

整合層級分析與模糊認知圖之武器系統評選 模式

Integrated Model of AHP and Fuzzy Cognitive Maps for Evaluating the Weapon Systems

葉燉烟¹ Ching-Pu Chen 鄭景俗² Cheng-Chang Chang 連振權³ Jen-Lung Chen

環球技術學院資訊管理系

國立雲林科技大學資訊管理系

國防管理學院國防決策科學所

¹Department of Information Management, Transworld Institute of Technology,

²Department of Information Management, National Yunlin University of Science and

Technology, & ³Graduate Institute of Defense Decision Sciences, National Defense
Management College

(Received January 28, 2005; Final Version April 12, 2006)

摘要：決策者所要處理的問題通常具備多重屬性的特性，而存在於屬性之間的關係可能是相互衝突或是互有關聯的，如何解決此等複雜的決策問題，即是一個嚴肅的課題，在許多決策方法之中，層級分析法 (AHP) 便是一個備受矚目的解決工具。然而 AHP 為人所詬病的一個缺點即是其對評選屬性獨立性的假設，並且隨著現實問題中屬性關係愈是錯綜複雜，此獨立性假設致使評估結果產生偏差的可能性，恐將愈是加大。本文的目的即在於利用模糊認知圖 (Fuzzy Cognitive Maps, FCM) 建構 AHP 中評選屬性的層級結構，致使評選屬性之間的相依性得以事前獲知，並且利用貝氏理論結合 AHP 權重及 FCM 關聯權重，以妥善處理評選屬性之間的相依性問題，進而使評選過程及結果更能符合實際情況，對於決策者在制定決策時，可以提供最有助益的參考依據。在實務驗證方面，本文以評選武器系統為例，實際驗證所提評選模式的有效性。在建構 FCM 過程中，特別透過門檻值影響分析，以瞭解門檻值對 FCM 形成的影響，期能更客觀地建構所需的評選系統。另外，為更進一步瞭解本文所提出評選模式的優勢，特別加入傳統加權平均法與模糊積分法的演算結果與之比較，結果顯示本文所提出的評選模式具有相當的優勢，可提供決策者一個在制定決策時可運用的評選工具。

關鍵詞：層級分析法(AHP)、模糊認知圖(FCM)、武器系統、貝氏定理

Abstract : Decision-making problems are usually multiple-attribute orientated. The relationship between the attributes used may often conflict with one another. Therefore, how to solve these complicate decision-making problems indeed perplexes decision makers. Among the decision-making methods published, Analytic Hierarchy Process (AHP) is a popular tool. However, one of its pitfalls lies in the independence assumption among the attributes. This pitfall would deteriorate the evaluation results as the decision-making problems are complex enough. The purpose of this study aims at employing Fuzzy Cognitive Maps (FCM) to construct a hierarchical structure of independent attributes used in AHP. The distinctive features of FCM employment lie in the prior understanding about the interrelationship between the attributes. As interrelationship existing, Bayes' theorem is utilized to obtain the new weights of attributes by integrating the AHP weights and the FCM weights. As expected, this integration would make the evaluation processes and results fitting in with the real situation. In case verification, the evaluation of weapon system is conducted to show the validation of the integrated model proposed in this study. In constructing FCM, the influence analysis of threshold value is especially conducted to exploit its effect on FCM formation. On the other hand, for further revealing the superiority of this model, the evaluation results come from both the fuzzy integral algorithm and the weighted average operator are compared with those of this model. This comparison verifies the superiority of this model.

Keywords : Analytic Hierarchy Process (AHP), Fuzzy Cognitive Maps (FCM), Weapon System, Bayes' Theorem

1. 前言

人類活動中存在著為數不少的決策 (Decision Making) 問題，而許多的決策是在不確定或有風險的情況下進行，因此如何在此等情形下，做出最合乎效益的決策，值得我們去深思探討。在管理的決策領域中，決策者所要處理的問題通常具有多重屬性的 (Multiple-attribute Orientated) 特性，而某些屬性之間的關係可能是相互衝突或是互有關聯的，例如從選購一部新車，甚至至影響國家安全的政策制訂等比比皆是。就以選購一部新車為例，評估所需的屬性因素可能包含價格、舒適度、安全性、省油程度、折舊率、外觀等；其中，某些屬性因素彼此可能存在著相互的衝突性，而另外的屬性因素則是互有關聯，例如價格與安全性即有著相互衝突的關係，而價格與舒適性則是互有關聯的關係。準此，如何解決此等複雜的決策問題，即是一個嚴肅的課題，而在

許多決策方法中，層級分析法 (Analytic Hierarchy Process, AHP) 便是一個備受矚目的解決工具 (Saaty, 1980)。

AHP是一個被廣泛運用的方法，主要應用於在不確定的狀況下，具有多重評選屬性的決策問題上，其普遍被視為兼具功用與彈性的一項決策工具，評選屬性可容許涵蓋質性及量化因素，並且能將複雜且非結構性的決策問題簡化為層級結構，藉由一系列將評選屬性成對比較的程序，取得各評選屬性的權重分配，進而得到最後的綜合評估結果，以幫助決策者制定最佳決策。在運用上，其前提為假設每一階層的評選屬性均互相獨立，再依此假設給予複雜的決策問題施以系統化評估。然而，現實生活中的問題時常存在複雜的相依關係，並且隨著問題越大，關係也就越更加錯綜複雜，此時若再植基於獨立性的假設之上，恐將過度簡化問題，致使評估結果產生偏差。

事實上，為解決因評選屬性相依性所延伸的問題，許多的改良方法陸續地被發展出來。其中，例如1975年Saaty博士提出了具有依存 (Dependence) 與回饋 (Feedback) 概念的AHP延伸方法，即網路分析程序法 (Analytic Network Process, ANP)，目的即在於解決評選屬性的相依性問題 (Saaty, 1996)，事實上AHP的階層架構僅是為ANP之一特殊情況。ANP層級結構為非線性的網路結構，並使用超級矩陣 (Supermatrix) 來計算權重，與AHP為線性階層使用成對比較矩陣有所不同。ANP的方法雖可解決評選屬性之間的相依性問題，但其運算過程繁複，且問卷形式與實施方式複雜，因此須耗費大量的時間與成本，遂在運用上並不廣泛。另外，模糊積分 (Fuzzy Integral) 藉由模糊理論之助，以模糊測度 (Sugeno, 1974; Sugeno and Kwon, 1995) 測量各個評選屬性之間的相關程度，而由其觀念所發展出來的模糊積分則可對所有選擇方案加以排序。模糊測度代表一個目標對象 (Object) 隸屬於候選集合 (Candidate Set) 的程度，它的原理是將一般對於事務衡量基礎的機率理論轉成可能性理論，並將評選屬性之間的相關性列入考慮，是一種具有非加法性的評估方法 (Ishii and Sugeno, 1985; Asai, 1995)；其基本精神在於將一般機率測度對於全體集合之評估值總合為1之假設去除，使得評選屬性之間所存在不具獨立的交互影響特性，可以模糊積分處理，進而獲得獨立性之綜合評估值。但是此方法需要決策者提供大量的評估資訊，就某種程度而言，同樣造成決策時的困擾。此外，模糊分割型模糊積分 (Fuzzy Partitioned Fuzzy Integral) 將模糊因子分析與分割型模糊積分加以結合，以解決對評估資訊量的需求 (林成蔚，民93)。然而，凡此方法皆屬「事後補救」型的評估模式，對於AHP中評選屬性層級結構的形成及相依性問題，並無事前的檢測及改善能力。

模糊認知圖法 (Fuzzy Cognitive Maps, FCM) 乃源自於認知圖 (Cognitive Maps) 理論 (Axelrod, 1976)，可運用於不確定因素之間相依關係的分析，並且可將之以因果圖表示。其主要組成元素包括節點 (Node) 與關係 (Arc)，節點即為變數之所在，而變數之間的因所關係程度則以箭頭符號表示 (稱為因果邊)，以呈現整體實際問題的事實、程序、價值、目標等關係。FCM的系統運作架構，乃是將變數之間的相依程度以矩陣方式表示，而變數之間相互牽動的情形，可經由「變數變動推論」得以瞭解，並且亦可呈現出整體系統的行為變化。在變數變動推論的過程

中，特別利用門檻值函數以過濾經矩陣運算所得到的各個變數值，進而得知變數之間的相依關係。因為門檻值函數的型態即代表了整個系統關聯模式之運作型態，所得結果即可代表所有變數相互的關聯模式，據此得以瞭解所有變數的互動情形與正負向因果關係。就功能面向而言，FCM對於AHP中評選屬性的層級結構之形成及相依關係之評判，可提供具體且有用的協助。

本文的目的即在於運用FCM建構AHP中評選屬性的層級結構，並且可以事前確認及改善各層級內評選屬性的相依關係，使評估結果更能貼近實際狀況，進而提供決策者評選之依據，以制定更符合效益的決策。至於本文的研究架構，在FCM的建構部份，首先整合專家之意見，並定義出節點與因果邊，進而建構初步的關聯模式圖；繼而選擇門檻值函數及學習規則，經評選屬性之變數變動推論後，得到評選系統所需的層級架構及評選屬性之間獨立性的評判。繼之，運用AHP取得各層級內獨立評選屬性之權重分配，對於具有相依關係的評選屬性，其權重再利用貝氏定理 (Bayes' Theorem) 整合AHP權重與FCM關聯權重，以所得的事後權重做為其真正權重；最後結合各候選方案在各評選屬性的平均效能分數，以簡單代數運算後，可得各候選方案之排序結果。在實務驗證方面，本文以評選武器系統為例，實際驗證所提評選模式的有效性。在建構FCM過程中，特別透過門檻值影響分析，以瞭解門檻值對FCM形成的影響，期能更客觀地建構所需的評選系統。另外，為瞭解本文所提出評選模式的優勢，特別加入傳統加權平均法與模糊積分法之演算結果與之比較，結果顯示本文所提出的評選模式具有相當的優勢，可提供決策者一個在制定決策時可運用的評選工具。

本文接續的文章架構簡述如下：第二章對 AHP 及 FCM 做進一步的文獻探討；第三章敘述本文所採用的研究方法；而第四章則以評估武器系統為例，做實務上的驗證；最後，第五章陳述簡單的結論。

2. 層級分析法與模糊認知圖之基本概念

本文整合層級分析法 (AHP) 與模糊認知圖 (FCM) 各自之特點，建構合適的評選模式，以有效評選武器系統。本章將區分為兩部份，分別介紹此二方法之基本概念，其中第一部份介紹AHP，而第二部份則介紹FCM。

2.1 層級分析法(AHP)

AHP自1971年被提出後，至1973年整個理論才趨成熟，其後在1974年到1978年間，經過不斷應用、修正及驗證後，整個理論更臻完備。之後，陸續有學者以此理論用在資源分配、規劃與預測等各領域的研究。AHP法之所以受到廣泛應用，主因在於理論簡單，同時又具實用性，並且能系統化分析問題，所以特別適合於解決複雜問題。例如：鄧振源與曾國雄 (民78a, b) 提到AHP發展的目的，即在於將複雜的問題系統化，依專家學者和決策者之集群討論所得之意見，由不同

的層面將層級分解，並透過量化的判斷，覓得脈絡後加以綜合評估，以提供決策者選擇適當方案的充分資訊，同時減少決策錯誤的風險性。

依Saaty (1980) 的經驗，AHP可應用在下列十二種類型之問題上：(1)決定優先次序 (Setting Priorities)；(2)產生替代方案 (Generating a Set of Alternatives)；(3)選擇最佳方案 (Choosing a Best Policy Alternatives)；(4)決定需求 (Determining Requirements)；(5)資源分配 (Allocating Resources)；(6)預測結果或風險評估 (Predicting Outcomes / Risk Assessment)；(7)衡量績效 (Measuring Performance)；(8)系統設計 (Designing Systems)；(9)確保系統穩定 (Ensuring System Stability)；(10)最佳化 (Optimizing)；(11)規劃 (Planning)；(12)解決衝突 (Conflict Resolution)；而運用實例眾多，例如：醫院績效評估 (Dey and Hariharan, 2003)，產品設計規劃 (Hummel *et al.*, 2002)，廣告媒體的選擇 (徐村和, 民89)，地鐵路線的選擇 (Mouetta and Fernandes, 1996)，國防武器系統評估 (Cheng and Mon, 1994; Cheng, 1996)，公路專案的成本效益評估 (Azis, 1990) 等等。

AHP分解問題的方法乃依據結構性特徵，漸次地拆解其結構而形成層級架構。其主要的分解原則在於力求各層級內的所有評選屬性具備獨立性，若有相依性存在時，可先將具有獨立性與相依性的評選屬性各自分開處理後，再予以合併分析。AHP乃是以同一層級內各屬性變數之間兩兩成對比較的方式，取得屬性變數之間的相對重要性。其基本尺度可劃分為五項，即同等重要、稍重要、頗重要、極重要及絕對重要，並賦予名目尺度1、3、5、7、9 的衡量值；並在兩尺度間賦予2、4、6、8 的中間值，而AHP法在處理評估得點時，則採取比例尺度。各個AHP評估尺度的定義及其說明如表1所示。

2.2 模糊認知圖(FCM)

認知圖理論由Axelrod (1976) 提出，FCM則是引用模糊集理論 (Fuzzy Set Theory) (Zadeh, 1965) 以拓展認知圖的應用領域，其特色在於可處理認知圖中不易定義的變數關係，強調只需知

表1 AHP評估尺度說明表

評估尺度	定 義	說 明
1	同等重要 (Equal importance)	兩比較方案的貢獻程度具同等重要性 (等強)
3	稍重要 (Weak importance)	經驗與判斷稍微傾向喜好某一方案 (稍強)
5	頗重要 (Essential importance)	經驗與判斷強烈傾向喜好某一方案 (頗強)
7	極重要 (Very strong importance)	實際顯示非常強烈傾向喜好某一方案 (極強)
9	絕對重要 (Absolute importance)	有足夠證據肯定絕對喜好某一方案 (絕強)
2, 4, 6, 8	相鄰尺度之中間值 (Intermediate values)	需要折衷值時

資料來源：Saaty, 1980

其變數之間的約略關係即可，而變數之間的關係程度可以用 $[-1, 1]$ 區間的有理數表示之 (Kosko, 1986, 1992)。認知圖之結構模型發展包括1970年代的ISM (Interpretive Structural Model) 與 DEMATEL (Decision Making trial and Trial and Evaluation Laboratory)，1975年Cognitive Map及1985年FCM，相關發展資訊可參考Huang *et al.* (2005), Chiu *et al.* (2006), Yu and Tzeng (2006)。

FCM之架構並不是單向的樹狀圖，而是網路結構；其建構步驟首先以不同類別之變數及其間的聯結來呈現事件的整體狀況，再以關聯模式代表彼此的關聯程度；附於因果邊的關聯程度以正負號表示其正向及負向的因果關係，而因果關係之模糊程度則以介於 $[-1, 1]$ 的數值表之。FCM的應用有許多案例，例如：政治分析系統的建立 (Kosko, 1992, 1993)，購物中心的選擇 (Satur and Liu, 1996)，魚群的生態系統 (Dickerson and Kosko, 1994)，地理資訊系統的建構 (Satur and Liu, 1999)，企業績效評估 (Kardaras and Mentzas, 2002) 等。

FCM的架構一般可依下列程序建構：

(1) 定義節點與因果邊

分析者可利用文獻資料整理或專家問卷調查法，以瞭解問題的特徵結構與關聯，其中包括節點上的變數所代表之意義及因果邊上代表變數之間的關聯程度。此關聯模式可以矩陣型式定義之，即為因素權重矩陣，例如：有 n 個因素，則其因素權重矩陣定義為：

$$E = \begin{bmatrix} e_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & e_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & e_{ij} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ e_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & e_{nn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

在因素權重矩陣中， e_{ii} 代表第 i 個因素對自己本身的影響程度，其值為1； e_{ij} 代表第 i 個因素對第 j 個因素的影響程度，以介於 $[-1, 1]$ 的有理數表之。若 $e_{ij} > 0$ ，則代表第 i 個因素對第 j 個因素存在著正向的影響關係；若 $e_{ij} < 0$ ，則代表第 i 個因素對第 j 個因素存在著負向的影響關係；若 $e_{ij} = 0$ ，則代表第 i 個因素對第 j 個因素不造成影響。

在實施問卷調查方面，可藉由模糊語意變數 (Fuzzy Linguistic Variable) 之助，妥切有效地表達並且整合專家群的意見 (Zadeh, 1975)；而FCM可使用量化或質性型態的變數資料，但需要經過詳細的定義與專家認可，若以資料的型態來區分，僅有名目尺度的資料無法納入。

(2) 整合專家意見

以 E_k 表為第 k 位專家所給定之因素權重矩陣，可採用聯集合 (Combined Matrix) 整合 m 位專家之意見，整合後的因素權重矩陣為 E_C ：

$$E_C = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m E_k \quad (2)$$

(3) 變數變動推論

1) 選擇門檻值函數

門檻值函數的功能在於防止節點上變數 C_i 值在運算過程中超出定義域，而其型態代表整個系統關聯模式之運作型態。門檻值函數型態有Bivalent、Trivalent及Logistic Signal三種 (Mohr, 1997)，其中前兩種型態的門檻值函數較容易得到穩定或振盪結果。較常被使用的門檻值函數(B)為Bivalent型態，其形式如下：

$$B : C_i(t+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } C_i(t) \times E_{C_i} > 0 \\ 0, & \text{if } C_i(t) \times E_{C_i} \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中， $C_i(t+1)$ 為節點 C_i 在第 $(t+1)$ 次運算的變數狀態值矩陣，而 $C_i(t)$ 為在第 t 次運算的變數狀態值矩陣； E_{C_i} 為節點 C_i 之因素權重矩陣，而門檻值被設定為0。

2) 建立學習規則

學習規則係用以判斷在運算過程中，因素之間的因果關係權重值是否需要變動，由節點因時間產生之變異修正因果邊的因果關係。在簡單FCM中，因果邊的權重值可設為固定值，而節點變數值的變動規則可利用矩陣運算的基本概念為之，意即以初始值矩陣乘上因素權重矩陣，並利用門檻函數過濾不顯著之因素，最後系統內變數之間的相依關係得以輕易瞭解。其運算公式為：

$$C_i(t+1) = B(C_i(t) \times E_{C_i}) \quad (4)$$

3) 設定起始值

為方便運算及過程中的分析，一般只會選擇一個目標變數，並且由設定其起始值為1開始其變動推論的運算，直至收斂為止。

FCM的節點在經過變動推論後，可能會有三種結果產生：穩定、振盪及發散。其中振盪狀態為有限循環，節點值將隨運算次數而循環振盪變化。

(4) 運算簡例- 以評選武器系統為例

步驟一：建立認知圖，確定變數名稱與變數之間的相互關係。圖1為經專家確認後影響武器系統性能的認知圖架構，其中之變數包含成本(A)、作戰力(B)、可靠度(C)及後勤補給(D)。門檻值函數如公式(3)，而其因素權重矩陣如下所示：

$$E_C = \begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.75 & 0.5 \\ 0.75 & 1 & 0.75 & -0.5 \\ 0 & 0.75 & 1 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & -0.5 & 1 \end{bmatrix}$$

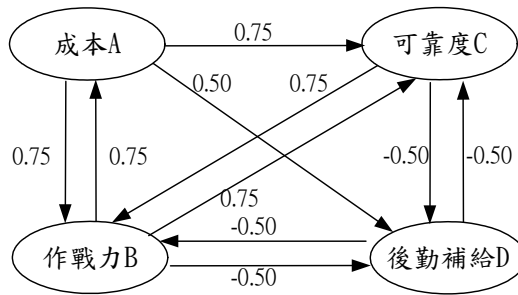


圖1 武器系統的FCM架構

步驟二：依據運算法則(4)式，我們可得到下式

$$[C_A \ C_B \ C_C \ C_D]_{new} = B([C_A \ C_B \ C_C \ C_D]_{old} \times E_C)$$

- A. 若先針對『成本』探討，則起始向量為 $[1 \ 0 \ 0 \ 0]_{old}$ ，經第一次運算結果為： $[C_A \ C_B \ C_C \ C_D]_{old} \times E_C = [1 \ 0.75 \ 0.75 \ 0.5]$ ，經門檻值函數運算後， $[C_A \ C_B \ C_C \ C_D]_{new1} = [1 \ 1 \ 1 \ 1]_{new1}$ ，而所影響的變數包含其本身（成本）、作戰力、可靠度及後勤補給。
- B. 經第二次運算結果為 $[C_A \ C_B \ C_C \ C_D]_{new1} \times E_C = [1.75 \ 2 \ 2 \ 0.5]$ ，經門檻函數運算後， $[C_A \ C_B \ C_C \ C_D]_{new2} = [1 \ 1 \ 1 \ 1]_{new2}$ ，而所影響的變數還是包含了其本身（成本）、作戰力、可靠度及後勤補給。

步驟三：推論此認知圖為穩定狀況，因 $[1 \ 1 \ 1 \ 1]_{new1}$ 和 $[1 \ 1 \ 1 \ 1]_{new2}$ 相同。

經由FCM我們可輕易瞭解變數與變數之間的因果關係，如本例中，可知『成本』對『作戰力』、『可靠度』、『後勤補給』皆有正向的影響關係，其中『成本』對『作戰力』及『可靠度』的影響程度較大，而對『後勤補給』的影響程度較小。經此變數變動推論後，其結果可供決策者於武器系統之獲得與評選過程中，作為參考的重要依據。

3. 整合的評選模式及演算步驟

本文以評選武器系統為例，研究架構如圖2所示。首先，運用FCM建構評選系統的屬性層級結構，並且判別其關聯模式，接續以AHP獲得各個屬性的權重；依FCM之結果，對於具有相依性的評選屬性，將其因素權重矩陣經特殊處理後得到關聯權重，此權重值再以貝氏定理結合AHP之權重值而得到新的權重值，以改善評選屬性的相依性問題；最後，整合所有評選屬性權重及候

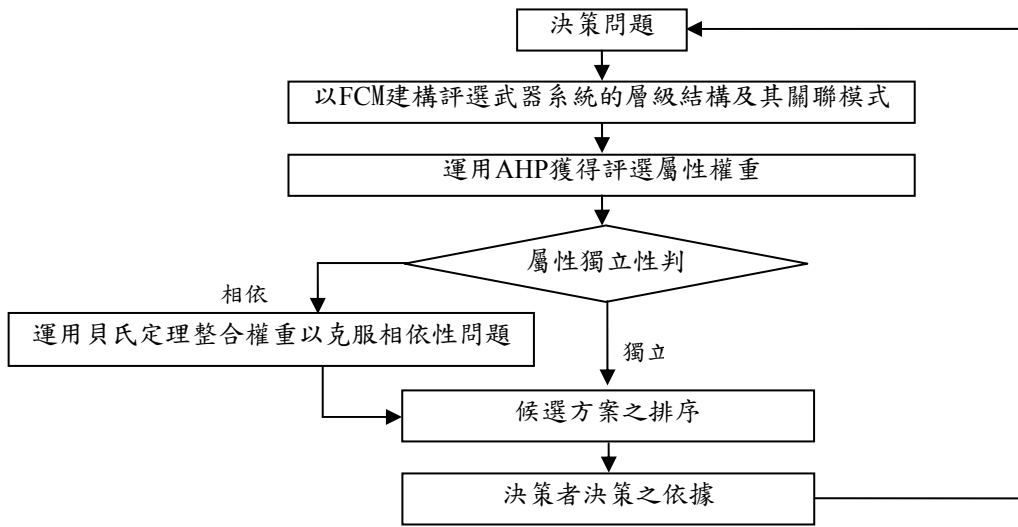


圖2 整合FCM與AHP的評選模式架構

選方案在各個屬性的表現值，以給予所有候選方案公平的排序，所得結果可供決策者制定最佳決策之參考。詳細步驟說明如下：

3.1 建構評選系統的關聯模式

依據2.2節FCM架構的建構程序，以實施問卷方式整合該領域專家之意見，建構評選武器系統所需的層級結構及其關聯模式。其中，本文以下列門檻值函數作為評判屬性相依性的依據：

$$B : C_i(t+1) = \begin{cases} 1, & \text{if } C_i(t) \times E_{C_i} \geq x_t \\ 0, & \text{if } C_i(t) \times E_{C_i} < x_t \end{cases} \quad x_t \in (0,1) \quad (5)$$

在公式(5)中， x_t 為門檻值，可設定為0至1間的有理數，用以代表決策者不同的主觀強度。 x_t 值的大小將影響FCM架構內變數之變動，甚而影響評選系統的層級結構。因此，本文另將探討 x_t 對FCM形成之影響，以降低個人主觀意識的效應，期能更客觀地建構所需的評選系統。

3.2 運用AHP獲得評選屬性權重

以3.1節所得評選系統的屬性層級架構提供給AHP之用，並依下列步驟實施：

步驟一：建立成對比較矩陣

某一層級的屬性因素應以上一層級所對應的屬性作為評估的基準，以進行因素之間的成對比較。若某一層級中共有 n 個評選屬性時，則決策者必須進行 $n(n-1)/2$ 次的成對比較。本文成所

採用的對比較數值為 $1/9, 1/8, \dots, 1/2, 1, 2, \dots, 8, 9$ ，因素之間的比較結果置於成對比較矩陣 A 的上三角形部分，而下三角形部分的數值則為上三角形部分相對位置數值的倒數。在成對比較矩陣 A 得到後，可求取各層級屬性因素的權重。本文使用特徵值 (Eigen-value) 解法，以求得 A 之最大特徵值及其對應之特徵向量 (Eigen-vector) 或優勢向量 (Priority-vector)。

步驟二：層級一致性的檢定

如果每一成對比較矩陣的一致性程度均符合規定，尚需檢定整個層級結構的一致性。如果整個層級結構的一致性程度不符合要求，表示層級間的因素關聯有問題，須從頭進行因素及其關聯的分析。

步驟三：整體層級權重的計算

各個層級因素之間的權重計算後，再進行整體層級權重的計算。

3.3 處理評選屬性的相依性

在 FCM 中，透過門檻值函數的作用，評選屬性之間的關聯程度值若未達到決策者設定之門檻值時，則此二評選屬性將被評定為彼此獨立；反之，若其關聯程度值達到決策者設定之門檻值時，則此二評選屬性具相依性。然而，AHP 的基本假設在於每一階層內的評選屬性具獨立性，為改善評選屬性相依性問題，本文擬以下列方式處理之：

對於具有相依性的評選屬性，將其因素權重矩陣經特殊處理後得到一個穩定狀態值，此即為其關聯權重；關聯權重值與 AHP 之權重值以貝氏定理結合為一，所得的新權重值即作為渠等評選屬性的權重。詳細的處理步驟如下：

步驟一：將因素權重矩陣內各行標準化

因素權重矩陣是由 FCM 所獲得，其各行值之和不一定等於 1，因此需將之標準化。標準化後的因素權重矩陣為 E_N

$$E_N = \begin{bmatrix} \frac{e_{11}}{e_{11} + e_{12} + \dots + e_{1n}} & \dots & \frac{e_{1n}}{e_{11} + e_{12} + \dots + e_{1n}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{e_{n1}}{e_{n1} + e_{n2} + \dots + e_{nn}} & \dots & \frac{e_{nn}}{e_{n1} + e_{n2} + \dots + e_{nn}} \end{bmatrix}$$

步驟二：矩陣 E_N 連續自乘，直至收斂到一穩定狀態

在 ANP 中，藉由超級矩陣 (Supermatrix) 之自乘方法以獲得綜合的權重比例，使之具有處理評選屬性之間相互依賴問題的能力 (Saaty, 1996)。其概念就如同馬可夫鏈的運用，藉由超級矩陣中的特徵向量來調整相對重要因素的權重，若矩陣內因素彼此相依，則矩陣多次自乘後，將收斂到一個穩定的狀態，其值將固定不變 (Saaty, 1996)。本文運用此概念，將標準化後的因素權重矩陣 E_N 連續自乘，直至收斂到一穩定狀態，所得之固定值即為渠等評選屬性的關聯權重。

步驟三：運用貝氏定理之觀念，確認評選屬性的權重

機率理論中貝氏定理的主要觀念在於可以引用額外資訊（條件機率）來修正原擁有的資訊（事前機率），以得到更合理及貼近事實的事後資訊（事後機率）。本文將運用此觀念以求得具相依性評選屬性的權重，其步驟為：將步驟二之關聯權重當作是貝氏定理中之條件權重 $P(B|A_i)$ ，而由AHP所獲得權重當作事前權重 $P(A_i)$ ，經貝氏定理運算後，可獲得事後權重 $P(A_i|B)$ ，運算式如下：

$$\begin{aligned}
 P(A_i|B) &= \frac{P(B \cap A_i)}{P(B)} = \frac{P(B \cap A_i)}{P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + \dots + P(B \cap A_r)} \\
 &= \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + \dots + P(A_r)P(B|A_r)}, \quad (6)
 \end{aligned}$$

最後，以此事後權重作為評選屬性的真正權重。

3.4 排列候選方案

整合所有評選屬性的權重及候選方案在各個屬性的效能值，以給予各個候選方案公平的排序，而所得結果將供決策者制定最佳決策之參考。

4. 實例驗證：以評選武器系統為例

為實際驗證本文所提出的方法，擬以美國製M1-A2 (S_1)、德國製豹二A6 (S_2) 及英國製挑戰者二型 (S_3) 三種出自不同生產國家，並且作戰能力相當的主力戰車作為評選對象。本文以語意變數及三角模糊數表達相關評選屬性的模糊性。

4.1 FCM架構

由於主力戰車武器系統評選過程所涉及的層面相當廣泛，因此首先藉由文獻資料整理有關武器系統性能的重要影響因素，再透過專家群的訪談，以確定評選武器系統的重要評選屬性，進而作為本文建構評選武器系統關聯模式的基礎，所得結果詳如表2所示。本案例專家群的組成包含八名陸軍總部高階的系統分析人員。

由於本文著重於對主力戰車作戰能量的考量，將暫時不考量『成本』與『後勤補給』兩評選屬性之影響。其意即在這三型主力戰車皆能符合此兩評選屬性需求的假設下，利用本文所提出之評選模式評選此三型主力戰車。準此，評選武器系統的層級結構可以圖3表示之。

以評選武器系統的重要評選屬性為對象設計問卷，藉由專家群的認知以瞭解各變數的影響程度高低及某一變數變動對整個系統所造成之影響。問卷設計以表格的方式呈現，使專家群可以輕

表2 評選武器系統的重要評選屬性

評選屬性	涵蓋範圍
成本(A)	採購(研發)成本、作業維持成本
後勤補給(B)	維修能力、零附件獲得、妥善率
作戰能力(C ₁)	穿甲力、攜行彈數量、火炮程式、自動進彈系統
機動能力(C ₂)	車速、行車距離、涉水深度、過障礙高度、過壕寬度、爬坡能力、重量、馬力
防護能力(C ₃)	裝甲力、煙幕發射器、核生化防護系統
科技先進性(C ₄)	砲控系統、GPS系統、模組化、反應時間

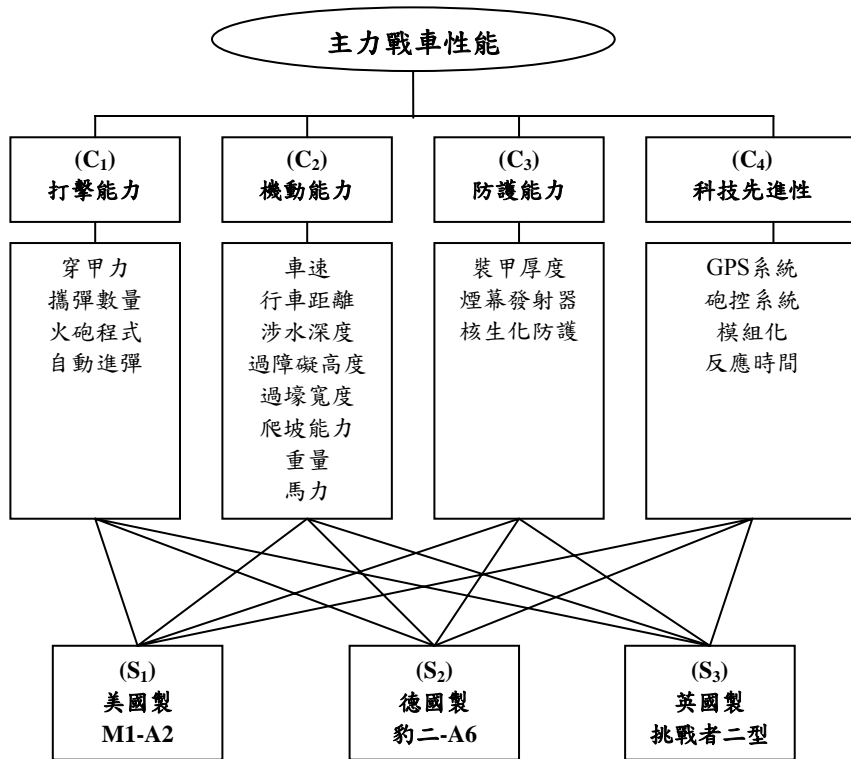


圖3 評選武器系統的層級結構圖

易勾選填答。若以表3為例，若勾選「無影響」，則代表『打擊能力』與其他評選屬性之間無關聯；若勾選「正的影響」，則代表『打擊能力』與其他評選屬性之間有正向的關聯；若勾選「負的影響」，則代表『打擊能力』與其他評選屬性之間有負向的關聯。另外，並以「小」、「中」、

表3 評選武器系統問卷範例

打擊能力 Vs.	負的影響				無影響	正的影響			
	小	中	大	完全		小	中	大	完全
機動能力									
防護能力									
科技先進性									

「大」及「完全」等四種模糊語意變數區分其關聯程度，使專家群的意見可輕易透過FCM之建構，適切地將評選武器系統的屬性關聯模式架構出來。

整合專家群意見後，得到評選武器系統所需的FCM，其關聯模式的因素權重矩陣如下：

$$E_C = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0.25 & 1 & -0.6 & 0.1 \\ 0.4 & -0.5 & 1 & 0.1 \\ 0.3 & 0.15 & 0.1 & 1 \end{bmatrix},$$

而FCM架構如圖4所示。

4.2 門檻值影響分析

變數的變動推論以設定不同的門檻值過濾不顯著的相依關係，進而得知評選屬性之間的相依關係。本文所使用的門檻值函數形式如公式(5)所示，其中門檻值 x_i 之值可設定為介於0至1之間的有理數，以代表決策者不同的主觀強度。另外，本文以公式(4)作為變數變動推論的運算式，並且變化不同的門檻值 x_i ，以探討其對評選屬性之間關聯模式的影響，所得結果如表4所示。其中，

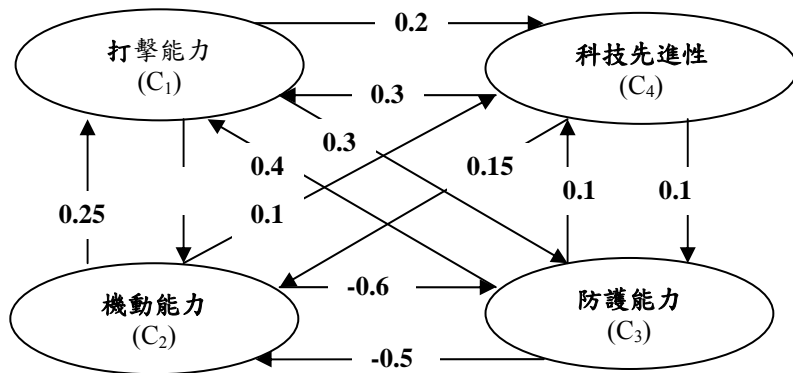


圖4 評選武器系統的FCM架構

表 4 門檻值變化對評選屬性關聯模式影響彙整表

x_i	C_1	C_2	C_3	C_4
0.1	$C_1 \rightarrow C_1, C_2, C_3, C_4$	$C_2 \rightarrow -C_1, C_2, -C_3, C_4$	$C_3 \rightarrow C_1, -C_2, C_3, C_4$	$C_4 \rightarrow C_1, C_2, C_3, C_4$
0.3	$C_1 \rightarrow C_1, C_2, C_3, C_4$	$C_2 \rightarrow -C_1, C_2, -C_3$	$C_3 \rightarrow C_1, -C_2, C_3$	$C_4 \rightarrow C_1, C_2, C_3, C_4$
0.5	$C_1 \rightarrow C_1$	$C_2 \rightarrow -C_1, C_2, -C_3$	$C_3 \rightarrow -C_2, C_3$	$C_4 \rightarrow C_4$
0.7	$C_1 \rightarrow C_1$	$C_2 \rightarrow C_2$	$C_3 \rightarrow C_3$	$C_4 \rightarrow C_4$

以單個評選屬性為對象，而門檻值 x_i 取0.1、0.3、0.5及0.7，第二欄到第五欄呈現評選屬性之間關聯模式的變化情形。

以主力戰車性能的評選為案例，由門檻值的影響分析可獲得下列初步的結論：

- (1) 不同的門檻值代表決策者主觀評判的強度變化，門檻值愈低代表主觀評判的強度愈小，而評選系統便愈能呈現原有的關聯模式；
- (2) 由評選屬性的變動推論得知，門檻值愈低，彼此之間的關聯模式便愈容易趨於有限循環，而任一評選屬性的變動勢將愈容易影響其它的評選屬性；
- (3) 門檻值愈低，當變數變動時，愈不容易區分評選屬性之間的關聯性，並且其關聯程度的變化亦愈不顯著。然而當門檻值愈高時，則使得變數之間的關聯性區分愈顯著，但卻愈不易於評選候選方案；
- (4) 『機動能力(C_2)』與『防護能力(C_3)』有著明顯的負向關聯性，決策者更需詳加思考此現象的重要性及影響層面；
- (5) 就影響層面的大小觀之，廣泛程度分別為『機動能力(C_2)』>『防護能力(C_3)』>『打擊能力(C_1)』和『科技先進性(C_4)』，因此決策者可依此順序制定所需的評選策略。

綜觀以上，在降低主觀意識影響層面的原則下，本文的門檻值 x_i 取為0.1，而所得評選系統內四個評選屬性之間皆存在相依關係。

4.3 評選屬性AHP權重

針對相同於建構FCM的專家群實施AHP問卷調查，以瞭解本文所選定的打擊能力、機動能力、防護能力及科技先進性等四個評選屬性之權重值，並以權重向量 W 來表示，整合後所得結果為：

$$W = [0.250, 0.200, 0.300, 0.250]$$

4.4 武器系統評選

候選方案各項的基本諸元性能資料如表5所示 (Christopher, 1996)，專家群分別給定候選方案在各個評選屬性的效能值，整合後的平均效能值以效能矩陣A表示：

$$A = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.284 & 0.363 & 0.347 & 0.372 \\ 0.402 & 0.411 & 0.249 & 0.337 \\ 0.304 & 0.226 & 0.404 & 0.291 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

對於評選屬性的相依性問題以下列步驟處理：

步驟一：將關聯模式的因素權重矩陣(E_C)標準化後得

表 5 三種主力戰車的基本資料

項 目		美國製 M1-A2 (S ₁)	德國製 豹二-A6 (S ₂)	英國製 挑戰者二型 (S ₃)
打擊能力	火砲程式	120mm256光膛砲	120mmL55光膛砲	120mmL30A1線膛砲
	穿甲力(mm)	810	900	850
	攜行彈藥數量(發)	40	42	50
	自動進彈系統	自動	手動	手動
機動能力	車速(km/hr)	67.6	72	56
	行車距離	412	500	450
	涉水深度(m)	1.21	1	1.07
	(加裝配備後)	(2.97)	(4)	
	過障礙高度(m)	1.07	1.1	0.9
	過壕寬度(m)	2.75	3	2.34
	爬坡能力(度)	60	60	60
	重量(噸)	63.1	59.7	62.5
馬力(匹)	1500	1500	1200	
防護能力	裝甲厚度	良好	一般	優
	核生化防護設備	良好	良好	良好
	煙幕發射器	2具5聯裝	16具	2具5聯裝
科技先進性	砲控系統	良好	優	良好
	GPS系統	優	良好	優
	模組化	優	優	良好
	反應時間	良好	優	一般

資料來源：Christopher, 1996

$$E_N = \begin{bmatrix} 0.513 & 0.207 & 0.214 & 0.144 \\ 0.128 & 0.690 & 0 & 0.071 \\ 0.205 & 0 & 0.714 & 0.071 \\ 0.154 & 0.130 & 0.072 & 0.714 \end{bmatrix}$$

步驟二：以矩陣 E_N 自乘 n 次後可收斂至一穩定狀態，本案例約在 $n = 40$ 後即穩定。

$$E_N^n = \begin{bmatrix} 0.276 & 0.276 & 0.276 & 0.276 \\ 0.178 & 0.178 & 0.178 & 0.178 \\ 0.267 & 0.267 & 0.267 & 0.267 \\ 0.280 & 0.280 & 0.280 & 0.280 \end{bmatrix},$$

而 $E' = \begin{bmatrix} 0.276 \\ 0.178 \\ 0.267 \\ 0.280 \end{bmatrix}$ 即為評估屬性之間的關聯權重。

步驟三：運用貝氏定理之觀念，確認評選屬性的權重。其中關聯權重 E' 被視為四個評選屬性的條件權重，而 W 為事前權重，利用公式(6)得到 $P(B) = W \times E' = 0.255$ ，以及四個評估評選屬性的事後權重 W' ：

$$W' = \begin{bmatrix} \frac{0.250 \times 0.276}{0.255} & \frac{0.200 \times 0.178}{0.255} & \frac{0.300 \times 0.267}{0.255} & \frac{0.250 \times 0.280}{0.255} \\ = [0.271 & 0.140 & 0.314 & 0.275] \end{bmatrix}$$

步驟四：整合所有評選屬性的權重及各個候選方案的屬性效能值得到：

$$A \times W' = \begin{bmatrix} 0.340 \\ 0.337 \\ 0.324 \end{bmatrix}.$$

以此結果排列候選方案，可得三種主力戰車的性能優略排序為：M1-A2(S₁) > 豹二-A6(S₂) > 挑戰者二型 (S₃)。因此，最後評估結果顯示美國製M1-A2 (S₁) 為主力戰車評選之最佳選擇。

4.5 優勢比較之討論

為瞭解本文所提出評選模式的有效性與優勢，另外加入傳統加權平均法與模糊積分法之演算結果與之比較，選擇此二演算法有兩層考量，第一層在於有無考量評選屬性之相依性，而第二層則在於所選方法需簡單既典型，模糊積分法與簡單加權演算法即是符合此兩層考量的對照組合。演算結果彙整於表6，演算程序見於附錄。

表6 三種武器系統評選方法演算結果彙整表

演算方法	演算結果
本文評選模式	$S_1 \succ S_2 \succ S_3$
模糊積分法	$S_1 \succ S_2 \succ S_3$
傳統加權平均演算法	$S_2 \succ S_1 \succ S_3$

就演算結果觀之，本文所提出評選模式的演算結果與模糊積分法的結果相同，而與傳統加權平均演算法的結果有所差異。模糊積分法與傳統加權平均演算法主要的差異處，在於模糊積分法擁有改善評選屬性相依性問題的優異能力，就本實例而言，本文的評選模式具備相同於模糊積分法可有效區別候選方案的能力。另外，就演算基礎、演算速度、專家接受度三個面向，將演算過程和所得結果與專家群討論，以瞭解本文的評選模式在此三個面向的優勢狀況，三種演算方法的比較結果如表7所示。

在演算基礎方面，傳統加權平均演算法植基於評選屬性具有獨立性的假設之上，而模糊積分法則可處理評選屬性的相依性問題；就以此實例之評選結果而言，本文所提的評選模式具有處理評選屬性相依性之能力，所以在運用上具有相對的優勢。在演算速度方面，傳統加權平均演算法不需模糊語意的演算處理，僅需簡單的代數演算，所以花費的時間較另二演算方法少，而模糊積分法因需要較多以模糊語意表達的評估資訊，其中並且牽涉到多次方根（參數 λ 值，見於附錄）的求解過程，故所需的演算步驟及時間比傳統平均加權演算法多；本文的評選模式將FCM與AHP加以整合運用，處理評估資訊所需的演算步驟及時間不若模糊積分法之多，所以演算速度快慢介於兩者之間。最後，在專家接受度方面，將評選過程與結果向專家群說明，專家群一致認為本文評選模式與模糊積分法較為客觀，並且亦較能反映出公正的評選分數，而本文的評選模式更可幫助專家群事前考慮到評選屬性相依性之問題，進而可以更審慎客觀地處理屬性的權重分配。綜合觀之，本文所提出的評選模式具有相當的優勢，可提供決策者一個在制定決策時可運用的評選工具。

表7 三種演算方法在不同面向之比較

演算方法	評估面向		
	演算基礎	演算速度	專家接受度
本文評選模式	屬性可具相依性	普通	客觀
模糊積分法	屬性可具相依性	慢	客觀
傳統加權平均演算法	屬性需具獨立性	快	較主觀

5. 結論

以評選武器系統為例，本文所提出的評選模式乃利用FCM建構整個評選武器系統的關聯模式，其中包含評選系統所需的評選屬性層級架構及各層級內評選屬性之間的相依關係，繼之將此關聯模式提供給AHP運用，以決定各評選屬性的權重分配。本文特殊之處在於藉由FCM的運用，評選屬性之間的相依性得以事前獲知，並且利用貝氏理論結合AHP權重及FCM關聯權重，以妥善處理評選屬性之間的相依性問題，進而使評選過程及結果更能符合實際情況，對於決策者在制定決策時，可以提供最有助益的參考依據。

在實務驗證方面，本文以評選三型主力戰車為對象，實際驗證所提評選模式的有效性。在建構FCM過程中，特別透過門檻值影響分析，以瞭解門檻值對FCM形成的影響，期能更客觀地建構所需的評選系統。另外，為更進一步瞭解本文所提出評選模式的優勢，特別加入傳統加權平均法與模糊積分法之演算結果與之比較，結果顯示本文所提出的評選模式具有相當的優勢，提供給決策者一個在制定決策時可資運用的評選工具。

附錄：傳統加權平均法與模糊積分法之演算程序

(一) 傳統加權平均演算法

此法即為簡單加權演算法，可以下式表示之：

$$V_l = \sum_{i=1}^n w_i \times y_{li}, \quad l=1, \dots, m, \quad (\text{A1})$$

其中 V_l 代表 m 個候選方案中第 l 個候選方案的綜合性能值， w_i 代表 n 個評選屬性中第 i 項的效用值，而 y_{li} 代表第 l 位候選方案在第 i 項評選屬性的效能值，最終以 V_l 之值作為各候選方案綜合性能之排序依據。附表1為評選系統內變數效用值及候選方案效能值之彙整表，各候選方案之綜合性能值以公式(A1)計算而有

$$V = \begin{bmatrix} V_{S_1} \\ V_{S_2} \\ V_{S_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.542 \\ 3.708 \\ 3.384 \end{bmatrix}.$$

意即 $V_{S_2} > V_{S_1} > V_{S_3}$ ，可得三種主力戰車的性能優略排序為：豹二-A6(S_2) \succ M1-A2(S_1) \succ 挑戰者二型(S_3)。

附表1 評選系統內變數效用值及候選方案效能值彙整表

屬性 (權重)	變數(權重)【效用值】	效能值		
		M1-A2(S ₁)	豹二-A6(S ₂)	挑戰者二型 (S ₃)
打擊能力 (0.25)	穿甲力 (0.28) 【0.07】	3.25	4.825	4.125
	攜彈數量 (0.23) 【0.058】	2.125	3.00	3.875
	火炮程式 (0.17) 【0.043】	3.5	4.375	4.00
	自動進彈 (0.32) 【0.08】	4.25	2.00	2.00
機動能力 (0.2)	車速 (0.15) 【0.030】	3.375	4.75	2.00
	行車距離 (0.20) 【0.040】	2.00	4.825	4.00
	涉水深度 (0.16) 【0.032】	3.25	3.875	1.5
	過壕寬度 (0.12) 【0.024】	3.00	3.375	3.00
	過障礙高度 (0.10) 【0.020】	3.00	3.375	2.825
	爬坡能力(0.07) 【0.014】	2.75	2.75	2.75
	重量 (0.11) 【0.022】	2.50	3.00	2.625
	馬力 (0.09) 【0.018】	5.00	5.00	3.25
防護能力 (0.3)	裝甲厚度 (0.58) 【0.174】	3.75	3.25	4.125
	煙幕發射器 (0.19) 【0.057】	2.625	3.25	2.50
	核生化防護 (0.23) 【0.069】	3.00	3.00	3.00
科技先進性 (0.25)	GPS系統 (0.29) 【0.073】	4.625	3.75	4.375
	砲控系統 (0.21) 【0.053】	4.00	4.375	3.875
	模組化 (0.23) 【0.058】	5.00	4.75	3.875
	反應時間 (0.27) 【0.068】	3.625	4.25	2.50

(二) 模糊積分法

利用Choquet積分 (Sugeno, 1974 ; Ishii and Sugeno, 1985 ; Chen and Tzeng, 2001) :

$$(c) \int f dg = f(x_n)g_\lambda(X_n) + [f(x_{n-1}) - f(x_n)]g_\lambda(X_{n-1}) + \dots + [f(x_1) - f(x_2)]g_\lambda(X_1), \tag{A2}$$

其中 $X_i := \{x_1, x_2, \dots, x_i\}$, $i = 1, 2, \dots, n$; 而

$$\begin{aligned}
 g_\lambda(X_i) &= \sum_{j=1}^i g_\lambda(\{x_j\}) + \lambda \sum_{j_1=1}^{i-1} \sum_{j_2=j_1+1}^i g_\lambda(\{x_{j_1}\})g_\lambda(\{x_{j_2}\}) + \dots \\
 &\quad + \lambda^{i-1} g_\lambda(\{x_1\})g_\lambda(\{x_2\}) \dots g_\lambda(\{x_i\}) \\
 &= \frac{1}{\lambda} \left[\prod_{j=1}^i (1 + \lambda g_\lambda(x_j)) - 1 \right] \quad \text{for } -1 \leq \lambda \leq \infty.
 \end{aligned} \tag{A3}$$

在實際運用上，X可視為由n個評選屬性 (x_i) 所組成之集合， $f(x_i)$ 為候選方案在第i個評選屬性上的性能值，而 $g_\lambda(\{x_j\})$ 為 λ -模糊測度，代表評選屬性的效用值， λ 代表準則之間相互

關係的參數。公式(A2)所得之值即為候選方案的綜合性能值，其中因為參數 λ 的引用，使得模糊積分可以克服準則之間的相依性。演算步驟如下：

步驟一：由附表1取得每一個層級（構面）內 g_j 及 f_{ij} 值，其中 g_j 代表 n 個評選屬性中第 j 項的（模糊）效用值，而 f_{ij} 代表第 i 個候選方案在第 j 項評選屬性的（模糊）性能值。

步驟二：針對每一個構面內，將 g_j 帶入下式- 公式(A4)，以求得每一個構面內評選屬性之間相互關係的參數 λ 。

$$\lambda+1 = \prod_{j=1}^l (1 + \lambda \cdot g_j), \quad (\text{A4})$$

其中 l 為構面內評選屬性數目。

步驟三：依據步驟一所得 f_{ij} 值之大小，將 λ 值及 g_j 值做順序之調整後帶入公式(A3)，並且利用公式(A2)分別求得各候選方案在每個構面下的性能表現值，令 h_i^p 代表第 i 個候選方案在第 p 個構面之性能表現值。

步驟四：依據加法原理，利用公式(A5)求得每個候選方案的綜合性能值(V_i)。

$$V_i = \sum_{p=1}^4 h_i^p \times \tilde{q}^p, \quad (\text{A5})$$

其中 \tilde{q}^p 代表4個構面中第 p 個構面的權重值。運算結果如下：

$$V_{S_1} = 0.747, \quad V_{S_2} = 0.744, \quad V_{S_3} = 0.735.$$

步驟五：依據步驟四之結果進行排序，可得 $V_{S_1} > V_{S_2} > V_{S_3}$ ，

即三種主力戰車的性能優略排序為：M1-A2(S_1) \succ 豹二-A6(S_2) \succ 挑戰者二型(S_3)。

參考文獻

- 林成蔚，「模糊測度理論在多目標決策方法中之發展與應用」，交通大學交通運輸研究所未出版博士論文，民國93年。
- 鄧振源、曾國雄，「層級分析法的內涵特性與應用(上)」，中國統計學報，第27卷第6期，民國78年a，13707~13724頁。
- 鄧振源、曾國雄，「層級分析法的內涵特性與應用(下)」，中國統計學報，第27卷第7期，民國78年b，13767~13786頁。

- 徐村和，「新模糊綜合評判法在廣告媒體選擇之應用」，管理與系統，第7卷第3期，民國89年，365-378頁。
- Asai, K., *Fuzzy System for Management*, New York: Ohmsha, 1995.
- Axelrod, R., *Structure of Decision: The Cognitive Maps of Political Elites*, New Jersey: Princeton University Press, 1976.
- Azis, I. J., "Analytic Hierarchy Process in the Benefit-Cost Framework: A Post-Evaluation of the Trans-Sumatra Highway Project," *European Journal of Operational Research*, Vol. 48, No. 1, 1990, pp. 38-44.
- Chen, Y. W. and Tzeng, G. H., "Using Fuzzy Integral for Evaluating Subjectively Perceived Travel Cost in a Traffic Assignment Model," *European Journal of Operational Research*, Vol. 130, No. 3, 2001, pp. 653-664.
- Cheng, C. H., "Evaluating Naval Tactical Missile Systems by Fuzzy AHP Based on the Grade Value of Membership Function," *European Journal of Operational Research*, Vol. 96, No. 2, 1996, pp. 345-350.
- Cheng, C. H. and Mon, D. L., "Evaluating Weapon System by Analytic Hierarchy Process Based on Fuzzy Scales," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 63, No. 1, 1994, pp. 1-10.
- Chiu, Y. J., Chen, H. C., Tzeng, G. H., and Shyu, J. Z., "Marketing Strategy Based on Customer Behavior for the LCD-TV," *International Journal of Management and Decision Making*, Vol. 7, No. 2/3, 2006, pp. 143-165.
- Christopher, F. F., *Jane's Armour and Artillery 1996-1997*, 17th ed., Alexandria: Jane's Information Group Inc., 1996.
- Dey, P. K. and Hariharan, S., "Service Performance Measurement: A Case of Intensive Care Unit of Hospital," unpublished paper presented at Portland International Conference on Management of Engineering and Technology, Portland, 2003.
- Dickerson, J. A. and Kosko, B., "Virtual worlds in fuzzy cognitive maps," *Presence*, Vol. 3, No. 2, 1994, pp. 173-189.
- Huang, J. J., Tzeng, G. H., and Ong, C. S., "Multidimensional Data in Multidimensional Scaling Using the Analytic Network Process," *Pattern Recognition Letters*, Vol. 26, No. 6, 2005, pp. 755-767.
- Hummel, J. M., Rossum, W. V., Verkerke, G. J., and Rakhorst, G., "Product Design Planning with the Analytic Hierarchy Process in Inter-Organizational Networks," *R&D Management*, Vol. 32, No. 5, 2002, pp. 451-458.
- Ishii, K. and Sugeno, M., "A Model Human Evaluation Process Using Fuzzy Measure," *International Journal of Man-Machine Studies*, Vol. 22, No. 1, 1985, pp. 19-38.

- Kosko, B., "Fuzzy Cognitive Maps," *International Journal Man-Machine Studies*, Vol. 24, No. 1, 1986, pp. 65-75.
- Kardaras, D. and Mentzas, G., "Using Fuzzy Cognitive Maps to Model and Analyze Business Performance Assessment," In J.G. Chen and A. Mital (Eds.), *Advanced in Industrial engineering Applications and Practice II*, 2002, pp. 63-68.
- Kosko, B., *Neural Networks and Fuzzy Systems*, New Jersey: Prentice-Hall, 1992.
- Kosko, B., "Adaptive Inference in Fuzzy Knowledge Networks," In D. Dubois, H. Prade and R. Yager (Eds.) *Readings in Fuzzy Sets for Intelligent Systems*, San Mateo California: Morgan Kaufman, 1993, pp. 888-891.
- Mohr, S. T., The Use and Interpretation of Fuzzy Cognitive Maps, Master Project, Rensselaer Polytechnic Institute, 1997 (http://www.voicenet.com/~smohr/fcm_white.html).
- Mouette, D. and Fernandes, J., "Evaluating Goals and Impacts of two Metro Alternatives by the AHP," *Journal of Advanced Transportation*, Vol. 30, No. 1, 1996, pp. 23-35.
- Saaty, T. L., *The Analytic Hierarchy Process*, New York: McGraw-Hill, 1980.
- Saaty, T. L., *The Analytic Network Process*, Pittsburgh: RWS Publications, 1996.
- Satur, R. and Liu, Z-Q, "A Context-Driven Intelligent Database Processing Using Object-Oriented Fuzzy Cognitive Maps," *International Journal of Intelligent Systems*, Vol. 11, No. 9, 1996, pp. 671-689.
- Satur, R. and Liu, Z-Q, "A Contextual Fuzzy Cognitive Map Framework for Geographic Information Systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 7, No. 5, 1999, pp. 481-494.
- Sugeno, M., "Theory of Fuzzy Integrals and its Applications," unpublished Ph.D. thesis, Tokyo Institute of Technology, 1974.
- Sugeno, M. and Kwon, S. H., "A Clusterwise Regression-type Model for Subjective Evaluation," *Japanese Journal of Fuzzy Theory and Systems*, Vol. 7, No. 2, 1995, pp. 155-177.
- Yu, R. and Tzeng, G. H., "A Soft Computing Method for Multi-criteria Decision Making with Dependence and Feedback," *Applied Mathematics and Computation*, 2006 (Forthcoming).
- Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets," *Information and Control*, Vol. 8, No. 3, 1965, pp. 338-353.
- Zadeh, L. A., "The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning," *Information Sciences*, Vol. 8, No. 3, 1975, pp. 199-249.