

階梯損失函數在評估環境風險上之應用研究

Applying Step Loss Function in the Evaluation of Environmental Risk

潘浙楠 Jeh-Nan Pan

周慧玲 Hui-Ling Chou

國立成功大學統計學系

Department of Statistics, College of Management, National Cheng-Kung University

(Received July 15, 2005; Final Version January 15, 2007)

摘要：近年來，由於工業高度的發展及資源過度的利用，以致造成環境污染與自然生態破壞，明顯降低了民眾的生活品質。有鑑於環境污染問題對生態及人類生活所造成影響及危害，世界各國均著手訂定相關罰則。我國行政院環境保護署制定空氣污染防治法，即針對排放空氣污染物之固定污染源及移動污染源之多寡，採累進方式徵收空氣污染防治費以落實污染者付費之原則。本研究在第一階段擬依據此環保法規，建立適用於環保/空氣污染資料之階梯損失函數 (step loss function)；第二階段則比較INLF (inverted normal loss function)、田口單邊二次損失函數及修正型損失函數MINLF (modified inverted normal loss function) 與階梯損失函數的差異，並進行階梯損失函數與製程能力指標的關係式之推導，以期能藉由望小特性製程能力指標反應製程潛在風險及損失；最後我們以高雄縣某人造樹脂公司提供之氮氧化物 (Nox) 連續自動監測紀錄資料為例進行統計分析，除了以階梯損失函數估算其所造成之損失外，並對異常違規損失部分提供初步的估計。

關鍵詞：階梯損失函數、空氣污染防治法、望小特性製程能力指標

Abstract : Recently, the over-industrialization and excessive use of natural resource have caused both environmental and ecological problems, and thus greatly reduced the living quality of human being. Therefore, almost every country around the world has imposed regulations or laws related to air

pollution and/or other environmental contaminations. The Environmental Protection Administration (EPA) of Taiwan has also passed Air Pollution Control Act to control air pollution problems. In this research, we first establish the step loss function based on various penalties stipulated in the Air Pollution Control Act of Taiwan. Secondly, the differences among inverted normal loss function、Taguchi quadratic loss function and modified inverted normal loss function are compared. The relationship between the process capability indices and the step loss function is explored too. Finally, we use the step loss function to estimate the potential loss based on a set of realistic Nox data provided by a chemical company located at Kaohsiung county of Taiwan.

Keywords : Step Loss Function, Air Pollution Control Act, Process Capability Indices

1. 緒論－研究動機與目的

近年來，由於工業高度的發展及資源過度的利用，以致造成環境污染與自然生態破壞，明顯降低了民眾的生活品質；有鑑於環境污染問題對生態及人類生活所造成的影響及危害，世界各國均著手訂定相關罰則。在各種環境污染問題中，空氣污染為我們所最關切的部份，因空氣無疆界之分，且與人類的生存有密不可分之關係。空氣污染往往影響整個區域或全球，因此空氣污染防治一直是全球各國致力推動且未曾間斷之工作。

為防制空氣污染、維護國民健康及生活環境，以提高生活品質，我國行政院環境保護署特制定「空氣污染防治法」以維護空氣品質；依空氣污染防治法規定，基於污染者付費原則，環保署對工廠依「空氣污染物的種類及其實際排放量」，按季徵收硫氧化物及氮氧化物的空氣污染防治費，希望藉由價格變動以改變污染者行為。

環保署制定空氣污染防治法中有關固定污染源空氣污染防治費之收費費率係採累進方式徵收空氣污染防治費；故本研究乃依據此一收費費率，建立適用於氮氧化物與硫氧化物等指標污染物之階梯損失函數 (step loss function)，藉由品質損失函數的觀點探討指標污染物之品質損失，以期建立更適當的衡量方式來估算環境風險，並利用損失函數凸顯空氣污染等問題的嚴重性，及評估未來改善的成效以期降低污染源對環境可能造成之風險並達到事前預防之目的。

環保學者及專家應用統計方法分析有關空氣及環境污染資料的相關書籍亦愈來愈多，其中 Wilks (1995) 介紹各種統計方法在大氣科學中的應用，特別是自我相關資料之資料處理方法，如時間序列或是自我相關資料資料之假設檢定等；另外 McBean and Rovers (1998) 提及統計方法在處理環保污染資料上之應用，本研究則進一步考慮以損失函數之方式評估環境風險。

經由研究背景與動機之闡述，茲將本研究之主要研究目標簡述如下：

- (1) 依固定污染源空氣污染防治費之收費費率表，建立適用於指標污染物之階梯損失函數 (step loss function)。
- (2) 利用 INLF (inverted normal loss function)、田口單邊二次損失函數、MINLF (modified inverted normal loss function) 估算損失並比較其與階梯損失函數間之差異。
- (3) 進行望小特性製程能力指標與階梯損失函數關係之推導，以期能藉由望小特性製程能力指標反映製程實際及潛在風險。
- (4) 以高雄縣某人造樹脂公司提供汽電共生鍋爐之氮氧化物 (Nox) 連續自動監測紀錄資料為例，說明利用階梯損失函數估算期望損失的方法並進行相關之討論。

2. 相關文獻之回顧與探討

一般在環境污染防治上均希望污染程度為愈小愈好，因此評估環境污染表現，污染量係屬於望小特性之單邊規格；故以下將望小特性之品質損失函數及製程能力指標的相關文獻加以整理，並針對環保署空氣污染防治法對工廠徵收空氣污染防治費流程作一說明。

2.1 品質損失函數

2.1.1 望小田口二次損失函數

Taguchi (1986) 認為工業產品均有其目標值，當產品品質特性值偏離此一目標值時，便會產生損失，偏離目標值愈遠則損失愈大。當品質特性為望小特性時，目標值為零，則田口二次品質損失函數數學式可寫成：

$$L(y) = k \times y^2, y \geq 0$$

其中 y 代表產品的品質特性， k 為品質損失常數。

2.1.2 The Inverted Normal Loss Function (INLF)

Spiring (1993) 利用常態機率密度函數作一適當轉換來描述產品損失的情形，當品質特性為望小型品質特性時，其數學式如(1)式所示。

$$L(y) = K \left\{ 1 - \exp \left\{ \frac{-y^2}{2\sigma_L^2} \right\} \right\}, y \geq 0 \quad (1)$$

其中 y 代表產品的品質特性值， K 為偏離目標值零之最大損失值， σ_L 為調整損失函數的形狀參數，吾人可根據實際的損失情況來決定最接近的損失函數，Spiring (1993) 建議取 $\sigma_L = \Delta/4$ ， Δ

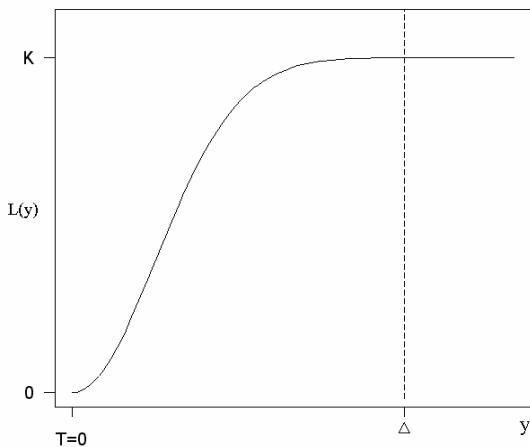


圖 1 望小型之 INLF

表示最大損失第一點發生的位置到目標值零的距離，則此 INLF 損失函數在 $T \pm \Delta$ 的位置之損失為 $L(y) = 0.9997K \approx K$ ，如圖 1 所示。

2.1.3 修正型損失函數 (Revised Inverted Normal Loss Function, RINLF)

Pan and Wang (2000) 認為當品質特性偏離目標值在一定範圍內是不會造成損失，故將望目型 INLF 做適當的修改成望目型修正型損失函數 (RINLF, revised inverted normal loss function) 如圖 2 所示，以期更適用描述實際情況的損失函數；根據偏離目標值在一定範圍內是不會造成損失的觀念，潘浙楠、李育宗 (民 90) 則對單邊規格 (望小型、望大型) 定義修正型損失函數，當品質特性為望小特性時，彼等定義望小型修正型損失函數如下：

$$L(y) = \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq y \leq U \\ K \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{(y-U)^2}{2\sigma_L^2} \right] \right\} & \text{if } y > U \end{cases}$$

其中 U 為品質特性偏離目標值零未造成損失之上界， K 為偏離目標值可能造成的大損失， σ_L 為調整損失函數的形狀參數。

2.1.4 改良型損失函數 (Modified Inverted Normal Loss Function, MINLF)

上述 RINLF 損失函數中形狀參數一般的做法是取 $\sigma_L = (\Delta - U)/4$ ，則 $y = \Delta$ σ_L 時， $L(y) = 0.9997K \approx K$ ，但潘浙楠、李育宗 (民 90) 研究中發現若取 $\sigma_L = (\Delta - U)/4$ 去衡量損失往往會造成損失的高估且亦喪失參數 σ_L 調整函數形狀的功能，因此提出利用非線性最小平方法估計參數 σ_L ，其方法說明如下：

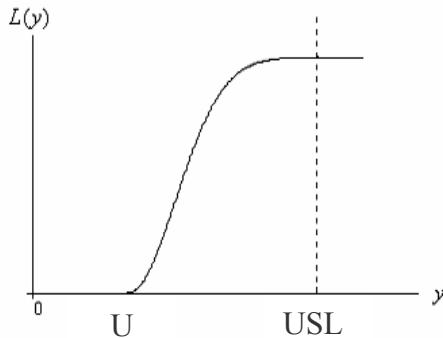


圖 2 望小型之 RINLF

假設除了有基本訊息外，即最大損失 K 及最大損失第一點發生位置到目標值零的距離 Δ ，另外假設已知 n 個額外點的損失值的第二個訊息，也就是說假設已知 $\{[y_1, L_1], [y_2, L_2], \dots, [y_n, L_n]\}$ ，然後利用非線性尋找程序去估計參數 σ_L 的一個合理值，即 σ_L 需滿足下列式子：

$$\min_{\sigma_L > 0} SS = \sum_{i=1}^n \{L_i - L(y_i)\}^2 \quad (2)$$

其中 L_i 為第 i 點已知之損失值， $L(y_i)$ 為第 i 點之損失估計值。

上述方法可避免損失高估之情形，因此為區別形狀參數 σ_L 取法上之不同，我們將利用非線性尋找程序調整 σ_L 所求得之望小型損失函數稱為 MINLF 改良型損失函數。另外，Craigmile *et al.* (2005) 利用加權排序平方誤差損失函數 (weighted rank squared error loss function) 來解決環境科學中極值預測的問題。

2.2 製程能力指標

2.2.1 單一變量製程能力指標

製程能力指標最初的想法由 Juran (1974) 所提出，它所代表的是當製程呈穩定狀態且為常態分配下，規格寬度與自然容差的比值。其定義如下：

$$C_p = \frac{USL - LSL}{6\sigma}$$

其中， USL 為規格上限， LSL 為規格下限， σ 為製程標準差，由於 C_p 只考慮了製程變異的大小。為反映製程平均偏離目標值的程度，Kane (1985) 與 Chan *et al.* (1988) 分別提出了兩種新的指標

C_{pk} 及 C_{pm} 以改善 C_p 的缺點，其定義分別如下：

$$C_{pk} = \min\{C_{pu}, C_{pl}\} = \min\left\{\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma}\right\}$$

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E[(Y-T)^2]}} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}$$

其中 μ 為製程平均值， T 為製程目標值， C_{pk} 考慮了製程平均偏離規格中心的程度。 C_{pm} 則引進田口損失函數的觀念，當製程平均偏離目標值時，製程將增加平方損失的懲罰。Pearn *et al.* (1992) 則將 C_{pk} 與 C_{pm} 結合成一新指標 C_{pmk} ，相對於 C_{pk} 與 C_{pm} 而言， C_{pmk} 更為敏感，其定義如下：

$$C_{pmk} = \frac{\min(USL - \mu, \mu - LSL)}{3\sqrt{E[(Y-T)^2]}} = \frac{\min(USL - \mu, \mu - LSL)}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}}$$

當品質特性屬常態小品質特性且製程呈穩定管制狀態時，令規格上限為 USL ，並無規格下限，望小型品質特性之製程能力指標 $C_p = C_{pu} = C_{pk}$ 。吾人計算規格上限 USL 與平均值間之差距相對於 3σ 之製程範圍的比例，可求得：

$$C_p = C_{pk} = C_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma}$$

其中 σ 為製程標準差， μ 為製程平均。若令望小品質特性 Y 落於規格上限 (USL) 之外的機率稱為 P_r ，則不良率 p 可藉由製程能力指標計算如下：

$$p = P_r(Y > USL) = P_r\left(Z > \frac{USL - \mu}{\sigma}\right) = P_r(Z > 3C_p) = P_r(Z > 3C_{pk}) = P_r(Z > 3C_{pu})$$

2.2.2 Krishnamoorthi 的單一變量製程能力指標

Krishnamoorthi (1990) 提出單邊規格且具有目標值時的製程能力指標。彼以給定規格上限且愈接近目標值愈好之情況 (望小特型) 為例說明如圖 3 所示。若視目標值為規格下限 (LSL)，則其製程能力指標計算方式與雙邊規格時相同。其製程平均值 μ 須滿足下列不等式：

$$T + 3\sigma \leq \mu \leq USL - 3\sigma ,$$

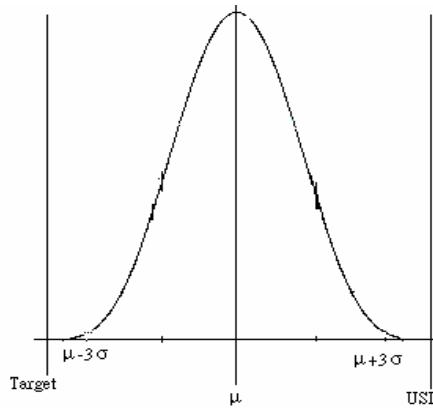


圖3 單邊規格具目標值的製程分佈

即 $\frac{\mu-T}{3\sigma} \geq 1$ 且 $\frac{USL-\mu}{3\sigma} \geq 1$ 。

當製程平均接近目標值時，令 $C_{pt} = \frac{\mu-T}{3\sigma}$ ， $C_{pu} = \frac{USL-\mu}{3\sigma}$ ，則下列不等式成立：

$$1 \leq C_{pt} \leq C_{pu} ,$$

即 $C_{pt} \geq 1$ 且 $\frac{C_{pu}}{C_{pt}} \geq 1$ 。

C_{pu} 、 C_{pt} 值愈大表示變異愈小， C_{pt} 值愈小表示製程中心值愈接近目標值。當製程變異降低且製程中心接近目標值時，則此製程接近理想狀況。因此 Krishnamoorthi (1990) 認為同時符合下列情況的製程表現最佳：

$$\begin{cases} 1 \leq C_{pt} \leq 1.33 \\ \frac{C_{pu}}{C_{pt}} \geq 1 \end{cases}$$

另外，潘浙楠、林瑞益 (民 92) 曾針對製程能力指標與損失函數關係進行詳盡的討論。

2.3 空氣污染防治費相關介紹

為解決我國日漸嚴重的空氣污染問題，環保署採用經濟誘因策略以落實「污染者付費」為原則實施污染排放收費制度。自 1998 年 7 月起環保署依實際排放量向固定污染源業者開徵硫氧化物及氮氧化物之空氣污染防治費。藉由空氣污染防治費的徵收，督促業者主動採取最合適、最有效之污染排放控制措施以減少空氣污染物排放量。

2.3.1 相關名詞解釋

(1) 空氣污染防治費

依空氣污染防治法規定，空氣污染防治費係基於污染者付費原則，按排放空氣污染物之種類及數量向污染源徵收之空氣污染防治費用，希藉由價格變動以改變污染者行為。

(2) 排放標準

排放標準係為限制污染源之污染排放不得超過規定之上限值，由中央主管機關依特定業別、設施、污染物項目或區域會商有關機關定之。

(3) 空氣污染防治區

中央主管機關視土地用途對於空氣品質之需求或空氣品質狀況劃定直轄市、縣（市）各級防制區並公告之。防制區分則為下列三級：

- 1) 一級防制區，指國家公園及自然保護（育）區等依法劃定之區域。
- 2) 二級防制區，指一級防制區外，符合空氣品質標準區域。
- 3) 三級防制區，指一級防制區外，未符合空氣品質標準區域。

2.3.2 空氣污染防治費收費流程

固定污染源計算空氣污染防治費應繳金額，應繳金額等於污染物排放量乘以收費費率，而費率的決定主要依據污染物種類、污染物排放濃度、排放標準與污染源所在防制區等級而決定，流程如下：

步驟一：已知固定污染源所在地之空氣污染防治區等級及污染物之排放標準。

步驟二：根據表 1 決定收費費率，依污染物之月平均濃度值落在標準值的某一個範圍及固定污染源所在防制區來決定每公斤排放量的罰額；茲舉例說明如下，當污染物氮氧化物的標準值為 100ppm，工廠所在地為二級防制區，假設氮氧化物月平均濃度值為 70ppm 即較標準值 75% 為低，則收費費率為 6 元/公斤。ppm 單位代表體積濃度為百萬分之一。

步驟三：空氣污染防治費應繳金額為污染物之月總排放量乘上污染物之費率。故若氮氧化物月總排放量為 30000 公斤，費率為 6 元/公斤，則當月應繳金額為 $6 \times 30000 = 180000$ 元。

由於工廠空氣污染防治費的損失為月平均濃度和月總排放量所決定，故月平均濃度愈高則罰額愈大，月總排放量愈多其損失亦愈大。

表 1 固定污染源空氣污染防治費之收費費率表

污染物	費率		適用資格
	二級防制區	一、三級防制區	
氮氧化物	12元/公斤	15元/公斤	排放氮氧化物之固定污染源
	6元/公斤	7.5元/公斤	月平均排放濃度較標準值75%為低者
	3元/公斤	4.5元/公斤	月平均排放濃度較標準值50%為低者
	1.5元/公斤	3元/公斤	月平均排放濃度較標準值30%為低者
	0.75元/公斤	1.5元/公斤	月平均排放濃度較標準值10%為低者
	0元/公斤	0元/公斤	使用天然氣或中央主管機關認可低污染性燃料
硫氧化物	10 元/公斤	12 元/公斤	排放硫氧化物之固定污染源
	7.5元/公斤	9 元/公斤	月平均排放濃度較標準值1/5或100ppm為低者
	5元/公斤	6 元/公斤	月平均排放濃度較標準值1/10或80ppm為低者
	2.5 元/公斤	3 元/公斤	月平均排放濃度較標準值1/20或50ppm為低者
	0元/公斤	0 元/公斤	使用天然氣或中央主管機關認可低污染性燃料

註：工廠所在地之空氣污染防治區等級以各縣（市）政府公告為準。

表 1 中氮氧化物之空氣污染防治收費費率，按其工廠所在地所屬空氣污染防治區之不同徵收的費率分為兩種，工廠所在地空氣污染防治區之等級係以各縣（市）政府公告為準，其中一、三級防制區的費率均較二級防制區的費率為高。吾人以二級防制區之費率為例說明如下，由表 1 可以看出氮氧化物月平均濃度愈高則每公斤排放量的收費愈高，第一個階梯為當氮氧化物月平均濃度低於標準值 10% 以下 ($\leq 0.1\text{USL}$) 時，其費率為每公斤 0.75 元，第二個階梯為月平均濃度低於標準值 30% 以下 ($\leq 0.3\text{USL}$) 時其費率為每公斤 1.5 元，以此類推，共分為五個階梯。據此我們可建立氮氧化物空氣污染防治費之階梯損失函數如下：

(1) 二級防制區氮氧化物空氣污染防治費之階梯損失函數

$$L_{step}(y) = \begin{cases} 0 & \text{使用天然氣或其他經中央主管機關認可之低污染氣體燃料者} \\ 0.75 & 0 \leq y < 0.1\text{USL} \\ 1.5 & 0.1\text{USL} \leq y < 0.3\text{USL} \\ 3 & 0.3\text{USL} \leq y < 0.5\text{USL} \\ 6 & 0.5\text{USL} \leq y < 0.75\text{USL} \\ 12 & 0.75\text{USL} \leq y \end{cases} \quad (3)$$

(2) 一、三級防制區氮氧化物空氣污染防治費之階梯損失函數

$$L_{step}(y) = \begin{cases} 0 & \text{使用天然氣或其他經中央主管機關認可之低污染氣體燃料者} \\ 1.5 & 0 \leq y < 0.1USL \\ 3 & 0.1USL \leq y < 0.3USL \\ 4.5 & 0.3USL \leq y < 0.5USL \\ 7.5 & 0.5USL \leq y < 0.75USL \\ 15 & 0.75USL \leq y \end{cases} \quad (4)$$

(3)式與(4)式中 y 為氮氧化物月平均濃度，其單位為 ppm。USL 為政府規定之氮氧化物排放濃度標準值。 $L_{step}(y)$ 為每公斤排放量的損失，其單位為「元/公斤」。氮氧化物空氣污染防治費之階梯損失函數如圖 4 所示。

3. 階梯損失函數及期望損失之推導

3.1 階梯損失函數

根據表 1 我們可以看出污染物之月平均濃度在某一定範圍內的損失是相同的，月平均濃度愈高則罰額愈高，故污染物所造成之損失為階梯損失函數。由於文獻探討中之損失函數並不符合現行環保法規，故本研究提出階梯損失函數，以期更能反映實際損失。茲將望小型階梯損失函數繪如圖 5 所示，其數學式可寫成：

$$L_{step}(y) = \begin{cases} L_1 & 0 \leq y < m_1 USL \\ L_2 & m_1 USL \leq y < m_2 USL \\ L_3 & m_2 USL \leq y < m_3 USL \\ \vdots & \vdots \\ L_{k-1} & m_{k-2} USL \leq y < m_{k-1} USL \\ L_k & y \geq m_{k-1} USL \end{cases}$$

其中 y 為產品品質特性值。USL 為規格上限，即環保署規定的標準值。若階梯共有 k 個，則 L_i 代表第 i 個階梯的損失， $i=1,2,\dots,k$ ； m_j 為標準值的百分比， $j=1,2,\dots,(k-1)$ 。

3.2 階梯損失函數各種分配下期望損失之推導

當品質特性為望小特性，損失函數為階梯損失函數時，吾人欲求得：(1)常態分配、(2)對數常態分配、(3)指數分配、(4)均等分配、(5)韋伯分配上述五種分配之期望損失並推導出其期望損失之理論式。

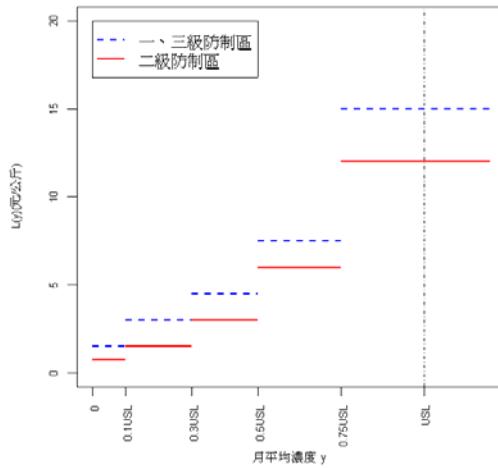


圖 4 氮氧化物空氣污染防制費之階梯損失函數

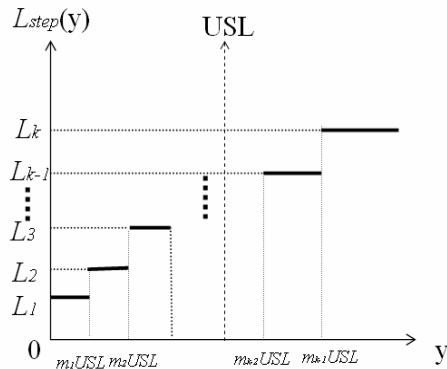


圖 5 望小型階梯損失函數

3.2.1 產品品質特性服從常態分配

當產品品質特性 y 服從常態分配即 $y \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，若損失函數為階梯函數 $L_{step}(y)$ ，則期望損失可寫成：

$$E[L_{step}(y)] = \sum_{i=1}^{k-1} L_i \left[\Phi\left(\frac{m_i USL - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{m_{i-1} USL - \mu}{\sigma}\right) \right] + L_k \left[1 - \Phi\left(\frac{m_{k-1} USL - \mu}{\sigma}\right) \right],$$

此處令 $m_0 = 0$ 。

3.2.2 產品品質特性服從對數常態分配

當產品品質特性 y 服從對數常態分配即 $y \sim \log normal(\mu, \sigma^2)$ ，若損失函數為階梯函數 $L_{step}(y)$ ，則其期望損失可寫成：

$$E[L_{step}(y)] = \sum_{i=1}^{k-1} L_i [\Phi\left(\frac{\ln(m_i USL) - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\ln(m_{i-1} USL) - \mu}{\sigma}\right)] + L_k [1 - \Phi\left(\frac{\ln(m_{k-1} USL) - \mu}{\sigma}\right)] ,$$

此處令 $m_0 = 0$ 。

3.2.3 產品品質特性服從指數分配

當產品品質特性 y 服從指數分配即 $y \sim \exp(\lambda)$ ，若損失函數為階梯函數 $L_{step}(y)$ ，則其期望損失可寫成：

$$\begin{aligned} E[L_{step}(y)] &= \int_0^{m_1 USL} L_1 \cdot \lambda e^{-\lambda y} dy + \int_{m_1 USL}^{m_2 USL} L_2 \cdot \lambda e^{-\lambda y} dy + \cdots + \int_{m_{k-2} USL}^{m_{k-1} USL} L_{k-1} \cdot \lambda e^{-\lambda y} dy + \int_{m_{k-1} USL}^{\infty} L_k \cdot \lambda e^{-\lambda y} dy \\ &= \sum_{i=1}^{k-1} L_i \cdot (-e^{-\lambda m_i USL} + e^{-\lambda m_{i-1} USL}) + L_k \cdot e^{-\lambda m_{k-1} USL} , \end{aligned}$$

此處令 $m_0 = 0$ 。

3.2.4 產品品質特性服從均等分配

當產品品質特性 y 服從均等分配即 $y \sim U(A, B)$ ，若損失函數為階梯函數 $L_{step}(y)$ ，則期望損失可寫成：

(1) 當 $0 \leq a = b \leq k - 1$ (參數 A,B 落在同一個階梯)，a,b 為階梯函數上之兩端點。

$$E[L_{step}(y)] = L_{a+1} = L_{b+1}$$

(1) 當 $0 \leq a < b \leq k - 1$ (參數 A,B 落在不同階梯)

$$E[L_{step}(y)] = L_{a+1} \cdot \left(\frac{m_{a+1} USL - A}{B - A} \right) + \sum_{i=a}^{b-2} L_{i+2} \times \left(\frac{(m_{i+2} USL - m_{i+1} USL)}{B - A} \right) + L_{b+1} \left(\frac{B - m_b USL}{B - A} \right)$$

其中 $A \geq m_a USL$ ， $B \geq m_b USL$ ，此處令 $m_0 = 0$ 。

3.2.5 產品品質特性服從韋伯分配

當產品品質特性 y 服從韋伯分配即 $y \sim Weibull(\alpha, \beta)$ ， α 為尺度參數、 β 為形狀參數，若損失函數為階梯函數 $L_{step}(y)$ ，則其期望損失可寫成：

$$E[L_{step}(y)] = \sum_{i=1}^{k-1} L_i \cdot \left[-\exp\left[-\left(\frac{m_i USL}{\beta}\right)^\alpha\right] + \exp\left[-\left(\frac{m_{i-1} USL}{\beta}\right)^\alpha\right] \right] + L_k \cdot \exp\left[-\left(\frac{m_{k-1} USL}{\beta}\right)^\alpha\right], \quad (5)$$

此處令 $m_0 = 0$ 。

3.3 氮氧化物空氣污染防治費之階梯損失函數與其他損失函數之比較

本研究僅針對氮氧化物作為監測的指標污染物，按表 1 徵收空氣污染防治費之收費費率規定建立適當之階梯損失函數。除非是使用天然氣或高級柴油或其他經中央主管機關認可之低污染氣體燃料者，其費率為 0 元/公斤；其餘情況只要工廠排放污染物，就會被徵收空氣污染防治費，即可能造成工廠之損失。

若工廠所在地之空氣污染防治區等級為二級防制區，其氮氧化物排放標準為 125ppm，則氮氧化物空氣污染防治費之階梯損失函數可定義如下：

$$L_{step}(y) = \begin{cases} 0 & \text{使用天然氣或其他經中央主管} \\ & \text{機關認可之低污染氣體燃料者} \\ 0.75 & 0 \leq y < 12.5 \\ 1.5 & 12.5 \leq y < 37.5 \\ 3 & 37.5 \leq y < 62.5 \\ 6 & 62.5 \leq y < 93.75 \\ 12 & 93.75 \leq y \end{cases} \quad (6)$$

當氮氧化物月平均濃度 y 服從常態分配即 $y \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，若目標值 T 為零，則二級防制區空氣污染防治費之期望損失依(6)式可寫成：

$$\begin{aligned} E[L_{Step}(y)] = & 0.75 \times \left[\Phi\left(\frac{12.5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{0 - \mu}{\sigma}\right) \right] + 1.5 \times \left[\Phi\left(\frac{37.5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{12.5 - \mu}{\sigma}\right) \right] \\ & + 3 \times \left[\Phi\left(\frac{62.5 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{37.5 - \mu}{\sigma}\right) \right] + 6 \times \left[\Phi\left(\frac{93.75 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{62.5 - \mu}{\sigma}\right) \right] \\ & + 12 \times \left[1 - \Phi\left(\frac{93.75 - \mu}{\sigma}\right) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

圖6為階梯損失函數相對於不同平均數 μ 和標準差 σ 的組合所造成期望損失之示意圖。藉由圖6吾人可很清楚的看出不同 σ 下，最小損失均是在目標值T=0之處。

(1) 田口二次損失函數

由於在上述情形下， y 超過93.75時，會產生最大損失12元/公斤。令 $k \cdot 93.75^2 = 12$ ，即 $k = 12 / 93.75^2 = 0.0014$ ，則田口二次損失函數可定義如下：

$$L_Q(y) = 0.0014y^2$$

若考慮當氮氧化物月平均濃度 y 服從常態分配即 $y \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，目標值T為零，則田口二次損失函數之期望損失可寫成：

$$E[L_Q(y)] = \frac{k\sigma\mu}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}\right) + k(\mu^2 + \sigma^2)\Phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) = \frac{0.0014\sigma\mu}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\mu^2}{2\sigma^2}\right) + 0.0014(\mu^2 + \sigma^2)\Phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) \quad (8)$$

(2) INLF(Inverted Normal Loss Function)

由於在上述情形下，最大損失為每公斤12元即K=12，此時最大損失第一點發生的位置 $\Delta=93.75$ ，故 $\sigma_L = \Delta/4 = 93.75/4 = 23.44$ ，因此INLF損失函數可定義如下：

$$L(y) = 12 \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{y^2}{2 \cdot 23.44^2}\right] \right\}, \quad y \geq 0$$

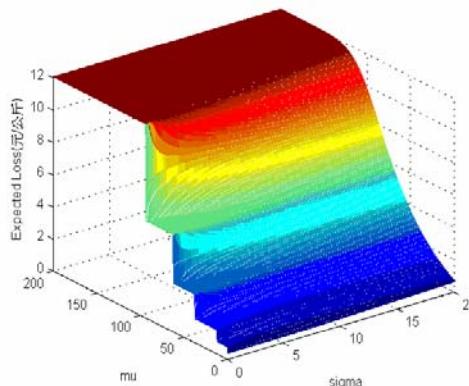


圖 6 階梯期望損失之示意圖

當氮氧化物月平均濃度 y 服從常態分配即 $y \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，則其 INLF 之期望損失可估算如下：

$$\begin{aligned} E[L_{INLF}(y)] &= K \left(1 - \Phi \left(\frac{-\mu}{\sigma} \right) \right) - \frac{K\sigma_L}{\sqrt{\sigma^2 + \sigma_L^2}} \left[\exp \left(-\frac{(\mu-T)^2}{2(\sigma^2 + \sigma_L^2)} \right) \right] \left[1 - \Phi \left(\frac{-\frac{\sigma^2 T + \sigma_L^2 \mu}{\sigma^2 + \sigma_L^2}}{\sqrt{\frac{\sigma^2 \sigma_L^2}{\sigma^2 + \sigma_L^2}}} \right) \right] \\ &= 12 \left(1 - \Phi \left(\frac{-\mu}{\sigma} \right) \right) - \frac{12 \times 23.44}{\sqrt{\sigma^2 + 23.44^2}} \left[\exp \left(-\frac{\mu^2}{2(\sigma^2 + 23.44^2)} \right) \right] \left[1 - \Phi \left(\frac{-\frac{23.44^2 \mu}{\sigma^2 + 23.44^2}}{\sqrt{\frac{\sigma^2 \cdot 23.44^2}{\sigma^2 + 23.44^2}}} \right) \right] \quad (9) \end{aligned}$$

(3) MINLF (Modified Inverted Normal Loss Function)

由於上述情形下，偏離目標值零即有損失發生，故修正型損失函數之 $U=0$ ， $K=12$ 為偏離目標值的最大損失。但此時 σ_L 係利用(2)式之非線性最小平方法估計，假設已知條件為 $\{[0, 0.75], [12.4, 0.75], [12.5, 1.5], [37.4, 1.5], [37.5, 3], [37.5, 3], [62.4, 6], [62.5, 6], [93.7, 12]\}$ ，則

$$\begin{aligned} \sigma_L &= \min_{\sigma_L > 0} SS \\ &= \min_{\sigma_L > 0} \{ [0.75 - 12(1 - \exp \{-\frac{0^2}{2 \times \sigma_L^2}\})]^2 + \dots + [12 - 12(1 - \exp \{-\frac{93.7^2}{2 \times \sigma_L^2}\})]^2 \} \end{aligned}$$

因其估算方法與RINLF之 σ_L 不同，故吾人稱此種修正型損失函數為MINLF (modified inverted normal loss function)。因此MINLF損失函數可定義如下：

$$L(y) = 12 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{y^2}{2 \cdot 59.4^2} \right] \right\}, \quad y \geq 0 \quad (10)$$

當氮氧化物月平均濃度 y 服從常態分配即 $y \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，則其MINLF之期望損失可估算如下：

$$E[L_{MINLF}(y)] = 12 \left(1 - \Phi \left(\frac{-\mu}{\sigma} \right) \right) - \frac{12 \times 59.4}{\sqrt{\sigma^2 + 59.4^2}} \left[\exp \left(-\frac{\mu^2}{2(\sigma^2 + 59.4^2)} \right) \right] \left[1 - \Phi \left(\frac{-\frac{59.4^2 \mu}{\sigma^2 + 59.4^2}}{\sqrt{\frac{\sigma^2 \cdot 59.4^2}{\sigma^2 + 59.4^2}}} \right) \right] \quad (11)$$

依上述損失函數之定義，吾人可將二級防制區各種損失函數之比較繪如圖 7 所示，由圖 7 可看出，以 INLF 估算每公斤排放量的損失，大部份的情形較實際之階梯損失產生高估；而以田口二次損失函數估算每公斤排放量的損失，除第一、第二個階梯外，大部份的情況與階梯損失比較仍是高估；以 MINLF 估算每公斤排放量的損失，由圖 7 可以看出除第五個階梯低估損失外，大部份的情況均十分接近階梯損失函數。

當品質特性為常態分配，標準差同為 0.5 時，欲比較不同的平均數下各種損失函數之期望損失的差異，吾人可利用(7)、(8)、(9)、(10)式估算各種損失函數之期望損失。現分為六種狀況進行討論，茲將其結果整理如表 2 所示。

狀況 1： $y \sim N(10, 0.5^2)$ 即製程落在第一個階梯， $P(0 \leq y \leq 12.5) = 1$ 。

狀況 2： $y \sim N(25, 0.5^2)$ 即製程落在第二個階梯， $P(12.5 \leq y \leq 37.5) = 1$

狀況 3： $y \sim N(50, 0.5^2)$ 即製程落在第三個階梯， $P(37.5 \leq y \leq 62.5) = 1$

狀況 4： $y \sim N(75, 0.5^2)$ 即製程落在第四個階梯， $P(62.5 \leq y \leq 93.75) = 1$

狀況 5： $y \sim N(100, 0.5^2)$ 即製程落在第五個階梯，且在標準值(USL)內， $P(93.75 \leq y \leq 125) = 1$

狀況 6： $y \sim N(125, 0.5^2)$ 即製程落在第五個階梯， $P(y \geq 125) = 0.5$ ，表不良率非常高。

由表 2 可知在不同狀況下各種損失函數與階梯損失函數間之差異。若欲比較田口二次損失函數、INLF 及 MINLF 三種損失函數何者最接近實際之階梯損失函數，吾人可將表 2 之三種損失函數之期望損失與實際階梯期望損失相減，求其誤差並整理成表 3，誤差為正值則表示該損失函數之期望損失較實際損失高估，誤差為負值則表示較實際損失低估，若將誤差取絕對值後加總可求得總誤差。結果顯示以 MINLF 估算之總誤差 6.545 為最小，因此吾人認為 MINLF 最貼近實際之階梯損失函數。故當階梯多達一定程度，即階梯損失接近連續情形時，吾人可用 MINLF 逼近實際之階梯損失函數。

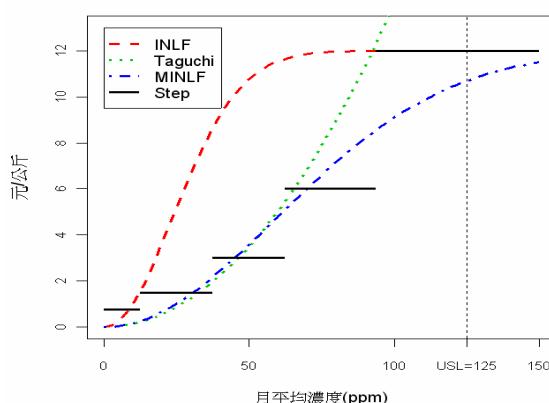


圖 7 二級防制區各種損失函數之比較

表 2 二級防制區各種損失函數期望損失之比較

狀況	μ	σ	$E[L_Q(y)]$	$E[L_{INLF}(y)]$	$E[L_{MINLF}(y)]$	$E[L_{Step}(y)]$
1	10	0.5	0.140	1.046	0.169	0.750
2	25	0.5	0.875	5.205	1.017	1.500
3	50	0.5	3.500	10.766	3.580	3.000
4	75	0.5	7.875	11.928	6.592	6.000
5	100	0.5	14.000	11.999	9.091	12.000
6	125	0.5	21.875	12.000	10.689	12.000

表 3 二級防制區各種損失函數之期望損失與階梯損失函數間之誤差

狀況	μ	σ	誤差 e_Q	誤差 e_{INLF}	誤差 e_{MINLF}
1	10	0.5	-0.61	0.296	-0.581
2	25	0.5	-0.625	3.705	-0.483
3	50	0.5	0.5	7.766	0.58
4	75	0.5	1.875	5.928	0.592
5	100	0.5	2	-0.001	-2.909
6	125	0.5	9.875	0	-1.311
總誤差			15.485	17.696	6.456

3.4 製程能力指標與階梯損失函數的關係

透過製程改善應可減少產品的成本，增加產品在市場上的競爭力，故除了利用不良率與製程能力指標衡量製程能力外，吾人尚應加入損失的觀念。透過損失函數的觀念來反映製程能力指標所代表之意義，再進行製程改善之評估，當更能反映製程改善的成效。本節將推導在望小品質特性下，階梯損失函數之期望損失與製程能力指標的關係。

當產品品質特性 y 服從常態分配即 $y \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，若其品質特性為望小型單邊規格且目標值 T 為零，則在已知製程能力指標 C_{pu} 與 C_{pt} 之情形下，可求得：

$$(1) C_{pt} = \frac{\mu - T}{3\sigma} \Rightarrow \mu = T + 3\sigma C_{pt} \text{，目標值 } T=0 \text{，故 } \mu = 3\sigma C_{pt}$$

$$(2) C_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} \Rightarrow USL = 3\sigma C_{pu} + \mu = 3\sigma C_{pu} + 3\sigma C_{pt} \text{。}$$

故階梯函數 $L_{step}(y)$ 之期望損失與製程能力指標關係式可寫成：

$$\begin{aligned}
E[L_{step}(y)] &= \sum_{i=1}^{k-1} L_i \left[\Phi\left(\frac{m_i USL - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{m_{i-1} USL - \mu}{\sigma}\right) \right] + L_k \left[1 - \Phi\left(\frac{m_{k-1} USL - \mu}{\sigma}\right) \right] \\
&= \sum_{i=1}^{k-1} L_i [\Phi(3m_i(C_{pu} + C_{pt}) - 3C_{pt}) - \Phi(3m_{i-1}(C_{pu} + C_{pt}) - 3C_{pt})] \\
&\quad + L_k [1 - \Phi(3m_{k-1}(C_{pu} + C_{pt}) - 3C_{pt})]
\end{aligned}$$

而二級防制區空氣污染防治費之階梯損失函數如(5)式所示，其中 $m_0 = 0$ ， $m_1 = 0.1$ ， $m_2 = 0.3$ ， $m_3 = 0.5$ ， $m_4 = 0.75$ ， $L_1 = 0.75$ ， $L_2 = 1.5$ ， $L_3 = 3$ ， $L_4 = 6$ ， $L_5 = 12$ 。吾人藉由(11)式可求得二級防制區空氣污染防治費階梯損失函數之期望損失與製程能力指標 C_{pt} 、 C_{pu} 關係式如下：

$$\begin{aligned}
E[L_{step}(y)] &= 0.75 [\Phi(0.3(C_{pu} + C_{pt}) - 3C_{pt}) - \Phi(-3C_{pt})] \\
&\quad + 1.5 [\Phi(0.9(C_{pu} + C_{pt}) - 3C_{pt}) - \Phi(0.3(C_{pu} + C_{pt}) - 3C_{pt})] \\
&\quad + 3 [\Phi(1.5(C_{pu} + C_{pt}) - 3C_{pt}) - \Phi(0.9(C_{pu} + C_{pt}) - 3C_{pt})] \\
&\quad + 6 [\Phi(2.25(C_{pu} + C_{pt}) - 3C_{pt}) - \Phi(1.5(C_{pu} + C_{pt}) - 3C_{pt})] \\
&\quad + 12 [1 - \Phi(2.25(C_{pu} + C_{pt}) - 3C_{pt})]
\end{aligned} \tag{12}$$

例 1：已知高雄縣某工廠氮氧化物之月平均濃度服從常態分配 $N(110, 5^2)$ ，而該工廠所在位置為二級防制區，其目標值 T 為零，環保署規定氮氧化物排放標準值為 125ppm 即規格上界 $USL=125ppm$ 。若利用(7)式，我們可估算出氮氧化物空氣污染防治費之期望損失為
 $E[L_{step}(y)] = 11.997$ 元/公斤。

現同時計算氮氧化物之製程能力指標 $C_{pu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} = \frac{125 - 110}{3 \times 5} = 1$ 與 $C_{pt} = \frac{\mu - T}{3\sigma} = \frac{110 - 0}{3 \times 5} = 7.3333$ ，再利用製程能力指標與階梯損失函數的關係(12)式，亦可推得
 $E[L_{step}(y)] = 11.997$ 元/公斤，上述兩種不同方式之估算結果相同，表示吾人之推導無誤。

例 1 中氮氧化物之月平均濃度服從常態分配 $N(110, 5^2)$ ，其 $C_{pu} = 1$ ，表示氮氧化物月平均濃度為 1349.898ppm 超出標準值 125ppm 的可能性極高，這表示在此情況下的潛在之環境風險是很高的。若製程改善後氮氧化物月平均濃度服從 $N(100, 5^2)$ ，則 $C_{pu} = 1.67$ ， $C_{pt} = 6.667$ 。此時 $C_{pu} = 1.67$ 表示其氮氧化物月平均濃度為 0.27215ppm，超出標準值 125ppm 的可能性已大為降低，因此其風險較原來 $C_{pu} = 1$ 低許多，而期望損失降為 $E[L_{step}(y)] = 11.366$ 元/公斤，這顯示氮氧化物排放量每公斤的期望損失較原來降低了 0.631 元，若該工廠氮氧化物月總排放量為 25000 公斤，則該工廠每月可節省 $0.631 * 25000 = 15775$ 元。

4. 數值實例分析與討論

環保署藉由空氣污染防治費的徵收，促使業者主動採取最合適、最有效之污染排放控制措施，而唯有正確的衡量損失成本才能將資源有效的分配與利用。本研究所制定階梯損失係以現行環保法規為基準，可方便工廠能事先進行損失成本與潛在風險的估算。

根據環保法規中「固定污染源空氣污染物排放標準」第十三條的規定固定污染源依規定設置空氣污染物連續自動監測設施者，其氣狀污染物之監測數據，其一小時紀錄值高於排放標準值之累積時間不得超過二小時。而本研究所監測之污染物氮氧化物係屬氣狀污染物，故根據此項所規定，當主管機關發現工廠氮氧化物之小時紀錄值高於排放標準值之累積時間超過二小時後，取連續兩個超過標準值的小時濃度平均值 y ，再根據污染異常時之處罰準則如表 4 所示，決定工廠應繳的罰額。茲將氮氧化物異常違規部份處罰流程說明如下：

步驟一：根據表 4，首先決定污染程度(A)之係數 A 值，吾人可將連續的兩個超過標準值的小時濃度值取其平均值 y ，當 y 值未達 1.5 倍標準值($<1.5USL$)時，係數 $A=1$ ；當 y 值未達 2 倍標準值($1.5USL \leq y < 2USL$)時，係數 $A=2$ ；當 y 值超過 2 倍標準值($y \geq 2USL$)，係數 $A=3$ 。

步驟二：決定危害程度(B)，氮氧化物係屬非毒性污染物，故危害程度 $B=1$ 。

步驟三：決定污染特性(C)，C 為違反本法發生日(含)前一年內違反相同條款累 積次數，故每一次違規的 C 值都不同，乃累加前一年內的違規次數。

步驟四：決定 A、B、C 值後，工廠應繳罰額為 $A \times B \times C \times 10$ 萬。

根據表 4 污染物異常時處罰準則，吾人訂定指標污染物氮氧化物異常損失之階梯損失函數如下：

$$L_{step}(y) = A \times B \times C \times 100000 = \begin{cases} 100000C & USL \leq y < 1.5USL \\ 200000C & 1.5USL \leq y < 2USL \\ 300000C & y \geq 2USL \end{cases}$$

表 4 污染物異常時之處罰準則

污染程度(A)	危害程度(B)	污染特性(C)	應處罰緩計算
(1) 超過200%者，A=3.0	超過排放標準之污 染物者 B=1.0	C = 違反本法發生日 (含)前一年內違反相同 條款累積次數	工商廠場 $A \times B \times C \times 10$ 萬
(2) 達150%但未達200% 者，A=2.0	染物非屬毒性污染 者 B=1.0		非工商廠場 $A \times B \times C \times 2$ 萬
(3) 未達150%者，A=1.0			

其中 y 表連續的兩個超過標準值的小時濃度值的平均值，單位為 ppm。USL 為氮氧化物之排放標準值，單位為 ppm。 C 為違反發生日（含）前一年內違反的累積次數。 $L_{step}(y)$ 為異常違規的損失，單位為元。

4.1 連續自動監測資料簡介與分析

資料來源：高雄縣某人造樹脂公司

污染防治區：二級防制區

資料內容：連續自動監測設施每六分鐘測得之氮氧化物濃度

蒐集時間：2004年9月1日~2004年9月30日

氮氧化物標準值：125ppm

根據高雄縣某人造樹脂公司所提供之 2004 年九月份的氮氧化物連續自動監測資料為例，本研究對此資料進行統計分析以了解資料特性，並利用階梯損失函數估算期望損失。茲分別就氮氧化物小時平均濃度資料、氮氧化物日平均濃度及氮氧化物月平均濃度三部份之統計分析簡述如下：

第一部份：氮氧化物小時平均濃度資料分析

以 Durbin-Waston Test 進行氮氧化物小時平均濃度之檢定，其統計量 $DW = 0.833$ ， $p\text{-value} < 2.2e-16$ ，結果顯示氮氧化物小時平均濃度為自我相關資料。

表 5 氮氧化物小時平均濃度值敘述統計量

個數	平均數	標準差	中位數	最小值	最大值
720	111.3233	6.0067	111.4264	96.80	186.42

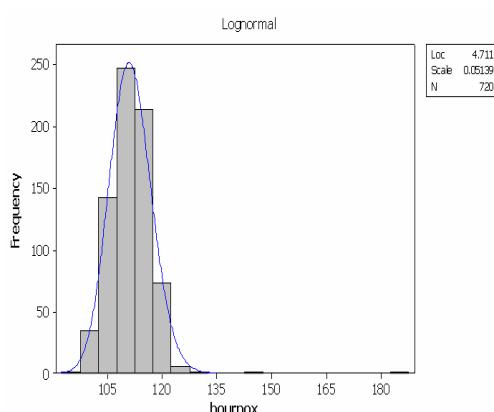


圖 8 氮氧化物小時平均濃度直方圖

以 Kolmogorov-Smirnov Test 判定氮氧化物小時平均濃度所屬之分配為對數常態分配如圖 8 所示，其檢定統計量 $D = 0.0391$ ， $p\text{-value} = 0.2207$ 。藉上述檢定可知小時平均濃度資料屬於對數常態分配，其估計參數為 $\mu = 4.7111$ ， $\sigma = 0.0514$ ，故小時平均濃度服從 $\log Normal(4.7111, (0.0514)^2)$ 分配。

第二部份：氮氧化物日平均濃度資料分析

以 Durbin-Waston Test 進行氮氧化物日平均濃度之檢定，其統計量 $DW = 0.913$ ， $p\text{-value} = 0.05906$ ，結果顯示日平均濃度為獨立資料。

以 Kolmogorov-Smirnov Test 判定氮氧化物日平均濃度所屬之分配為對數常態分配如圖 9 所示，其檢定統計量 $D = 0.1557$ ， $p\text{-value} = 0.4612$ 。因此日平均濃度服從對數常態分配，其估計參數為 $\mu = 4.7123$ ， $\sigma = 0.018$ ，故日平均濃度服從 $\log Normal(4.7123, (0.018)^2)$ 分配。

第三部份：氮氧化物月平均濃度資料分析

由於事關營運機密，此人造樹脂工廠僅願提供一個月份的連續自動監測資料，從第二部分資料分析得知氮氧化物日平均濃度服從 $\log Normal(4.7123, (0.018)^2)$ 分配，若欲知氮氧化物月平均濃度的分配以利後續求得每月空氣污染防治費期望損失的估算，則吾人須將日平均氮氧化物濃度以日均濃度資料進行模擬，由於月平均濃度的分配相當於樣本數 $n = 30$ (1 月 ≥ 30 天)之樣本平均分配，根據中央極限定理可知月平均濃度近似常態分配。而吾人據此模擬 1000 次月平均資

表 6 氮氧化物日平均濃度值敘述統計量

個數	平均數	標準差	中位數	最小值	最大值
30	111.3233	2.0210	110.8703	108.75	117.65

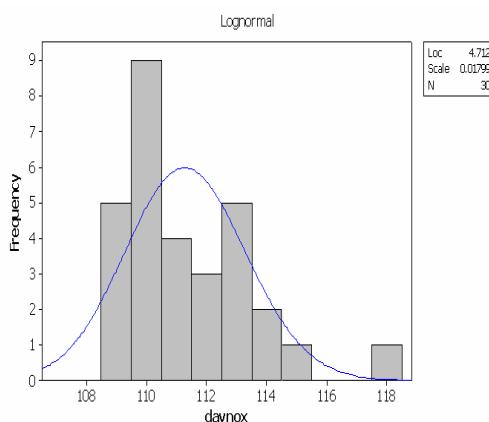


圖 9 氮氧化物日平均濃度直方圖

料，並依 Kolmogorov-Smirnov Test 可知氮氧化物月平均濃度資料呈常態分配，其檢定統計量 $D = 0.1341$ ， $p\text{-value} = 0.98221$ 。另採 Shapiro-Wilk 檢定亦可求得檢定統計量 $W = 0.9436$ ， $p\text{-value} = 0.546$ 。因此我們確定氮氧化物月平均濃度服從 $\mu = 111.2827$ ， $\sigma = 0.4412$ 之常態分配，即月平均濃度~ $N(111.2827, (0.4412)^2)$ 。

4.2 氮氧化物空氣污染防治費每月期望損失之估算

茲將求算氮氧化物空氣污染防治費期望損失之步驟條列如下：

步驟一：若已知氮氧化物之標準值與工廠所在污染防治區，則先定義氮氧化物空氣污染防治費之階梯損失函數。

步驟二：判定氮氧化物月平均濃度之所屬分配，再估算氮氧化物空氣污染防治費之期望損失。

例 2：某人造樹脂工廠所在空氣污染防治區為二級防制區，且其氮氧化物之標準值為 125ppm，故定義氮氧化物空氣污染防治費階梯損失函數如下：

$$L_{step}(y) = \begin{cases} 0 & \text{使用天然氣或其他經中央主管} \\ & \text{機關認可之低污染氣體燃料者} \\ 0.75 & 0 \leq y < 12.5 \\ 1.5 & 12.5 \leq y < 37.5 \\ 3 & 37.5 \leq y < 62.5 \\ 6 & 62.5 \leq y < 93.75 \\ 12 & 93.75 \leq y \end{cases}$$

其中 y 為品質特性氮氧化物月平均濃度，單位為 ppm。 $L_{step}(y)$ 為每公斤排放量的罰額，單位為元/公斤。

由 4.1 節第三部份的資料分析結果，可知此人造樹脂工廠氮氧化物月平均濃度屬平均數 111.2827，標準差為 0.4412 的常態分配，且此人造樹脂工廠所在防制區為二級防制區，故根據(7)式，可計算出每公斤排放量的期望損失為 \$12，若月總排放量為 25000 公斤，則該工廠氮氧化物空氣污染防治費每月之期望損失為 \$300000。

另一方面吾人可計算製程能力指標 $C_{pu} = 2.017$ ， $C_{pt} = 84.076$ ，藉由 C_{pu} 可查出不良率為 0.00071974ppm，顯示此製程超出環保上限的機率非常小，再藉由(12)式估算出期望損失為 12 元/公斤，若月總排放量為 25000 公斤，則亦可求得該工廠空氣污染防治費每月之期望損失亦為 \$300000。

4.3 氮氧化物異常違規期望損失之估算實例

例 3：某人造樹脂廠氮氧化物之標準值為 125ppm，此氮氧化物異常損失之階梯損失函數可表示如下：

$$L_{step}(y) = \begin{cases} 100000C & 125 \leq y < 187.5 \\ 200000C & 187.5 \leq y < 250 \\ 300000C & y \geq 250 \end{cases}$$

藉由 4.1 節之氮氧化物小時平均濃度分析結果知道，小時平均濃度為自我相關資料，由於 CUSUM 管制圖適用於自我相關之製程，故本研究乃利用 Woodall and Adams (1993) 及 Montgomery (2005) 所提之方法計算 CUSUM 管制圖連續兩點超過決策區間的機率，並將其乘上損失即可欲估算出異常部份的期望損失。

若氮氧化物小時平均濃度 $x \sim \log Normal(4.7111, (0.0514)^2)$ ，取自然對數後則呈常態分配，即 $y = \log(x) \sim N(4.7111, (0.0514)^2)$ ，再利用 CUSUM 管制圖計算其中一點超出決策區間的機率。由於我們僅考慮小時平均濃度是否大於標準值 125ppm，故採用單邊以上累積和管制圖。

步驟一：欲利用標準化之累和管制圖，先將變數 Y 加以標準化， $z_i = \frac{y_i - \mu_0}{\sigma}$ 為 y_i 的標準化值，其中 μ_0 為製程平均值 4.7111， σ 為製程標準差 0.0514。

步驟二：決定參考值 k_0 值，當氮氧化物之環保標準值為 125ppm 時， z 值之計算如下，

$$z = \frac{\ln(125) - 4.7111}{0.0514} = 2.28 \text{，故取 } k_0 = \frac{2.28}{2} = 1.14 \text{。}$$

步驟三：定義標準化之以上累加器為： $S_H(i) = \max[0, z_i - k_0 + S_H(i-1)]$ ，起始值 $S_H(0) = 0$ 。當氮氧化物之環保標準值為 125ppm 時，計算 $S_H(i)$ 之最小值為 $z - k_0 + S_H(i-1) = 2.28 - 1.14 + 0 = 1.14$ ，故決定決策區間 $h=1.14$ 。

當 $k_0 = 1.14$ ， $h=1.14$ 時製程呈穩定狀況下之平均連串長度 (ARL) 經計算為 71.475。由於 $ARL = 1/p$ (一點超出決策區間的機率)，藉 $ARL = 1/\alpha$ ，可求得 $\alpha = 1/71.475 = 0.014$ ，故一點超過決策區間 h 的機率為 $\alpha = 0.014$ ，而連續兩點超過決策區間的機率為 $\alpha^2 = 0.000196$ 。假設此製程每個月平均之違規紀錄為一次，且前一年內尚並無違規紀錄，則 $C=1$ 時之損失函數可定義如下：

$$L_{step}(y) = \begin{cases} 100000 & 125 \leq y < 187.5 \\ 200000 & 187.5 \leq y < 250 \\ 300000 & y \geq 250 \end{cases}$$

依污染物異常違規的損失函數所訂之罰額會因y值範圍的變動而有所不同。此處我們僅能取其平均，以平均\$200000損失進行粗略估計。故異常違規之期望損失為 $0.000196 \times 200000 = \39.2 ，表示此製程每個月的異常期望損失為\$39.2。

藉由 4.2 節我們估算出此人造樹脂廠氮氧化物空氣污染防治費每個月之期望損失為 \$300000，及 4.3 節估算出氮氧化物異常損失每個月之期望損失為\$39.2，故該工廠氮氧化物每個月之總期望損失為\$300039.2。

5. 結論與未來研究方向

政府不斷努力改善國內之空氣品質，期使業者因空氣污染防治費之開徵能主動改善製程並加裝防制設備等污染削減措施，進而提高整個制度之執行成效。就業者而言，加裝防制設備或繳交空氣污染防治費均可視為成本或風險，故估算污染物所造成的損失是有必要的。本研究提出以階梯損失函數求算環境損失的方法可有效衡量工廠環境風險及其改善之成效。根據現行環保法規惟有採用階梯損失函數方能提供工廠正確的風險評估及有效的因應對策。

茲將本研究成果與貢獻歸納如下：

- (1) 根據空氣污染防治法，建立適合指標污染物損失之階梯損失函數。
- (2) 由於污染物之資料係連續型資料，在比較田口二次損失函數、INLF、MINLF 三種損失函數與階梯損失函數估算之期望損失間的差異後，發現以 MINLF 最接近實際之階梯損失函數，可用作為環保署訂定未來罰則時之參考。
- (3) 在望小品質特性下，我們推導出階梯損失函數之期望損失與製程能力指標之關係式。方便業者在計算製程能力指標的同時，亦可估算潛在的環境風險及其所對應的損失。
- (4) 最後，本研究以某人造樹脂廠所提供之連續自動監測資料為例，進行指標污染物正常及異常違規部份之期望損失估算。

在數值實例分析中，針對異常部份的損失，本研究所監測的污染物氮氧化物，其小時紀錄值高於排放標準值之累積時間超過二小時，才會有損失發生。由於其與小時平均濃度一超過標準值就罰之管制觀念不同，且氮氧化物小時濃度值係自我相關資料，後續研究者可就異常損失之部分作更深入之探討。

參考文獻

潘浙楠、李育宗，「單邊規格下產品損失函數之研究」，《品質學報》，第八卷第一期，民國 90 年，39-66 頁。

潘浙楠、林瑞益，「製程能力指標與損失函數關係探討與研究」，中國統計學報，第四十一卷第二期，民國 92 年，211-248 頁。

Chan, L. K., Cheng, S. W., and Spiring, F. A., "A New Measure of Process Capability: Cpm," *Journal of Quality Technology*, Vol. 20, 1988, pp. 162-175.

Craigmile, P. F., Cressie, N., Santner, T. J., and Rao, Y., "A Loss Function Approach to Identifying Environmental Exceedances," *Extremes*, Vol. 8, No. 3, 2005, pp. 143-159.

Juran, J. M., *Quality Control Handbook, 3rd edition*, New York: McGraw-Hill, 1974.

Kane, V. E., "Process Capability Indices," *Journal of Quality Technology*, Vol. 18, 1985, pp. 41-52.

Krishnamoorthi, K. S., "Capability Indices for Processes Subject to Unilateral and Positional Tolerances," *Quality Engineering*, Vol. 2, 1990, pp. 461-471.

McBean, E. A. and Rovers, F. A., *Statistical Procedures for Analysis of Environmental Monitoring Data and Risk Assessment*, New Jersey: Prentice Hall, 1998.

Montgomery, D. C., *Introduction to Statistical Quality Control, 5th edition*, New York: John Wiley & Sons, 2005.

Pan, J. N. and Wang, J. H., "A Study of Loss Functions for Product Interference Analysis," *Industrial Engineering Research*, Vol. 2, No. 1, 2000, pp. 80-100.

Pearn, W. L., Kotz, S., and Johnson, N. L., "Distribution and Inferential Properties of Process Capability Indices," *Journal of Quality Technology*, Vol. 24, 1992, pp. 216-231.

Spiring, F. A., "The Reflected Normal Loss Function," *The Canadian Journal of Statistics*, Vol. 21, 1993, pp. 321-330.

Taguchi, G., *Introduction to Quality Engineering: Designing Quality Into Products and Processes*, Tokyo: Asian Productivity Organization, 1986.

Wilks, D. S., *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*, San Diego: Academic Press, 1995.

Woodall, W. H. and Adams, B. M., "The Statistical Design of CUSUM Charts," *Quality Engineering*, Vol. 5, No. 4, 1993, pp. 559-570.