

# 異質變異資產之成份風險值評價投資組合風險值：極值方法之應用

## Evaluation of Portfolio VaR Using the Component VaR for Heteroskedastic Volatility Assets : An Application of Extreme Value Method

林楚雄<sup>1</sup> Chu-hsiung Lin

國立高雄第一科技大學風險管理與保險系

王韻怡<sup>2</sup> Yun-yi Wang

國立中央大學財務金融學系

<sup>1</sup> Department of Risk Management and Insurance, National Kaohsiung First University of Science & Technology and <sup>2</sup> Department of Finance, National Central University

(Received March 7, 2006; Final Version March 3, 2007)

**摘要：**本研究提出藉由加總個別資產成份風險值 (Component VaR) 以得到投資組合風險值的一個方法，此方法不但可減少共變異數估計的個數，而且由於成份風險值的計算，提供了各資產部位對於整體投資組合風險值的貢獻程度，因而可作為風險調整的依據。首先，本文利用成份風險值 (Component VaR) 的分析方法，解析得到可將一個投資組合風險值分解成為各項資產成份風險值的總和。因此，估計一個投資組合風險值的問題將可轉化為估計投資組合中個別資產成份風險值的問題，進而可避免估計投資組合風險值時需要面臨估計變異數與共變異數的複雜問題，尤其當投資組合的數目眾多時。其次，為了解決資產報酬分配具有厚尾以及異質變異數的問題，本文使用考慮異質變異數的極值方法以估計成份風險值。本研究以4種股價指數所建構的投資組合來驗證本文方法的準確性。經失敗率、平均失敗誤差以及Kupiec (1995) 之非條件與條件涵蓋比率檢定結果，顯示在高信賴水準下，新估計法具有高度的準確性。

**關鍵詞：**成份風險值、投資組合風險值、極值理論、GARCH模型

**Abstract** : This study proposes a new approach to efficiently and precisely estimating portfolio VaR. This approach not only simplifies the procedure of estimation, but also solves the bias problems resulted from fat-tails and heteroskedasticity of return distributions. We first employ component VaR (CVaR) analysis to decompose the portfolio VaR as the sum of each CVaR. Consequently, this decomposition can lower down the complexity existing in estimating the variance and covariance of component asset returns. This simplification takes on a special significance when the portfolio is highly complex. In addition, to precisely estimate the portfolio VaR, we fit the component return distributions by the GARCH model, and then turn to estimate their left-tail indices through the application of extreme value theory (EVT). The tail index derived can further lead to the computation of individual VaR and component VaR of each component asset. The aggregate portfolio VaR can thus be determined by adding up the entire CVaRs. To verify the validity of the proposed approach, we present analysis of failure ratio, the bias of failure loss and Kupiec test (1995). All the results show that the proposed approach significantly improves the estimation efficiency and accuracy, which also shed light on the development of risk management theory as well as portfolio strategies.

**Keywords** : Component VaR, Portfolio VaR, Extreme Value Theory, GARCH Model

## 1. 前言

近年來，隨著全球金融自由化的來臨，金融市場間關聯性日益密切，使得全球金融市場更加動盪不安。尤其於1990年後許多金融災難接踵而至，因此每一個機構均需要建立風險管理的觀念，以因應多變的金融市場。如何準確估計所持有資產投資組合部位的可能損失以規避金融市場極端波動的風險，是目前研究風險管理的重要課題。

最近發展控管極端風險的一個重要觀念－風險值 (Value-at-Risk, VaR)，即是透過金融資產機率分配的研究，以掌握極端風險發生的機率以及損失的大小，亦即在給定的信賴水準下衡量未來的最大可能損失。風險值除了可以估計資產在未來一段期間的可能損失外，在動態投資組合風險控管與績效評估方面亦扮演積極與核心的角色。對於一個持有多資產部位的經理人來說，在得到未來整體投資組合可能損失以提早提存準備時，如能同時得到各資產部位對於整體投資組合風險的貢獻程度，將可以依此資訊調整風險部位，進而達到積極風險控管的目的。

雖然風險值的觀念並不困難，但要迅速得到準確的風險值估計卻不是一件容易的事。目前普遍被大型金融機構所廣為採用的方法是Morgan (1995) 所開發的Risk Metrics方法，其假設資產報酬分配為常態分配，而僅需估計資產的變異數與共變異數即可求得風險值。然而，此法存在兩個嚴重的問題：第一，目前財務實證研究皆發現一般金融資產並非常態分配，而是具有高峰

厚尾的分配型態。因此，常態分配的假設並不符合實際，並且也因為無法捕捉厚尾現象而低估風險值。第二，當投資組合的數目或是風險因子愈來愈多時，則需估計的變異數與共變異數的矩陣就愈大，亦即估計的變異數與共變異數的個數就非常的多，而使整個風險值的計算過程更加耗時；此外，當投資組合中資產個數大於資產歷史可供估計的期數時，則導致共變異數矩陣為無法估計 (singular)。為了簡化投資組合風險值的估計，本文利用Jorion (2000) 提出以加總個別資產成份風險值 (Component VaR) 來求取投資組合風險值的方法。此方法除了可以減少共變異數估計的個數外，而且由於成份風險值的計算，提供了各資產部位對於整體投資組合風險值貢獻程度的資訊，可作為調整風險的依據。為獲得準確的投資組合風險值的估計值，本文提出考慮異質變異數的極值方法以估計成份風險值。本文採用極值理論方法解決資產分配問題的原因為此法可在不需了解極值的正確分配下，藉由尾部型態的估計而了解金融資產的尾部分配，進而估計風險值。

其次，由於極值理論已經發展完備的極值分配統計理論，使得應用極值理論於金融資產極值行為的估計更加容易 (Jansen and de Vries, 1991; Longin, 1996)。然而在應用極值理論時存在兩個問題：第一為極值理論估計法無法考量金融資產報酬序列之異質性問題 (Jorion, 2000)。第二，在運用極值理論估計尾部指數時，必須假設資料是來自獨立且相同的機率分配 (Independent, Identically Distributed; *i.i.d.*)。當資料不為獨立同態分配時，尤其金融資產報酬序列已廣泛被證明存在自我相關、條件異質變異以及波動叢聚等特性 (例如：Bollerslev *et al.*, 1992; Wagner and Marsh, 2005)，則此時使用非*i.i.d.*的報酬序列資料，則將不符合極值理論之假設前提而可能會得到不正確的估計值。因此，本研究使用考慮條件異質變異數下的極值理論估計方法或稱為考慮GARCH效果的極值理論估計法估計成份風險值，以解決資產報酬具有厚尾分配以及異質變異數的特性，以提高風險值估計的準確性。

本研究以美國紐約那斯達克指數、美國紐約史坦普爾500指數、美國道瓊工業平均指數及德國法蘭克福商銀指數所建構的投資組合來驗證本文方法的準確性。本文其餘的內容如下：第二部份為探討成份風險值、簡化變異數與共變異數估計以及極值理論之相關文獻；第三部份說明本文的研究方法；第四部份為實證風險值新估計模型之準確性；最後為結論。

## 2. 文獻回顧

成份風險值 (Component VaR) 是三個重要的風險值分析工具 (VaR tools)<sup>1</sup>之一 (Jorion, 2000)。成份風險值可藉由對投資組合風險值的拆解而衡量個別資產對整體投資組合的風險貢獻

<sup>1</sup> 三個風險值分析工具 (VaR tools) 分別為邊際風險值 (Marginal VaR)、增量風險值 (Incremental VaR) 與成份風險值(Component VaR) (Jorion, 2000)。

程度。亦即投資組合的風險值可以分解為個別資產成份風險值的加總。近年來由於風險值觀念的普遍被接受與應用，關於成份風險值的研究逐漸開始受到重視。Carroll *et al.* (2001) 指出過去均假設在常態分配下估計成份風險值，不符合真實資產的厚尾分配型態，因此提出以歷史模擬法與蒙地卡羅模擬法進行成份風險值的估計。Hallerbach (2002) 則放寬常態分配的假設下分別研究邊際風險值 (Marginal VaR)，成份風險值 (Component VaR) 與增量風險值 (Incremental VaR) 的估計方法。

變異數-共變異數法 (Variance-Covariance Method) 假設資產價格服從常態分配，而可將風險值的計算簡化為估計變異數或共變異數的問題。GARCH模型具有捕捉金融資產波動叢聚與異質變異的能力，因而成為普遍被接受的波動估計模型，例如應用Bollerslev (1986, 1990) 的GARCH模型、Engle and Kroner (1995)、Morgan (1995) 的RiskMetrics法等估計金融資產的波動與風險值。然而，多變量GARCH模型在財務實證研究的應用卻仍不普遍，最主要的原因是參數的估計過於眾多且複雜 (Engle and Kroner, 1995；Kroner and Ng, 1998)。Alexander (2001) 指出許多在應用多變量GARCH模型估計波動時會面臨的問題。後續許多學者針對多變量GARCH模型進行簡化以減少參數估計的複雜性 (Engle, 2002；Tse and Tsui, 2002)；然而，多變量波動估計在財務實證的應用仍是較不方便的。Burns (2005) 提出以單變量的GARCH模型進行多變量波動的估計。

由於極值理論已經發展完備的極值分配統計理論以及極值漸進分配獨立於原始母體分配的特色，使得應用極值理論於金融資產極值行為的研究更加的容易。許多研究運用極值理論估計金融資產的極值行為並進而提升風險值估計的準確性。例如Huisman *et al.* (1998)、Pownall and Koedijk (1999)、Bali (2003) 以及林楚雄與陳宜玫 (民91) 等。然而，在運用極值理論估計尾部指數時，必須假設資料是來自獨立且相同的機率分配，若使用非*i.i.d.*的報酬序列資料，則可能會得到不正確的估計值。因此，如何同時解決金融資產具有厚尾與異質性問題的方法即是研究極值行為的重要議題。Diebold, *et al.* (2000) 提出以條件波動模型配適報酬序列能得到*i.i.d.*型態之標準化殘差序列，再以極值理論估計此標準化殘差序列分配的概念。Beatriz (2000) 利用極值理論之最大概似法 (The Maximum Likelihood Method) 估計標準化殘差序列，實證拉丁美洲新興股票市場之極值行為。Poon *et al.* (2004) 亦是以極值理論估計報酬之標準化殘差序列進行國際股票市場極值相關的估計。此外，Barone-Adesi *et al.* (1998) 藉由GARCH模型來配適金融資產報酬分配的異質變異數與殘差項，然後利用歷史模擬法模擬未來殘差值的機率分配後再求風險值。McNeil 與 Frey (2000) 為了克服波動異質性以及厚尾分配的極值問題，利用GARCH模型來估計資產波動，並以極值理論的無母數Hill估計式估計GARCH模型殘差項的尾部型態的結合GARCH模型與極值理論的風險值估計方法。由以上的文獻可知，Barone-Adesi *et al.* (1998)、Beatriz (2000)、Diebold *et al.* (2000)、McNeil and Frey (2000) 以及Poon *et al.* (2004) 等人為解決報酬的

異質性問題，主要是以標準化的殘差序列來取代報酬序列，再以極值理論估計此標準化殘差序列以獲得尾部指數的估計值。

此外，在應用極值理論估計尾部指數時可分為參數法<sup>2</sup>與無母數法。Jansen與de Vries (1991)、Koedijk *et al.* (1992) 以及Danielsson and de Vries (1997) 指出無母數法在估計尾部指數時，由於不需假設極值是正確來自於某種極限分配而較參數法估計上顯的有效率。而在無母數法的估計式中，許多研究文獻證明Hill估計式為一個較好的尾部指數估計法。例如Mason (1982)、Longin (1996) 以及Kearns and Pagan (1997)。然而，Pictet *et al.* (1996) 以及Huisman *et al.* (2001) 指出在小樣本下，Hill估計式容易產生偏誤的問題。Quintos *et al.* (2001) 指出選取Hill尾部指數估計式之最適尾部指數觀察數目是相當重要的，但Hill尾部指數估計式卻存有最適尾部觀察數目決定不易，即門檻值決定不易之困難，同時Hill尾部指數估計式本身並未提供適當決定尾部觀察數目的方法。

Huisman *et al.* (2001) 針對Hill估計式的兩個問題，提出一個修正Hill尾部指數估計式。修正Hill尾部指數估計式除了小樣本下具有不偏的特性之外，而且也具有不須在求算尾部指數時事先決定尾部觀察數目的優點。因此當我們運用修正Hill尾部指數估計式進行動態風險管理時，便可免除須事先決定一最適尾部觀察數目之繁雜程序，而且對於樣本不足或是必須將資料切割成爲小樣本時，提供一個良好的不偏估計的特性。

### 3. 研究方法

本文首先依據成份風險值的定義，將一個投資組合風險值分解成爲各項資產成份風險值的總和，因此若欲求算投資組合的風險值可加總個別資產成份風險值而求得。在進行個別資產的成份風險值估計時，爲了解決厚尾分配以及異質變異數的問題，本文先利用GARCH模型配適資產報酬的產生過程以獲得符合*i.i.d.*型態之標準化殘差序列。然後再應用Huisman *et al.* (2001) 修正Hill估計式估計標準化殘差序列的尾部指數，以及應用Huisman *et al.* (1998) 的*VaR-x*法而求得個別資產成份風險值。

#### 3.1 投資組合風險值的估計：成份風險值法

本節主要說明如何加總個別資產成份風險值而求得投資組合的風險值。爲了要得到個別資產的成份風險值，首先定義個別資產*i*對於整體投資組合*P*的邊際風險貢獻如下式：

---

<sup>2</sup> 參數法包含最大概似估計法 (The Maximum Likelihood Method) 與迴歸估計法 (Regression Method) 兩種 (Longin, 1996)。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_p^2}{\partial w_i} &= 2w_i\sigma_i^2 + 2 \sum_{j=1, j \neq i}^N w_j \sigma_{ij} \\ &= 2 \operatorname{cov}(R_i, w_i R_i + \sum_{j \neq i}^N w_j R_j) = 2 \operatorname{cov}(R_i, R_p)\end{aligned}\quad (1)$$

其中， $R_i$ 為個別資產 $i$ 的報酬， $R_p$ 為投資組合 $P$ 的報酬。從(1)式中，我們可以進一步獲得 $i$ 資產權重 $w_i$ 變動對於投資組合 $P$ 波動或標準差 $\sigma_p$ 的影響為

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = \frac{\operatorname{cov}(R_i, R_p)}{\sigma_p} \quad (2)$$

為了衡量投資組合中各個資產對於投資組合風險值的成份或是比重，接著我們定義一個邊際貢獻 $\Delta VaR_i$ ，如下式：

$$\Delta VaR_i = \frac{\partial VaR_p}{\partial w_i} \frac{1}{W} = \frac{\partial(z \times \sigma_p \times W)}{\partial w_i} \frac{1}{W} = z \times \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = z \times \frac{\operatorname{cov}(R_i, R_p)}{\sigma_p} \quad (3)$$

其中， $VaR_p$ 為投資組合風險值， $W$ 表示投資組合金額。根據Jorion (2000) 定義一個投資組合風險值 $VaR_p(\text{mean}) = -W(R^* - u)$ ，在報酬為常態分配假設下，則投資組合風險值為 $VaR_p(\text{mean}) = z \times \sigma_p \times W$ ，其中， $R^*$ 為投資組合 $P$ 的臨界報酬率， $z$ 為1- $q\%$ 信賴水準下的臨界值， $\sigma_p$ 為投資組合 $P$ 的標準差。

將邊際貢獻乘以資產在投資組合中的投資金額，即可以得到成份風險值 (Component VaR,  $CVaR_i$ )，如下所示

$$CVaR_i = (\Delta VaR_i) \times w_i W = VaR_p \times \beta_i \times w_i \quad (4)$$

其中， $\beta_i = \frac{\operatorname{Cov}(R_i, R_p)}{\sigma_p^2}$ 為 $i$ 資產的貝他係數。由(4)式可知，成份風險值顯示一個投資組合中每一個資產對於投資組合風險值的貢獻或是成份，而個別資產 $CVaR_i$ 之總和恰等於投資組合總風險值 $VaR_p$

$$CVaR_1 + CVaR_2 + \dots + CVaR_N = VaR_p \left( \sum_{i=1}^N w_i \beta_i \right) = VaR_p \quad (5)$$

此外，我們進一步可將(4)式改寫為(6)式：

$$CVaR_i = VaR_p \times w_i \times \beta_i = (z \times \sigma_p \times W) w_i \beta_i = (z \sigma_p w_i W) \rho_i = VaR_i \rho_i \quad (6)$$

其中， $\rho_i = \frac{Cov(R_i, R_p)}{\sigma_i \sigma_p} = \frac{Cov(R_i, R_p)}{\sigma_p^2} \sigma_p \frac{1}{\sigma_i} = \beta_i \sigma_p \frac{1}{\sigma_i}$  表示為資產*i*與投資組合*P*的相關係數。

由(5)式可知，我們在計算投資組合風險值時，可先計算投資組合各項資產的成份風險值之後再加總即可得到投資組合風險值。而各項資產成份風險值可由(6)式來加以計算求得。本文首先依據成份風險值的定義，將一個投資組合風險值分解成爲各項資產成份風險值的總和，因此若欲求算投資組合的風險值可加總個別資產成份風險值而求得。利用成份風險值來求算投資組合風險值有下列的優點：

- (1) 在計算投資組合風險值的過程中，即可了解每一個資產對於投資組合風險值的成份或是貢獻。
- (2) 利用成份風險值可簡化多變量模型估計變異數與共變異數的複雜性，例如多變量 GARCH 模型估計的問題。此外，成份風險值的計算將可降低共變異數計算的個數，例如 5 個資產的投資組合，利用變異數共變異數法須計算 5 個變異數與 10 個共變異數，然而利用成份風險值計算時則只需計算 5 個變異數與 5 個相關係數。

本文在求算(6)式的成份風險值時，提出結合GARCH模型與極值理論的估計方法來同時解決資產報酬厚尾分配以及異質變異數的情形，詳細情形將在2、3、4節說明。

### 3.2 標準化殘差之估計

爲了解決報酬資料序列異質變異數的問題，本文先利用GARCH模型配適資產報酬的產生過程以解決資產報酬變異數異質的問題並獲得符合*i.i.d.*型態之標準化殘差序列，以進行尾部指數的估計。以下說明如何產生符合*i.i.d.*型態之標準化殘差序列：

假設資產日報酬率( $X_t$ )的動態模型爲：

$$X_t = \mu_t + \sigma_t Z_t \quad (7)$$

其中， $X_t$ 爲第*t*日的資產報酬率；條件期望值  $\mu_t = E(X_t | I_{t-1})$ ，條件變異數  $\sigma_t^2 = Var(X_t | I_{t-1})$ ， $Z_t$ 表第*t*日的標準化殘差，爲一個平均數爲0，變異數爲1的獨立同分配 (Independent, Identically Distributed; *i.i.d.*) 的白噪音過程 (white noise process)。本文在決定GARCH(p,q) 模型階次時，主要根據Bollerslev *et al.* (1992) 建議的GARCH(1,1)爲基礎，並以LR (Likelihood Ratio) 檢定統計量  $LR = -2(L_{null} - L_{alternative}) \square \chi_k^2$  來判斷多引進的解釋變數個數是否優於GARCH(1,1) 模型，其中  $L_{null}$  表示GARCH(1,1) 模型的概似函數值， $L_{alternative}$  表示GARCH(p,q) 模型的概似函數值，*K*表示在對立假設下多引進的解釋變數個數。在虛無假設爲GARCH(1,1) 模型，對立假設下爲GARCH(p,q)，求算LR統計值的檢定結果，顯示在5%顯著水準下，並無法拒絕虛無假設，

亦即GARCH(1,1)模型在GARCH族模型的選取上，相對較為適當。本文以ARMA(1,1)-GARCH(1,1)模型以估計 $u_t$ 與 $\sigma_t$ ：

$$X_t = a_0 + a_1 X_{t-1} + b_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (8)$$

$$\sigma_t^2 = \phi_0 + \phi_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \phi_2 \sigma_{t-1}^2 \quad (9)$$

其中， $\phi_0$ 、 $\phi_1$ 與 $\phi_2$ 皆為不為負的參數。本文在估計ARMA(1,1)-GARCH(1,1)模型時，本文分別假設殘差序列為常態分配與 $student-t$ 分配，採用最大概似估計法(Maximum Likelihood Estimator, MLE)估計模型參數，以求得符合獨立同分配的標準化殘差序列 $(z_{t-n+1}, \dots, z_t)$ ：

$$(z_{t-n+1}, \dots, z_t) = \left( \frac{x_{t-n+1} - \hat{\mu}_{t-n+1}}{\hat{\sigma}_{t-n+1}}, \dots, \frac{x_t - \hat{\mu}_t}{\hat{\sigma}_t} \right) \quad (10)$$

本文將以此*i.i.d.*的標準化殘差序列 $(z_{t-n+1}, \dots, z_t)$ 進行尾部指數的估計，進而求得成份風險值。下節將說明如何以修正後Hill估計式進行尾部指數的估計。

### 3.3 修正Hill估計式

本研究應用Huisman *et al.* (2001)所提出之修正Hill估計式進行標準化殘差序列的尾部指數估計以作為衡量尾部型態的參數並探討其極值行為。以下說明Huisman *et al.* (2001)估計尾部指數的方法：

假設從一未知的厚尾分配抽取一組 $n$ 個正的彼此獨立之樣本。令 $X(i)$ 為第 $i$ 個順序統計量並且 $X(i) \geq X(i-1)$ ， $i = 2, \dots, n$ 。假設從分配之右尾選擇 $k$ 個觀察值以估計尾部指數，則Hill (1975)的尾部指數估計式( $\gamma$ )如下：

$$\gamma(k) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \ln(X(n-j+1)) - \ln(X(n-k)) \quad (11)$$

其中， $\gamma$ 為條件柏拉圖分配(Conditional Pareto Distribution)之最大概似估計式， $n$ 為資料總個數， $k$ 為尾部資料總數目。

然而，Hill估計式之困難處在於最適尾部觀察數目 $k$ 的決定。Hall (1990)證明在某一尾部觀察數目( $k$ )下，Hill尾部指數估計值之漸近期望值估計式與漸近變異數估計式為：

$$E(\gamma(k)) \approx \frac{1}{\alpha} - \frac{d\delta}{\alpha(\alpha + \delta)} c^{-\frac{\delta}{\alpha}} \left( \frac{k}{n} \right)^{\frac{\delta}{\alpha}} \quad (12)$$



$$Var(\gamma(k)) = \frac{1}{k\alpha^2} \quad (13)$$

由式(12)與式(13)可以清楚地了解當選取過多的尾部觀察數目時，會降低尾部指數之變異程度，但卻會造成尾部指數之偏誤。反之，尾部觀察數目不足會減少尾部指數之估計偏誤，但卻會增大尾部指數之變異程度。由此可知，Hill估計式的 $k$ 值的選擇會面臨尾部指數的不偏性與效率性的兩難問題。

Huisman *et al.* (2001) 提出修正式解決Hill估計式的 $k$ 值選擇問題：

$$\gamma(k) = \beta_0 + \beta_1 k + \varepsilon(k), \quad k = 1, \dots, n/2 \quad (14)$$

其中， $\beta_0$ 與 $\beta_1$ 為迴歸參數， $\varepsilon(k)$ 為迴歸殘差項，最適尾部觀察數目 $k = n/2$ 。

雖然我們可以利用最小平方方法 (Ordinary Least Squares, OLS) 估計(14)式之參數 $\beta_0$ ，但由(13)式可知，Hill尾部指數估計值 $\gamma(k)$ 之變異數並非固定不變；所以，(14)式之誤差項 $\varepsilon(k)$ 存在異質變異的問題。因此，我們進一步根據Huisman *et al.* (2001) 以加權最小平方方法 (Weighted Least Squares, WLS) 來修正異質變異的問題。若將(14)式以矩陣方式表達為 $\gamma^* = Z\beta + \varepsilon$ ，則以加權最小平方方法估計的 $\beta$ 為：

$$\beta_{WLS} = (ZW'WZ)^{-1} Z'W'W\gamma^* \quad (15)$$

其中， $\beta_{WLS}$ 為以加權最小平方方法估計的 $\beta$ ， $W = \sqrt{1}, \sqrt{2}, \dots, \sqrt{k}$ 。

### 3.4 成份風險值與投資組合風險值的估計

在求得股價指數報酬的尾部指數之後，接下來本文運用Huisman *et al.* (1998) 的VaR- $x$ 法進行個別資產風險值的估計。首先利用(15)式求取尾部指數，然後利用尾部指數與自由度之倒數關係而求得student- $t$ 分配之自由度與student- $t$ 分配的尾部機率分配，進而計算出成份風險值。以下詳細說明VaR- $x$ 法估計資產成份風險值的步驟：

- (1) 首先以(15)式估計出 $i$ 資產標準化殘差序列左尾的尾部指數估計值 $\hat{\beta}_i$ 。
- (2) 令尾部指數估計值 $\hat{\beta}_i$ 的倒數等於student- $t$ 分配的自由度。 $\hat{\beta}_i = 1/\alpha_i$ ，其中 $\alpha_i$ 為student- $t$ 分配中之自由度。
- (3) 在 $1-q\%$ 信賴水準與自由度為 $\alpha_i$ 下，估計student- $t$ 分配的臨界值 $S_i^*$ 。

- (4) 將  $S_i^*$  轉換成實際報酬率的臨界值  $R_i = -S_i^* \times \theta_i + \mu_i$ ，其中  $\theta_i = \sigma_i / \sqrt{\alpha_i / (\alpha_i - 2)}$ 。其中  $\sigma_i$  的估計為以(8)式與(9)式的ARMA(1,1)-GARCH (1,1) 模型來捕捉波動性隨時間變動的特性。
- (5) 在  $1-q\%$  的信心水準下，得到個別資產的風險值估計值  $VaR_i = K_i \times S_i^* \times \theta_i$ ，其中  $K_i$  為資產  $i$  期初投資金額。本文以下的實證研究皆假設  $W=1$ ，且  $K_i = W / N$ 。
- (6) 成份風險值的估計為  $CVaR_i = VaR_i \times \rho_i$ ，其中  $\rho_i$  表示資產  $i$  與投資組合  $P$  的相關係數。
- (7) 加總各資產的成份風險值得到投資組合的風險值， $\sum_{i=1}^N CVaR_i = VaR_p$ 。

### 3.5 風險值模型的驗證

本文以失敗率、平均失敗誤差與目前文獻上常採用的Kupiec(1995)檢定法檢定未來1日風險值估計模型的準確性。Goorbergh and Vlaar (1999)、Billio and Pelizzon (2000)以及Guermat and Harris (2000) 都使用Kupiec (1995) 檢定來確認模型的準確性。而此法亦為管制者要求銀行在分析內部模型 (internal model) 是否可涵蓋實際損失值時，必須採用回溯測試 (backtesting) 的檢定法。

#### 3.5.1 總累積失敗次數或失敗率

一段期間中實際損失超過估計風險值的比率是評估風險值準確性的重要方法。本文以實際損失大於風險值估計值則記為失敗，而每次失敗發生時則給定數值為1，其他情況則為0。並加總整個樣本期間每日實際發生損失值超過風險值估計的失敗次數，求得總失敗次數與失敗率。若估計的失敗率越接近所訂之顯著水準，則表示預測風險越正確。

#### 3.5.2 平均失敗誤差

一般普遍以失敗率作為評估風險值模型在失敗次數方面的準確性，但通常忽略失敗的誤差大小是影響風險值估計準確與否的另一項重要指標。對風險管理者而言，需要在失敗次數方面預測準確並且更重要的是當失敗發生時誤差較小，也就是能降低未預期損失的風險衡量工具。因此，本文進一步比較當失敗發生時，估計風險值與實際損失的平均誤差。當平均誤差越小，表示失敗時的未預期損失較小。

#### 3.5.3 Kupiec (1995) 檢定法

##### (1) 非條件涵蓋比率的檢定

本研究採用Kupiec(1995) 的非條件涵蓋比率以及條件涵蓋比率的檢定方式來評估模型的績效。Kupiec (1995) 非條件涵蓋比率的檢定方法是基於二項分配所導出的一個概似比統計量  $LR_{PF}$ ，檢定實際失敗比率是否符合事前設定的信賴水準。在樣本數為  $T$ ，失敗次數為  $x$  的二項

機率  $\binom{T}{x}(1-c)^{T-x}c^x$  下，風險值的估計必須滿足非條件涵蓋比率  $c$  等於事先設定的涵蓋水準  $c_0$ ，

即檢定虛無假設  $H_0 : c = c_0$ ，概似比統計量  $LR_{PF}$  為服從自由度為1之  $\chi^2$  分配：

$$LR_{PF} = -2 \ln \left[ (1 - c_0)^{T-x} c_0^x \right] + 2 \ln \left[ (1 - (x/T))^{T-x} (x/T)^x \right] \quad (16)$$

## (2) 條件涵蓋比率的檢定

Kupiec (1995) 條件涵蓋比率檢定法是檢定到達第一次失敗的觀測次數 (the time until first failure) 是否與理論次數相符合的條件檢定法。在虛無假設失敗率  $c = c_0$ ，檢定統計量  $LR_{TUFF}$  為：

$$LR_{TUFF} = -2 \ln \left[ (x/T)(1 - x/T)^{\tilde{T}-1} \right] + 2 \ln \left[ (1/\tilde{T})(1 - 1/\tilde{T})^{\tilde{T}-1} \right] \quad (17)$$

其中， $\tilde{T}$  表第一次出現失敗前的觀測數目， $LR_{TUFF}$  統計量服從自由度為1之  $\chi^2$  分配。

## 4. 實證研究

### 4.1 資料來源與統計分析

本研究以美國紐約那斯達克指數、美國紐約史坦普爾500指數、美國道瓊工業平均指數及德國法蘭克福商銀指數為實證對象，評估本研究的投資組合風險值估計模型的準確性。本文在計算股價指數變動的方法為  $R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$ ，其中  $R_t$  表第  $t$  期股價指數報酬率， $P_t$  表第  $t$  期股價指數。股價指數資料取自教育部AREMOS資料庫。整個研究期間為1992年6月15日至2002年4月30日為止。

表1為4種股價指數與投資組合日報酬率之統計檢定量摘要，包括平均數、標準差、偏態係數、峰態係數以及Jarque-Bera檢定等。由平均報酬率檢定結果，顯示4種股價指數報酬率的平均日報酬均略高於0，但不顯著。又由偏態係數、峰態係數以及Jarque-Bera統計量的檢定結果，顯示4種股價指數報酬資料皆不符合常態分配而呈現厚尾的高狹峰分配，隱含資料型態適合以極值理論探討尾部行為。此外，Ljung and Box (1978) 的Q統計量檢定結果，顯示股價指數報酬率與股價指數報酬率平方序列資料具有自我相關的特性，即報酬與報酬波動呈現序列相關。由於報酬資料具有顯著序列相關的特性，在運用極值理論進行尾部指數估計時此類型資料將會違反來

表1 各股價指數日報酬統計檢定量摘要

資料	美國紐約那斯達克指數	美國紐約史坦普爾500指數	美國道瓊工業平均指數	德國法蘭克福商銀指數	投資組合	
平均數	0.000438	0.000388	0.000437	0.000371	0.000411	
標準差	0.016933	0.010174	0.010395	0.013895	0.010253	
最小值	-0.101684	-0.071127	-0.095471	-0.112863	-0.062965	
最大值	0.132546	0.0506963	0.071666	0.119383	0.057999	
偏態	-0.011825	-0.263371**	-0.687724**	-0.283433**	-0.222233**	
峰態	8.834355**	7.615118**	12.17843**	11.51304**	7.223836**	
Jarque-Bera	3518.912**	2235.893**	8932.960**	7540.156**	1821.873**	
Ljung-Box	Q(12)	39.30**	35.84**	32.45**	29.08**	50.04**
	Q <sup>2</sup> (12)	38.65**	33.78**	29.66**	27.98**	49.44**

註：(1) \*\*表示在1%顯著水準下顯著，\*表示在5%的顯著水準下顯著。

(2) Q與Q<sup>2</sup> 分別表示報酬序列資料與報酬平方項序列資料Ljung-Box統計檢定量。

(3) “投資組合”表示投資相同權重於美國紐約那斯達克指數、美國紐約史坦普爾500指數、美國道瓊工業平均指數及德國法蘭克福商銀指數。

自獨立且同分配的理论假設。因此，本文進一步利用GARCH模型配適原始報酬序列得到*i.i.d.*的標準化殘差序列，再以極值理論估計厚尾之分配型態。

表2為假設報酬為標準常態分配及student-*t*分配下，利用GARCH模型所獲得標準化殘差序列之統計檢定量摘要。由偏態與峰態係數的檢定值，顯示各股價指數分別以GARCH-*n*與GARCH-*t*配適後的標準化殘差序列顯著呈現偏態以及高狹峰厚尾分配的特性；另外，Jarque-Bera統計量的檢定結果，亦顯示所有股價指數考慮GARCH效果後的標準化殘差序列拒絕常態分配的假設。比較表1及表2，發現標準化殘差序列分配與原報酬分配皆呈現顯著高狹峰厚尾之非常態分配的特性。此外，標準化殘差序列的Q統計量檢定結果皆呈現不顯著，顯示考慮GARCH效果後的股價指數標準化殘差與股價指數標準化殘差平方序列資料已經不具序列相關的特性。

表3是利用擴展型Dickey and Fuller (1979, 1981) 以及Phillips and Perron (1988) 兩種單根檢定結果，顯示原始報酬與考慮GARCH效果後標準化殘差資料皆為平穩序列。以下本文將利用修正的Hill估計式進行尾部指數估計，並將尾部指數的估計結果應用到各資產成份風險值與投資組合風險值的計算。

表4為4種股價指數利用修正的Hill估計式估計標準化殘差序列左尾部指數的實證結果。本文估計左尾尾部指數的樣本資料是指全部樣本中低於平均數之負報酬資料。所有左尾尾部指數估計值皆大於0 (介於0.1309~0.3058)，顯示標準化殘差序列屬於具有厚尾特性的Frechet分配，亦即其左尾極值分配較常態分配為厚。根據Koedijk *et al.* (1990) 的研究，當尾部型態 (尾部指數的倒

表2 標準化殘差統計檢定量摘要：GARCH- $n$ 模型與GARCH- $t$ 模型

資料	美國紐約那 斯達克指數	美國紐約史坦 普爾500指數	美國道瓊工 業平均指數	德國法蘭克 福商銀指數
GARCH- $n$				
偏態	-0.303572**	-0.404650**	-0.247252**	-0.773598**
峰態	4.474882**	4.686614**	6.020828**	14.77037**
Jarque-Bera	262.9759**	362.6496**	971.7402**	14598.56**
Ljung-Box	Q(12)	13.79	17.10	8.23
	Q <sup>2</sup> (12)	13.79	17.03	8.13
GARCH- $t$				
偏態	-0.305271**	-0.331954**	-0.441499**	-0.848313**
峰態	4.584205**	6.579620**	4.914044**	16.26150**
Jarque-Bera	297.9751**	1374.045**	460.4317**	18507.64**
Ljung-Box	Q(12)	13.59	16.60	8.09
	Q <sup>2</sup> (12)	13.70	16.71	8.38

註：GARCH- $n$ 與GARCH- $t$ 分別表示假設報酬為常態分配與student- $t$ 分配下的GARCH模型。本文估計GARCH模型時，以Berndt *et al.* (1974) 的BHHH演算法求解參數。

表3 標準化殘差序列單根檢定表

時間序列	檢定方法	ADF	PP
GARCH- $n$ 過濾後標準化殘差			
美國紐約那斯達克指數		-22.80468**	-49.64506**
美國紐約史坦普爾500指數		-23.23046**	-50.33695**
美國道瓊工業平均指數		-23.56847**	-49.61512**
德國法蘭克福商銀指數		-21.61749**	-50.21737**
GARCH- $t$ 過濾後標準化殘差			
美國紐約那斯達克指數		-22.88527**	-49.84074**
美國紐約史坦普爾500指數		-22.88385**	-49.04759**
美國道瓊工業平均指數		-22.83950**	-49.00524**
德國法蘭克福商銀指數		-21.64997**	-50.30409**

註：(1)ADF為Dickey 與 Fuller (1979, 1981) 方法。PP表示Phillips與Perron (1988) 方法。ADF與PP檢定落後階數是依SBC (Schwartz Bayesian Criterion) 值之最小值所決定。

(2)\*\*表示在1%顯著水準下顯著。

表4 標準化殘差序列左尾部指數估計

	美國紐約那 斯達克指數	美國紐約史坦普爾 500指數	美國道瓊工 業平均指數	德國法蘭克福商 銀指數
GARCH- $n$ 過濾後	0.158589	0.210230	0.220637	0.233213
GARCH- $t$ 過濾後	0.162419	0.211423	0.231958	0.240175

數) 介於0~2時屬於柏拉圖穩定 (Pareto Stable) 分配；當尾部型態大於2時則屬於 $t$ 分配。因此由尾部指數的估計結果可知，標準化殘差序列資料的分配型態皆漸近於 $student-t$ 分配。

## 4.2 實證結果分析

### 4.2.1 成份風險值的分析

本文應用Huisman *et al.* (1998) 的VaR- $x$ 法將尾部指數運用於1日風險值的計算，其中動態尾部指數的估計是以500筆資料為移動窗口預測條件尾部指數與模型參數，並進而根據(6)式與(5)式得到各資產的成份風險值與投資組合風險值。為簡化模型的複雜性以達清楚說明的目的，本文假設原始投資於各資產的權重是相同的。

圖1為在99.5%信賴水準下，各資產成份風險值佔投資組合風險值百分比的序列圖。觀察圖1我們發現各個資產成份風險值對於投資組合風險值的貢獻率變動非常大，且各序列間互有消長。平均而言，美國紐約那斯達克指數的貢獻率最高，約為32%；美國紐約史坦普爾500指數與美國道瓊工業平均指數的貢獻率次之，約為24%；德國法蘭克福商銀指數的貢獻率約為20%。然而，各資產成份風險值對於投資組合風險值的貢獻率隨著各資產的風險來源，而有極大的變動。表5為根據圖1列出各資產之前5大貢獻率，以及與其相對應之日期與投資組合風險值。觀察表5我們發現美國紐約那斯達克指數以及德國法蘭克福商銀指數的貢獻率曾高達50%左右，以美國紐約那斯達克指數為例：其成份風險值對於整體投資組合風險值的貢獻率在2000/1/3與2001/1/8前後，曾經高達55%與53%，亦即來自美國那斯達克股價指數的風險佔投資組合風險來源的一半以上。又我們可以看到在表5中，特定資產在特定年度的貢獻率特別大，例如：美國紐約那斯達克指數集中於2000年以及2001年。此時，投資組合經理人可依此資訊動態調整各資產的權重，例如在2000年降低美國那斯達克股價指數的投資權重，以減少投資組合風險過度集中於單一資產。因此，本文提出之成份風險值分析方法，可以在計算投資組合風險值的過程中即可得到各資產對於投資組合風險值的貢獻率，經理人可依此資訊進行動態風險控管。亦即除了消極的預測未來的可能損失以提早提存準備外，更可積極分析風險來源進行動態的投資部位調整以降低整體投資組合風險。

### 4.2.2 投資組合風險值的準確性分析

由上一節透過成份風險值的分析，可瞭解各資產對於投資組合風險值的貢獻，而可作為動態風險控管的重要資訊。接者本節將進一步評估此投資組合風險值模型的準確性，探討此投資組合風險值新估計模型是否為一準確之風險值估測模型。本文以目前廣泛被使用的RiskMetrics方法進行1日風險值估計準確性的比較。驗證的準則為在95%、96%、97%、97.5%、98%、98.5%、99%、99.5%與99.9%等九種信賴水準下，以失敗率、平均失敗誤差以及Kupiec (1995) 檢定等指標評估投資組合新估計模型的準確性。

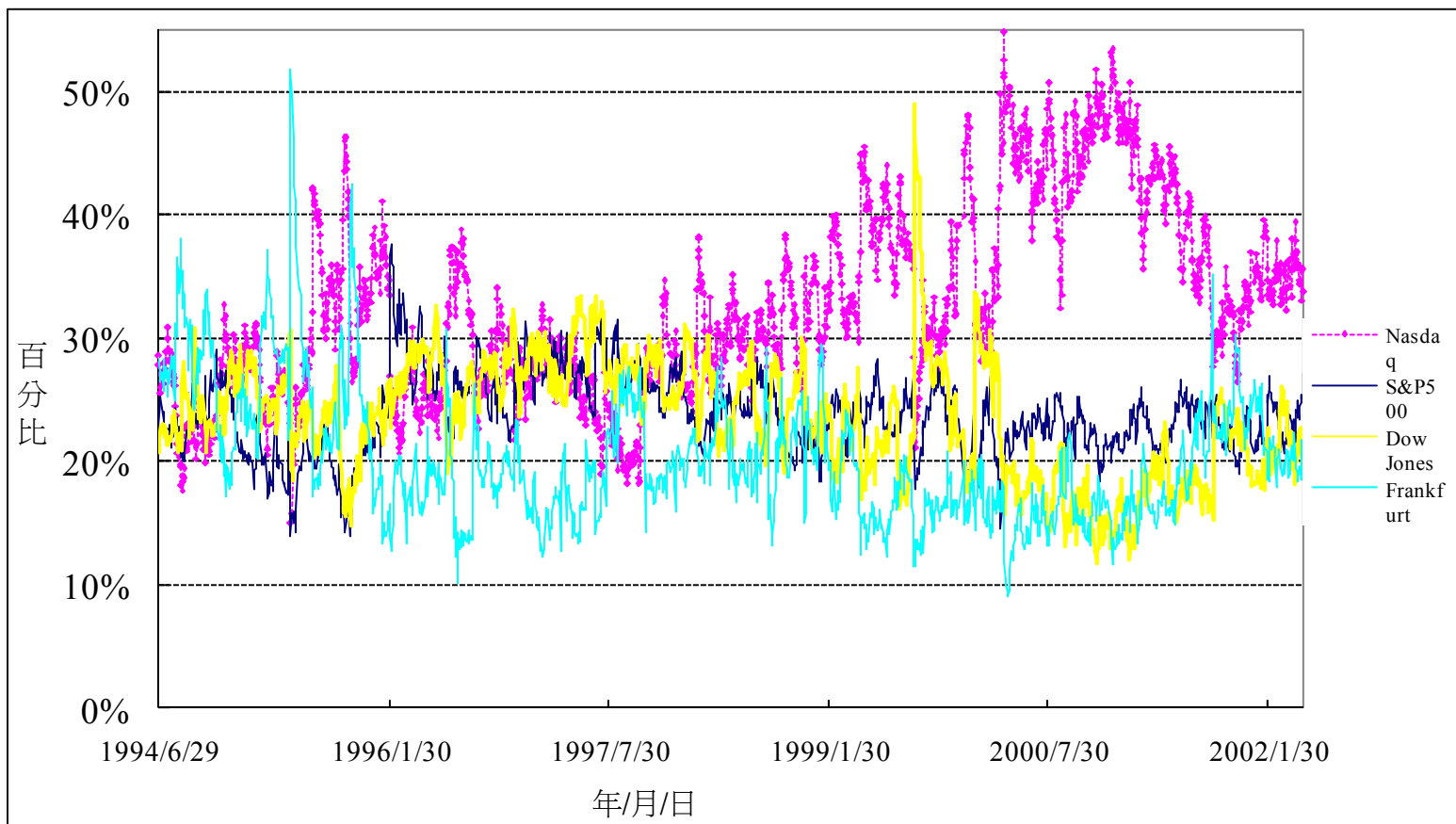


圖1 各資產成份風險值佔投資組合風險值貢獻率序列圖

表5 各資產成份風險值佔投資組合風險值之前5大貢獻率

投資組合	美國紐約那斯達克指數		美國紐約史坦普爾500指數		美國道瓊工業平均指數		德國法蘭克福商銀指數		
	風險值	成份風險值 貢獻率	成份風險值	貢獻率	成份風險值	貢獻率	成份風險值	貢獻率	
以美國紐約那斯達克指數之前五大貢獻率排序									
2000/4/13	-0.0524	-0.0287 55%	-0.0088	17%	-0.0082	16%	-0.0067	13%	
2001/1/8	-0.0646	-0.0345 53%	-0.0141	22%	-0.0085	13%	-0.0075	12%	
2001/1/5	-0.0609	-0.0323 53%	-0.0124	20%	-0.0079	13%	-0.0082	13%	
2001/1/4	-0.0613	-0.0324 53%	-0.0122	20%	-0.0083	13%	-0.0084	14%	
2000/4/14	-0.0520	-0.0273 53%	-0.0099	19%	-0.0085	16%	-0.0062	12%	
以美國紐約史坦普爾500指數之前五大貢獻率排序									
1996/1/31	-0.0241	-0.0062 26%	-0.0090	38%	-0.0058	24%	-0.0031	13%	
1996/1/30	-0.0238	-0.0064 27%	-0.0087	37%	-0.0054	23%	-0.0033	14%	
1996/2/1	-0.0234	-0.0059 25%	-0.0086	37%	-0.0056	24%	-0.0033	14%	
1996/2/2	-0.0223	-0.0058 26%	-0.0080	36%	-0.0054	24%	-0.0031	14%	
1996/2/5	-0.0215	-0.0053 25%	-0.0077	36%	-0.0053	25%	-0.0032	15%	
以美國道瓊工業平均指數之前五大貢獻率排序									
1999/9/2	-0.0494	-0.0107 18%	-0.0088	22%	-0.0242	49%	-0.0058	12%	
1999/9/1	-0.0522	-0.0116 18%	-0.0093	22%	-0.0253	49%	-0.0060	11%	
1999/9/3	-0.0495	-0.0104 19%	-0.0093	21%	-0.0231	47%	-0.0068	14%	
1999/9/7	-0.0500	-0.0117 18%	-0.0093	23%	-0.0222	44%	-0.0068	14%	
1999/9/8	-0.0482	-0.0114 19%	-0.0092	24%	-0.0211	44%	-0.0065	13%	
以德國法蘭克福商銀指數之前五大貢獻率排序									
1995/5/26	-0.0239	-0.0036 15%	-0.0033	14%	-0.0046	19%	-0.0124	52%	
1995/5/30	-0.0250	-0.0039 16%	-0.0039	16%	-0.0047	19%	-0.0124	50%	
1995/5/31	-0.0249	-0.0051 20%	-0.0037	15%	-0.0046	18%	-0.0115	46%	
1995/10/24	-0.0240	-0.0065 27%	-0.0035	15%	-0.0037	15%	-0.0102	43%	
1995/6/2	-0.0238	-0.0047 20%	-0.0038	16%	-0.0053	22%	-0.0101	42%	

表6為投資組合風險值估計失敗次數與失敗率的統計結果。由表6失敗率的統計數字顯示在97%、97.5%、98%、98.5%、99%、99.5%與99.9%等七種信賴水準下，新估計模型的失敗率皆較RiskMetrics方法接近於理論失敗率。隨著信賴水準的增加新估計模型越加準確，尤其在99.5%和99.9%兩種高信賴水準下新估計模型的失敗率幾乎與理論失敗率一致。顯示新估計模型在高信賴水準下對於極端值有極佳的捕捉能力。

除了以失敗率進行評估外，本文進一步比較模型的平均失敗誤差。平均失敗誤差表示當失敗發生時預測風險值與實際損失的平均誤差，平均失敗誤差越小表示模型愈好。表7顯示投資組合新估計模型的平均失敗誤差在各信賴水準下均較RiskMetrics方法為小，以GARCH- $n$ 模型配適後為例：投資組合新估計模型的平均失敗誤差較RiskMetrics方法在各信賴水準降低的幅度分別為17.27%、19.25%、12.13%、17.52%、16.34%、18.69%、26.20%、11.42%與22.23%。又例如在



表6 投資組合風險值模型失敗率之統計

信賴水準	理論失敗率	RiskMetrics		新估計方法			
		失敗次數	失敗率	GARCH- <i>n</i>		GARCH- <i>t</i>	
				失敗次數	失敗率	失敗次數	失敗率
95.0%	0.05	112	0.058 <sup>a</sup>	138	0.072	137	0.071
96.0%	0.04	102	0.053 <sup>a</sup>	118	0.061	117	0.061
97.0%	0.03	89	0.046	83	0.043	81	0.042 <sup>a</sup>
97.5%	0.025	78	0.041	71	0.037 <sup>a</sup>	71	0.037 <sup>a</sup>
98.0%	0.02	69	0.036	55	0.029 <sup>a</sup>	59	0.030
98.5%	0.015	56	0.029	39	0.020 <sup>a</sup>	40	0.021
99.0%	0.01	43	0.022	26	0.014	25	0.013 <sup>a</sup>
99.5%	0.005	33	0.017	10	0.005 <sup>a</sup>	10	0.005 <sup>a</sup>
99.9%	0.001	17	0.009	1	0.001 <sup>a</sup>	1	0.001 <sup>a</sup>

註：符號<sup>a</sup>表示最接近理論失敗率的估計方法。

表7 投資組合風險值模型失敗誤差之統計

信賴水準	RiskMetrics	新估計方法	
		GARCH- <i>n</i>	GARCH- <i>t</i>
		95%	0.007269
96.0%	0.006967	0.005626 <sup>a</sup>	0.005671
97.0%	0.006728	0.005912 <sup>a</sup>	0.006129
97.5%	0.006914	0.005703 <sup>a</sup>	0.005816
98.0%	0.006927	0.005795	0.005494 <sup>a</sup>
98.5%	0.007378	0.005999	0.005937 <sup>a</sup>
99.0%	0.008019	0.005918 <sup>a</sup>	0.006277
99.5%	0.008173	0.007240	0.007271 <sup>a</sup>
99.9%	0.009460	0.007357 <sup>a</sup>	0.010135

註：符號<sup>a</sup>表示最小相對偏離程度的估計方法。

99%信賴水準下以GARCH-*n*配適後的平均失敗誤差較RiskMetrics方法的平均失敗誤差低0.002101，表示投資金額為1元時，平均失敗誤差低0.002101元。而實務上如果持有投資組合部位一百萬美元，則採用新估計模型將可較RiskMetrics模型減少二千一百零一美元的未預期損失。綜合以上分析可知，投資組合風險值新估計模型可以得到準確的失敗率估計與較低的平均失敗誤差。

表8為以條件涵蓋比率與非條件涵蓋比率檢定RiskMetrics方法與投資組合風險值新估計模型的統計值。由條件涵蓋比率的檢定結果，顯示RiskMetrics方法與投資組合新估計模型皆通過第一次失敗前的觀測次數與理論次數相符合的檢定。值得注意的是在非條件涵蓋比率方面RiskMetrics方法只有95%信賴水準下通過檢測，其他信賴水準下均無法通過。而投資組合新估計

表8 投資組合風險值模型Kupiec檢定結果

信賴水準	模 型	RiskMetrics		新估計方法			
		條件 涵蓋比率	非條件 涵蓋比率	GARCH- <i>n</i>		GARCH- <i>t</i>	
				條件 涵蓋比率	非條件 涵蓋比率	條件 涵蓋比率	非條件 涵蓋比率
95%	卡方值=3.84	2.168 <sup>a</sup>	2.601 <sup>a</sup>	3.312 <sup>a</sup>	16.951	3.266 <sup>a</sup>	16.191
96.0%	卡方值=4.22	1.761 <sup>a</sup>	7.725	2.422 <sup>a</sup>	19.705	2.379 <sup>a</sup>	18.814
97.0%	卡方值=4.71	1.266 <sup>a</sup>	15.047	1.053 <sup>a</sup>	10.081	0.984 <sup>a</sup>	8.625
97.5%	卡方值=5.02	0.884 <sup>a</sup>	16.094	0.663 <sup>a</sup>	9.775	0.663 <sup>a</sup>	9.775
98.0%	卡方值=5.41	0.604 <sup>a</sup>	20.044	0.246 <sup>a</sup>	6.397	0.337 <sup>a</sup>	9.617
98.5%	卡方值=5.92	0.267 <sup>a</sup>	20.355	0.013 <sup>a</sup>	3.261 <sup>a</sup>	0.019 <sup>a</sup>	3.899 <sup>a</sup>
99.0%	卡方值=6.63	0.047 <sup>a</sup>	21.940	0.095 <sup>a</sup>	2.161 <sup>a</sup>	0.070 <sup>a</sup>	1.592 <sup>a</sup>
99.5%	卡方值=7.88	0.003 <sup>a</sup>	34.882	0.360 <sup>a</sup>	0.015 <sup>a</sup>	0.360 <sup>a</sup>	0.015 <sup>a</sup>
99.9%	卡方值=10.83	0.017 <sup>a</sup>	44.046	0.557 <sup>a</sup>	0.540 <sup>a</sup>	0.557 <sup>a</sup>	0.540 <sup>a</sup>

註: 符號<sup>a</sup>表示於各信賴水準之虛無假設下, 檢定結果認為可準確評估風險值者。

模型在98.5%、99%、99.5%與99.9%等高信賴水準下通過檢定。由此可知, 本文所提出的投資組合風險值新估計模型是一個準確的風險值估測模型, 尤其在高信賴水準下, 估計更加準確。

## 5. 結論

最近發展控管極端風險的一個重要觀念—風險值 (Value-at-Risk, VaR), 透過金融資產機率分配的研究, 以掌握極端風險發生的機率以及損失的大小。然而要準確估計金融資產極端風險, 則必須要能夠掌握金融資產具有條件異質變異數與厚尾分配型態的特性。尤其當估計投資組合風險值時, 隨著持有的資產數目愈來愈多時, 估計投資組合風險值的問題就愈加的困難。

本研究提出以成份風險值簡化投資組合風險值估計的方法, 並考慮條件異質變異數下應用極值理論以解決個別資產報酬分配具有厚尾以及異質變異數的問題。首先, 本文利用成份風險值 (Component VaR) 的分析方法, 解析得到可將一個投資組合風險值分解成爲各項資產成份風險值的總和。因此, 估計一個投資組合風險值的問題將可轉化爲估計投資組合中個別資產成份風險值的問題。其次, 在進行個別資產成份風險值估計時, 爲了解決厚尾分配以及異質變異數的問題, 本文先利用GARCH模型配適資產報酬的產生過程以獲得符合*i.i.d.*型態之標準化殘差序列, 然後再利用極值理論法估計由GARCH模型所獲得的厚尾殘差分配的尾部指數, 進而求得個別資產的風險值與成份風險值。最後, 透過加總個別資產成份風險值即可得到整體投資組合的風險值。

本文以四種股價指數作爲實證研究對象, 評估條件異質變異數下, 利用成份風險值與極值的分析方法來估計投資組合風險值的準確性。在失敗率、平均失敗誤差與Kupiec (1995) 檢定等

指標的評估下，實證結果顯示本文所建構的投資組合新估計模型在95%、96%、97%、97.5%、98%、98.5%、99%、99.5%與99.9%等九種信賴水準下皆可以得到準確的風險值估計。本文所提出的條件異質變異下極值與成份風險值的投資組合估計模型，不但簡化了一般投資組合複雜的估計程序，而且實證結果亦證明本文的方法是一個良好的風險值估測模型。本文提出之新估計法可提供大型金融機構或是持有複雜資產部位的基金經理人簡化其投資組合風險值的估計過程。

## 參考文獻

- 林楚雄、陳宜玟，「台灣股票市場風險值估測模型之實證研究」，管理學報，第19卷第4期，民國91年，737-758頁。
- Alexander, C. O., "Orthogonal GARCH," *Mastering Risk*, Vol. 2, 2001, pp. 21-38.
- Bali, T. G., "An Extreme Value Approach to Estimating Volatility and Value at Risk," *Journal of Business*, Vol. 76, 2003, pp. 83-108.
- Barone-Adesi, G., Bourgoin, F., and Giannopoulos, K., "Don't Look Back," *Risk*, Vol. 11, 1998, pp. 100-103.
- Beatriz, V., "Computing Robust Risk Measures in Emerging Equity Markets Using Extreme Value Theory," *Emerging Markets Quarterly*, Vol. 4, 2000, pp. 25-46.
- Berndt, E., Hall, B., Hall, R., and Haussman, J., "Estimation and Inference in Nonlinear Structural Models," *Annals of Economic and Social Measurement*, Vol. 4, 1974, pp. 653-665.
- Billio, M. and Pelizzon, L., "Value-at-Risk: A Multivariate Switching Regime Approach," *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7, 2000, pp. 531-554.
- Bollerslev, T., "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, Vol. 31, 1986, pp. 307-327.
- Bollerslev, T., "Modeling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Approach," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 72, 1990, pp. 498-505.
- Bollerslev, T., Chou, R., and Kroner, K., "ARCH Modeling in Finance: A Selective Review of Theory and Empirical Evidence," *Journal of Econometrics*, Vol. 52, 1992, pp. 5-59.
- Burns, P., "Multivariate GARCH with Only Univariate Estimation," working paper, Burns Statistics, <http://www.burns-stat.com/>, 2005.
- Carroll, R. B., Perry, T., Yang, H., and Ho, A., "A New Approach to Component VaR," *Journal of Risk*, Vol. 3, 2001, pp. 57-65.

- Danielsson, J. and de Vries, C. G., "Tail Index and Quantile Estimation with Very High Frequency Data," *Journal of Empirical Finance*, Vol. 4, 1997, pp. 241-257.
- Dickey, D. and Fuller, W. A., "Distribution of the Estimations for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, 1979, pp. 427-431.
- Dickey, D. and Fuller, W. A., "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Econometrica*, Vol. 49, 1981, pp. 1057-1072.
- Diebold, F., Schuermann, T., and Stroughair, J., "Pitfalls and Opportunities in the Use of Extreme Value Theory in Risk Management," *Journal of Risk Finance*, Vol. 1, 2000, pp. 30-36.
- Engle, R. F. and Kroner, K. F., "Multivariate Simultaneous Generalized ARCH," *Econometric Theory*, Vol. 11, 1995, pp. 122-150.
- Engle, R., "Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models," *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 20, 2002, pp. 339-350.
- Goorbergh, R. V. D. and Vlaar, P., "Value-at-Risk Analysis of Stock Returns Historical Simulation, Variance Techniques or Tail Index Estimation?" [http:// www.gloriamundi.org](http://www.gloriamundi.org), 1999.
- Guermat, C. and Harris, R. D. F., "Robust Conditional Variance Estimation and Value-at-Risk," [http:// www.ssrn.com](http://www.ssrn.com), 2000.
- Hall, P., "Using the Bootstrap to Estimate Mean Square Error and Select Smoothing Parameter in Nonparametric Problems," *Journal of Multivariate Analysis*, Vol. 32, 1990, pp. 177-203.
- Hallerbach, W. G., "Decomposing Portfolio Value-at-Risk: A General Analysis," *Journal of Risk*, Vol. 5, 2002, pp. 1-18.
- Hill, B. M., "A Simple General Approach to Inference about the Tail of a Distribution," *Annals of Statistics*, Vol. 3, 1975, pp. 1163-1174.
- Huisman, R., Koedijk, K., and Pownall, R. A. J., "VaR-x: Fat Tails in Financial Risk Management," *Journal of Risk*, Vol. 1, 1998, pp. 47-61.
- Huisman, R., Koedijk, K., Kool, C., and Palm, F., "Tail-Index Estimates in Small Samples," *Journal of Business & Economic Statistics*, Vol. 19, 2001, pp. 208-216.
- Jansen, D. W. and de Vries, C. G., "On the Frequency of Large Stock Returns: Putting Booms and Busts into Perspectives," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 73, 1991, pp. 18-24.
- Jorion, P., *Value at Risk*, 2th ed., McGraw-Hill, 2000.
- Kearns, P. and Pagan, A., "Estimating the Density Tail Index for Financial Time Series," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 79, 1997, pp. 171-175.

- Koedijk, K., Stork, P., and de Vries, C. G., "Differences between Foreign Exchange Rate Regimes: The View from the Tails," *Journal of International Money and Finance*, Vol. 11, 1992, pp. 462-473.
- Koedijk, K., Schafgans, M., and de Vries, C. G., "The Tail Index of Exchange Rate Returns," *Journal of International Economics*, Vol. 29, 1990, pp. 93-108.
- Kroner, K. F. and Ng, V. K., "Modeling Asymmetric Comovements of Assets Returns," *Review of Financial Studies*, Vol. 11, 1998, pp. 817-844.
- Kupiec, P., "Technique for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Model," *Journal of Derivative*, Vol. 3, 1995, pp. 73-84.
- Ljung, G. and Box, G., "On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models," *Biometrika*, Vol. 65, 1978, pp. 297-303.
- Longin, F. M., "The Asymptotic Distribution of Extreme Stock Market Returns," *Journal of Business*, Vol. 69, 1996, pp. 383-408.
- Mason, D. M., "Laws of Large Numbers for Sums of Extreme Values," *Annals of Probability*, Vol. 10, 1982, pp. 754-764.
- McNeil, A. J. and Frey, R., "Estimation of Tail-Related Risk Measure for Heteroscedastic Financial Time Series: An Extreme Value Approach," *Journal of Empirical Finance*, Vol. 7, 2000, pp. 271-300.
- Morgan, J. P., *Riskmetrics Technical Manual*, New York, 1995.
- Phillips, P. C. B. and Perron, P., "Testing for a Unit Root in Time Series Regression," *Biometrika*, Vol. 75, 1988, pp. 335-346.
- Pictet, O., Dacorogan, M., and Muller, U., "Hill, Bootstrap and Jackknife Estimators for Heavy Tails," working paper, Olsen and Associates, 1996.
- Poon, S., Rockinger, M., and Tawn, J., "Extreme-Value Dependence in Financial Markets: Diagnostics, Models and Financial Implications," *Review of Financial Studies*, Vol. 17, 2004, pp. 581-610.
- Pownall, R. A. and Koedijk, K. G., "Capturing Downside Risk in Financial Markets: The Case of the Asian Crisis," *Journal of International Money and Finance*, Vol. 18, 1999, pp. 853-870.
- Quintos, C., Fan, Z., and Phillips, P. C. B., "Structural Change Tests in Tail Behaviour and the Asian Crisis," *Review of Economic Studies*, Vol. 68, 2001, pp. 633-663.
- Tse, Y. K. and Tsui, A. K. C., "A Multivariate GARCH Model with Time-Varying Correlations," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 20, 2002, pp. 351-362.
- Wagner, N. and Marsh, T. A., "Measuring Tail Thickness under GARCH and an Application to Extreme Exchange Rate Changes," *Journal of Empirical Finance*, Vol. 12, 2005, pp. 165-185.