管　　理　　與　　系　　統
第十一卷 第三期　民國九十三年七月
323 - 337頁

Journal of Management & Systems
Vol. 11, No. 3, July 2004
pp. 323-337

NGARCH 組合型權證定價模型的評價與避險績效

On the Valuation and Hedging Performances of NGARCH Basket Options Pricing Model

莊忠柱　Chung-chu Chuang

真理大學管理科學研究所

Graduate School of Management Sciences, Alethia University

(Received February 16, 2003; First Revised April 12, 2003; Second Revised August 28, 2003;

Accepted October 3, 2003)

摘要：當個別標的股票報酬彼此間相關且服從nonlinear GARCH (NGARCH)過程下，本文推導出NGARCH組合型權證定價模型，並比較其與Chen-Cheng（2000）組合型權證定價模型（簡稱爲CC組合型權證定價模型）、Black-Scholes（1973）選擇權定價模型（簡稱爲BS選擇權定價模型）的定價能力與與避險績效。本文利用1997/9/4至2002/7/1在臺灣證券交易所上市且期滿的9支普通型組合型權證爲研究對象，發現NGARCH組合型權證定價模型與CC組合型權證定價模型皆比BS選擇權定價模型的理論價格顯著接近於組合型權證實際交易價格，且NGARCH組合型權證定價模型的理論價格較CC組合型權證定價模型的理論價格接近於組合型權證實際交易價格，在不同價內程度(moneyness)也發現同樣的結果。此外，NGARCH組合型權證定價模型在動態避險績效的表現，無論在平均絕對誤差或絕對誤差避險優異天數也優於其他組合型權證定價模型，此或許可歸因於NGARCH組合型權證定價模型不僅能同時捕捉組合型權證波動性與標的股票個股報酬的相關性，也能捕捉其與標的股票個股波動性路徑的相依性。

關鍵詞：NGARCH組合型權證定價模型、Black-Scholes選擇權定價模型、動態避險績效

作者感謝國科會專題研究計劃 (編號：NSC 90-2416-H-156-005) 的補助。

Abstract: This paper develops a NGARCH basket options pricing model, which the return of components underlying stocks of basket options follows a nonlinear GARCH (NGARCH) process and correlates each other. The pricing ability and hedging performance of the NGARCH basket options pricing model are compared with Chen-Cheng (2000) basket options pricing model (CC basket options pricing model) and Black-Scholes (1973) options pricing model (BS options pricing model). Nine basket options listed and expired from 1997/9/24 to 2002/7/1 on TSE were discussed. The theoretical prices of both the NGARCH basket options pricing model and the CC basket options pricing model more approximate the actual trading price than the BS options pricing model, and the theoretical price of the NGARCH basket options pricing model approximates the actual trading price than the CC basket options pricing model. Additionally, the NGARCH basket options pricing model dominates the other model at different moneyness. Based on self-financing, the NGARCH basket options pricing model dominates the other model on dynamic hedging performances. This may be attributed to that the NGARCH basket options pricing model either simultaneously captures the correlations between the volatility of the basket option price and the constituent underlying stock returns or captures the dependence of path in volatilities of the constituent underlying spot price.

Keywords: NGARCH basket options pricing model, Black-Scholes options pricing model, dynamic hedging performance

1. 前言

Black and Scholes (1973) 選擇權定價模型（BS選擇權定價模型）被導出以後，有很多人利用下列方式之或者其中組合，去放寬其中的一些假設，如允許標的資產價格的隨機波動性（Scott, 1987; Hull and Whilte, 1987; Stein and Stein, 1991; Heston, 1993）、允許標的資產價格的隨機跳躍 (random jump)（Merton, 1976; Bates, 1996）。總體經濟與財務金融資料常有波動性叢聚現象，大波動往往伴隨大波動，Engle（1982）率先提出ARCH模型，Bollerslev（1986）則將ARCH模型加入條件變異數的落後期，成爲一般化自我迴歸條件異質變異數模型 (GARCH)。後來，有些學者探討標的股票波動性具有GARCH過程的GARCH選擇權定價模型。例如，Duan (1995) 利用數值分析方法，發現nonlinear GARCH (NGARCH) 選擇權定價模型可以解釋與BS選擇權定價模型有關的系統偏差 (systematic bias)。Kallsen and Taqqu (1998) 擴充Duan (1995) 的NGARCH選擇權定價模型到連續型的NGARCH型選擇權定價模型。Duan等 (1999) 更發現在變異數很小時，NGARCH選擇權定價模型的Delta比BS選擇權定價模型小；在變異數很大時，NGARCH選擇權定

價模型的Delta比BS選擇權定價模型大。Ritchken and Trevor (1999) 發展出三元樹樹狀圖演算法，推導出歐式與美式GARCH選擇權定價模型。Heston and Nandi (2000) 發展出具有封閉解 (closed form solutions) 的GARCH歐式選擇權定價模型。Duan and Simonato (2001) 利用馬可夫鏈矩陣演算法，發展出評價NGARCH歐式與美式選擇權的數值方法。由此可見，NGARCH選擇權定價模型的理論已趨於完備。

Duan and Zhang (2000) 利用NGARCH選擇權定價模型，探討香港恆生指數選擇權在1997年前後亞洲金融風暴期間的行為，發現NGARCH選擇權定價模型在解釋波動性微笑 (volatility smile)與評價上，皆優於BS選擇權定價模型。Hsien and Ritchken (2000) 探討1991至1995年間S&P 500指數選擇權的行為，利用BS選擇權定價模型、Heston and Nandi (2000) 的GARCH選擇權定價模型與Duan (1995) 的NGARCH選擇權定價模型，發現Heston and Nandi (2000) GARCH選擇權定價模型與Duan (1995) NGARCH選擇權定價模型在價內與價外情形下的評價皆優於BS選擇權定價模型，NGARCH模型優於Heston and Nandi (2000) GARCH選擇權定價模型。巫春洲（民91）利用NGARCH選擇權定價模型，探討國內16檔個股型認購權證價格變動的行為，發現NGARCH選擇權定價模型、BS選擇權定價模型與二項式模型的理論價格皆顯著低估市場價格，並以NGARCH選擇權定價模型最接近市場價格。

NGARCH選擇權定價模型將選擇權價值表示為現貨價格與可觀測到的歷史現貨價格軌跡的函數，此種模型除了可捕捉波動性的隨機本質外，尚可補捉波動性與現貨報酬的相關，不需要從其他同期選擇權推出隱含波動性，因而可增進波動性的預測。NGARCH選擇權定價模型能結合選擇權橫斷面資訊與標的資產價格時間數列資訊，又相關性參數引申出不同履約價格條件與到期型態的選擇權價值，如在指數選擇權市場中的有名的隱含波動性嘻笑 (smirk)。雖然，NGARCH選擇權定價模型的適用性已得到肯定（Duan and Zhang, 2000; Hsien and Ritchken, 2000; 巫春洲，2002），但如何將NGARCH選擇權定價模型應用於組合型權證評價，發展NGARCH組合型權證定價模型，則有如桑海一粟。本文發展的NGARCH組合型權證定價模型將可充實權證定價理論。

組合型權證定價模型避險所需標的股票現貨部位可由購買或賣空組合來進行沖銷組合型權證的風險，以達成避險目的，但組合型權證定價模型的標的股票是組合本身，並不是上市交易的公司股票，因此有進一步探討組合中各別標的股票的避險部位。此外，一般用來判斷選擇權模型的標準有：(1) 選擇權模型所隱含的結構參數與相關時間資料的一致性；(2) 樣本外訂價誤差 (pricing errors)；(3) 避險誤差 (hedging errors)。因樣本外與樣本內訂價誤差皆反應模型的靜態績效，而避險誤差能捕捉權證與標的資產的動態性，能反應模型的動態績效，因此可利用避險誤差來比較NGARCH選擇權定價模型與其他選擇權定價模型的避險績效。因NGARCH組合型權證定價模型可表示為個別標的股票風險溢酬與標的股票設定權重的函數，其動態避險績效是否優於其他的組合型權證定價模型，則是本文的另一個主題。

1997年9月4日，寶來證券在台灣證券交易所發行第一個組合型權證—寶來01地產組合型權證，至目前爲止，已有9支普通型組合型權證上市且已期滿，但除陳松男與鄭翔尹（民89）研究組合型權證（CC組合型權證定價模型）的文章外，並不多見[1]，但陳松男與鄭翔尹（民89）的組合型權證定價模型利用Garman and Klass（1980）方法估計標的個股波動性，與本文利用NGARCH過程估計標的個股波動性顯然不同。本文將利用在台灣證券交易所上市的存續期間屆滿的組合型權證作爲研究對象，除了比較NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的定價能力外，也比較NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的避險績效。

本文研究目的計有：

(1) 推導NGARCH組合型權證定價模型，並建立組合內個別標的股的Delta，以取得組合內個別標的股對組合整體風險所應沖銷的部位。
(2) 比較NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型在不同價內程度 (moneyness) 情形的定價偏差。
(3) 建構NGARCH組合型權證定價模型的避險部位，並比較NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的避險績效。

本文研究架構如下：第一部分爲前言；第二部分爲研究方法，包括研究對象與資料來源、NGARCH組合型權證定價模型、NGARCH組合型權證風險的沖銷、NGARCH組合型權證的避險績效；第三部分爲實證結果分析，包括NGARCH組合型權證的定價能力、NGARCH組合型權證避險績效；最後第四部分則爲結論。

2. 研究方法

2.1 研究對象與資料來源

本文以1997年9月4日至2002年7月1日間在台灣證券交易所發行且已到期的組合型認購權證日交易資料爲研究對象。國內發行之組合型認購權證分爲重設型及普通型，爲了避免因履約價重設造成評價誤差，本文僅選取普通型的組合型認購權證爲研究對象；包含寶來01、寶來02、中信01、建弘01、國際01、國際02、統一01、富邦03與復華01等九支權證，各認購權證與標的股票相關資料如表1所示。所有標的股與認購權證資料來自台灣經濟新報資料庫與相關券商的組合型認購權證公開銷售說明書。無風險利率是採用臺灣銀行一個月定期存款利率來取代，除權息調整則依各發行券商公告方式加以處理。

---

1 雖然組合型權證在臺灣權證市場並不是主流產品，但研究成果可補足權證理論的完整性。

表1 組合型認購權證相關資料

權證名稱	標的名稱	權重	發行價格	溢價比例	上市時間	到期時間	履約價	執行比例	發行數量	除權/息日
寶來01	中工	0.2	9.29	24.25%	1997/9/4	1998/9/3	38.3	1:1	35000	1998/06/9
-	太設	0.2	-	-	-	-	-	-	-	1998/06/26
-	國建	0.2	-	-	-	-	-	-	-	1998/07/03
-	華新	0.2	-	-	-	-	-	-	-	1998/07/15
-	中石化	0.2	-	-	-	-	-	-	-	1998/08/06
寶來02	茂矽	0.4	22.19	26.49%	1997/10/2	1998/10/1	83.75	1:1	25000	1997/10/24,1998/07/08
-	明電	0.15	-	-	-	-	-	-	-	1998/05/20
-	中環	0.15	-	-	-	-	-	-	-	1998/06/10
-	宏電	0.15	-	-	-	-	-	-	-	1998/07/04
	大眾	0.15	-	-	-	-	-	-	-	1998/07/10
中信01-	國壽	0.13	14.4	25%	1997/12/20	1998/12/19	57.76	1:1	20000	1998/06/16
-	復華	0.25	-	-	-	-	-	-	-	1998/07/08
-	中信銀	0.33	-	-	-	-	-	-	-	1998/08/07
-	農銀	0.3	-	-	-	-	-	-	-	-
建弘01	國巨	0.1	21.35	27%	1998/3/13	1999/3/12	79.1	1:1	20000	1998/4/30,7/14
-	仁寶	0.15	-	-	-	-	-	-	-	1998/05/07
-	明電	0.1	-	-	-	-	-	-	-	1998/05/20
-	華邦電	0.1	-	-	-	-	-	-	-	1998/12/9
-	聯電	0.15	-	-	-	-	-	-	-	1998/06/10
-	大眾	0.15	-	-	-	-	-	-	-	1998/07/10
-	茂矽	0.15	-	-	-	-	-	-	-	1998/07/08
-	旺宏	0.1	-	-	-	-	-	-	-	1998/0804
國際01	聯電	0.5	12.25	25%	1999/4/1	2000/3/31	49	1:1	18500	1999/06/22
-	世華銀	0.5	-	-	-	-	-	-	-	1999/07/16
國際02	華碩	0.5	52.88	30%	1999/6/25	2001/6/26	176.25	1:1	10000	2000/06/13,2001/6/13
-	中銀	0.5	-	-	-	-	-	-	-	1999/8/6,2000/8/4
統一01	東元	0.4	4.42	21%	1999/9/17	2000/9/16	21.08	1:1	24000	1999/10/06
	華新	0.3								2000/06/01
	台企	0.3								2000/06/29
富邦03	華新	0.5	6.8	24.20%	1999/12/1	2000/11/30	28.1	1:1	20000	-
-	大同	0.5	-	-	-	-	-	-	-	2000/08/04
復華01	聯電	0.8	25.3	25.5%	2001/2/16	2002/2/18	109.12	1:1	10000	2001/7/13
	威盛	0.2	-	-	-	-	-	-	-	2001/9/5

註：1.資料來源：台灣經濟新報資料庫與相關券商的組合型認購權證公開銷售說明書。

2.「權重」為發行當日之原始權重。

3.「履約價」為發行當日之原始履約價。

4. 發行數量單位為千股。

本文首先選取各組合型認購權證中各標的股票權證發行日前90日的日報酬率資料，先估計組合中各標的股票的報酬率在NGARCH過程下的模型起始參數，並利用移動時距 (moving time interval) 方式隨時納入新產生的實際觀察值逐段重新估計模型中的係數估計值。

2.2 NGARCH 組合型權證定價模型

Duan (1995) 提出股票價格動態在機率P測度下，服從下列nonlinear GARCH (NGARCH) 過程：

$$ln\left(\frac{S_{lt+1}}{S_{lt}}\right) = r + \lambda_l \sqrt{h_{lt+1}} - \frac{1}{2}h_{lt+1} + \sqrt{h_{lt+1}}\, z_{lt+1} \tag{1}$$

$$h_{lt+1} = \beta_{l0} + \beta_{l1}h_{lt} + \beta_{l2}h_{lt}\left(z_{lt} - c_l\right)^2 \tag{2}$$

$$z_{lt+1}\Big|\Omega_t \overset{P}{\sim} N(0,1) \tag{3}$$

其中 S_{lt} 為標的股票 l 在 t 期的價格， z_{lt+1} 為標的股票 l 在 $t+1$ 期的標準常態干擾項， r 為單期連續複利無風險利率； h_{lt+1} 表示在 $t+1$ 期的情報集合為已知時，標的股票 l 在 t 到 $t+1$ 期標的股票報酬的條件變異數； Ω_t 為在t期的資訊集合，是由 $\{S_i, h_i, z_i; i = 0,1,\cdots,t\}$ 所建構成的市場資訊； c_l 用來表示市場的特性； λ_l 用來表示單位風險溢酬。此外， $\beta_{l0} > 0$ ， $\beta_{l1} \geq 0$ ， $\beta_{l2} \geq 0$ ， $\beta_{l1} + \beta_{l2}(1 + c^2) < 1$ 皆用來保證變異數定態的存在且為正定的充分條件。Duan (1995) 更進一步藉由局部風險中立評價關係(locally risk-neutralized valuation relationship; LRNVR) ，將NGARCH過程由機率P測度轉換成機率Q測度下的過程為：

$$ln\left(\frac{S_{lt+1}}{S_{lt}}\right) = r - \frac{1}{2}h_{lt+1} + \sqrt{h_{lt+1}}\,\varepsilon_{lt+1} \tag{4}$$

$$h_{lt+1} = \beta_{l0} + \beta_{l1}h_{lt} + \beta_{l2}h_{lt}\left(\varepsilon_{lt} - c_l - \lambda_l\right)^2 \tag{5}$$

$$\varepsilon_{lt+1}\Big|\Omega_t \overset{Q}{\sim} N(0,1) \tag{6}$$

因此，NGARCH 過程在機率Q測度下的條件平均數與條件變異數為

$$\mu_{lt+1} = E_t\left(ln\frac{S_{lt+1}}{S_{lt}}\right) = r - \frac{1}{2}E_t\left(h_{lt+1}\right) \text{，} \tag{7}$$

$$\sigma_{lt+1}^2 = E_t\left[h_{lt+1}\right] = \beta_{l0} + \beta_{l1}\sigma_{lt}^2 + \beta_{l2}\sigma_{lt}^2(\varepsilon_{lt} - c_l - \lambda_l)^2 \text{。} \tag{8}$$

組合型權證標的股票組合價格可表示為 $S_t = \sum_{l=1}^{n} W_l S_{lt}$，其中 W_l 為標的股票 l 在組合內所佔的權數且滿足 $\sum_{l=1}^{n} W_l = 1$， S_{lt} 為標的股票 l 在 t 期的價格。在到期日(T)且風險中立的環境下，組合型買權在 t 期的價值為

$$C_t = e^{-r\tau} E_t\left(max\left(S_T - K, 0\right)\right)$$

其中， $\tau = (T - t)$。利用Gentle(1994)，可將上式表示成

$$C_t = e^{-r\tau} E_t\left(\max\left(\sum_{l=1}^{n} W_l^* S_{lT}^* - K^*, 0\right)\right)\sum_{l=1}^{n} W_l F_{lt} \text{ ，} \tag{9}$$

其中， $W_l^* = W_l F_{lt} / \sum_{l=1}^{n} W_l F_{lt}$； $K^* = K / \sum_{l=1}^{n} W_l F_{lt}$； $F_{lt} = S_{lt} e^{r\tau}$ 為在 t 期標的股票 l 的遠期（到期日 T）價格， $S_{lT}^* = S_{lT} / F_{lt} = S_{lT} e^{-r\tau} / S_{lt}$。利用Vorst(1992)所導出的

$$\sum_{l=1}^{n} W_l^* S_{lT}^* \cong \prod_{l}^{n} S_{lT}^{*W_l^*} - E\left(\prod_{l}^{n} S_{lT}^{*W_l^*}\right) + E\left(\sum_{l=1}^{n} W_l^* S_{lT}^*\right)$$

因而

$$C_t \cong e^{-r\tau} E_t\left(\max\left(\prod_{l=1}^{n}\left(\frac{S_{lT}}{F_{lt}}\right)^{W_l^*} - K^{(a)}, 0\right)\right)\left(\sum_{l=1}^{n} W_l F_{lt}\right) \text{ ，} \tag{10}$$

其中

$$K^{(a)} = K^* + E\left(\prod_{l=1}^{n} S_{lT}^{*W_l^*}\right) - E\left(\sum_{l=1}^{n} W_l^* S_{lT}^*\right)^2 \text{。} \tag{11}$$

當標的股票股價 $ln\left(S_{lt+1}/S_{lt}\right)$ 呈現NGARCH過程時，

$$\ln\left(\frac{S_{lT}}{S_{lt}}\right) \sim N\left[\sum_{j=t}^{T}\mu_{lj}, \sum_{j=t}^{T}\sigma_{lj}^2\right] \text{ ，} \tag{12}$$

2　$K^{(a)}$可視為修正後的履約價格，理論上是有些少許的誤差，但其誤差很小，可將其忽略。

因而

$$W_l^* \ln\left(\frac{S_{lT}}{S_{lt}}\right) \sim N\left[W_l^* \sum_{j=t}^{T} \mu_{lj}, W_l^{*2} \sum_{j=t}^{T} \sigma_{lj}^2\right] \text{。} \tag{13}$$

因 $\ln\left(\prod_{l=1}^{n}\left(\frac{S_{lT}}{F_{lt}}\right)^{W_l^*}\right) = \sum_{l=1}^{n} W_l^* \ln\left(\frac{S_{lT}}{F_{lt}}\right) = \sum_{l=1}^{n} W_l^* \ln\left(\frac{S_{lT}}{S_{lt}}\right) - r\tau$ ，所以

$$\hat{\mu}_t = E_t\left[\ln \prod_{l=1}^{n} S_{lT}^{*W_l^*}\right] = \sum_{l=1}^{n}\sum_{j=t}^{T} W_l^* \mu_{lj} - r\tau \text{；} \tag{14}$$

$$\hat{\sigma}_t^2 = Var_t\left[\ln \prod_{l} S_{lT}^{*W_l^*}\right] = \sum_{l=1}^{n}\sum_{j=t}^{T} W_l^{*2} \sigma_{lj}^2 + 2 \sum_{\substack{l=1 \\ l<j}}^{n} \sum_{j=1}^{n} W_l^* W_j^* \operatorname{cov}\left(\ln\left(\frac{S_{lT}}{S_{lt}}\right), \ln\left(\frac{S_{jT}}{S_{jt}}\right)\right) \text{。} \tag{15}$$

因而

$$E_t\left[\prod_{l} S_{lT}^{*W_l^*}\right] = e^{\hat{\mu}_t + \frac{1}{2}\hat{\sigma}_t^2} = \hat{m}_t e^{\frac{1}{2}\hat{\sigma}_t^2} \text{，} \tag{16}$$

其中

$$\hat{m}_t = e^{\hat{\mu}_t} \text{。} \tag{17}$$

因爲幾和平均數 $\prod_{l} S_{lT}^{*W_l^*}$ 變動呈現對數常態，利用(10)式與(16)式，可得NGARCH組合型權證定價模型爲：

$$C_t = e^{-r\tau}\left(\hat{m}_t e^{\frac{1}{2}\hat{\sigma}_t^2} N(d_1) - K^{(a)} N(d_2)\right)\left(\sum_{l=1}^{n} W_l F_{lt}\right) \text{，} \tag{18}$$

其中，

$$d_1 = \hat{\sigma}_t \sqrt{\tau} - \frac{\ln\left(K^{(a)} / \hat{m}_t\right)}{\hat{\sigma}_t \sqrt{\tau}} \text{；} \tag{19}$$

$$d_1 = d_2 - \hat{\sigma}_t \sqrt{\tau} \text{。} \tag{20}$$

2.3 NGARCH 組合型權證風險的沖銷

利用NGARCH組合型權證定價模型的避險部位Delta (Δ)，可以計算應購買或賣空組合來進行沖銷組合型權證的風險，並可進一步探討標的股票個股l的避險部位 ($\partial C_t / \partial S_{lt}$)。由(18)式可得標的股票個股$l$的避險部位 ($\Delta_l$) 為：

$$\Delta_l = \frac{\partial C_t}{\partial S_{lt}} = \frac{\partial C_t}{\partial S_t}\frac{\partial S_t}{\partial S_{lt}} = N(d_1)\left(\hat{m}_t e^{\frac{1}{2}\bar{\sigma}_t^2 \tau} W_l\right) \tag{21}$$

標的股票個股l的Delta含有組合內各標的股票個股遠期價格的加權平均，此與其他定價模型顯然不同。

2.4 NGARCH 組合型權證避險績效

設在期間t賣空一單位存續期間為$\tau = (T-t)$，履約價格K的組合型權證C_t，購買組合型權證標的股股份X_{st}，X_{0t}為剩餘現金部位，則$X_{0t} + X_{st}S_t$為構建一個投資組合在期間t的價值，此標準最小變異數避險問題解為$X_{st} = cov_t[dS_t, dC_t]/var[dS_t]$，在避險的最後現金部位為$X_{0t} = C_t - X_{st}S_t$。設在期間$t$時，投資組合每時間間隔$\Delta$發生再平衡(rebalancing)，在期間$t$賣空一單位組合型權證、購買股票股份$X_{st}$與剩餘現金部位$X_{0t}$投資，即期無風險利率為$r$的債券，構成一自我融資(self-financing)投資組合，則在期間$t+\Delta t$的避險誤差為$H_{t+\Delta t} = X_{st}S_{t+\Delta t} + X_{0t}e^{r\Delta t} - C_{t+\Delta t\ \tau-\Delta t}$，同時再構建自我融資投資組合，再計算$H_{t+2\Delta t}$，如此繼續，可得所有避險誤差$H_{t+l\Delta t}$，$l = 1, \cdots, M \equiv (\tau - t)/\Delta t$，計算平均絕對避險誤差$H_{\Delta t} = \sum_{l=1}^{M} \left|H_{t+l\Delta t}\right| \Big/ M$，此為再平衡頻率$\Delta t$的函數。

3. 實證結果分析

3.1 NGARCH 組合型權證定價模型的定價能力

本文以組合型權證交易價格作為模型定價能力的標準，越接近權證交易價格代表定價能力越佳，因而比較NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的定價能力。為能套用BS選擇權定價模型，本文在計算波動性時，將根據前一天組合型權證的收盤價格與當時利率、權重、存續期間、組合型權證標的價格、履約價格等計算出隱含波動性，並以此隱含波動性作為估計次一日組合型權證理論價格的參數。表2為NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的理論價格與組合型權證交易價格間的估計誤

表2 NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的估計誤差比較

		寶來01	寶來02	中信01	建弘01	國際01	國際02	統一01	富邦03	復華01
BS模型估計誤差與CC組合型權證定價模型估計誤差之差	t	3.994**	4.060**	3.538**	3.113**	4.024**	6.661**	4.789**	5.056**	6.213**
	W	2.975**	2.945**	2.699**	2.297**	3.678**	3.931**	2.875**	2.989**	3.782**
BS模型估計誤差與NGARCH組合型權證定價模型估計誤差之差	t	4.123**	5..562**	4.728**	4.612**	4.287**	6.532**	4.182**	4.025**	8.842**
	W	2.992**	3.672**	2.952**	2.634**	2.868**	3.932**	2.762**	2.718**	3.478**
CC組合型權證定價模型估計誤差與NGARCH組合型權證定價模型估計誤差之差	t	1.320	1.998*	2.121*	2.050*	1.962*	1.998*	2.021*	2.187*	2.454*
	W	1.041	2.011*	1.990*	1.966*	2.026*	1.996*	2.068*	1.987*	2.122*

註：1.**(*)代表當H0：模型理論價格=實際交易價格，在0.01(0.05)水準下呈現顯著。
2. W爲Wilcoxson符號等級檢定統計量，當樣本數大於10且H0爲真時，W檢定統計量爲一近似常態分配，因而可用Z值法來檢定；t 爲成對t檢定統計量。

差之比較。利用Wilcoxson符號等級檢定與成對t檢定統計量，可知NGARCH組合型權證定價模型與CC組合型權證定價模型的理論價格比BS組合型權證定價模型的理論價格較接近於組合型權證實際交易價格。此外，在9檔組合型權證中，有8檔權證的NGARCH組合型權證定價模型的理論價格比CC組合型權證定價模型的理論價格較接近於組合型權證實際交易價格，表面上似乎NGARCH組合型權證定價模型優於CC組合型權證定價模型[3]，此結果有待未來繼續在加以研究[4]。當考慮不同價內程度 (moneyness) 時，NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的理論價格與組合型權證交易價格間的估計誤差如表3所示。無論在價內、價外與價平時，NGARCH組合型權證定價模型與CC組合型權證定價模型的理論價格皆比BS選擇權定價模型的理論價格較接近於組合型權證實際交易價格。此外，在9檔組合型權證中，價內與價外（價平）分別有6檔（7檔）權證的NGARCH組合型權證定價模型的理論價格比CC組合型權證定價模型的理論價格較接近於組合型權證實際交易價格，但不顯著。又由BS選擇權定價模型估計誤差與CC組合型權證定價模型估計誤差之差及BS選擇權定價模型估計誤差與NGARCH組合型權證定價模型估計誤差之差得知：在價外情況皆比價內與價平情況來得大，此乃可能來自BS選擇權定價模型在價外會有低估之故。

---

3 P值= $2P_r\left(X \ge 9 \middle| H_0\text{為真}\right) = 0.04 < 0.05 = \alpha$ ，當H_0：CC組合型權證定價模型估計誤差等於NGARCH組合型權證定價模型估計誤差。

4 國內組合型權證市場不大，流通性較低，市價往往被扭曲，這樣的標準做爲衡量模型優劣的標準，常是爭議的議題。

表3 NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型在不同貨幣性情形的估計誤差

			寶來01	寶來02	中信01	建弘01	國際01	國際02	統一01	富邦03	復華01
BS模型估計誤差與CC組合型權證定價模型估計誤差之差	價內	t	1.994*	2.678**	3.327**	2.921**	2.849**	2.765**	2.234*	2.034*	2.482*
		W	2.111*	2.569*	2.987**	2.999**	2.791**	2.631**	2.264*	2.369*	2.521*
	價平	t	1.975*	2.452*	3.319**	2.291*	2.679**	2.891**	2.254*	2.455*	2.721**
		W	2.101*	2.236*	2.999**	2.223*	2.781**	2.788**	2.121*	2.691**	2.666**
	價外	t	3.785**	3.366**	3.991**	2.815**	3.841**	3.002**	3.015**	3.012**	3.202**
		W	2.968**	2.698**	3.871**	3.121**	2.987**	2.999**	2.568**	2.997**	2.980**
BS模型估計誤差與NGARCH組合型權證定價模型估計誤差之差	價內	t	2.361*	2.235*	2.122*	2.239*	2.156*	2.258*	2.036*	2.369*	2.125*
		W	2.578**	2.189*	2.321*	2.587**	1.999*	2.387*	2.416*	2.222*	2.187*
	價平	t	2.234*	2.367*	2.221*	2.325*	2.256*	2.314*	2.255*	2.234*	2.265*
		W	2.121*	2.420*	1.999*	2.657**	2.451*	2.987**	2.561*	2.321*	2.369*
	價外	t	2.397*	2.425*	3.132**	2.623**	2.420*	2.635**	3.174**	2.664*	2.325*
		W	2.651**	2.123*	2.968**	2.561**	2.231*	2.565**	2.987**	2.561**	2.222*
CC組合型權證定價模型估計誤差與NGARCH組合型權證定價模型估計誤差之差	價內	t	0.732	1.982*	2.122*	2.027*	1.982*	0.930	1.253	1.985*	1.968*
		W	1.011	2.000*	2.003*	1.987*	1.993*	1.123	0.999	2.091*	2.031*
	價平	t	0.804	1.989*	2.064*	2.131*	1.996*	0.936	1.798	1.979*	1.965*
		W	0.788	1.991*	2.101*	1.987*	2.000*	1.821	1.965*	1.987*	2.023*
	價外	t	0.956	1.982*	2.025*	1.987*	1.997*	0.962	1.876	2.021*	2.001*
		W	0.921	2.156*	2.321*	2.012*	2.321*	0.598	1.991*	2.320*	1.999*

註：1.**(*)代表當H_0：模型理論價格=實際交易價格，在0.01(0.05)水準下呈現顯著。

2.當-1.02≤[(市價-履約價)/履約價]≤1.02時，則爲價平。當1.02≤[(市價-履約價)/ 履約價]時，則爲價內。當[(市價-履約價)/履約價] ≤-1.02時，則爲價平。

3.W爲Wilcoxson符號等級檢定統計量，當樣本數大於10且H_0爲真時，W檢定統計量爲一近似常態分配，因而可用Z值法來檢定；t 爲成對t檢定統計量。

3.2 NGARCH 組合型權證定價模型的避險績效

爲了解NGARCH組合型權證定價模型避險效率的優越性，本文比較NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的避險績效。本文分別利用NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的避險比率 (Delta) 來建立避險組合，理論上，避險組合的價值對標的股價格變動應不具敏感性，即避險組合的價值隨標的股價格變動的幅度越低，表示越具有避險比率。本文利用自我融資 (self-financing) 觀念，在期初避

險組合的價值爲零，隨後各期避險組合的價值越偏離零時，則顯示對標的股價格變動越具敏感性，避險績效則越差。在考慮交易成本 (含買賣股票成本與利息成本) 下，逐日計算NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的避險績效。本文利用平均絕對誤差，比較NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的避險績效。此外，當某一避險組合每日價值絕對誤差避險天數小於另一避險組合每日價值絕對誤差避險天數愈多，顯示其對標的價格的變動愈不具敏感性，其避險績效愈好，因而本文也利用絕對誤差避險天數當作避險績效的另一評估標準。表4爲NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的避險績效結果。由表4得知，在9檔組合型權證中，NGARCH組合型權證定價模型與CC組合型權證定價模型無論在平均絕對誤差或絕對誤差避險天數皆優於BS選擇權定價模型。此外，在9檔組合型權證中，NGARCH組合型權證定價模型有8檔的平均絕對誤差或絕對誤差避險天數優於CC組合型權證定價模型，顯示NGARCH組合型權證定價模型的避險績效優於CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的避險績效。

表4 NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型避險績效

證券名稱	寶來01		寶來02		中信01		建弘01		國際01		國際02		統一01		富邦03		復華01	
	平均絕對誤差	避險優異天數	平均絕對誤差	避險優異天數	平均絕對誤差	避險優異天數	平均絕對誤差	避險優異天數	平均絕對誤差	避險優異天數	平均絕對誤差	避險優異天數	平均絕對誤差	避險優異天數	平均絕對誤差	避險優異天數	平均絕對誤差	避險優異天數
NGARCH組合型權證定價模型	54.238	156	23.363	162	62.325	154	32.562	161	74.456	154	252.361	302	42.9634	163	107.361	159	56.326	153
CC組合型權證定價模型	69.1253	152	35.266	142	52.895	132	20.123	186	87.125	142	265.985	300	93.9634	156	100.568	150	96.326	148
BS選擇權定價模型	100.326	141	63.265	135	100.231	129	56.321	146	101.263	139	399.635	290	153.216	148	132.231	146	119.363	145

4. 結論

當個別標的股票報酬彼此間有關且服從nonlinear GARCH (NGARCH) 過程下，本文推導出NGARCH組合型權證定價模型，此模型將組合型權證價值表示爲現貨個股價格與可觀測到的現貨個股歷史價格軌跡的函數，除了可捕捉組合型權證波動性的隨機本質外，也可以捕捉組合型權

證波動性與個股現貨報酬的相關，不需要從前期組合型權證價格推算出隱含波動性。NGARCH組合型權證定價模型可進一步探討標的股票個股的避險部位，組合型權證定價模型的隨機波動性可從各標的個股估計而得，此比利用組合型權證組合標的股的隱含波動性來評價組合型權證更實際些，因而可增進組合型權證波動性的預測。

本文利用1997/9/4至2002/7/1在臺灣證券交易所上市且期滿的9檔普通型組合型權證爲研究對象，發現NGARCH組合型權證定價模型與CC組合型權證定價模型的理論價格皆比BS選擇權定價模型的理論價格較顯著接近組合型權證實際交易價格，並以NGARCH組合型權證定價模型的理論價格較接近組合型權證實際交易價格。此外，無論在價內、價外與價平時，NGARCH組合型權證定價模型與CC組合型權證定價模型的理論價格比BS選擇權定價模型的理論價格較接近組合型權證實際交易價格；在9檔組合型權證中，價內與價外（價平）分別有6檔（7檔）的NGARCH組合型權證定價模型的理論價格比CC組合型權證定價模型的理論價格較接近組合型權證實際交易價格，但不顯著。

本文又利用自我融資觀念，比較NGARCH組合型權證定價模型、CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的動態避險績效，在9檔組合型權證中，NGARCH組合型權證定價模型與CC組合型權證定價模型無論在平均絕對誤差或絕對誤差優異天數皆優於BS選擇權定價模型。此外，在9檔組合型權證中，NGARCH組合型權證定價模型有8檔的平均絕對誤差或絕對誤差優異天數優於CC組合型權證定價模型，顯示NGARCH組合型權證定價模型的避險績效優於CC組合型權證定價模型與BS選擇權定價模型的避險績效，此或許可歸因於NGARCH組合型權證定價模型不僅能同時捕捉組合型權證波動性與標的股票個股報酬的相關性，也能捕捉其與標的股票個股波動性路徑的相依性。

參考文獻

[1] 巫春洲，「認購權證價格行爲之研究」，管理學報，第十九卷第四期，民國91年，759-779頁。

[2] 陳松男、鄭翔尹，「組合型權證的正確評價及避險方法」，證券市場發展季刊，第十一卷第四期，民國89年，1-21頁。

[3] Bates, S. D., “Jumps and Stochastic Volatility: Exchange Rate Processes Implicit in Deutsche Mark Options,” *The Review of Financial Studies Spring*, Vol. 9, No. 1, 1996, pp.69-107.

[4] Black, F. and Scholes, M., “The Pricing of Options and Corporate Liabilities,” *Journal of Political Economy*, Vol. 18, No. 1, 1973, pp.637-659.

[5] Bollerslev, T., “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of the Econometrics*, Vol. 31, No. 1, 1986, pp.307-327.

[6] Duan, J., “The GARCH Option Pricing Model,” *Mathematical Finance*, Vol. 5, No. 1, 1985, pp.13-32.

[7] Duan, J., E. Dudley, G. Gauthier and Simonato, J. G., “Pricing Discretely Monitored Barrier Options by a Markov Chain,” Hong Kong University of Science and Technology, unpublished Manuscript, 1999.

[8] Duan, J. and Zhang, H., “Pricing Hang Seng Index Options around the Asian Financial Crisis-A GARCH App.roach,” *Journal of Banking and Finance*, Vol. 25, No. 11, 2001, pp.1989-2014.

[9] Duan, J. and Simonato, J. G., “American Option Pricing under GARCH by A Markov Chain App.roximation,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 25, No. 11, 2001, pp.1689-1718.

[10] Engle, R., “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation,” *Econometrica*, Vol. 50, No. 1, 1982, pp.987-1108.

[11] Garman, M. B. and Klass, M. J., “On the Estimation of Security Price Volatilities from Historical Data,” *Journal of Business*, Vol. 53, 1980, pp.67-78.

[12] Gentle, D., “Basket Weaving over the Rainbow,” *Risk Publication*, Vol. 18, No. 1, 1995, pp.143-145.

[13] Heston, L. S. and Nandi, S., “A Closed-Form GARCH Option Valuation Model,” *The Review of Financial Studies*, Vol. 13, No. 3, 2000, pp.585-625.

[14] Heston, S., “A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility,” *Review Financial Studies*, Vol. 6, No. 1, 1993, pp.327-344.

[15] Hsieh, K. C., and Ritchken, P., “An Empirical Comparison of GARCH Option Pricing Models,” Western Reserve University, Working Paper, 2000.

[16] Hull, J. and White, A., “The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities,” *Journal of Finance*, Vol. 42, No. 1, 1987, pp.281-300.

[17] Kallsen, J. and Taqqu, M., “Option Pricing in ARCH-Type Models,” *Mathematical Finance*, Vol. 8, No. 1, 1988, pp.13-26.

[18] Merton, R. C., “Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous,” *Journal of Financial Economics*, Vol. 3, No. 1, 1976, pp.39-56.

[19] Ritchken, P. and Trevor, R., “Pricing Options under Generalized GARCH and Stochastic Volatility Processes,” *The Journal of Finance*, Vol. 54, No. 1, 1999, pp.377-402.

[20] Scott, L., "Option Pricing when the Variance Changes Randomly: Theory, Estimation and an App.lication," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 22, No. 1, 1987, pp.419-438.

[21] Stein, E. and Stein, J., "Stock Price Distributions with Stochastic Volatility: An Analytic App.roach," *Review of Financial Studies*, Vol. 4, No. 1, 1991, pp.727-752.

[22] Vorst, T., "Price and Hedge Rations of Average Exchange Rate Option," *International Review of Financial Analysis*, Vol. 1, No. 3, 1992, pp.179-194.