

# 以口語評估方式進行群體決策綜合評判函數 之建構與應用

The Construction and Application of Aggregation Function for  
Group Decision-making Based on Verbal Evaluation

陳光華 Kaung-Hwa Chen  
國立高雄餐旅學院旅運管理系

Department of Travel Management of National Kaohsiung Hospitality College

(Received February 6, 2004; Revised November 17, 2004)

**摘要：**口語使用的便利性與普遍性已日益增加，且其效果與數值並無差異因而適用專家在作決策時評估之用，因此口語模式(verbal model)已被廣泛地使用在決策系統上。本研究根據決策者行為構面(對評估口語的極值與平均位置的考量)的特性，針對口語評估語的綜合評判函數提出適用的條件與性質，並據以建構多人決策之口語綜合評估函數對口語直接作綜合運算。本研究著重在決策者行為構面，並提出一系統化的程序來表示其對評估口語權重的影響，這是統計方法無法分析的。

**關鍵詞：**群體決策、口語模式、綜合評判函數

**Abstract :** Verbal terms have become increasingly convenient and prevalent nowadays as they can be easily used by experts (decision makers) for decision preferences and reveal the same affectivity in terms of number for decision making. Therefore, the verbal models have been applied frequently to decision systems. This paper has proposed available conditions and properties of aggregation function for verbal models from the perspective of social behavior (i.e. averaged location and polar evaluators of decision makers in group decision making). A multi-person verbal model is then established and aggregation function is also aggregated directly by verbal terms according to the above conditions and properties. The proposed model focuses on behavior of decision makers and proposes

a systematic process to express the impact of these behaviors on the weight of verbal terms, which cannot be analyzed by any statistical methods.

**Keywords :** Group decision-making, verbal model, aggregation function

## 1. 導論

人類日常的資訊表達不外乎有兩種形式：一為數值，一為口語。數值讓分析者便於進行客觀的測量與精確的比較，進而方便數學上的運算。然而數值精確的本質並不適合表達概念中的不確定性，因此口語便成為更貼切、容易的表達形式，且較適合傳達主觀意見中的模糊性 (vagueness)。許多研究指出人類 (即使是專家) 偏好使用口語來表達意見，例如Brun and Teigen (1988) 指出醫師偏好使用口語來表達疾病的機率，其他的研究 (Kuipers *et al.*, 1988; Merz *et al.*, 1991) 亦指出專家偏好以口語而非數值的形式來表達與處理機率問題。由於專家系統的發展，一種能方便專家知識表達及運算機制之需求日益增加，決策領域之研究者始重新反思口語資訊處理的有效性及可能性。首先研究者著手分析口語形式資訊與數值形式的差異，其結果發現「人類處理口語形式的機率與數值形式的機率其績效並無顯著差異」(Budescu and Wallsten, 1990; Wallsten, *et al.*, 1993; Huizingh and Vrolijk, 1997)。此一結論激起本研究進行口語綜合運算研究的想法。

人類除了偏好口語表達外，也習慣於口語資訊的綜合。例如，假設3位朋友對某一首歌的評價分別為「很好聽」、「好聽」、「很好聽」，而對另一首歌的意見分別為「很糟」、「不值一聽」、「很好聽」，那麼直覺會認為前者較受青睞。明顯的，人類認知可以很容易地綜合口語意見並進行比較，同時亦能感受到後者意見較分歧，亦即變異或不一致的程度。事實上，人類生活中的許多決策都是依賴直覺對意見的均值與變異做估計，因此發展適當的口語運算模式是必要的。

口語模式雖已被廣泛地使用在系統控制以及人機介面的交談模式上。然而評估問題所面臨的種種困難：如評估者主觀評估值的表達不精確且含混不清、評估環境充滿不確定性、以及群體決策時各種綜合評判函數 (aggregation function) 的性質與適用性等均是亟待解決的議題。自1970年Bellman與 Zadeh將決策理論的觀念與定義應用於模糊的環境中，引發許多令人注目的研究成果。此外，由於資料庫的設計與資訊的擷取其所需處理之資訊大部分均是充滿不精確性 (imprecision)，為方便資料庫能夠接受或適應此種資訊並能操作以口語詞 (linguistic term) 表示的資訊，模糊邏輯 (fuzzy logic) 與模糊推理 (fuzzy reasoning) 是一個很好的工具，如Buckles與Perty (1982) 就提出一個模糊的關連式資料庫 (relational database) 模式。然而對於專家系統而言，知識庫也面臨一個事實，那就是其所包含的關係 (relations)、判斷 (judgments)、意見 (opinions) 及規則 (rules of thumb) 均顯示不同程度的不精確性與不確定性，所以其推理機制所使用之規則

亦具有不精確性或具啟發式學習的本質，因此，Buckles (1982, 1983, 1984) 便將近似推理 (approximate reasoning) 及模糊邏輯 (fuzzy logic) 應用在推理的過程。

Zadeh (1972) 所提出異於傳統兩元邏輯運算的多元值邏輯運算使得以自然語言表達的口語運算變為可行；也就是開啓了演繹式的口語模式 (deductive verbal models) 的可能性。一個口語模式允許有語言變數而非數值變數，也允許以言詞而非數學術語來定義變數間的關係。例如 Kickert (1979) 的模式中就重新定義口語的運算規則並應用在實務上，而 Wenstop (1976) 則針對組織績效評估定義出評估語之內容與特定語法去建構一個推導式口語模式。在越來越多的口語模式應用中，可預期到口語模式之綜合運算在群體決策環境中的重要性，而綜合運算基本上要滿足一些決策上的必要條件，因此，有學者是以公理法 (axiom) 來強調模糊的綜合運算應符合這些公理。針對綜合運算在數學上所應具備的公理，Yager (1994) 提出模糊集合的綜合運算函數應具有單調性 (monotonic)、單一性 (identity)、及交換性 (commutative) 等三種特性，故提出了MICA (Monotonic, Identity, Commutative Aggregation) 的運算函數。Dubois與Koning (1991)有十分清楚地介紹模糊群體決所必須滿足的公理，他將這些公理分成三群：

- (1) 必要性公理 (imperative)：違反了這類的公理會明顯的與直覺矛盾。
- (2) 技術性公理 (technical)：用以幫助表達或計算聚集運算。
- (3) 機能性公理 ( facultative )：適用於特殊情況，如一致同意 (unanimity) 等。

本研究將綜合函數之運算分為兩方面；(一)以模糊集為基礎之運算，如 Dubois 與 Koning (1991) 以  $n$  個模糊集表示  $n$  個個別決策者對方案的偏好，提出滿足上述公理之綜合函數及其一般式以供各種決策環境使用。Fung 與 Fu (1975) 提出了一組模糊群體決策所必須滿足的合理化公理，檢視最小法與最大值法的運算。Cholewa (1985) 以技術診斷的問題為例，說明診斷的準則本質上便不精確 (imprecise)，其原因是由於人類的知識有限與對於真實物體的狀態難以掌握其複雜的資訊，他延續 Fung 與 Fu 使用合理化公理法的方式來做群體的決策制定，並提出一種叫“事後加權” (a posteriori weighting) 的函數來將不同的意見加以綜合。

雖然，模糊集理論已被廣泛地應用在管理方面，以自然語言表示的資訊或評估可藉由模糊邏輯與推理獲得解決。然而，管理者或專家對於模糊集理論在其資訊的獲得與評估上的應用非得深入瞭解模糊集理論而不能得心應手。加以模糊運算過程繁雜，對於管理者或專家的使用因而隔閡更深。而且，很明顯地，不同來源之資訊評估方式亦不盡相同，故推理規則便不同，管理者或專家必須依其經驗而產生推理規則，而若不對模糊推理深入研究亦不得其門而入。但若以純粹之自然語言表示資訊的話，雖然對於管理者或專家較無隔閡，但是廣泛地自然語涵意，很難有嚴謹的推理運算去整合或評估這些資訊。

職是之故，為避免決策者對模糊運算的隔閡；另一方面的研究 (包括前段提及之部分研究) 為；(二)先行定義出由口語評估語所組成的標語集 (label set)，集合中每一個元素對應一模糊歸屬函數 (membership function) 再將決策者的口語評估轉為模糊運算值再進行綜合運算 (Herrera,

*et al.*, 1996; Hersh & Caramazza, 1976; Kacprzyk, 1990; Yager, 1988)。當模糊理論被廣泛應用在語言評估及群體綜合決策時，各種的綜合運算紛紛被提出，雖然如此，對於「甚麼是最好的或較合適的模糊綜合運算子？」至今仍未有解。有些研究以特定之模糊歸屬函數來描述標語集的口語評估語並據以作綜合運算找出最後評語(不管是數字或模糊值)，然而根據余慶芳（民86）的研究實驗指出：決策者對口語評估的最後結果與用各種模糊綜合運算子所得的結果有顯著差異，其結果引出各種被提出的模糊綜合運算子是否能「真正」描述決策群體的決策行為議題，近年來決策理論的發展重心已由抽象的模式與公理組成的規範性理論，逐漸移轉到重視及關切實際決策者行為的描述性理論，其原因在於人類的許多決策行為明顯的與規範性理論的公理相抵觸 (Kleindorfer *et al.*, 1993；Ohtsubo and Masuchi, 2004)，而這也是現行研究待解問題。

綜合以上文獻可知：口語模式是利用單一口語且具順序的口語集來作為決策者表示偏好的結果，而進行綜合評判時有兩種方法：一是將之轉化為等距尺度的數值或模糊歸屬函數再作分析，最後結果是以數值表之。另一方面則是直接對口語作綜合評判，最後結果還是口語。然而不論方法為何，一般而言綜合評判函數  $F$  必須滿足下列條件：

- (1)  $F$  具交換性，意即若  $(a_1, a_2, \dots, a_m) \in P^m$ ，則  $F(a_1, a_2, \dots, a_m) = F(p(a_1), p(a_2), \dots, p(a_m))$ ，其中  $p(a_1)$ ，  
 $p(a_2), \dots, p(a_m)$  為  $a_1, \dots, a_m$  之任一排列。
- (2)  $F$  為非遞減函數，意即  
存在  $(a_1, \dots, a_m) \in P^m, a'_1, \dots, a'_m \in P^m$  若  $a_i \geq a'_i, \forall i = 1, 2, \dots, m$  則  $F(a_1, \dots, a_m) \geq F(a'_1, \dots, a'_m)$ 。
- (3)  $F$  為連續函數。
- (4)  $F$  滿足同一性，亦即  $F(a, \dots, a) = a$ 。
- (5)  $F(a_1, a_2, \dots, a_n)$  的綜合評估值介於  $a_1, a_2, \dots, a_n$  之中的最大值與最小值之間，也就是說，  
 $\min F \leq F \leq \max F$ 。

在群體決策中，其過程之複雜是可想而知的，其最後之結果或共識均牽涉到許多因素，例如決策成員的自利行為、個別評判的綜合、及資訊交換等。綜言之，群體動態(成員互動)、組織型態(決策群體的大小)、社會規範、及成員行為構面(對口語評估語的認知與偏好)等都會衝擊群體決策最後的結果。在成員互動方面，Chen and Lin (1998) 以模糊理論為基礎提出一個互動指標以描述達成共識的可能性。以決策者行為為構面的研究 (例如Ma, *et al.*, 1999; Wei, *et al.*, 2000) 均以給定個別評估口語的權值來反映成員的認知與偏好。陳光華（民90）在探討口語綜合評判函數之建構程序時，曾定義一個測式  $\alpha$  來表示決策者對正或負面口語評估語的重視程度，然而並未真正計算出對口語評估語的重視程度值，且影響決策行為的因素不只是對口語評估語的偏好而已，根據蕭文峰（民90）的研究指出，極性 (平均位置偏負面評價或偏正面評價)亦會影響最後的綜合評判結果，也就是說決策者還是會對平均位置偏正的方案有所偏好。因此，為能更確實表示出決策者最後的綜合評判決策行為，以上兩種決策行為應加以同時考量並定義出綜合評判函數。

因此，本研究以行為構面為考量，根據陳光華（民90）提出多人決策模式之口語綜合評判函數定義及具有之性質，並對口語評估值的權值給定一套計算方法以表示個別決策者對口語評估語的認知與偏好，有別於Ma等人的啟發式求權值法，本研究的求法則直接以決策者對口語之偏好來求權值。

為說明本研究的決策模式，本研究以架構在網際網路的旅遊網站之商業模式的認知為應用範例，說明本研究所提之方法及計算流程。另外再設計一個實驗以驗證本模式的正確率並檢視模式中參數值不同時對最後結果的影響。

本篇論文除前言外，第二節為建構群體決策模式之口語綜合評判函數定義及具有之性質，第三節為群體決策模式之口語綜合評判函數之實例應用--旅遊網站的商業模式認知，末節為結論與建議。

## 2. 口語綜合評判函數建構

在一般的研究中，如調查研究 (survey research)，研究者通常將所蒐集的Likert口語評估值轉換成數值，並計算其平均值與變異數值(或標準差)，再以統計方法進行檢定。以Likert五尺度{非常重要、重要、普通、不重要、非常不重要}為例，通常被轉為{5、4、3、2、1}或{2、1、0、-1、-2}，然而此種轉換方式會牽涉到人們對上常用之口語評估語的認知程度是否為「等距」的問題。由上章節的文獻說明，本研究將針對口語評估語作直接綜合評估，而不再轉換成數值或模糊歸屬函數。首先就二元關係  $R(X, X)$  定義線序集 (set of linear ordering) 之條件及一個單語評估集。

**定義1：**  $X$  為一非空有限集合且  $x, y, z \in X$ ，若集合  $X$  在關係  $R$  為一線序集，則必須滿足下列條件：

- (1)  $(x, x) \notin R$  (非反身性)
- (2) 若  $(x, y) \in R$ ，則  $(y, x) \notin R$  (反對稱性)
- (3) 存在  $y \in X$ ，當  $(x, y) \in R$  且  $(y, z) \in R$  時 則  $(x, z) \in R$
- (4) 若  $x \neq y$  則  $(x, y) \in R$  或  $(y, x) \in R$ 。

根據上述條件，例如「非常好」、「普通」、「非常差」分別代表三個口語評估值，”>”表示優於，則可得知「非常好」>「普通」，而「普通」>「非常差」，則「非常好」>「非常差」。因此集合  $X = \{\text{非常好}, \text{普通}, \text{非常差}\}$  在關係”>”上可具有線序性質。

**定義2：** 一非空有限且為奇數元素之單評估口語集  $S = \{s_i\}$ ， $i \in \{1, 2, 3, \dots, T\}$  滿足以下條件：

- (1) 對於任何  $s_i, s_j \in S$ ，若  $i > j$  則  $s_i > s_j$ 。關係”>”表示單評語口語  $s_i$  優於  $s_j$ ，
- (2) 集合  $S$  存在一中位單一評估語  $S_M$ ， $M = (T + 1)/2$ ，意即對所有  $i$  若  $i > M$  則  $s_M < s_i$ ，反之， $i < M$  則  $s_M > s_i$ 。

(3)  $S$  集對於關係“ $>$ ”具有線序性質。

根據上述陳述，一個標語集如  $X = \{\text{非常不同意}, \text{不同意}, \text{無意見}, \text{同意}, \text{非常同意}\}$  即符合所求。綜合以上定義，本研究之綜合評判函數  $F$  定義如下：

$$F : P^m \rightarrow S, , \quad (1)$$

在此評估模式中存在一組決策專家所成的集合  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ ，則由這些專家使用上述之單一口語集  $S$  來評定某一特定方案，令  $P^m$  表示專家集  $X$  的所有可能的偏好集合，意即  $P^m = \{(a_1, a_2, \dots, a_m) | a_e \in S, e = 1, 2, \dots, m\}$ 。

上述定義 1 及 2 之集合是存在且可找到，例如陳光華（民 90）對一些常用之口語評估語探討得知，經由受測者對口語評估語的評分，可架構出符合上述定義的口語集。根據上述綜合評判函數的定義，針對特定方案欲求得最後之綜合評估語  $s_i \in S$ ，先定義綜合函數如下：

$$F(a_1, \dots, a_m) = \begin{cases} s_k, & \text{若 } a_1, \dots, a_m \text{ 不全相等} \\ s_{\varphi(m)} & \text{若 } a_1 = a_2 = \dots = a_m = a \end{cases}, \quad (2)$$

其中  $(a_1, \dots, a_m) \in P^m, k = \text{int}\{w_1 + 2w_2 + \dots + Tw_T + 0.5\}$ ， $1 \leq k \leq T$ ， $w_1, w_2, \dots, w_T$  為  $s_1, \dots, s_T$  對應之權重值。權重的給定係反應多人決策者的特性與遊戲規則，使得決策過程可根據面臨之決策問題而有所調整。關於權重  $w_i$  的求法，根據蕭文峰（民 90）的口語綜合實驗研究指出：除了口語平均值（即 5、4、…1 或 2、1、…-2 等給定值的平均）有影響決策者對於口語評估值作綜合評判之外，對於極端正面或負面評價亦特別在意，此意味極端正面或負面評估語具較大權重，而類似有名的研究如 Tversky (1972) 提出的 EBA (Eliminate By Aspect) 即是將不喜歡的方案予以剔除，即表示對負面評價的重視。Wei 等人 (2000) 則認知群體決策成員間的妥協對最後結果的影響，提出一個求得妥協的權值多回合決策模式，Ma 等人 (1999) 則在求屬性權值時加入主觀的係數以反應決策成員的行為。綜言之，以上的論點主要是以決策者的行為為出發點，由於群體決策過程較之單人決策複雜，事實上實際的群體決策偏好的表現常常重於理性的表現（如妥協、制衡），職是之故，本研究從決策者行為面著手探討偏好權值以將個人對特定方案的偏好綜合成群體最後方案偏好。

根據式(2)，對  $s_1, \dots, s_T$  之權重值  $w_1, w_2, \dots, w_T$  的求法可分為二部份：

(一) 當  $a_1, a_2, \dots, a_n$  不全相等時

本研究所提出之模式中權重求法考慮以下兩方面：

1) 平均位置（極性）

令  $v_i, i = 1, 2, \dots, T$  表示對  $s_1, \dots, s_T$  之重視程度，本研究將建立一個數學模式以求得  $v_i$  值，如前所述，口語平均值（即5、4、...1或2、1、...-2等給定值的平均）在群體決策行為中是一個重要的參考值（亦就是方案在特定評估數值的平均位置），因此，為表示群體決策過程中平均值對  $v_i$  值的影響，本研究利用Bross (1958) 提出的作法，令  $r_i$  表示口語評估詞  $s_i$  的整體參照單位，其定義如下：

$$r_1 = \frac{1}{2} \pi_1, \quad r_i = \sum_{k=1}^{i-1} \pi_k + \frac{1}{2} \pi_i, \quad i = 2, \dots, T \quad , \quad (3)$$

其中  $\{\pi_i, i = 1, 2, \dots, T\}$  為一組機率分配，表示  $s_1, s_2, \dots, s_T$  在  $m$  個決策者對  $p$  個方案評估的出現機率，若令  $n_i$  表示  $s_i$  出現總次數，則  $\pi_i = n_i / pm$ ， $p$  為候選方案個數。 $r_1, r_2, \dots, r_T$  分別表示  $s_1, s_2, \dots, s_T$  的平均累積機率（average cumulative probability）。若令其差距  $d_i = r_i - r_{i-1}$ ， $i = 2, 3, \dots, T$  且  $d_1 = r_1$ ，表示  $s_i$  的邊際貢獻率，利用  $d_i$  來表示  $s_1, s_2, \dots, s_T$  重要性，故對應  $s_i$  的  $v_i$  值計算如下：

$$v_i = \frac{d_i}{\sum_{i=1}^T d_i}, \quad i = 1, 2, \dots, T \quad . \quad (4)$$

以上的作法主要是找出個方案的相對平均位置及每一評估口語的邊際貢獻度並將其轉換為對應之  $v_i$  值。

## 2) 極值偏好

接著考慮極端值對決策者的影響，為確保  $v_i$  能滿足決策者對正、負面評價的重視，須定義一種指標其數值大小要能反應出決策者對正、負面評價何者較重視，例如數值較小反應出較重視負面評價，反之亦然。故根據定義2的口語集(由小到大的排列)以及加權平均的概念，本研究提出一個測式  $\alpha$ ，定義如下：

$$\alpha = \sum_{i=1}^T \frac{i-1}{T-1} v_i \quad ,$$

若  $v_i \in [0,1]$  則  $\alpha \in [0,1]$  且亦可證明：

$$\alpha = 0, \quad \text{若 } v_1 = 1(\text{極端重視負面評價})$$

$$\alpha = 0.5 \quad \text{若 } v_M = 1(\text{中性評價})$$

$$\alpha = 1 \quad \text{若 } v_T = 1(\text{極端重視正面評價})$$

由上式可知，若  $\alpha$  介於0.5與1之間則表示  $v_i$  值傾向於重視正面評價，若  $\alpha$  介於0與0.5之間則表示  $v_i$  值傾向於重視負面評價，因此可藉由  $\alpha$  來限制  $v_i$  值傾向何種評價。接著考慮測式  $\alpha$  為限

制式的情況下，若將  $V = (v_1, v_2, \dots, v_T)$  視為一機率分配，則必須找到一機率分配  $V^*$  滿足限制式，而在滿足限制式的機率分配不惟一時，本研究以極大熵原則 (Jaynes, 1957) 來建構最佳化模式，此原則在說明所有滿足限制式的機率分配中，應選取具有最大熵的機率分配。熵 (entropy) 的極大化雖是物理領域的理論，然而它亦被成功地應用在各種領域上，Levy and Delic(1994)是最早採用極大熵最佳化模式求權值來將個別評估作綜合評判，Myung (1996) 等人亦利用Levy and Delic的最佳解公式並考慮到專家之間的互動、競爭、及準則間的相依性對個別專家預測作綜合評判。準此本研究再針對  $v_i$  值建構一個極大熵最佳化模式(maximum entropy optimization model)如下：

$$\max H(v_1, \dots, v_T) = -\sum_{i=1}^T v_i \ln v_i$$

subject to

$$\sum_{i=1}^T \frac{i-1}{T-1} v_i = \alpha \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^T v_i = 1$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, T$$

Levy and Delic認為上述的目標函數取最大熵是要保有最大不確定性或資訊漏失最少，因為當每一個口語評估語在沒有證據顯示其偏好比其餘的差的情況下，皆不能忽視之。因此在沒有證據顯示  $v_i$  值之優劣的情況下，最保守的策略就是每一個口語評估語同等重要，而上述的目標函數在  $v_i$  值均相等時其值最大。而第一個限制式主要是透過  $\alpha$  來表示對極值的重要性認知傾向(偏正(或負)面評估口語)，第二個限制式則是  $v_i$  值的性質。最佳  $v_i$  值的求法首先定義出Lagrange函數

$$L = -\sum_{i=1}^T v_i \ln v_i - \alpha_1 (\sum_{i=1}^T v_i - 1) - \alpha_2 (\sum_{i=1}^T \frac{i-1}{T-1} v_i - \alpha),$$

其中  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  為乘數因子。再分別對  $v_i$ 、 $\alpha_1$  及  $\alpha_2$  偏微分並令其為零求得三個聯立方程式，經運算整理可得到以下二個方程式：

$$v_i = \frac{e^{-\alpha_2 x_i}}{\sum_{i=1}^T e^{-\alpha_2 x_i}}, \forall i \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^T (x_i - \alpha) e^{-\alpha_2 x_i} = 0$$

其中  $x_i = i - \frac{1}{T-1}$ ，用數值分析法解出  $\alpha_i$  即可求出  $v_i$ 。當考慮五點量表時，可令  $T=5$ ，表1

中列出  $\alpha$  值從0.1到0.9時之最佳解  $v_i, i = 1, 2, \dots, 5$ 。

綜合以上二種影響決策者最後綜合評判之平均口語值及口語極值，得到兩種  $v_i$  值，而最終的  $v_i$  值計算如下：

$$v_i = \delta(\text{以平均位置的 } v_i \text{ 值}) + (1-\delta)(\text{以對偏好極值 } v_i \text{ 值}) , \quad 0 \leq \delta \leq 1$$

最後，對特定方案之  $w_i$  計算如下：

$$w_i = \frac{v_i n_i}{\sum_{i=1}^T v_i n_i}, \quad (7)$$

其中  $n_i$  為決策者中評選  $s_i$  的人數。

(二) 當  $a_1 = a_2 = \dots = a_n$  時，函數  $\varphi(m)$  之定義如下：

$$\varphi(m) = \begin{cases} \min\{T, r + \text{int}(b \cdot m)\} & \text{若 } r > M \\ r & \text{若 } r = M \\ \max\{1, r - \text{int}(b \cdot m)\} & \text{若 } r < M \end{cases} \quad (8)$$

其中  $b$  為一正數，用以表示一致性評估人數對評估語評比程度的遞增(為正面評估語時)或遞減(為負面評估語時)率。因此  $b$  很明顯與  $m$  相關，而本模式採線性關係。也就是說，每個決策者

表1  $T=5$  之  $\alpha$  值從0.1到0.9時之最佳解  $v_i, i = 1, 2, \dots, 5$

$\alpha$ 值	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$
0.1	0.7105	0.2067	0.0602	0.0175	0.0051
0.2	0.5307	0.2565	0.1240	0.0599	0.0289
0.3	0.3962	0.2574	0.1672	0.1086	0.0706
0.4	0.2884	0.2353	0.1919	0.1566	0.1277
0.5	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
0.6	0.1277	0.1566	0.1919	0.2353	0.2884
0.7	0.0706	0.1086	0.1672	0.2574	0.3962
0.8	0.0289	0.0599	0.1240	0.2565	0.5307
0.9	0.0051	0.0175	0.0602	0.2067	0.7105

對最後綜合口語的邊際遞增或遞減「效果」均相等。舉例說明，已知  $S = \{\text{非常差, 差, 普通, 好, 非常好}\}$ ，因此  $M=3, T=5, m=3$  假設這三個決策者對三個特定方案的個別評判為(差, 差, 差)、(普通, 普通, 普通)、及 (好, 好, 好)，首先，根據式(9)第二條件得知 (普通, 普通, 普通) 最後綜合評判為「普通」，若令  $b=0.3$ ，則(差, 差, 差) 最後位置指標  $r = \max\{1, \text{int}(2 - 0.3 \times 3)\} = 1$ ，所以最後綜合評判為「非常差」。再者，(好, 好, 好) 最後位置指標  $r = \min\{5, \text{int}(4 + 0.3 \times 3)\} = 4$ ，所以最後綜合評判還是「好」。

至於  $b$  的給定可採情境管理原則，若在假設人數對相同口語的邊際效果一致情況下，則線性關係(如本模式)是合適的假設。可藉由特定情境下蒐集資料，例如以本模式為主，用問卷取得決策成員對不同個數相同口語評估語的加強程度再行計算出  $b$ ，或採用動態修正(情境變動)以歷史資料建立學習機制求得。若隨著決策者人數的增減，每個決策者對最後綜合口語的邊際遞增或遞減「效果」不一致時，若考慮邊際效果遞增的情況時，亦即對同一正面(負面)評估語會隨著決策人數的遞增，正面(負面)邊際效果遞增。則可考慮倒  $s$  型函數(為  $m$  的函數)取代  $bm$ 。

本研究之綜合評判函數可證明能滿足下列公設：

- (1)  $F$  具交換性，意即 若  $(a_1, a_2, \dots, a_m) \in P^m$ ，則  $F(a_1, a_2, \dots, a_m) = F(p(a_1), p(a_2), \dots, p(a_m))$ ，其中  $p(a_1), p(a_2), \dots, p(a_m)$  為  $a_1, \dots, a_m$  之任一排列。
- (2)  $F$  為非遞減函數，意即 存在  $(a_1, \dots, a_m) \in P^m, a'_1, \dots, a'_m \in P^m$  若  $a_i \geq a'_i, \forall i = 1, 2, \dots, m$  則  $F(a_1, \dots, a_m) \geq F(a'_1, \dots, a'_m)$ 。
- (3)  $F$  為連續函數，意即 對每一  $(a_1, \dots, a_m) \in P^m$  均存在一個  $s \in S$  使得  $F(a_1, \dots, a_m) = s$ 。

- (4) 對任一  $(a_1, a_2, \dots, a_m) \in P^m$ ，均滿足  $s_1 \leq F(a_1, a_2, \dots, a_m) \leq s_T, s_1, s_T \in S$ 。公設(4)成立的簡略說明如下：根據式(2)，給定任一組評估值  $a_1, a_2, \dots, a_m \in P^m$ ，則可找出  $w_1, \dots, w_r$  為其在  $S$  中相對之權值序列。再根據公設(3)，不論  $a_1, a_2, \dots, a_m$  是否相等均可存在一個  $k$ ，使得  $1 \leq k \leq T$ 。

在此特別注意的是式(2)並不符合同一性 (idempotency)，因為本研究認為對一綜合評判函數  $h(x_1, \dots, x_m)$  而言， $x_i$  為決策者  $i$  的個別評估值，若  $x_1 = x_2 = \dots = x_m = x$  時，則  $h(x, x, \dots, x) = x$  (與  $m$  無關) 在數值應用上是合理，然而， $X_i$  為口語變數時，例如每一個  $X_i$ ， $i=1, 2, \dots, m$ ，代表“好”這個口語變數，則  $h(\text{好}, \text{好}, \dots, \text{好}) = \text{好}$ ，但是 3 個決策者均說“好”與 5 個決策者均說“好”的綜合評判結果應該是不一樣的。也就是說  $h(x_1, x_2, \dots, x_m) = \varphi(m)$  當  $x_1 = x_2 = \dots = x_m = x$  時，其中  $\varphi(m)$  為與  $m$  有關之函數，本模式對此現象採線性遞增(或遞減)函數，並以常數  $b$  來表示決策者人數的邊際「效果」。而上述  $h(x, \dots, x) = x$  不一定成立時則結合性很明顯不成立。

最後，本節將以一實例數值來說明如何利用所提出的綜合評判函數來求得最後結果。本應用數值來自於探討國內旅遊網站的商業模式的問卷部份資料，Hawkins (2003) 定義商業模式是在描述企業與其在市場上所提供的產品/服務的商務關係 (commercial relationship)，詳言之，就是企業建構各種成本與收益流的方式促使商業交易成長與熱絡，使其所創造的收入能維持整體

組織的生存。此問卷是以 Mahadevan (2000) 所提出的 13 項網路收益來源為主，分別給予口語評估語非常重要( $s_5$ )、重要( $s_4$ )、普通( $s_3$ )、不重要( $s_2$ )、非常不重要( $s_1$ )等進行評量，而 13 項收益來源的部份組合即為商業模式。回收樣本共 19 份，受訪者均為直接負責電子商務部門的主管，有些則是總經理或是負責人。表 2 是受訪者對 13 項收益來源 ( $p=13$ ) 在五個口語評估語 ( $T=5$ ) 所獲得次數分配並利用式(3)及式(4)計算  $d_i$  與  $v_i$  值。根據前面文獻中提及對口語極值的偏好的研究結果，由表 2 得知因大部份的決策者偏好集中在正面評估語，為能分辨 13 項收益的差異，故權值取向偏好正面口語評估語，因此設定  $\alpha = 0.8$ ，顯示我們將傾向重視正面評價，並計算出最終的  $v_i$  值。

接著，給定  $\delta = 0.5$  求出  $v_i$  值，利用式(7)則可得到  $w_i$ ，進而計算出  $k$  位置指標得到 13 項收益來源的最後綜合評估值詳如表 3，為探討本計算結果與統計方法的差異性，表 3 中的最右欄位為收

表2 旅遊網站商業模式次數分配、 $d_i$  及  $v_i$  值

	非常不重要	不重要	普通	重要	非常重要
1、虛擬社群	2	1	1	8	7
2、交易成本的降低	0	1	4	5	9
3、創造賣雙方價值	0	0	3	7	9
4、交易過程的加值服務	0	2	5	7	5
5、增加經營的營收	0	1	1	7	10
6、廠商或賣方團體的收益	1	4	3	4	7
7、廣告刊登	3	3	3	4	6
8、多樣化的定價策略	3	3	6	3	4
9、滿足市場交易或專業資訊的實質收益	0	2	7	4	6
10、免費的線上提供內容或服務	0	3	4	8	4
11、去中間化	0	0	3	7	9
12、資訊中介	0	1	4	2	12
13、相關組織間的整合與協調，以利商業交易	0	1	5	6	7
合計	9	22	49	72	95
$\pi_i$	0.0364	0.0891	0.1984	0.2915	0.3846
$r_i$	0.0182	0.0810	0.2247	0.4696	0.8077
$d_i$	0.0182	0.0627	0.1437	0.2449	0.3381
$v_i$	0.0226	0.0777	0.1779	0.3033	0.4185
$\alpha = 0.8$ 之 $v_i$	0.0289	0.0599	0.1240	0.2565	0.5307

表3 旅遊網站對商業模式的認知差異( $\alpha = 0.8$ )

旅遊網站收益來源	k值	平均值
1、虛擬社群	4	3.89
2、交易成本的降低	5	4.16
3、創造賣雙方價值	5	4.31
4、交易過程的加值服務	4	3.79
5、增加經營的營收	5	4.37
6、廠商或賣方團體的收益	4	3.63
7、廣告刊登	4	3.37
8、多樣化的定價策略	4	3.10
9、滿足市場交易或專業資訊的實質收益	4	3.63
10、免費的線上提供內容或服務	4	3.68
11、去中間化	5	4.31
12、資訊中介	5	4.31
13、相關組織間的整合與協調，以利商業交易	4	4.00

註：數字「5」表非常重要、「4」表重要、「3」表普通、「2」表不重要、「1」表非常不重要。

益來源的平均值(非常重要給5分、重要給4分...以此類推)，由比較得出，平均值愈大，本研究之k值亦愈大，表示本模式計算結果是合理的。接著考慮到平均值之差異性，其實有些收益項目在平均值的差異性並不顯著，惟在小樣本情況下，本研究資料有些收益其常態性檢定無法認定其為常態分配，不能進行單因子變異數分析找出差異性。本模式的計算過程中，以偏向正面評語為主，而資料亦顯示收益的評估亦以正面評估語為最多，故兩種計算結果的差異即在於個別收益獲得正面極值(非常重要)的個數，這亦是本研究強調的行為決策對最後結果的影響。

### 3. 模式實證—以投資決策為例

本節將根據前述模型，以一實例說明如何利用所提出的綜合評判函數，決定投資的決策，同時本文亦評估所作投資決策的績效，以驗證模型的使用效率。本節將分析市場投資在從事股票投資時，如何根據分析師的投資建議決定本身的投資決策。實務上，由於股票的市場瞬息萬變，許多投資者因無法明確知道自己的投資方向，只好求諸所謂「股市明牌」以作為投資依據。但在相關資訊眾多且不確定的情況下，各分析師對未來股市的看法及個股的推薦程度不免產生分歧，雖然投資者有時可以輕易地取得一些投資分析師推薦的資訊，但如要形成一個有效的投

資決策，仍有其潛在的困難性。因此，本節的目的是嘗試從不完全一致的股票分析師建議中，決定一個最有效的投資決策。

### 3.1 資料來源

我們使用問卷調查的方法來瞭解分析師的推薦意見，為了將所推薦的股票集中且一致可資比較，本文以 SIMEX 摩根台指期貨權值中，權重高於 1%以上之 28 種股票為投資標的，希望分析師在 2004 年 8 月 1 日時，對未來投資期間在一個月的情況下，對所列的每一種股票可以在所列的「極力推薦作多」、「作多」、「中立」、「作空」或「極力推薦作空」五個選項中作一選擇，由於考慮分析師的專精領域不同，問卷中明示若分析師基於專長而無法推薦，則對該股票的意見可以不作答。分析師的抽樣是以台中市的投資顧問公司為母體，從中隨機抽取 30 人進行問卷填寫，在受訪的分析師中，扣除填寫不完整及錯誤問卷後，有 22 份問卷完整且納入分析樣本。在所選定的投資期間中，幾乎市場與所有分析師的意見都偏多，因此在所選的股票中，幾乎都是以多方為主，空方甚少 (詳如表 4)。

### 3.2 資料分析

本研究根據表4的結果將在不同參數組合之下( $\delta = 0.5, 0.3, 0.7$ ； $\alpha = 0.1, 0.9$  共6種組合)，分別計算各種組合之下的最後評估結果。經計算分析後，得知28種股票之最後評估結果均只有推薦及中立兩種結果(詳如表5)，故將此28種股票分為兩類(推薦及未獲推薦)分別進行報酬率的計算。表5中，當  $\delta = 0.5$  時特別再另外針對  $\alpha = 0.5$  進行決策評估，主要是說明其內涵與一般之平均值綜合運算是一樣的。由表5得知，當愈傾向於負面評價時，獲推薦之股票數少於正面評價實之股票，且在愈重視極值之下，重視負面評價的推薦股數愈少。另一方面，當愈傾向於正面評價時，在愈重視極值之下，重視正面評價的推薦股數愈多。

### 3.3 績效評估

本節將評估分析師所推薦股票的績效，以2004年9月1日為基準進行資料蒐集，為了考慮投資績效中有關風險與規模兩個重要因素，我們除了考慮報酬率與風險後的超額報酬率外，亦比較等值加權和價值加權下報酬率的異同。在考慮風險方面，雖然一個月投資期間的風險有限，但同時觀察較嚴格的風險調整後的超額報酬率，目的是希望以更嚴謹的觀點檢視以本文模型所制訂的決策。在公司規模方面，由於所選擇的樣本規模差異甚大，若完全以等值加權的方式來觀察，則將忽略投資者有限資金的事實，將扭曲投資者利用有效資金來追求最大利益的決策。實證結果請見表6，於表中數據可知價值加權之報酬率遠小於等值加權之報酬率，顯示在投資期間有相當的規模效果，權值股並未有顯著的上漲。從風險調整後的超額報酬率來看，已經有許多股票的超額報酬率呈現負值，此亦顯示台灣股市高風險的特質。而在表6的結果顯示不論  $\delta$  與  $\alpha$  之值如何設定，

表4 分析師對目標股票評價之次數分配表

公司名稱	極推薦	作多	中立	作空	極作空
1.台積電	3	13	6	0	0
2.聯電	4	11	7	0	0
3.國泰金	4	13	5	0	0
4.鴻海	1	4	14	2	1
5.南亞	1	7	12	1	1
6.中鋼	5	9	6	2	0
7.兆豐金	0	8	12	2	0
8.友達	4	8	6	3	1
9.台塑	1	8	10	3	0
10.中信金	0	11	8	3	0
11.開發金	0	3	16	2	1
12.華碩	2	6	11	3	0
13.聯發科	5	4	10	3	0
14.富邦金	0	8	12	2	0
15.中華電	0	7	13	2	0
16.廣達	0	4	14	4	0
17.台化	3	10	7	2	0
18.第一金	0	10	10	2	0
19.仁寶	1	7	14	0	0
20.奇美電	3	9	7	2	1
21.宏碁	1	7	12	2	0
22.台新金	0	12	9	1	0
23.明基	4	8	8	2	0
24.華南金	0	12	7	3	0
25.台灣大	2	6	12	2	0
26.日月光	0	6	13	3	0
27.彰銀	0	12	10	0	0
28.光寶科	2	6	13	1	0
總 計	(46)	(229)	(284)	(52)	(5)

表 5 不同 $\delta$ 、 $\alpha$ 值之下的決策評估結果

	$\delta=0.5$ (極值與平均位置同等重視)			$\delta=0.3$ (重視極值)		$\delta=0.7$ (重視平均位置)	
綜合評估	$\alpha=0.1$ (重視負面評價)	$\alpha=0.5$ (各評價值均等同重視)	$\alpha=0.9$ (重視正面評價)	$\alpha=0.1$ (重視負面評價)	$\alpha=0.9$ 重視正面評價)	$\alpha=0.1$ (重視負面評價)	$\alpha=0.9$ 重視正面評價)
推薦	1	1	1	1	1	1	1
	2	2	2	2	2	2	2
	3	3	3	3	3	3	3
	6	6	4	6	4	6	5
	17	8	5	17	5	17	6
	22	10	6	22	6	19	7
	23	17	7	23	7	22	8
	24	18	8	27	8	23	9
	27	20	9		9	24	10
		22	10		10	27	12
		23	12		12		13
		24	13		13		14
		27	14		14		17
			17		15		18
			18		17		19
			19		18		20
			20		19		21
			21		20		22
			22		21		23
			23		22		24
			24		23		25
			25		24		27
			27		25		28
			28		27		
					28		

註：表中之數值為表4中之目標股票編號。

表6 分析師推薦股票績效分析綜合評估結果

<u><math>\delta=0.5</math>(極值與平均位置同等重視)</u>												
$\alpha=0.1$ (重視負面評價)				$\alpha=0.5$ (各評價值均同等重視)				$\alpha=0.9$ (重視正面評價)				
報酬率 (未考慮風險)		超額報酬率 (未考慮風險)		報酬率 (未考慮風險)		超額報酬率 (未考慮風險)		報酬率 (未考慮風險)		超額報酬率 (未考慮風險)		
同等	價值	同等	價值	同等	價值	同等	價值	同等	價值	同等	價值	
推薦	0.050	0.004	-0.008	0.001	0.057	0.003	-0.010	-0.000	0.054	0.002	-0.007	0.001
未獲推薦	0.052	0.001	-0.011	-0.003	0.046	0.001	-0.009	-0.000	0.032	0.001	-0.028	-0.001

  

<u><math>\delta=0.3</math>(重視極值)</u>								
$\alpha=0.1$ (重視負面評價)				$\alpha=0.9$ (重視正面評價)				
報酬率(未考慮風險)		超額報酬率		報酬率(未考慮風險)		超額報酬率		
同等	價值	同等	價值	同等	價值	同等	價值	
推薦	0.056	0.005	-0.002	0.001	0.053	0.002	-0.006	0.001
未獲推薦	0.049	0.001	-0.012	-0.000	0.040	0.001	-0.044	-0.001

  

<u><math>\delta=0.7</math>(重視平均位置)</u>								
$\alpha=0.1$ (重視負面評價)				$\alpha=0.9$ (重視正面評價)				
報酬率(未考慮風險)		超額報酬率		報酬率(未考慮風險)		超額報酬率		
同等	價值	同等	價值	同等	價值	同等	價值	
推薦	0.055	0.003	-0.006	0.001	0.060	0.003	-0.001	0.001
未獲推薦	0.049	0.001	-0.012	-0.001	0.008	-0.001	-0.052	-0.002

幾乎所推薦的組合報酬率皆大於未推薦的組合，在所有觀察的28組結果中，只有2組不符合，且報酬率差異甚小，且在不同參數之組合中，重視正面評價之決策規則的推薦股票數更高於未推薦股票，說明在股票評估決策中，重視分析師之正面評價會得到較高之報酬。由以上之結果顯示本文模型相當能夠將分析師的意見，整合成對投資者相當有助益的建議。

#### 4. 結論與建議

本研究的新發現是同時考慮決策者的決策構面（平均位置與對極端口語值的偏好）將之結合在一起，透過權值表現在決策結果上。從學術研究的角度而言，本研究主要貢獻在於為決策者行為構面提出一個建構口語評估模式的程序，並將口語評估語直接做綜合運算而其結果亦以口語表示。本模式之口語綜合評判函數滿足一般性之公理條件，而較特別的是它並不滿足同一性（與決策人數有關）與結合性。在實務應用方面，則提供企業核心決策人員制定一套共同決策程序，以提高決策品質。本研究將決策者偏好融入最大熵模式找出對口語評估語各種偏好權值且不將口語數值化，較之先前的研究在艱深難懂數值運算的過程中必須符合的假設算是淺顯而實際。

本研究的主要研究限制為若使用在大群體時，對參數  $\alpha$  與  $\delta$  給定的困難度會增加，保守的方法便是取  $\alpha = \delta = 0.5$ 。本模式適用於小群體專家以五點順序尺度的口語評估語作決策之用。在小樣本情況下，本模式在以決策者行為構面下求算權值的過程是一般統計分析無法有效做到的。

本研究有以下後續研究建議：

- (1)  $v_i$  值的給定應再取決於決策群體對問題最佳化的重視程度可根據決策行為特性再加入一些限制條件(如在大樣本之下)，建構成一數學模式以求出  $v_i$  之最佳值。
- (2) 文中函數  $\varphi(m)$  所提及的b值求法，可再建構系統化方法以深入研究。
- (3) 可依本決策模式建構一決策支援系統以利使用並依情境彈性修正之。

## 參考文獻

余慶芳，「模糊綜合函數在意見上之模擬研究」，中山大學資管所碩士論文，民國86年。

陳光華，「群體決策模式之口語綜合評判函數建構程序」，管理與系統，第8卷，民國90年，225-238頁。

蕭文峰，「口語評估尺度之統計值直覺估計」，中山大學資管研究所博士論文，民國90年。

Bellman, R.E., Zadeh, L.A. "Decision - making in a Fuzzy Environment," *Management Science*, 17, 1970, pp.141-164.

Bross, I.D.J. "How to Use Ridit Analysis", *Biometrics*, 14, 1958, pp.18-38.

Buckles, B.P., Petry, F.E. "A Fuzzy Representation of Data for Relational Database," *Fuzzy Sets and Systems*, 7, 1982, pp.213-226.

Buckles, B.P., Petry, F.E. "Fuzzy Databases and Their Applications." In : Gupta and Sanchez, 1982, pp.361-371.

Buckles, B.P., Petry, F.E. "Information-theoretical Characterization of Fuzzy Relational Database," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-13, 1983, pp.74-77.

Buckles, B.P., Petry, F.E. "Extension of the Fuzzy Database with Fuzzy Arithmetic," In Sanchez, 1984, pp.421-426.

Brun, W, Teigen, K.H. "Verbal Probabilities: Ambiguous, Context-dependent, or Both?", *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 41, 1988, pp.390-404.

Budescu, D.V., Wallsten, T.S. "Dyadic Decisions with Numerical and Verbal Probabilities," *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 46, 1990, pp.240-263.

Chen, K.H., Lin, H.H. "Interactive Group Decision-making: Modeling and Application," *Socio-Economic Planning Science*, 32, 1998, pp.113-122.

- Cholewa, W. "Aggregation of Fuzzy Opinions—an Axiomatic Approach," *Fuzzy Sets and Systems*, 17, 1985, pp.249-258.
- Dubois, D., Koning, J.L. "Social Choice Axioms for Fuzzy Set Aggregation," *Fuzzy Sets and Systems*, 43, 1991, pp.257-274.
- Fung, L.W., Fu, K.S. "An Axiomatic Approach to Rational Decision Making in a Fuzzy Environment," in Zadeh, L.A. et al., Eds., *Fuzzy Sets and Their Applications to Cognitive and Decision Processes*, Academic Press, New York, 1975, pp.227-256.
- Hawkins, R., "The Phantom of the Marketplace: Searching for New E-commerce Models", *Communication & Strategies*, 46, 2003, pp.297-329.
- Herrera, et al. "Direct Approach Processes in Group Decision Making Using Linguistic OWA Operators," *Fuzzy Sets and Systems*, 79, 1996, pp.175-190
- Hersh, H.M., Caramazza, A. "A Fuzzy Set Approach to Modifiers and Vagueness in Natural Language," *Journal of Experimental Psychology*, 105, 1976, p.3.
- Huizingh, E.K., Vrolijk, H.C.J. "A Comparison of Verbal and Numerical Judgments in the Analytic Hierarchy Process," *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 70, 1997, pp.237-247.
- Jaynes, E.T. "Information Theory and Statistical Mechanics I," *Physics Review*, 106, 1957, pp.620-630.
- Kacprzyk, J. *Multiperson Decision Making Model Using Fuzzy Sets and Possibility Theory*, Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1990.
- Kickert, W.J. "An Example of Linguistic Modeling, the Case of Mulder's Theory of Tower" in Gupta, M.M., Ragude, R.K., and Yager, R.R. Eds, *Advances in Fuzzy Set Theory and Application*, Amsterdam: North Holland, 1979.
- Kleindorfer, P. R., et. al. "Decision Science---An Integrative Perspective," Cambridge University Press, 1993.
- Kuipers, B., Moskowitz, A.J., and Kassirer, J.P. "Critical Decisions under Uncertainty: Representation and Structure," *Cognitive Science*, 12, 1988, pp.177-210.
- Levy, W.B., Delic, H. "Maximum Entropy Aggregation of Individual Opinions," *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics*, 24, 1994, pp.606-613.
- Ma, J., Fan, Z.P., and Huang, L.H. "A Subjective and Objective Integrated Approach to Determine Attribute Weights," *European Journal of Operational Research*, 112, 1999, pp.397-404.
- Mahadevan, B. "Business Models for Internet-based E-commerce: An Anatomy," *California Management Review*, 42, 2000, pp.55-69

- Merz, J.F., Druzdzel,M. J., and Mazur, D.J. "Verbal Expressions of Probability in Informed Content Litigation," *Medical Decision Making*, 11, 1991, pp.273-281.
- Myung, I.J., Ramamoorti, S., Bailey, A.D. "Maximum Entropy Aggregation of Expert Predictions," *Management Science*, 42 ,1996, pp.1420-1436.
- Ohtsubo, Y., Masuchi, A. 'Effects of status difference and group size in group decision making', *Group Process & Intergroup Relations*, Vol. 7(2), 2004, pp.161-172.
- Tversky, A. "Elimination by Aspects," *Psychological Review*, 79 , 1972, pp.281-299.
- Wallsten, T.S., Budescu, D.V., and Zwick, R. "Comparing the Calibration and Coherence of Numerical and Verbal Probability Judgments," *Management Science*, 39, 1993, pp.176-190.
- Wei, Q.,Yan, H, Ma, J., and Fan, Z. "A Compromise Weight for Multi-criteria Group Decision Making with Individual Preference," *Journal of the Operational Research Society*, 51, 2000, pp.625-634.
- Wenstop, F. "Deductive Verbal Model for Organization," *International Journal of Man-Machine Studies*, 8, 1976 , pp.293-311.
- Yager, R.R. "On Ordered Weight Averaging Aggregation Operators in Multi-criteria Decision Making," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* , 18, 1988, pp.183-190.
- Yager, R.R. "Aggregation Operators and Fuzzy Systems Modeling," *Fuzzy Sets and Systems*, 67, 1994, pp.129-145.
- Zadeh, L.A. "A Fuzzy-set-theoretical Interpretation of Linguistic Hedges," *Journal of Cybernetics*, 5, 1972, pp.4-34.