

越南數學史文本概述

兼及中越數學交流

作者：琅元 Alexei Volkov 譯者：廖傑成

琅元 (Alexei Volkov) 是蘇聯科學院科學技術史學所博士。2006 年起任教於國立清華大學通識教育中心暨歷史研究所。研究興趣以非西方文化脈絡下的數學及相關領域之歷史，特別是中國與越南歷史中的天文、星占、科學與宗教間的互動關係。

緒論

20 世紀後期之前，學者對於現存的越南早期數學著作，只做過一些定位和研究。第一次嘗試出自日本數學史家三上義夫 (1875-1950)，他在論文裡分析了越南著作《指明算法》(圖 1) [三上]，並提供了一些引文，但目前三上研究過的越南文本下落不明。然而，從三上文章所提供的引文中可看出，這著作就算不是與現存的《指明立成算法》相同，至少在文本上是相近的 (詳見後文) ①。

1938 年，中國數學暨科學史家章用 (1911-1939) 到訪河內，並探查了在法國遠東學院 (École française d'Extrême orient) 保留的舊越南書籍。不幸的是，結束拜訪後沒多久他就去世了，他的發現沒有發表。李儼概述了章用的研究資料。依照此概述，章用檢閱了八本以中文及四本以漢喃文寫的書 ([李儼]) ②。這些書當中有些仍保留在河內的漢喃研究院 (Institute of Han-Nôm Studies) 圖書館裡 (見下文)。

一般法國學者如華德 (Pierre Huard) 與杜蘭德 (Maurice Durand) 的著作 ([H&D 1954]、[H&D 1965])，還有當代越南作者謝玉輦撰寫的傳統越南數學 (如 [Ta])，只包含了稀少而且往往是不可靠的資訊。第一次企圖系統性描述現存越南天文學和數學文本的人是韓琦 1991 年的著作 [韓琦]，但他在論文中只採用了章用在越南抄寫的越南著作，而沒有探究保存在越南和法國圖書館的原始著作。至於以西方語言書寫的數學史出版物中，只有馬茨洛夫 (Jean-Claude Martzloff) 借鑒二手資料所寫的一個小段落，專門討論此一主題 ([Martzloff])。

從 2002 年開始，筆者在研究保存越南和法國的原始數學文本的基礎上，開始發表論文，參看 [Volkov] 各年著作。

本論文的目標是針對現存的越南數學文本提供簡短的描述。這些描述基本上是根據 [Volkov

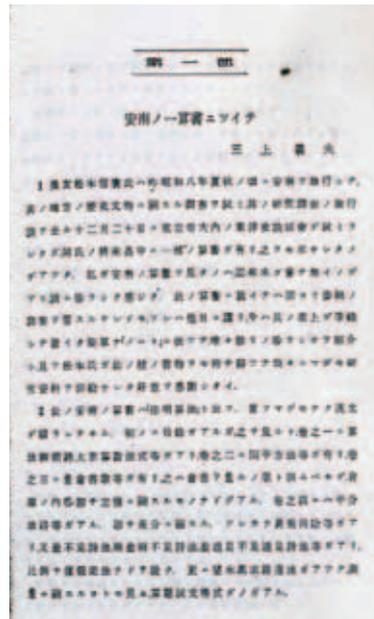


圖 1 三上義夫文章的第一頁 (1934)。

2016a]，並增加少許的新內容。

現存的越南數學著作

本節將提供一份有註解並按字母排序、現存於圖書館與私人收藏的越南數學著作列表。傳統上認為《算法大成》(編號第 16 本) 是最古老的著作，由黎王朝 (1428-1789) 的高官梁世榮 (1441-1496?) 所作。另一本書 (編號第 3 本) 在 18 世紀早期編著。其他出版日期可考的書不是出自 19 世

① 見 [Volkov 2013a]。對於越南用語，筆者使用越南從西元 1000 年就採用中文字符的原始形式，並搭配他們的越南音譯國語系統，而在某些情況下，則搭配中文閱讀拼音音譯系統。(請參見〈數理人文資料網頁〉所附之對照表。http://yaucenter.nctu.edu.tw/periodical.php)

② 編註：漢喃文是越南傳統民族語言文字系統，由漢字和原民族文字的喃字混合使用。到 20 世紀中前期，因法國殖民，逐漸被拉丁拼音式的現在越南文 (即國語字) 所取代。



圖 2 《筆算指南》的封面。

圖 3 木刻版《九章立成併法》。保存在河內漢喃研究院（編號 AB.53）。（右圖）

紀，就是 20 世紀早期。其餘的書籍由於沒有列名於著名越南文人黎貴惇（1726-1784?）所編寫的《大越通史》的書目章節上，因此其編著日期不會早於 18 世紀晚期，見 [Gaspardone] [Tran]。然而，所有這些著作的數學內容，都類似 17 世紀初的中國數學著作，當時耶穌會士還未引入歐洲數學方法到中國。

1. 《筆算指南》³

本書作者是阮瑾（在其他地方也寫作謹；生卒年未知）由橋瑩懋（1854-1912）修訂，現存的兩個木刻本是 1909 的版本（圖 2）。該書形式上致力於解釋西方筆算的計算方法（傳統上，越南人是用算籌和算盤等計數工具來進行算術運算），但實際上它還是涵蓋了相當廣泛、具有傳統中國與越南數學特徵的主題。

這本書共五卷。第一卷對於四則運算的筆算形式進行詳細解釋，並列舉有關的問題。第二卷包含多種類型的問題，從簡單的除法到聯立線性方程組的解。第三卷處理「田地丈量」，即計算平面上直線和曲線圖形的區域面積，而第四卷則是致力於求平方根與立方根。第五卷則處理直角三角形，並且主要致力於以一個或數個日晷指針測量距離的方法，這是古代與中世紀中國數學著作就發現的方法。

2. 《指明立成算法》

這本著作由潘輝框在 1820 年完成，書一開始的圖就準確重現了中國數學家程大位（1533-1606）《算法統宗》（1592）裡的算盤圖。接在圖後面的是十進位位名之表格，貨幣、長度、重量與體積的單位。後面幾頁包含 32 種不同的「田地形狀」的圖案，即各種直線和曲線的平面圖形。相似的形狀亦可見於《算法統宗》，越南著作中的列表略有不同。該著作還有一個包含解答與說明的「模擬試題」，這部分筆者曾翻譯並討論過，見 [Volkov 2012]。

3. 《九章立成併法》⁴

檢視各版本的成書日期（1713 與 1721）顯示，這是現存最早的越南數學文本（這裡所謂「最早」，是指實體成書的日期，即印刷的日期，而不是實際彙編的日期）。本書相對篇幅比較短，部分以喃文書寫、部分以中文文言書寫。本書現存有幾個木刻版本（圖 3），其中一個推測是某 19 世紀編者改動的手稿。陳（Trần, Nghĩa）和葛羅斯（François Gros）的分類認為，該著作是由一位名范有鐘、字福的人所編著（[T&G]）⁵。

此書沒有分章，只是以簡短的段落討論各種主題，如乘法表、平面圖形的面積計算、比例分配、分數運算，並以詩的形式書寫。該著作也包含一些以傳統格式呈現的數學問題，也就是「問題 / 答案 / 解法」。

圖 4 《大成算學指明》的第一頁。

4. 《九章立成算法》

本書的作者與實際成書日均未知。位於河內的越南國家圖書館（National Library of Vietnam）保存了一個 1899 年的手抄本。文本介紹了大數的位名、乘法表、直線和曲線圖形的面積計算。

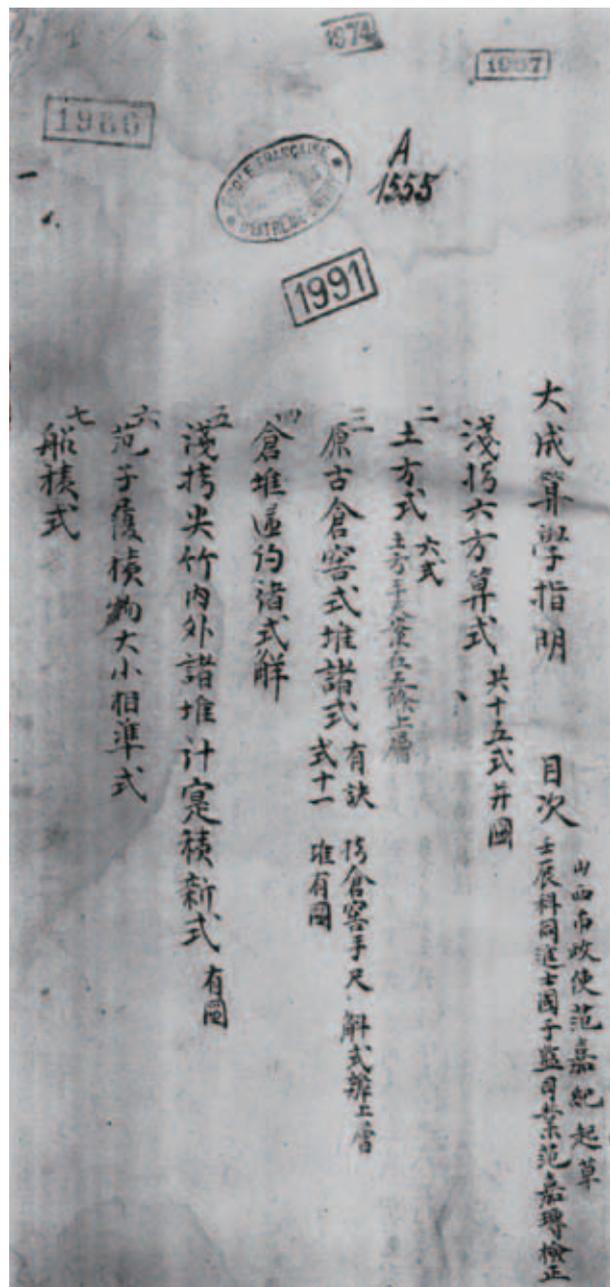
5. 《九章算法》（《九章算法立成》）

漢喃研究院所彙編的目錄中列了兩本出版於 1882 年的手抄本，該書以標題為「南算」（即「越南的計算」）的章節開場，內容包含算術運算的說明、十進位大數位名的列表、及九九乘法表。接下來則有一長段用喃文說明的「歷史性」章節，包含基本數學運算，以及越南數學如何發源於中國數學課程的野史。

隨後的章節則包含用韻文方式說明的各種數學方法，例如求平方根、分數的約分、度量單位或貨幣單位的變換、平面圖形的面積計算、簡單與加權的分配。此處的簡短韻文說明，都附有相關的詳細計算過程。下一章則包括大量不同的數學問題，包括一些不定分析的問題，例如經典的雞兔同籠問題，像是雞跟兔子共有頭 36、腳 100，求未知的雞數跟兔數各是多少。

6. 《大成算學指明》

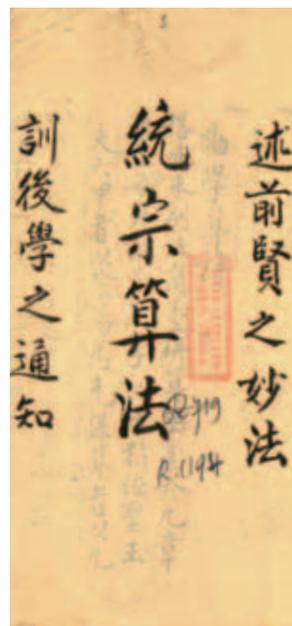
本書作者是政府官員范嘉紀（生卒年不詳），並由國子監學者范嘉璠（生於 1791，1832 年成為進士）編輯。保留在漢喃研究院的是精心手寫的文本，沒有封面，但第一頁提到標題和編修者的名稱（圖 4），彙編與出版的日期則未提及。



該著作包含 20 小節；一些章節融入了傳統中國九種（數學方法）的分類「九章」，例如，第 16 節就是專門討論雙誤試位法。然而，某些小節則相當有原創性，譬如，第一節包含了 15 種不同類型

- ③ 編號 1,2,3,6,13,16,18,22 等書名出現在章用見過或（部分？）抄寫過的著作列表第五卷，見 [李儼]。
- ④ 編註：章用的書目表內有兩本跟它同名的書
- ⑤ 然而，某版本的作者是范有種、字福謹，而另一版本的同名作者卻有不同的字（福董）。

圖 5 《統宗算法》的首頁。



的線性立體的分類。就我所知，這在現存的中國文獻中是沒有見過的。

7. 《大成算法》

此一保存在漢喃研究院的手稿沒有封面頁，而出現在第 2 頁的標題「九章算法」則是指乘法表，因此它幾乎不可是本書的標題。另一個標題「大成算法」出現在手稿的第 5a 頁，但目前仍不清楚是否為該著作的原始標題。

本書以文言文寫成，但包含一些以喃文寫的段落，用來解釋某些程序。文本並未分章，包含了算術運算的說明、度量單位、平面圖形的面積計算、簡單與需要思考的分配問題、土地稅收的計算、貨幣轉換；但是，沒有求平方根和立方根的主題。後者表示這本著作與 1882 年的《九章算法》不同，儘管在 [T&G] 中這兩本書被列在一起。

8 和 9. 《立成算法》

漢喃研究院保存有一本登記此標題但作者與出版日期皆不詳的文言文手稿。它包含針對算術運算的標準介紹和乘法表，隨後則有一章節，專門討論平面圖形的面積計算，並附上相關圖示。剩餘的部分則致力於討論各種類型的數學問題。

位於河內的歷史研究所 (Institute of History) 圖書館有另一份以相同標題《立成算法》編目的手稿；然而，粗略的分析顯示，這兩個文本並不相同。因為後者的第一頁嚴重受損，最後幾頁也缺失，因此後者的實際標題和彙編日期仍不清楚。

10. 《統宗算法》

本手稿的作者是謝有常 (生卒年不詳)，但出版日不詳。保存於越南國家圖書館 (圖 5)。

本書的標題明顯指向程大位的《算法統宗》，中國文本的某些部分也的確被逐字引述，例如關於平面圖形面積計算的規則口訣、兩位步行者的問題等等。儘管如此，越南文本的編者大幅修改了中國原型的章節，加入大量原書未見的問題，還改變中國原著的度量衡，配合越南的情境，並以喃文說明。

11. 《算田除九法》

漢喃研究院保存一本同標題，但作者與出版日期皆不詳的文言文手稿。正如書名所指，此著作專門討論平面圖形的面積計算。內容以文言文書寫，但包含喃文的評註。

12. 《算學格致》

漢喃研究院保留的手稿缺少第一頁 (圖 6)，而 [T&G] 的目錄裡有一個可疑的標題「算法」。然而，該書的實際標題出現在每章的開頭——「算學格致黃豐裕家書正本」，不過真正的編者不詳。

根據目錄，該書本來包含四章和一篇和建築工程有關的附錄。然而，現存文本只包含第一、二章，和第三章的前四頁，其他皆已無法挽回的遺失了。此書第一章介紹數字符號、利用計數工具 (書中提到算盤，但未附圖) 進行算術運算、計量單位。該章還包含一些問題說明這些主題，例如把某個數額

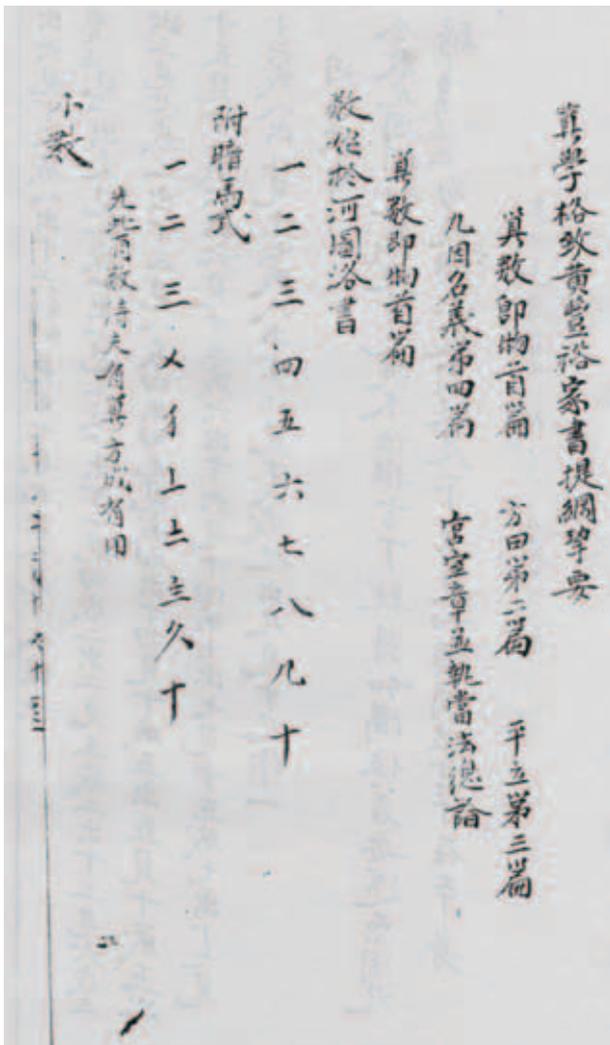


圖 6 《算學格致黃豐裕家書正本》。

的錢分配給一些人。第二章只專門討論直線與曲線平面圖形的面積計算，並附上詳細的說明。第三章討論求平方根和立方根。第四章與第五章只依據目錄無法還原其內容。

13. 《算學底蘊》

由於這本書缺漏了前幾頁，因此不知道作者的姓名。《算學底蘊》這個書名，顯然只是根據保留在漢喃研究院裏，現存唯一手稿的第一頁上的字句「算學底蘊目錄」而定。成書日期也無法確定，但由於手稿上有提到嘉隆皇帝（1802-1820 在位）的年號，因此我們可以推測成書日不會早於 1802 年。

本書包含六個章節，主要討論以下主題：算術運算、平面圖形面積計算、開平方根和立方根、簡單介紹依據傳統中國分類「九數」的計算方法、建築

工程、音樂的數學理論。粗略分析本書，透露出它包含了大量來自程大位《算法統宗》的引文。

14. 《算學心法》

保管在漢喃研究院的手稿缺少封面，能恢復書名是拜 1850 年黃豐裕（編號 12）的前言所提及。目錄列出五章——數的運算、平面圖形的面積計算、平方根和立方根的求法、涉及建築工事的計算、土地稅收相關的計算。然而，各章並沒有清楚分開，它們的標題穿插在內文裡，推測是後來的抄寫員改變了原來的文本佈局。本書還包含一些和前面五個主題不相對應的項目，例如遠距的測量方法。

15. 《算法》

這本書的實際書名仍然未知，現有書名「算法」顯然是抄寫員或圖書館員，依據已經遺失的前幾頁手稿內容而安上去的，作者和成書日期也未知。漢喃研究院保留了一份手稿和一份微縮影片（編號 A.3150）。

本書沒有細分章節，包含了 250 多個系列問題，討論的主題包括形體表面的計算、直角三角形的應用、開平方根和立方根等。粗略分析顯示，本書不過是根據程大位的《算法統宗》剪貼編排而成。舉例來說，討論直線和曲線平面圖形面積的計算問題，其中相關的計算程序，以及越南文本中相關的幾何圖形在《算法統宗》的第三卷都能找到，而關於根的計算及多項式方程的解則仿自中國文本的第六卷等。

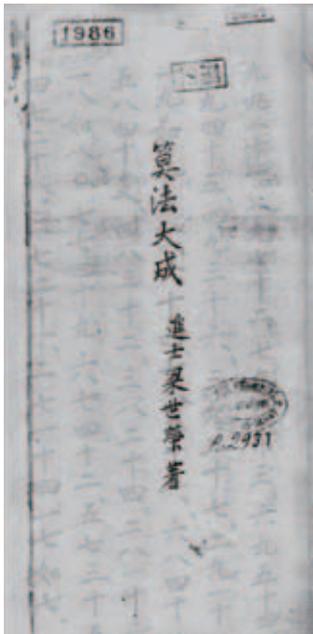


圖 7 保存在河內漢喃研究院藏的《算法大成》封面。

16. 《算法大成》

本書成書日期和編者不詳。黎朝（1428-1789）官員梁世榮（1441-1496?）據信寫過一本同名的書

[Volkov 2006]；然而，保存在漢喃研究院圖書館的文本，其作者和成書的實際日期未知，而且文本的某些部分，使人懷疑本書真的是在 15 世紀編寫而成。本書一共有兩份手抄本，一份製作日期早於 1934 年（圖 7），而其副本則製作於 1944 年。

該書沒有細分章節。如果把獨立的問題，以及幾個不對應於任何問題的程序說明算進來的話，共有 138 個問題。這些很可能是因為有部分文本遺失所造成的。

有一些幾何問題並沒有明確的陳述，但用給定尺寸的圖形來說明。本書中的問題都與傳統中國數學的熱門主題相關，例如分配（按比例分配）、比例、解比例式（rule of three）、雙誤位置法、開方法、直線和曲線平面圖形的面積計算、物體的體積計算、貨幣與計量的單位換算、不定分析、和「數占」。該文本還包含大量相對獨立的部分，專門討論土地稅收。對於該書的詳細資料請參見 [Volkov 2002]。

17. 《算法提綱》

越南國家圖書館保管的文本書名《算法提綱》，實際上並不是本書書名。由於手稿缺失了第一頁或更多頁，因此只不過是剩餘部分的第一個小標題。

本書的第一部分包含了非常詳細的算盤操作說明，並提供大量算盤的珠子配置圖（用的是標準中國 11 檔 2 + 5 珠算盤）。約略分析後，推測手稿其餘的部分，最有可能是程大位《算法統宗》的基礎上，以中國傳統數學九類的方式所編輯而成。

18. 《算法奇妙》

本書來歷不明，陳和葛羅斯標定的書名很可能是基於保存在漢喃研究院的手抄孤本第一頁而命名的 [G&R]。然而，目錄與之後的文本開頭部分都表明書名應該是《集成諸家幻儀算法》。

本書的成書日期不確定。然而因為本書附錄包含了一個在明命朝（1820-1841）所採用的賦稅規章，可以推論此手稿不會早於 1820 年（目前尚不清楚是否有印刷本存在）。

即使標題頁（可能是後來追加的）表明，最初文本包含了「三個合而為一的章節」，但本手稿仍沒有細分章節。被認可的文本中有簡短的介紹，包含數字符號、測量單位、以及其他輔助主題的資訊，而主要部分則包含大量的問題、表格、以及與傳統主題有關的說明，例如，平面圖形面積的計算、分數運算、開平方根和立方根。

19. 《算法卷》

這本由杜德祚署名的數學著作完成於 1909 年。本書開頭有乘法表和一套操作計算工具的訣竅，並且包含關於比例分配、立體圖形體積的計算、平面圖形面積的計算、開平方根，以及在給定土地上計算農作收成的問題等。

20. 《總聚諸家算法大全》

保存在漢喃研究院的手稿殘缺；僅包含第三章（48 個問題）和第四章（32 個問題），以及附錄的前兩頁（包含一個問題）。這些問題主要在處理加權分配、體積計算，其他主題則主要涉及建築工程、大量勞工，而其他議題則與行政稅收相關。這可能是因為該文本包含國家數學考試所提出的問題（書中第三章開頭提及這樣的考試）。

21. 《重訂算法指南新編》

這本作者不明的書有一份手抄本保存在河內歷史研究所圖書館內。書中包含平面圖形面積的計算問題、開平方根和立方根、直角三角形的遠距測量應用（包括涉及兩個晷針的方法，並有圖說明其理由）、利用晷針作土地測量、以及其他方法。

文本中提及的度量衡單位是嘉隆朝（1802-1820）設立的，並且是以文言文書寫，因此本書似乎成書於 19 世紀上半葉；然而，它又有大量以阿拉伯數字所書寫的西式計算穿插在內文裡，讓人感覺本書作者，或至少是之後的編者或抄寫員，非常熟悉西方的方法，而現存的文本是更晚之後才製作的。

22. 《意齋算法一得錄》

本書是由阮有慎 [= 阮意齋]（1736? -?）於 1829 年完成的。他在政府裡身居高位，並且在 1809 年和 1813 年之間居住在中國，在那裡他獲得有關天文學的書籍，而且和當地的天文學家交流⁶。

此書共有八章，專門討論利用計數工具進行基本的算術運算、計量學、平面圖形的面積計算、加權

分配、開平方根、直角三角形的特性（尤其關於遠距測量的應用），開立方根，以及其他傳統數學課程的主題。本書包含了作者對於進行數字運算的解釋、數學術語的詞源、步驟的合理性，因此可作為培訓政府專業天文學家和數學家的數學手冊。筆者著有關於本書加權（或比例）分配部分節錄的翻譯與註解 [Volkov 2014b]。

結論

上面介紹的數學書籍名單基本上是不完整的。儘管就作者所知，已經包含所有圖書館保存的資料與私人收藏，但非常可能在未來幾年，更多的印刷、手寫的版本或其他文本，都將更容易取得。

將保留在北京自然科學史研究所裡，章用在越南所製作的部份副本，與現存文本做系統性的比較，可能會產生有趣的結果。如果有一天，日本發現了三上義夫研究用的書籍，也可以提供重要的資訊。上面所列的文本，目前只有一些初步的研究。對於這一整套文本，關於作者、文本史、內容的資訊，也尚未有更系統與更充分的描述。

當然，未來全面性研究現存的越南數學文本時，其中最重要部分應該是它們與其中國相對應處的系統比較。

本文參考資料請見〈數理人文資料網頁〉
<http://yaucenter.nctu.edu.tw/periodical.php>

譯者簡介

廖傑成畢業臺師大數學所，主修數學史與數學教育，現為新北市立錦和高中教師。譯有《數學也可以這樣學》（合譯）

⁶ 有關此文本的作者資訊，請參閱 [Volkov 2014b]。