

頻譜拍賣設計之理論與實驗研究—從 Ausubel 到 CCA

An Experimental Study on Spectrum Auction Design: From Ausubel to CCA

樊沁萍¹ Chinn-Ping Fan
東吳大學經濟學系

許孝婷² Hsiao-Ting Hsu
財團法人電信技術中心

¹Department of Economics, Soochow University and ²Telecom Technology Center

(Received February 17, 2014; Final Version January 27, 2015)

摘要：Ausubel (2004, 2006) 設計價格鐘拍賣制度，以類似『機會成本』概念決定商品分配；各回合得標數量是由總供給減去其他投標者需求數量來決定。這兩篇文獻以理論證明此拍賣制度可以達成效率分配，本文則以實驗方法檢驗受試者行為是否與理論預測相同。實驗結果發現 Ausubel 拍賣可以達成接近極大值之分配效率，但是在正縱效情況下效率較低。並且因為沒有組合投標機制，Ausubel 拍賣仍然有曝險問題，故受試者可能發生虧損。

2013 年英國 4G 釋照採用複雜的組合價格鐘 (combinatorial clock auction, CCA) 制度，本研究結果讓我們充分理解 CCA 設計之意義：基本競標回合採用多回合上升價格鐘方式具有重要的資訊揭露意義，若無此動態過程，單回合拍賣會有巨大的風險與不確定性。價格發現過程完成後，業者可在 CCA 的最後附加競標回合內投下一次密封組合標，故投標者可以充分表達其對各種組合之願付標價，以避免曝險問題。CCA 兼具多回合上升標價格發現以及單回合組合標效率分配二者的優點，這應該是許多先進國家在 4G 釋照時都採用 CCA 制度的理由。

關鍵字：頻譜拍賣，拍賣實驗，組合價格鐘拍賣

Abstract: Ausubel (2004, 2006) designed dynamic price clock auction systems, in which the quantity

本文之通訊作者為樊沁萍，email：cpfan@scu.edu.tw。

本文初稿發表於 2013 全國電信研討會。感謝國科會經費支持 (計畫編號 NSC-101-2410-H-031-015-MY2)。

allocation principal was similar to the opportunity cost concept; bidders were allocated the quantity that was not demanded by others. It could be proved theoretically that the Ausubel auction mechanisms could achieve efficient allocation. This paper conducted experiment to check whether subject behavior supported theoretical predictions. We found that Ausubel auction could achieve a high level of efficiency, but less so when there existed positive synergy. However, without combinatorial bids, bidders would still face exposure risk, and hence might incur losses. In 2013 Ofcom adopted the CCA (combinatorial clock auction) system to award the British 4G licenses. This research supports the complicated design of CCA. The dynamic clock phase of the primary bid rounds serves as the price discovery process, while the supplementary round provides bidders one final chance to submit combinatorial bids to alleviate the exposure risk. Therefore, CCA combines the advantages of dynamic auction and combinatorial bids. Such favorable features may explain the popularity of CCA among many countries.

Keywords: spectrum auction, auction experiment, combinatorial clock auction

1. 前言

人類使用拍賣制度來進行交易已有數千年歷史，但是直到賽局理論出現，我們才能夠以理論模型來分析並設計拍賣制度。經濟學希望達成資源之分配效率，也就是將資源分配到對其評價最高者手中；而拍賣正是一種利於達成效率分配的交易制度。當賣方難以確定買方對商品的願付價格時，拍賣制度可以藉著投標者之間的互相競爭讓願付價格最高者買到商品，也因此達成分配效率。1994年美國聯邦通訊委員會 (Federal Communication Commission, FCC) 首次採用拍賣方式釋出 PCS (personal communication services) 執照，多篇文獻¹ 說明當時 FCC 如何整合理論研究與實驗測試來設計出嶄新的拍賣制度。在介紹文獻之前，我們首先簡要說明頻譜拍賣制度設計所需考慮之重要面向。

- (1) 採靜態或動態方式進行：靜態是指單回合密封標拍賣，其操作簡單，目前許多土地或法拍屋標售仍然採用此制度。但是因為只進行一回合，故密封標拍賣無法包含資訊揭露過程，因此對賣方及投標者而言都有較大的不確定性。動態拍賣則包含多回合投標過程，此過程中投標者競標行為也具有資訊揭露意義，較有助於達成分配效率。
- (2) 投標者採數量或價格競標：拍賣花卉常用的荷式拍賣是一種數量競標拍賣，拍賣者喊價後投

¹ 如 McMillan (1994)、Milgrom (2004) 以及 Plott (1997) Chapter 1 都對 1994 年之釋照拍賣政策過程有詳細介紹。

標者決定其需求量。英式拍賣與荷式拍賣十分類似，也是拍賣者喊價投標者決定需求量，差別是荷式拍賣價格由高往底喊，而英式拍賣則是價格由低往高喊。價格競標可能是更常見的拍賣形式，藝術品拍賣就常用此制度，例如賣方展出一幅名畫求售，多位投標者各自決定標價，在動態競爭過程中標價逐漸上升。

- (3) 商品價格如何決定：各種拍賣制度中都是由出價最高者得標，但售出價格則有不同規定。最高價拍賣 *first price auction* 制度的規定與直覺較符合，出價最高者得標並且商品售價就是他所出的最高標價。次高價拍賣 *second price auction* 也因設計者之名而稱為 *Vickrey* 拍賣，見 *Vickrey (1961)*，此制度下出價最高者得標但付出價格則是次高標價。就直覺想來，以其他人標價決定價格彷彿有些奇怪，但是正因為成交價格與自己的標價無關，故經濟理論可以證明在次高價拍賣制度下投標者沒有隱藏資訊的必要，而可以用自己的真實評價投標。但是因為售價由次高標價決定，故有可能會以低價售出商品。
- (4) 是否為組合拍賣：當售出多件商品時組合拍賣允許買方對任意商品組合投標。執行組合拍賣的原因是若多件商品間存在正綜效 (*positive synergy*) 時²，組合拍賣可以解決曝險問題 (*exposure problem*)。試以簡單數字例說明：假設政府賣出 A、B 執照³，某業者單獨購得執照 A 的價值為 10，單獨購得執照 B 的價值也是 10，但是兩張執照具有正縱效時業者若買到 AB 組合會有 25 的價值，故對 AB 組合而言，每一張執照的價值是 12.5。但是如果拍賣制度只允許業者對 A、B 分別投標而不允許組合標，則業者很可能不敢對 A、B 分別投下 12.5 的標價，因為如果他投下兩個 12.5 的標價但是只標到其中一張執照，則他會付出 12.5 價格買到價值 10 的單張執照，故會發生虧損。拍賣文獻將此情況稱為曝險問題，組合拍賣允許業者對他想要的組合投標，則此業者可以直接標明他願意對 AB 組合付出 25 價格，故可解決曝險問題。

早期釋照問題之性質大多屬於單一商品拍賣 *single-unit auction*，也就是限制每位競標者只能購得一張執照，此架構下拍賣設計不需考慮商品間之縱效問題，故理論分析相對簡單。但即使如此 FCC 為頻譜釋照所設計的新制度—同時多回合上升標拍賣 (*simultaneous multi-round auction, SMRA*) 一仍然是拍賣設計的重要里程碑。SMRA 制度重點是廠商可以自由選擇要對那一張執照投標，在各回合之間也可自由轉換目標。暫未得標者可以觀察到各執照的暫時得標價，如果他認為某張執照仍然有獲利空間，就可移轉目標改對此張執照提出新標價。競標過程中標價逐漸上升，直到沒有新標價出現時，多張執照的拍賣才同時結束。此制度下拍賣結束時點是

² 真正縱效之商品亦可稱為互補品 *compliments*。反之若單張執照 A 價值為 10，單張執照 B 價值也是 10，但 AB 組合只有 18 的價值，則稱商品具有負縱效，或是互為代替品 *substitutes*。

³ 各國拍賣制度有不同設計，美國釋照拍賣標的是執照 *license*，英國以及台灣 4G 釋照拍賣標的都是頻譜區塊。下文並不區分此二者之不同，有時亦將拍賣標的物通稱為商品。

完全由投標者行為內生決定，只要有人覺得有利可圖、還想對某商品出價競標，拍賣就會繼續進行。必須等到所有未得標者都不願意提高標價時拍賣結束，此時才同時賣出所有商品。故拍賣結束時必定是沒有競標者想要改變此結果，這就類似賽局理論奈許均衡的定義，所有參與者都沒有誘因去改變拍賣結果。

即使在限購一件商品的簡單情況下，SMRA 的複雜度仍然使得學者無法建立對應於實際政策問題的數學模型並求出完整理論解。故當時除有多位學者利用賽局理論分析設計 SMRA 制度外，也同時採用實驗方法對 SMRA 制度進行實證檢驗，Plott (1997) 對實驗研究內容有詳細說明。各界普遍認為 1994 年美國 FCC 首次執行之 SMRA 釋照十分成功，此經驗也帶動各國仿效以及一系列後續學術研究。Klemperer (1998) 設計 Anglo-Dutch 拍賣是在多回合上升標之後再加上最後一回合的密封標。他認為上升標具有資訊揭露之重要意義但是對財力較弱的新進業者不利，而最後一回合的密封標可以保留不確定性故較可能鼓勵新廠商進入。Abbinck *et al.* (2005) 介紹英國在進行 3G 拍賣之前曾將 Anglo-Dutch 納入拍賣形式之可能選項，但最後英國仍然採用 SMRA 制度。Klemperer (2002) 比較歐洲 9 國 3G 頻譜拍賣經驗，發現拍賣之成功程度有頗大差異。各國電信市場基本競爭情況不同當然會造成影響，他也指出詳細拍賣規則也有重要影響，例如底價設定、是否允許聯合投標等。

3G 釋照時大多數國家限定每家業者只能取得一張執照，故不需考慮執照間綜效關係，只要執行細節與行動規則沒有太大誤差⁴，SMRA 制度大致上可以達成效率分配，尚不需執行組合拍賣。但是邁入二十一世紀之後電信技術有許多突破，行動網路、臉書、What's APP 及 LINE 等產品已經是現代人生活中不可缺少的重要部分。電信技術進步與資訊數位化導致數位匯流 (digital convergence) 趨勢，這使得現今電信產業的定義與界線和以往大不相同。電信廠商提供的產品日益多元化，他們不但彼此互相競爭，同時也與廣電業者與網路業者競爭。隨著產品多樣化，電信業者對頻譜之需求也隨之增加。為了對消費者提供更全面的服務，業者可能考量各頻段頻譜之物理特性不同而採取高低頻搭配，也需要考量各頻段技術進步與設備成熟各有不同發展時程。

這些因素都使得頻譜管理問題複雜度日益提高，業者有可能希望在多個頻段各購買一些區塊以組合出他所希望持有的頻譜資源。此情境下標準 SMRA 不一定可以達成效率分配，拍賣問題的困難度也大為提高。2011 年起各國進行的 4G 執照拍賣大都屬於多商品多單位 multi-item multi-unit 拍賣，允許業者可以對多頻段多區塊頻譜投標，許多國家的頻譜釋照正式進入組合拍賣制度時期。

執行組合拍賣的第一個困難是運算難度極高。試想賣方出售 K 件商品，有 N 人參與投標，如果每一件商品都可能分配給 N 人中的任何一人，那麼 K 件商品總計有 N^K 種分配方法，也就是賣方必須在全部 N^K 種可能分配中找出能使收入極大者。可能分配的總數 N^K 會隨著商品數

⁴ Klemperer (2002) 分析一些設計錯誤的例子。

與投標者人數增加而快速增加，在其中找出能使收入極大者會是一個 NP-hard 的運算問題⁵。雖然在運算面有此困難，但是另一方面賽局理論分析則可以為組合拍賣找出漂亮的理論解。VCG 機制整合 Vickrey、Clark 與 Grove 三位學者的貢獻⁶是以機會成本定價的單回合密封標拍賣。 K 件商品形成 $2^K - 1$ 種可能非空組合，VCG 機制的作法是投標者可以對所有 $2^K - 1$ 種商品組合投下一次密封標。拍賣者在收到標單後找出能使收入極大的商品分配，並以機會成本概念計算得標者需付價格。理論分析可以證明在 VCG 機制下所有競標者都可以其真實評價投標，拍賣結果也可以達成商品的分配效率。但是 Ausubel and Milgrom (2006) 與 Rothkopf (2007) 都指出 VCG 機制雖然有性質優異的理論解但是實際採用案例卻不多。未能廣泛採用的理由如下：

- (1) 首先當然是運算困難，VCG 機制求解收入極大分配時必需考慮所有 N^K 種可能的分配並在其中挑選數值極大者，故需要繁複的計算。隨著電腦運算能力提高，此點困難倒是相對較容易克服，可以設計演算法求出 VCG 的近似解。
- (2) 如前述，動態拍賣中投標者在各回合行為具有重要的資訊揭露意義，而 VCG 機制則是完全沒有資訊揭露過程的單回合密封標。雖然學者可以用數學證明 VCG 機制下投標者的弱壓倒策略 *weakly dominant strategy* 是以真實評價投標，但是實際操作拍賣時是在賣方開啟所有標單後立刻算出結果。對拍賣者及競標者雙方而言，都是完全沒有轉圜餘地及改變空間，故包含有較大的風險與不確定性。
- (3) VCG 機制以複雜的數學公式決定價格，基本概念是令價格等於機會成本。如果只賣出一件商品，VCG 機制就是次高價密封標拍賣。以機會成本決定價格的公式可能造成執照售出價格極低，1990 年紐西蘭執照拍賣採用 Vickrey 次高價密封標拍賣就是著名的失敗例子⁷。有業者投下十萬紐幣的最高標價得標，但他為執照付出的價格是次高標價只有紐幣五千元。甚至有一人投標的情況，此時執照價格是次高標價等於零元，這些案例都是監理當局難堪的失敗。

許多經濟學家都視以上問題為挑戰，希望能設計出可以達成效率分配並且又能避免 VCG 缺點的拍賣制度。早在 1997 年 FCC 於檢討 SMRA 制度時就曾委請顧問機構 Charles River and Associates (1997) 對組合拍賣做過初步研究，Banks *et al.* (2003) 也以實驗方法將 SMRA 與此組合拍賣制度做比較，結論為該種組合拍賣效率較佳但可能耗時較長。Goeree and Holt (2010) 文章也是源自 FCC 研究報告，該文設計之層級組合拍賣 (*hierarchical package bidding, HPB*) 是先由拍賣者將頻譜區塊做適當的層級組合，此種組合設計可使拍賣計算問題簡化到可用紙筆求

⁵ 簡單的說，NP-hard 的大意是不一定能在 Polynomial Time 之內解出的問題。

⁶ 此機制源於 Clark (1971), Groves (1973) 與 Vickrey (1961)。Ausubel and Milgrom (2006) 對 VCG 機制內容有詳細介紹。

⁷ 見 McMillan (1994), p.148。

解。就抽象理論模型角度而言 HPB 制度的確優美的簡化了困難複雜的計算；但是在實際政策面 HPB 卻很少被採用⁸。可能原因是在現實政策問題情境中，由各個投標者（電信廠商）視其需求來進行頻譜區塊組合是較實際也較合理的作法；但是 HPB 制度卻要求拍賣者在事前就先對頻譜區塊按照一定規則進行層級組合。作為拍賣者的電信監管機構往往難以全面瞭解所有投標者對頻譜區塊的需求，故難以設計出符合業界需求的區塊組合。

另有多篇文獻都是研究不同的多件商品拍賣制度，例如 Kwasnica *et al.* (2005) 研究 RAD (resource allocation design) 拍賣，Chen and Takeuchi (2010) 研究 iBEA (iBundle extend & adjust) 拍賣等。而 Ausubel (2004) 與 Ausubel (2006) 與近年國際間廣泛使用之 CCA 拍賣相關性最高，故本文選擇這兩篇重要學術文獻作為研究重點。兩篇文章都是多回合上升價格鐘拍賣，Ausubel (2004) 模型適用於多件同質商品拍賣而 Ausubel (2006) 模型適用於多種多件異質商品拍賣。Ausubel 拍賣類似英式拍賣之動態拍賣，拍賣者在各回合宣布價格而競標者以數量投標。此制度特殊處是以類似『機會成本』概念來決定得標數量，在各回合中得標數量是由總供給減去其他投標者需求數量來決定。Ausubel 研究成果以數學分析證明此種價格鐘拍賣制度可以達成 VCG 效率解，本文的主要研究目的是以實驗方法檢驗 Ausubel 兩篇文章的理論結果。

VCG 機制以及 Ausubel (2004) 與 Ausubel (2006) 理論分析的一項重要條件是商品間不得具有正綜效關係。但是早在學者以計量方法分析 1994 起美國兩次 PCS 執照拍賣投標資料時，即發現執照之間具有正縱效關係；也就是兩張相鄰地區執照之組合價值大於單張價值加總⁹。晚近拍賣學術研究進展到多商品多單位模型後，更有多篇文獻研究有綜效之多件商品拍賣模型，例如 Chen and Takeuchi (2010)、Chernomaz and Levin (2012) 與 Kagel *et al.* (2010)。其中後兩篇文章都是以美國政策背景來架構其實驗環境，故有其特殊性。美國幅原廣大釋出執照數量也十分龐大，以 2008 年美國 700MHz 釋照為例，當時計有 214 位投標者競標，拍賣歷經 38 天 218 回合，結果 101 位投標者標到 1090 張執照，9 張未售出¹⁰。在此規模下，美國釋照規劃的一項重要考量是全國性廠商者與地區性廠商之間的競爭關係。

但是大部分國家拍賣標的物數量與競標者數目都遠比美國為少，並且因為幅員較小故所有業者都是全國性廠商，並沒有全國性廠商與地區性廠商互相競爭問題。以 2013 年英國 4G 拍賣為例，計有 7 家業者¹¹參與競標 800 MHz 與 2.6 GHz 兩頻段之頻譜區塊，經過不到一個月 50 餘回合後，由 5 家業者得標¹²。台灣 4G 釋照拍賣規模也與英國較接近，計有 7 家業者競標 700 MHz，

⁸ 就我們所知，只有在 2008 年美國拍賣 700MHz 頻譜時使用過一次，相關資料見 http://wireless.fcc.gov/auctions/default.htm?job=auCTION_summary&id=73。

⁹ 見 Ausubel *et al.* (1997)。

¹⁰ 相關資料見 http://wireless.fcc.gov/auctions/default.htm?job=auCTION_summary&id=73。

¹¹ 引自 <http://consumers.ofcom.org.uk/news/4g-auction-bidders-announced/>。

¹² 引自 <http://media.ofcom.org.uk/news/2013/winners-of-the-4g-mobile-auction/>。

900 MHz 與 1800MHz 三頻段之頻譜區塊，最終由 5 家業者得標¹³。類似英國與臺灣情境下當然沒有地區性執照的綜效關係，但是不同頻段的頻譜區塊之間仍然可能有綜效關係。例如業者規劃進行高低頻搭配時，900MHz 頻譜區塊搭配上 1800MHz 頻譜區塊後可能會有價值倍增的正綜效；而物理特性類似的低頻頻譜區塊之間可能可互相代替，也就是具有負綜效。基於上述文獻發展以及電信釋照實務面考量，故本研究也加入商品縱效因素作為實驗設計的控制變數。

本文第二節說明同質商品 Ausubel 拍賣的實驗架構及結果，第三節說明異質商品 Ausubel 拍賣的實驗架構及結果。由這些實驗結果中，我們可以清楚看出 Ausubel 價格鐘拍賣制度未盡完美之處有二：可能有部分商品未售出，無法解決投標者的曝險問題。我們在實驗研究中以抽籤方式解決商品未售完問題，但因為沒有組合標設計故仍無法克服曝險問題。

以上研究經驗告訴我們多回合上升價格鐘拍賣再加上最後一回合密封標組合拍賣應該是理想的拍賣制度；這也正是英國 4G 釋照使用的組合價格鐘拍賣 (combinatorial clock auction, CCA) 制度。一般普遍認為 CCA 制度的缺點是複雜度甚高，投標者不易瞭解。例如英國在重要的 4G 釋照之前，就曾於 2008 年對 10-40GHz 和 L-band 執照拍賣兩次操作 CCA 制度以增進各界對 CCA 的瞭解。本研究顯示 CCA 複雜設計之意義：動態價格鐘階段之目的是資訊揭露以降低不確定性，而單回合組合標的目的則是降低投標者面臨的曝險問題。本文第四節正式介紹 CCA 制度並做結論。

2. 同質商品 Ausubel 拍賣

Ausubel (2004) 設計適用於多件同質商品之多回合上升價格鐘拍賣。與一般價格鐘拍賣不同處是 Ausubel 拍賣利用類似機會成本概念來決定各回合商品數量分配。假設拍賣者有 S 件同質商品要售出，故總供給量為 S 。設有 F_i ， $i = 1, \dots, I$ 家業者參與投標，拍賣者在第 t 回合宣布商品價格 P^t ，投標者 F_i 看到此價格後決定需求量 Q_i^t 。再定義 $D^t = \sum_{i=1}^I Q_i^t$ 是第 t 回合所有投標者的需求量，而 $D_{-i}^t = \sum_{j \neq i} Q_j^t$ 則是除了 F_i 之外所有其他競標者的需求量加總¹⁴。收到所有投標者需求數量後，拍賣者依照以下原則決定第 t 回合結果：

- (1) 如果 $S \geq D^t$ ，則拍賣結束，競標者 F_i 以 P^t 的價格買到其需求量 Q_i^t 。
- (2) 如果 $S < D^t$ ，則比較總供 S 給與其他人的總需求量 D_{-i}^t 來決定投標者 F_i 是否標到商品。詳細規則如下¹⁵：若 $S > D_{-i}^t$ ，則 F_i 以 P^t 的價格買到 1 單位；若 $S \leq D_{-i}^t$ ，則 F_i 得標數量為 0。

¹³ 見 http://www.ncc.gov.tw/Chinese/news_detail.aspx?site_content_sn=8&is_history=1&pages=1&sn_f=30938。

¹⁴ 符號規則是下標 i 是投標者編號，上標 t 則是拍賣回合數。

¹⁵ 此過程參見 Ausubel (2004) 第 1454 頁文字說明及 1456~1457 頁操作範例。

依照此方法計算每位競標者得標數量後，如果總供給量 S 已經全部售出，則拍賣結束。若尚未全部售出則進入下一回合，拍賣者將價格提高為 P^{t+1} 再重複以上步驟。

我們的實驗架構¹⁶是 6 位投標者競標 $S = 3$ 單位的總供給量。在第 t 回合 F_i 決定自己的需求量 B_i^t ，如果 6 位競標者需求加總小於等於 3 ($S = 3 \geq D^t = \sum_{i=1}^6 Q_i^t$)，則拍賣結束每人買到自己的需求量。而如果總供給無法滿足所有競標者需求 ($S < D^t$)，並且總供給 3 大於其他 5 人需求量加總 ($S > D_{-i}^t$)，則競標者 F_i 就以 P^t 價格得標一單位。因為各回合價格逐期遞增 $P^{t+1} \geq P^t$ ，故依照 Ausubel (2004) 架構，我們也規定投標者下標需求量必需逐期遞減 $Q_i^{t+1} \leq Q_i^t$ 。

評價設計架構如下，每位投標者需求 2 單位商品，並於 (40,60) 區間內以均等分配獨立抽出各投標者評價¹⁷。我們也將兩單位商品之綜效關係設計為實驗的控制變數。如果第二單位價值較低則稱此二單位商品之間具有負綜效，或稱代替關係；如果第二單位商品價值較高則商品間具有正綜效或稱互補關係；若二單位商品價值相同則無綜效關係。正常的需求曲線應該是負斜率，故第二單位商品價值應該較低。就市場均衡分析觀點而言，若兩單位商品具有互補關係，則需求曲線會是正斜率，均衡價格可能不存在。

我們建構電腦拍賣程式，於東吳大學經濟學系 2502 電腦教室內進行拍賣實驗。總計進行 25 場替代關係，25 場無關係以及 19 場互補關係的拍賣實驗，每場實驗耗時 90~120 分鐘。評價減去購買價格就是標購利潤，例如某位受試者付出 53 的價格買到評價為 56 的商品，就可賺到 3 元標購利潤。受試者參與實驗的報酬包含 100 元出席費以及標購利潤兩部分。實驗結束後我們以標購利潤 1 元 = NT\$10 元發給受試者現金報酬。現以表 1 為例說明實驗設計、理論解以及資料分析。

我們首先解出此組評價架構下的 VCG 理論解。對此組評價而言，可以達成效率極大的 VCG 理論解是將總供給 $S = 3$ 單位商品分配給 F1、F4 與 F5，最大效率值是 $E_{ts} = 56 + 55 + 54 = 165$ ，下標 ts 表示理論解 (theoretical solution)。售價則依照機會成本概念計算，當有一種 S 件商品售出時，原則上 VCG 價格就是第 $S + 1$ 高價。例如售出一件商品時售價為第二高價，本模型售出三件商品故價格為第四高價。但是在本組評價中依照機會成本概念算出之價格並非每人相同，

表 1 同質商品 Ausubel 拍賣實驗評價設計範例

	F1	F2	F3	F4	F5	F6
第一單位	55	42	47	56	54	51
第二單位	52	41	43	53	40	49

¹⁶ 參見徐正翰 (民國 100 年)。

¹⁷ 本文實驗採投標者評價互相獨立之私人評價 (private value) 設計。Ausubel (2004) 第 4~5 節則分析投標者評價互有相關之評價相依性 (interdependent value) 模型，本文之實驗並未包含相關評價設計。

計算方式如下。首先考慮如果 F1 不參加拍賣，則表 1 中三個最高評價是 56, 54, 53, 故 F1 買到的一單位商品之機會成本是 53, 故得 F1 之買價為 53。但是對於 F4 情況則不同, 如果 F4 不參加拍賣, 則三個最高評價是 55, 54, 52, 故 F4 買到的商品之機會成本是 52, 所以 F4 付的買價較低是 52。最後考慮如果 F5 不參加拍賣, 則三個最高評價是 56, 55, 53, 故 F5 買到商品之機會成本是 53, F5 之買價與 F1 相同, 也是 53。故算出賣方理論收入 $R_{ts} = 53 + 52 + 53 = 158$, 得標者總報酬 $\pi_{ts} = (55 - 53) + (56 - 52) + (54 - 53) = 7$ 。

對此組評價進行 Ausubel 價格鐘拍賣實驗後, 受試者投標行為所得到的實際結果是: 拍賣進行 7 回合結束, 價格為 $P^7 = 54$, 得標者是 F1、F4、F5 各購得一單位。故實際達成的分配效率是 $E_{act} = 56 + 55 + 54 = 165$, 下標 *act* 表示實際 actual, 實驗中售出價格是 54, 故拍賣者收入是 $R_{act} = 3 \times 54 = 162$, 得標者實際得標報酬加總為 $\pi_{act} = (56 - 54) + (55 - 54) + (54 - 54) = 3$ 。

為便於整合比較各場拍賣的結果, 我們以下將報告拍賣實驗結果對理論值的比例。此場拍賣實驗所達成的效率比 efficiency ratio 是 $ER = \frac{E_{act}}{E_{ts}} \times 100 = \frac{165}{158} \times 100 = 100.00$, 收入比 revenue ratio 是 $RR = \frac{R_{act}}{R_{ts}} \times 100 = \frac{162}{158} \times 100 = 102.53$, 報酬比 profit ratio 是 $\pi R = \frac{\pi_{act}}{\pi_{ts}} \times 100 = \frac{3}{7} \times 100 = 42.85$ 。

以上實驗資料顯示對此組評價而言, Ausubel 價格鐘拍賣的確能達成 VCG 的效率分配, 賣出價格甚至比 VCG 理論價格還要高, 所以收入比超過 100, 而賣方收入與投標者利潤呈現互為消長情況, 賣方收入高就使得投標者利潤低。請注意此例中實際收入比理論收入高出 4, 實際利潤比理論利潤少 4, 二者數值相同。但是收入比 102.53 與報酬比 42.85 之差距甚大, 這是因為利潤比的分母較小, 所以算成比例時波動會較大¹⁸。

Ausubel (2004) 理論模型內回合價格 P^t 與個別需求量 Q_i^t 都是連續變數; 當 P^t 以微小幅度上升時, 多個 Q_i^t 同時降為 0 的機率是 0, 故在理論分析中無須考慮商品未售出情況。但是實際進行拍賣時, 在價格上升過程中可能發生多位投標者需求量同時減少而造成部分商品未售出的情況。表 2 資料顯示我們操作的 69 場同質 Ausubel 拍賣實驗中, 有 28 場拍賣發生商品未售完的無效率狀態。

Ausubel (2004)文中¹⁹曾提及價格上升過程可能發生需求驟減而有超額供給, 此時可利用投標者在兩個價格下需求數量加以調整來結清市場。唯當年建構實驗環境及拍賣程式時, 我們並不瞭解此情況之重要性, 也沒有預見未售完場次發生頻率會如此之高, 故實驗設計並不包含可以保證商品會全數售出之輔助性隨機機制, 下一節異質商品實驗中即會做出改進。下表 3 彙整報告同質商品 Ausubel 拍賣之實驗結果。

¹⁸ 樊沁萍 (民國 102 年) 第 674 頁中也觀察到類似結果。故解讀實驗資料應謹慎, 可以討論不同處理下報酬比之變化情況, 但是不宜將效率比與報酬比數值互相比較。

¹⁹ 見 Ausubel (2004), 第 1460 頁, 附註 17。

表 2 同質商品 Ausubel 拍賣實驗場次

商品關係	無綜效	負綜效	正縱效	總計
總場次	25	25	19	69
未售完場次	11	7	10	28
未售完比例	0.44	0.28	0.53	0.41

表 3 同質商品 Ausubel 拍賣實驗結果

		無綜效	負綜效	正縱效
效率比	總場次	82.99	87.63	77.08
	完全售出場次	98.78	99.40	93.63
收入比	總場次	85.16	88.50	85.38
	完全售出場次	99.97	100.36	101.14
報酬比	總場次	63.00	73.16	-8.15
	完全售出場次	72.62	85.95	23.54

作為比較基準的 VCG 制度是以單次密封標進行，投標者寫下對各組合之標價後，拍賣者選擇能使總收入極大之分配，並且以「其他人願付之最高價格」的機會成本概念來決定價格。Ausubel 拍賣則是在動態過程中拍賣者逐步提高價格，分配商品原則是「總供給減去其他人需求量」，也就是投標者可以得到「其他人不需求的數量」。此種分配原則類似於數量分配上的機會成本概念。表 3 資料顯示對於商品完全售出之場次，Ausubel 拍賣可以達成很高比例的效率分配。值得注意的是 Ausubel (2004) 模型要求各單位商品的邊際效用遞減，而本研究之實驗結果發現當各單位商品間具有正綜效，也就是邊際效用遞增時，抽籤之後 Ausubel 拍賣實驗仍能達成高達 93.63% 的效率比值，表現依然頗為優異。但是無綜效與負綜效情況下效率比更為接近理論極大值。整體而言，對於商品完全售出場次 Ausubel 拍賣可達成接近理想之分配效率，而在三種綜效情況內，正綜效場次達成的分配效率與極大值差距最大。

在賣方收入面，因為 Ausubel 價格不是用機會成本概念計算，故拍賣者收入略高於 VCG 解。至於競標者報酬則是在 Ausubel 價格鐘拍賣制度下較低，這是因為 Ausubel 拍賣中投標者無法投組合標。尤其是當商品呈現正綜效時，投標者會希望搶標到價值更高的第 2 件商品，此競爭因素也使得標者報酬降低，故正綜效時投標者報酬與理論解之差異也最大。

以上是只有一種商品的多單位 (multi-unit) 拍賣實驗研究，但是隨著技術進步，近年各國 4G 釋照之政策情境大多是同時釋出多頻段多區塊執照，也就是多商品多單位拍賣問題。投標者可以購得多種多件異質商品的情況並非以上架構所能處理，而應使用 Ausubel (2006) 異質商品拍賣模型，下一節此理論模型之實驗設計及結果報告。

3. 異質商品 Ausubel 拍賣

異質商品拍賣模型設計如下²⁰：拍賣者有 A、B 兩種商品要賣出，總供給量各是 3 單位，同樣是 F_i ， $i=1, \dots, 6$ 家業者參與投標。在拍賣程式設計方面，異質商品 Ausubel 模型只需直接延伸同質商品架構就可處理。同質商品拍賣時只需要一個價格鐘，而賣出多種異質商品時則需要多個價格鐘。每個價格鐘在各回合調整方式和上一節相同，若有超額需求則拍賣者在下一回合就會提高價格。

但是投標者評價設計的複雜度卻提高許多，這是因為當投標者可以購買多種多件商品時，我們必須考慮所有可能組合的價值。假設競標者對 A、B 商品各有兩單位需求，並且 A、B 商品間存在正綜效關係，則在受試者說明中我們呈現如表 4 的商品評價表。

表 4 中其實包含兩層關係，A、B 商品之間的綜效關係以及各種商品的第二件與第一件之價值變動。在受試者說明中我們用以下文字說明以上商品評價表：

『政府正在拍賣 A、B 兩地區的電信執照，上表說明廠商擁有電信執照的價值：這家廠商標到第一張 A 執照的價值是 45，第一張 B 執照的價值是 60，但是因為 A、B 地區一起經營會有價值倍增的正綜效，所以一張 A 執照加上一張 B 執照 (1A + 1B) 的價值是 115，大於 45 + 60。在 A 地區營業只需要一張執照就可營業，所以 A 地區第二張執照的價值只有 35，比第一張執照價值低，此廠商買到兩張 A 執照 (2A) 的價值是 80。B 地區情況也是如此，第二單位價值較低。但是如果能夠買到第二單位 A 與第二單位 B (2A + 2B)，同樣會有 A、B 地區的正綜效。請注意計算總價值時必須考慮綜效：此廠商如果買到二單位 A 與一單位 B (2A + 1B)，總價值是計算方法是 1A + 1B 的 115 再加上第二個 A 的 35，所以是 115 + 35 = 150。如果買到一單位 A 與二單位 B (1A + 2B)，總價值是計算方法是 1A + 1B 的 115 再加上第二個 B 的 50，所以是 115 + 50 = 165。如果買到二單位 A 與二單位 B (2A + 2B)，總價值是第一組 AB 的 115 再加上第二組 AB 的 90，所以是 115 + 90 = 205。』

異質商品拍賣時投標者必需考慮如上的複雜架構，如果受試者無法完全瞭解此架構，他在實驗中的投標行為就可能會有偏差，我們紀錄及分析其行為的意義也會降低。故宣讀以上受試

表 4 異質商品 Ausubel 拍賣評價架構

個別評價	A	B	AB
第一單位	45	60	115
第二單位	35	50	90

²⁰ 參見林何有 (民 102)。

者說明後，我們發給每位受試者一張小考卷²¹，逐一檢驗受試者是否能正確算出各種組合的價值，直到所有受試者都能正確作答後我們才開始進行拍賣實驗。

本實驗的控制包含兩層面：商品間的綜效 α ，以及第二單位商品價值降低的幅度 β ，以下簡稱為綜效比 α 與邊際比 β 。我們將考慮由 $\alpha = 1, 1.1, 1.2$ 與 $\beta = 0.8, 0.95$ 所組成的共計6種處理情況。 $\alpha = 1.1$ (或1.2)表示AB組合的價值是A、B價值加總再乘上1.1(或1.2)； $\alpha = 1$ 則表示A、B商品間無綜效。 $\beta = 0.8$ 表示第二單位商品的價值是第一單位商品價值乘上0.8，也就是第二單位商品價值降低幅度大； $\beta = 0.95$ 表示第二單位商品價值降低幅度很小。控制係數 α 與 β 對於有效率的商品分配會造成之影響效果相反： α 越大越應賣出AB組合，而 β 越大則買到第二單位同一種商品的效率越高。

異質商品 Ausubel 拍賣包含多個價格鐘各自進行調整，下以A商品為例說明價格鐘上升過程中商品分配方法，B商品操作方式相同。令 S 表示A商品總供給量，拍賣者宣布價格 P^t 後投標者各自決定其需求量 Q_i^t ， $D^t = \sum_{i=1}^I Q_i^t$ 與 $D_{-i}^t = \sum_{j \neq i} Q_j^t$ 定義亦同前。拍賣者收到所有決策後依

照以下原則決定第 t 回合結果：

- (1) 若A商品的總供給量大於總需求量($S \geq D^t$)，則競標者 F_i 暫時以 P^t 價格買到需求量 Q_i^t 。
- (2) 若 $S < D^t$ ，則總供給減去其他人需求量($S - D_{-i}^t$)就是競標者 F_i 的暫時得標數量，但 $S - D_{-i}^t \leq 0$ 時競標者 F_i 暫時得標量為零。
- (3) 若兩種商品都完全售出則拍賣結束；若任何一種商品尚有剩餘則進入 $t+1$ 回合。 P^{t+1} 決定方式如下：若A商品之總供給已經完全暫時賣出，則價格暫不上升， $P^{t+1} = P^t$ 。若A商品尚有剩餘未售出則拍賣者提高其價格 $P^{t+1} > P^t$ 。

拍賣依照以上步驟反覆進行，只要有超額需求存在就會持續提高價格，若無超額需求則價格暫時不變。上述規則表示拍賣者在每一回合都是對總供給做暫時分配；假設某回合某廠暫時得標1單位，而下一回合其他五家廠商的總需求量變為3等於總供給，則此廠商得標總量降為 $3 - 3 = 0$ ，該回合開標結果會顯示該廠商暫時得標量為-1，表示此廠以前買到的1單位商品又被其他投標者搶去故需扣除。

Ausubel 價格鐘拍賣其實與 SMRA 有些類似，都是藉由投標者需求在各商品間移轉來達成最終均衡。在以價格競標的 SMRA 制度下，投標者在各回合間可以自由移轉其對不同商品之需求，選擇相對最有利的商品下標；A 商品暫時得標價太高時就轉向對 B 商品投標。異質商品 Ausubel 價格鐘拍賣中，投標者是以數量競標，但投標者同樣在價格上升過程中自由移轉他對 A、B 商品的需求量。如果商品有正綜效關係，投標者可能在買到 A 商品後會增加他對 B 商品的需

²¹ 見附錄 A，受試者說明。為避免受試者將實驗與文獻做直接連結，故在受試者說明中我們將 Ausubel (2006)異質商品拍賣制度改以 ASB 代號表示。

求。拍賣的結束規則也類似 SMRA，須待所有投標者都棄權，兩種商品都沒有新需求出現時拍賣才結束。

同質商品 Ausubel 拍賣實驗在價格鐘階段結束後商品未售完之場次比例頗高，故進行異質商品拍賣時，我們增加抽籤設計以確保商品能全數售出。以下是受試者說明中關於抽籤規則的文字說明：

拍賣結束時若有商品未賣出，將以抽籤方式來做分配。仍以 A 商品為例說明：若價格升到 $P(A)=250$ 時所有人都棄權拍賣結束但 A 商品還有 2 單位未賣出，我們會檢查之前各回合資料，若找出在 $P(A)=220$ 時有 3 單位需求，我們就在其中隨機抽出 2 人，以 220 的價格將 A 商品賣給中籤者。請注意我們是對 A、B 商品分別抽籤，並且此機制下您在各回合的需求量都有可能成交。

實驗中 A、B 商品評價抽取範圍分別是 (200, 350) 與 (100, 250)，受試者評價是從以上範圍內用均等分配隨機抽出²²。Ausubel (2006) 宣稱動態價格鐘拍賣可以達成有效率 VCG 解，為檢驗此論點，我們也必需求出 VCG 理論解作為比較基礎，現以表 5 評價為例說明，此組評價的控制變數是 $\alpha = 1.2$ ， $\beta = 0.95$ 。其中 A 一與 A 二分別表示第一與第二單位 A 商品價值，AB 一表示第一組 AB 價值，其他欄同理類推。

我們首先需計算 VCG 理論解作為比較基準，本文模型範圍不大故可用窮舉法求解²³。首先考慮 3 件 A 商品分配給 6 個人每人最多可購得 2 件，共有幾種可能分配。思考以下兩種情況：(1) 三件 A 商品分配給不同的三個人，共有 $C_3^6 = 20$ 種可能分配。(2) 三件 A 商品分配給兩個人，其中一人買到兩件，共有 $6 \times 5 = 30$ 種可能性。合併以上二情況可知 3 件 A 商品共計有 $20 + 30 = 50$ 種可能分配方法。同理 3 件 B 商品也有 50 種分配方法，故知 A、B 兩種共 6 件商品總計有 $50 \times 50 = 2,500$ 種分配方法。我們以 SPSS 程式算出這 2,500 種分配之總價值，再找出總價值極大者就是 VCG 理論解。

對表 5 之正綜校評價組，VCG 解是由 F2、F4 與 F6 各買到一組 AB 以達最大分配效率理論效率解值是 $E_{ts} = 528 + 535 + 530 = 1,593$ 。以機會成本計算的 VCG 價格則分別是 509, 504 與 509，三者加總得到拍賣者理論收入 $R_{ts} = 1,522$ 。三位得標者理論利潤分別是 $528 - 509 = 19$ ， $535 - 504 = 31$ 以及 $530 - 509 = 21$ ，加總得到理論解之總利潤 $\pi_{ts} = 19 + 31 + 21 = 71$ 。

以此組評價進行 Ausubel 拍賣實驗，受試者行為結果如下：價格鐘階段於第 9 回合結束，共計賣出 3 單位 A 與 2 單位 B，由 F1、F2、F4 與 F6 得標，價格及得標者報酬詳情見下表 6。因為價格鐘階段結束時還有 1 單位 B 商品未賣出，所以我們回顧投標記錄並找出在第 7 回合價格

²² 此評價範圍與上一節評價範圍不同，這是因為各年拍賣實驗受試者大部分都是東吳大學商學院學生，雖然受試者並未重複，但我們依然各年採用不同評價設計範圍，以免拍賣問題數字環境太過類似。

²³ 實際電信頻譜拍賣問題之規模當然龐大許多故無法以窮舉法求解，因此決定得標者及計算價格都是十分複雜的過程，詳細內容見 Maldoom (2007)。

表 5 異質商品 Ausubel 拍賣評價設計範例

	A 一	B 一	AB 一	A 二	B 二	AB 二
F1	223	195	502	212	185	476
F2	301	139	528	286	132	502
F3	226	189	498	215	180	474
F4	236	210	535	224	200	509
F5	220	169	467	209	161	444
F6	280	162	530	266	154	504

$P(B)=180$ 時，F1 有 2 單位需求，F2 與 F4 各有 1 單位需求。所以我們在 F1，F1，F2 與 F4 四個簽中隨機抽選並抽中 F1，故最後 1 單位 B 以 180 價格賣給 F1。最終拍賣結果之價格與得標者報酬資料呈現在表 6 最右側三欄中。

我們再將此組評價之實驗結果彙整報告於表 7 以便進行分析，表中前三欄是實驗結果之總評價、收入及總報酬金額，後三欄則是實驗結果與 VCG 理論解之比例。因為價格鐘結束時還有一件 B 未售出，故效率比只有 77.59。採用抽籤方法將此商品售出使得分配效率大為提高，效率比達到 96.86，收入比也接近理論解，但是報酬比則較低，這是因為 F1 以低報酬搶到一組 AB 也使得 F2 與 F4 的報酬降低。

表 8 報告各處理情況下進行之拍賣場數，例如 $\alpha = 1.0$ ， $\beta = 0.80$ 情況共抽出 18 組 PV 值，進行 18 場拍賣實驗。括弧內數字則說明此情況下共有 11 場拍賣是在價格鐘結束時尚未售出所有商品，也就是需要執行抽籤的場次數目。表 8 顯示全部 109 場拍賣實驗中，共有 50 場是在價格鐘結束後商品未能完全售出，此資料再次肯定價格鐘拍賣結束後尚須輔以隨機機制之重要性。

表 8 就場次數目來說明價格鐘結束後之隨機機制—抽籤—的重要性，表 9 則就效率比、收入比與報酬比三方面檢查抽籤設計可以使價格鐘拍賣結果得到多少改進。首先觀察效率比，就全部場次總平均看來，加入抽籤設計後異質商品 Ausubel 拍賣可以達成約 96.27% 的分配效率，而價格鐘階段的總平均效率比只有 82.49%，故抽籤機制可以使效率比提高約 14%。採用抽籤機制可使得商品全數售出，這也使得拍賣者收入增加，表 9 資料也顯示收入比提高 15%。但是對於投標者而言抽籤機制卻無法提高其報酬。這是因為競標者在價格鐘拍賣內仍然是對 A、B 商品分別投標，故曝險問題依然無法解決。對於有正綜效的商品，投標者若未能順利購得 AB 組合，其結果就是只得到單獨 A 或是單獨 B 的低價值，所以報酬也會較低。

表 9 顯示對於 $\alpha = 1.1$ 情況，報酬比甚至為負值。我們以簡單數字為例說明此情況發生原因：假設某位投標者持有第一單位 A 與第一單位 B 的價值分別是 275 與 175， $\alpha = 1.1$ 故 AB 組合價值是 $(275+175) \times 1.1 = 495$ 。投標者期望獲得 AB 組合，故當 A 與 B 的價格分別是 300 與 190 時，他仍然對 A、B 各投下一單位的需求量。如果他能夠成功標到 AB 組合，付出 490 買到價值 495

表 6 評價設計範例之 VCG 理論解及實驗結果²⁴

	VCG 理論解			價格鐘階段			拍賣結果		
	商品	賣價	利潤	商品	賣價	報酬	商品	賣價	報酬
F1				B	220	-25	AB	500	2
F2	AB	509	19	A	290	11	A	290	11
F4	AB	504	31	B	200	10	B	200	10
F6	AB	509	21	AB	510	20	AB	510	20

表 7 表 6 範例評價組之實驗結果分析

	金額			比例		
	VCG 理論解	價格鐘階段	拍賣結果	價格鐘階段	拍賣結果	
總評價	1,593	1,236	1,543	效率比	77.59	96.86
收入	1,522	1,220	1,500	收入比	80.16	98.55
總報酬	71	16	43	報酬比	22.54	60.56

表 8 異質商品 Ausubel 拍賣實驗場次，括弧內數字為需要執行抽籤場次

	$\alpha = 1.0$	$\alpha = 1.1$	$\alpha = 1.2$	加總
$\beta = 0.80$	18 (11)	18 (5)	19 (7)	55 (23)
$\beta = 0.95$	18 (13)	18 (5)	18 (9)	54 (27)
加總	36 (24)	36 (10)	37 (16)	109 (50)

表 9 異質商品 Ausubel 拍賣--價格鐘階段與最終拍賣結果比較

		$\alpha = 1$	$\alpha = 1.1$	$\alpha = 1.2$	加總
效率比	價格鐘階段	78.26	90.34	83.94	82.49
	拍賣結果	97.13	96.87	94.86	96.27
收入比	價格鐘階段	79.96	94.11	87.05	85.06
	拍賣結果	100.58	100.88	98.70	100.04
報酬比	價格鐘階段	51.57	-2.86	37.43	36.16
	拍賣結果	53.57	-2.06	13.85	21.71

的 AB 組合，就可以賺到 5 的正利潤。但是如果開標結果是他只買到 A 商品，則他付出 300 買到價值為 275 的 A 商品，就會發生 25 的虧損，這正是組合拍賣的曝險問題。抽籤機制並不保證投標者可以買到 AB 組合，故無法使投標者報酬提高，還需要在拍賣制度中加入其他設計才可能改善曝險問題。

²⁴ 此組評價中 F3 與 F5 在理論解及實驗結果都是沒有買到任何商品，故表中刪去此二位投標者。

表 9 資料也顯示與同質商品拍賣相同的趨勢，商品綜效越大則效率比與理想值之差異越大。此結果依然是因為競標者在價格鐘拍賣中只能對單件商品投標，無法投組合標故無法解決曝險問題。本實驗有兩個控制因素：綜校比 α 以及邊際比 β 。對商品分配而言，此二因素作用相反， α 越大則賣出 AB 組合效率越高， β 越大則同一種第二件商品價值越高，相形之下也就降低 AB 組合的優勢。以下分析此二控制因素對拍賣結果的影響。因為我們要討論控制因素對實驗拍賣最終結果的影響，故以下三表僅分析抽籤後的最終拍賣結果。

表 10 報告各處理水準下的效率比，我們發現使用抽籤制度拍賣使得商品全數售出後，絕大多數場次之效率比是接近但仍是顯著低於 100%。尤其值得重視的是，表 10 最後一列顯示綜效比 α 越大，拍賣實驗結果所達成之效率比越低。這是因為我們在實驗中分別對 A、B 商品操作抽籤機制，無法確保 AB 組合會被分配給相同受試者，因而造成效率比降低。此情況在綜效比 α 數值大時越顯嚴重，這也使得效率比因而降低。

表 11 報告各處理水準下的收入比，約半數場次的收入比超過 100%，這是因為分析對應的基準是以機會成本訂價的 VCG 制度，故 Ausubel 拍賣可以達成略高於 VCG 制度下的收入。但是表 11 同樣顯示綜效比 $\alpha = 1.2$ 時收入比較低。雖然數字差異不大，但這可能顯示綜效比高時受試者因為顧慮曝險問題所以需求較弱而使得賣方收入較低。

最後表 12 報告各處處理水準之報酬比。如前述，我們在實驗中採用的抽籤機制並不能解決曝險問題。 $\alpha = 1.1$ 或 1.2 表示商品間有正綜效故成功標到 AB 組合價值較高，但是當 $\beta = 0.95$

表 10 各處理水準效率比

	$\alpha = 1$	$\alpha = 1.1$	$\alpha = 1.2$	β 加總
$\beta = 0.8$	97.93***	96.45***	95.43***	96.58***
$\beta = 0.95$	96.33*	97.29***	94.27***	95.96***
α 加總	97.13***	96.87***	94.86***	96.27***

說明：單尾檢定 H_0 ：效率比=100， H_1 ：效率比<100。

*表示 p -值<0.05，**表示 p -值<0.01，***表示 p -值<0.001。

表 11 各處理水準收入比

	$\alpha = 1$	$\alpha = 1.1$	$\alpha = 1.2$	β 加總
$\beta = 0.8$	100.98	99.47	98.19*	99.52
$\beta = 0.95$	100.18	102.30*	99.25	100.58
α 加總	100.58	100.88	98.70	100.04

說明：雙尾檢定 H_0 ：收入比=100， H_1 ：收入比 \neq 100。

*表示 p -值<0.05，**表示 p -值<0.01，***表示 p -值<0.001。

表 12 各處理水準報酬比

	$\alpha = 1$	$\alpha = 1.1$	$\alpha = 1.2$	β 加總
$\beta = 0.8$	67.71 [*]	7.33	56.81	44.18 [*]
$\beta = 0.95$	39.43 ^{***}	-11.46 ^{***}	-31.49 ^{***}	-1.17 ^{***}
α 加總	53.57 ^{***}	-2.06 ^{***}	13.85 ^{***}	21.71 ^{***}

單位：%

說明：單尾檢定 H_0 ：報酬比=100， H_1 ：報酬比<100。

^{*}表示 p -值<0.05，^{**}表示 p -值<0.01，^{***}表示 p -值<0.001。

時同一商品的第二件價值也較高，故綜效比與邊際比二控制因素之間的矛盾較大，此時報酬比為負數，這表示得標者發生虧損。此時有些投標者極力爭取組合，但是同商品第 2 件的需求意願也較高，當投標者未能成功買到 AB 組合而只買到單件商品情況時，曝險問題會使其發生虧損。

分析實驗資料後我們得到以下結論：Ausubel 價格鐘拍賣制度下商品可能無法全部售出，依照 Ausubel (2004) 附註 17 的意見，我們在實驗中設計抽籤機制解決此問題，使得商品全數售出顯著提高分配效率。但是因為 Ausubel 拍賣沒有對組合投標之設計，故曝險問題仍然無法解決，甚至使得某些得標者報酬降至負值。

4. Ausubel 拍賣實驗與 CCA 制度

經濟學理論研究與實驗研究相輔相成一起前進的最佳例子就是頻譜拍賣制度的發展過程。早在 1994 年 FCC 設計 SMRA 時就已經是理論研究與實驗佐證一起進行。因應電信產業技術進步，許多國家在釋照開始採用複雜的組合拍賣制度。雖然理論分析可以證明 VCG 機制能在組合拍賣中達到效率解，但是 VCG 操作過程採單回合密封標方式進行，缺乏資訊揭露過程，不確定性甚高，故就實際政策面而言 VCG 並不是理想的制度。Ausubel (2004, 2006) 設計價格鐘拍賣制度，並以理論證明此制度可以達成 VCG 效率解，本文以實驗方法研究 Ausubel 價格鐘拍賣制度，檢驗由受試者行為決定的拍賣結果是否與理論預測相同。

分析實驗資料後我們發現在價格上升過程中，有時多位競標者會同時降低需求而使得部分商品未能售出。例如在價格 50 時商品有一單位供給，兩單位需求，故拍賣者在下回合將價格提高為 52。但是兩位需求者都不願意付出 52 價格購買故需求量降為零，這一單位的商品就未能售出。此現象使得 Ausubel 價格鐘程序結束後拍賣結果效率不佳。在實驗中我們設計抽籤機制解決此問題並發現彌補此缺點可以提高分配效率，但大致而言 Ausubel 拍賣結果雖然接近但仍顯著低於效率極大的最適分配，尤其是綜效越大時實驗達成效率與極大值差異越大。

所有上升價格鐘拍賣都可能發生『價格提高後需求量突然降為零』現象，最基本的英式拍賣也是如此。輔以抽籤或是其他公平合理的隨機機制都可以將商品全部售出，但是如果解決

重要的曝險問題，還是必需操作組合拍賣。世界各國頻譜釋照最早採用組合拍賣設計是 2002 年奈及利亞釋出 80 張 FWA (fixed wireless access) 執照²⁵，當時該國依照地理區域劃分，依序操作多個密封標組合拍賣。CCA 則是近年來許多國家²⁶在 4G 釋照時使用的制度，此制度在理論上源自 Ausubel *et al.* (2006) 設計，Maldoom (2007) 則對實際操作細節有詳細說明。各國採用的頻譜拍賣制度都是依照該國產業現況、政策目標、釋出頻譜等因素量身打造，故 CCA 細節在各國都會有所不同。2013 年英國 4G 釋照政策過程完備²⁷，下文即以英國為例簡單介紹 CCA 制度操作方法。為與本研究實驗結果作對照，本文僅介紹 CCA 之『多回合價格鐘再加上一回合密封標』設計；我們在另一篇文章²⁸中介紹英國 4G 釋照的其他重要設計，包含市場競爭性條件與資格點等行動規則。

2013 年英國釋出 800MHz 與 2.6GHz 頻段共計 250MHz 頻譜資源²⁹。Ofcom 將這些頻譜劃分為 6 類別 (category)，48 區塊 (lot)。劃分原則為同一類別內之頻譜區塊為同質，故稱為一般區塊 (generic lot)。例如 800MHz 頻段分成 A1 與 A2 兩個類別，差別是 A2 類別有覆蓋率義務，而 A1 類則無。此次英國執行的 CCA 共分為主要階段 (principal stage) 與指派階段 (assignment stage)，各自內容如下：

- (1) 主要階段：決定投標者在各頻譜類別中贏得之一般區塊數量以及每位得標者需付的基礎價格 (base price)。主要階段包含以下三部分：
 - 1) 加入回合 opt-in round：英國已有三家全國性電信廠商³⁰，4G 釋照時 Ofcom 明確訂出政策目標是希望能有第四家全國性業者得標。為了達成此政策目標，故特別設計只有三大業者之外的其他廠商可以參與之加入回合。參與者在此單回合內承諾以底價購買某些特定的 MPP (minimum portfolio package) 頻譜組合。設計加入回合與 MPP 組合之目的都是為確保拍賣後英國電信市場能達到足夠的競爭性。
 - 2) 基本競標回合 primary bid rounds：這是主要的多回合上升價格鐘競標過程，各回合開始時 Ofcom 宣布各類別頻譜價格，投標者決定組合需求量，例如 Vodafone 在第一回合之需求是：『A2 類-2×10MHz、D2 類-2×40MHz、E 類-35MHz³¹』。收到所有標單後 Ofcom 計算需求量加總是否超過總供給數量，若有超額需求存在就提高價格進入下一回合。各回合中價格逐漸上升，廠商需求量逐漸減少，總需求量等於供給量時超額需求為零，基本競標回合結束。

²⁵ 見 Marsden *et al.* (2003)。

²⁶ 包含英國、澳洲、瑞士及加拿大。

²⁷ 詳細內容見 Ofcom (2012)。

²⁸ 樊沁萍、許孝婷 (民 103)。

²⁹ 其中 800MHz 頻段釋出 2×30 MHz，共 60MHz。2.6MHz 頻段依頻塊特性區分為成對頻塊及非成對頻塊，成對頻段釋出 2×70 MHz，而非成對頻段釋出 50MHz，共 190MHz。

³⁰ 三家全國性大業者是：Vodafone、Telefonica 以及 Everything Everywhere。

³¹ 關於英國 4G 各回合標單之詳細內容請見 Ofcom (2013), pp.67-68

基本競標回合的目的不在於分配頻譜，而是作為一種價格發現 (price discovery) 過程，具有重要的資訊揭露意義。為了確保所揭露資訊之真實性並避免業者虛假投標，所以在決標進行頻譜分配時，業者在基本競標回合投下的所有標單都會納入計算，故業者在每一回合的投標行為都是具有約束力的購買承諾。

- 3) 附加競標回合 **supplementary bids round**：基本競標回合結束後還有一次以單回合密封標方式進行之附加競標回合。業者在此回合中可以投下多個互無交集的組合標，拍賣行為規則及廠商在基本競標回合之競標歷史會限制廠商可投之組合標範圍。

此回合結束後，Ofcom 將加入回合、基本競標回合與附加競標回合的所有組合標單都納入考慮，利用複雜的運算規則來決定業者得標頻譜和基礎價格³²。主要階段至此結束，但此時業者標得之一般性頻譜區塊並無特定頻率位置；如果得標業者對特定頻率位置有偏好，則需選擇進入配置階段投標。

- (2) 配置階段：得標業者於此階段對標得區塊之特定頻率階段位置投標，若對頻率位置無特殊偏好，也可選擇不投標。Ofcom 採用以下原則決定頻率位置配置：業者在各類別得標之區塊應連續，若有未售出區塊亦應連續。依照本階段開標結果，業者必需為指定頻率位置再付出附加價格 (additional price)，故得標業者應付之總價格等於基礎價格加上附加價格。

為達成 4G 釋照之政策目標，2013 年英國採用的 CCA 制度包含許多複雜設計。經過本研究 Ausubel 拍賣實驗後，我們可以充分理解 CCA 制度設計之意義：基本競標回合採用多回合上升價格鐘方式進行具有重要的資訊揭露意義，如果沒有此動態過程，單回合密封標會有巨大的風險與不確定性。價格發現過程完成之後，業者最後在附加競標回合可以投下最後一次的密封組合標，讓投標者有充分自由表達其對各種可能組合之願付標價，以避免曝險問題。此設計使得 CCA 兼具多回合上升標價格發現的優點以及單回合密封組合標效率分配的優點，這也應該也是許多先進國家在 4G 釋照時都採用 CCA 制度的理由。

雖然世界多國已有操作 CCA 的豐富經驗，但是正如 Klemperer (2002) 指出，成功的頻譜拍賣制度需視各國情況來制訂細節，而沒有一套普世適用的制度。台灣已於 2014 年完成 4G 釋照，隨著電信技術發展，預期未來也仍將採用拍賣方式以達成有效率的頻譜分配。本文後續即希望繼續進行 CCA 等拍賣制度之實驗研究，也希望藉由本文拋磚引玉，吸引更多國內學者關注頻譜拍賣制度乃至電信產業管制等重要政策議題。

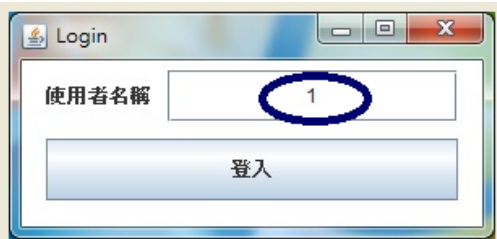
³² 基礎價格是以機會成本概念決定的價格，大致類似 VCG 制度，詳細運算規則見 Maldoom (2007)。

附錄 A：異質商品 Ausubel 拍賣受試者說明

您好：

本研究由國科會經費支持，感謝您熱心參與。在座 12 位受試者分成甲、乙兩組，我們同時進行甲、乙兩組拍賣。每組拍賣各有六位投標者參與競標，編號為 1~6，今天您一直是和同組的其他五位受試者互相競標。各位在入場時依照抽籤結果入座並得知您的編號，請將此編號保密。等主持人宣布可以登入時，請在下面左圖橢圓框內鍵入您的編號，再點選『登入』以進入拍賣程式。

登入畫面



個別評價表

個人評價	A	B	AB
第一單位	45	60	115
第二單位	35	50	90

政府正在拍賣 A、B 兩地區的電信執照，各位都是參與競標的電信廠商。上面右圖的個別評價表說明廠商擁有電信執照的價值。以上表為例，這家廠商標到第一張 A 執照的價值是 45，第一張 B 執照的價值是 60，但是因為 A、B 地區一起經營會有價值倍增的正綜效，所以一張 A 執照加上一張 B 執照 (1A+1B) 的價值是 115，大於 45+60。在 A 地區營業只需要一張執照就可營業，所以 A 地區第二張執照的價值只有 35，比第一張執照價值低，此廠商買到兩張 A 執照 (2A) 的價值是 80。B 地區情況也是如此，第二單位價值較低。但是如果能夠買到第二單位 A 與第二單位 B (2A+2B)，同樣會有 A、B 地區的正綜效。請注意計算總價值時必須考慮綜效：此廠商如果買到二單位 A 與一單位 B (2A+1B)，總價值是的計算方法是 1A+1B 的 115 再加上第二個 A 的 35，所以是 115+35=150。如果買到一單位 A 與二單位 B (1A+2B)，總價值是的計算方法是 1A+1B 的 115 再加上第二個 B 的 50，所以是 115+50=165。如果買到二單位 A 與二單位 B (2A+2B)，總價值是第一組 AB 的 115 再加上第二組 AB 的 90，所以是 115+90=205。

另一種比較簡單的情況是 A 地區與 B 地區之間沒有正綜校，此時 1A+1B 的價值就等於兩者價值加總，不會變大。在上表中 1A+1B 的價值就會是 45+60=105 而不是 115。各場拍賣是否有正綜效的情況不同，程式會算出 1A+1B 的價值，我們也會口頭提醒您該場拍賣是否有正綜校。

綜效及總價值的計算方法十分重要，因為 $\text{標購利潤} = \text{總價值} - \text{付出價格}$ 。還是以上表有正綜校廠商為例，1A+1B 價值是 115，如果他付出價格 90 買到 $\text{標購利潤} = \text{總價值} - \text{付出價格}$

$= 115 - 90 = 25$ 。而價格太高則會造成虧損，如果此廠付出 128 的價格買到 1A + 1B，會發生 $115 - 128 = -13$ 的虧損。第二單位價值較低也會影響利潤，再以上表 A 商品為例，價格 42 時購買第一單位 A 可以賺到利潤 $45 - 42 = 3$ ，但是如果購買兩單位的 A，總價值只有 80，卻需付出價格 $(42 \times 2) = 84$ ，所以會有 $80 - 84 = -4$ 的虧損。實驗中程式會幫各位計算出利潤，但我們仍然要求各位能夠完全理解計算總價值的方法。請對以下有正綜效的評價表計算各種總價值，算好後請舉手讓助理檢查。各位都瞭解後我們就會開始拍賣。

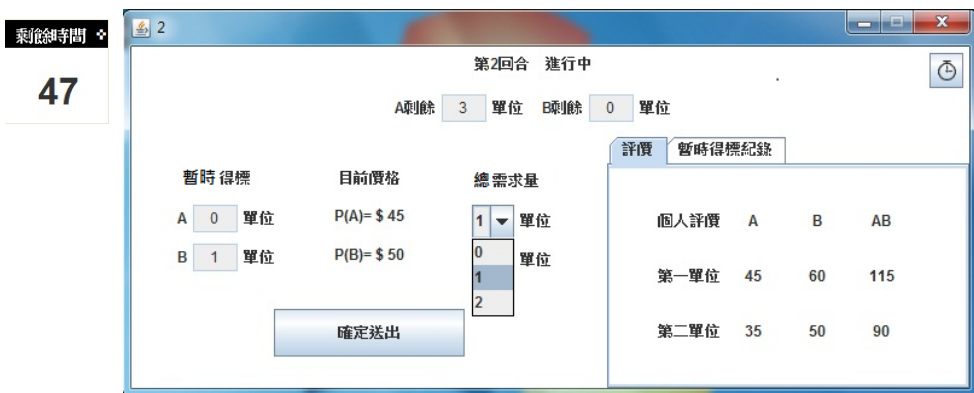
計算總價值練習：正綜效

個別評價	A	B	AB
第一單位	10	20	40
第二單位	5	15	35

廠商買到 1A + 1B 的價值是：_____，廠商買到 2A 的價值是：_____。
 廠商買到 2B 的價值是：_____，廠商買到 2A + 1B 的價值是：_____。
 廠商買到 1A + 2B 的價值是：_____，廠商買到 2A + 2B 的價值是：_____。

政府有 3 張 A 執照與 3 張 B 執照供每組 6 家廠商競標，我們採用 ASB 拍賣制度，程式將在各回合宣布價格，請決定在此價格下您的總需求量是多少。請看下圖左方投標畫面：最上方顯示目前進行第 2 回合，A、B 各剩餘 3、0 單位可賣出。下面最左方『暫時得標』欄位標出你在前面回合暫時買到數量。『目前價格』欄位標示本回合 A、B 價格分別是 45 與 50。請在『總需求量』的下拉選單處決定在此價格下你的總需求量，再按下『確定送出』鍵。選擇需求量为 0 會被視為棄權，第二次棄權就等同退出此場拍賣，到下一場拍賣才能再參加。程式收到所有需求量後，將採用 ASB 原則分配商品。

投標畫面



查詢結果畫面

數量		暫時得標量		剩餘數量		
回合	P(A)	P(B)	A	B	A	B
1	45	50	1	1	2	1
暫時利潤：					20	

以下對 A 商品說明 (B 商品相同)：(1) 如果所有廠商總需求量小於等於 3 (總供給量)，拍賣結束各廠買到需求數量。例如您總需求量是 2 而所有其他廠商總計想買 1，則拍賣結束您付出 $45 \times 2 = 90$ 價格買到 2 單位 A 商品。(2) 若所有廠商總需求加總大於總供給，那麼『你買到數量 = 總供給 3 - 其他五家廠商總需求量』。例如您的總需求是 2 而其他 5 家廠商總需求合計為 2，程式判定您買到 1 單位 A 商品。依此原則計算每位投標者的得標量，如果還有剩餘商品沒賣完，就會進入下一回合並將『目前價格』提高再重複以上步驟。程式將持續提高價格，直到商品全部賣出為止。請注意您選擇的數量是**總需求量**。假設 $P(A)=45$ 時您已經暫時得標 1 單位，如果下一回合您選擇總需求量 = 1，程式會判定您『總共』只想買 1 單位，並且因為已經買到 1 單位，所以現在就不會再把商品分配給您。電腦依此原則在每一回合都是對總供給做暫時分配，如果在 $P(A) = 45$ 時廠商暫時得標數量是 1，而下一回合價格上升後其他廠商的總需求量加總變為 3 = 總供給，則此廠商得標數量降為 $3 - 3 = 0$ ，此回合開標結果則會顯示暫時得標量是 -1。你買到的 1 單位被別人搶走，故需扣除。

點選『評價』可看到商品對您的價值，所有受試者評價是從相同範圍內隨機抽出，A、B 評價範圍分別是 (200,350) 與 (100,250)。但是**每位受試者的評價並不相同**。以 A 商品為例，如果你看到的評價是 320，其他人的評價可能比你低是 280 或比你高是 340。但是拍賣者對所有受試者宣布的『目前價格』是相同的。上圖右方是查詢結果頁面範例，點選『暫時得標記錄』可看到前面各回合開標結果。圖中**暫時得標量**顯示此廠買到 1A + 1B，付出價格 $45 + 50 = 95$ ，程式算出**暫時利潤 = 評價 - 付出價格** = $115 - 95 = 20$ 。拍賣結束時若有商品未賣出，將以抽籤方式來做分配。仍以 A 商品為例說明：若價格升到 $P(A)=250$ 時所有人都棄權拍賣結束但 A 商品還有 2 單位未賣出，我們會檢查之前各回合資料，若找出在 $P(A)=220$ 時有 3 單位需求，我們就在其中隨機抽出 2 人，以 220 的價格將 A 商品賣給中籤者。請注意我們是對 A、B 商品分別抽籤，並且此機制下您在**各回合的需求量都有可能成交**。

我們以**標購利潤 1 元 = NTS\$ 4 元**比例計算報酬，**總報酬 = 出席費 100 元 + 標購利潤 $\times 4$** 。

買入價格太高會造成虧損，總報酬為負者將協商以勞動服務時間折抵。若不想發生虧損，可選擇總需求為 0 棄權退出拍賣，等下一場再加入投標。但暫時得標者不可放棄商品，暫時得標 1 單位則下回合需求只能選 1 或 2 不能棄標選 0。螢幕上有『剩餘時間』秒數，時間截止時程式會直接抓取畫面上的數字當作需求。為避免程式誤判，請在時間截止前於下拉選單處決定需求，並按確定送出鍵。實驗結束後會立刻發現金給您，請填寫學校收據完成會計程序。為協助瞭解拍賣規則及程式，先進行一次不付錢的測試。測試過程中有疑問可隨時舉手發問。拍賣正式開始後請勿交談、上網、或開啟其他程式。

參考文獻

- 林何有，「Ausubel異質商品拍賣實驗比較」，東吳大學經濟學系未出版碩士論文，民國102年。
- 徐正翰，「VCG、Ausubel拍賣之實驗比較」，東吳大學經濟學系未出版碩士論文，民國100年。
- 樊沁萍，「臺灣 WiMAX 執照拍賣設計及其科技政策背景分析」，人文及社會科學集刊，第二十五卷第四期，民國102年，647-687頁。
- 樊沁萍、許孝婷，「電信頻譜管理及釋照之政策過程—以英國800 MHz及2.6 GHz拍賣為例」，理工研究國際期刊，第四卷第一期，民國103年，37-40頁。
- Abbink, K., Irlenbusch, B., Pezanis-Christou, P., Rockenbach, B., Sadrieni, A., and Selten, R., “An Experimental Test of Design Alternatives for the British 3G/UMTS Auction,” *European Economic Review*, Vol. 49, No. 2, 2005, pp. 505-528.
- Ausubel, L., “An Efficient Ascending-bid Auction for Multiple Objects,” *American Economic Review*, Vol. 94, No. 5, 2004, pp. 1452-1475.
- Ausubel, L., “An Efficient Dynamic Auction for Heterogeneous Commodities,” *American Economic Review*, Vol. 96, No. 3, 2006, pp. 602-629.
- Ausubel, L. M. and Milgrom, P., “The Lovely but Lonely Vickrey Auction,” In P. Cramton, Y. Shoham, and R. Steinberg (Eds.), *Combinatorial Auction*, Cambridge: MIT Press, 2006, pp.17-40.
- Ausubel, L. M., Cramton, P. and Milgrom, P. “The Clock-proxy Auction: A Practical Combinatorial Auction Design”, P. Cramton, Y. Shoham, and R. Steinberg (Eds.), *Combinatorial Auctions*, Cambridge: MIT Press, 2006, pp. 115-138.
- Ausubel, L. M., Cramton, P., McAfee, R. P., and McMillan, J., “Synergies in Wireless Telephony: Evidence from the Broadband PCS Auction,” *Journal of Economics and Management Strategy*, Vol. 6, No. 3, 1997, pp. 497-527.
- Banks, J., Olson, M., Porter, D., Rassenti, S., and Smith, V., “Theory, Experiment and the Federal Communications Commission Spectrum Auctions,” *Journal of Economic Behavior and*

- Organization*, Vol. 51, No. 3, 2003, pp. 303-350.
- Charles Rivers Associates Inc. and Market Design Inc., "Report 1B: Package Bidding for Spectrum Licenses," Charles River and Associates Report No. 1351-00, Federal Communications Commission, 1997.
- Chen, Y. and Takeuchi, K., "Multi-Object Auctions with Package Bidding: An Experimental Comparison of Vickrey and iBEA," *Games and Economic Behavior*, Vol. 68, No. 2, 2010, pp. 557-579.
- Chernomaz, K. and Levin, D., "Efficiency and Synergy in a Multi-unit Auction with and without Package Bidding: An Experimental Study," *Games and Economic Behavior*, Vol. 76, No. 2, 2012, pp. 611-635.
- Clarke, E. H., "Multipart Pricing of Public Goods," *Public Choice*, Vol. 11, No. 1, 1971, pp. 17-33.
- Goeree, J. and Holt, C. A., "Hierarchical Package Bidding: A Paper & Pencil Combinatorial Auction," *Games and Economic Behavior*, Vol. 70, No. 1, 2010, pp. 146-169.
- Groves, T., "Incentives in Teams," *Econometrica*, Vol. 41, No. 4, 1973, pp. 617-631.
- Kagel, J. H., Lien, Y., and Milgrom, P. "Ascending Prices and Package Bidding: A Theoretical and Experimental Analysis." *American Economic Journal: Microeconomics*, Vol. 2, No. 3, 2010, pp. 160-85.
- Klemperer, P., "Auctions with Almost Common Values: The 'Wallet Game' and its Application," *European Economic Review*, Vol. 42, No. 3, 1998, pp. 757-769.
- Klemperer, P., "How (not) to Run Auction: The European 3G Telecom Auctions," *European Economic Review*, Vol. 46, No. 4-5, 2002, pp. 829-845.
- Kwasnica, A. M., Ledyard, J. O., Porter, E., and DeMartini, C., "A New and Improved Design of Multiobject Iterative Auctions," *Management Science*, Vol. 51, No. 3, 2005, pp. 419-434.
- Maldoom, D., "Winner Determination and Second Pricing Algorithms for Combinatorial Clock Auctions," *Dotecon Discussion Paper*, No. 07/01, 2007.
- Marsden, R., Koboldt, C., and Maldoom, D., "The First Combinatorial Spectrum Auction: Lessons from the Nigerian Auction of Fixed Wireless Licenses," *Dotecon Discussion Paper*, No. 03/01, 2003.
- McMillan, J., "Selling Spectrum Rights", *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 8, No. 3, 1994, pp. 145-162.
- Milgrom, P., *Putting Auction Theory to Work*, 1st ed., Cambridge University Press, 2004.
- Ofcom, "Assessment of Future Mobile Competition and Award of 800 MHz and 2.6 GHz Statement",

- In *Proceedings of the Office of Communications*, London, United Kingdom, 2012, Jul.
- Ofcom, “Annual License Fee Consultation for 900MHz and 1800MHz Spectrum”, In *Proceedings of the Office of Communications*, London, United Kingdom, 2013.
- Plott, C. R., “Laboratory Experimental Testbeds: Application to the PCS Auction,” *Journal of Economics and Management Strategy*, Vol. 6, No. 3, 1997, pp. 605-638.
- Rothkopf, M. H. “Thirteen Reasons why the Vickrey-Clarke-Groves Process is not Practical,” *Operations Research*, Vol. 55, No. 2, 2007, pp. 191-197
- Vickrey, W., “Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders,” *Journal of Finance*, Vol. 16, No. 1, 1961, pp. 8-37.