管　理　與　系　統
第廿一卷 第三期　民國一〇三年七月
517-532 頁

Journal of Management & Systems
Vol.21, No. 3, July 2014
pp. 517-532

分期繳費壽險保單解約權之分析與評價

The Analysis and Valuation of Surrender Option for Life Insurance Policy with Installment Premium

陳勤明 Chin-Ming Chen　　**林君漉** Jun-Biao Lin

國立高雄第一科技大學金融系

Department of Money and Banking, National Kaohsiung First University of Science and Technology

(Received June 25, 2012; Final Version January 24, 2013)

摘要：近年來，投資型保險商品或分紅保單漸成主流，然而，全球金融風暴後，傳統壽險保單又開始受到市場青睞，不同的是，現行保單之預定利率已不若以往水準。這樣的金融環境與保戶投保態度的改變，亦衍生出另一值得深思議題—若市場利率再度走高，壽險公司固然可避免利差損，但勢必面對保單存續之逆選擇問題。有鑑於此逆選擇問題，本研究將著眼於壽險保單解約權之評價與分析，以反映此問題之隱含成本。相較於先前解約選擇權之研究，本文以過去文獻較少探討之分期繳費不分紅壽險保單為對象，透過精算方法解析此保單解約選擇權之收益型態。此外，我們同時加入利率波動、被保險人死亡率變化及保單忠誠度的考量，採用 (Longstaff and Schwartz, 2001) 之最小平方蒙地卡法來評價保單解約選擇權價值。本研究發現，受限於解約費用率不得超過25%之法令規範，保單解約權的確形成壽險公司成本負擔，而提高解約費用率或加深保單忠誠度均可相當程度降低此成本。本文評價結果提供了這些觀察的量化分析，此分析則可作為壽險公司保單售後解約風險管控之重要資訊。

關鍵詞：逆選擇、解約選擇權、忠誠度

本文之通訊作者為陳勤明，e-mail:chinming@nkfust.edu.tw
作者衷心感謝主編、執行編輯與兩位匿名評審惠賜卓見。
本研究承國科會專題研究計劃資助 (計劃編號:NSC 101-2410-H-327-024)，特此致謝。

Abstract: In recent years, investment-linked insurance policies have gradually become mainstream and are receiving market attention. This change may be due to the global financial crisis. What is worthy of note is that the scheduled interest rates of current policies are lower than they were in the past. This sort of financial environment, for example, the global financial crisis along with changes in the attitudes of those purchasing insurance, results in another question worthy of deep consideration – if market interest rates rise once again, will a wave of surrender be seen within traditional life insurance policies under low scheduled interest rates? This research will focus on the analysis and valuation of surrender option in life insurance policy. To have a more general comparison, we also consider both the variability of interest rates and the insured's mortality heterogeneity since the surrender option value dramatically changes following the fluctuations of interest rate and the insured's mortality heterogeneity. In addition, the decision of clients to surrender a policy is also entangled with their loyalty toward the insurer. The results show that interest rate and the insured's mortality affect the surrender option and this option increases the cost burden of the insurance companies. However, by increasing the cost of rescinding contracts or increasing customers' loyalty to their insurance companies can reduce the cost burden of companies.

Keywords: Adverse Selection, Surrender Option, Loyalty

1. 前言

隨著人身保險商品的推陳，保險契約中內含選擇權評價之議題，亦逐漸受到重視與討論。這些討論，較多針對躉繳保費 (single premium) 分紅保單 (participating polices) 或股權連結保單 (equity-linked contract) 之研究。例如，(Brennan and Schwartz, 1976) 在分析附收益保證之股權連結保單時，將保單收益分為兩部份，一為固定收益，另一來自選擇權之執行收益。(Grosen and Jørgensen, 1997) 則認為，持有收益保證之金融商品，等同擁有一美式選擇權，因此可由美式選擇權原理計算此類商品價值。另外，在分紅保單的評析中，(Grosen and Jørgensen, 2000) 將保單拆解成三個組成元素：無風險債券 (risk-free bond)、紅利選擇權 (bonus option) 與解約選擇權 (surrender option)，其中，紅利給付為歐式選擇權，解約主張為美式選擇權，他們分以蒙地卡羅法 (Monte Carlo simulation) 及二項樹狀法 (binomial tree approach) 模擬上述權益價值。(Bacinello, 2001) 分析附有最低保證報酬之分紅保單，探討在不同的資產投資組合的收益情況下，保單價值之計算。(Bacinello, 2003) 另以 (Cox *et al.*,1979) 模型計算收益保證型分紅保單之躉繳保費。(Chu and Kwork, 2006) 則利用選擇權訂價方法評價分紅保單，其中考慮了保證利率、分

紅及違約風險等因素。(Siu, 2005) 除了上述因素的考量外，也將解約權納入分紅保單之評價，並假設保單連結標的之隨機過程為幾何布朗運動。(Gaillardetz, 2008) 分析分紅保單與利率之關連，在認定利率隨機過程與死力的變動相互獨立下，將隨機利率模型納入分紅保單之評價。

上述文獻所探討之商品，不論分紅保單或股權連結保單，共通的特點在於保單權益給付金額直接受到市場利率或資產投資組合收益之變化而消長。相較於這類保單，本文所探討的傳統壽險不分紅保單 (nonparticipating policies)，雖然保險金額固定不變，契約存續期間各時點之保單價值準備金均依預定利率與預定死亡率計算，不受市場利率與死亡率變動之影響；然而，一但利率波動加劇，或被保險人健康狀況出現重大轉變，要保人在衡量機會成本後，仍可能決擇是否解除契約。因此，保險公司勢將面對要保人擁有解約權的逆選擇問題；此權利之被主張亦將是影響保單成本的重要因素之一。所以，傳統壽險保單公平價值的審慎評估，仍不宜忽視保戶解約權之價值。有鑑於此，本文將透過利率與死力之隨機過程，來模擬保單價值的變動，進而評價解約選擇權。

除本節前言外，本文後續的內容安排如下：第2節「保險契約結構及其選擇權觀點」藉由保單價值、解約金計算原理之介紹，進而說明解約選擇權收益型態；第3節「模型設定」分別探討選擇權評價模型概念以及影響選擇權價值之利率及死力的隨機過程建構；第4節「數值分析」則陳述數值計算方法與結果；第5節「結論」綜合本研究之結論及對實務應用上之政策意涵。

2. 保險契約結構及其選擇權觀點

一般壽險保費意指總保費，亦即純保費 (net premium) 外再依附加費用率加計附加保費。而純保費之訂價，則是在「期望收支平衡」之保費精算原則下，讓純保費收入現值總額與未來給付支出的期望現值總額相等，以預定利率折現計算而得。當中，對於未來給付之評估，大多著眼於死亡 (或生存) 理賠支付，透過經驗生命表之死亡 (或生存) 率來計算給付期望值；至於解約金支付，則顯少被反映於保費計價上。

壽險保費的繳納型式，以「分期繳納平準保費」最為多數人採用，隨著保費繳納，保險契約將累積保單價值準備金 (policy reserves)，此準備金即為壽險公司應付保戶之或有求償權所提列之金額。若要保人於契約有效期間辦理解約，保戶將自此喪失此保單之價值，但同時，保險公司須就保單價值準備金酌扣解約費用後以解約金 (surrender value) 名義返還要保人。如此權益增減，形同要保人將保單價值 (policy value) 以解約金價格賣回壽險公司；換言之，也就是要保人執行了一個以保單價值為標的物，解約金為履約價的美式賣權。

欲探究此一解約選擇權價值，需先掌握契約存續期間每一時點之解約金與保單價值。前已述及，解約金係解約當時之保單價值準備金扣減解約費用；其中，保單價值準備金為反映實繳保費高於自然保費之部份，所累積預作未來保險給付而準備的金額。此額度可由”已繳保費積存

終值減過去自然保費積存終值〞或〝未來保險金額現值減未繳保費現值〞模式，以保單預定利率計息計算，前者稱為準備金計算之過去法 (retrospective method)，後者則為未來法 (prospective method)。不管以何種方式計算，所得到的結論將趨於一致。至於解約費用，其概念類似契約期中終止之違約金，該金額多採取保單價值準備金乘以解約費用率計算，實務上此解約費用率則隨投保年度的增加而遞減。在保單價值方面，與前述之保單價值準備金計算原理相同，不同的地方在於保單價值是反映評估時點之當時價值，所以計算上不採預定利率與預定死亡率，而是以當時市場利率水準作為折現率，並依重估死亡率來估計。因此，保單價值將因市場利率或重估死亡率的變動而呈現不同的評價。

透過利率與死力隨機過程的模擬，並以精算方法估算解約金與保單價值後，我們可以了解要保人對於解約權主張之可能行為；當要保人在衡量機會成本後，發覺解約價值高於非解約價值 (也就是解約金高於保單價值) 時，即可能辦理保單解約。

3. 模型設定

本研究之重點，在透過選擇權觀點分析契約存續期間保單解約權之價值，以作為保費結構檢討或風險評估之參考。為聚焦研究主題並簡化模型，本文以不分紅定期壽險 (term insurance) 為對象，並舉實務上較普遍之分期繳費型態保單進行研究。

3.1 評價之基本架構

假設保戶購買某一 N 年期之定期壽險保單，保險金額為 I，購買時被保險人的保險年齡為 x 歲，而此保單採當時市場利率水準 $r(0)$ 為預定利率，並根據生命表統計計算預定死亡 (生存) 率。在不考量附加保費的情形下，此保單之年繳平準純保費 (annual level net premium) (P) 為：

$$P = \frac{I \cdot \sum_{n=1}^{N} \left({}_{n-1|1}q_x \cdot e^{-r(0)\cdot n} \right)}{\sum_{n=1}^{N} \left({}_{n-1}p_x \cdot e^{-r(0)\cdot(n-1)} \right)} \tag{1}$$

式中，

${}_{n-1|1}q_x$：x 歲的被保險人，在 n-1 至 n 年內死亡之機率。若 l_x 為生命表所載 x 歲之生存人數，則 ${}_{n-1|1}q_x = \frac{l_{x+n-1} - l_{x+n}}{l_x}$ 。

${}_{n-1}p_x$：x 歲的被保險人，經 n-1 年尚生存之機率；${}_{n-1}p_x = \frac{l_{x+n-1}}{l_x}$ 。

若依準備金之未來法 (prospective method) 計算，此保單於第 t 年末之平衡純保費制準備金 [1] (net level policy reserves) (${}_tV_{x:\overline{N|}}$)，即為該保險契約剩餘存續期間之保險金額現值扣除未繳保費現值：

$$ {}_tV_{x:\overline{N|}} = I \times \sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1|1}q_{x+t} \cdot e^{-r(0)\cdot n}\right) - P \times \sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1}p_{x+t} \cdot e^{-r(0)\cdot(n-1)}\right) \tag{2} $$

此時，若要保人辦理解約，保險人將就上述之保單價值準備金金額扣減解約費用後，以解約金名義給付予要保人。實務處理模式，該解約金 (${}_tS_{x:\overline{N|}}$)將依保單持有期間之長短計算：

$$ {}_tS_{x:\overline{N|}} = {}_tV_{x:\overline{N|}} \cdot \left(k\% + (1-k\%)\frac{t}{N}\right) \tag{3} $$

上式 k%意謂解約金最低給付比例 [2]。隨著保單持有期間增長，解約金佔準備金之比例將隨之線性遞增；相對來看，即要保人於保單第 t 年度解約時，將被扣減 $\left[(1-k\%)\cdot(1-\frac{t}{N})\right]\cdot {}_tV_{x:\overline{N|}}$ 金額作為解約費用，此解約費用率 $\left((1-k\%)\cdot(1-\frac{t}{N})\right)$ 將隨著 t 的增加而遞減。也就是不管保戶何時提出解約，其解約費用率均不得超過 (1-k%)。

與 (2)式計算原理相同，若改以第 t 年末之市場利率水準 ($r(t)$) 與重估死亡率計算，則可得到第 t 年末之保單價值：

$$ {}_t\tilde{V}_{x:\overline{N|}} = I \times \sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1|1}q'_{x+t} \cdot e^{-r(t)\cdot n}\right) - P \times \sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1}p'_{x+t} \cdot e^{-r(t)\cdot(n-1)}\right) \tag{4} $$

上式 ${}_{n-1|1}q'_{x+t}$ 與 ${}_{n-1|1}p'_{x+t}$ 分表保單第 t 年末反映被保險人當時健康狀況之重估死亡率及生存率。

一般而言，在保險契約存續期間，保戶始終擁有解約主張之權。上節已說明，要保人之解約，形同要保人執行了一個以保單價值為標的物，解約金為履約價的美式賣權。所以，要保人於保單第 t 年度的解約收益為： ${}_tS_{x:\overline{N|}} - {}_t\tilde{V}_{x:\overline{N|}}$ [3]。該收益價值將因市場利率上升或被保險人健康狀況良好而增加。此時，若保戶認為原保單保費偏高 (保單預定利率遠低於市場利率水準；或預定死亡率高於重估死亡率)，欲放棄保障以取回現金；或者保戶尋得較低保費之新保險替代商品 (假

---

[1] 本研究不考量準備金修正。

[2] 我國保險法第一百十九條載明：「要保人終止保險契約，而保險費已付足一年以上者，保險人應於接到通知後一個月內償付解約金；其金額不得少於要保人應得保單價值準備金之四分之三。償付解約金之條件及金額，應載明於保險契約」。換言之，保險公司之『解約最低給付比例』需設定為一高於 75%之數值，也就是解約率不得超出 25%。

[3] 保戶辦理保單解約時，現金流量與保障權益的增減變化分析如附錄。

設新保險商品之預定利率充分反映市場利率，而高於原保單預定利率；或新商品因被保險人健康狀況佳，適用於以低死亡率計價之優體保單)，要保人就有可能提出解約申請。

然而，壽險保單終究有別於一般金融商品，要保人對於保單價值之看待較易受到壽險公司服務滿意程度、解約後是否可順利覓得替代保單等因素之影響，我們將這些因素統合稱為「保單忠誠度」，若 ${}_t\tilde{V}_{x:\overline{N|}}$ 為不考慮忠誠度之保單價值，則加入忠誠度考量後保戶對保單之綜合評價可表示為 ${}_t\tilde{V}_{x:\overline{N|}}\cdot L$ (保戶考慮解約之時機為：${}_t\tilde{V}_{x:\overline{N|}}\cdot L\equiv{}_t\tilde{V}^{(L)}_{x:\overline{N|}}<{}_tS_{x:\overline{N|}}$)。其中，$L$ 表保單綜合價值乘數，其用以反映保單忠誠度：當保險公司提供較佳服務，保單忠誠度愈高，則 L 乘數值愈大，保單綜合價值也愈大，保戶亦較不易選擇解約。透過上述轉換 (以 ${}_t\tilde{V}^{(L)}_{x:\overline{N|}}$ 取代 ${}_t\tilde{V}_{x:\overline{N|}}$)，即可重新評價「考量保單忠誠度之解約選擇權價值」。惟該乘數值 (L) 並無歷史資料可供參考，若欲將此概念落實於評價中，保險人將需著手於保戶解約行為之觀察，統計分析要保人辦理解約時，保單價值除以解約金之乘數 (L) 機率分配，據此計算解約權「期望」價值。

上述模型說明，傳統不分紅壽險保單採固定預定利率與預定死亡率計算保費及各期解約金；市場利率與被保險人死亡率的變動則反映在保單價值的改變。當保單價值低於解約金時，將造就要保人解約動機，並決定該解約收益。因此，保單解約選擇權價值與未來利率與死亡率變動息息相關。以下即說明本研究之利率與死力隨機過程。

3.2 利率隨機過程

有關利率期間結構模型的建立，自 (Merton, 1973) 以降，包括 (Brennan and Schwartz,1977, 1979, 1980; Cox *et al*., 1980, 1985; Dothan, 1978; Hull and White, 1990; Vasicek, 1977) 等眾多學者紛紛投入此一領域之研究，試圖推導出更能反應利率真實變動的模式。

(Vasicek, 1977) 則提出利率均數復歸 (mean-reverting) 的概念。在此模式下，利率不會無止境的上升或下降；但此模型之缺點在於會產生不合理的負利率現象。(Cox *et al*., 1985) 則提出另一個均數復歸過程 (以下以CIR簡稱之) 來估計瞬間利率，在 CIR模型下，瞬間利率之隨機方程式為： $dr=\kappa(\theta-r)dt+\sigma_r\sqrt{r}dZ_r$ ；上式符號，κ代表均數復歸的速度，θ是利率平均水準，σ_r為利率波動度，Z_r為Wiener 過程。相較於 (Vasicek, 1977) 利率模型，CIR模型改善了負利率問題。因此，本文研究以CIR模型來決定市場利率[4]。

3.3 死亡率隨機過程

在生命表的編製上， (Bowers *et al*., 1986) 說明了死亡率或生存率的計算原理，他們將群體中之個人死亡年齡 (X) 視為一連續型隨機變數，則個人存活至x歲 ($X>x$) 卻於z歲 ($z>x$) 前死亡

---

[4] 本研究亦曾嘗試 Vasicek (1977) 利率模型，惟其多次模擬中少數出現利率為負現象，此負利率將導致保單價值小於零之不合理現象，所以本文最終選擇 CIR 模型。

之條件機率可表示為：

$$\Pr\left(x < X \le z \middle| X > x\right) = \frac{F(z)-F(x)}{1-F(x)} = \frac{s(x)-s(z)}{s(x)}, x \ge 0$$

其中，$F(x) \equiv \Pr(X \le x)$為X的分配函數，$s(x) \equiv \Pr(X>x) = 1-F(x)$。若令 $z = x+\Delta x$，且Δx趨近於0，則可得到存活至x歲者之瞬間死亡機率：

$$\Pr\left(x < X \le x+\Delta x \middle| X > x\right) = \frac{F(x+\Delta x)-F(x)}{1-F(x)} \cong \frac{f(x)}{1-F(x)} \cdot \Delta x = \frac{-s'(x)}{s(x)} \cdot \Delta x = \mu_x \cdot \Delta x$$

上式之$f(x) \equiv F'(x)$ 為X的機率密度函數，$\mu_x\left(= f(x)/[1-F(x)] = -s'(x)/s(x)\right)$ 則稱為死力 (the force of mortality)。由上式，可以推論死力與生存率的關係[5]：${}_n p_x = \exp\left(-\int_0^n \mu_{x+t} dt\right)$。若 μ_{x+t}反映的是各年齡層之群體平均死力水準，則可據此推算群體平均生存率或死亡率。然而，群體成員間死力存在著異質性，個體死力隨著健康狀況的變化可能異於預期死力水準，而此死力變動則可視為一隨機過程。文獻上，關於死力隨機過程之模型建構，大致歸納為reduction factor approach (如：Ballotta and Haberman, 2006; Milevsky and Promislow, 2001)、affine approach (如：Dahl, 2004) 與 time series approach (如：Cairns *et al.*, 2006) 等三類，(Dahl and Møller, 2006) 結合reduction factor approach與affine approache概念，假設x歲個體經t年後之死力 (μ'_{x+t}) 為原始死力 (μ_{x+t}) 與死力調整縮減因子 (ξ_{x+t}) 之相乘積：$\mu'_{x+t} = \mu_{x+t} \times \xi_{x+t}$，並由$\xi_{x+t}$之隨機過程描述死力的變動。本研究參酌 (Dahl and Møller, 2006) 模型，假設ξ_{x+t}為一漂移項 (drift) 0的幾何布朗運動：$\frac{d\zeta_{x+t}}{\zeta_{x+t}} = \sigma_\zeta \cdot dZ_\zeta$ (σ_ξ為死力調整因子之波動度，Z_ξ為Wiener 過程)；據此，重估保單續期之生存率或死亡率[6]。

5　$\because \mu_x = \frac{-s'(x)}{s(x)} \quad \left(-\mu_y dy = d\log s(y)\right)$

$\therefore -\int_x^{x+n} \mu_y dy = \log\left[\frac{s(x+n)}{s(x)}\right] = \log_n p_x$，且 ${}_n p_x = \exp\left(-\int_x^{x+n} \mu_y dy\right)$

6　依平均死力計算，$x+t$ 歲者於 n 年後仍存活機率為 ${}_n p_{x+t} = \exp\left(-\int_0^n \mu_{x+t+s} ds\right)$，若某一被保險人於 $x+t$ 歲時死力偏離平均水準 ($\mu'_{x+t} = \mu_{x+t}\xi_{x+t}$)，以此重估生存率與死亡率也將改變：

$${}_n p'_{x+t} = \exp\left(-\int_0^n \mu'_{x+t+s} ds\right) = \exp\left(-\int_0^n \mu_{x+t+s} \cdot \xi_{x+t} ds\right) = \left[\exp\left(-\int_0^n \mu_{x+s} ds\right)\right]^{\xi_{x+t}} = \left[{}_n p_{x+t}\right]^{\xi_{x+t}}$$

$${}_{n|m} q'_{x+t} = {}_n p'_{x+t} - {}_{n+m} p'_{x+t}$$

4. 數值分析

4.1 數值方法

保單解約之權益本質屬於美式選擇權。而美式選擇權之評價，因買方可以隨時履約之特性，並無封閉解，而是透過數值方法求解。早期文獻多使用二項樹或有限差分法來解決美式選擇權需考慮提前履約的問題，然而二項樹等方法在求算上有其限制，例如評價過程若同時考慮多資產隨機變動將會使得運算極其複雜。相對而言，蒙地卡羅法在處理多資產隨機過程上相對容易，但卻難適用於美式選擇權之評價。 (Longstaff and Schwartz, 2001) 以迴歸式求算美式選擇權中的持有價值，克服了蒙地卡羅法在計算美式選擇權上無法考慮提前履問的問題。有鑑於本研究評價需同時考慮利率與死力之隨機過程，所以我們採用Longstaff and Schwartz所提的最小平方蒙地卡法 (least square Monte Carlo; LSMC) 來計算保單解約選擇權價值。評價過程中，雖然保單解約選擇權與傳統的美式選擇權不同，其履約價非屬固定 (因解約金是時間的函數)，但其訂價概念仍與傳統無異，但需於模擬前計算好每個時點的解約金，並據此作為各期履約價來評價保單解約選擇權。

4.2 數值分析結果

針對保單解約選擇權之評價，首需確認此選擇權之履約價與標的物價格。我們採下列精算假設作為模擬基礎：首先，假設被保險人為 30 歲男性，投保 20 年期定期壽險，保額為 100 萬元，保單預定利率為 2.2%，保費採 20 年分期年繳。針對上述保單內容，我們引用「台灣壽險業第五回經驗生命表」(Taiwan standard ordinary experience mortality table; TSO) 之死亡率統計值，代入 (1)式即可得到保單年繳保費為 2,176.7 元；另將上述資料代入 (2)、(3) 兩式，其計算求得之保單各期解約金 (表 1) 即為解約選擇權在不同時間點之履約價。因本研究保單為分期繳費定期壽險，在平準化保費下保單前期之準備金將累積增加，後期則遞減，至保險期間終止保單價值準備金歸零；而解約金係採準備金扣減解約費用計算，其金額亦會先增加後遞減，表現在保單解約選擇權之權益內容上即出現履約價格先升後降之現象 (圖 1)。我們比較圖 1 (與表 1) 保單價值準備金與解約金的增減變動對應：保單價值準備金在前期逐年遞增，並於第十二保單年度累計至最大金額，而後遞減；相對地，解約金在第十二保單年度前 (含第十二保單年度)，亦將因保單價值準備金遞增與解約費用率遞減的雙重效應而呈現遞增趨勢 [7]。第十三保單年度，雖然保單價值準備金已下降，但因解約費用率較前一期低，致解約金仍上升 (於此達到保險期間最大

7　解約金金額係由解約當時之保單價值準備金扣減解約費用計算 (本文 (3)式)，因此，解約金之高低取決於保單價值準備金與解約費用率兩因素：保單價值準備金愈高或解約費用率愈低則解約金愈高，其中解約費用率又隨著保單年度的增加而遞減。所以，當保單價值準備金升高，且保單年度也增加 (解約費用率減少) 時，勢必造成解約金的提升。

表 1 保單各年度解約金

單位：元

保單年度 (t)	保單準備金 (a)	解約費用率 (b)	解約金比率 (c)=100%- (b)	解約金 (a)× (c)
1	1,230.90	23.75%	76.25%	938.6
2	2,424.50	22.50%	77.50%	1,879.00
3	3,564.30	21.25%	78.75%	2,806.90
4	4,635.10	20.00%	80.00%	3,708.10
5	5,623.70	18.75%	81.25%	4,569.30
6	6,517.40	17.50%	82.50%	5,376.80
7	7,304.00	16.25%	83.75%	6,117.10
8	7,967.30	15.00%	85.00%	6,772.20
9	8,502.70	13.75%	86.25%	7,333.50
10	8,911.90	12.50%	87.50%	7,798.00
11	9,167.40	11.25%	88.75%	8,136.10
12	9,255.30	10.00%	90.00%	8,329.80
13	9,139.80	8.75%	91.25%	8,340.10
14	8,783.90	7.50%	92.50%	8,125.10
15	8,156.40	6.25%	93.75%	7,646.70
16	7,235.10	5.00%	95.00%	6,873.40
17	5,994.80	3.75%	96.25%	5,770.00
18	4,403.50	2.50%	97.50%	4,293.40
19	2,421.60	1.25%	98.75%	2,391.30
20	0	0.00%	100.00%	0

說明：上述解約金係依(3)式計算：${}_tS_{x:\overline{N}|} = {}_tV_{x:\overline{N}|} \cdot \left(k\% + (1-k\%)\dfrac{t}{N} \right)$，其中，解約金最低給付比例$(k\%)$則以實務上常見規範 (75%) 代入。

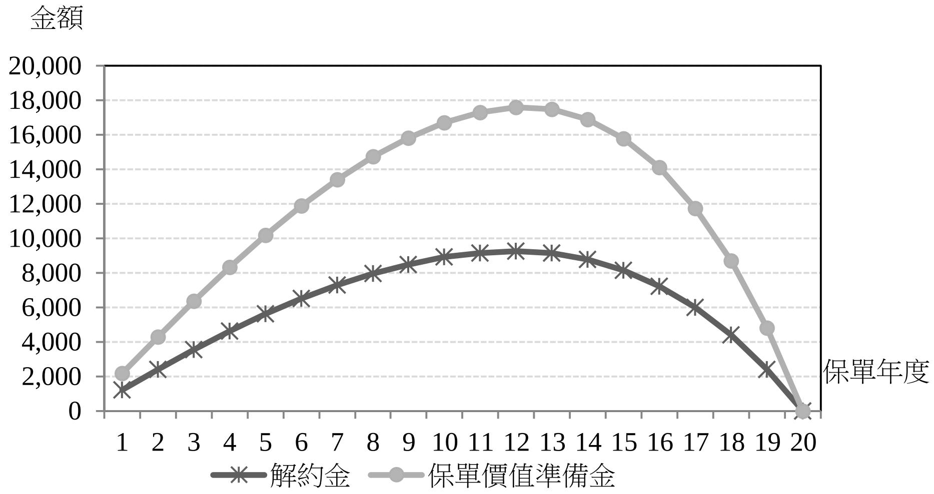

圖 1 保單價值準備金與解約金變化圖

值)。但自第十四保單年度起，保單價值準備金遞減效應明顯，所以，縱然解約費用率遞減，仍造成解約金遞減現象。縱觀解約金變化過程，解約時機的選擇並不適等待解約金提升，必竟解約金增加的主因，還是來自於保戶逐期繳納保費，換言之，等待解約金提升的期間，要保人也多繳了保費。

其次，我們統計 2003 年 1 月到 2012 年 4 月臺灣銀行兩年期定期存款利率資料，根據其利率平均數 (1.71%) 及其標準差 (0.59%)，以利率初始值 2.2%，並參考 (Julio Carmona and Angel León, 2007) 利率均數復歸速度設定區間，選取 25%進行 CIR 利率模擬；同時，依循 (Dahl and Møller, 2006) 做法，將死力調整因子波動度設為 2%以模擬其隨機過程，並重估死亡率。結合利率與死亡率的模擬，代入 (4)式即可評估保單價值的變動，該變動即為解約選擇權標的物價格之隨機過程。

透過上述各期履約價與標的物價格的觀察即可評價保單解約權。誠如前文分析，保單解約權實為一美式賣權，理論上並無封閉解存在，因此本文採用 (Longstaff and Schwartz, 2001) 所提最小平方蒙地卡法模擬 (LSMC) 進行數值求解：在解約金最低給付比例 (*k*)為75%的假設下，若不考量保單忠誠度因素 (L=1)，經20萬次模擬，求得保單解約選擇權價值為353.71元 (表2)。表2顯示，隨著模擬次數增加，數值已趨於收斂；本文後續相關數值求解均進行20萬次模擬。

此外，我們改變解約金最低給付比例 (*k%*) 的條件及加入保單忠誠度之考量。隨著*k*值的提升 (解約懲罰降低),解約選擇權價值 (相對於保險公司而言即為保單解約權之成本) 也跟著增加 (表2、表3)；保單忠誠度愈高 (L值愈大)，解約選擇權價值明顯降低，或者說，忠誠度的提升，將有助於保險公司大幅降低解約成本 (表3、圖2)。

若進一步觀察時間變化下之解約選擇權價值，大致呈現保單前期價值緩慢增加，後期較大幅度下降之現象 (圖3)；此特性與常見美式選擇權 (多為履約價格固定) 差異之主要原因在於定

表 2　不同模擬次數下之解約選擇權價值

單位：元

	模擬次數									
k%	0.5 萬	1 萬	1.5 萬	2 萬	2.5 萬	5 萬	10 萬	13 萬	15 萬	20 萬
75	360.1	358.8	353.9	356.1	349.5	355.2	355.7	352.1	357.0	353.7
80	410.1	400.7	386.9	403.2	401.7	398.2	400.7	396.5	396.7	398.5
85	441.0	446.6	445.1	452.4	446.5	445.3	450.3	447.7	450.0	446.6
90	495.6	509.2	489.0	506.9	502.5	501.0	503.3	503.7	506.3	502.6
95	546.2	574.7	566.3	571.0	567.6	568.5	570.4	570.0	567.3	570.9
100	633.4	639.9	641.3	637.2	645.4	645.5	642.3	640.2	639.5	641.1

說明：上述評價係以利率平均數 1.71%、標準差0.59%、初始值2.2%、均數復歸速度25%，進行CIR利率模擬；並以死力調整因子波動度2%模擬死力隨機過程。同時亦不考量保單忠誠度因素 (L=1)。

表 3　不同保單忠誠度之解約選擇權評價

單位：元

	反映忠誠度之保單綜合價值乘數 (*L*)					
k%	0.9	1.0	1.1	1.2	1.5	2.0
75%	583.34	353.71	237.13	174.66	106.80	80.99
80%	646.93	398.51	267.84	200.01	121.63	87.94
85%	715.83	446.57	306.14	229.07	137.56	97.78
90%	791.24	502.59	345.13	259.63	156.48	106.87
95%	881.45	570.94	393.87	294.74	173.01	117.96
100%	979.77	641.12	445.67	335.95	194.98	128.14

說明：上述評價係以利率平均數 1.71%、標準差0.59%、初始值2.2%、均數復歸速度25%，進行CIR利率模擬；並以死力調整因子波動度2%模擬死力隨機過程。

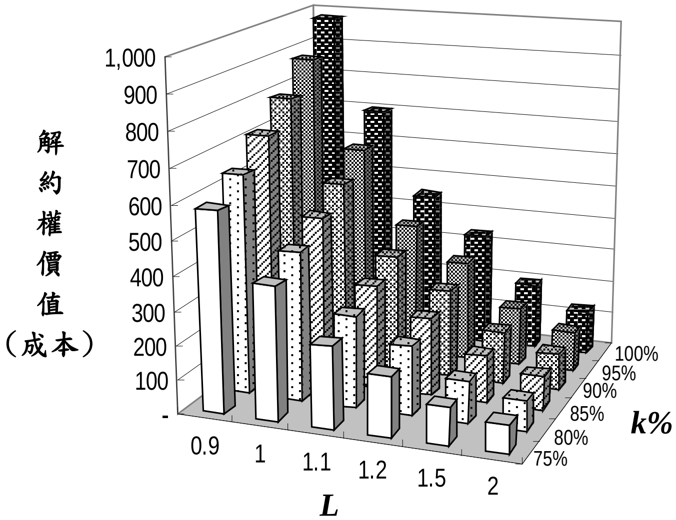

圖 2　解約金最低給付比例 (*k*%) 不同下，解約選擇權評價之差異圖

期壽險保單價值準備金之結構為先增後減，因此其解約選擇權之履約價格 (在此為解約金) 亦為先增後減，如此結構造就：隨機變數在相同的波動條件下，保單中期解約收益 (payoff) 高於初期與後期。伴隨選擇權接近到期日價值下降之原特性，也加深保單後期解約選擇權價值快速下降之現象。此特性也可解釋保險契約後期辦理解約之比例明顯減少之現象。此外，圖 3 亦顯示，*k* 值愈高表解約費用收取愈低，所以解約權價值愈高，如此現象在各個保單年度裡皆然；惟依據現行解約費用率遞減的計算方式，即使 *k* 值不同，在保單後期解約費用率差距將縮小，其解約選擇權價值也愈來愈接近。

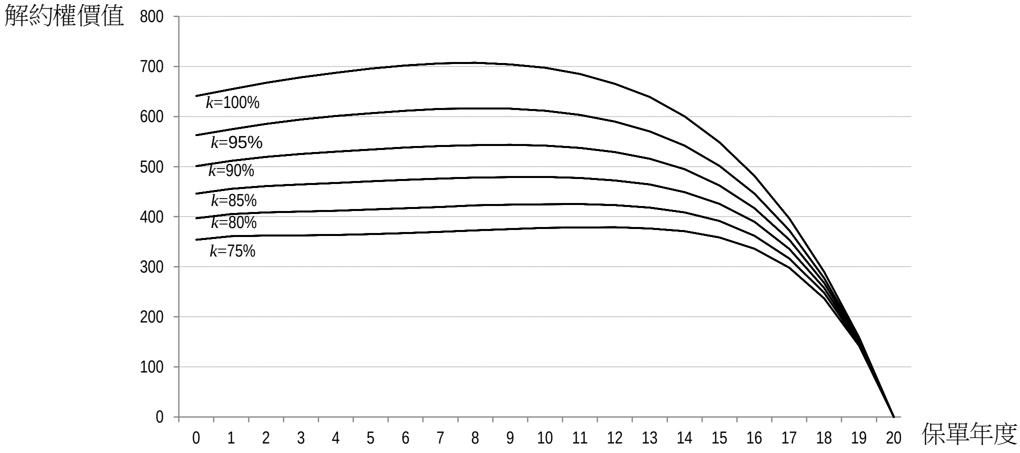

圖 3　時間變動下，不同 *k* 值解約選擇權價值變化 (*L* =1)

4.3 敏感性分析

上述模擬，利率均數復歸速度與死力調整因子之波動度參數均來自外生給定；前者影響利率變動路徑，後者則影響死亡率評估。因此，這兩個參數均將改變保單價值隨機過程，最終影響解約選擇權之評價。本節將針對此二參數進行敏感性分析，以觀察參數值改變對解約選擇權評價之影響。

由於本研究利率均數低於保單預定利率；當利率均數復歸速度愈大，利率一旦偏離平均水準將較快回復，致縮減解約獲利空間，也降低了此解約選擇權評價。表 4 即顯示利率均數復歸速度愈大，解約選擇權價值愈小之趨勢，但其變動幅度並不大。表 5 則呈現不同死力波動度下解約選擇權價值的變化，此波動度的加劇，擴大死亡率變動，亦影響保單價值波動加劇，造成解約選擇權價值較大幅度增長。

表 4　不同利率均數復歸速度下之解約選擇權價值

單位：元

k%	利率均數復歸速度				
	15%	20%	25%	30%	35%
75%	369.2	359.3	353.1	349.6	344.4
80%	414.0	404.9	398.2	393.1	387.7
85%	464.6	452.2	447.4	443.0	434.4
90%	527.6	513.3	504. 6	497.6	493.3
95%	592.2	578.0	567.7	564.2	557.5
100%	668.5	653.1	643.8	633.7	628.1

說明：上述評價係以利率平均數 1.71%、標準差0.59%、初始值2.2%、均數復歸速度15%~35%，進行CIR利率模擬；並以死力調整因子波動度2%模擬死力隨機過程。同時亦不考量保單忠誠度因素 (*L*=1)。

表 5　不同死力波動度下之解約選擇權價值

單位：元

k%	死力波動度				
	1.5%	1.75%	2%	2.25%	2.5%
75%	208.3	278.5	353.7	433.0	514.8
80%	241.2	316.6	398.5	482.5	568.7
85%	279.7	360.1	446.6	536.1	622.8
90%	325.1	415.5	502.6	597.6	689.7
95%	382.5	473.8	570.9	663.0	761.9
100%	446.3	543.7	641.1	742.6	839.3

說明：上述評價係以利率平均數 1.71%、標準差0.59%、初始值2.2%、均數復歸速度25%，進行CIR利率模擬；並以死力調整因子波動度1%~10%模擬死力隨機過程。同時亦不考量保單忠誠度因素(L=1)。

5. 結論

傳統壽險保單以保障穩定為主要訴求，然其採固定保單預定利率之計價模式，致壽險公司面對低利率時代的衝擊時，承受了沉重的利差損負擔；相反地，若市場利率走高，固然壽險公司可避免利差損，但是偏低預定利率之傳統壽險保單，是否容易形成解約潮？一但解約案件過高，對保險公司之衝擊又是如何？面對如此風險，保險公司因應之道又為何？

欲管理保單解約風險，首要在於建構一有效之風險揭露模式。過去文獻，已有學者從選擇權觀點探討躉繳保費分紅保單與股權連結保單之解約議題。本文研究除了延續此一選擇權評價概念外，特別針對分期繳費之傳統不分紅壽險進行分析；我們透過精算方法解構保單現金流量，從而釐清這類保單解約選擇權之權益結構。在此結構下，我們由保單預定利率與預定死亡率計算各期解約金，再由市場利率與死力之隨機過程模擬各期保單價值；前者代表解約選擇權之各期履約價，後者則反映此選擇權之標的物價值變化，由此可觀察解約選擇權收益並進行評價。此外，評價過程中我們亦加入保單忠誠度之考量，以擴展實務狀況之分析。

透過模型數值計算，我們可以初探保單解約選擇權價值及其變化，此一價值對於保險公司而言，反映的卻是一成本負擔，或可視其為風險評估。如何因應此一成本管控，現行收取解約費用的作法，的確已轉嫁了部份成本由解約者負擔。然而，此費用之收取並無法完全沖抵保險公司對於保戶解約之負擔。面對未來金融市場波動，保險公司若能記錄完整經驗數值，援引計算以充份掌握保單解約選擇權成本，或許，將解約費用所無法負擔的保單解約成本反映於保費訂價上，亦為一思考方向。

保單售後解約風險之控制與管理，已成為壽險公司未來能否穩健經營之關鍵因素之一，計算解約權公平價格則為揭露保戶解約風險第一步。唯有建構解約選擇權合理評價模式，根據評

價結果採行相對應之財務避險策略，甚或將此價值反映於保費上，方能有效降低壽險公司來自於保戶解約之衝擊。

附錄：保戶辦理保單解約，兩種情境下現金流量與保障權益的增減變化

情境 1. 保戶辦理保單解約，並停止後續保障 (未重購保險商品)：

對於保戶而言，解約勢必造成保單現金流量之改變。舉例來說，若要保人於保單第 t 年末辦理解約，此時，現金流量所增加之項目 (與未解約相較)，包括解約當時之解約金 $({}_tS_{x:\overline{N|}})$ 收入，以及續期保費 (每期 P 元)之免繳；而此續期保費之期望現值，根據重估生存率，計算得到：

$$P\times\sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1}p'_{x+t}\cdot e^{-r(t)\cdot(n-1)}\right)\text{。}$$

至於解約後所造成之保單權益減損為續期保障，此續期保障之期望現金流量現值為

$$I\times\sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1|1}q'_{x+t}\cdot e^{-r(t)\cdot n}\right)\text{。}$$

根據上述分析，保戶解約之淨現金流量於第 t 年末期望現值，可由 (a1)式計算：

$$NCF=\left[{}_tS_{x:\overline{N|}}+P\times\sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1}p'_{x+t}\cdot e^{-r(t)\cdot(n-1)}\right)\right]-\left[I\times\sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1|1}q'_{x+t}\cdot e^{-r(t)\cdot n}\right)\right]={}_tS_{x:\overline{N|}}-{}_t\tilde{V}_{x:\overline{N|}} \qquad \text{(a1)}$$

情境 2. 保戶辦理保單解約，並重購替代保險商品 (保障內容與保險到期日與原保單相同)：

情境 2 之現金流量增加與情境 1 相同，均為解約金收入，以及解約保單續期保費之免繳。惟現金流量之減損，因保戶已重購替代保單，所以並非保障之消失，而是新保單之保費支付。該保費金額，因保戶於第 t 年末之保險年齡已增至 $x+t$ 歲，若尋得之新保單係以當時利率水準 ($r(t)$)為預定利率，同時以當時健康狀況評估預定死亡率，則相同保額 (I)及相同保障到期日之新保單年繳保費 $P(t)$ 已不同於前保單：

$$P(t)=\frac{I\cdot\sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1|1}q'_{x+t}\cdot e^{-r(t)\cdot n}\right)}{\sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1}p'_{x+t}\cdot e^{-r(t)\cdot(n-1)}\right)} \qquad \text{(a2)}$$

因此，上述新保單之保費於重購期初 (t 時點)之現值為：$P(t)\times\sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1}p'_{x+t}\cdot e^{-r(t)\cdot(n-1)}\right)$ $\left(=I\times\sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1|1}q'_{x+t}\cdot e^{-r(t)\cdot n}\right)\right)$。

由上分析可得，情境二之淨現金流量現值將如 (a3)式所列：

$$NCF=\left[{}_tS_{x:\overline{N|}}+P\times\sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1}p_{x+t}\cdot e^{-r(t)\cdot(n-1)}\right)\right]-\left[P(t)\times\sum_{n=1}^{N-t}\left({}_{n-1|1}p'_{x+t}\cdot e^{-r(t)\cdot(n-1)}\right)\right]={}_tS_{x:\overline{N|}}-{}_t\tilde{V}_{x:\overline{N|}} \qquad \text{(a3)}$$

綜合以上 ((a1)、(a3)兩式) 分析觀察，情境一之淨現金流量金額等同於情境二。換言之，保戶於第 t 年末解約，無論有否重購替代保單，其損益均為 ${}_tS_{x:\overline{N|}}-{}_t\tilde{V}_{x:\overline{N|}}$ 。此收益價值將隨死亡率與市場利率之變化而改變。

參考文獻

Bacinello, A. R., “Fair Pricing of Life Insurance Participating Policies with a Minimum Interest Rate Guaranteed,” *Astin Bulletin*, Vol. 31, No. 2, 2001, pp. 275-297.

Bacinello, A. R., “Fair Valuation of a Guaranteed Life Insurance Participating Contract Embedding a Surrender Option,” *Journal of Risk and Insurance*, Vol. 70, No. 3, 2003, pp. 461-487.

Ballotta, L. and Haberman, S., “The Fair Valuation Problem of Guaranteed Annuity Options: The Stochastic Mortality Environment Case,” *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 38, No. 1, 2006, pp. 195-214.

Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A., and Nesbitt, C. J., *Actuarial Mathematics*, Society of Actuaries, 1986.

Brennan, M. J. and Schwartz, E. S., “The Pricing of Equity-linked Life Insurance Policies with an Asset Value Guarantee,” *Journal of Financial Economics*, Vol. 3, No. 3, 1976, pp. 195-213.

Brennan, M. J. and Schwartz, E. S., “Saving Bonds, Retractable Bonds, and Callable Bonds,” *Journal of Financial Economics*, Vol. 5, No. 1, 1977, pp.67-88.

Brennan, M. J. and Schwartz, E. S., “A Continuous Time Approach to the Pricing of Bonds,” *Journal of Banking and Finance*, Vol. 3, No. 2, 1979, pp. 133-155.

Brennan, M. J. and Schwartz, E. S., “Analyzing Convertible Bonds,” *Journal of Financial and Quantitive Analysis*, Vol. 15, No. 4, 1980, pp. 907-929.

Cairns, A. J. G., Blake, D., and Dowd, K., “Pricing Death: Frameworks for the Valuation and Securitization of Mortality Risk,” *ASTIN Bulletin*, Vol. 36, No. 1, 2006, pp. 79-120.

Chu, C. C. and Kwok, Y. K., “Pricing Participating Policies with Rate Guarantees and Bonuses,” *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, Vol. 9, No. 4, 2006, pp. 517-532.

Cox, J., Ross, S., and Rubinstein, M., “Option Pricing: A Simplified Approach." *Journal of Financial Ecnonmics*, Vol. 7, No. 3, 1979, pp. 229-263

Cox, J. C., Ingersoll, J. E., and Ross, S. A., “A Theory of the Term Structure of Interest Rates,” *Econometrica*, Vol. 53, No. 2, 1985, pp. 385-407.

Dahl, M., “Stochastic Mortality in Life Insurance: Market Reserves and Mortality Linked Insurance Contract,” *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 35, No. 1, 2004, pp. 113-136.

Dahl, M. and Møller, T., “Valuation and Hedging of Life Insurance Liabilities with Systematic Mortality Risk,” *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 39, No. 2, 2006, pp. 193-217.

Dothan, L. U., “On the Term Structure of Interest Rates, ” *Journal of Financial Economics*, Vol. 6, No. 1, 1978, pp. 59–69.

Gaillardetz, P., “Valuation of Life Insurance Products under Stochastic Interest Rates,” *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 42, No. 1, 2008, pp. 212-226.

Grosen, A. and P. L. Jørgensen, “Valuation of Early Exercisable Interest rate Guarantees,” *Journal of Risk and Insurance*, Vol.64, No. 3, 1997, pp.481-503.

Grosen, A. and Jørgensen, P. L., “Fair Valuation of Life Insurance Liabilities: The Impact of Interest rate Guarantees, Surrender Options, and Bonus Policies,” *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 26, No.1, 2000, pp. 37-57.

Hull, J. and White, A., “Pricing Interest-rate Derivative Securities,” *Review of Financial Studies*, Vol. 3, No. 4, 1990, pp. 573-592.

Julio Carmona and Angel León, “Investment option under CIR interest rates,” *Finance Research Letters*, Vol. 4, No. 4, 2007, pp. 242-253

Longstaff, F. A. and Schwartz, E. S., “Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach,” *Review of Financial Studies*, Vol. 14, No. 1, 2001, pp. 113-147.

Merton, R. C., “Theory of Rational Option Pricing,” *The Bell Journal of* Economics *and Management Science*, Vol. 4, No. 1, 1973, pp. 141-183.

Milevsky, M. A. and Promislow, S. D., “Mortality derivatives and the option to annuitise,” *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 29, No. 3, 2001, pp. 299-318.

Siu, T. K., “Fair Valuation of Participating Policies with Surrender Option and Regime Switching,” *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol. 37, No. 3, 2005, pp. 533-552

Vasicek, O., “An Equilibrium Characterization of the Term Structure,” *Journal of Financial Economics*, Vol. 5, No. 2, 1977, pp. 177-188.