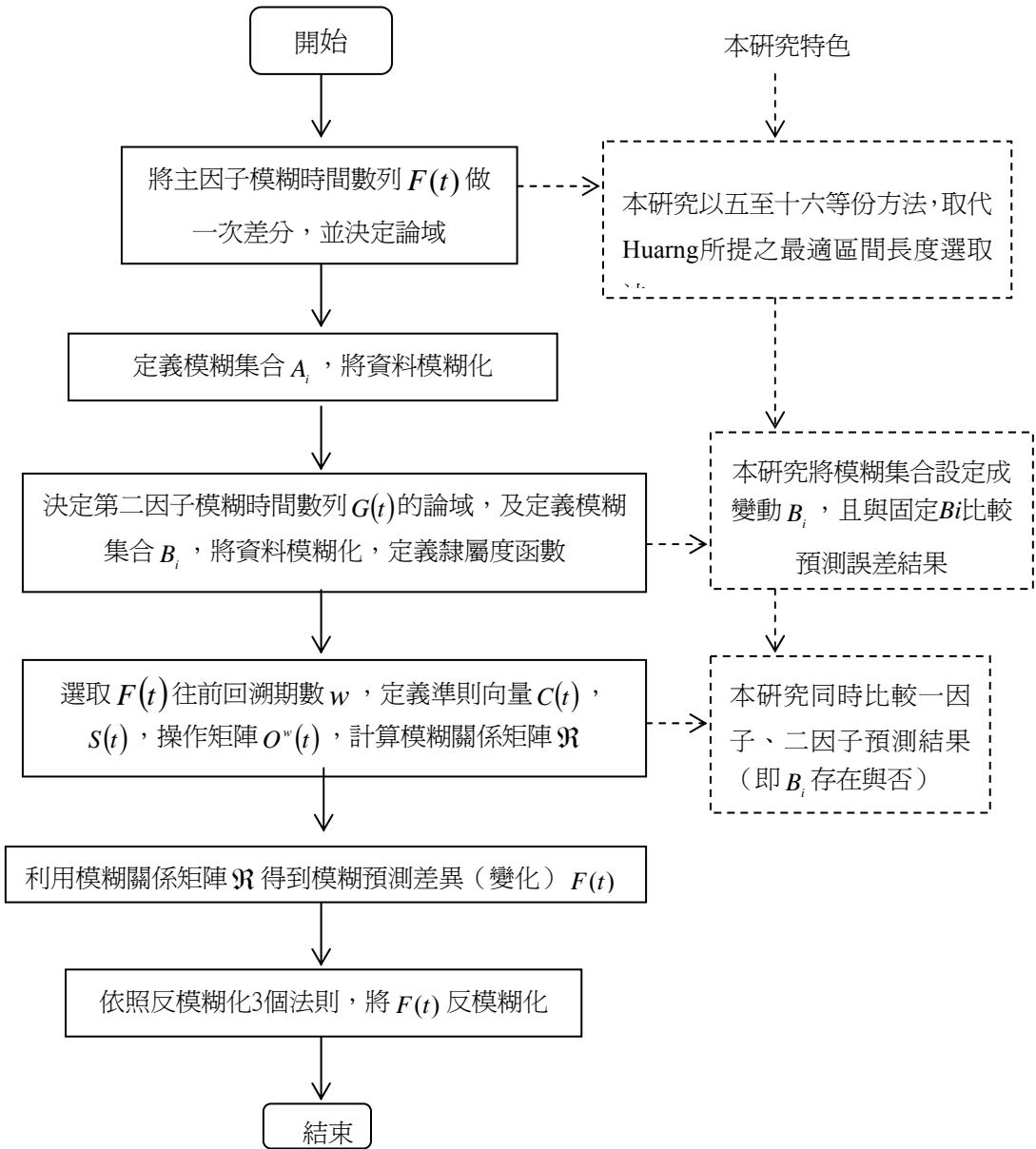


圖2 多變量模糊時間數列二因子模式建構之流程圖

m 表示論域 U 的分割成模糊化區間的個數；

C_j 和 O_{ij} 是個數值， $0 \leq C_j \leq 1$ ， $0 \leq O_{ij} \leq 1$ ， $1 \leq i \leq w-1$ 及 $1 \leq j \leq m$ 。

定義3.2 模糊二因子關係矩陣 \mathfrak{R} (Fuzzy Two-factor relation Matrix)

$$\mathfrak{R} = O^w(t) \otimes S(t) \otimes C(t)$$

$$= \begin{bmatrix} O_{11} \times S_1 \times C_1 & O_{12} \times S_2 \times C_2 & \cdots & O_{1m} \times S_m \times C_m \\ O_{21} \times S_1 \times C_1 & O_{22} \times S_2 \times C_2 & \cdots & O_{2m} \times S_m \times C_m \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ O_{(w-1)1} \times S_1 \times C_1 & O_{(w-1)2} \times S_2 \times C_2 & \cdots & O_{(w-1)m} \times S_m \times C_m \end{bmatrix} \quad (8)$$

\mathfrak{R} 稱為模糊二因子關係矩陣。

根據定義2.2，可得主因子模糊時間數列 $F(t)$ 在時間 t 和 $t-1$ 的模糊預測差異（變異）。

$$F(t) = \left[\max(R_{11}, R_{21}, \dots, R_{(w-1)1}), \max(R_{12}, R_{22}, \dots, R_{(w-1)2}), \dots, \max(R_{1m}, R_{2m}, \dots, R_{(w-1)m}) \right] \quad (9)$$

二因子模式建構的基本法則：

- (1) 認為在整個時間序列資料中，當期的變化量與前幾期的變化量有關，且在前幾個有關的期數當中，以前一期的資料變動與當期的關係最為密切。
- (2) 若前幾期的變化量有遞增的趨勢，則本期的變化量應該也會遞增；若遞減，則本期亦然。
- (3) 以前一期的資料變化量為預測當期的標準，計算前幾期有關的期數與前一期的資料變化量之間的模糊關係 $R^W(t, t-1)$ (Fuzzy Relationships)，並以前一期的資料變動為一個預測標準，預測當期的資料變化量。

至於模式建構前的資料處理，是使用數列資料的變動 (Variation)，也就是將資料先經過一階差分的處理後再放入預測模式中，藉此方法解決時間數列資料的非穩態問題 (Non-stationarity)。其最大的貢獻在於資料符合穩態假設時，會出現一些資料特質，有助於預測模式建立的穩定性與簡單化。

反模糊化的法則：(Chen and Hwang, 2000)

法則1、當模糊預測差異（變化） $F(t)$ 的隸屬度皆為0時，則得到預測差異（變化）值為0；

法則2、當模糊預測差異（變化） $F(t)$ 的隸屬度最大值落在 μ_i ，則模糊預測差異值為 μ_i 的組中點 m_i ；

法則3、當模糊預測差異（變化） $F(t)$ 的隸屬度最大值為多個時，則模糊預測差異值為 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$

的各個組中點平均 $m^* = (m_1 + m_2 + \dots + m_k) / k$ 。

3.3.2 本研究特色

由於模式建構過程中的步驟3模糊集合 B_i 是指主因子及第二因子的變動關係，其值的設定，對預測誤差有絕對的影響力，但在文獻中完全未提及，本研究嘗試以不同的模糊集合 B_i 設

定，比較其預測誤差，並以單變量模式下(即模糊集合 B_i 不存在)進行預測，比較單變量及多變量預測結果之差異。(如圖2說明)

3.4 多變量模糊時間數列引導式模式 (Heuristic models)

3.4.1 模式建構步驟與流程

模糊時間數列引導式模式是Chen (1996) 提出，經Huang (2001) 加以擴充為多變量模式，其預測方法可分為三種情形：

- (1) 一個變數：歸納主因子 A 連續兩個期間 ($A_{i,t}$ 及 $A_{j,t+1}$) 資料的變化結果；
- (2) 兩個變數：利用第二因子 B 的變化 (增加或減少) 來輔助主因子進行預測；
- (3) 三個變數：利用第二因子的變化大小 (是否超過一個門檻值來輔助主因子) 來輔助主因子進行預測。

至於其模式建構過程如圖3所示。

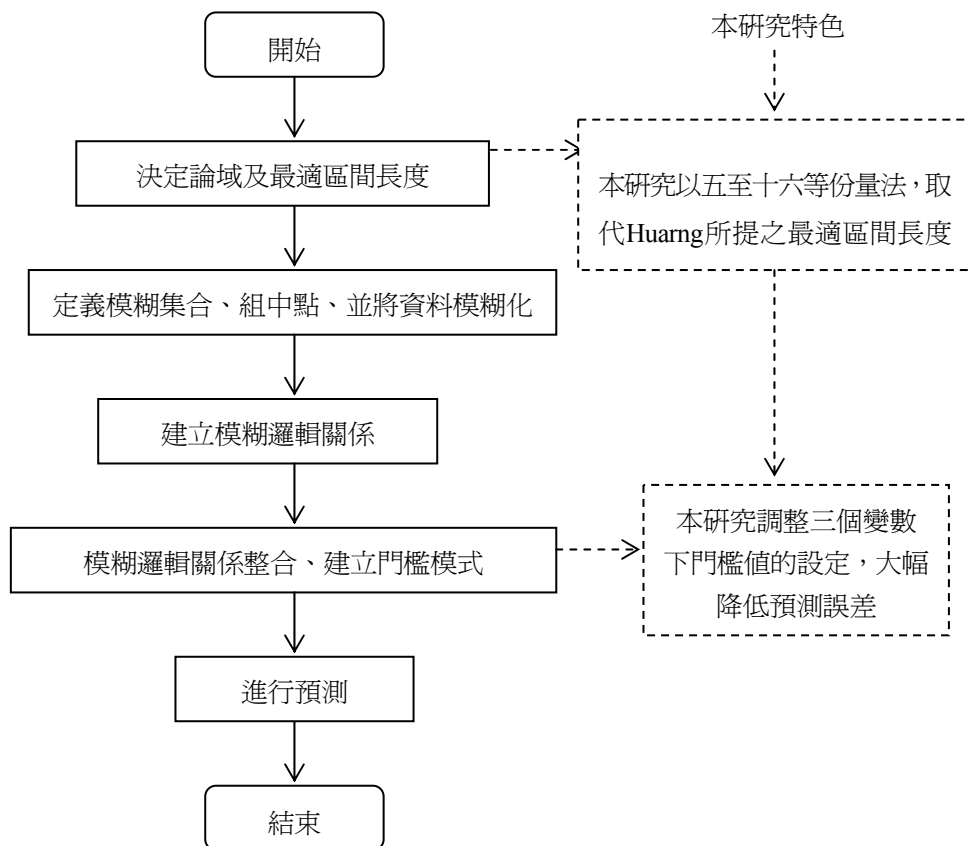


圖3 多變量模糊時間數列引導式模式建構之流程圖

定義3.3 模糊邏輯關係

假定 t 與 $t-1$ 其存在一模糊關係 $R(t-1, t)$ ，使得 $F(t) = F(t-1) \times R(t-1, t)$ ，那麼我們可以說 $F(t)$ 受到 $F(t-1)$ 的影響，且 $F(t)$ 與 $F(t-1)$ 間的關係可以表示成

$$F(t-1) \rightarrow F(t) \quad (10)$$

又假定 $F(t-1) = A_i$ ， $F(t) = A_j$ 那麼 $F(t)$ 與 $F(t-1)$ 的模糊邏輯關係可以表示成 $A_i \rightarrow A_j$ 。這裡 A_i 命名為邏輯關係的左側（left-hand side）， A_j 命名為邏輯關係的右側（right-hand side）。

定義3.4 模糊邏輯關係整合

依照將相同的左側值聚集，並整合所有可能的模糊邏輯關係得到一模糊邏輯群。例如，以相同的左側值 A_i 為例，其所有的模糊邏輯關係可以表示成

$$A_i \rightarrow A_{j_1}, A_i \rightarrow A_{j_2}, A_i \rightarrow A_{j_3}, \dots \quad (11)$$

經整合可表示成

$$A_i \rightarrow A_{j_1}, A_{j_2}, A_{j_3}, \dots \quad (12)$$

由於Huang（2001）所提之引導式模式在執行過程中涉及結構性改變（structure change）觀念，所以本文以自迴歸門檻模式（TAR模式，Threshold model）為例，將轉捩點（change point）的觀念提出加以說明。

定義3.5 自迴歸門檻模式（TAR模式，Threshold model）

各個時間點觀察值所組成的序列 $\{Y_t\}$ ，我們根據其過去可能發生的值，來建立一個線性模式。通常，我們考慮的轉捩點（change point），即在一個時間數列，將所有的觀察值依其變化情形，清楚劃分為兩個區域，且各自成一系統，服從不同的自迴歸模式。而一個傳統的自迴歸模式（TAR, Threshold model）其表示的形式如下：

$$Y_t = \begin{cases} \Phi_{1,0} + \sum_{i=1}^{k_1} \Phi_{1,i} Y_{t-i} + a_{1,t} & \text{if } Y_{t-d} \leq r, \\ \Phi_{2,0} + \sum_{i=1}^{k_2} \Phi_{2,i} Y_{t-i} + a_{2,t} & \text{if } Y_{t-d} > r \end{cases} \quad (13)$$

其中 $\Phi_{i,j}$ ：自迴歸係數，

Y_{t-d} ：為一變數，控制門檻發生之處（或稱為延誤參數），

r ：爲一常數，稱之爲門檻（或稱轉捩點），
 $a_{1,r}, a_{2,r}$ ：爲白噪音項。

預測遵循法則：

法則1、當模糊邏輯關係整合後 A_j 是空集合；如 $A_j \rightarrow$ ，那麼 $F(t)$ 的預測值爲 m_j ，即 u_j 的組中點。

法則2、當模糊邏輯關係整合後 A_j 是一對一型式；如 $A_j \rightarrow A_{p1}$ ，那麼 $F(t)$ 的預測值爲 m_{p1} ，即 u_{p1} 的組中點。

法則3、當模糊邏輯關係整合後 A_j 是一對多型式；如 $A_j \rightarrow A_{p1}, A_{p2}, \dots, A_{pk}$ ，那麼 $F(t)$ 的預測值爲 $m_{p1}, m_{p2}, \dots, m_{pk}$ 的算術平均，即 $u_{p1}, u_{p2}, \dots, u_{pk}$ 的各組組中點平均。

3.4.2 本研究特色

由於此模式一個變數是以過去資料的變動趨勢來作爲當期預測的依據，如當期上半段趨勢向上，即判斷當期趨勢是往上的，而兩個變數是利用第二因子B的變化（增加或減少）來輔助主因子進行預測，三個變數是利用第二因子的變化大小（是否超過一個門檻值來輔助主因子）來輔助主因子進行預測。其模式皆假設第二因子的值產生在先，所以一旦第二因子的變化方向和第一因子不完全同向時，會導致誤判的結果，而三個變數情況亦如此，只是有門檻值的設定，將誤判的機會降低。因此導致一個變數的預測誤差最小、三個變數次之，而兩個變數的預測誤差會最大。本研究將三個變數中的門檻值提高，使得預測誤差降低，拉近與一個變數預測結果的差距。（如圖3說明）

3.5 多變量模糊時間數列馬可夫模式(Markov models)

3.5.1 模式建構步驟與流程

Wu（1986）提出模糊馬可夫關係矩陣做爲建構模糊時間數列模型的依據，Wu等（2003）加以擴充爲多變量模糊時間數列馬可夫模式，其模式的特性可以同時預測主因子及第二因子，並利用模糊馬可夫關係矩陣的次方做爲往前回溯的期數。在介紹多變量模糊時間數列馬可夫模式建構步驟之前，先針對相關定義進行說明。

定義3.6 模糊關係 (Fuzzy relation)

設 $\{P_i, i = 1, 2, \dots, r\}$ 爲論域 U 的一個次序分割。若在 U 上的模糊集合 G 與 H 分別爲 $G = (\mu_1, \dots, \mu_r)$ 與 $H = (v_1, \dots, v_r)$ ，其中 μ_i 與 v_i 爲佈於 U 上的隸屬度函數，則介於 G 與 H 之間的模糊關係記爲

$$R = G^T \circ H = [R_{ij}]_{r \times r} \quad (14)$$

其中“ \circ ”表示模糊合成運算，在此我們使用最大-最小（max-min），“ T ”表示轉置， R_{ij} 表介於 G 與 H 之間關係的隸屬度函數。

定義3.7 模糊馬可夫關係矩陣 \mathfrak{R}^* (Fuzzy Markov relation Matrix)

假設模糊時間數列 $\{F(X(t))\}$ 為一階模糊時間數列 FAR(1) (Fuzzy autoregressive process of order one)，也就是對所有 t 而言， $F(X_t)$ 完全倚賴 $F(X_{t-1})$ ，令 $F(X_t)$ 的隸屬度函數為 $\mu_i(X_t)$ ， $i = 1, 2, \dots, r$ ，那麼模糊馬可夫關係矩陣可以表示成

$$\mathfrak{R}^* = [\mathfrak{R}_{ij}^*]_{r \times r} = \max_{2 \leq t \leq n} [\min(\mu_i(X_{t-1}), \mu_j(X_t))]_{i, j \in r} \tag{15}$$

定義3.8 P階自迴歸模糊時間數列 FAR(P)

若時間數列模型具有下列形式，我們稱其階次為 p 的模糊自迴歸模式(p -th order of fuzzy auto-regressive model)， \mathfrak{R}^* 為 $F(t)$ 與 $F(t-1)$ ， $F(t-2)$ ， \dots ， $F(t-p)$ 之間的模糊關係矩陣。

$$F(t) = F(t-1) \circ F(t-2) \circ \dots \circ F(t-p) \times \mathfrak{R}^* \tag{16}$$

定義3.9 1階自迴歸多變量模糊時間數列 (FVAR(1) time series)

$\{(FX_{1,t}, FX_{2,t}, \dots, FX_{k,t})\}$ 為一1階自迴歸多變量模糊時間數列，當

$$(FX_{1,t}, FX_{2,t}, \dots, FX_{k,t}) = (FX_{1,t-1}, FX_{2,t-1}, \dots, FX_{k,t-1}) \begin{bmatrix} \mathfrak{R}_{11} & \dots & \mathfrak{R}_{1k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathfrak{R}_{k1} & \dots & \mathfrak{R}_{kk} \end{bmatrix} \tag{17}$$

對所有的 t 來說。而 \mathfrak{R}_{ij} 為 $\{FX_{i,j}\}$ 和 $\{FX_{j,t}\}$ 模糊馬可夫相關矩陣， $i, j = 1, 2, \dots, k$ ，既然 $(FX_{1,t}, FX_{2,t}, \dots, FX_{k,t})$ 完全倚賴 $(FX_{1,t-1}, FX_{2,t-1}, \dots, FX_{k,t-1})$ ，對所有的 t 來說，那麼我們可以將它稱為多變量模糊馬可夫過程。

圖4是Wu等（2003）所提之多變量模糊時間數列馬可夫模式建構之流程及本研究創新之處。

3.5.2 本研究特色

在文獻中不論是單變量或多變量模糊時間數列馬可夫模式皆僅以一階模糊預測來比較其預測誤差，本研究以一階至六階模糊預測，即往前回溯一期至六期，比較其預測誤差，並同時進行單變量模式及多變量模式之預測結果比較。（如圖4說明）

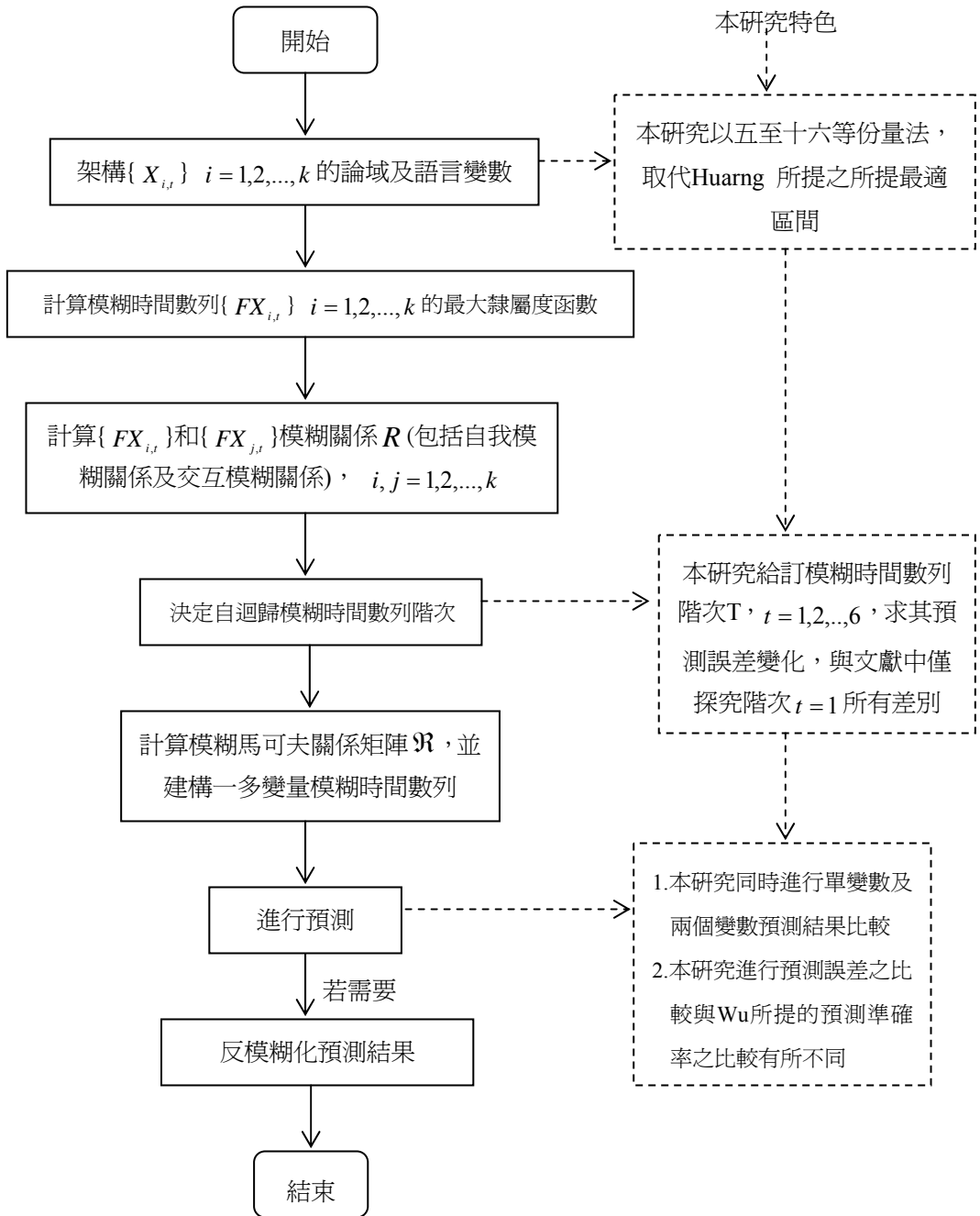


圖4 多變量模糊時間數列馬可夫模式建構之流程圖

4. 實証結果

4.1 時間數列ARIMA模式

多變量模糊時間數列模式其主因子為出口金額，以匯率作為第二因子的變數，並計算其相關係數，其係數值為0.80331，其等於零的p-value為0.0001，表示出口金額和即期匯率兩者呈正相關。

(1) 本資料來自於AREMOS經濟統計資料庫。從1995年1月至2002年3月的出口金額及即期匯率資料，這兩種資料分別有87筆。

1) 以時間數列ARIMA模式執行的結果為

$$X_{1t} = \varepsilon_t - 0.17113\varepsilon_{t-1} + 0.53338\varepsilon_{t-12} - 0.13922\varepsilon_{t-13}$$

其中 $X_{1t} = \log X_t$ ，

X_t ：出口金額

其預測誤差結果比較表如表9所示；

- 2) 從模式中可以看出此模式為季節性的移動平均模型，表示當期的出口金額，受到前一期、前十二期、及前十三期殘差的影響，其中受到落差期數十二期，即前一年同期的干擾因素影響最大，可能是季節因素使然。而出口金額受到許多干擾性因素影響，無法由過去的出口金額多寡來解釋，顯示影響貿易因素的複雜性。例如，除了匯率會影響出口金額外，國內外相對價格或國際情勢，甚至政府的貿易政策等這些都可能造成出口金額的波動。
- (2) 為了進一步釐清是否因為期間的長短，才會造成模式間有預測差異。本研究再把實證資料分成三種不同期間，作進一步的探討。
 - 1) 從1995年1月至2002年3月30的出口金額及即期匯率資料，這兩種資料分別有87筆，期間涵蓋亞洲金融危機發生的期間（1997年7月）以及前夕；
 - 2) 從1998年1月至2002年3月30的出口金額及即期匯率資料，這兩種資料分別有51筆，期間不涵蓋亞洲金融危機發生的期間（1997年7月），但包括其後續效應；
 - 3) 從2000年1月至2002年3月30的出口金額及即期匯率資料，這兩種資料分別有27筆，期間不涵蓋亞洲金融危機發生的期間（1997年7月），也淡化期後續效應。
- (3) 結果分析：

以時間數列ARIMA模式執行的結果如表7所示，本研究發現無論是亞洲金融危機發生前後，當期出口金額受到前一期、前十二期、及前十三期殘差的影響，其中亞洲金融危機後1998年1~2002年3月及2000年1月~2002年3月這兩段期間的出口金額皆受到前一期的干擾因素影響最大，顯示亞洲金融危機（1997年7月）之後，對台灣出口金額影響的干擾因素甚多，如國際情勢、國內政策、政治情勢等，且這些干擾因素都立即反應在下一期，而受到前一年同期干擾因素影響相對變小，所以與1995年1月~2002年3月這段期間反應截然不同。至於前一期

干擾因素的比重隨著時間變化逐漸降低，可由1998年1~2002年3月及2000年1月~2002年3月這兩段期間模式中係數的變化看出，這兩段期間預測誤差比較表如表9、表10、表11所示。

表7 時間數列ARIMA模式不同期間之比較表（台灣出口金額）

經濟變數	期間	時間數列ARIMA模式
出口金額	1995年1月~2002年3月	$X_{11} = \varepsilon_t - 0.17113\varepsilon_{t-1} + 0.53338\varepsilon_{t-12} - 0.13922\varepsilon_{t-13}$, $X_{11} = \log X_1$
出口金額	1998年1月~2002年3月	$X_{22} = \varepsilon_t - 0.70694\varepsilon_{t-1} + 0.16949\varepsilon_{t-12}$, $X_{22} = \log X_2$
出口金額	2000年1月~2002年3月	$X_{33} = \varepsilon_t - 0.71883\varepsilon_{t-1} + 0.1975\varepsilon_{t-12} - 0.12818\varepsilon_{t-13}$, $X_{33} = \log X_3$

註： X_1 ：出口金額

4.2 向量ARMA模式：

向量ARMA模式執行的結果如表8所示。由實証結果得知除了1998.01~2002.03這段期間外，當期的出口金額受到上一期出口金額的影響最大，而在1998.01~2002.03這段期間當期出口金額受到前一期匯率的影響高達86.7%，且呈現反向關係，又該期間的匯率走勢呈現急遽往下，而這段期間距離亞洲金融危機發生的期間1997年7月剛好是第2年（1998），而落差一期的匯率可能因為亞洲其它國家的幣值重貶，造成台幣相對升值，導致平均當期出口金額受到衝擊而減少86.7%。

表8 出口金額不同期間之比較表

總體經濟變數	期間	向量ARMA模式
出口金額	1995.01~2002.03	$X_{22t} = 0.779X_{22t-1} + 2.799 + \varepsilon_t - 0.466\varepsilon_{t-1}$ $Y_{22t} = 0.97Y_{22t-1} + 0.09 + \varepsilon_t + 0.88\varepsilon_{t-1}$
出口金額	1998.01~2002.03	$X_{33t} = 15.766 - 0.867Y_{33t-1} + \varepsilon_t + 0.252\varepsilon_{t-1}$ $Y_{33t} = 0.91Y_{33t-1} + 0.43 - 0.01X_{33t-1} + \varepsilon_t + 0.4\varepsilon_{t-1}$
出口金額	2000.01~2002.03	$X_{44t} = 0.894X_{44t-1} + 1.363 + \varepsilon_t - 0.626\varepsilon_{t-1}$ $Y_{44t} = 0.93Y_{44t-1} + 0.24 + \varepsilon_t + 0.25\varepsilon_{t-1}$

註： $X_{ii} = \log X_i$ ， X_i ：出口金額； $Y_{ii} = \log Y_i$ ， Y_i ：即期匯率

4.3 多變量模糊時間數列二因子模式

(1) 期間 1995年1月~2002年3月

- 1) 令出口金額為主因子，即期匯率為第二因子，並將主因子進行一次差分；
- 2) 決定主因子論域，並定義模糊集合 A_i (分成五等份至十六等份)，將資料模糊化；
- 3) 決定第二因子的論域，及定義模糊集合 B_j (分成五等份至十六等份)，將資料模糊化；
- 4) 選取往前回溯期數 w ($w=2$ 至 $w=7$)，計算模糊關係矩陣 \mathfrak{R} ；
- 5) 利用模糊關係矩陣 \mathfrak{R} ，得到模糊預測差異(變化) $F(t)$ ；
- 6) 將模糊預測差異(變化) $F(t)$ 反模糊化，並求得預測誤差(MSE)，如表9所示，若只考慮主因子，即一個變數，求得其預測誤差如表9所示；

表9 五種預測模式在不同等份下之預測誤差 (MSE) 比較表
(台灣出口金額1995.01~2002.03, 單位: 台幣百萬元²)

資料	期數	期間	等份	預測比較							
				ARIMA 模式	VARMA 模式	二因子模式		引導式模式		馬可夫模式	
						一個變數	二個變數	一個變數	二個變數	一個變數	二個變數
						$w=2$	$w=2$				
出口 金額	n=87	1995.01 ~ 2002.03	5	**** 9.28×10^8	*** 1.21×10^9	2.73×10^9	2.66×10^9	** 1.24×10^9	3.09×10^9	* 1.79×10^9	4.56×10^9
			6	*** 9.28×10^8	** 1.21×10^9	2.55×10^9	2.53×10^9	**** 7.25×10^8	2.99×10^9	* 1.58×10^9	1.67×10^9
			7	**** 9.28×10^8	** 1.21×10^9	2.25×10^9	* 2.18×10^9	*** 1.16×10^9	3.15×10^9	*** 1.16×10^9	3.19×10^9
			8	*** 9.28×10^8	** 1.21×10^9	2.15×10^9	2.15×10^9	**** 9.03×10^8	3.15×10^9	* 1.37×10^9	1.64×10^9
			9	** 9.28×10^8	** 1.21×10^9	2.19×10^9	2.19×10^9	**** 6.94×10^8	2.93×10^9	*** 8.87×10^8	1.79×10^9
			10	*** 9.28×10^8	** 1.21×10^9	2.14×10^9	2.14×10^9	**** 8.06×10^8	3.08×10^9	* 1.43×10^9	1.65×10^9
			11	*** 9.28×10^8	** 1.21×10^9	2.11×10^9	2.11×10^9	**** 7.2×10^8	3.48×10^9	* 1.29×10^9	1.96×10^9
			12	*** 9.28×10^8	** 1.21×10^9	2×10^9	2×10^9	**** 6.72×10^8	2.75×10^9	* 1.65×10^9	* 1.65×10^9
			13	*** 9.28×10^8	** 1.21×10^9	2.06×10^9	2.06×10^9	**** 6.58×10^8	3.88×10^9	* 1.66×10^9	* 1.66×10^9
			14	*** 9.28×10^8	** 1.21×10^9	1.97×10^9	1.97×10^9	**** 6.04×10^8	2.84×10^9	* 1.59×10^9	1.74×10^9
			15	*** 9.28×10^8	** 1.21×10^9	1.93×10^9	1.93×10^9	**** 6.23×10^8	2.82×10^9	** 1.18×10^9	1.64×10^9
			16	*** 9.28×10^8	** 1.21×10^9	1.9×10^9	1.9×10^9	**** 5.84×10^8	2.54×10^9	* 1.31×10^9	1.64×10^9

註 ****: 表橫向比較預測誤差 (MSE) 最小者; ***: 表橫向比較預測誤差 (MSE) 次小者;
**: 表橫向比較預測誤差 (MSE) 第三小者; *: 表橫向比較預測誤差 (MSE) 第四小者。

7) 本研究發現出口金額預測值與實際值的平方誤差 (MSE)，不論是一個變數或兩個變數，以往前回溯兩個月 ($w=2$) 為最小，三個月 ($w=3$) 次之，且都有往前回溯期數愈長，誤差愈大的趨勢，即顯示出口金額大小變化快速，時間距離愈長，參考價值愈低，且當往前回溯期數相同時，絕大部份二個變數的預測誤差低於一個變數的預測誤差，惟當等份增加時，二者差距變小甚至相等。

(2) 期間 1998 年 1 月~2002 年 3 月

將資料處理過程同上，求得一個變數及兩個變數的預測誤差 (MSE) 表10所示，其預測誤差 (MSE)的變化同199501~200203期間。

表10 五種預測模式在不同等份下之預測誤差 (MSE) 比較表

(台灣出口金額1998.01~2002.03，單位：台幣百萬元²)

資料	期數	期間	等份	預測比較							
				ARIMA 模式	VARMA 模式	二因子模式		引導式模式		馬可夫模式	
						一個變數	二個變數	一個變數	二個變數	一個變數	二個變數
						w=2	w=2			t=2	t=2
出口金額	n=51	1998.01~2002.03	5	***1.34×10 ⁹	**1.41×10 ⁹	3.17×10 ⁹	2.86×10 ⁹	****7.49×10 ⁸	2.5×10 ⁹	*2.07×10 ⁹	*2.07×10 ⁹
			6	***1.34×10 ⁹	**1.41×10 ⁹	2.89×10 ⁹	2.85×10 ⁹	****7.16×10 ⁸	2.23×10 ⁹	*1.97×10 ⁹	*1.97×10 ⁹
			7	**1.34×10 ⁹	**1.41×10 ⁹	2.56×10 ⁹	2.47×10 ⁹	****5.86×10 ⁸	2.1×10 ⁹	***1.12×10 ⁹	*2.07×10 ⁹
			8	***1.34×10 ⁹	**1.41×10 ⁹	2.51×10 ⁹	2.41×10 ⁹	****5.59×10 ⁸	1.9×10 ⁹	*1.86×10 ⁹	1.94×10 ⁹
			9	**1.34×10 ⁹	*1.41×10 ⁹	2.63×10 ⁹	2.61×10 ⁹	****4.13×10 ⁸	2.04×10 ⁹	***1.18×10 ⁹	2.23×10 ⁹
			10	***1.34×10 ⁹	**1.41×10 ⁹	2.52×10 ⁹	2.51×10 ⁹	****6.23×10 ⁸	2.58×10 ⁹	*1.61×10 ⁹	1.94×10 ⁹
			11	***1.34×10 ⁹	**1.41×10 ⁹	2.52×10 ⁹	2.52×10 ⁹	****5.67×10 ⁸	2.57×10 ⁹	*1.84×10 ⁹	1.99×10 ⁹
			12	*1.34×10 ⁹	*1.41×10 ⁹	2.32×10 ⁹	2.29×10 ⁹	****5.88×10 ⁸	1.95×10 ⁹	***1.28×10 ⁹	1.91×10 ⁹
			13	***1.34×10 ⁹	**1.41×10 ⁹	2.45×10 ⁹	2.43×10 ⁹	****6.09×10 ⁸	*1.83×10 ⁹	2.07×10 ⁹	1.94×10 ⁹
			14	**1.34×10 ⁹	*1.41×10 ⁹	2.31×10 ⁹	2.29×10 ⁹	****3.48×10 ⁸	1.72×10 ⁹	***1.29×10 ⁹	1.77×10 ⁹
			15	***1.34×10 ⁹	*1.41×10 ⁹	2.24×10 ⁹	2.2×10 ⁹	****4.06×10 ⁸	2.03×10 ⁹	**1.35×10 ⁹	1.94×10 ⁹
			16	**1.34×10 ⁹	*1.41×10 ⁹	2.27×10 ⁹	2.25×10 ⁹	****3.42×10 ⁸	1.48×10 ⁹	***1.03×10 ⁹	2.05×10 ⁹

註 ****：表橫向比較預測誤差 (MSE) 最小者；***：表橫向比較預測誤差 (MSE) 次小者；**：表橫向比較預測誤差 (MSE) 第三小者；*：表橫向比較預測誤差 (MSE) 第四小者。

(3) 期間 2000 年 1 月~2002 年 3 月

將資料處理過程同上，求得一個變數及兩個變數的預測誤差 (MSE) 表11所示，本研究發現在2000年1月~2002年3月這段期間，當等份為10等份以上時，一個變數的預測誤差有小於等於兩個變數的情形，是否意謂著這段期間出口金額受到其他因素（如國內政策、國際情勢…等）的影響甚鉅，而且這些因素的效應遠大於即期匯率因素。

表11 五種預測模式在不同等份下之預測誤差 (MSE) 比較表
 (台灣出口金額2000.01~2002.03, 單位：台幣百萬元²)

資料	期數	期間	等份	預測比較							
				ARIMA 模式	VARMA 模 式	二因子模式		引導式模式		馬可夫模式	
						一個變數	二個變數	一個變數	二個變數	一個變數	二個變數
						w=2	w=2			t=2	t=2
出口 金額	n=27	2000. 01 ~ 2002. 03	5	**1.66×10 ⁹	****1.19×10 ⁹	3.05×10 ⁹	2.68×10 ⁹	***1.28×10 ⁹	*1.98×10 ⁹	2.81×10 ⁹	2.8×10 ⁹
			6	**1.66×10 ⁹	***1.19×10 ⁹	3.07×10 ⁹	2.96×10 ⁹	****4.84×10 ⁸	2.5×10 ⁹	*2.10×10 ⁹	2.25×10 ⁹
			7	**1.66×10 ⁹	***1.19×10 ⁹	2.46×10 ⁹	2.44×10 ⁹	****5.47×10 ⁸	*1.98×10 ⁹	2.41×10 ⁹	2.41×10 ⁹
			8	**1.66×10 ⁹	***1.19×10 ⁹	2.42×10 ⁹	2.4×10 ⁹	****3.95×10 ⁸	*2.05×10 ⁹	2.38×10 ⁹	2.57×10 ⁹
			9	**1.66×10 ⁹	***1.19×10 ⁹	2.56×10 ⁹	2.49×10 ⁹	****2.49×10 ⁸	*2.23×10 ⁹	3.5×10 ⁹	3.33×10 ⁹
			10	**1.66×10 ⁹	***1.19×10 ⁹	2.44×10 ⁹	2.47×10 ⁹	****4.41×10 ⁸	*2.41×10 ⁹	2.56×10 ⁹	2.56×10 ⁹
			11	**1.66×10 ⁹	***1.19×10 ⁹	2.48×10 ⁹	2.52×10 ⁹	****1.53×10 ⁸	*1.84×10 ⁹	2.84×10 ⁹	2.84×10 ⁹
			12	**1.66×10 ⁹	***1.19×10 ⁹	*2×10 ⁹	2.03×10 ⁹	****1.38×10 ⁸	2.15×10 ⁹	2.92×10 ⁹	3.33×10 ⁹
			13	*1.66×10 ⁹	***1.19×10 ⁹	2.37×10 ⁹	2.37×10 ⁹	****1.64×10 ⁸	**1.45×10 ⁹	3.59×10 ⁹	2.89×10 ⁹
			14	**1.66×10 ⁹	***1.19×10 ⁹	*1.93×10 ⁹	1.96×10 ⁹	****2.23×10 ⁸	2.06×10 ⁹	2.36×10 ⁹	3.74×10 ⁹
			15	*1.66×10 ⁹	***1.19×10 ⁹	1.98×10 ⁹	1.98×10 ⁹	****2.08×10 ⁸	**1.47×10 ⁹	2.39×10 ⁹	2.67×10 ⁹
			16	**1.66×10 ⁹	***1.19×10 ⁹	1.91×10 ⁹	1.93×10 ⁹	****2.08×10 ⁸	*1.87×10 ⁹	2.51×10 ⁹	2.78×10 ⁹

註 ****：表橫向比較預測誤差 (MSE) 最小者；***：表橫向比較預測誤差 (MSE) 次小者；

**：表橫向比較預測誤差 (MSE) 第三小者；*：表橫向比較預測誤差 (MSE) 第四小者。

4.4 多變量模糊時間數列引導式模式

(1) 期間1995年1月~2002年3月

- 1) 決定出口金額的論域，並將資料分為分成五等份至十六等份；
- 2) 將資料模糊化；
- 3) 建立出口金額兩兩連續時間 (t_i 及 t_{i+1}) 的模糊關係，並加以整合；
- 4) 利用即期匯率的漲跌為第二個變數；
- 5) 利用即期匯率的漲跌取絕對值後的平均值再除以2做為第三個變數（即門檻值），並以即期匯率的漲跌取絕對值後的平均值為調整後門檻值，兩種情況下進行預測誤差一比較；
- 6) 比較一個變數、二個變數、三個變數預測結果，如表9所示，本研究發現不論取多少等份，一個變數的平方誤差（MSE）為最小，三個變數次之，這樣的結果可能與該模式本身的特性有關，因引導式模式一個變數的預測是以本身的變動方法決定未來或下一期可能發生的，二個變數以第二因子的變化（第二因子結果先得知）來判斷第一因子的變動方向，若兩者呈不完全正向關係，那麼可能導致誤判，至於三個變數因有門檻值的限制，所以會將誤判機會降低，以致於一個變數的誤差最小，而三個變數次之，二個變數最大，這樣結果和一般模式中有效變數增加其誤差愈小的假設有所不同。

(2) 期間1998年1月~2002年3月

將資料處理過程同上，求得預測誤差（MSE）表10所示，其預測誤差（MSE）的變化同1998年1月~2002年3月期間。

(3) 期間 2000 年 1 月~2002 年 3 月

將資料處理過程同上，求得預測誤差（MSE）表11所示，其預測誤差（MSE）的變化同2000年1月~2002年3月期間，惟五等份例外。

4.5 多變量模糊時間數列馬可夫模式預測結果之分析

(1) 期間1995年1月~2002年3月

- 1) 先決定出口金額及即期匯率的論域，再分別將資料取五等份至十六等份；
- 2) 分別計算最大隸屬度函數；
- 3) 分別計算出口金額及即期匯率本身模糊關係，並計算前一期出口金額和當期即期匯率的模糊關係，及當期出口金額和前一期即期匯率的模糊關係；
- 4) 計算模糊馬可夫關係矩陣 \mathfrak{R}^* ；
- 5) 進行預測，並將預測結果反模糊化，其預測誤差(MSE)如表9所示；
- 6) 若只考慮出口金額，即一個變數，其預測誤差(MSE)如表9所示，本研究發現不論是一個變數或二個變數，絕大部份往前回溯兩期的預測誤差小於往前回溯一期的預測誤差，惟

1995年1月~2002年3月期間五等份二個變數情況下例外，且往前回溯至第三期的預測誤差值趨於穩定。而往前回溯一期一個變數狀態下的預測誤差皆大於往前回溯一期二個變數的預測結果，當往前回溯期數增加時，一個變數的預測誤差有小於或等於二個變數的預測誤差的情形，表示往前回溯期數愈長，即期匯率輔助預測出口金額的效果愈弱。

(2) 期間1998年1月~2002年3月及期間2000年1月~2002年3月

將資料處理過程同上，求得一個變數及二個變數的預測誤差 (MSE) 表10、表11所示，其預測誤差變化同1995年1月~2002年3月期間。

4.6 五種模式預測結果之比較

(1) 期間1995年1月~2002年3月

為了清楚比較上述五種模式所得預測誤差 (MSE) 結果，僅取每一種模式中誤差最小的結果為代表，作為比較基準，如表9及圖5 (圖以七等份為代表) 所示。本研究發現時間數列ARIMA模式與引導式模式一個變數的預測誤差較小，馬可夫模式次之，二因子模式第三，惟五等份及七等份二個變數時例外。顯示時間數列ARIMA模式仍具有其優勢，是否因為研究期間較長，時間數列ARIMA模式較容易捕捉其趨勢，或因實證資料所涵蓋的期間包括1997年7月的東南亞金融危機，造成時間數列ARIMA模式相較於多變量模糊時間數列模式有較小的預測誤差，本文再針對1995年1月~2002年3月及2001~200203這兩段期間做深入研究。

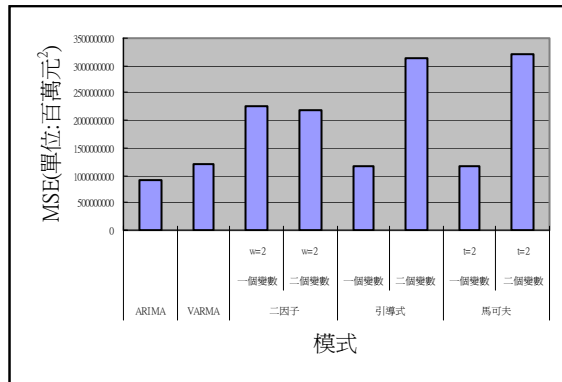


圖5 五種預測模式預測誤差 (MSE) 結果之比較 (1995.01~2002.03台灣出口金額)

(2) 期間1998年1月~2002年3月及期間2000年1月~2002年3月

將二組不同期間及五種模式所得預測結果加以整理，如表10、表11、及圖6、圖7 (圖以七等份代表) 所示。本研究發現在1998年1月~2002年3月及2000年1月~2002年3月這兩段期間資料，以多變量模糊時間數列引導式模式的預測結果較佳，且期間愈短，以多變量模糊時間數列模式預

測，其預測誤差相較於時間數列ARIMA模式及VARMA模式會愈小，顯示多變量模糊時間數列模式隨研究期間愈短預測優勢有上升的趨勢。而多變量模糊時間數列二因子模式與馬可夫模式預測誤差之間差異，本研究發現在1998年1月~2002年3月這段期間馬可夫模式的預測誤差皆小於二因子模式，但在2000年1月~2002年3月這段期間兩者差異性變小，甚至二因子模式預測誤差會小於馬可夫模式，顯示當研究期間較長，馬可夫模式優於二因子模式；當期間愈短，兩者差異性變小，甚至二因子模式勝於馬可夫模式。

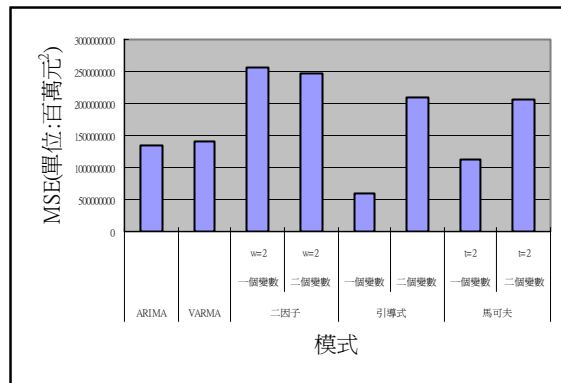


圖6 五種預測模式預測誤差 (MSE) 結果之比較 (1998.01~2002.03台灣出口金額)

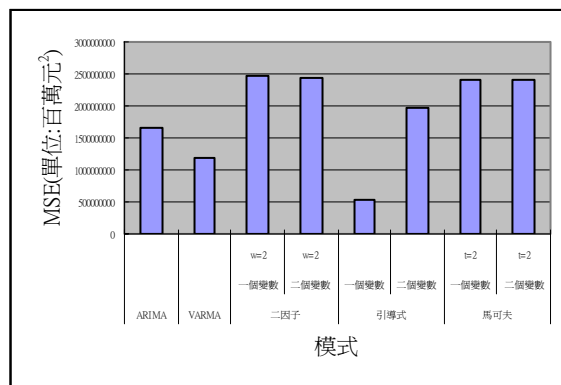


圖7 五種預測模式預測誤差 (MSE) 結果之比較 (2000.01~2002.03台灣出口金額)

4.7 不同等份預測結果之比較

本研究將資料採一般最常用的五等份至十六等份分量法，在三種不同多變量模糊時間數列模式下比較其預測誤差 (MSE) 的變化，其結果如下：

(1) 多變量模糊時間數列二因子模式 (Two-factor models)

將三組不同期間出口金額資料以不同等份、一個變數及二個變數、及往前回溯二期至七期情況下求得之預測誤差 (MSE)。本研究發現在二因子模式下，三組不同出口金額資料不論期間長短，不論是一個變數或二個變數型態，或往前回溯期數為何，將資料取十四個等份即有較小的預測誤差。由實証結果得知在二因子模式下，當等份增加時，其預測誤差變化並非呈持續遞減狀態，而是具有波動性，因此在顧及預測誤差、區間定義及解釋的方便性與合理性、研究時間成本等多方面考量下，選擇適當的區間長度或等份，即可滿足研究的目的。

(2) 多變量模糊時間數列引導式模式 (Heuristic models)

將三組不同期間出口金額資料以不同等份求得之預測誤差 (MSE)，本研究發現在引導式模式下三組不同出口金額，在1995年1月~2002年3月及1998年1月~2002年3月這兩段期間，不論是一個變數、二個變數或三個變數型態，將資料取十四個等份即有較小的預測誤差；而在2000年1月~2002年3月這段期間，不論是一個變數、二個變數或三個變數型態，將資料取十一個等份即有較小的預測誤差，由這三組不同期間、不同等份下預測誤差的變化得知，當期間愈短時，可以以較少的等份即可獲得較小的預測誤差。當等份增加時，預測誤差變化並非呈持續遞減狀態，也是具有波動性。

(3) 多變量模糊時間數列馬可夫模式 (Markov models)

將三組不同期間出口金額資料以不同等份求得之預測誤差 (MSE)，本研究發現在多變量模糊時間數列馬可夫模式下，往前回溯至第3期，其預測誤差值幾乎趨於穩定，而三組不同出口金額，在1995年1月~2002年3月及1998年1月~2002年3月這兩段期間不論期間長短，在一個變數型態下，若只考慮往前回溯一期至三期，將資料取九等份，即有較小的預測誤差，而在二個變數下，將資料取八等份，即有較小的預測誤差；而在2000年1月~2002年3月這一組資料，若只考慮往前回溯一期至三期，不論是一個變數或二個變數下，將資料取七等份，即有較小的誤差，由這三組不同期間、不同等份下預測誤差的變化得知，當期間愈短時，可以以較少的等份即可獲得較小的預測誤差。當等份增加時，預測誤差變化並非呈持續遞減狀態，也是具有波動性。

4.8 多變量模糊時間數列二因子模式下不同 B_i 設定之預測誤差比較

在多變量模糊時間數列二因子模式中模糊集合 B_i 是指主因子及第二因子的變動關係，其值的設定，對預測誤差有絕對的影響力，但在文獻中完全未提及，本研究嘗試以不同的模糊集合 B_i 設定，將模糊集合 B_i 分為固定 B_i （表示 B_i 的值不會隨著等份增加而有所變動）及變動 B_i （表示 B_i 的值會隨著等份增加而有所變動），比較其預測誤差。

由實證結果得知，在1995年1月~2002年3月及1998年1月~2003年3月這兩段期間，不論往前回溯期數為何，絕大部份模糊集合以變動 B_i 的預測誤差相較於固定 B_i 小，而2000年1月~2002年3月兩者差異性變小、相等、甚至變動 B_i 的預測誤差大於固定 B_i ，顯示期間長短及模糊集合 B_i 值的

設定，對預測誤差有絕對影響力，所以在二因子模式實証研究中應先針對模糊集合 B_i 的設定進行研究，考量模糊集合 B_i 各種狀態，其研究方法才具周延性，且達到預測的目的。

4.9 多變量模糊時間數列引導式模式三個變數下門檻值修改前後之預測誤差比較

由於此模式一個變數是以過去資料的變動趨勢來作為當期預測的依據，如當期上半段趨勢向上，即判斷當期趨勢是往上的，而二個變數是利用第二因子 B 的變化（增加或減少）來輔助主因子進行預測，三個變數是利用第二因子的變化大小（是否超過一個門檻值來輔助主因子）來輔助主因子進行預測。其模式皆假設第二因子的值產生在先，所以一旦第二因子的變化方向和第一因子不完全同向時，會導致誤判的結果，而三個變數情況亦如此，只是有門檻值的設定，將誤判的機會降低。因此導致一個變數的預測誤差最小、三個變數次之，而二個變數的預測誤差會最大。本研究將三個變數中的門檻值提高，使得預測誤差降低，拉近與一個變數預測結果的差距。

由實證結果得知，將門檻值提高，確實可以將預測誤差降低，以1995年1月~2002年3月及1998年1月~2002年3月這兩段期間來看，預測誤差降低的比率為100%，而2000年1月~2002年3月這一段期間來看，預測誤差降低的比率為75%。因此在引導式模式三個變數實証研究中，以第二因子差分後的絕對值平均為門檻值比絕對值平均再除以2為門檻值預測誤差降低許多，其預測能力較強。

5. 結論

綜合上述之實証分析，顯示本研究發現台灣出口金額受到外在因素影響，與過去歷年來的出口金額多寡無太大關聯，但整體而言整個趨勢往上，且受到落差期數一期、十二期、十三期的影響，且以前一期的干擾最大，惟1995.01~2002.03這段期間模式例外，顯示亞洲金融危機對出口金額多寡有提前反應的跡象，而即期匯率對出口金額的影響在1998.01~2002.03這段期間特別明顯，表示亞洲金融危機的後續效應，即期匯率對出口金額的影響在隔年立即反應。

就預測結果而言，時間數列ARIMA模式仍具有其預測優勢，在研究期間較長時以時間數列ARIMA模式其預測誤差較小，但隨著研究期間愈短，多變量模糊時間數列模式其預測的能力有上升的趨勢。就單變量與多變量模式預測結果之比較，除多變量模式二因子模式外，一個變數的預測結果優於二個變數，可能是研究資料本身的特性使然，但是當研究期間縮短時，兩者差異變小，甚至二個變數預測結果優於一個變數，如VARMA模式預測誤差小於ARIMA模式，是否意味當研究期間愈短時，可以用較多的研究變數來達到預測誤差降低的效果。

在模糊時間數列中最適區間選取扮演極重要的角色，是影響預測誤差(MSE)主要因素之一，雖然Huang (2001) 提出選取最適區間的兩種方法確實可以達到降低預測誤差(MSE)的目的，但往往因實証資料全距太大，使得組數太多，在定義模糊區間的語彙詞有其困難度，且在操作上

增加複雜性。本研究在最適區間的選取上，採一般最常用的五等份至十六等份分量法，並套入三種不同多變量模糊時間數列模式中。其研究結果發現最適區間的選取並非組距愈小愈好；而過去文獻中最常用的五等份、六等份及七等份分量法，所得預測誤差都相對較大，且不同模式其最適區間長度也會有所差異。所以在實際應用上不論是考量模糊區間語彙詞的定義，或控制預測誤差的大小，建議改採八等份以上的分量法。若情況允許，甚至可以先以不同等份進行比較其預測誤差，作為選擇最適區間長度的依據。

參考文獻

- [1] 吳柏林、林玉鈞，「模糊時間數列分析與預測：以臺灣地區加權股價指數為例」，應用數學學報，中國科學院，北京，第25卷第1期，民國91年，67-76頁。
- [2] 吳柏林、曾能芳，「模糊迴歸參數估計及在景氣對策信號之分析應用」，中國統計學報，第36卷第4期，民國87年，339-420頁。
- [3] 吳柏林、張鈿富、廖敏治，「模糊時間數列與台灣地區中學教師需求人數之預測」，國立政治大學學報，第73期，民國85年，287-312頁。
- [4] 吳柏林、許毓云，「模糊統計分析在台灣地區失業率應用」，中國統計學報，第37卷第1期，民國88年，37-52頁。
- [5] 李建興，「臺灣貨幣需求函數之結構轉折點與轉折區間的比較研究：變數模糊時間序列的應用」，復興學報，民國88年，271-286頁。
- [6] 陳國任、林雅惠、吳柏林、謝邦昌，「模糊統計分析及在茶葉品質評定的應用」，台灣茶葉研究彙報，第17期，民國87年，19-37頁。
- [7] 曹勝雄、曾國雄、江勁毅，「傳統計量迴歸、模糊迴歸、GMDH、類神經網路四種方法在預測應用之比較—以國人赴港旅客需求之預測為例」，中國統計學報，第34卷第2期，民國85年，132-161頁。
- [8] 曾能芳，「模糊隨機變數在線性迴歸模式上的應用」，國立政治大學統計研究所博士論文，民國91年。
- [9] 廖敏治，「非穩定模糊時間數列的模式建構及預測」，中國統計學報，第40卷第4期，民國91年，493-481頁。
- [10] Box, G. E. P., and Jenkins, G. M., *Time Series Analysis Forecasting and Control*, 2nd, ed, San Francisco: Holden-Day, 1970.
- [11] Box, G. E. P., and Tiao, G.C., "A canonical analysis of multiple time series," *Biometrika*, 64, 1977, pp.355-365.

- [12] Chen, S., "Forecasting enrollments based on fuzzy time series," *Fuzzy Sets and Systems*, 18, 1996, pp.311-319.
- [13] Chen, S., Hwang, J., "Temperature Prediction Using Fuzzy Time Series," *IEEE Transactions on System ' Man and Cybernetics, -Part B: Cybernetics*, 30(2), 2000, pp.263-375.
- [14] Huarng, K., "Heuristic models of fuzzy time series for forecasting," *Fuzzy Sets and Systems*, 123, 2001, pp.369-386.
- [15] Sullivan, J., Woodall, W., "A comparison of fuzzy forecasting and Markov modeling," *Fuzzy Sets and System*, 64, 1994, pp.79-293.
- [16] Song, Q. and B. S. Chissom, "Forecasting enrollments with fuzzy time series-Part I," *Fuzzy Sets and Systems*, 54, 1993a, pp.1-9.
- [17] Song, Q. and B. S. Chissom, "Fuzzy time series and its models," *Fuzzy Sets and Systems*, 54, 1993b, pp.269-277.
- [18] Song, Q. and B. S. Chissom, "Forecasting enrollments with fuzzy time series – Part II," *Fuzzy Sets and Systems*, 62, 1994, pp.1-8.
- [19] Tseng, F., Tzeng, G., Yu, H., Yuan, B., "Fuzzy ARIMA model for forecasting the foreign exchange market," *Fuzzy Sets and Systems*, 118, 2001, pp.9-19.
- [20] Wu, B. and Chen, M., "Use fuzzy statistical methods in change periods detection," *Applied Mathematics and Computation*, 99, pp.241-254.
- [21] Wu, B., Tse, S. and Hsu, Y., "A New approach of bivariate fuzzy time series: with applications to the stock index forecasting," *International Journal of Uncertainty Fuzziness Knowledge based system*. (accepted), 2003.
- [22] Wu, W., " Fuzzy reasoning and fuzzy relational equations," *Fuzzy Sets and Systems*, 20, 1986, pp.67-78 °
- [23] Zadeh, L.A., "Fuzzy Sets." *Information and Control*, 8, 1965, pp.338-353.