



宛如來自空無的召喚

數學大師格羅騰迪克的生平（上）

作者 傑克森 Allyn Jackson

翻譯 翁秉仁

重點摘要

/ 格羅騰迪克是二十世紀的數學大師，為代數幾何開啓全新的面貌，數學影響仍方興未艾。

/ 格羅騰迪克早年多舛，與父母顛沛流離。他的數學背景貧乏，一切出於自學，但天資奇高，在苦學深思與師友攻錯下，終於成為一代宗師。

/ 格羅騰迪克以威伊猜想為目標，從範疇論觀點所鑄造的新工具，連結了離散的數論世界與連續的拓樸世界，啓迪了多位費爾茲獎得主的工作。

如果不把科學看成權力和宰制的工具，而是我們物種在時間長河進行的知識探險。每門科學好比和聲一樣，依時更迭，或廣袤，或豐盈。就像順著世代代於焉展露的樂曲，所有主題的精緻對位輪流演奏，宛如來自空無的召喚。

——《收割與播種》20頁

數學家格羅騰迪克（Alexandre Grothendieck）對於與數學有關的事物非常敏銳，能夠深刻感受到數學建築結構中精巧與優雅的面向。以他生平的一些高峰為例，他是法國科學高等研究院（IHÉS）的創辦人之一，1966年又獲得費爾茲獎，光這些就足以保證他躋身二十世紀數學的萬神殿。不過這些細節並不足以掌握格羅騰迪克研究的本質，他的成就根源植於更有生機、更質樸的地方。正如他在長篇回憶錄《收割與播種》（*Récoltes et Semailles*）中所述：「聆聽事物之聲的**專注品質**，陶冶出研究者創造力與想像力的品質。」（黑體為原作者所加，27頁）。如今格羅騰迪克自己的聲音，體現在他的著作裡，也彷彿得透過空無，才能傳到我們的耳中。高齡八十五歲的他，住在法國南部一處偏遠的小村落裡，已經遜世隱居十餘年。

依據密西根大學巴斯（Hyman Bass）的看法，格羅騰迪克的數學觀點，以「宇宙般的廣度」改變了數學的風貌。他的觀點直接被數學所吸收，以致於現在的數學新手很難再想像這個領域以前的模樣。格羅騰迪克留下最深刻印記的領域是代數幾何，他強調發現數學對象之間的關係，可以做為理解數學對象的一種途徑。格羅騰迪克具有極強、甚至可說是超凡絕世的抽象能力，讓他可以從十分廣義的脈絡裡看待問題，而且他能很靈敏精確的運用這份抽象能力。事實上，從二十世紀中葉起，整個代數幾何領域愈來愈抽象和普遍的研究傾向，大部分得歸諸格羅騰迪克的影響。但是，單純為普遍而普遍，可能發展出貧瘠與乏味數學理論的危險，格羅騰迪克卻從未涉身其中。

不同特徵數的代數解形，可以視為無窮的解形扇葉。

概形就是這個神奇的風扇，連結所有可能特徵數的化身。

作者簡介

傑克森現任美國數學學會會訊 *Notices* 的副主編與總主筆，加州大學柏克萊分校數學碩士。她覺得能結合數學和寫作兩個非常不同的領域，面對各種數學課題和數學人物，收穫很大。





格羅騰迪克在二次大戰時的早年生活，充滿混亂和創傷，他也缺乏良好的教育背景。格羅騰迪克如何從這樣困蹇不足的起點脫穎而出，將自己淬煉成當世頂尖數學家的歷程，是一個充滿戲劇性的故事，就如同他在1970年時突然決定離開數學界一樣，當時他的偉大成就正開花結果，而其非凡人格也深深影響這個社群。

早年生活

在我們（高中）的數學書籍裡，我最不滿意的是缺乏（曲線）長度、（曲面）面積、（立體）體積的嚴格定義。我立誓如果有機會，我將填補這個罅隙。

——《收割與播種》3頁

普林斯頓高等研究院的伯瑞爾（Armand Borel）於2003年8月過世，享年80歲。他回憶第一次見到格羅騰迪克，是在1949年11月巴黎的布巴基（Bourbaki）討論班。當時在演講空檔，20幾歲的伯瑞爾正與法國數學界領導人物45歲的厄瑞斯曼（Charles Ehresmann）聊天。伯瑞爾回憶說，當時有一個年輕人大步走近厄瑞斯曼，沒有任何寒暄，就開門見山問說：「你是拓樸群的專家嗎？」厄瑞斯曼不想顯得傲慢，回答說是的，他瞭解一點拓樸群。但是這位年輕人堅持：「但我需要**真正的**專家！」這就是當時的格羅騰迪克，21歲的年紀，魯直而強勢，雖然不完全無禮，但是對社交儀節卻懵然無知。伯瑞爾還記得格羅騰迪克當時的疑問：「是不是所有的局部拓樸群都是大域拓樸群的芽（germ）？」結果伯瑞爾恰巧知道一個反例。格羅騰迪克的疑問顯示，當時他已經以非常普遍的方式在思考數學。

1940年代末的巴黎時光，是格羅騰迪克真正接觸數學研究的開始。在此之前，從他的人生事歷（至少就我們所知），並沒有什麼線索，看得出他

注定將成為數學界的支配人物。格羅騰迪克的家世背景或童年時期的細節，許多都還未知，已知的部分也很粗略。德國明斯特大學的薩爾勞（Winfried Scharlau）正在撰寫格羅騰迪克的傳記，並且已經仔細研究過格羅騰迪克這段時期的經歷。底下格羅騰迪克生平的許多資訊，都自我與薩爾勞的訪談，以及他為了撰寫這本傳記所蒐集的資料[Sch]。

格羅騰迪克父親的姓名可能是亞歷山大·沙比羅（Alexander Shapiro），1889年10月11日，出生於烏克蘭諾弗茲博克夫（Novozybkov）的一個猶太家庭。他是一位無政府主義者，曾經參與二十世紀初沙皇時期的許多起義事件。十七歲被捕後，他設法躲過死刑，卻又多次的逃逸和被捕，最後總共在獄中待了約十年。由於同名同姓，格羅騰迪克的父親經常被誤認為是這些事件中，另一個更知名的激進份子。里德（John Reed）的《震撼世界的十天》曾經描寫後者的事蹟，他最後移居紐約，死於1946年，當時格羅騰迪克的父親已經死了四年。另一樁值得注意的事情是，格羅騰迪克的父親是一個獨臂人。曾於1970年代與格羅騰迪克同居並生下一子的班碧（Justine Bumby）說，格羅騰迪克的父親為了逃避警察追捕，在試圖自殺時失去這條手臂。或許格羅騰迪克自己也無意之間讓有兩位沙比羅的事實更加混淆，舉例來說，IHÉS的卡迪耶（Pierre Cartier）曾在[cartier2]中提到，格羅騰迪克堅持里德書裡有一個角色是他的父親。

1921年，沙比羅離開俄羅斯，終生沒有任何國籍。為了隱藏他的政治過往，他取得一份名為亞歷山大·塔納洛夫（Alexander Tanaroff）的身份證明，餘生都以此為名。他曾經待過法國、德國、比利時，並且和無政府主義者以及其他革命團體常有過往。1920年代中期，他在柏林的激進份子圈認識了格羅騰迪克的母親—韓卡（Johanna（Hanka）Grothendieck）。韓卡1900年8月21日出生於漢堡，家中是路德教派的中產家庭。為了反抗傳統的

教養，她前往當時前衛文化與革命社會運動溫床的柏林。韓卡和沙比羅都想成爲作家，沙比羅終生未發表隻字片語，不過韓卡倒是寫過一些報紙的文章，尤其在1920到1922年間，她曾爲一份名爲《刑枷》（*Der Pranger*）的左翼週報寫稿，那是爲在漢堡社會邊緣生存的娼妓階層伸張權益的報紙。更久之後，韓卡在1940年代晚期寫過一本自傳體的小說《一個女人》（*Eine Frau*），但從未出版。

沙比羅大半生都是一位街頭攝影師，這份工作讓他可以自立更生，避免陷入有違他無政府信仰的雇傭關係。他和韓卡都結過婚，各有一個前婚小孩，她的是女兒，他的則是兒子。格羅騰迪克在1928年3月28日生於柏林，家中除了他的父母，還有韓卡前次婚姻的女兒麥蒂（Maidi），她大格羅騰迪克四歲。家人以及格羅騰迪克後來的親近朋友都稱他爲舒利克（Schrik），他父親的小名則是沙夏（Sascha）。雖然格羅騰迪克從未見過他的異母哥哥，但他將自己1980年代的手稿《尋堆》（*A La Poursuite des Champs*）獻給哥哥。

1933年納粹掌權後，沙比羅從柏林逃亡到巴黎，該年十二月，韓卡決定跟隨丈夫，因此將兒子託付給漢堡附近布蘭肯奈西（Blankenese）的一個寄養家庭，女兒麥蒂則留在一個照顧殘障兒童的機構，雖然麥蒂並非殘障（《收割與播種》427-473頁）。寄養家庭的家長名叫亥東（Whihelm Heydorn），其精彩一生可以從他的傳記《我只是一個人》（*Nur Mensch Sein!*）[Heydorn]上看出來。書中有一張格羅騰迪克1934年時的照片，而且簡短的提到他。亥東曾經是路德教派的牧師，也當過軍官。他後來離開教職，轉任小學老師與Heilpraktiker（在今天可大略譯成另類療法治療師）。1930年，亥東建立一個具有理想色彩的政黨—「人性黨」（*Menschheitspartei*），被納粹視爲非法政黨。亥東自己有四個小孩，而且在這個日後導致二次大戰的混亂時期裡，他和太太達格瑪（Dagmar）依循基督

教的理念，還另外收容了好幾位被迫和家人分開的寄養小孩。

格羅騰迪克從五歲到11歲，在亥東家待了五年，而且還上過學。在達格瑪的回憶錄中，提到小格羅騰迪克的個性十分隨性、絕對誠實，但缺乏自制。在這段時期，格羅騰迪克很少收到母親的來信，父親更無隻字片語。雖然韓卡在漢堡還有親戚，但是從來沒有人探訪過她的兒子。格羅騰迪克在《收割與播種》（473頁）中提到，和父母的遽然分離造成他莫大的創傷。薩爾勞懷疑小格羅騰迪克在亥東家裡過得並不快樂，由於他從小生長在無政府主義家長建立的自由家庭，亥東家比較嚴格的氣氛也許會造成雙方的摩擦。事實上，格羅騰迪克和亥東家附近的幾個家庭反而比較親近，即使成年之後，他還長年與他們通信。格羅騰迪克也曾給亥東家寫過信，並曾經造訪漢堡數次，最近的一次是在1980年代中期。

1939年的戰爭迫在眉睫，亥東家受到的政治壓力愈來愈大，他們無法再收容寄養小孩。格羅騰迪克的情形更麻煩，因爲他長得就像猶太人。當時他父母的確切地址不詳，但達格瑪寫信給漢堡的法國領事館，設法將消息傳達給在巴黎的沙比羅，以及在尼姆（Nîmes）的韓卡。一旦聯絡上後，11歲的格羅騰迪克立刻被送上從漢堡開往巴黎的火車。他在1939年五月他和父母重聚，在戰爭之前共度了一段很短的時光。

我們並不很清楚格羅騰迪克留在漢堡的期間，他父母的工作是什麼。不過他們在政治上仍然很活躍，曾經一起到西班牙參與西班牙內戰，並在佛朗哥獲勝後，隨眾人一起逃回法國。由於他們的政治活動，韓卡和她先生在法國被視爲危險的外國人。格羅騰迪克和他的父母重聚後不久，沙比羅就被送到勒凡內（Le Vernet）的集中營，這是當時法國情況最粗劣的集中營，他可能從此就沒再見過妻兒。1942年八月，沙比羅被法國當局遞解到奧許維茨（Auschwitz）集中營，並在該地遇害。至於格



羅騰迪克的姊姊麥蒂在這段時間的情況不明，不過她最後嫁給一位美國軍人，移民美國，幾年前才過世。

1940年，韓卡和兒子被送入曼德（Mende）附近的里奧克羅（Lieucros）集中營，就集中營而言，這裡算是情況比較好的，他們允許格羅騰迪克到曼德上中學。儘管如此，這仍然是一段精神被剝奪又不確定的歲月。格羅騰迪克曾經告訴班碧，他和母親有時會受到法國人的漠然迴避，他們不知道韓卡也反納粹。格羅騰迪克曾經逃離集中營，想要刺殺希特勒，不過很快就被抓回去。班碧說：「這很可能要了他的命。」格羅騰迪克身強體壯，也是一名拳擊好手，在這段時遭欺凌的時光裡非常有用。

兩年後，這對母子被迫分離。韓卡被送到另一個集中營，她的兒子最後流落到法國的尚邦（Le Chambon-sur-Lignon）。當地的新教牧師楚洛克密（André Trocmé）將這個山區度假小鎮，變成抵抗納粹的頑強據點，成為保護猶太人與其他戰亂受害者的避風港[Hallie]。格羅騰迪克住在當地一個瑞士機構支持的兒童之家，他就讀於當地教育年輕人的賽佛諾（Cévenol）中學，並且通過法國高中會考（baccalauréat）。雖然尚邦人的英雄行徑保障了流亡者的安全，但是當時的生活仍然不很穩定。在《收割與播種》中，格羅騰迪克提到由於當局定期搜捕猶太人，他和同學常要疏散到森林中躲幾天。

格羅騰迪克也談過他在曼德和尚邦的學校生活。儘管他的年輕歲月顛沛流離，生活困頓，格羅騰迪克顯然從小就有強烈的內在方向感。在數學課中他從不依賴老師，學會自行分辨深淺與對錯。他覺得課本中的習題太多重複，呈現的方式又孤立於其真正的意義。格羅騰迪克寫道：「這是書本的問題，不是我的問題」。不過一旦有個問題攫取他的注意，他還是會完全投入，廢寢忘食。（《收割與播種》3頁）

從蒙貝里耶、巴黎到南錫

舒拉先生[我的微積分老師]確定的告訴我，二十或三十年之前，數學最後的問題已經被某個叫勒白格（Lebesgue）的人給解決了。他發展了一門測度與積分的理論（多麼有趣的巧合！），為數學劃下了句點。

——《收割與播種》4頁

1945年五月，歐洲的戰事結束了，當時格羅騰迪克17歲。他和母親搬到麥沙革（Maisargues），這是蒙貝里耶（Montpellier）城外產酒區的一處小村莊。格羅騰迪克進入蒙貝里耶大學就讀，兩人靠著大學獎學金以及葡萄豐收期的季節零工來維生，韓卡也有一份打掃的工作。格羅騰迪克上課的時間愈來愈短，因為他發現老師總是照本宣科，重複教科書上的說法。根據丟東涅（Jean Dieudonné）的說法，當時的蒙貝里耶「在數學教學上，是法國最落後的大學之一。」[D1]

在這個沉悶的環境裡，格羅騰迪克三年的蒙貝里耶大學生活，都花在填補高中教科書的缺陷上，想要補足長度、面積、體積的恰當定義。基本上，他一個人重建了整個測度論與勒白格積分的概念。這段故事是格羅騰迪克和愛因斯坦的眾多相似處之一。愛因斯坦年輕時，也曾自行發展統計物理的概念，後來他才知悉吉布斯（Josiah Gibbs）已經先發現了。

1948年，格羅騰迪克拿到蒙貝里耶大學的理學士學位，隨後前往法國數學的中心——巴黎。1995年，在一篇談論格羅騰迪克的法國雜誌文章中[Ikonoff]，一位名為馬尼（Andre Magnier）的法國教育官員回憶，當時格羅騰迪克申請前往巴黎的獎學金的情形。馬尼要求格羅騰迪克描述他在蒙貝里耶的研究課題。雜誌引述馬尼的話說：「我十分震驚。結果本來二十分鐘的會面，他用了兩個鐘頭，不停跟我說明他如何用『手邊僅有的工具』，重建別人

花幾十年發展的理論，他展現了非凡的聰慧。」馬尼補充說：「格羅騰迪克除了給人卓越青年的印象外，也顯露出因為受苦與匱乏而較不平衡的一面。」馬尼隨即推薦格羅騰迪克取得獎學金。

格羅騰迪克的微積分老師舒拉（Soula）推薦格羅騰迪克前往巴黎，並和他的老師卡當聯絡。至於這位「卡當」，是當時年近八十的埃里·卡當（Élie Cartan），還是他四十幾歲的兒子昂利·卡當（Henri Cartan），格羅騰迪克並不清楚（《收割與播種》19頁）。當他1948年秋天到達巴黎後，格羅騰迪克向數學家解釋他在蒙貝里耶的研究。正如舒拉已經告訴他的，這些都是已知的結果，但是格羅騰迪克並不失望。事實上這段年輕孤立的努力經驗，對他成為數學家似乎頗為關鍵。在《收割與播種》中，格羅騰迪克談起這段期間說：「不知不覺的，我從孤獨中已經學習到成為數學家的根本要素，這不是任何老師可以教出來的。沒有人告訴我，但我就是『全心』知道自己是數學家，是『做』數學的人，就和『做』愛的『做』意義十足相當。」（《收割與播種》5頁）

格羅騰迪克開始參加昂利·卡當在法國高等師範學院的著名討論班。這個討論班承襲了一種格羅騰迪克日後也將衷心奉行的模式，參與者在全年課程中檢視一個主題，然後再將課程內容有系統的整理出版。1948-1949年的主題是單體（simplicial）代數拓撲和層論（sheaf theory），這是當時最前沿的課題，在法國還沒有其他地方可以學習到[D1]。事實上，當時離勒黑（Jean Leray）建立層的概念還沒多久。在卡當討論班，格羅騰迪克首次認識了許多當代最傑出的數學家，包括薛瓦雷（Claude Chevalley）、德沙特（Jean Delsarte）、丟東涅、古德蒙（Roger Godement）、史瓦茨（Laurent Schwartz）、威伊（André Weil），其中也包括了卡當的學生塞爾（Jean-Pierre Serre）。另外，除了卡當討論班，格羅騰迪克還上了勒黑在法蘭

西學院開的課程，內容是當時很新穎的局部凸空間（locally convex space）。

昂利·卡當既是幾何學家埃里·卡當的兒子，本身又是傑出的數學家，再加上身任高等師範學院的教授，他無疑是巴黎菁英數學家圈的中心人物。昂利·卡當也是戰後願意向德國同僚伸出友誼之手的少數法國數學家，儘管他對戰爭的恐怖其實有著切身之痛，因為他參與抵抗運動的弟弟，被納粹逮捕斬首。昂利·卡當和當時的許多頂尖數學家享有共同的背景，就像厄瑞斯曼、勒黑、薛瓦雷、德沙特、丟東涅、威伊一樣，都是「師範人」，他們都畢業於法國高等師範學院，這是法國高等教育中聲望最高的學府。

在卡當討論班中，格羅騰迪克就像是一個局外人。他說德語卻住在戰後的法國，而且他貧乏的教育背景和這群人形成尖銳的對比。不過在《收割與播種》中，格羅騰迪克說，他在這種環境中並沒有感覺像陌生人，並對他獲得的「善意歡迎」充滿溫暖的回憶（19、20頁）。他直言無諱的個性很引人側目，在塞夫（Jean Cerf）為卡當百年大壽寫的紀念文章中，他回憶當時的卡當討論班裡，「有一個陌生人（就是格羅騰迪克）從教室後方和卡當自由交談，就像是同輩一樣。」[Cerf]格羅騰迪克寫說他可以任意發問，但也發覺自己必須辛苦學習的東西，旁人卻好像瞬間就能掌握運用，「好像他們在搖籃中就已經知道了似的。」（《收割與播種》，6頁）可能部分出自這個原因，在卡當和威伊的忠告下，格羅騰迪克1949年10月離開了巴黎的菁英圈，前往步調比較緩慢的南錫（Nancy）。另外，根據丟東涅的說法，格羅騰迪克當時對拓撲向量空間的興趣多過代數幾何，因此前往南錫是再自然不過了。[D1]



南錫的學徒生涯

……關愛之情到處洋溢著……1949年在南錫，當我第一刻踏入洛宏（Laurent）與海倫（Hélène）的史瓦茨家時，我就感受到這份關愛（就像他們的家人一樣），還有丟東涅家，還有古德蒙家（那也是我當時經常逗留的地方）。當我第一步踏入數學世界時，圍繞著我的這些關心溫暖，雖然我時而想忘卻，對我的數學家生涯卻很重要。

——《收割與播種》42頁

1940年代晚期，南錫是法國最優秀的數學中心之一。事實上，虛構數學家「布巴基」（Nicolas Bourbaki）據說出身於「南加哥」（Nancago）大學，這個名稱的組合，一方面表示威伊的芝加哥（Chicago）時期，同時也對應到布巴基其他成員所在的南錫大學。這些南錫的教授包括了德沙特、古德蒙、丟東涅與史瓦茨，格羅騰迪克的南錫同學則有里翁（Jacques-Louis Lions）和馬盧格宏日（Bernard Malgrange），他們和格羅騰迪克一樣都是史瓦茨的學生。另外還有22歲來自巴西的黎賓波因（Paulo Ribenboim），他和格羅騰迪克幾乎同時到達南錫。

黎賓波因現在是加拿大安大略女王大學的退休教授，根據他的說法，當時南錫的研究步調不像巴黎那麼激昂，教授也可以有更多時間和學生相處。黎賓波因說他的印象中，格羅騰迪克是因為缺乏背景，無法跟上要求甚高的卡當討論班，才來到南錫。這並不是格羅騰迪克自己說的，黎賓波因評論：「他不是會承認自己不懂的傢伙！」。不過，格羅騰迪克卓越的天分十分明顯，黎賓波因記得自己把他當作理想的典範。雖然格羅騰迪克的情緒可能非常激切，言行有時更是粗魯。黎賓波因回憶說：「但他不是苛刻，而是對自己和他人要求甚高。」格羅騰迪克身邊幾乎沒

有書，比起透過閱讀學習，他寧願自己把理論重建起來。同時，格羅騰迪克工作十分勤奮，黎賓波因記得史瓦茨有次告訴他，你看起來像是善良又平衡的年輕人，你應該跟格羅騰迪克交交朋友，試著不要讓他只知道用功。

當時丟東涅和史瓦茨在南錫主持拓樸向量空間的討論班。丟東涅在[D1]裡解釋說，當時巴拿赫空間（Banach space）與其對偶空間的理論已經很清楚，但是局部凸空間則是一個新概念，關於其對偶性的一般理論還付之闕如。丟東涅和史瓦茨在這個領域的研究上，遇到一系列的問題，他們決定把這些難題轉交給格羅騰迪克。結果讓他們大吃一驚，因為幾個月之後，格羅騰迪克就將所有問題都解決了，還有餘裕去繼續研究其他泛函分析的問題。丟東涅寫著：

「1953年，到了要授予他博士學位的時候，我們必須從他的六篇論文中選擇一篇，他的每篇文章都足以當做一篇好博士論文。」結果被選出來的博士論文是〈拓樸張量積與核空間〉（Produits tensoriels topologiques et espaces nucléaires），這篇論文首次顯示了格羅騰迪克一般性思考的跡象，這是他全部作品的特徵。核空間的概念首次出現在這篇論文中，日後有著廣泛的應用。1954年，史瓦茨在巴黎一次名為「格羅騰迪克張量積」（Les produits tensoriels d'après Grothendieck）的討論班中介紹了格羅騰迪克的新結果[Schwartz]。至於格羅騰迪克的論文，則於1955年在美國數學學會的《紀要叢書》（Memoirs）出版，到了1990年，已經重印了七次。[Gthesis]

格羅騰迪克的泛函分析研究「真的非常傑出。」美國加州大學洛杉磯分校的艾夫羅斯（Edward Effros）說：「他也許是第一位意識到，二次大戰後才茁壯的代數/範疇方法，可以運用到這個非常解析性的泛函分支的人。」格羅騰迪克在某種意義上是領先於他的時代。艾夫羅斯特別指出，主流巴拿赫空間理論花了至少15年的時間，才充分

吸收格羅騰迪克的研究內容，部分原因是大家對他較為代數的觀點有所遲疑。不過艾夫羅斯說，格羅騰迪克的影響在近年來開始發酵，這是因為格羅騰迪克的範疇論觀點非常適合討論巴拿赫空間的「量子化」。

雖然格羅騰迪克的數學研究蓄勢待發，前景頗為看好，但他的私人生活並不安定。在南錫，他和母親住在一起，黎賓波因記得她常常因為結核病發而臥病在床，這是她在集中營時感染的疾病。大約就是在這個時候，格羅騰迪克的母親正撰寫她的自傳性小說《一個女人》。格羅騰迪克與母親租住公寓的房東是一個年紀比他稍長的女人，兩人發生關係，並生下格羅騰迪克的第一個小孩，這個男孩名叫瑟吉（Serge），大半都由母親撫養。即使格羅騰迪克已經拿到博士學位，他想找到終身職的希望仍然很渺茫，因為格羅騰迪克沒有任何國籍，在當時的法國，非公民想找到終身職十分困難。但想取得法國國籍，又必須服兵役，這是格羅騰迪克絕對排斥的事情。1950年後，格羅騰迪克透過法國國家科學研究中心（CNRS）找到一份工作，不過這個工作比較像是獎助金，而不是終身職。有段時間，格羅騰迪克甚至還考慮學習木工來賺錢。（《收割與播種》1246頁註）

1952年，史瓦茨訪問巴西，告訴當地人他有一位聰穎的年輕學生，在法國找不到工作。於是巴西聖保羅大學提供格羅騰迪克訪問教授職，格羅騰迪克在1953到1954年間赴任。美國羅格斯大學的退休教授巴洛斯奈托（José Barros-Neto），當時在聖保羅大學還是學生，根據他的說法，格羅騰迪克當時還做了特別的安排，好讓他在秋季可以回到巴黎參加討論班。巴西數學社群的第二外國語是法語，因此格羅騰迪克教書以及和同事交談都沒有問題。格羅騰迪克的聖保羅之行，其實是法國和巴西科學合作傳統的一環。除了史瓦茨之外，威伊、丟東涅，以及德沙特都曾經在1940年代或1950年代訪問巴西。例如威伊曾經在1945年一月訪問聖保羅，直到1947年秋季才離開，前往芝加哥大學。法國和巴西的數學聯結直到

今天仍然持續。里約熱內盧的巴西純粹與應用數學院（IMPA）有一份法巴合作協議，讓許多法國數學家可以到該院訪問。

在《收割與播種》中，格羅騰迪克將1954年稱為「疲累的一年」（163頁）。他一整年都沒辦法在拓樸向量空間的逼近問題上取得任何進展，這個問題要在大約二十年後才被解決，而且方法和格羅騰迪克試圖採取的辦法不一樣。格羅騰迪克寫道，這是「我一生中，研究數學變得如此沉重的唯一時刻。」他從這個挫折學到一個教訓，「別將雞蛋擺在一個籃子裡。」在腦袋中要多放幾個數學問題，如果有個問題冥頑不靈，還有別的問題可以做。

聖保羅大學的教授宏尼戈（Chaim Honig）在格羅騰迪克來訪時，還是數學系的研究助理，他們後來成為好友。宏尼戈說格羅騰迪克過的幾乎是斯巴達式的孤獨生活，僅靠牛奶和香蕉為食，整天浸淫在數學之中。宏尼戈曾經問格羅騰迪克為什麼要做數學，格羅騰迪克回答說，自己特別熱愛的是數學和鋼琴，他選擇數學是因為他以為這樣謀生比較容易。由於格羅騰迪克的數學天賦極為明顯，宏尼戈說：「知道他曾經在數學和音樂間遲疑過，我還真是吃了一驚。」

格羅騰迪克本來計畫與當時在里約熱內盧的納區賓（Leopoldo Nachbin）合寫一本拓樸向量空間的書，這個計畫後來胎死腹中。不過，格羅騰迪克在聖保羅大學曾經教過拓樸向量空間，並且後來寫成講義，由聖保羅大學出版。巴洛斯奈托當時是課上的學生，他為這個講義寫了介紹的章節，並補充了一些基本的先備知識。巴洛斯奈托記得格羅騰迪克在巴西時，就已經考慮要轉換領域，他說格羅騰迪克「非常非常有野心，你可以感受到他強烈的決心，他要做的是基礎的、重要的、根本的研究。」



明星崛起

最重要的是，書頁上那些無疑讓我不痛不癢的敘述，塞爾卻每次都能夠強烈感受到它背後的豐饒意義，而且他還能「傳遞」出對這一豐富、明確又神祕的實體的感受，讓這份感受激起你想要理解、穿透這個實體的慾望。

—《收割與播種》556頁

任職於法國格赫諾布爾大學的馬盧格宏日回憶說，當格羅騰迪克寫完畢業論文後，他就斷言格羅騰迪克將不再對拓樸向量空間感興趣。馬盧格宏日說：「他告訴我再沒有什麼可以做，這個主題已經死了。」在當時，博士生還得準備不必有原創觀點，但必須和主論文無涉的「第二論文」，藉以展現學生對另一個數學領域的理解深度。格羅騰迪克的第二論文主題是層論，這份研究埋下了他對代數幾何感興趣的種子，日後成為他最偉大的研究領域。格羅騰迪克的博士論文口試地點在巴黎，馬盧格宏日還記得口試後，他和格羅騰迪克、昂利·卡當一起搭計程車到史瓦茨家吃飯。他們之所以搭計程車，是因為馬盧格宏日滑雪時把腿摔斷了。馬盧格宏日回憶說：「在車上，卡當向格羅騰迪克說明，他有些層論的東西說錯了。」

離開巴西後，1955年格羅騰迪克待在美國堪薩斯大學，這也許是出自阿隆沙因（Nachman Aronszajn）的邀請[Corr]。在堪薩斯，格羅騰迪克沉迷於同調代數的研究，在那裡他寫下了日後被專家私下暱稱為「東北論文」的〈關於同調代數的幾個問題〉（Sur quelques points d'algèbre homologique），這是因為該論文發表於日本的《東北數學雜誌》[To]。這篇論文是同調代數的經典之作，擴展了昂利·卡當和艾林伯格的模（module）觀點。此外，格羅騰迪克在堪薩斯時還寫下〈具結構層的纖維空間的一般理論〉（A general theory of

fiber spaces with structure sheaf），這是給美國國科會的報告。在這篇報告裡，格羅騰迪克發展了他非交換上同調理論的初步概念，日後他將在代數幾何的脈絡下再回到這個主題。

就在這段期間，格羅騰迪克開始與法蘭西學院的塞爾通信，他在巴黎時曾經見過塞爾，後來又在南錫碰面。他們部分信件의結集在2001年以原來的法文出版，2003年又出了英法對照的版本[Corr]。這是一段長久又豐饒的互動的開端，這些信函顯示出這兩位十分不同的數學家，有著深厚又充滿活力的聯繫。格羅騰迪克具有絕塵逸世的想像力，而塞爾總是能以他犀利的理解力與廣博的知識，將格羅騰迪克拉回到現實世界來。在信件中，有時格羅騰迪克會顯露出驚人的無知，例如他曾經問過塞爾，黎曼ζ函數是否有無窮多個零根（[Corr]204頁）。塞爾回憶：「他對古典代數幾何的知識基本上等於零，我稍微多知道一些，但也不很多，我能幫就幫。不過……反正未解的問題那麼多，其實也沒有關係。」格羅騰迪克不是持續留意最新文獻的人，大部分時候他都得依賴塞爾告訴他最新的進展。在《收割與播種》中格羅騰迪克寫道，除了他自學的部分，他絕大部分的幾何知識，都是從塞爾那兒學到的（555-556頁）。不過塞爾並不是單純教格羅騰迪克新知，而是先充分消化新的概念後，再以特別能讓格羅騰迪克信服的方式進行討論。格羅騰迪克稱塞爾是一枚「雷管」，提供的火花足以點燃引線，引爆出各式各樣的概念。

事實上，格羅騰迪克將他研究的許多中心主題上溯到塞爾的影響。例如在1955年左右，塞爾從上同調理論的脈絡向格羅騰迪克描述威伊猜想。這在威伊本來的猜想表述中，只是隱藏的脈絡而已，但這樣的說法卻能誘使格羅騰迪克上鉤（《收割與播種》840頁）。另外，透過塞爾對威伊猜想的「凱勒」（Kählerian）類比，也啟發格羅騰迪克提出所謂的「標準猜想」（Standard Conjecture），這是一個更廣泛的猜想，而威伊猜想則是它的推論。（《

收割與播種》210頁)

1956年，格羅騰迪克從堪薩斯回到法國，他獲得法國國家科學研究中心的職位，大部分時間都留在巴黎。他和塞爾繼續通信，也定期和他通電話。這是格羅騰迪克更深入研究拓樸與代數幾何的時候，伯瑞爾回憶說：「格羅騰迪克的靈思源源不絕，我很確定他一定會做出第一流的工作，但是最後呈現的成果還是遠超過我的期待。那就是他自己的黎曼/羅赫定理（Riemann-Roch Theorem），這是一個絕妙的定理，數學的大師之作。」

黎曼/羅赫定理的古典形式完成於19世紀中葉。如果在緊緻黎曼面上給定有限個點，考慮以這些點為極點（pole）且不出指定階數的半純（meromorphic）函數所成的空間，這個定理想討論的是這個空間的維度，答案就是黎曼/羅赫公式，其中此維度可以用黎曼面的不變量來表示，於是建立了曲面的分析性質與拓樸性質的深刻連結。1953年，德國數學家賀茨布魯赫（Friedrich Hirzebruch）更往前踏出一大步，將黎曼/羅赫定理從黎曼面推廣到高維複數射影非奇解形*（projective nonsingular varieties）的情況。數學界為這個精心力作興奮不已，因為這個結果似乎是這個課題的最終解答。

普林斯頓大學的卡茲（Nicholas Katz）說：「結果格羅騰迪克走過來說，『不，黎曼/羅赫定理不是代數解形的定理，而是關於兩解形之間映射的定理。』這是一個嶄新的根本觀點……定理的敘述方式整個改變了。」當時範疇論（category theory）的基本哲學—該研究的是對象之間的箭頭，而不是對象本身—正方興未艾。伯瑞爾說：「重點是[格羅騰迪克]把這個哲學，應用到十分困難的數學領域。它的確具有範疇和函子（functor）的精神，但從來沒有

人想過可以在這麼困難的課題上運用它……。如果有人目睹過這種敘述方式並且能理解，那麼或許還有別人也可以證明出來，問題是這種敘述本身，已經超前其他人十年之久。」

1959年瓦許尼澤（Gerard Washnitzer）也獨立證明出這個定理[Washnitzer]，它還可以推廣到任何基本域的眞光滑代數解形。而賀茨布魯赫/黎曼/羅赫定理則變成這個定理的特殊情況。黎曼/羅赫定理另一個深遠的推廣出現於1963年，乃是由阿提雅（Michael Atiyah）和辛格（Isadore Singer）證明的阿提雅/辛格指標定理。在格羅騰迪克的證明過程裡，他引入現在稱為格羅騰迪克群的概念，本質上提供了一種新拓樸不變量。格羅騰迪克自己稱這個群為K群，成為促進阿提雅和賀茨布魯赫發展拓樸K理論的起點。然後，拓樸K理論又啓發了代數K理論的觀點，此後這兩個領域都蓬勃發展至今。

當時賀茨布魯赫在德國波昂大學啓動了所謂的Arbeitsagung（字面上就是「工作會議」的意思），四十餘年來都是數學前沿研究的論壇。1957年七月第一次的論壇，就是由格羅騰迪克講演他的黎曼/羅赫研究。不過由於某個令人好奇的轉折緣由，這個結果最後並不是用他的名字發表，而是出現在塞爾與伯瑞爾的論文中[BS]（證明後來也出現在1966-1967年的《代數幾何論叢》（Séminaire de Géométrie Algébrique du Bois Marie，簡稱SGA）的第六冊中）。1957年秋季，當塞爾訪問美國高等研究院時，收到格羅騰迪克一封概述其證明的信（1957年十一月一日信函[Corr]），於是塞爾和伯瑞爾組織了一個理解這個證明的討論班。由於格羅騰迪克忙於許多事務，他建議這些朋友們撰寫並出版討論班的紀錄。不過伯瑞爾猜測，格羅騰迪克不想自己寫下結果還有別的原因，「格羅騰迪克的主要哲學思想是，數學應該要拆解成一步步自然的小步驟，做不到這一點，就表示其中還有你不了解的地方……

*variety 舊譯為「曲體」、大陸譯為「簇」，現譯為「解形」，取其為多項式之解所構成的形體。



但是他證明黎曼/羅赫定理時，用到一個取巧的方法（une astuce）。所以他自己不滿意，不想發表……他還有很多別的事情要處理，所以沒興趣寫下這個技巧。」

此後，格羅騰迪克持續為不同的數學主題提出革命性的觀點。卡茲說：「這樣的情形不斷發生。當他遇到某個別人深思過的問題，包括某些上百年的問題……他會完全轉變別人原先所認定的主要題旨。」格羅騰迪克不僅要解決懸宕未解的問題，他還重構了別人所提出的問題。

開啓新世界

我終於理解到「我們——這些宏偉又高貴的靈魂」，這一意識型態某種特別極端又狠戾的形式，從我母親幼年起，就狂烈的充塞著她的心靈，宰制了她對別人的關係。我母親喜歡以悲憫的態度，從自己的高度俯視他人，經常帶著輕蔑，甚至鄙視。

——《收割與播種》30頁

根據宏尼戈的回憶，格羅騰迪克的母親至少有一段時間和他同住在巴西，儘管宏尼戈說自己並沒有見過她。至於她是否曾和格羅騰迪克同住在堪薩斯則不很清楚。當格羅騰迪克1965年回到法國時，他們可能已經沒有繼續住在一起。1957年十一月，在一封從巴黎寫給塞爾的信裡，格羅騰迪克提到他是否可以租下塞爾正準備搬出的巴黎公寓。格羅騰迪克解釋說：「我對房子感興趣是為了我母親，她在白鴿林（Bois-Colombes）住得並不愉快，她非常孤立。」[Corr]。事實上，格羅騰迪克的母親在該年年底就過世了。

格羅騰迪克的朋友和同事都說，當他談到父母時總是充滿讚揚，幾乎到了阿諛的程度。在《收割與播種》中，格羅騰迪克對父母也表露出深厚而根本的

愛。多年以來，格羅騰迪克在研究室裡，總掛著一幅令人印象深刻的父親肖像，這是與他父親同時被拘留在勒凡內集中營的友人畫的。按卡迪耶的描述，畫中的男人剃著大光頭，眼中閃爍著「熱切的神情」。^[Cartier1]格羅騰迪克自己也長期理著光頭。另外根據黎賓波因的說法，韓卡對她聰穎的小孩非常驕傲，而格羅騰迪克也回報以非常濃厚的孺慕之情。

在母親死後，格羅騰迪克經歷了一段心靈反思的歷程，停止了所有的數學活動，而且還考慮成為作家。幾個月之後，他決定重返數學，完成他已經開始發展的一些想法。當時是1958年，依格羅騰迪克的說法，這「可能是我數學生涯裡收穫最豐盛的一年。」（《收割與播種》24頁）在這段期間，他和一位名叫米荷莉（Mireille）的女人同居，並在幾年後和她結婚，生下三個小孩，喬安娜（Johanna）、馬修（Mathieu）和亞歷山德（Alexandre）。米荷莉和格羅騰迪克的母親很親近，而且根據好幾位認識他們的人士，米荷莉的年紀比格羅騰迪克年長很多。

哈佛大學退休教授泰特（John Tate）與他當時的太太凱琳（Karin Tate），在1957-1958年期間在巴黎訪問，初次和格羅騰迪克見面。格羅騰迪克完全沒有顯示他描述母親所具有的傲慢。「他真的很友善，同時很天真，很孩子氣。許多數學家像小孩子，多少都不懂世事，但格羅騰迪克卻是箇中之尤。」泰特回憶說：「格羅騰迪克看起來很單純，不曉世故，不矯情，也不虛假。他的思慮清澈，解釋事情很有耐性，看不出任何優越感。他沒有受到文明、權力、爭勝之見的污染。」凱琳記得格羅騰迪克很有歡樂娛人的能力，很吸引人，喜歡笑。但是有時情緒會太過激動，因為他看待事情非黑即白，沒有灰色地帶。而且格羅騰迪克很誠實，她說：「和他在一起，你總是能安心自處。他從不偽裝，人很直接。」凱琳和她的弟弟麻省理工學院的麥可·亞丁（Michael Artin），都看出格羅騰迪克的性格和他們父親艾米爾·亞丁（Emil Artin）頗有相似之處。

凱琳記得格羅騰迪克有「令人難以置信的理想主義傾向」。例如，格羅騰迪克的屋裡從不擺地毯，因為他認為地毯只是裝飾用的奢侈品。她也記得格羅騰迪克腳上穿著輪胎皮製的涼鞋，「他覺得這非常棒，這雙鞋子是他所敬重事物的象徵—充分利用手邊之物。」但因為格羅騰迪克的理想主義，有時他也十分昧於現實。在1958年格羅騰迪克和米荷莉首次訪問哈佛大學之前，他給她一本自己最喜歡的英文小說，好改進她自己貧乏的英文知識。這本小說竟然是《白鯨記》。

新幾何學的誕生

以三十年後的後見之明，隨著兩項幾何學重要工具的出現，我現在可以說[1958年]是新幾何學觀點真正誕生的一年。一是概形（這是舊概念「代數解形」的變形），另一是拓樸範（這是空間概念更深刻的變形）。

—《收割與播種》23頁

1958年八月，格羅騰迪克在英國艾丁堡國際數學家大會（ICM）中給大會演講[Edin]。這個演講以卓越的預見，描述了他接下來12年的研究主題。很顯然，他當時的目標是要證明威伊所提出的知名猜想，這個猜想暗示了代數解形的離散世界與拓樸的連續世界之間，有著更深刻的統一性。

在那個時代，代數幾何正經歷快速的演變，許多未解的問題並不需要大量的背景知識。最開始，大家研究的對象是複數解形。二十世紀初期，這個領域的專家是義大利數學家，如卡斯特努沃（Guido Castelnuovo）、恩利奎斯（Federigo Enriques）與賽韋利（Francesco Severi）。雖然他們發展了許多極具巧思的想法，但其中許多論點還缺乏嚴格的證明。而在1930與1940年代，其他數學家如范德瓦爾登（Bartel L. van der Waerden）、威伊、

查利斯基（Oscar Zariski）則想研究任意體的代數解形，尤其是對數論很重要的特徵 p 體代數解形。不過由於義大利學派的代數幾何論述不夠嚴格，因此數學家必須為這個領域建立新基礎，這就是威伊在1946年的《代數幾何之基礎》（Foundations of Algebraic Geometry）[Weil1]書中所達成的。

威伊的猜想出現於他1949年的論文[Weil2]。基於來自數論的動機，威伊研究一類艾米爾·亞丁在特殊情況已經討論過的 ζ 函數，之所以稱為 ζ 函數是因為它的定義類似黎曼 ζ 函數。給定一在特徵 p 有限體上定義之代數解形 V ，我們可以計算 V 上此體以及其有限體擴張之有理點數目，將這些數目合寫入一生成函數，就是 V 的 ζ 函數。威伊證明在曲線或一般阿貝爾解形（abelian variety）的情況時，此 ζ 函數滿足三個性質：它是有理函數；它滿足一泛函方程；其零點與極點具備特殊的形式，一旦引入恰當的變數變換，這個形式將對應到黎曼假說。而且威伊還觀察到，如果 V 是由一特徵0代數解形 W 所同餘 p 而得，則我們可以由 V 的 ζ 函數（表成有理函數）讀出 W 的貝堤數。而威伊猜想就是問上述事實是不是對一般射影非奇異代數解形都正確，尤其貝堤數是不是真的都潛藏在 ζ 函數中。這個猜想連結了代數幾何和拓樸，暗示當時正在拓樸空間發展的新工具如上同調理論，也許可以修改並應用到代數解形的情況。更因為和古典黎曼假說類似，威伊猜想的第三部分有時被稱為「同餘黎曼假說」，這是威伊猜想中最難證明的部分。

卡茲說：「當[威伊]猜想一出現，大家就很清楚它一定會扮演某種核心角色，一方面這些『黑箱式』的敘述讓人難以置信，另一方面，想要解決這個問題，看來顯然需要發展出全新的工具，而且這項工具本身將具有驚人的價值。最後果然完全正確。」目前在高等研究院的德利涅（Pierre Deligne）說，就是這個代數幾何與拓樸之間猜測的連結吸引了格羅騰迪克，他喜歡「將威伊的夢想轉變成有威力的工具」的



想法。

格羅騰迪克之所以對威伊猜想感興趣，並不是因為它的名氣，也不是因為別人認為它很困難。事實上，格羅騰迪克一向對困難問題的挑戰沒有興趣。他感興趣的是那種指向更宏大的隱藏結構的問題。德利涅注意到：「他的目標是為這個問題尋找或創造一個自然的棲身之所，這遠比解決問題更讓他感興趣。」這種看法，和當時另一個偉大數學家納許（John Nash）正好形成對比。納許在他的數學全盛時期，尋找的是被他的同僚認為最重要與最富挑戰性的特定問題[Nasar]。密西根大學的巴斯說：「納許就像奧運選手，他感興趣的是巨大的個人挑戰。」如果納許是問題解決者的典型代表，那格羅騰迪克就是理論建構者的理想範例。巴斯說格羅騰迪克「對於數學的可能性有種全面性的觀照。」

1958年秋天格羅騰迪克第一次造訪哈佛大學數學系時，泰特是哈佛的教授，而系主任則是查利斯基。當時格羅騰迪克運用新發展的上同調方法，重證了查利斯基最重要成果之一的連通性定理，這是查利斯基在1940年代的研究。根據當時查利斯基的學生，現在布朗大學的曼弗德（David Mumford）的說法，查利斯基從來沒有接受這個新方法，但他了解它的威力，並要求他的學生去接觸，這正是他邀請格羅騰迪克到哈佛的原因。

曼弗德說，雖然查利斯基和格羅騰迪克的數學家風格很不相同，但兩人相處融洽。傳說當查利斯基在證明卡住時，會在黑板上畫一條自交的曲線圖形，讓他能重新釐清一些概念。「謠言說他在黑板的角落畫圖，然後擦掉，再回來繼續他的代數計算。」曼弗德解釋：「他必須藉由幾何圖形來釐清思緒，重新建立從幾何到代數的連結。」格羅騰迪克永遠不會這樣做，他似乎從來不從實例開始，除非是非常簡單、幾近無聊的例子。而且除了同調圖式之外，格羅騰迪克也絕少畫圖。

曼弗德回憶說，格羅騰迪克第一次訪問哈佛時，

行前曾經和查利斯基聯繫。由於當時美國眾院非美活動委員會的高潮期才剛過，想要獲得美國簽證的外國人，必須發誓不會從事推翻美國政府的活動。格羅騰迪克告訴查利斯基他拒絕發誓。當別人告訴他這樣可能會入獄時，格羅騰迪克說只要學生能夠來訪，而且允許他閱讀無礙，入獄他可以接受。

在格羅騰迪克的哈佛課堂裡，曼弗德發現課程內容的抽象高度令人屏息震懾。有一次，他問格羅騰迪克某個引理要怎麼證明，結果格羅騰迪克用一個非常抽象的論證來回答。曼弗德起先並不相信這種抽象論證可以證明這麼具體的引理。「我離開後，想了好幾天，發現這個論證真的很正確。」曼弗德回憶說：「他比起我見過任何人都更有能力，能夠以驚人之姿一躍而入更高度的抽象世界……他永遠在尋找形塑問題的各種方法，明顯地剝除所有的東西，你根本不覺得還會剩下什麼。但是**就是**有些東西還留下來，他就從近乎虛空之處找到真正的結構。」

英雄年代

在IHÉS的英雄年代裡，丟東涅和我是僅有的成員，也是唯一能在科學界中賦予它聲譽與聽眾的人。……身為研究員，我覺得自己和丟東涅就像是這個機構的共同「科學」創始人，希望能在此鞠躬盡瘁！我最終強烈地感覺自己與IHÉS合而為一……

——《收割與播種》169頁

1958年六月，IHÉS在舊巴黎大學一些贊助者的會議中正式成立。創辦人莫特肯恩（Léon Motchane）是具有物理博士學位的商人，他希望能在此建立一個獨立的研究機構，就像美國普林斯頓的高等研究院一樣。IHÉS原初計畫聚焦於三個領域的基礎研究：數學、理論物理、人文科學方法。雖然第三個領域始終沒有成形，但在十年之內，IHÉS已

經成爲數學和理論物理領域的世界級尖端研究中心，研究員人數雖少但出類拔萃，還有十分活躍的訪問學者活動。

根據科學史家奧邦（David Aubin）的博士論文 [Aubin]，莫特肯恩是在1958年艾丁堡數學家大會中或更早之前，就說服丟東涅和格羅騰迪克出任將成立的IHÉS研究員。卡迪耶在[Cartier2]中寫著，莫特肯恩原先想要聘請的是丟東涅，而丟東涅以同時聘請格羅騰迪克爲答應的條件。由於IHÉS從一開始就獨立於國家運作，所以儘管格羅騰迪克無國籍，聘用他並不會產生問題。這兩位研究員在1959年三月正式就任，格羅騰迪克的代數幾何討論班則從該年五月開始。1963年十月，在1958年數學家大會獲得費爾茲獎的托姆（René Thom）也加入研究員的陣容。至於IHÉS的理論物理組，在1962年聘任米歇爾（Louis Michel）爲研究員，之後是1964年的盧埃勒（David Ruelle）。於是在1960年代中期，莫特肯恩已經爲他的新研究院集合了一組傑出的研究人才。

在1962年之前，IHÉS並沒有永久的院址。當時的研究室是向提耶赫基金會租用的，討論班就在那裡或者巴黎大學進行。奧邦文中也提到，IHÉS的早期訪問學者外特曼（Arthur Wightman）曾被要求在旅館中工作。據說曾有訪問學者提到圖書館館藏不足，格羅騰迪克的回答卻是「我們不讀書，我們寫書！」在初期，學院的活動的確聚焦在《IHÉS數學集刊》（*Publications mathématiques de l'IHÉS*）的出版上，前幾冊就包括格羅騰迪克的《代數幾何原理》（*Éléments de Géométrie Algébrique*，一般縮寫爲EGA）。事實上，EGA的起草比丟東涅和格羅騰迪克正式就任IHÉS研究員還早半年，根據[Corr]，那是在1958年的秋季。

EGA的公認作者是格羅騰迪克，再「加上與丟東涅的合作」。格羅騰迪克先寫下講義和書稿，丟東涅再補充細節與潤飾。伯瑞爾解釋說，格羅騰迪

克對EGA有整體觀點，而丟東涅則只能逐行理解。他說：「丟東涅將它呈現的很密實，」不過同時，「當然丟東涅的效率驚人，沒有人可以邊做這件事情，還能不損及自己的研究。」對於當時想要踏入這個領域的人，從EGA開始學習是令人怯步的挑戰。在今天，很少有人把這套書做爲入門的書籍，現在已經有更多比較簡單的教科書可以選擇。但是這些教科書的目標不同，不像EGA想要完備又有系統的解釋研究概形（scheme）時所需要的工具。現在任職於德國波昂普朗克數學研究所的法亭斯（Gerd Faltings），當年在普林斯頓大學時就鼓勵他的博士生閱讀EGA。今日許多數學家仍然認爲EGA是有用且全面的參考書。現任IHÉS院長的布居農（Jean-Pierre Bourguignon）說，EGA現在每年的銷量仍然超過100套。

格羅騰迪克的EGA寫作計畫範圍宏大。在1959年八月給塞爾的信裡，格羅騰迪克給出簡要的概述，其中包括基本群、範疇論、留數（residues）、對偶性、相交理論、威伊上同調群，以及「順利的話，再加進一點點同倫論（homotopy）。」格羅騰迪克很樂觀的寫道：「除非遇到意外的困難，或者我陷入困頓，不然這個 *multiplodocus* 應該在三年內能完成，最多四年。」（*multiplodocus* 是格羅騰迪克和塞爾常用的玩笑用語，表示很長的論文。）格羅騰迪克沾沾自喜說：「這樣我們就可以開始研究代數幾何了！」不過後來EGA因爲篇幅指數性的成長而氣消力竭，該書的第一章和第二章各佔了《IHÉS數學集刊》一整冊的篇幅，第三章佔兩冊，最後的第四章用了四冊，全部合起來共有1800頁。儘管格羅騰迪克原來的計畫沒有完成，EGA仍然是里程碑的巨著。

EGA的書名顯然是在呼應布巴基的叢書《數學原理》（*Éléments de Mathématique*），而後者又與歐幾里得的經典之作《原本》（*Elements*）相映。格羅騰迪克在1950年代末之後，曾經有好幾年



是布巴基的成員，和許多其他成員很親近。

所謂「布巴基」是一群數學家的假名，其中大部分是法國人，他們合作撰寫一系列關於數學的基礎專著。丟東涅還有昂利·卡當、薛瓦雷、德沙特以及威伊都是布巴基的元老。這個群體經常維持在十個人的大小，但成員組合則因時更迭。布巴基的第一本書出版於1939年，到了1950和1960年代，影響力更達到顛峰。他們的叢書旨在為數學核心領域提供公設法的重新處理，其一般化的程度希望可以讓大多數的數學家受惠。由於布巴基的大部分成員都有強勢的個性以及非常特殊的個人觀點，因此這些專著都是在成員活躍的、甚至火爆的討論中撰寫出來的。伯瑞爾是布巴基為時25年的成員，他說這樣的合作可能是「數學史上絕無僅有的事件」[Borel]。布巴基聚集了當時一些最頂尖的數學家，無私匿名的奉獻許多個人時間和精力，讓許多數學領域得以整理呈現。布巴基這套叢書造成很大的衝擊。不過到了1970和1980年代，開始出現布巴基影響過大的雜音，有些數學家批評這套書的風格太過抽象化和一般化。

布巴基和格羅騰迪克的工作，在一般性與抽象性的層級上有一定的相似性，也都希望能達成根本的、徹底的，以及系統性的目標。他們主要的分野在於，布巴基的涵蓋面遍及數學許多領域，而格羅騰迪克只集中於發展代數幾何的新概念，以威伊猜想當作首要目標。另外，格羅騰迪克的著作幾乎全是以他個人的內在觀點為核心，而布巴基則是集體的貢獻，是從所有成員的觀點冶煉出來的綜合體。

伯瑞爾在[Borel]中記載了1957年三月，後來被戲稱為「僵固函子大會」（Congress of the inflexible functor）的布巴基聚會，當時格羅騰迪克建議將布巴基關於層論的草稿，以更接近範疇論的觀點重寫。布巴基放棄這個想法，他們認為這樣做可能會導致基礎重建無止境的循環。塞爾回憶說，格羅騰迪克「無法真的和布巴基合作，因為他有他自己的龐大機器，對他來說，布巴基的一般性還是不夠。」

另外塞爾還附帶說：「我不認為他喜歡布巴基的系統，因為我們要真的討論並批評草稿的細節。……這不是他做數學的方式，他想要自己來。」格羅騰迪克在1960年離開布巴基，雖然他仍然和其中許多成員很親近。

謠傳格羅騰迪克之所以離開布巴基，是因為和威伊起衝突。不過事實上，他們兩人在布巴基的重疊時間很短暫，根據布巴基的會規，成員必須在50歲後退出，因此威伊在1956年離開。不過，格羅騰迪克和威伊的確是很不同的數學家，就像德利涅說的「威伊覺得格羅騰迪克對義大利幾何學家的成果以及過去的文獻太過無知，威伊也不喜歡他炮製巨大機器的數學作風。……他們的風格差異很大。」

除了EGA之外，格羅騰迪克的代數幾何著作裡，另一個主要部分是簡稱為SGA的《代數幾何論叢》，其中包括了他在IHÉS討論班講演的文字稿。這套書最初由IHÉS發行，SGA2是由北荷蘭與曼森（North-Holland and Masson）兩出版社共同出版，剩下的冊次則由司普林格出版社（Springer-Verlag）出版。SGA1包含了1960-1961年的討論班講演，而最後一冊SGA7則是1967-1969年的部分。EGA的目標是為代數幾何奠定基礎，對照之下，SGA則記錄了呈現在格羅騰迪克討論班中持續發展的代數幾何研究。另外，格羅騰迪克曾經在布巴基巴黎討論班中發表許多他的研究，後來被彙集成《代數幾何基礎》一書（*Fondements de la Géométrie Algébrique*，簡稱為FGA），印行於1962年。EGA、SGA與FGA合起來的總頁數達到7500頁。

神奇的扇葉

如果數學中有種東西，遠比其他任何事物更吸引我（而且無疑地永遠如此），它既不會是「數」，也不是「量」，永遠是**形式**。而在形式藉以顯現的一千零一種面貌中，最令我神馳，而且一直如此著迷的，是隱藏於數學對象中的**結構**。

——《收割與播種》27頁

在《收割與播種》的第一冊裡，格羅騰迪克為非數學家提供了他研究工作的說明性概述（25-48頁）。他寫道，在最根本的層次，他的工作想要統一兩個世界：「**算術世界**，其中的（所謂）『空間』並沒有連續性的概念，另一個是**連續世界**，其中的『空間』和日常的理解相當，可以用分析的方法來處理。」威伊猜想之所以那麼吸引人，正是因為它提供了一統這兩個世界的線索。不過與其嘗試直接解決威伊猜想，格羅騰迪克寧可將其中整個理路脈絡加以大幅度的推廣。這樣的廣度可以讓格羅騰迪克感受到，威伊猜想所存身、但卻只能藉由猜想驚鴻一瞥的更廣闊結構。在《收割與播種》的這一節裡，格羅騰迪克解釋了他研究中的一些關鍵概念，例如**概形**、**層**、**拓樸範**（topos）。

基本上，概形就是代數解形概念的推廣。給定一系列不同質數特徵的有限體，概形可以因此產生一系列的代數解形，每一個都擁有自己獨特的幾何性質。「這一系列因不同特徵數而得的不同代數解形，可以視為『無窮的解形扇葉』（每一特徵數對應到一葉）。」格羅騰迪克繼續寫著：「所謂『概形』就是這個神奇的風扇，連結所有可能特徵數的『分支』、『分身』或者『輪迴化身』。」這個推廣到概形的概念，容許我們以統一的方法來研究代數解形的不同「化身」。麥可·亞丁評述說，在格羅騰迪克之前，「我不認為人們真的相信可以這樣做，這太激進了。從

來都沒有人敢想像這是可能的方法，敢想像在完全的一般性中進行研究，這真是非常驚人。」

從19世紀義大利數學家貝堤（Enrico Betti）開始，同調理論以及其對偶的上同調理論被發展成研究拓樸空間的工具。基本上，上同調所提供的不變量，可以做為度量某個空間向度的「量桿」。由威伊猜想潛藏的洞見所閃爍出的火花，讓人們強烈希望改造拓樸空間的上同調方法，應用於代數解形與概形。這個希望在格羅騰迪克與其合作者的研究中相當程度的實現了。曼弗德說，為代數幾何「引入上同調方法，就像黑夜與白天，它將整個領域顛覆了。這就像出現傅立葉分析之前與之後的分析學，一旦掌握了傅立葉分析的技術，突然之間你對函數就有了一種整體又深刻的洞識，上同調理論也類似這樣。」

層的概念是勒黑的創見，後來更由昂利·卡當與塞爾深入發展其理論。在塞爾被稱為FAC的突破性論文〈代數連貫層〉（Faisceaux algébriques cohérents）[FAC]，塞爾展示了如何在代數幾何中運用層論。格羅騰迪克在《收割與播種》中沒有明確的說明層的概念，但他描述這個概念如何改變了理論的風貌。當層論的概念上場後，情況就像原來美好古老的同調標準『量桿』，突然繁衍出無窮多的嶄新『量桿』，具有不同的尺度和形式，每一種都完美的適用於各自特定的測量目標。更重要的是，一個空間所有層所形成的範疇，其資訊豐富到我們基本上可以「忘掉」原來的空間。所有的空間資訊都藏在層當中，格羅騰迪克稱之為「沉默又可靠的引路人」，帶領他走上發現的道路。

格羅騰迪克寫著，拓樸範是「空間概念的變形。」透過層的概念，我們可以將空間所存身的拓樸架構，轉譯為層範疇所存身的範疇論架構。於是，一個拓樸範可以被描述成一個範疇，它並不需要出自正常的空間，但卻具備層範疇所有的「好」性質。格羅騰迪克寫道，拓樸範的概念強調了一個事實，「在拓樸空間中，真正重要的不是『點』或點構成的子



集，也不是鄰近的關係等等，而是空間上的層，以及其所構成的範疇」。

德利涅說，爲了建立拓樸範的概念，格羅騰迪克「對空間觀念做了很深刻的思考。」德利涅解釋說：「他爲了理解威伊猜想所發明的理論，首先就是發展拓樸範的概念，這是空間觀念的推廣，然後再爲這個問題定義適用的拓樸範。」格羅騰迪克也展示出「事情真的行得通，我們關於正常空間的直覺，[在拓樸範]上也成立……這是非常深刻的想法。」

在《收割與播種》中格羅騰迪克曾評論說，從技術觀點，他的數學研究都是在發展當時正缺乏的上同調理論。譬如格羅騰迪克、麥可·亞丁，還有其他人所發展平展上同調（*étale cohomology*）理論就是一例，這是爲了應用於威伊猜想而發展的理論，也正是他們證明的關鍵要素之一。不過格羅騰迪克前進得更爲深入，他後來發展出模諦（*motive*）的概念，格羅騰迪克將模諦描述成一個「終極的上同調不變量」，其他的上同調不變量都是它的不同體現或化身。雖然完整的模諦理論至今還未成形，但是這個概念已經產生很重要的數學成果。例如在1970年代，高等研究院的德利涅和朗蘭茲（Robert Langlands）猜測模諦與自守表現（*automorphic representation*）之間的確切關係，這項猜想首見於1977年朗蘭茲的文章[Langlands]，現在是所謂朗蘭茲綱領的一部份。多倫多大學的亞瑟（James Arthur）說，想要證明這項猜想最廣義的形式還需要幾十年。不過他指出，懷爾斯（Andrew Wiles）對費馬最後定理的證明，基本上就是這項猜想在橢圓曲線二維模諦的情況。另一個例子，則是美國高等研究院渥伊沃茨基（Vladimir Voevodsky）的模諦上同調理論研究，他以這項成就獲得2002年的費爾茲獎，而這正是奠基於格羅騰迪克對模諦的原創想法。

在這段回顧自己數學研究的簡短反思中，格羅騰迪克寫道，構成他研究的本質與威力的，不是成果或大定理，而是「觀念，甚至夢想。」（51頁）

格羅騰迪克學派

一直到1970年的第一次「覺醒」，我和學生的關係，就像我和自己研究的關係一樣，都是我滿足和歡樂的泉源，是我生命和諧的某種實質與無可置疑的基礎，而且仍然持續賦予它意義……

——《收割與播種》63頁

在1961年秋季的一次哈佛之行中，格羅騰迪克寫信給塞爾說：「哈佛的數學氣氛十分美好，比起逐年陰鬱的巴黎，在這裡可以聞到真正新鮮的空氣。此處有相當多的聰明學生，正開始熟悉概形的語言，專心致志於研究源源不絕的有趣問題。」[Corr]。當時麥可·亞丁剛在1960年完成查利斯基指導的博士論文，並成爲哈佛的普爾斯（Benjamin Peirce）講師。一完成論文，亞丁就開始學習概形的新語言，也開始對平展上同調理論產生興趣。亞丁笑著回憶說，當格羅騰迪克1961年來到哈佛時，「我請他告訴我平展上同調群的定義」，但是當時這個概念根本還沒有清楚的定義，他說：「事實上爲了這個定義，我們爭論了整個秋天。」

1962年，亞丁轉職到麻省理工學院後，帶領一個討論平展上同調的討論班，在接下來的兩年，他大部分時間都待在IHÉS和格羅騰迪克一起工作。因爲即使平展上同調的定義已經完成，仍然還要花許多功夫整飭，才能讓它變成真正實用的工具。曼弗德說：「定義看起來美妙極了，但不保證它是有限的，或可以計算，或任何事。」這項亞丁和格羅騰迪克投入的研究，成果之一是亞丁可表現定理（Artin representability theorem）。亞丁和維杰爾（Jean-Louis Verdier）一起主持了1963-1964年的討論班，專注於平展上同調理論的探討。這個討論班的成果，最後寫成SGA4的三巨冊，篇幅多達1,600頁。

有些人也許不同意格羅騰迪克對1960年代早期巴黎數學圈的「陰鬱」評價。不過他1961年回到IHÉS並重啓討論班，無疑為學界注入了一劑強心針。亞丁說討論班的氣氛真是「棒極了」，其中盡是巴黎數學家的領導菁英，同時又有從各地來訪的數學家。一群聰穎又熱情的學生開始圍繞在格羅騰迪克身邊，在他的指導下撰寫學位論文（IHÉS並不頒授學位，因此這些學生形式上仍然是巴黎與其周邊大學的學生。）1962年，IHÉS已經搬到巴黎近郊畢悠（Bures-sur-Yvette）的永久院址，座落在寧靜、充滿樹木的瑪麗森林（Bois-Marie）公園中間。討論班所在的建築形似觀景廳，有著大片的景觀窗戶，開闊而氣韻流動的氛圍，提供了一個非比尋常、戲劇性的場所。而格羅騰迪克則是所有活動的靈魂人物。1960年代訪問IHÉS的巴斯回憶說：「討論班的進行互動頻繁，不過不管誰是主講人，格羅騰迪克都主宰了全場。」格羅騰迪克非常嚴格，有時對人很強勢，「他並不是不友善，但也不會包容。」

格羅騰迪克發展出一種和學生相處的模式。典型的例子是現任職於南巴黎大學（巴黎第十一大學）的易路齊（Luc Illusie），他在1964年成為格羅騰迪克的學生。易路齊曾經參加昂利·卡當和史瓦茨的巴黎討論班，卡當建議他跟格羅騰迪克做博士論文。易路齊當時只學過拓樸學，因此要面對這位代數幾何之「神」時，覺得很擔心，結果格羅騰迪克很親切和友善，要易路齊解釋他當時進行的研究課題。不過在易路齊短短講了一些之後，格羅騰迪克就走向黑板，開始了一段關於層、有限性條件、擬連貫性（pseudo-coherence），以及類似概念的討論。易路齊回憶說：「那就像汪洋大海一樣，黑板上不停地流動著數學的概念。」結束時，格羅騰迪克說他明年的討論班將討論 L 函數和 l 進上同調群，而且將由易路齊來撰寫討論班講義。當易路齊抗議他根本不懂代數幾何時，格羅騰迪克說那無所謂，「你會學得很快。」

結果易路齊做到了。他說：「格羅騰迪克的演講

非常清楚，而且他花了很多力氣回顧必要的材料，以及所有的預備知識。」格羅騰迪克是位很好的老師，既有耐性，又善於清晰闡釋。易路齊也說：「他會花很多時間解釋非常簡單的例子，展示其中機轉的運作方式。」格羅騰迪克會去討論形式化的性質，這類性質經常被人用「無聊」（trivial）為理由而漠視，被視為太過顯然因此不需解釋。易路齊說：「大家不想特別去討論，不想浪費時間。」但是這類性質在教學上十分有用。「雖然過程有時候略顯冗長，但是對於概念的理解卻非常有好處。」

格羅騰迪克指定易路齊撰寫討論班某些講題的筆記，亦即SGA5的第一、二、三章。易路齊回憶當他寫完，「交給他時，我渾身顫抖。」幾個星期後，格羅騰迪克請易路齊到他家討論筆記（他經常在家裡和同僚或學生工作）。當格羅騰迪克拿出筆記攤在桌面上時，易路齊看到上面都是鉛筆寫的評註。格羅騰迪克逐條討論每項評註，兩個人就這樣對坐幾個小時。易路齊說：「他可能對逗號有意見、對句號有意見，他也批評表音記號的標記，但是他也深刻批評某些東西的實質部分，並建議另一種整理的方式——他有各式各樣的意見，但他所有的評論都切入要點。」這種對筆記逐行評論的方式，是格羅騰迪克和學生一起工作的典型方式。易路齊還記得有些學生無法承受這麼近距離的批評，最後找了別人當論文指導老師。有人甚至在和格羅騰迪克會面後幾乎要哭出來。易路齊說：「我記得有些人非常不喜歡這種方式，你得要順服……[但是]這些不是無的放矢的意見。」

卡茲在1968年訪問IHÉS做博士後時，格羅騰迪克也指派他工作。格羅騰迪克建議卡茲在討論班中做一次關於列夫謝茲束（Lefschetz pencils）的演講。「我聽過列夫謝茲束，但除了聽過之外，我其實一無所知。」卡茲回憶說：「結果在那一年年底，我已經在討論班上做過幾次講演，其內容就是現在SGA7的一部份。我學到很多東西，對我的未來影響很大。」卡茲說格羅騰迪克在IHÉS，大約一週會花



一天和訪客會談。「令人非常驚訝的是，他不知怎麼就可以讓他們對某個東西產生興趣，給他們工作做。」卡茲繼續解釋說：「對我來說就像是，他對於該給這個特定的人思考什麼樣的好問題，有種驚人的洞察力。而且格羅騰迪克在數學方面有種難以置信的神采魅力，讓人覺得能參與他未來的宏遠願景，幾乎是一種殊榮。」

哈佛大學的梅哲（Barry Mazur）在1960年代早期訪問IHÉS，他到今天都還記得格羅騰迪克在他們前幾次會面時給他的問題。那最先是瓦許尼澤問格羅騰迪克的問題：定義在某個體的代數解形，在不同的複數嵌入方式下，有沒有可能得到拓撲互異的流形？塞爾早期已經給過例子，顯示兩個流形可能不同。受到這個問題的啓發，梅哲曾經和亞丁繼續做過某些同倫論方向的研究。不過到了格羅騰迪克向他提出這個問題時，梅哲已經是專業的微分拓撲學家，不會再回頭想這類問題。梅哲說：「對[格羅騰迪克]來說，這是自然的問題。但對我來說，這正好是最適切的動機，讓我開始思考代數的問題。」梅哲說格羅騰迪克具有一種真正的才能「爲人和問題配對，他會量身打造適合你的問題，這個問題將會照亮你的世界。這種特別的感知能力，非常美妙，而且很罕見。」

除了在IHÉS和學生、同僚一起工作之外，格羅騰迪克也和巴黎以外的許多數學家保持通信聯絡，其中有些人是在別的地方進行他的計畫。例如加州大學柏克萊分校的哈特曼（Robin Hartshorne）1961年時人在哈佛，從格羅騰迪克在哈佛的演講中，找到他博士論文主題的想法，那是關於希爾伯特概形的問題。博士論文一完成，他就寄了一份給已經回到巴黎的格羅騰迪克。在1961年9月17日的回信中，格羅騰迪克先對論文做了簡短的正面評價，「[信裡]接下來的三到四頁，是更多未來我或許可以發展的定理的想法，以及針對這個主題大家可能想知道的事情。」哈特曼說信中建議的想法有些「極端困難」，但其他則展現了他卓越的先見之明。在格羅騰迪克傾倒出這些

想法之後，他才又回到哈特曼的論文，提供三頁詳細的意見。

在1958年艾丁堡數學家大會上，格羅騰迪克概述了他關於對偶性理論的想法，但因為他在IHÉS的討論班忙於其他課題，所以並沒有處理這個問題。於是哈特曼自願在哈佛舉辦對偶性的討論班，並且撰寫筆記。1963年夏季，格羅騰迪克提供哈特曼大概250頁的「前期講義」，做爲討論班的基礎架構。哈特曼在1963年秋季開始進行討論班，聽眾提出的問題協助他發展並精煉這個理論，而哈特曼也開始有系統的將它整理出來。他將每章寄給格羅騰迪克徵詢意見，哈特曼回憶：「稿件回來時，上面充滿了紅色墨水的評註，我照他說的每項訂正，再將新版本再寄給他，結果回來時上面又覆滿了更多的紅色意見。」當哈特曼意識到這樣的來來回回可能沒完沒了時，有一天他決定將文稿送印發行；在1966年的司普林格的《數學講義叢書》（*Lecture Notes in Mathematics*）中出版。[Hartshorne]

據哈特曼的觀察，格羅騰迪克「點子非常多，在那段時間，他幾乎讓全世界認真研究代數幾何的人都忙碌不休。」他如何持續推動這整個大業呢？亞丁說：「我不覺得有簡單的答案。」當然格羅騰迪克的精力與廣度一定是箇中原因。亞丁繼續說：「他精力充沛，而且他的研究確實覆蓋了許多領地。驚人的是，他完全主導這個領域大約12年，沒有讓任何無能之輩參與其中。」

在格羅騰迪克的IHÉS歲月裡，他全心全意投入數學。格羅騰迪克做研究的龐大精力與能力，再加上他對內心願景的執著忠誠，產生源源不絕的想法，將許多人捲入洪流之中。格羅騰迪克對於他爲自己規劃而令人畏懼的計畫從不退縮，他坦然投身其中，事無大小勇於承擔。巴斯說：「他對數學的規劃遠超出一個人的能力。」他將許多工作分配給他的學生和合作者，當然他自己也負責很大的部分。就如他在《收割與播種》中解釋的，他的動機單純就只是一種想要理

解的欲望。事實上，當時認識他的人都肯定，格羅騰迪克完全不是被任何意義的競爭想法所驅策。塞爾說：「那個時候，完全沒有要比什麼人先證明什麼東西的想法。」而且退一步說，「在某種意義下，他根本不可能去和別人競爭，因為他想用自己的方法做研究。基本上沒有人願意做類似的事情，那太繁重了。」

格羅騰迪克學派的強勢地位也造成一些不好的影響，即使是格羅騰迪克傑出的IHÉS同事托姆也感受到壓力。在[Fields]中托姆說，比起其他IHÉS的同事，他和格羅騰迪克的關係「比較不融洽」。托姆寫著：「他有壓倒性的技術優勢，他的討論班吸引了整個巴黎數學界，而我卻拿不出什麼新東西，這讓我離開純粹的數學界，轉而處理更一般的觀念。例如型態發生學（morphogenesis），這是更吸引我的主題，引導我到一種非常廣義形式的『哲學』生物學。」

1988年教科書《大學代數幾何》的作者李德（Miles Reid）在書後的歷史評註寫道：「對格羅騰迪克的個人崇拜有嚴重的副作用。許多奉獻一生大部分時間，去熟悉威伊[代數幾何]基礎觀點的人，受到排斥與羞辱。……一整個世代的（主要是法國）學生受到洗腦，愚蠢的相信如果一個問題不能用高度的抽象形式盛裝打扮，就不值得研究。」就當時的潮流，這樣的「洗腦」也許是不可避免的副作用，但是格羅騰迪克本人倒是從不尋求為抽象而抽象。李德也指出，除了格羅騰迪克一小部分可以「跟上腳步，生存下來」的學生，被他的想法影響而獲益最大的是比較遠距離的人，尤其是美國、日本，以及俄羅斯的數學家。卡迪耶就在俄羅斯數學家的研究中看到格羅騰迪克的傳承，包括德林費爾德（Vladimir Drinfeld）、孔策維奇（Maxim Kontsevich）、馬寧（Yuri Manin）、以及渥伊沃茨基。卡迪耶說：「他們不但掌握到格羅騰迪克的真精神，而且能夠將它與其他東西結合起來。」∞

本文出處 Notices 51 (2004) no.4 AMS.

譯者附記 譯者感謝李宣北、趙學信提供許多譯文的寶貴意見。

本文參考資料請見〈數理人文資料網頁〉<http://yaucenter.nctu.edu.tw/periodical.php>

延伸閱讀

- + Pragacz, Piotr, Note on the Life and Work of Alexander Grothendieck (2004)。原文為波蘭文，由Janusz Adamus譯為英文。可以和本文並讀。
<http://www.math.jussieu.fr/~leila/grothendieckcircle/pragacz.pdf>
- + Grothendieck Circle (〈格羅騰迪克圈網站〉) <http://www.grothendieckcircle.org/>
- + Grothendieck: Biography, Mathematics, Philosophy。三冊書的計畫，本網頁是第二冊的材料，包括格羅騰迪克較深入的數學題材與相關的傳記資料。
<http://www.math.jussieu.fr/~leila/grothendieckcircle/peyresqbooks.html>