

# 從總成本觀點探討產品線生產延遲規劃之決策

## An Analysis on Decisions of Production Postponement Planning through the Viewpoint of Total Cost

吳杉堯 Shan-Yau Wu

國立高雄應用科技大學工業工程與管理系

Department of Industrial Engineering and Management, National Kaohsiung  
University of Applied Sciences

(Received March 10, 2006; Final Version October 25, 2006)

**摘要：**本文針對多階生產線的生產延遲點規劃決策提供一組合適的解。這種生產延遲包括在生產過程中延緩產品的流程，直到接到訂單，此稱為時間延遲，或者是在某一生產階段之後將產品差異化，此稱為樣式延遲。本研究建構產品線的延遲點規劃數學決策模式，尋找最低總成本的解，並且以實際範例說明求解的步驟，以及各項系統參數對延遲點規劃決策的影響，執行結果顯示生產率、單位存貨成本、及投資設置成本三者非常影響產品線延遲點規劃的決策。

**關鍵詞：**多階生產系統、延遲策略、製程規劃決策

**Abstract :** This paper gives an appropriate solution to the revised flow line, which often involves delaying the delivery of the products until the customer orders arrive, termed time postponement, or delaying the differentiation of the products until later production stages, termed form postponement. Our model enables us to quantify the total cost of the planning decision of the flow line. In a numerical study the influence of various model parameters is investigated and it is shown that the production rate,

---

\* 本研究獲行政院國科會專題研究計畫補助NSC 93-2213-E-151-007，謹此致謝。

unit holding cost, and investment cost for postponement can obviously affect to the solution of the revised flow line.

**Keywords :** Multi-stage Production Systems, Postponement Strategy, Process Planning Decisions

## 1. 緒論

全球化市場競爭的趨勢使企業面臨產品需求多變的衝擊，生產方式已由過去的大量標準化逐漸轉變為客製化導向。然而，企業適應這種改變並不容易，主要的挑戰在於如何既能降低客製化生產的成本，又能兼顧快速回應顧客的需求。Nagaraj and Selladurai (2002) 認為多階段生產存貨系統在市場需求多樣化且快速變動時，各作業階段很難維持不變，因此會衍生許多製程管理的問題，例如企業該如何快速反應配送中心的需求。

為因應上述挑戰，近年來的主要方法包括進行前置時間縮短、提昇系統敏捷度及生產延遲策略導入等。生產延遲 (postponement) 的概念最早是由Alderson於1950年提出，生產延遲策略 (postponement strategy) 是一項提供企業降低存貨風險及因應顧客多變需求的思維工具，其利用重新設計產品與流程，延長相似產品的共同生產階段，以延緩產品的差異點，其主要方式是令供應鏈在大部分的前推階段使用共通的零件，而把產品的差異化盡可能移至供應鏈的後階段。這個策略是將產品具有決定性因素的製程予以延後，如此便能解決客製化生產所引發的諸多問題 (Yang and Burns, 2003)。

近二十年來，儘管有一些成功的案例，然而失敗的例子也不少。到目前為止雖然已經有不少的相關研究報告，但是大部分主要是針對企業環境或製造策略提出論述或調查，但有關較深入的生產規劃決策分析的研究報告目前仍然少見。即使是生產規劃決策分析問題也未深入分析，例如Feitzinger and Lee (1997) 提到惠普 (HP) 公司在延遲策略上應用的效益，原本惠普公司在新加坡製造產品，再運送到不同的國家，但發現這樣的做法並不符合成本效益，後來公司將各國所需要的不同能源、包裝、手冊等差異化移到當地的配銷中心或區域中心進行處理，此延遲策略的應用讓惠普公司每年節省25%的總生產成本，這份報告雖說明了企業執行延遲策略所帶來的效益，但至於關鍵因素的分析卻仍缺乏。

本研究針對多階生產系統 (即產品線生產) 的生產延遲規劃問題進行深入分析，主要在釐清如何設定產品線的延遲點位置，以使系統的總作業成本為最低。研究的主要論點是依據生產延遲的系統特性，以發展產品線延遲生產系統的總成本模式，設定及探討一些會影響多階生產線延遲點規劃的決策變數，分析決策變數對總成本最小化的影響。本研究最後將以範例驗證模式求解之可行性，並對一些重要的系統參數進行敏感度分析。

## 2. 文獻探討

多階生產系統 (multi-stage production systems) 是指產品製造的流程階段數至少三個以上，製造的流程階段數製造階層數隨著工廠製造的產品而有所不同。傳統的單階EPQ模式 (Kimura and Terada, 1981) 及多階EPQ模式 (Wu, 2004)，主要是求解最佳的經濟生產批量，以使總成本為最低。Goyal (1977) 認為在求解最低總成本的過程中，每階段不同的批次 (batch) 會影響生產批量 (lot size)，進而影響到總成本的大小，因此在多階生產存貨模式中，每個生產階段的生產批次和生產批量是影響總成本的重要決策變數。Lee and Rung (2000) 說明在理論上多階生產存貨系統的經濟生產批量是影響總成本最關鍵的因素，即使在及時化生產 (just-in-time) 中，經濟生產批量也扮演著降低總成本的重要角色。Bogaschewsky *et al.* (2001) 探討多階段生產存貨模式，這篇論文探討兩個模式，一是每階段生產批量固定，另一則是每階段的生產批量不同，分析在製造規劃和控制系統中如何達到最小成本。

除了生產批量之外，學者也常考慮到生產率、生產週期時間及品質管制的問題。Ding (1994) 研究單一產品系列多階系統的作業程序問題，找出每一生產階段的生產率對銷售損失之影響。Houshyar (1992) 發展演算法以找出具有兩部機器的生產系統之最佳週期時間，此系統採批量生產且具有中央暫存 (central buffer) 設計，產能不會超過暫存站的容量，且成本可以求得最低。Takeda and Kuroda (1997) 認為製造者在回應顧客的訂單必須在顧客要求的時間內完成，稱為可接受回應時間；由於目前產品多樣化和需求價格降低是許多產業共同的特徵，所以對一個製造者而言，如何去建構一個生產系統能使得其產品彈性化、利益高和回應時間迅速，將是一個成功的關鍵。Wu (2004) 使用可變生產率概念研究多階生產存貨系統的績效，依各生產階段的累積存貨與生產率之關係，找出多階系統的最佳成本。

在延遲策略方面，Alderson最初主要是研究如何降低時間的風險與需求不確定性，自1950年提出以後，陸續有學者提出新的觀點，近十年來受到客製化產品趨勢的影響，此議題逐漸廣受討論，雖然在主要觀點方面已趨於一致，但如何在現今競爭環境下發展可能應用方式則仍待深入探討。Bowersox (1996) 針對製造及物流延遲做了清楚的定義，所謂的製造延遲是指在製造流程中，盡量維持產品在一個中立或雛形的狀態，將產品的差異盡量延遲到顧客訂單確定之後才開始進行，因此先期可先製造標準產品或基本結構以符合經濟規模，而客製化的部分則由最接近顧客端的銷售點來負責。

過去研究者有一大部分的興趣在於找出各種可行的延遲策略、應用時機及系統績效，因此有關這方面的研究報告比較多。Cooper (1993) 以品牌是否為全球性的觀點來分析延遲策略，結合週邊產品特徵及產品零組件特徵兩個維度提出四種供應鏈延遲策略，分別為：(1)大批製造策略、(2)單一製造策略、(3)延遲包裝策略及(4)延遲組裝策略。另外，Lee *et al.* (1993) 提出延遲理

論架構主要分成兩大類：(1)時間延遲：盡可能的將製程（如製造、組裝、客製化、地域化、包裝）造成產品間的差異點延後到接近顧客端。時間延遲僅將產品差異點延後，並未減少產品間差異。(2)形式延遲：藉由標準化的方式減少產品間的差異，以達到產品差異延後的效果。例如利用產品或製程的重新設計使零件標準化與製程模組化，如此可使產品差異點延後，提高完成產品的彈性。Pagh (1998) 根據延遲與猜測 (speculation) 的觀點，提出四種不同的延遲/猜測策略。(1)完全猜測策略：盡可能提早發生產品形式上的差異，它依據需求預測存貨，顧客訂單點位於供應鏈最下游，所有產品均在訂購點之前完成。(2)製造延遲策略：將未經過最後組裝、包裝及貼標的產品，配送至距離顧客較近的行銷據點儲存，等到確定顧客訂單之後，才開始執行最後組裝、包裝及貼標的作業。(3)物流配送延遲策略：經由需求預測大量生產產品，然後將產集中儲存於倉儲中心，等到顧客下訂單於行銷據點時，才開始執行配送的作業。(4)完全延遲策略：前段的生產作業為因應預測訂單，而顧客訂購點落於後段差異化製程。

在實施延遲策略的方法方面，Zinn and Bowersox (1988) 認為延遲策略的原則在於收到顧客訂單後，於實體配送流程之前，對產品形式作最後的處理。他們依據不同型態將延遲分成標籤、包裝、組裝、運送延遲等，再加上時間延遲，形成五種不同的延遲類型。Feitzinger and Lee (1997) 提出三種設計原則，(1)產品模組化：產品模組化的設計原則在於促進最終產品具備彈性、快速且簡單的組單能力，可結合許多獨立模組完成最終產品的組裝。(2)製程模組化：製程模組化的設計重心在於檢視所有供應鏈的製程，藉由製程模組化使製程之間能夠容易有效的銜接。透過模組化合理分解許多子製程，可提升彈性，對客製化將有實質助益。(3)供應鏈網路設計：針對供應鏈各個節點的位置、數量及方式，設計最有效益的架構。

Lee and Tang (1997) 認為不同生產線的部分製程共同化，也是延遲理論的應用，當兩條或者甚至更多條的生產線，其製程具有相似時，可以考慮將相似的製程共同化。近三十年來，實務上已經證實應用延遲理論在一些生產環境下確實可以提升管理績效，例如，Dapiran (1993) 提到Benetton公司將毛衣的製造程序重新設計，將原本先染色再編織的程序，改成先將毛線編織成毛衣，等透過市場調查掌握市場流行顏色後，才開始進行染色程序，如此，Benetton公司可以避免大量顏色落伍的存貨，每年因而節省數百萬美元的成本。

有關延遲策略所引發的相關成本方面，綜合Lee (1993) 的研究，延遲策略所引發的相關成本可包含：(1)存貨成本：產品多樣化會導致預測困難及存貨與服務水準的問題。(2)投資成本：產品製程重新設計所引發相關成本。如製具更新、產品與流程重新設計的成本。(3)處理成本：產品的固定與變動成本會因不同的延遲策略產生不同的影響。進行時間的延遲策略時，公司必須因實施時間延遲而多增加配銷點，去從事實施延遲策略之前的工廠需處理的部分作業，造成固定費用與設備成本會因延遲策略而提高。(4)物料成本：採用時間延遲策略之前，所有零件統一由母工廠採購；實施策略之後，部分零件會由配銷中心在當地採購，可能降低產品物料成本。

(5)搬運成本：由於延遲策略使作業程序在製造工廠與配銷地點之間的重新安排，使搬運項目本質改變。(6)關稅與其他成本：在全球供應鏈中配銷中心位於不同中心工廠國家，當搬運貨物至國外，通常需要課稅，而每個國家依產品不同而有不同課稅方式。

### 3. 產品線生產延遲規劃決策模式

產品線生產系統應用極廣，舉凡加工、產品裝配、檢測及包裝等製程常設計成產品線的佈置方式，應用範圍除了常見的工業用產品之外，一般民生用品如服飾、食品等也常見此種生產模式。本文在此定義生產延遲規畫決策是指決定一個合適的生產延遲點，以使產品製程被分解成共同製程與差異化製程兩部分，共同製程的半成品將被轉移至暫存區，差異化製程則由此暫存區取出半成品來完成後續的處理。

本研究首先將建構產品線生產延遲化總成本的數學模型，求解最佳生產批量，另外，配合兩階段演算法的求解步驟，以求解最佳的生產延遲規劃決策點。

#### 3.1 產品線多階系統延遲生產模型

本研究考慮產品線生產延遲化模型的生產成本包括存貨成本、生產設置成本、搬運成本、延遲投資成本及延遲處理成本等五項。此生產系統共分為K個階段，假設系統的生產延遲點只有一處，設在階段 $s=S$ ，如圖1所示，產品由階層1加工至S即暫停，並且把半成品暫時存放至轉運站，等接到顧客訂單後，再從轉運站以批次方式從階段 $S+1$ 起繼續完成剩餘的製程。

#### 3.2 延遲生產成本模式的假設與變數

本模式為確定性批量模式，為單一生產線生產單一產品，生產階段數為有限，假設生產系統的階段 $s=1, 2, \dots, K$ 。在不違背一般狀況下，本研究假設在生產延遲點的轉運站存貨持有成本

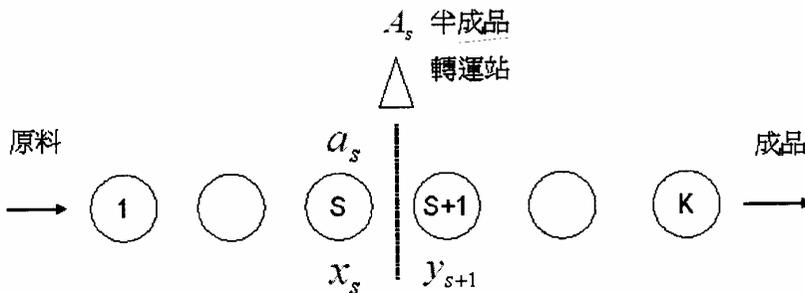


圖1 產品線多階系統延遲生產模型

為該階段正常存貨成本的  $(1+a_s)$  倍；另外，延遲的半成品從製程轉到轉運站，以及由轉運站送回製程所增加的額外處理成本分別為  $x_s$  和  $y_{s+1}$ ，其中  $x_s$  可視為「延遲結凍」成本，而  $y_{s+1}$  可視為「延遲解凍」成本， $A_s$  則為該延遲點因延遲作業所需的額外投資成本。本研究假設上述  $a_s$ 、 $x_s$  和  $y_{s+1}$  的值不會隨著生產延遲點的不同而改變，但延遲作業的投資成本  $A_s$  會隨著延遲點的不同而改變，且延遲點越接近完成品則其投資成本  $A_s$  就會越高。其他的假設如下：

- 生產系統的所有產能限制都是固定的。
- 不允許缺貨。
- 每個階段的製造批量均相同。
- 每階段可分成不同批次 (batch) 的製造，一批完成後即運送到下一階段，每批的搬運都產生相同的搬運成本和處理成本。
- 每階段的批量生產僅只有一個設置成本。
- 存貨持有成本假設為線性，每階段的單位存貨持有成本可能不同。
- 每階段的需求率小於最低製造率。

決策變數：

$Q$  批量

$m_s$  階段S的批次數

$M$   $\{m_1, m_2, \dots, m_K\}$ ，一個向量

$q_i^s$  階段S，第i批的產量

$q_{Min}^s$  階段S，最小批的產量

參數：

$P_s$  階段S的固定生產率

$d$  固定需求率  $d = P_{s+1}$

$T$  規劃期間的長度

$D$  規劃期間的總需求 ( $D = dT$ )

$c_s$  階段S每單位時間的存貨持有成本

$S_s$  階段S每批量的設置成本

$T_s$  從S 到 S+1一批次的搬運成本

$B_s$  從S 到 S+1一批次的處理成本

$A_s$  延遲生產點在S時的投資成本

$x_s$  延遲生產點在S時，階段S因延遲的半成品從製程移出到轉運站所增加的額外處理成本

$y_s$  延遲生產點在S-1時，階段S因延遲的半成品從轉運站移回製程所增加的額外處理成本

$a_s$  延遲生產點在S時，階段S所增加的存貨百分比

### 3.3 模式構建與求解

所有的變數和參數均令其大於零，生產率固定且  $P_s \neq P_{s+1}$ ，批次總數  $m_s \geq 1$  for  $s=1, 2, \dots, K$ 且須為整數。定義  $\max(P)_{s,s+1} = \max\{P_s, P_{s+1}\}$ ，而  $\min(P)_{s,s+1} = \min\{P_s, P_{s+1}\}$ 。本模式主要是修改自Bogaschewsky *et al.* (2001) 所提出的多階生產批量模式，但該模式並未考慮延遲生產的概念。

為了獲得成本函數，我們首先驗證圖2，描述相鄰兩階段之間的存貨，且  $P_s < P_{s+1}$ 。圖2上半部顯示三個不同批次大小分割的存貨，批次大小服從遞減幾何級數，第一批次  $q_1^s$  為最大值，之後批次大小為先前批次大小乘以  $(P_s / P_{s+1})$ ，不考慮搬運和處理時間。圖2下半部描述時間權重存貨TWI (Time Weighted Inventory) 能使用四個區域 ( $E_1, E_2, E_3, E_4$ ) 表示如下：

$$E_1 = \frac{1}{2} q_{Min}^s \frac{q_{Min}^s}{P_{s+1}},$$

$$E_2 = q_{Min}^s \left( \frac{Q}{P_{s+1}} - \frac{q_{Min}^s}{P_{s+1}} \right),$$

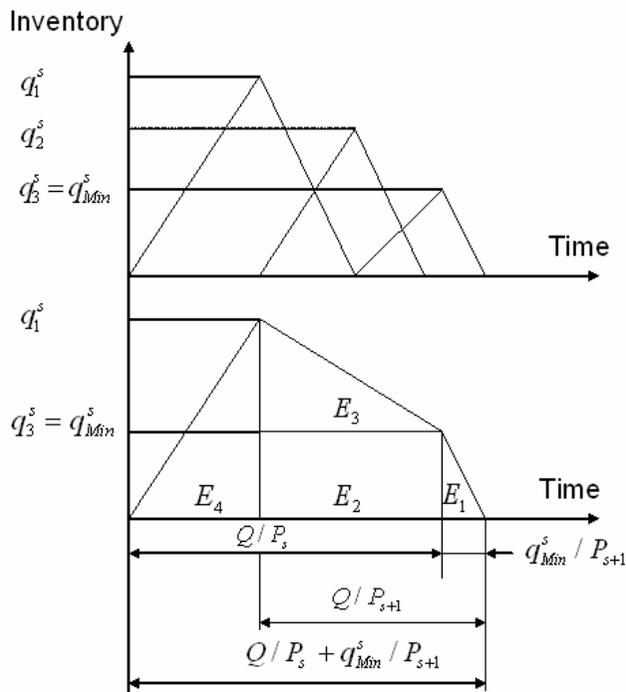


圖2 三個分割批次的存貨 ( $P_s < P_{s+1}$ )

$$E_3 = \frac{1}{2} \left( q_1^s - q_{Min}^s \left( \frac{Q}{P_{s+1}} - \frac{q_{Min}^s}{P_{s+1}} \right) \right),$$

$$E_4 = \frac{1}{2} q_1^s \left( \frac{Q}{P_s} + \frac{q_{Min}^s}{P_{s+1}} - \frac{Q}{P_{s+1}} \right)$$

這四個區域的總合為：

$$TWI = \frac{1}{2} \frac{q_{Min}^s Q}{P_{s+1}} + \frac{1}{2} \frac{q_1^s Q}{P_s}$$

其中  $q_1^s$  可被表示成  $(Q/P_s + q_{Min}^s/P_{s+1} - Q/P_{s+1}) \times P_s$ ，因此TWI可改寫成

$$TWI = \frac{Qq_{Min}^s}{P_{s+1}} + \frac{Q^2}{2} \left( \frac{1}{P_s} - \frac{1}{P_{s+1}} \right) \quad (1)$$

若  $P_s > P_{s+1}$ ，則上式改寫為

$$TWI = \frac{Qq_{Min}^s}{P_{s+1}} + \frac{Q^2}{2} \left( \frac{1}{P_{s+1}} - \frac{1}{P_s} \right) \quad (2)$$

公式(1)、(2)整合後

$$TWI = \frac{Qq_{Min}^s}{\max(P)_{s,s+1}} + \frac{Q^2}{2} \left( \frac{1}{\min(P)_{s,s+1}} - \frac{1}{\max(P)_{s,s+1}} \right) \quad (3)$$

由於批次量 (batch sizes) 服從幾何級數，所以批量 (lot size) 可被寫成

$$Q = q_{Min}^s \sum_{i=1}^{m_s} \left( \frac{\max(P)_{s,s+1}}{\min(P)_{s,s+1}} \right)^{i-1} \quad \text{for } s=1, 2, \dots, K \quad (4)$$

最小批次量能被表達成

$$q_{Min}^s = QA_s(m_s) \quad \text{for } s=1, 2, \dots, K \quad (5)$$

and 
$$A_s(m_s) = \frac{(\max(P)_{s,s+1} / \min(P)_{s,s+1}) - 1}{(\max(P)_{s,s+1} / \min(P)_{s,s+1})^{m_s} - 1}$$

公式(5)帶入公式(3)，然後乘上  $c_s$ ，我們能獲得相鄰兩階段間單一批量的存貨持有成本IHC：

$$IHC_{s,s+1} = \frac{Q^2 c_s A_s(m_s)}{\max(P)_{s,s+1}} + \frac{Q^2}{2} \left( \frac{1}{\min(P)_{s,s+1}} - \frac{1}{\max(P)_{s,s+1}} \right) c_s \quad (6)$$

對於相鄰兩階段之間的單一批量考慮設置成本、搬運成本及處理成本STBC如下：

$$STBC_{s,s+1} = S_s + (T_s + B_s) m_s \quad (7)$$

考慮總成本為各階段成本之總和，令各階段成本為公式((6)+(7)) $\times \frac{D}{Q}$ +投資成本  $A_s$ ，總成本模式即為如下所示：

$$C(Q, M) = Q\alpha D + \sum_{i=1}^K \frac{Q\gamma_i D}{[\delta_i]^{m_i} - 1} (1 + a_i) + \sum_{i=1}^K [S_i + (T_i + B_i + x_i + y_i) m_i] \frac{D}{Q} + \sum_{i=1}^K A_i \quad (8)$$

此處

$$\alpha = \sum_{i=1}^K \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\min(P)_{i,i+1}} - \frac{1}{\max(P)_{i,i+1}} \right) c_i,$$

$$\gamma_i = \frac{c_i(\delta_i - 1)}{\max(P)_{i,i+1}} \quad \text{for } i=1, 2, \dots, K \quad \text{and}$$

$$\delta_i = \frac{\max(P)_{i,i+1}}{\min(P)_{i,i+1}} \quad \text{for } i=1, 2, \dots, K$$

首先對Q作偏微分並令其為零：

$$\frac{\partial C(Q, M)}{\partial Q} = 0$$

$$\alpha D + \sum_{i=1}^k \frac{\gamma_i D}{\delta_i^{m_i} - 1} (1 + a_i) - \frac{\sum_{i=1}^k [S_i + (T_i + B_i + x_i + y_i) m_i] D}{Q^2} = 0$$

$$\alpha D + \sum_{i=1}^k \frac{\gamma_i D}{\delta_i^{m_i} - 1} (1 + a_i) - \frac{\sum_{i=1}^k [S_i + (T_i + B_i + x_i + y_i)m_i] D}{Q^2} = 0$$

$$Q_{opt}^{(r)}(M) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^K [S_i + (T_i + B_i + x_i + y_i)m_i]}{\alpha + \sum_{i=1}^K \frac{\gamma_i}{\delta_i^{m_i} - 1} (1 + a_i)}} \quad (9)$$

由公式(8)、(9)可得最佳總成本如下：

$$C(M) = 2D \sqrt{\sum_{i=1}^K [S_i + (T_i + B_i + x_i + y_i)m_i]} \times \left[ \alpha + \sum_{i=1}^K \frac{\gamma_i}{\delta_i^{m_i} - 1} (1 + a_i) \right] + \sum_{i=1}^K A_i \quad (10)$$

接著考慮各階段的生產批次  $M\{m_1, m_2, \dots, m_K\}$  問題，要注意的是不同階段的  $m_i$  可能不同。先忽略  $m_i$  為整數的限制，假設公式(8)中的  $Q$  為常數，且對  $m_i$  作偏微分並令其為零，如下所示：

$$\frac{\partial C(Q, M)}{\partial m_i} = 0$$

$$(T_i + B_i + x_i + y_i) \frac{D}{Q} = \left\{ \frac{\ln(\delta_i)(\delta_i)^{m_i}}{[(\delta_i)^{m_i} - 1]^2} \right\} Q \gamma_i D (1 + a_i)$$

$$\frac{[(\delta_i)^{m_i} - 1]^2}{\delta_i^{m_i}} = \frac{\ln(\delta_i) \gamma_i Q^2 (1 + a_i)}{T_i + B_i + x_i + y_i}$$

爲了簡化計算，所以設  $Z_i^+ = \frac{Y_i}{2} + \sqrt{\frac{Y_i^2}{4} - 1}$ ， $Z_i^- = \frac{Y_i}{2} - \sqrt{\frac{Y_i^2}{4} - 1}$ （值小於1）且  $Y_i = 2 + \frac{\ln(\delta_i) \gamma_i Q^2 (1 + a_i)}{T_i + B_i + x_i + y_i}$

$$m_i^{(r)}(Q) = \frac{\ln(Z_i^+)}{\ln(\delta_i)} \quad \text{for } i=1, 2, \dots, K \quad (11)$$

但通常  $m_i^{(r)}$  並非整數，所以先分析不同  $m_i$  值在成本模式(8)中所影響的相關成本函數。就成本模式(8)而言， $m_i$  所影響的成本如下：

$$H_i(m_i) = \left[ \frac{Q\gamma_i D}{[\delta_i]^{m_i} - 1} \right] (1 + a_i) + [(T_i + B_i + x_i + y_i)m_i] \times \frac{D}{Q} \quad \text{for } i=1, 2, \dots, K \quad (12)$$

$H_i(m_i)$  可證明為一凸函數。假如  $m_i$  不是整數的話則取相鄰的整數值：

$$m_i^{(r)}(m_i^{(g)} = \lfloor m_i^{(r)} \rfloor) \quad \text{or} \quad m_i^{(r)}(m_i^{(g)} + 1 = \lfloor m_i^{(r)} \rfloor + 1)$$

推知假如下列的不等式成立，則  $m_i^{(g)}$  是最佳的

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{Q\gamma_i D}{[\delta_i]^{m_i^{(g)}} - 1} \right] (1 + a_i) + [(T_i + B_i + x_i + y_i)m_i^{(g)}] \times \frac{D}{Q} \leq \\ & \left[ \frac{Q\gamma_i D}{[\delta_i]^{m_i^{(g)}+1} - 1} \right] (1 + a_i) + [(T_i + B_i + x_i + y_i) \times (m_i^{(g)} + 1)] \times \frac{D}{Q} \end{aligned} \quad (13)$$

公式(13)能被用於計算Q，而最佳批次整數  $m_i$  值則從  $m_i^{(g)}$  改變為  $m_i^{(g)} + 1$ 。在公式(13)中，假如  $m_i^{(g)}$  和  $m_i^{(g)} + 1$  能產生相同的成本，則Q即能計算如下：

$$Q_i^{(w)}(m_i^{(g)}; m_i^{(g)} + 1) = \sqrt{\frac{T_i + B_i + x_i + y_i}{\gamma_i (1 + a_i) \left\{ \frac{1}{[\delta_i]^{m_i^{(g)}} - 1} - \frac{1}{[\delta_i]^{m_i^{(g)}+1} - 1} \right\}}} \quad (14)$$

for  $i=1, 2, \dots, K$ .

假如下列情況滿足，則對於生產批量Q而言， $m_i^{(g)}$  是最佳整數搬運次數。

$$Q_i^{(w)}(m_i^{(g)} - 1; m_i^{(g)}) \leq Q \leq Q_i^{(w)}(m_i^{(g)}; m_i^{(g)} + 1) \quad \text{for } i=1, 2, \dots, K \quad (15)$$

如果  $m_i^{(g)} + 0.5 \leq m_i^{(r)} \leq m_i^{(g)} + 1$ ，則對生產批量Q而言， $m_i$  應取最大整數，故  $m_i^{(g)} + 1$  為最佳整數搬運次數。但如果  $m_i^{(r)} < m_i^{(g)} + 0.5$ ，則應該比較公式(9)之  $Q_{opt}^{(r)}(M)$  與公式(14)之  $Q_i^{(w)}(m_i^{(g)}; m_i^{(g)} + 1)$ ，假如  $Q_{opt}^{(r)}(M) \leq Q_i^{(w)}(m_i^{(g)}; m_i^{(g)} + 1)$ ，則對於生產批量Q而言， $m_i^{(g)}$  是最佳整數搬運次數；否則， $m_i^{(g)} + 1$  為最佳整數搬運次數。

由於每階段的搬運量至少為一批，故先以  $M = (1, 1, \dots, 1)$  為初始解，本研究將求解演算法分成兩部分，演算法主要是修改自Bogaschewsky *et al.* (2001)，演算法A求出初始解，而演算法B則找出最佳解，求解步驟請參考本報告附錄。

在求解過程中，演算法A所呈現的重複搜尋步驟不會超過十次，而且重複搜尋次數並不會因為階段數的多寡而有所影響；演算法A所求出的解為初始解；但在約百分之九十的實例中，演算法A所呈現的解即為最佳解。就算演算法A所求出的解不一定是最佳的，但是此解並不會超過最小成本的百分之一。為了讓最佳解更嚴謹，所以更進一步地尋找最佳解的限制，將公式(11)帶入公式(8)後得：

$$C(Q) = Q\alpha D + \sum_{i=1}^k \frac{Q\gamma_i D}{\left[ (\delta_i)^{\left( \frac{\ln(Z_i^*)}{\ln(\delta_i)} \right)} - 1 \right]} (1 + a_i) + \sum_{i=1}^k \left[ S_i + (T_i + B_i + x_i + y_i) \left( \frac{\ln(Z_i^*)}{\ln(\delta_i)} \right) \right] \frac{D}{Q} + \sum_{i=1}^k A_i \quad (16)$$

本研究最主要的目標是找出模式最小成本；公式(16)是判斷最佳解的條件之一，因此再透過演算法B尋找最佳解，求解步驟請參考本報告附錄。

## 4. 產品線生產延遲規劃決策模式實例

### 4.1 實例與求解方法介紹

本研究以產品線三階延遲生產系統為例子進行探討，求解的方式是透過對此系統所有可能的延遲點進行最佳總成本的求解，再比較何者的總成本為最小。本研究假設某些系統參數值會受延遲點決策的影響，因此本實例在不同延遲點的假設下，均給予一組參數值。最佳解的求解方法是引用上述所示的演算法A和演算法B，對每一種可能的延遲點決策進行求解步驟，使用演算法A尋找初始解，再以演算法B進一步找到其最佳解，決策變數包括生產批量 $Q$ ，以及各階段的批次數 $M = \{m_1, m_2, \dots, m_k\}$ 。

### 4.2 三階產品線生產延遲的求解

實例模型如圖3所示，首先在延遲點在第一階段時（即 $S=1$ ），給予系統參數值如表1所示， $A_s$ 、 $a_s$ 和 $x_s$ 除了在階段 $S=1$ 有數值，其他階段則為零；而 $y_s$ 在階段 $S=2$ 時才有數值。第四階段的市場需求率假設為1000，求解過程的演算法請參考表2和表3，求算結果顯示當延遲點設在第一階段時，最佳解為 $M(3, 1, 2)$ ， $Q_{opt}^* = 675.38$ ， $C_{opt}^* = 327.75$ 。

當延遲點 $S=2$ 時，模型如圖4所示，給予系統參數值如表4所示；延遲點設在第二階段時，因此 $A_s$ 、 $a_s$ 和 $x_s$ 在階段 $S=2$ 時才有數值，其他階段時則為零；而 $y_s$ 在階段 $S=3$ 時才有數值。求解過程的演算法請參考表5和表6，並且可知當延遲點設在第二階段時，最佳解為 $M(2, 3, 2)$ ， $Q_{opt}^* = 734.64$ ， $C_{opt}^* = 324.90$ 。

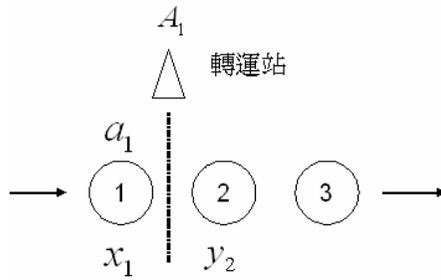


圖3 延遲點設為第一階之系統示意圖

表1 延遲點設為第一階之系統參數值

階層S	$P_s$	$c_s$	$S_s$	$T_s$	$B_s$	$A_s$	$a_s$	$x_s$	$y_s$
1	2040	0.5	10	1	5	10	0.2	2	0
2	5000	0.1	18.3	9	6	0	0	0	1
3	4000	0.3	15	5	7	0	0	0	0
4	1000	—	—	—	—	—	—	—	—

表2 延遲點設為第一階之求解演算法A所得結果

S	重複i=1	重複i=2	重複i=3	重複i=4
$m_{1,i}^*$	1	2	2	3
$m_{2,i}^*$	1	1	1	1
$m_{3,i}^*$	1	1	2	2
$Q_i^* = Q_{opt}^{(r)}(M_i^*)$	433.84	524.51	621.21	675.38
$m_{1,i}^{(r)}$	1.94	2.21	2.50	2.66
$Q_1^{(w)}$	—	601.86	—	—
$m_{2,i}^{(r)}$	0.52	0.62	0.73	0.80
$Q_2^{(w)}$	—	—	—	—
$m_{3,i}^{(r)}$	1.40	1.59	1.79	1.89
$Q_3^{(w)}$	447.21	—	—	—
$m_{1,i}^+$	2	2	3	3
$m_{2,i}^+$	1	1	1	1
$m_{3,i}^+$	1	2	2	2



表5 延遲點設為第二階之求解演算法A所得結果

S	重複i=1	重複i=2	重複i=3
$m_{1,i}^*$	1	1	2
$m_{2,i}^*$	1	2	2
$m_{3,i}^*$	1	2	2
$Q_i^* = Q_{opt}^{(r)}(M_i^*)$	601.73	692.62	734.64
$m_{1,i}^{(r)}$	1.32	1.49	1.57
$Q_1^{(w)}$	649.92	649.92	—
$m_{2,i}^{(r)}$	1.68	1.93	2.05
$Q_2^{(w)}$	—	—	881.90
$m_{3,i}^{(r)}$	1.70	1.87	1.95
$Q_3^{(w)}$	—	—	—
$m_{1,i}^+$	1	2	2
$m_{2,i}^+$	2	2	2
$m_{3,i}^+$	2	2	2

表6 延遲點設為第二階之求解演算法B所得結果

S	重複i=1
$C_{opt}^*$	324.90
$Q_{opt}^*$	734.64
$m_{1,opt}^*$	2
$m_{2,opt}^*$	2
$m_{3,opt}^*$	2
$Q_1^{(w)}$	1276.73
$Q_2^{(w)}$	881.90
$Q_3^{(w)}$	1066.54
$Q_j^{(w)}$	881.90
$m_{1,i}^*$	2
$m_{2,i}^*$	3
$m_{3,i}^*$	2
$Q_i^* = Q_{opt}^{(r)}(M_i^*)$	711.89
$C_i(M_i^*)$	329.58
$C(Q_i^*)$	325.84

當延遲點 $S=3$ 時，模型如圖5所示，給予系統參數值如表7所示；延遲點設在第三階段時，因此 $A_s$ 、 $a_s$ 和 $x_s$ 在階段 $S=3$ 時才有數值，其他階段時則為零。求解過程的演算法請參考表8和表9，並且可知當延遲點設在第三階段時，最佳解為 $M(1, 1, 2)$ ， $Q_{opt}^* = 476.50$ ， $C_{opt}^* = 399.41$ 。

求出產品線三階段不同延遲生產點的最佳總成本後，整理於表10所示。在產品線三階延遲生產實例中，第一階延遲的最佳總成本為327.75，第二階延遲的最佳總成本為324.90，第三階延遲的最佳總成本為399.41；因此，採取延遲點為第二階為系統最佳的延遲決策。

### 4.3 敏感度分析

本研究進一步進行敏感度分析，以探討生產率、單位存貨持有成本、延遲設置成本、搬運成本、延遲處理成本等系統參數值對系統總成本的影響。各項參數值除原始設定值之外，均採用逐次增減各20%的數值進行分析，座標軸上的第四點數值為原始值，逐次遞增及遞減20%之後，共取七點進行分析，使用上述最佳求解方法重新求解，所得結果均以Excel的圖形繪製呈現。

在延遲生產點 $S=1$ 時，生產率的改變與總成本的影響如圖6所示，結果顯示生產率的變化對總成本的影響非常明顯。另外，單位存貨持有成本的改變與總成本的影響如圖7所示，由圖可看出單位存貨持有成本改變後，總成本的變化也相當明顯。設置成本的改變與總成本的影響如圖8所示，結果顯示設置成本改變後，對總成本的影響確實存在，但並不激烈。

搬運成本的改變與總成本的影響如圖9所示，由圖可看出搬運成本改變後，總成本的變化並不明顯。處理成本的改變與總成本的影響如圖10所示，由圖可看出處理成本改變後，總成本的變化也不明顯。不同延遲點所影響的存貨與處理成本的改變與總成本的影響如圖11所示，影響極小。

上述敏感度分析主要是針對延遲點為第一階所做的敏感度分析結果，本研究繼續探討延遲點改為第二階與第三階的最佳解，並且如同上述步驟分別進行分析與繪圖比較，結果發現各參數變動對最佳總成本的敏感度分析結果與延遲點為第一階的結果極為相似，故不再重複贅述。

總之，在本實例中我們發現生產率、單位存貨持有成本及延遲設置成本，三者的變動對最佳總成本有較顯著的影響，至於其他參數則並不顯著。因此，提高生產率、降低單位存貨持有成本、以及降低設置成本等均能有效降低產品線延遲模式的總成本。

## 5. 結論與建議

生產延遲是指在一個生產過程中，利用重新設計產品與流程，延長相似製程產品的生產共同階段，以延緩產品的差異點，如此便能解決客製化生產所引發的諸多問題。產品線生產系統應用極廣，舉凡加工、產品裝配、檢測及包裝等常設計成產品線生產佈置生產，應用範圍除了

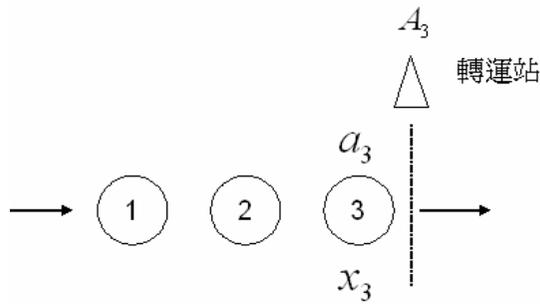


圖5 延遲點設為第三階之系統示意圖

表7 延遲點設為第三階之系統參數值

階層S	$P_s$	$c_s$	$S_s$	$T_s$	$B_s$	$A_s$	$a_s$	$x_s$	$y_s$
1	2040	0.1	10	1	5	0	0	0	0
2	5000	0.3	18.3	9	6	0	0	0	0
3	4000	0.7	15	5	7	12	0.2	2	0
4	1000	—	—	—	—	—	—	—	—

表8 延遲點設為第三階之求解演算法A所得結果

S	重複i=1	重複i=2
$m_{1,i}^*$	1	1
$m_{2,i}^*$	1	1
$m_{3,i}^*$	1	2
$Q_i^* = Q_{opt}^{(r)}(M_i^*)$	524.24	476.50
$m_{1,i}^{(r)}$	1.16	1.07
$Q_1^{(w)}$	649.92	649.92
$m_{2,i}^{(r)}$	1.11	1.01
$Q_2^{(w)}$	670.82	670.82
$m_{3,i}^{(r)}$	2.13	2.01
$Q_3^{(w)}$	661.44	661.44
$m_{1,i}^+$	1	1
$m_{2,i}^+$	1	1
$m_{3,i}^+$	2	2

表9 延遲點設為第三階之求解演算法B所得結果

S	重複i=1
$C_{opt}^*$	399.41
$Q_{opt}^*$	476.50
$m_{1,opt}^*$	1
$m_{2,opt}^*$	1
$m_{3,opt}^*$	2
$Q_1^{(w)}$	649.92
$Q_2^{(w)}$	670.82
$Q_3^{(w)}$	661.44
$Q_j^{(w)}$	649.92
$m_{1,i}^*$	2
$m_{2,i}^*$	1
$m_{3,i}^*$	2
$Q_i^* = Q_{opt}^{(r)}(M_i^*)$	500.57
$C_i(M_i^*)$	404.75
$C(Q_i^*)$	399.50

表10 產品線三階不同延遲生產點之最佳總成本

最佳解	$M(m_1, m_2, m_3)$	$Q_{opt}^*$	$C_{opt}^*$
第一階延遲	$M(3, 1, 2)$	675.38	327.75
第二階延遲*	$M(2, 3, 2)$	<b>734.64</b>	<b>324.90</b>
第三階延遲	$M(1, 1, 2)$	476.50	399.41

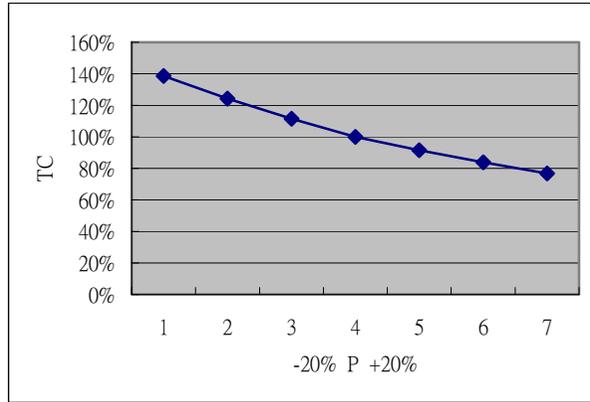


圖6 延遲點為第一階之生產率變動對最佳總成本的敏感度分析

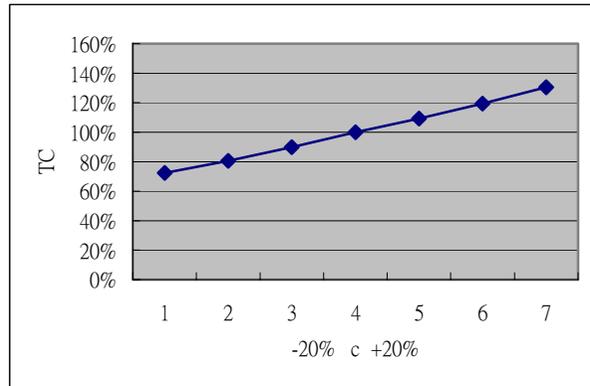


圖7 延遲點為第一階之單位存貨成本變動對最佳總成本的敏感度分析

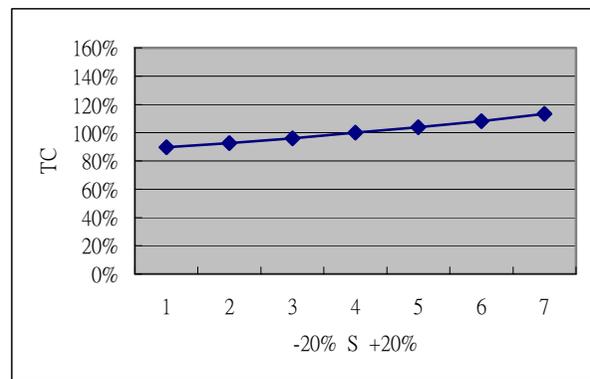


圖8 延遲點為第一階之設置成本變動對最佳總成本的敏感度分析

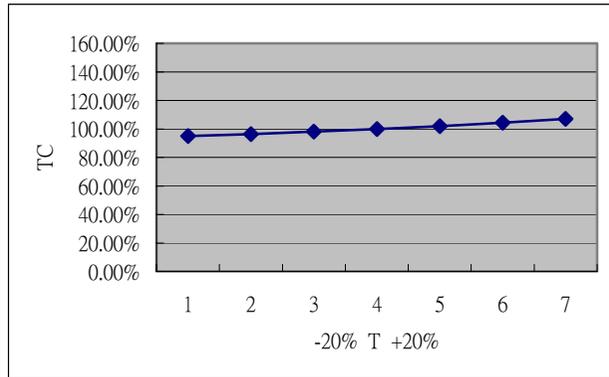


圖9 延遲點為第一階之搬運成本變動對最佳總成本的敏感度分析

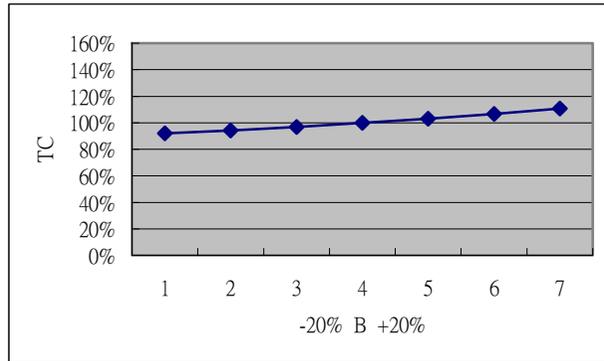


圖10 延遲點為第一階之處理成本變動對最佳總成本的敏感度分析

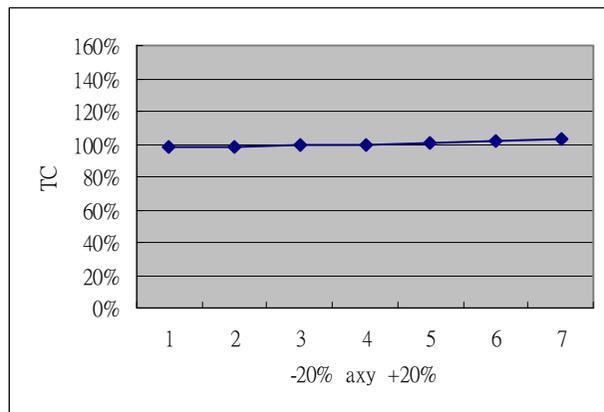


圖11 延遲點為第一階之延遲存貨與處理成本變動對最佳總成本的敏感度分析

常見的工業用產品之外，一般民生用品如服飾、食品等也常見產品線生產模式，但有關產品線生產延遲化問題的研究報告大多為產業調查或競爭策略分析為多，深入分析的研究報告並不多見。本研究旨在建構產品線生產延遲化的總成本數學模型，並且求解此模型的最佳生產延遲點。

本研究考慮產品線生產延遲化模型的多項成本；包括存貨成本、生產設置成本、搬運成本、延遲投資成本及延遲處理成本等五項，以構建確定性批量模式。本模式假設為單一生產線且生產單一產品，而生產階段數為有限。決策變數包括生產批量、各生產階段的批次數，以及生產延遲點的位置等。除了確定性批量模式之外，本研究也使用兩階段演算法尋找最佳解，其中的演算法A可求出初始解，而演算法B則找出最佳解。最後再比較所有生產延遲點的最佳成本，最低成本的延遲點即為最佳的生產延遲規劃決策。

本研究列舉一個具有三階段生產製程的產品線延遲生產系統為演算範例，求解的方式是透過對此系統所有可能的延遲點進行求解最佳總成本，再比較延遲點何者的總成本為最小，則此對應的生產批量、各生產階段的批次數，以及生產延遲點的位置等即為最佳解。最後，本研究並且針對此實例進行全面性的敏感度分析，結果顯示此實例的生產率、單位存貨持有成本及延遲設置成本等三者的變動，對最佳總成本有較顯著的影響，其他成本項目則並不顯著。由實例演算結果顯示本模式對於決定最佳的生產延遲點具有實效。

最後，建議此研究未來可繼續往兩個方向發展，首先是將所研究的模式擴展為雙產品線或多產品線之多階段及混合產品系統生產延遲模式，以求解總成本最小化決策為目標。其次，由於本研究的模式求解步驟對於超過五階段生產系統而言過於繁瑣，因此，若能發展出一個直接以延遲點作為決策變數的數學模式，對於求解多階系統將有較大的效益。

## 附 錄

### 演算法 A

步驟1：先設 $i=1$  and  $m_{s,i}^* = 1$  for  $s=1, 2, \dots, K$  ,  $M_i^* = \{m_{1,i}^*; m_{2,i}^*; \dots; m_{K,i}^*\}$

步驟2：依據公式(9)計算 $Q_{opt}^{(r)}(M_i^*)$ . 設  $Q_i^* = Q_{opt}^{(r)}(M_i^*)$

步驟3：依據公式(11)計算 $m_{s,i}^{(r)}(Q_i^*)$  for  $s=1, 2, \dots, K$

步驟4：For  $s=1, 2, \dots, K$ ：

If  $m_{s,i}^{(r)} \leq 1$  , set  $m_{s,i}^+ = 1$ .

Else if  $m_{s,i}^{(r)} \geq m_s^{(g)} + 0.5$  , set  $m_{s,i}^+ = m_s^{(g)} + 1$ .

Else依據公式 (14) 決定 $Q_s^{(w)}(m_s^{(g)}; m_s^{(g)} + 1)$ .

If  $Q_i^* \leq Q_s^{(w)}(m_s^{(g)}; m_s^{(g)} + 1)$ , set  $m_{si}^+ = m_s^{(g)}$ .

Else set  $m_{s,i}^+ = m_s^{(g)} + 1$ .

Define  $M_i^+ = \{m_{1i}^+; m_{2i}^+; \dots; m_{Ki}^+\}$ .

步驟5: If  $M_i^* = M_i^+$ , 到步驟6

Else set  $M_{i+1}^* = M_i^+$  and  $i = i + 1$ , 到步驟2

步驟6: Set  $M^{(h)} = M_i^+$  and  $Q^{(h)} = Q_i^*$ .

依據 公式(10) 決定  $C(M^{(h)})$ .

## 演算法 B

步驟1: 設定  $Q_{opt}^* = Q^{(h)}$ ,  $m_{s,opt}^* = m_s^{(h)}$  for  $s=1, 2, \dots, K$  and  $C_{opt}^* = C(M^{(h)})$

設定  $i = 0$  and  $m_{s,i}^* = m_s^{(h)}$  for  $s=1, 2, \dots, K$ .

步驟2: 依據公式(14) Determine  $Q_s^{(w)}(m_{s,i}^*; m_{s,i}^* + 1)$  for  $s=1, 2, \dots, K$ .

步驟3: 選擇  $Q_j^{(w)}(m_{s,i}^*, m_{s,i}^* + 1) = \min\{Q_1^{(w)}, Q_2^{(w)}, \dots, Q_K^{(w)}\}$ .

步驟4: 計算  $m_{s,i+1}^+$  for  $s=1, 2, \dots, K$ :

If  $s=j$ , set  $m_{s,i+1}^+ = m_{s,i}^+ + 1$ .

Else set  $m_{s,i+1}^+ = m_{s,i}^+$ .

Define  $M_{i+1}^* = \{m_{1,i+1}^*; m_{2,i+1}^*; \dots; m_{K,i+1}^*\}$ . Set  $i=i+1$

步驟5: 依據公式(9) Determine  $Q_i^* = Q_{opt}^{(r)}(M_i^*)$ .

依據公式(10) Determine  $C_i(M_i^*)$ .

步驟6: If  $C_i(M_i^*) < C_{opt}^*$ , set  $C_{opt}^* = C_i(M_i^*)$ ,  $Q_{opt}^* = Q_i^*$ , and

$m_{s,opt}^* = m_{s,i}^*$  for  $s=1, 2, \dots, K$ . Determine  $Q_j^{(w)}(m_{j,i}^*, m_{j,i}^* + 1)$ , 到步驟3

Else 依據公式 (16) determine  $C(Q_i^*)$ .

步驟7: If  $C(Q_i^*) \geq C_{opt}^*$ , 到步驟8.

Else determine  $Q_j^{(w)}(m_{j,i}^*, m_{j,i}^* + 1)$ , 到步驟3.

步驟8: 設定  $Q_{opt} = Q_{opt}^*$ ,  $C_{Min} = C_{opt}^*$ , and  $m_{s,opt}^{(g)} = m_{s,opt}^*$  for  $s=1, 2, \dots, K$ .

## 參考文獻

- Bogaschewsky, R.W., Buscher, U. D., and Linder, G., "Optimizing Multi-stage Production with Constant Lot Size and Varying Number of Unequal Sized Batches," *Omega*, Vol. 29, 2001, pp. 183-191.
- Bowersox, C., "Logistics Management - The Integrated Supply Chain Process," McGraw-Hill, 1996.
- Cooper, J. C., "Logistics Strategies for Global Businesses," *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, Vol. 23, No. 4, 1993, pp. 12-23.

- Dapiran, P., "Benetton-Global Logistics in Action," *International Journal of Physical Distribution and Logistics Management*, Vol. 23, No.1, 1993, pp. 1-5.
- Ding, H., "Initial Order Quantities in Multistage Serial Production Systems," *International Journal of Production Economics*, Vol. 35, No. 1-3, 1994, pp. 277-284.
- Feitzinger, E. and Lee, H. L., "Mass Customization at Hewlett- Packard: The Power of Postponement," *Harvard Business Review*, Jan.-Feb., 1997, pp. 116-121.
- Goyal, S. K., "Economic Batch Quantity in a Multi-stage Production System," *International Journal of Production Research*, Vol. 16, 1977, pp. 267-273.
- Houshyar, A., "Single Product Multistage Production with Material Handler and Central Storage," *International Journal of Production Research*, Vol. 30, No. 2, 1992, pp. 353-367.
- Kimura, O. and Terada, H., "Design and Analysis of Pull System, A Method of Multi-stage Production Control," *International Journal of Production Research*, Vol. 19, No. 3, 1981, pp. 241-253.
- Lee, H. L. and Tang, C. S., "Modeling The Costs And Benefits of Delay Product Differentiation," *Management Science*, Vol. 43, No. 1, 1997, pp. 40-54.
- Lee, H. L., Billington, C., and Carter, B., "Hewlett-Packard Gains Control of Inventory and Service through Design for Localization," *Interfaces*, Vol. 23, 1993, pp. 1-11.
- Lee, S. D. and Rung, J. M., "Production Lot Sizing in Failure Prone Two-stage Serial System," *European Journal of Operational Research*, Vol. 123, 2000, pp. 42-60.
- Nagaraj, P. and Selladurai, V., "Analysis of Optimum Batch Size in Multistage, Multifacility and Multiproduct Manufacturing Systems," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 19, 2002, pp. 117-124.
- Pagh, C., "Supply Chain Postponement and Speculation Strategies: How to Choose the Right Strategy," *Journal of Business Logistics*, Vol. 19, No. 2, 1998, pp. 13-32.
- Takeda, K. and Kuroda, M., "Analysis of Multi-stage Production and Inventory System with an Acceptable Response Time," *Computers in Industrial Engineering*, Vol. 33, No. 3-4, 1997, pp. 725-728.
- Wu, S. Y., "Analysis of Multistage Production-inventory Systems with Variable Production Rate," *Journal of Commercial Modernizations*, Vol. 3, No. 1, 2004, pp. 16-21.
- Yang, B. and Burns, N., "Implications of Postponement for the Supply Chain," *International Journal of Production Research*, Vol. 41, No. 9, 2003, pp. 2075-2090.
- Zinn, W., and Bowersox, D. J., "Planning Physical Distribution with the Principle of Postponement," *Journal of Business Logistics*, Vol. 9, No. 2, 1988, pp. 117-136.