

利率交換之利差期間結構模型—吻合殖利率 曲線與分析解

Term Structure of Interest Rate Swap Spreads—Consistent with the Market Yield Curve and Analytical Solution

李賢源 Shyan-Yuan Lee 朱香蕙 Hsiang-Hui Chu 許嘉玲 Chia-Ling Hsu

國立台灣大學財務金融研究所

Department and Graduate Institute of Finance, National Taiwan University

(Received January 11, 2005; Final Version May 19, 2006)

摘要：本文拓展 Grinblatt (2001) 以流動性做為 IRS 利差期間結構決定因子的均衡理論模型，使之更一般化與吻合現今市場上的殖利率曲線，並將 Grinblatt (2001) 的模型納為一特例。根據本文建構的 IRS 利差期間結構模型做實證，可以矯正 Grinblatt (2001) 理論與實證不一致的問題。本文樣本內的實證結果與 Grinblatt (2001) 者相似，即模型配適樣本內的市場上實際之 IRS 利差資料非常好。再者，本文樣本外的實證結果顯示：模型對預測樣本外的 IRS 利差之趨勢，具備不錯的預測能力；但是，對於預測 IRS 利差的準確度上則是不足的。

關鍵詞：利率交換契約、利率交換契約利差、交換利率、信用風險、流動性利益

Abstract : This paper expands on the Equilibrium Model of Grinblatt (2001), where liquidity determines the term structure of IRS spreads. The new framework discussed here further generalizes the model for describing IRS spreads, assimilates the yield curve presently seen in the market, and incorporates the model of Grinblatt (2001) by making it a special case. Empirical studies, based on the IRS Spread Term Structure Model proposed by this paper, are able to account for the inconsistency between the theory and empirical studies of Grinblatt (2001). The empirical results of this paper are comparable to those of Grinblatt (2001), and the model fits quite well the sample of actual IRS spreads.

In addition, empirical studies conducted for out-samples indicate that this model has the capacity to forecast, quite accurately, the future trend of out-sample IRS spreads. However, the accuracy, with which predictions of future IRS spreads for out-samples are made, continues to be inadequate.

Keywords : Interest Rate Swap (IRS), IRS Spreads, Swap Rates, Credit Risk, Liquidity Based Convenience Yield

1. 前言

利率交換契約 (Interest Rate Swap; 簡稱 IRS) 的交易量與價格行為是金融市場重要的資訊, 也是學術研究的熱門主題。利率交換契約是世界上交易量最大的店頭市場 (Over-The-Counter; 簡稱 OTC) 契約¹, 其價格 (即交換利率; Swap Rates) 是建構殖利率曲線的基本資料, 而殖利率曲線是評價所有固定收益證券的基礎, 故利率交換契約的價格行為長久以來即得到很高的重視。再者, 交換利率與對應的政府公債殖利率的利差, 即是一般所謂的利率交換契約利差 (IRS Spreads), 是利率金融商品評價與避險重要的指標, 也是反映 IRS 價格的重要資訊, 探討 IRS 的價格行為都從此切入。研究利率交換契約的既存文獻都注意到, 自 1998 年起, 利率交換契約利差的波動度加大², 引起學術界對於 IRS 利差的關注。另外, 既存文獻認為 IRS 利差波動的原因, 尚未有一致的看法, 因此有必要針對利率交換契約利差的行為與肇因再進行研究, 本文即是要探討這個重要的議題。

既存文獻討論 IRS 利差波動的原因時, 說法很多, 但尚未有定論。早期對於 IRS 利差的評價, 既存文獻皆著重於信用風險的探討, 認為 IRS 利差的產生是肇因於信用風險, 其中主張 IRS 利差是來自信用風險的文獻, 可再細分為兩派。Sundaresan (1991) 與 Duffie and Singleton (1997) 認為信用風險是起源於歐洲美元市場 (Eurodollar Market) 可能發生倒帳風險。另外一派 Longstaff and Schwartz (1995) 則認為, 信用風險是來自於契約交易對手的倒帳風險。但是, 這些理論都未能得到實證的支持, 例如: Minton (1997)、Duffie and Huang (1996) 與 Jarrow and Yu (2001) 的實證研究即都沒有明顯的證據支持這些論點。由於信用風險對 IRS 利差波動的解釋無法得到實證研究滿意的支持, 學術研究開始探討其它可能解釋的因子, 其中流動性是一個重要考慮的因子。

既存文獻之實證研究顯示, 流動性對固定收益證券的價格變動具有顯著的解釋能力, 例如: Amihud and Mendelson (1991)、Warga (1992)、Boudoukh and Whitelaw (1993)、Kamara (1994)、Daves and Erhardt (1993) 及 Grinblatt and Longstaff (2000), 因此以流動性做為解釋 IRS 利差波動的因子, 是一值得探討的課題。其中, Grinblatt (2001) 是第一篇提出以流動性做為 IRS 利差期間結

¹ 詳細統計數據請參見附錄A。

² 請參見附錄B。

構之決定因子的作品，並依此來建構利率交換契約利差的期間結構模型。不過，Grinblatt (2001) 的理論與實證出現不一致性，而且其實用性亦值得檢討。本文即是專注探討Grinblatt (2001) 的理論與實證的不一致性問題、以及模型實證的準確性問題。

本文主要的貢獻有下面四點：(1)指出 Grinblatt (2001) 的理論與實證的不一致性；(2)應用 Hull-White (1990b) 無套利機會利率模型 (no arbitrage model) 使 Grinblatt (2001) 的理論與實證趨於一致性；(3)推導出吻合現今市場殖利率曲線之一般化 IRS 利差期間結構模型，而且此一般化模型可以得到數學分析解 (analytical solution)，易於應用；尤有甚者，可以很容易的證出 Grinblatt (2001) 的理論模型是本文一般化 IRS 利差期間結構模型的特殊解；(4)用實際資料來驗證以流動性做為 IRS 利差期間結構之決定因子的模型，檢視模型對樣本內與樣本外的資料的解釋能力與預測能力³。

本文章節架構如下：第一節前言，闡述研究動機、研究目的、文獻回顧、以及說明本文與既存文獻差異之處和研究貢獻。第二節指出 Grinblatt (2001) 的理論與實證的不一致性，並且推導吻合現今市場殖利率曲線之 IRS 利差期間結構模型，將 Grinblatt (2001) 理論模型推廣至更一般化。第三節針對一般化 IRS 利差期間結構模型的簡易模型進行參數估計，並且進行樣本外之預測能力檢驗。第四節結論與建議，除了報告實證結果外，也討論實證結果的涵義與繼續可能的研究。

2. 吻合市場殖利率曲線之 IRS 利差期間結構模型

Grinblatt (2001) 是作者有限知識範圍內所知，最先提出以流動性做為 IRS 利差期間結構之決定因子的作品，主張 IRS 利差即為投資人持有 IRS 因而缺乏流動性利益所得到之補償，並依此來建構 IRS 利差的期間結構模型。Grinblatt (2001) 主要是把持有公債所得到之流動性利益 (liquidity based convenience yield) 設定為一個外生給定的 (exogenously given) 隨機過程；再者，Grinblatt (2001) 為了簡化 IRS 利差的計算過程，又假設所有的政府債券擁有同樣的流動性利益，因而成功的建構出 IRS 利差的數學分析解。

Grinblatt以Ornstein-Uhlenbeck隨機過程描述短率與流動性狀態變數，進而推導出IRS利差期間結構，雖然Vasicek模型可反映殖利率曲線之各種型態；但是，Vasicek模型的缺點在於其所求得之利率期間結構（即 $P(r_0, 0, t)$ ）為一理論值，未必吻合現今市場上之殖利率曲線。既存文獻（例如 Hull, 2003）提到這會造成利率商品評價的誤差，特別是利率衍生性商品評價的誤差更大。

再者，觀察 Grinblatt (2001) 實證的方法可知，其實證與理論模型不一致。根據 Grinblatt (2001) 的理論模型，其無風險零息債券價格應是由 Vasicek 模型內生產出 (endogenously generate) 的理論值；也就是說，若要尋找殖利率曲線，應該是用 Vasicek 之零息債券價格封閉解與市場的資料

³ Grinblatt (2001) 的實證方法與理論模型不一致，也沒有做樣本外的實證研究。本文推導之模型二能讓 Grinblatt 的理論與實證一致，並且檢驗理論模型對樣本外資料之解釋能力與預測能力。

校準 (calibration)，從中找尋封閉解的參數值，再把估計所得到的參數值代入封閉解，以便得到與理論模型一致之殖利率曲線。但是，Grinblatt (2001) 並沒有用 Vasicek 之零息債券價格封閉解來估計殖利率曲線，反而是用實務上估計殖利率曲線的方法估計無風險零息債券價格。很顯然的，Grinblatt (2001) 估計殖利率曲線的方法與 Vasicek 模型不一致⁴。

此外，Grinblatt (2001) 的實證研究，沒有對樣本外之資料進行預測能力的檢驗，這令人懷疑 Grinblatt (2001) 的模型之準確性。因為模型可以對樣本內資料解釋得很好，並不表示理論模型準確，更何況 Grinblatt (2001) 的殖利率曲線是從市場資料最佳配適 (best fitting) 而來，所以模型可以對樣本內資料解釋得很好並不奇怪，更重要的是要檢驗理論模型對樣本外資料之預測能力。

基於 Grinblatt (2001) 估計殖利率曲線的方法與其理論模型不一致，本文改以吻合現今市場之殖利率曲線的 Hull-White (1990b) 模型做為利率期間結構模型，進而推導一吻合現今市場殖利率曲線之一般化 IRS 利差期間結構模型，而且此一般化模型可以得到數學分析解，易於應用，如此則可以達到理論模型與實證方法一致的結果⁵。再者，本文亦要用樣本外資料對新的理論模型做預測能力的驗證。

2.1 吻合市場殖利率曲線之模型設定

T 年期 IRS 利差之現值等於 T 年期流動性利益之現值⁶，可表示為下式：

$$\frac{Sp(T)(\sum_i P(r_0, iT/N))}{(N/T)} = PV(\text{流動性利益})$$

其中，流動性利益之現值如下：

-
- 4 Vasicek 零息債券價格封閉解之函數型態是指數型態 (exponential form)，但是 Grinblatt (2001) 用來估計殖利率曲線的方式是拔靴法，沒有特定的函數型態。
- 5 欲使 Grinblatt (2001) 理論模型與實證方法一致的做法有兩種：一是實證 Grinblatt (2001) 模型時，採用 Vasicek 零息債券封閉解較準市場資料，求取殖利率曲線；但是，由於這樣求得之殖利率曲線未必吻合現今市場者，故很容易導致評價誤差。另一方法是直接推導吻合現今市場殖利率曲線之 IRS 利差期間結構模型。本文採取後者的方式，應用 Hull-White (1990b) 利率期間結構模型來推導吻合現今殖利率曲線之 IRS 利差期間結構模型。
- 6 當計算 IRS 利差的現值時，在折現率的選擇上，Grinblatt (2001) 認為不宜以由公債價格所得到的殖利率曲線 (反推即為現值因子) 做為折現率，因為由公債價格所得到的殖利率曲線之利率雖為無風險利率，但此利率因已包含了流動性利益，故不宜以此利率做為沒有流動性利益商品 (如利率交換契約) 的折現率。反之，由標準型 IRS 固定端利率 (AIC: All-In-Cost，標準型利率交換契約 (Generic IRS) 的固定端報價 (即為 swap rate)) 所建構之殖利率曲線，其利率因係為不包含個別公司風險之利率，故可將其視為公司無風險利率，而且此利率係源出沒有流動性利益商品利率交換契約的價格 (即交換利率)，所以這個公司無風險利率可用來做為計算 IRS 利差之現值的折現率 (即上一小節的 $P(r_0, t)$)。另外，Grinblatt (2001) 也將隨機的流動性利益，依據這個公司無風險利率來折現。

$$\begin{aligned}
PV(\text{流動性利益}) &= \int_0^T E^Q (e^{-\int_0^t r(\tau) d\tau} \cdot y(t)) dt \\
&= \int_0^T E^Q (e^{-\int_0^t r(\tau) d\tau} (\beta r(t) + x(t)) | r_0, x_0) dt \\
&= \beta(1 - P(r_0, T)) \\
&\quad + \int_0^T [P(r_0, t) E^Q (x(t) | x_0) + \text{cov}^Q (e^{-\int_0^t r(\tau) d\tau}, x(t) | r_0, x_0)] dt
\end{aligned} \tag{1}$$

其中， $r(t)$ 為短率 (short rate)， r_0 為短率之起始值 (initial value) ；

$x(t)$ 表瞬間影響流動性的因子，係一隨機過程⁷， x_0 為瞬間流動性狀態變數之起始值；

$y(t)$ 為瞬間流動性利益，而且假設瞬間流動性利益 $y(t)$ 為短率 $r(t)$ 與另一個狀態變數 $x(t)$ 之線性函數，即 $y(t) = \beta r(t) + x(t)$ ；

β 是瞬間流動性利益受短率影響的係數；

$P(r_0, t)$ 表沒有流動性利益之無風險零息債券價格，在時間 t 時支付一元，在時間 0 時之公平市價；

$Sp(T)$ 表年化後之 T 年期 IRS 利差。

由式(1)可知，一旦給定短率與流動性因子所服從的隨機過程，且求出在風險中立下 (Q 測度) 流動性因子之期望值及短率與流動性因子之共變數，即可評價 IRS 利差。

假設短率(r)與流動性狀態變數(x)之隨機過程皆如 Hull-White (1990b) 所設：

$$\begin{aligned}
dr &= [\theta(t) + a(t)(b - r)]dt + \sigma_r(t)dZ^P \\
dx &= [d(t) + c(t)(e - x)]dt + \sigma_x(t)dW^P
\end{aligned}$$

其中， dW^P, dZ^P 表原始機率測度下 (P -measure) 之標準 Wiener 過程，

且 $dW^P = \rho dZ^P + \sqrt{1 - \rho^2} du$ ， $dZ^P \perp du$ 。

又假設利率風險之市場價格為 $\lambda(t)$ ，流動性狀態變數風險之市場價格為 $n(t)$ ，則透過機率測度轉換之過程，可得一風險中立 (Q 測度下) 之隨機過程：

$$\begin{aligned}
dr &= a(t) \left[\frac{\theta(t)}{a(t)} + b - \frac{\lambda(t)}{a(t)} - r \right] dt + \sigma_r(t) dZ^Q, \\
dx &= c(t) \left[\frac{d(t)}{c(t)} + e - \frac{n(t)}{c(t)} - x \right] dt + \sigma_x(t) dW^Q,
\end{aligned}$$

⁷ 狀態變數 $x(t)$ 為影響流動性的因子，可能受到(1)公債在外流通數、財政政策的改變或發公債的時間的影響。(2)即使公債流通數相同，也可能會因為投資人的偏好不同而不同。因此將 $x(t)$ 設為隨機過程。

$$dZ^P = dZ^Q - \frac{\lambda(t)}{\sigma_r(t)} dt ;$$

$$dW^P = dW^Q - \frac{n(t)}{\sigma_x(t)} dt$$

根據上述的設定，在風險中立環境下，可推導出吻合現今殖利率曲線之 IRS 利差期間結構之分析解如下：

$$Sp(T) = \frac{\beta(1 - P(r_0, T))}{T/N \sum_{i=1}^N P(r_0, iT/N)} + \frac{1}{T/N \sum_{i=1}^N P(r_0, iT/N)}$$

$$\times \left\{ \int_0^T P(r_0, t) e^{-h(t)} \left[x(0) + \int_0^t e^{h(\tau)} c(\tau) X^*(\tau) d\tau \right. \right. \tag{2}^8$$

$$\left. \left. - \rho \cdot \left(\int_0^t e^{h(\tau)+k(\tau)} \sigma_x(\tau) \sigma_r(\tau) \left(\int_\tau^t e^{-k(u)} du \right) d\tau \right) \right] dt \right\}$$

其中， $k(t) = \int_0^t a(\tau) d\tau$ ； $h(t) = \int_0^t c(\tau) d\tau$ ；

$X^*(t) = \frac{d(t)}{c(t)} + e^{-\frac{n(t)}{c(t)}}$ 代表風險中立下流動性因子的長期平均水準⁹；

$$P(r, t, T) = A(t, T) e^{-B(t, T)r}$$

$$B(t, T) = \frac{B(0, T) - B(0, t)}{\partial B(0, t) / \partial t}$$

$$\hat{A}(t, T) = \hat{A}(0, T) - \hat{A}(0, t) - B(t, T) \frac{\partial \hat{A}(0, t)}{\partial t}$$

$$- \frac{1}{2} \left[B(t, T) \frac{\partial B(0, t)}{\partial t} \right]^2 \int_0^t \left[\frac{\sigma(\tau)}{\partial B(0, \tau) / \partial \tau} \right]^2 d\tau$$

$$\hat{A}(t, T) = \log[A(t, T)]$$

$P(r_0, t) = P(r_0, 0, t)$ 為 Hull-White (1990b) 之零息債券價格—在時間 t 支付一元、在時間 0 之價格。由於 Hull-White (1990b) 模型本身即能吻合現今市場之殖利率曲線，所以上述推導得到之 IRS 利差期間結構模型本身亦能吻合現今市場之殖利率曲線。再者，由於此一般化的 IRS 利差期

8 倘若 $a(t), \sigma_r(t), c(t), \sigma_x(t)$ 簡化為常數 a, σ_r, c, σ_x ，則 $e^{-h(t)} \rho \left(\int_0^t e^{h(\tau)+k(\tau)} \sigma_x(\tau) \sigma_r(\tau) \left(\int_\tau^t e^{-k(u)} du \right) d\tau \right) = \rho \frac{\sigma_x \sigma_r}{a} v(t)$ ，其中 $v(t) = \left[\frac{1}{c} (1 - e^{-ct}) - \left(\frac{1 - e^{-(c+a)t}}{c+a} \right) \right]$ 。

9 Grinblatt (2001) 的理論模型，其流動性因子的長期平均水準是一常數；但是，在本文一般化模型下，流動性因子的長期平均水準是時間的函數。

間結構模型，在應用與實證上較困難，故若是為了方便應用則可考慮將參數簡化，得到下列三種可實務應用的模型。

2.2 簡化的吻合市場殖利率曲線之模型

2.2.1 模型一

將一般化模型之 $a(t), \sigma_r(t), c(t), \sigma_x(t), \lambda(t), n(t)$ 簡化為常數，亦即假設短率(r)與流動性狀態變數(x)設定為如下之隨機過程：

$$\begin{aligned} dr &= [\theta(t) + a(b - r)]dt + \sigma_r dZ^P \\ dx &= [d(t) + c(e - x)]dt + \sigma_x dW^P \end{aligned}$$

則在風險中立下吻合現今市場殖利率曲線之 IRS 利差期間結構分析解如下：

$$Sp(T) = \frac{\beta(1 - P(r_0, T)) + \int_0^T P(r_0, t) \left[e^{-ct} [x_0 + \int_0^t e^{c\tau} cX^*(\tau) d\tau] - \frac{\rho\sigma_x\sigma_r}{a} v(t) \right] dt}{T/N \sum_{i=1}^N P(r_0, iT/N)} \quad (3)$$

其中， $X^*(t) = \frac{d(t)}{c} + e - \frac{n}{c}$ 代表風險中立下流動性因子的長期平均水準；

$$v(t) = \left[\frac{1}{c} (1 - e^{-ct}) - \left(\frac{1 - e^{-(c+a)t}}{c+a} \right) \right];$$

$$P(r_t, t, T) = A(t, T) e^{-B(t, T)r_t}$$

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a}$$

$$\ln A(t, T) = \ln \frac{P(0, T)}{P(0, t)} - B(t, T) \frac{\partial \ln P(0, t)}{\partial t} - \frac{1}{4a^3} \sigma^2 (e^{-aT} - e^{-at})^2 (e^{2at} - 1)$$

$P(r_0, t) = P(r_0, 0, t)$ 為 Hull-White (1994) 所導出之時間 t 時支付一元，在時間 0 之零息債券之價值¹⁰。

¹⁰ 由於 Hull-White (1994) 之零息債券價值能夠吻合現今市場上之殖利率曲線，因此這個零息債券價值之分析解，即可用現今市場上可觀察得到之零息債券的價格代入。

2.2.2 模型二

將一般化模型之 $a(t), \sigma_r(t), c(t), \sigma_x(t), \lambda(t), n(t)$ 簡化為常數，且假設流動性狀態變數(x)因時間而改變之漂浮項 $d(t)$ 為零，亦即設定之隨機過程如下：

$$\begin{aligned} dr &= [\theta(t) + a(b-r)]dt + \sigma_r dZ^P \\ dx &= [c(e-x)]dt + \sigma_x dW^P \end{aligned}$$

則在風險中立下吻合現今市場殖利率曲線之 IRS 利差期間結構分析解如下：

$$Sp(T) = \frac{\beta(1 - P(r_0, T)) + \int_0^T P(r_0, t) \left[X^* + e^{-ct}(x_0 - X^*) - \frac{\rho\sigma_x\sigma_r}{a} v(t) \right] dt}{T/N \sum_{i=1}^N P(r_0, iT/N)} \quad (4)$$

其中， $X^* = e - n/c$ ；

$$v(t) = \left[\frac{1}{c}(1 - e^{-ct}) - \left(\frac{1 - e^{-(c+a)t}}{c+a} \right) \right]$$

$P(r_0, t) = P(r_0, 0, t)$ 為 Hull-White (1994) 所導出之時間 t 時支付一元，在時間 0 之零息債券之價值。

2.2.3 模型三

將一般化模型之 $a(t), \sigma_r(t), c(t), \sigma_x(t), \lambda(t), n(t)$ 簡化為常數，且假設短率(r)與流動性狀態變數(x)因時間而改變之漂浮項 $\theta(t)$ 與 $d(t)$ 皆為零，則短率(r)與流動性狀態變數(x)之隨機過程如下：

$$\begin{aligned} dr &= [a(b-r)]dt + \sigma_r dZ^P \\ dx &= [c(e-x)]dt + \sigma_x dW^P \end{aligned}$$

則在風險中立環境下，可推導出 IRS 利差期間結構封閉解如下：

$$Sp(T) = \frac{\beta(1 - P(r_0, T)) + \int_0^T P(r_0, t) \left[X^* + e^{-ct}(x_0 - X^*) - \frac{\rho\sigma_x\sigma_r}{a} v(t) \right] dt}{T/N \sum_{i=1}^N P(r_0, iT/N)} \quad (5)$$

其中， $X^* = e - n/c$ ；

$$v(t) = \left[\frac{1}{c} (1 - e^{-ct}) - \left(\frac{1 - e^{-(c+a)t}}{c+a} \right) \right]$$

$P(r_0, t) = P(r_0, 0, t)$ 為 Vasicek (1977) 模型之零息債券價格公式--在時間 t 支付一元、在時間 0 之價格。式(5)這個封閉解與 Grinblatt (2001) 者完全一樣，由此可知，Grinblatt (2001) 模型是本文一般化 IRS 利差期間結構模型的一個特例。

比較模型二與模型三可知，兩個模型所推導出之 IRS 利差期間結構模型，除了零息債券價格之函數型態不同外，其餘 IRS 利差期間結構封閉解的型式相同，顯示兩模型最大差別在於是否與現今市場殖利率曲線吻合。本文認為模型二之所以優於模型三，在於模型二吻合現今市場之殖利率曲線，而模型三之零息債券價格是一理論均衡值，未必吻合現今市場之殖利率曲線。因此，若要使零息債券價格吻合現今市場之殖利率曲線，則理論模型應該是在本文的一般化 IRS 利差期間結構模型下，再將參數簡化為如同模型二。如此一來，即可改善 Grinblatt (2001) 理論模型與實證方法不一致的缺點。

3. 實證分析

本節針對第二節模型一與模型二之 IRS 利差期間結構模型進行參數估計，並且進行樣本外之預測能力檢驗。再者，模型一之流動性狀態變數(x)因時間而改變之漂浮項 $d(t)$ 為一般化的型態，在實證估計上有困難¹¹，故在此假設此漂浮項為無截距之時間線性函數，並且針對此簡化模型進行參數估計，即 $d(t) = \delta t$ 且假設 $\rho = 0$ ，據此導出模型一之 IRS 利差期間結構分析解如下：

$$\begin{aligned} \text{Swap spread}(T) &= \\ &= \frac{\beta(1 - P(r_0, T)) + x_0 \cdot \int_0^T P(r_0, t) \cdot e^{-ct} dt + Y^* \int_0^T P(r_0, t) \cdot (1 - e^{-ct}) dt}{T/N \sum_{i=1}^N P(r_0, iT/N)} \quad (6) \\ &+ \frac{\delta \left[\frac{1}{c} \int_0^T P(r_0, t) \cdot t dt - \frac{1}{c^2} \int_0^T P(r_0, t) \cdot (1 - e^{-ct}) dt \right]}{T/N \sum_{i=1}^N P(r_0, iT/N)} \end{aligned}$$

其中 $Y^* = e - \frac{n}{c}$; $X^* = \frac{\delta t}{c} + Y^*$

¹¹ 針對式(3)實證有困難，因此需要簡化實證之模型，即針對式(6)實證。另外，當然亦可以將 $d(t)$ 假設成任何簡單而實用的型式，至於 $d(t)$ 應為何種型式較好？是一個實證的問題，本文僅舉 $d(t) = \delta t$ 來做實證範例。

至於模型二的估計模型則與第二節式(4)¹²一樣，不再贅述。以下接著依序探討實證分析的(1)資料來源、(2)參數估計方法、(3)實證結果與分析。

3.1 資料來源

本文之資料來源為 Datastream 資料庫。採用美國市場流動性最高之二、三、四、五、七年期 IRS 利差做為式(6)與式(4)左邊的資料；再者，以六個月和一年期之 LIBOR 利率、以及二、三、四、五、七年期 IRS 固定端報價的週資料，用來估計利率期間結構¹³；最後，用 IRS 利差的資料與估計得到的利率期間結構來估計式(6)與式(4)的參數。本文為了減低交易對手的風險對於 IRS 利差之影響，如同 Grinblatt (2001) 的做法，以買進利率(bid rate)與賣出利率 (ask rate) 兩者的平均值做為實證的資料¹⁴。本文的資料期間為 1993/6/1~2003/5/30 的週資料¹⁵，其中利用 1993/6/1~2002/12/31 的週資料 (每週二) 進行式(6)與式(4)的 c, β, x_0, X^* 參數估計¹⁶。本文將橫斷面資料(每週二有五個年期之 IRS 利差資料、以及吻合市場的殖利率曲線資料)與時間序列資料(共 501 週) 混合在一起一併估計 c, β, x_0, X^* 參數。總共取得 501 組的估計值，再用 c, β, X^* 各 501 個估計值來平均，並以此平均值代表這段期間的 c, β, X^* ，至於 x_0 則有 501 個值。取得 c, β, X^* 的平均值、以及 501 個 x_0 值之後，即用這些估計值組成 501 組的參數估計值。有了這 501 組的資料之後，即可進行樣本外模型預測能力的檢驗。

針對樣本外的實證，本文總共做兩種驗證：一是選取 1993/6/1 至 2002/12/31 之間，每半年取一次樣本外資料點 (取每半年的第一個週五) 進行預測能力的檢驗，本文稱這些時點為內插預測點；另一是選取 2003/1/1~2003/5/30 之間，每週取一次樣本外資料點 (取每週五) 進行預測能力的檢驗，本文稱之為外插預測點。

12 式(4)尚未假設 $\rho = 0$ ，其實本文所有理論模型做實證時都參照 Grinblatt (2001) $\rho = 0$ 的假設。若式(4)假設 $\rho = 0$ ，則模型退化成能夠使 Grinblatt (2001) 理論與實證一致的模型。

13 將這些資料以三次樣條擬合法 (cubic spline approach) 內插出每半年一期之公司無風險利率 (即AIC)，再利用拔靴法 (bootstrapping approach) 求出每半年一期之無風險零息債券價格。

14 一般認為交易對手的風險會反映到IRS的買價與賣價，Grinblatt (2001) 為了反映其模型沒有交易對手的風險的假設，當用資料驗證模型時，Grinblatt (2001) 用IRS的買價與賣價的平均價 (mid rate) 做為實證上的資料，以減低交易對手的風險對於IRS利差之影響。

15 本文的樣本資料期間與 Grinblatt (2001) 絕大部分都一樣，只是多出2001/4/10~2003/5/30的週資料。

16 此處被估計的參數之意義如下： β 是瞬間流動性利益受短率影響的係數； c 是風險中立下，流動性因子均數回復的速度； X^* 代表風險中立下，流動性因子之長期平均水準； $x_0(\tau)$ 是風險中立下，流動性因子之起始值， τ 為時點，假設可觀察到 n 個時點的資料，則 τ 從 1 至 n 個，因此共有 n 個 x_0 的起始值。

3.2 參數估計方法

本節討論模型一(式 6)與模型二(式 4)之參數估計方法。由於兩模型的參數估計方法相同，本文僅以模型二(式 4)為例來說明。在短率與流動性因子無相關的假設下，即 $\rho = 0$ ，式(4)的 IRS 利差期間結構模型之分析解，可視為一個無截距之多元迴歸式如下¹⁷：

$$Sp_{\tau}(T) = \frac{\beta(1 - P(r_0(\tau), T)) + X^* \left(\sum_{t=0}^T P(r_0(\tau), t)(1 - e^{-ct}) \Delta t \right)}{\frac{T}{N} \sum_{i=1}^N P(r_0(\tau), iT/N)} + \frac{\sum_{\tau'=1}^n I_{(\tau'=\tau)} \cdot x_0(\tau') \left(\sum_{t=0}^T P(r_0(\tau'), t) \cdot e^{-ct} \Delta t \right)}{\frac{T}{N} \sum_{i=1}^N P(r_0(\tau), iT/N)} \quad (7)$$

其中 $I_{(\tau'=\tau)} = \begin{cases} 1 & \text{if } \tau' = \tau \\ 0 & \text{if } \tau' \neq \tau \end{cases}$

針對式(7)，本文採用最小平方方法估計參數 β, c, X^*, x_0 。又為了滿足短率與流動性因子相互獨立的假設，本文先將 IRS 利差以利率解釋後，剩下無法經由利率解釋的部分再以流動性因子解釋。因此，本文先針對 β 進行估計，以 IRS 利差為應變數、IRS 之固定端利率為自變數，進行簡單迴歸，估計出來之 $\hat{\beta}$ 即為式(7)之 β 值。接著，將 IRS 利差無法被利率解釋的部分（即 IRS 利差扣除 $\frac{\hat{\beta}(1 - P(r_0(\tau), T))}{\frac{T}{N} \sum_{i=1}^N P(r_0(\tau), iT/N)}$ ）當成應變數，再對式(7)等號右邊第一項以外的部分進行無截距之非線性迴歸。

再者，由式(7)可知，IRS 利差期間結構有一非線性參數 c 。因此，當對 IRS 利差無法被利率解釋的部分進行無截距之非線性迴歸時，本文採取重複猜測 (iteration) c 值，而且每一次假設 c 無誤下求出 $X^*, x_0(\tau)$ 之估計值， τ 為可觀察到的時點。據此，將前面先行迴歸的 β 值、這個 c 猜測值、以及對應 c 所得到的 $X^*, x_0(\tau)$ 估計值，把 β, c, X^*, x_0 這四個估計值、以及對應之迴歸誤差平方和紀錄下來。如此重複猜測 c 值，把所有的 β, c, X^*, x_0 估計值、以及對應之迴歸誤差平方和都紀錄且比較，取出迴歸誤差平方和最小的參數組，則這組的 β, c, X^*, x_0 稱之為最適之參數組合。根據 Grinblatt (2001) 的參數估計得知， c 之合理猜測範圍為 0.5 至 0，本文將 c 設為從 1 至 0.5 每 0.1 觀測一次、從 0.5 至 0 每次間隔 0.05 觀測一次迴歸式之誤差平方和¹⁸。觀測結果報

¹⁷ 對於式(6)與式(4)的積分部分之處理方法，本文採用 Grinblatt (2001) 所用的實證方法，將積分部分以近似積分之方法估計 (Δt 為一個月，即 1/12 年)。

¹⁸ 本文 c 值之猜測範圍從 1 至 0，主要是 c 值代表 Ornstein-Uhlenbeck 隨機過程的調整速度一般設為正值且在 0 與 1 之間。再者， c 值不可以為 0，因為不論那一模型 c 都會出現在 X^* 的分母之中。

告於表 1 與圖 1 (模型二的 c 猜測值、迴歸誤差平方和、以及 X^* 之關係)，結果顯示¹⁹：當 c 由 1 至 0 時，越接近 0、誤差平方和越小。因此，應將 c 取至趨近 0，則估計出來之參數較適當。然而，當 c 趨近 0 時，由於會讓 X^* 的參數估計值暴增，超過合理範圍，因此本文在考慮 X^* 參數估計值合理的情況下，選取 $c=0.05$ 。

3.3 實證結果

本節首先報告模型一(式 6)與模型二(式 4)之參數估計結果；接著，把這些估計得到的參數值代入模型、而且用樣本內的資料來估計各年期的 IRS 利差，藉以比較模型估計的與市場上實際的 IRS 利差。另外，為檢驗模型一與模型二對於樣本外的 IRS 利差之預測能力，本節做兩種驗證：一是樣本外的內插預測、另一是樣本外的外插預測，藉以驗證樣本外的 IRS 利差預測能力。

3.3.1 模型一與模型二之參數估計值

表 2、表 3 分別報告模型一(式 6)與模型二(式 4)的參數估計值。由兩個表可發現：(1)瞬間流動性利益受短率影響的係數 β ，兩個模型的估計值都一樣，這是因為兩個模型都先針對 β 進行估計所致。再者， β 估計值由統計上來看非常接近零，這個結果顯示瞬間流動性利益與短率無關，也符合實證模型的假設 $\rho = 0$ 。(2)兩個模型的 c 估計值都是 0.05，這可從表 1 與附錄 C 得證。(3) IRS 利差無法被利率解釋的部分會反映到模型一的 Y^*, δ, x_0 估計值、以及模型二的 X^*, x_0 估計值，其中兩個模型的 x_0 估計值很相當(見本節兩表與附錄 D)，因此特別要注意的是模型一的 $X^* = \frac{\hat{\delta}}{c} + Y^*$ ； $Y^* = e - \frac{n}{c}$ 與模型二的 $X^* = e - \frac{n}{c}$ 。由表 2 的 Y^*, δ 估計值來看，它們是與表 3 的 X^* 估計值是一致的，因為模型一的 Y^* 估計值大於模型二的 X^* 估計值、而且 δ 的估計值為負，故模型一的 $X^* = \frac{\hat{\delta}}{c} + Y^*$ 估計值應該很接近模型二的 X^* 估計值。這顯示模型一提供比模型二更進一步的資訊，即流動性狀態變數(x)因時間而改變之漂浮項 $d(t)$ 是一與時遞減的趨勢。

3.3.2 樣本內的模型估計值與 IRS 利差實際值的比較

表 4、5 分別報告樣本內模型一與模型二的 IRS 利差估計值與市場上實際的 IRS 利差值之相關係數。由兩個表的相關係數都很高的情形來看，尤其是四、五、七年期 IRS 利差估計值與實際值的相關係數更高達 0.992 以上，可知模型一與模型二配適 (fitting) 市場上實際的 IRS 利差很好²⁰。

3.3.3 樣本外的模型預測值與 IRS 利差實際值的比較

雖然模型一與模型二配適樣本內實際的 IRS 利差資料很好，但這並不代表模型一與模型二對

¹⁹ 模型一的 c 猜測值、迴歸誤差平方和、 X^* 、以及 δ 之關係，可參見附錄 C。由附錄 C 的表與圖可知，在考慮 X^* 參數估計值合理的情況下，選取 $c=0.05$ 是適當的，代表模型一與模型二得到相同的結論。

²⁰ 為更進一步展示這個證據，附錄 E 繪製模型一與模型二之二、三、四、五、七年期 IRS 利差估計值與實際值走勢圖，觀察圖形可知兩模型各年期 IRS 利差估計值的走勢與實際值非常接近。

表1 模型二：c猜測值、迴歸誤差平方和、以及X*之關係表

猜測次數	c值	誤差平方和	Δ 誤差平方和	X*估計值	Δ X*估計值
1	1.0000	26.9282		0.7097	
2	0.9000	25.8802	-1.0480	0.7164	0.0067
3	0.8000	24.6203	-1.2599	0.7252	0.0088
4	0.7000	23.1129	-1.5074	0.7370	0.0118
5	0.6000	21.3218	-1.7911	0.7533	0.0164
6	0.5000	19.2156	-2.1062	0.7771	0.0237
7	0.4500	18.0385	-1.1771	0.7932	0.0162
8	0.4000	16.7790	-1.2595	0.8137	0.0205
9	0.3500	15.4412	-1.3378	0.8403	0.0266
10	0.3000	14.0337	-1.4075	0.8762	0.0359
11	0.2500	12.5712	-1.4625	0.9269	0.0507
12	0.2000	11.0770	-1.4942	1.0035	0.0766
13	0.1500	9.5854	-1.4916	1.1321	0.1286
14	0.1000	8.1448	-1.4406	1.3906	0.2585
15	0.0500	6.8209	-1.3239	2.1689	0.7783
16	0.0001	5.7013	-1.1196	780.4776	57.1766

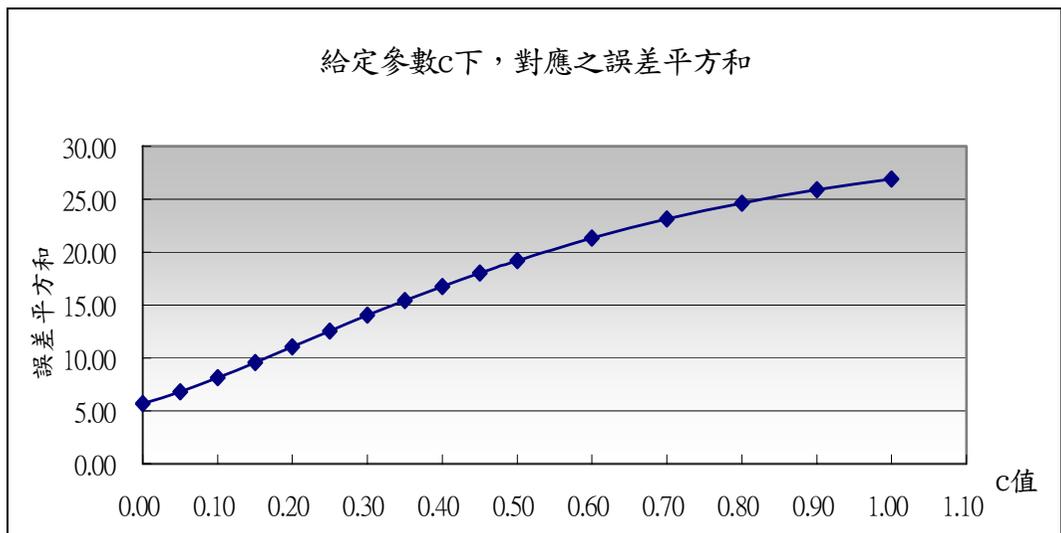


圖1 模型二：c 猜測值與迴歸誤差平方和之關係圖

表2 模型一之參數估計值

參數	估計值	標準差	t value	Pr > t
β	-0.00798	0.00419	-1.91	0.0568
c	0.05			
Y^* (bp)	371.972	17.289	21.52	<.0001
δ	-2.614	0.287	-9.11	<.0001
x_0 之平均數 (bp)	28.4024	2.9049		

說明： β 是瞬間流動性利益受短率影響的係數； c 是風險中立下，流動性因子均數回復的速度； $X^* = \frac{\delta}{c} + Y^*$ ； $Y^* = e - \frac{n}{c}$ ， X^* 代表風險中立下，流動性因子之長期平均水準； $d(t) = \delta$ 為流動性狀態變數(x)因時間而改變之漂浮項的型態； n 是流動性狀態變數風險之市場價格； e 是流動性狀態變數隨機過程的參數。

表3 模型二之參數估計值

參數	估計值	標準差	t value	Pr > t
β	-0.00798	0.00419	-1.91	0.0568
c	0.05			
X^* (bp)	216.89	3.101	69.94	<.0001
x_0 之平均數 (bp)	35.7089	2.878		

說明： β 是瞬間流動性利益受短率影響的係數； c 是風險中立下，流動性因子均數回復的速度； X^* 代表風險中立下，流動性因子之長期平均水準。

表4 模型一之IRS利差估計值與實際值之相關係數

IRS年期	二年期	三年期	四年期	五年期	七年期
IRS利差估計值與實際值之相關係數	0.969259	0.987654	0.994367	0.992980	0.992322

表5 模型二之IRS利差估計值與實際值之相關係數

IRS年期	二年期	三年期	四年期	五年期	七年期
IRS利差估計值與實際值之相關係數	0.969277	0.987633	0.994343	0.992970	0.992329

於 IRS 利差有很好的預測能力。爲了檢驗模型一與模型二對於 IRS 利差的預測能力，本節總共做兩種驗證：一是樣本外的內插預測、另一是樣本外的外插預測。表 6、7 分別報告模型一與模型二這兩種樣本外驗證的 IRS 利差預測值與實際值之相關係數。由兩表可發現：模型一與模型二之各年期 IRS 利差預測值與實際值相關係數皆在 0.867 以上；尤有甚者，內插預測與實際值相關係數更高達 0.9783 以上，由此可知模型一與模型二在預測 IRS 利差的趨勢上是具備不錯的預測能力²¹。

雖然模型一與模型二在預測 IRS 利差的趨勢上是具備不錯的預測能力，但這並不代表模型一與模型二對於 IRS 利差有很準確的預測能力。爲了檢驗模型一與模型二對於 IRS 利差的預測準確度，表 8、9 分別報告模型一與模型二對樣本外 IRS 利差之預測誤差。由兩個表的預測誤差統計來看可知：兩種樣本外的預測能力檢驗，不論是模型一或模型二的預測絕對誤差之平均值都高達 2~7 個基點、預測誤差百分比的平均值也都達 3%~27%，誤差不可謂不大。這樣的實證結果顯示：Grinblatt (2001) 以流動性爲因子的 IRS 利差期限結構模型，雖然在預測 IRS 利差的趨勢上是具備不錯的預測能力，但是對於預測 IRS 利差的準確度上是不足的，後面這個結論是 Grinblatt (2001) 沒有提及的，這是因爲 Grinblatt (2001) 沒有從事樣本外的模型預測能力的檢驗所致。

4. 結論與建議

Grinblatt (2001) 是第一個提出以流動性做爲 IRS 利差期間結構之決定因子的學者，並依此來建構 IRS 利差期間結構的均衡理論模型。Grinblatt (2001) 所推導出的 IRS 利差期間結構並沒有與現今市場上的殖利率曲線吻合；但是，他在進行實證研究時卻代入現今市場上的殖利率曲線，這造成實證研究與理論模型不一致。本文探討 Grinblatt (2001) 理論與實證的不一致性問題、以及模型實證的準確性問題。主要的貢獻有下面四點：(1) 指出 Grinblatt (2001) 理論與實證的不一致性；(2) 改用 Hull-White (1990b) 無套利機會利率模型使 Grinblatt (2001) 的理論與實證趨於一致性；(3) 推導出吻合現今市場殖利率曲線之一般化 IRS 利差期間結構模型，而且此一般化模型可以得到數學分析解，並且指出 Grinblatt (2001) 的理論模型是此一般化 IRS 利差期間結構模型的特殊解；(4) 用實際資料驗證以流動性做爲 IRS 利差期間結構之決定因子的模型，檢視樣本內與樣本外資料的解釋能力與預測能力。

本文發現：以流動性做爲 IRS 利差期間結構之決定因子的模型，(1) 其對配適樣本內的市場上實際之 IRS 利差資料非常好；(2) 其對預測樣本外的 IRS 利差之趨勢，具備不錯的預測能力；(3) 雖然在預測 IRS 利差的趨勢上是具備不錯的預測能力，但是對於預測 IRS 利差的準確度上是

²¹ 爲更進一步展示這個證據，繪製模型一與模型二之二、三、四、五、七年期 IRS 利差預測值與實際值走勢圖，觀察圖形可知兩模型各年期 IRS 利差預測值的走勢與實際值非常接近，爲節省篇幅，附錄 F 僅展示二年期 IRS 利差預測值與實際值走勢圖，其餘的結果可向作者索取。

表6 模型一 IRS 利差預測值與實際值之相關係數

IRS利差預測值與實際值之相關係數	IRS年期				
	二年期	三年期	四年期	五年期	七年期
內插預測相關係數	0.978364	0.981915	0.991311	0.989151	0.991384
外插預測相關係數	0.883782	0.902678	0.899603	0.860793	0.883291

表7 模型二 IRS 利差預測值與實際值之相關係數

IRS利差預測值與實際值之相關係數	IRS年期				
	二年期	三年期	四年期	五年期	七年期
內插預測相關係數	0.978381	0.981879	0.991287	0.989145	0.991422
外插預測相關係數	0.885322	0.914422	0.912191	0.867138	0.894279

表8 模型一 IRS 利差之預測誤差表

IRS年期	二年期	三年期	四年期	五年期	七年期
內插預測平均預測誤差 (bp)	0.3237	-2.7261	-1.6341	2.5586	0.0032
外插預測平均預測誤差 (bp)	1.6840	-6.3907	-5.8517	1.4716	-5.7757
內插預測平均預測絕對誤差 (bp)	5.5361	4.1918	2.6581	4.4810	3.9015
外插預測平均預測絕對誤差 (bp)	2.3917	6.5746	6.1839	2.3344	5.8397
內插預測平均預測誤差百分比	15.27%	9.09%	5.03%	11.48%	8.27%
外插預測平均預測誤差百分比	9.62%	16.28%	13.90%	6.23%	11.15%

表9 模型二 IRS 利差之預測誤差表

IRS年期	二年期	三年期	四年期	五年期	七年期
內插預測平均預測誤差 (bp)	1.3645	-3.2382	-2.8322	1.4684	1.2310
外插預測平均預測誤差 (bp)	6.8590	-2.8861	-3.1277	4.2421	-0.6913
內插預測平均預測絕對誤差 (bp)	5.4219	4.5400	3.1881	3.8417	4.0248
外插預測平均預測絕對誤差 (bp)	6.8590	3.4231	3.7250	4.2421	1.7208
內插預測平均預測誤差百分比	14.10%	10.25%	6.19%	9.26%	9.39%
外插預測平均預測誤差百分比	27.01%	8.48%	8.37%	11.23%	3.39%

不足的，後面這個結論是Grinblatt (2001) 沒有提及的，這是因為Grinblatt (2001) 沒有從事樣本外的模型預測能力的檢驗所致。

根據這個實證結果可知，以流動性做為IRS利差期間結構之決定因子的模型，由於具備不錯的IRS利差之趨勢預測能力，故值得繼續研究並將利率模型推廣至其它無套利機會利率模型，如：Heath, Jarrow, and Morton (1990, 1992, 簡稱HJM)、Brace, Gatarek, and Musiela (1997, 簡稱BGM)。

但是，因為本文提出的模型仍舊有預測IRS利差的準確度不足的缺憾，因此應該還可以針對如何簡化一般化模型，藉以推导出更多可供實證的模型，繼續為提高預測IRS利差的準確度努力，例如：模型一的流動性狀態變數(x)因時間而改變之漂浮項 $d(t)$ ，除了可以簡化為無截距之時間線性函數外，亦可設定為各種不同型態的時間函數，看是否可以提高預測IRS利差的準確度。再者，利率的波動曲線 (volatility curve) 可能亦會影響預測IRS利差的準確度，因此應用HJM模型與BGM模型來推導一般化之IRS利差期間結構模型，除了可以將現今市場的殖利率曲線建構進去模型裡面，還可以同時引進現今市場所隱含的波動曲線進去模型裡面，這或許可以提高預測IRS利差的準確度，這是一個值得繼續研究的方向。

附錄A

表A-1 2005年上半年全球衍生性商品店頭市場規模表²²

商品種類	未到期之簽約金額		總市值	
	金額	比重	金額	比重
匯率有關契約 (Foreign Exchange Contracts)	31,076	11.51%	1,142	10.68%
Swaps)	16,031	5.94%	464	4.34%
換匯換利 (Currency Swaps)	8,236	3.05%	549	5.13%
選擇權 (Options)	6,809	2.52%	129	1.21%
利率有關契約 (Interest Rate Contracts)	204,393	75.67%	6,698	62.63%
遠期利率協議 (FRA)	13,573	5.03%	29	0.27%
換利 (IRS)	163,749	60.63%	6,077	56.83%
選擇權 (Options)	27,071	10.02%	592	5.54%
權益證券有關契約 (Equity-linked Contracts)	5,144	1.90%	716	6.70%
遠期和交換 (Forwards and Swaps)	1,176	0.44%	89	0.83%
選擇權 (Options)	3,968	1.47%	627	5.86%
商品有關契約 (Commodity Contracts)	1,694	0.63%	271	2.53%
黃金商品 (Gold)	288	0.11%	24	0.22%
其他-遠期和交換 (Forwards and Swaps)	738	0.27%	247	13.85%
其他-選擇權 (Options)	668	0.25%		
其他	27,793	10.29%	1,866	17.45%
總計	270,100	100.00%	10,694	100.00%

資料來源：BIS (Bank for International Settlement)

²² 表A-1為BIS (Bank for International Settlement) 截至2005年6月的調查報告。表中顯示利率相關契約的交易金額最大，高達204兆美元，佔店頭市場總體衍生性商品交易量的75.67%；再者，利率交換契約是利率相關契約中交易金額最大者，其交易金額高達163兆，佔總體衍生性商品交易量的60.63%，由這些統計數據可知，利率交換契約交易量之大與重要性。

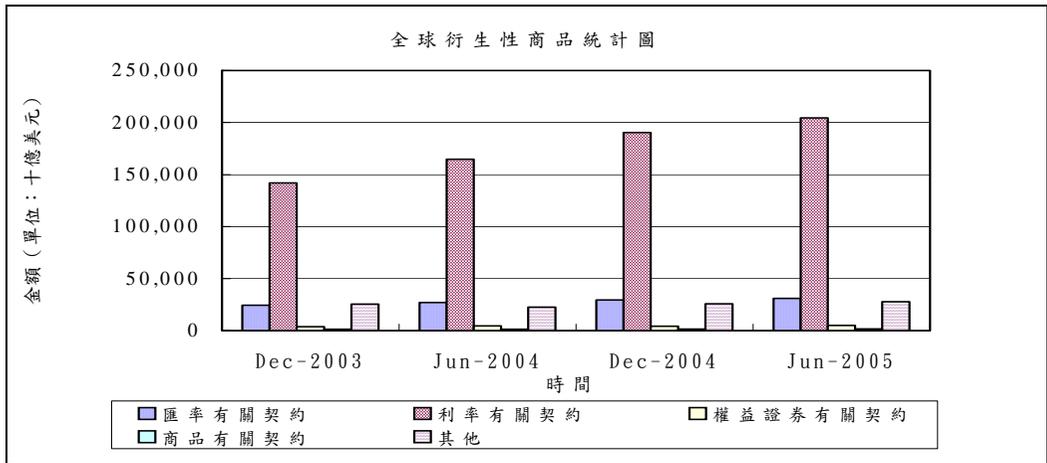
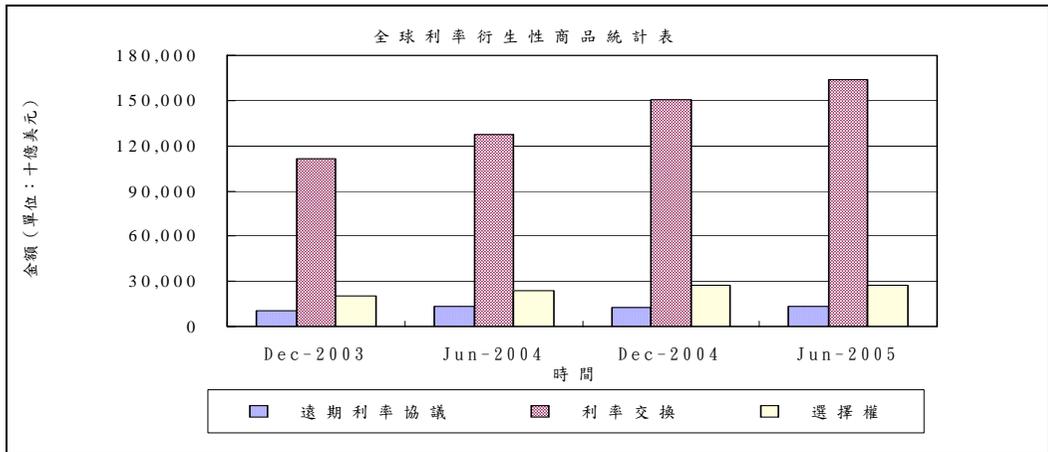


圖 A-1 全球衍生性商品統計圖²³



資料來源：BIS (Bank for International Settlement)

圖 A-2 全球利率衍生性商品統計圖²⁴

²³ 由圖A-1可知，歷年來利率衍生性商品一直是所有衍生性商品中交易量最大的，且呈遞增的狀態。

²⁴ 由圖A-2可知，在利率衍生性商品中，又以利率交換契約 (IRS) 之交易量最大，且呈遞增狀態，顯示IRS契約之龐大與重要性。

附錄 B

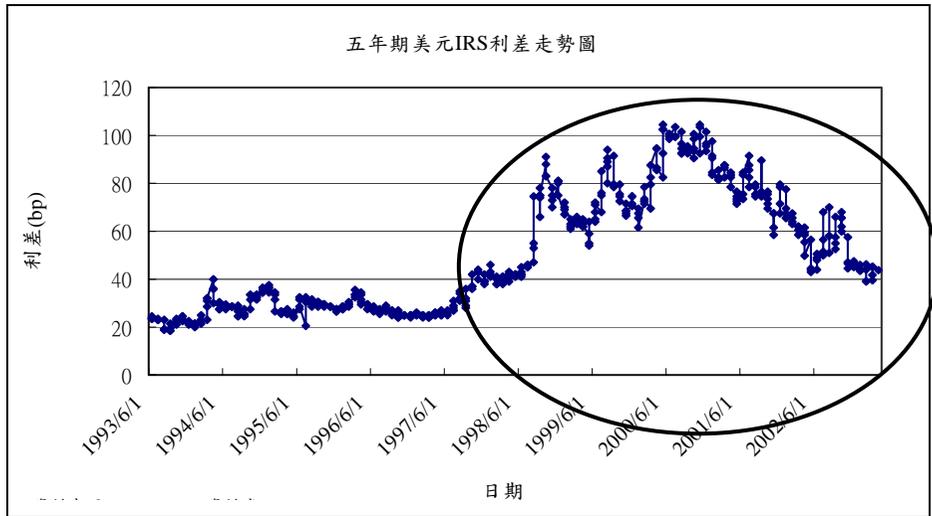
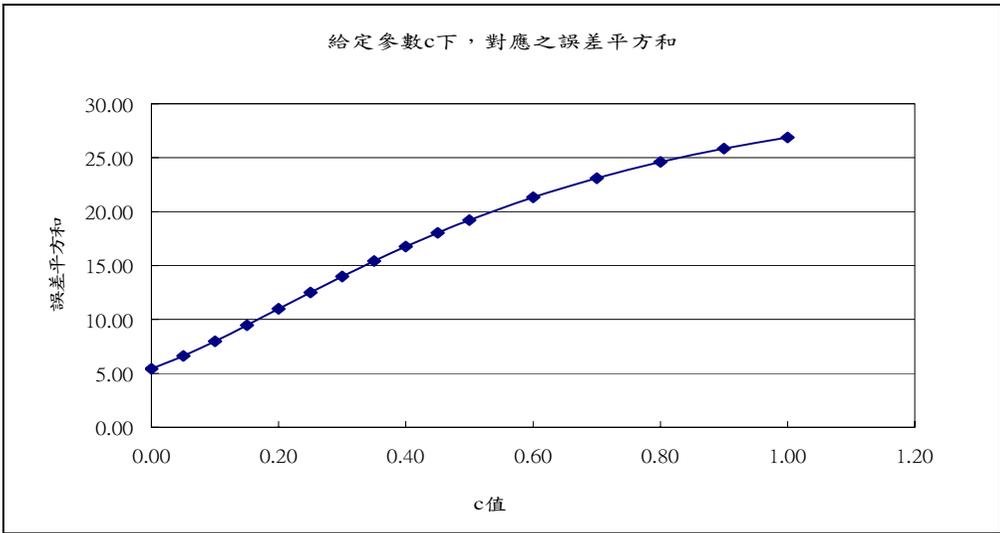


圖 B 五年期美元 IRS 利差走勢圖

附錄 C

表C 模型一：c猜測值、迴歸誤差平方和、Y*估計值及 δ 估計值之關係表

猜測次數	c值	誤差平方和	Δ 誤差平方和	Y*估計值	Δ Y*估計值	delta估計值
1	1.0000	26.8760		0.6473		0.0195
2	0.9000	25.8435	-1.0325	0.6620	0.0147	0.0154
3	0.8000	24.5986	-1.2450	0.6811	0.0191	0.0112
4	0.7000	23.1038	-1.4947	0.7065	0.0255	0.0068
5	0.6000	21.3206	-1.7832	0.7416	0.0351	0.0023
6	0.5000	19.2146	-2.1061	0.7970	0.0554	-0.0020
7	0.4500	18.0333	-1.1813	0.8430	0.0460	-0.0043
8	0.4000	16.7659	-1.2674	0.9046	0.0616	-0.0067
9	0.3500	15.4157	-1.3502	0.9902	0.0856	-0.0091
10	0.3000	13.9905	-1.4252	1.1151	0.1250	-0.0116
11	0.2500	12.5043	-1.4862	1.3104	0.1953	-0.0140
12	0.2000	10.9799	-1.5244	1.6470	0.3365	-0.0165
13	0.1500	9.4519	-1.5280	2.3204	0.6734	-0.0190
14	0.1000	7.9720	-1.4800	4.0694	1.7490	-0.0212
15	0.0500	6.6260	-1.3460	3.7197	-0.3497	-0.0261
16	0.0001	5.4151	-1.2109	-32123.0000	-32126.7197	0.0003



圖C 模型一：c猜測值與迴歸誤差平方和之關係圖

附錄 D

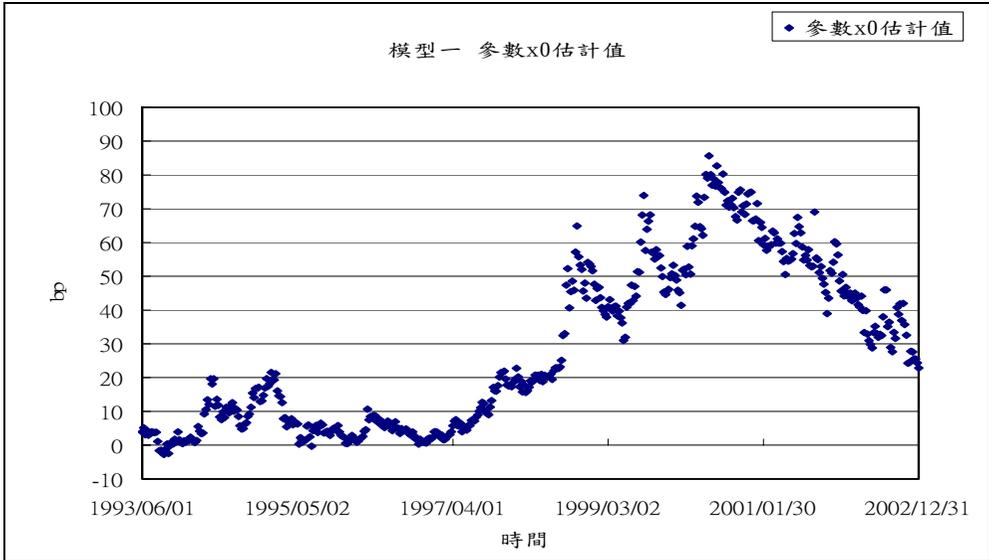
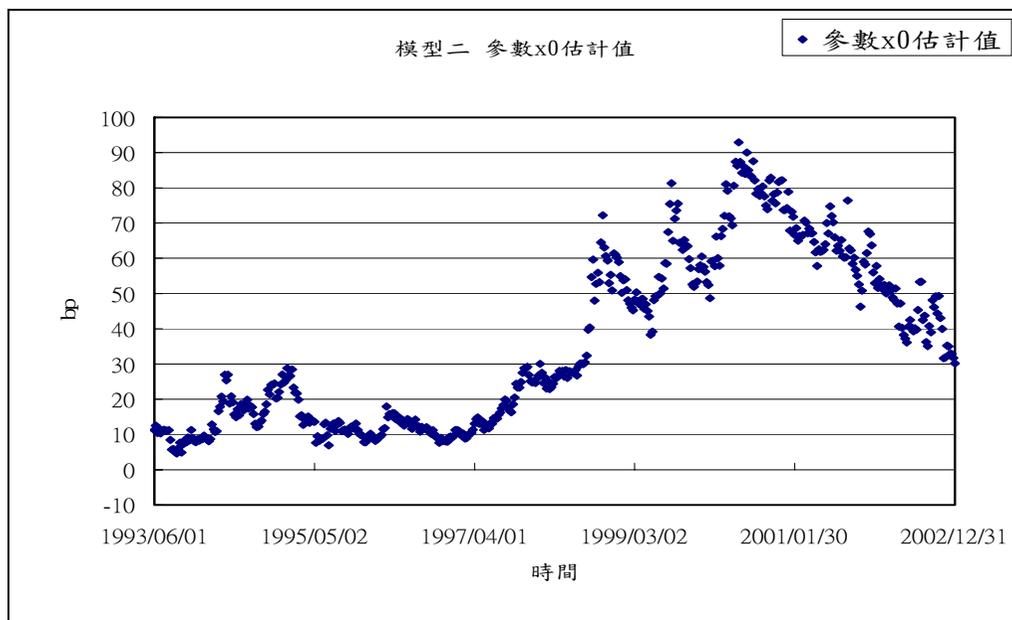


圖 D-1 模型一：參數 x_0 估計值圖



圖D-2 模型二：參數 x_0 估計值圖

附錄 E



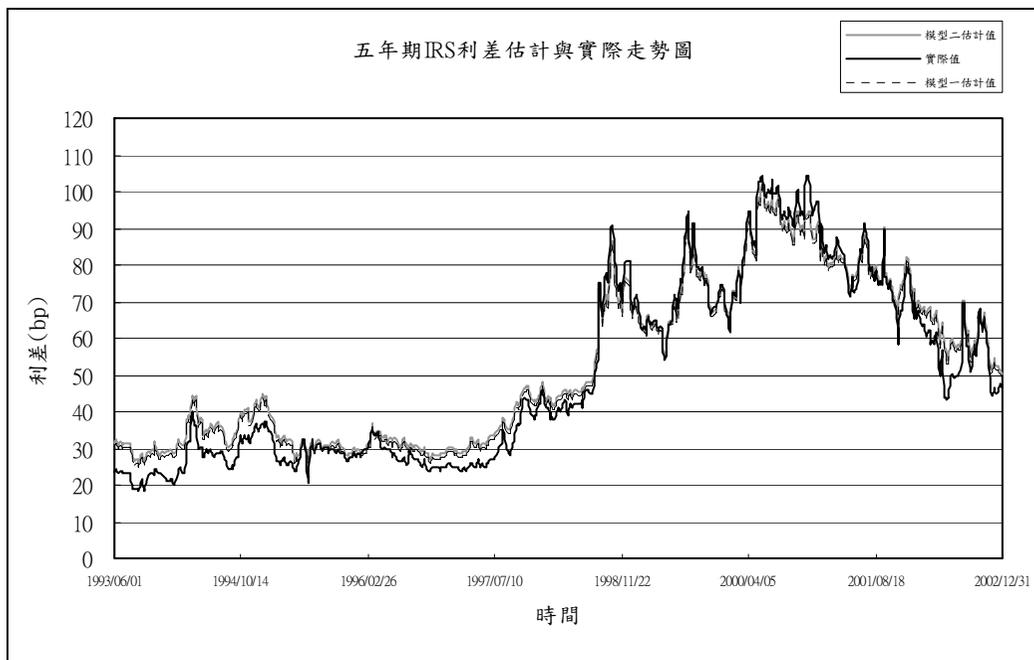
圖E-1 二年期IRS利差估計值與實際值走勢圖



圖E-2 三年期IRS利差估計值與實際值走勢圖



圖E-3 四年期IRS利差估計值與實際值走勢圖



圖E-4 五年期IRS利差估計值與實際值走勢圖

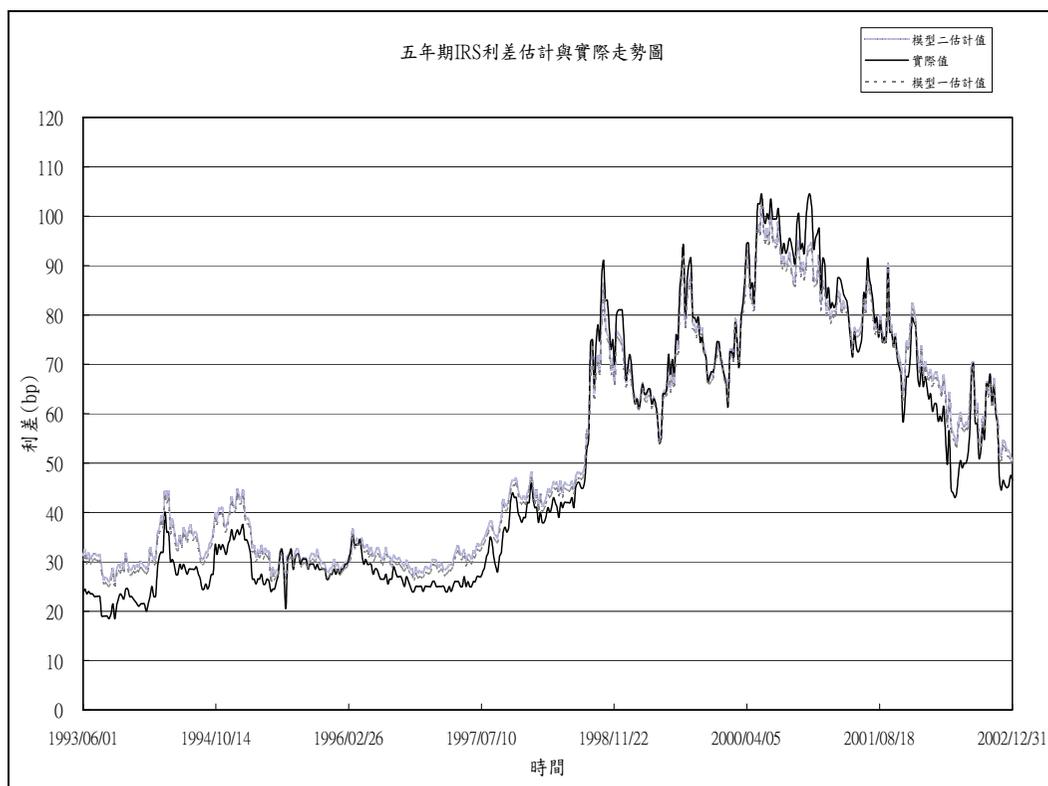
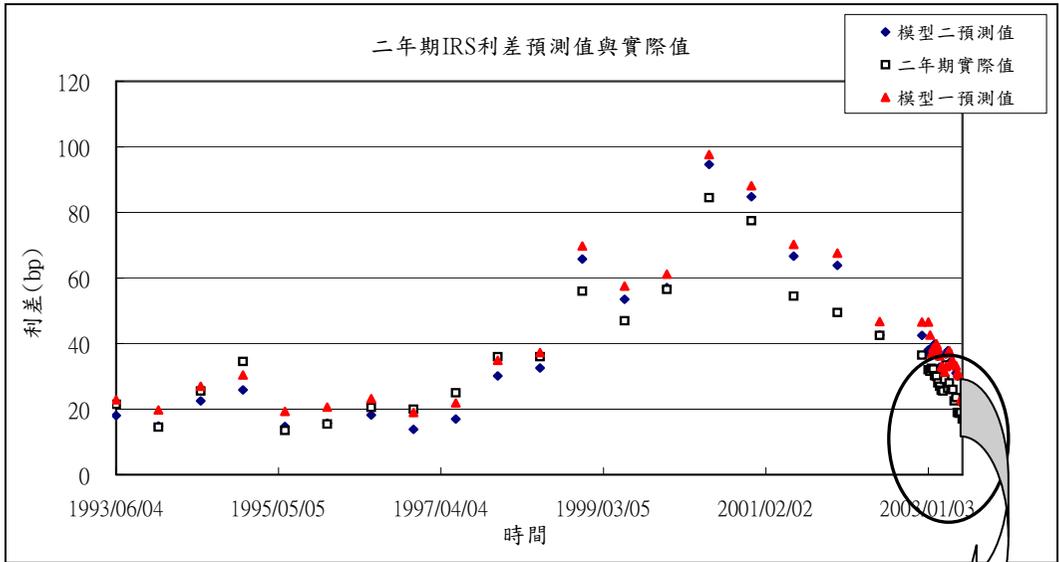
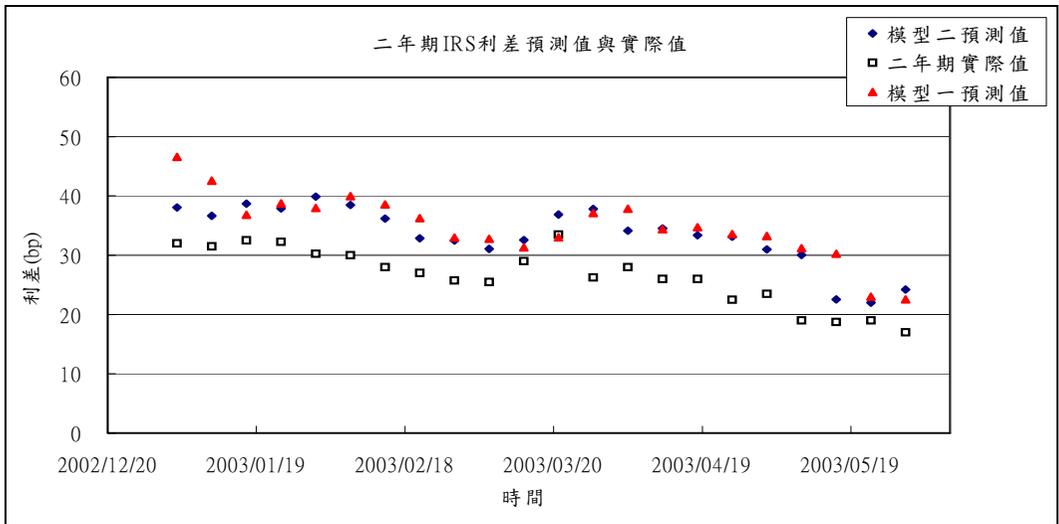


圖 E-5 七年期 IRS 利差估計值與實際值走勢圖

附錄 F



圖F-1 二年期IRS利差預測值與實際值分佈圖²⁵



圖F-1-1 二年期IRS利差預測值與實際值分佈圖 (外插預測點放大顯示)

²⁵ 由於外插預測點與內插預測點的時間尺度不同 (內插點為每半年取一次, 而外插預測點為每星期取一次), 導致外插預測點之預測值與實際值在作圖時重疊, 因此將外插預測點放大顯示在第二張圖 (圖 F-1-1)。

參考文獻

- Amihud, Y. and Mendelson, H., "Liquidity, Maturity, and the Yields on U.S. treasury Securities," *Journal of Finance*, Vol. 46, 1991, pp. 1411-1425.
- Black, F., Derman, E., and Toy, W., "A One-Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options," *Financial Analysts Journal*, 1990, pp. 33-39.
- Boudoukh, J. and Whitelaw, R., "Liquidity as a Choice Variable: A lesson from the Japanese Government Bond Market," *Review of Financial Studies*, Vol. 6, No. 2, 1993, pp. 266-292.
- Brace, A., Gatarek, D., and Musiela, M., "The market model of interest rate dynamics," *Mathematical Finance*, Vol. 7, 1997, pp.127-155.
- Cox, J. C., Ingersoll, J. E., and Ross, S. A., "A Theory of the Term Structure of Interest Rates," *Econometrica*, Vol. 53, 1985b, pp. 385-407.
- Daves, P. and Erhardt, M., "Liquidity, Reconstitution, and the Value of U.S. Treasury Strips," *Journal of Finance*, Vol. 48, No. 1, 1993, pp. 315-330.
- Duffie, D. and Huang, M., "Swap rates and Credit Quality," *Journal of Finance*, Vol. 51, No. 3, 1996, pp. 921-949.
- Duffie, D. and Singleton, K., "An Econometric Model of the Term Structure of Interest-Rate-Swap Yields," *Journal of Finance*, Vol. 52, No. 4, 1997, pp. 1287-1321.
- Evans, E. and Bales, G. P., "What Drives Interest Rate Swap Spreads, in Interest Rate Swaps," *Carl Beidleman*, 1991, pp. 280-303.
- Grinblatt, M., "An Analytical Solution for Interest Rate Swap Spreads," *International Review of Finance*, vol. 2, No. 3, 2001, pp. 113-149.
- Grinblatt, M. and Longstaff, F., "Financial Innovation and the Role of Derivative Securities: An Empirical Analysis of the Treasury Strips Program," *Journal of Finance*, Vol. 55, No. 3, 2000, pp. 1415-1436.
- He, H., "Modeling Term Structures of Swap Spread," Working paper, Yale School of Management, 2000.
- Heath, D., Jarrow, R., and Morton, A., "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A Discrete Time Approximation", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 25, 1990, pp. 419-440.
- Heath, D., Jarrow, R., and Morton, A., "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation", *Econometrica*, Vol. 60, 1992, pp. 77-105.
- Hull, J., *Options, Futures, and Other Derivatives*, 4th Edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2003.

- Hull, J. and White, A., "Pricing Interest Rate Derivative Securities," *The Review of Financial Studies*, Vol. 4, 1990, pp. 573-592.
- Hull, J. and White, A., "Numerical Procedures for Implementing Term Structure Models I: Single-Factor Models," *The Journal of Derivatives*, Vol. 2, 1994, pp. 7-16.
- Jarrow, R. and Yu, F., "Counterparty Risk and the Pricing of Defaultable Securities," *Journal of Finance*, Vol. 56, No. 5, 2001, pp. 1765-1799.
- Kamara, A., "Liquidity, Taxes, and Short-Term Treasury Yields," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 29, No. 3, 1994, pp. 403-417.
- Longstaff, F. and Schwartz, E., "A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt," *Journal of Finance*, Vol. 50, No. 3, 1995, pp. 789-819.
- Minton, B., "An Empirical Examination of Basic Valuation Models for Plain Vanilla U.S. Interest Rate Swaps," *Journal of Financial Economics*, Vol. 44, No. 2, 1997, pp. 251-277.
- Schumacher, M., "Swap Spread Do Matter," *The Journal of Fixed Income*, Vol. 8, 1998, pp. 59-64.
- Solnik, B. and Pierre, C. D., "On the Term Structure of Default Premia in the Swap and LIBOR Market," *Journal of Finance*, Vol. 56, No. 3, 2001, pp. 1095-1115.
- Sundaresan, S., *Valuation of Swaps, in Recent Developments in International Banking and Finance*, S.Khoury, ed. Amsterdam: North Holland (Vols. IV and V, 1991), 1991.
- Sundaresan, S., *Fixed Income Market and Their Derivatives*, second edition. Ch16, 2002.
- Vasicek, O. A., "An Equilibrium Characterization of the Term Structure," *Journal of Financial Economics*, Vol. 5, 1977, pp. 177-188.
- Warga, A., "Bond Returns, Liquidity, and Missing Data," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 27, No. 4, 1992, pp. 605-617.