

# STEM 時代的數學觸角 (下)

## 從 18 項個案看數學在產業、科技、商業、醫學各方向的廣大應用

作者：美國工業與應用數學會 (SIAM) 譯者：中華民國數學會與臺灣工業與應用數學會

美國的 Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM) 成立於 1951 年，學會宗旨在結合數學、科技、工業各領域，並將焦點集中在應用數學、計算數學、工業數學，會員來源廣泛，目前人數已接近 15,000 人，並在世界多地設有分會。

### 製造業

應用數學一直是製造業中不可或缺的一環，並以不同面貌出現：原型設計、設計最佳化、生產與庫存規劃，以及供應鏈管理等。

譬如跨領域設計最佳化 (multidisciplinary design optimization, MDO) 提供程序與分析計算工具，能讓來自不同領域的設計團隊協調合作。舉例來說，以模擬設計為基礎的航太與汽車複雜系統設計非常仰賴電腦分析 (包括計算流體力學與有限元素分析)。電腦輔助設計 (computer-aided design, CAD) 產業如今依舊面臨的主要挑戰之一，是需要將設計、分析、驗證統整為一套無縫流程。但往往設計工程師與驗證工程師使用的演算法、軟體、檔案類型都不同，使得轉換 CAD 檔案格式時會產生瓶頸。等幾何分析 (isogeometric analysis) 是一個很具潛力的新技術，用來創造可直接套入物理微分方程的三維虛擬模型。

生產規劃的目的是建立能善用資本來源，也盡可能滿足需求的排程。生產排程需考慮資源的彈性、供應鏈中供需的隨機性、新產品發表時機以及生產設施的改善等等。對於擁有複雜產品與生產流程的產業而言，規劃流程不適合仰仗直覺或人工決斷。真正需要的，是更好的決策演算法、更好的資料管理，以及自動化與整合的流程規劃。

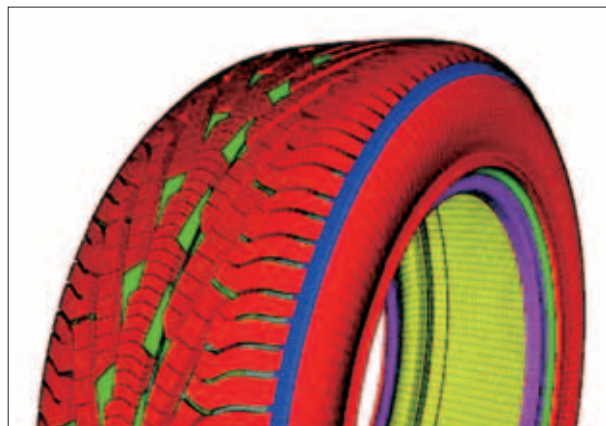
### 個案 8：虛擬原型設計

固特異 (Goodyear Tire & Rubber) 在 1992 年耗時好幾個月，用電腦以有限元素分析法進行產品設計與效能預測。雖然輪胎從外觀看來是簡單的東

西，但事實上輪胎的幾何構成非常複雜。每一條輪胎都混入超過 18 種不同的原料，每一種都由不同的材料製成，諸如橡膠、聚酯纖維、鋼鐵與尼龍等。橡膠在工程學裡可是非常複雜的材料。固特異的四季通用胎設計一直是他們的競爭優勢，因此，必須考慮各種駕駛情況以評估輪胎效能。

即使固特異自己擁有超級電腦，他們倒也認清自己建模的方式非常不實際。因此，固特異公司在 1994 年與美國桑迪亞國家實驗室 (Sandia National Laboratories) 簽署了一紙〈協同研究與發展協議〉，讓固特異能享用桑迪亞的物理建模與模擬等專業資源。固特異與桑迪亞利用接下來的十年發展出一套新軟體，能精簡複雜模型的求解時間。因而固特異首度能在道路實測之前先進行電腦模擬。這個協同研發案所孕育出的「創新引擎」，可以將研發時間從三年縮減至一年，製作原型的成本也減少了 62%。

對固特異來說，這次合作最大的好處，是研發多項獲獎無數的新產品，像是結合 TripleTred 科技的



固特異採用了桑迪亞國家實驗室所研發的幾何和啮合技術，以改善其輪胎性能。

Assurance 輪胎。此種輪胎包含不同的胎面區域，讓車輛無論行駛在潮溼、結冰或乾地上都能抓地。TripleTred 科技更贏得了《研發》雜誌 (R&D) 2005 年度的 R&D 100 大獎。參閱 [13] 與 [14]。

### 個案 9：分子動力學

分子動力學不只是用在生物科技或製藥研究。寶鹼 (Procter and Gamble, P&G, 臺灣子公司稱為寶僑) 與許多公司一樣，受到市場壓力的影響，必須將產品中的石油原料更換為所謂的「綠色」原料，但同時公司也不想犧牲顧客期待的产品成效。舉例來說，顧客在乎的洗碗精特性，像是濃稠度、手感、起泡與除汙能力，以及保存期限內成分的分離程度。為了研發出所需特性的新化合物，就得對表面活性劑與聚合物進行分子層級的基本研究。不幸的是在實驗室裡無法完成這樣的研究——製造泡沫的自我組合結構尺寸過小，無法使用顯微鏡觀察。為了看到發泡過程，寶鹼轉而使用電腦分子動力學模擬。

然而，寶鹼的超級電腦早就被其他研究計畫與例行工作預約了。研究團隊最多只能模擬數千個原子，而不是實際上所需的數十億個原子。於是寶鹼透過美國能源部的寶鹼計畫，向亞貢國家實驗室 (Argonne National Laboratory) 申請使用高效能電腦。寶鹼科學家與賓州大學 (University of Pennsylvania) 的研究人員合作，將模擬時間從數月減少到數小時，也成功改善了公司產品的配方。往後，寶鹼還期望運用分子動力學模擬，建立全新的「設計師」分子。參閱 [15]。

### 個案 10：跨領域設計最佳化與 CAD

波音 787 Dreamliner 在 2011 年 10 月展開了由東京飛至香港的商業首航。為了因應日漸高漲的航空燃油價格，787 是第一架主要以複合材料 (碳纖維強化塑膠)，而非以鋁金屬打造的商用客機。這種材料的單位重量能承受的強度較鋁為高，故能打造更輕的飛機，耗油量也比尺寸類似的飛機少了 20%。787 的窗戶較大，可承受更高的艙壓，因此能提供較舒適的環境，減輕旅客時差的不適。

設計一架塑膠飛機涉及許多工程上的挑戰。比如：787 的機翼會在飛行中向上彎曲三公尺。傳統的剛體模型雖能正確呈現工廠裡或地面上的機翼形狀，卻無法正確呈現飛行中的機翼形狀。對航太工程師或結構工程師而言，這根本是兩種完全不同的機翼。但是這兩類工程師工作，卻都要運用相同的電腦模型。因此電腦必須要「知道」飛行中機翼彎曲的方式。

事實上整架飛機的設計，從頭到尾都是在電腦上完成的，完全沒有畫板，也沒有實體原型機。飛機中超過 10,000 個零件，也都是在相同的虛擬環境中設計，並由 40 多個承包商製造而成。承包商不



波音 787 首航結束時的降落畫面。機翼彈性程度由此圖可見一斑。

只負責製造，他們其實也是設計團隊的一份子。該虛擬環境還能提供「直接設計」。如果顧客（航空公司）需要某種特別的式樣，比如不同的門把或地板設計，工程師就直接在電腦上作圖，之後就可以製造。每樣東西都視為等值的裝配線年代至此已一去不復返。

設計流程所使用的數學工具，包括了計算線性代數、微分方程、作業研究、計算幾何學、最佳化、最佳控制、資料管理與各種統計方法。參閱 [16]。

#### 個案 11：機器人學

業界在乎的不只是產品最後是否符合標準，製造的過程也至關重要。位於美國馬里蘭州洛克維爾的自動精密工程公司（Automated Precision Inc.，API）最近引進了最新科技結合了雷射追跡（laser tracking）與基於多項式的運動方程式，改進工具機的準確性。典型的機器人工具機，具備能三軸旋轉的手臂，手臂的每個關節都是分開控制的，因此三個不同座標系統的誤差累積起來，誤差參數可達到 21 個之多。在 API 的空間誤差補償（Volumetric Error Compensation，VEC）系統裡，只有一個座標系統，誤差參數也只有六個。VEC 軟體運用了基於柴比雪夫多項式（Chebyshev polynomials）的演算法，可計算任何座標系統內的正確工具軌跡。

根據 API 的一位航太產業客戶所述，VEC 幫他們將工具機的校正時間從「一周每天輪班 12 到 14 小時縮減為一班 8 小時」。另一位客戶估計，此流程一年能省下一億元美金的裝配成本。因此，《研發》雜誌將 VEC 選為 2010 年度的 R&D 100 大科技突破獎。參閱 [17]。



#### 個案 12：生科產業之供應鏈管理

設計與製造之後還需要上市，這個似乎很基本的步驟可能十分複雜。Dow AgroSciences 的自動化供應鏈管理案例便相當有啟發性。這家國際公司製作殺蟲劑與其他生物科技產品。

殺蟲劑的市場限制重重，且稅金奇高無比，國與國間商品運送的路徑也會影響應付的關稅，有些國家甚至不允許從某些國家進口特定的化學藥品。因此，產品的每一項原料來源都必須追蹤記錄。

起初，Dow 嘗試找一家外部供應商將供應鏈自動化，但因企業特性太過獨特，最終只能自己為供應鏈建模。此模型將生產鏈表示為有向圖（graph）或有向網絡，圖上的箭頭代表從供應商到工廠、到其他工廠，再到顧客的可能路徑。決策變數則包括庫存、售出、製造量；參數包括稅率、運輸與材料成本。此網絡總共涵蓋了六家供應商、36 座工廠，與超過 100 位顧客（一個國家算成一位顧客）。解出混合整數線性規劃問題後，就能得出對每項產品最具成本效益的路線。

實際上，求解遠比上述幾個數字的寥寥說明困難，因為網絡上的每條路徑都需要一組不同的決策變數。2,100 條路徑與 350 項最終產品，讓這個線性規劃問題含有 750,000 個變數，以及 50 萬個方程式。即便如此，一個四核心的電腦工作站在兩小時內，就可以為單一業務情境求出利益最大化的解了。參閱 [18]。



### 個案 13：汽車產業之供應鏈管理

2006 年，福特汽車瀕臨「恐怖的供應鏈失效」問題。雖然福特主要的零件供應商 Automotive Components Holdings (ACH) 是福特自己擁有的獨立營運公司，當時卻不斷虧損。ACH 並沒有充分利用位於密西根州薩林鎮 (Saline) 與尤蒂卡鎮 (Utica) 的廠房來生產零件。公司立即要面對重要的決策問題是，要關閉兩座廠房將所有產品外包 (包括更換大部分生產機械的地點)？將兩座廠房合併？或是採取外包合併混用的綜合策略。

福特的管理階層很快就意識到眼前需要評估的可能性，涉及要如何在 50 多座可能廠址、26 套生產流程中處置超過 40 條生產線，這遠遠超過「傳統商業分析」的能力之所能及。

福特的研究部門花費兩個多月，建立了一套適用於各種生產階段的限制與成本模型。不過，該模型有 359,385 個變數與 1,662,554 項限制條件，更糟糕的是他們要處理的問題是非線性問題 (主要是因為產能利用率的緣故)。這麼龐大的問題，如果是整數線性規劃問題還有可能求解 (參考個案 12)，但非線性規劃通常是無法求解的。

研究人員想出了聰明的替代方案。他們將大模組切割為設施產能模型與設施利用率模型，這兩個都是線性模型。研究人員以疊代法將解答在兩個模型間來回傳遞，最後成功收斂到兩模型的最佳解。

這些解是權衡了無數情況所得的結果，成為經營上極關鍵的工具。與福特原先偏好的完全外包策略相比，該模型找出的混合策略為福特省下了 4,000 萬美金。最後，該模型提供的 42 項採購決策，福

特資深經營階層採納了其中 39 項。而薩林廠房將繼續營運並不斷改組，以提升效能，直到福特找到合適買家。參考 [19]。

### 通訊與運輸

長久以來，通訊與運輸產業一直都大量應用數學。作業研究最早的應用就是供應網排程，直至今日還是如此。網路流量和程式碼的演算法使手機能共享頻寬，對網路商業與無線通訊的成功有關鍵的貢獻。

### 個案 14：物流業

如果要說哪家公司是「物流」的代名詞，那就非 UPS 莫屬了，這要歸功於大量的廣告。UPS 現在是世界上第九大航空公司，不載客，只運貨。為了善用機上空間，讓聖誕節包裹能在時限內送達，UPS 求助電腦演算法與作業研究協助就不意外了。

事實上，UPS 使用三類不同的軟體，姑且稱之為短期、中期、長期規劃。長期規劃軟體能預測未來十年的送貨量，也能為併購新公司做出決策。中



期最佳化軟體用來計畫路線。而稱為「負載規畫助手」(Load Planning Assistant, LPA)的短期最佳化工具,能協助集貨站在兩周前提早規劃作業流程。另外,還有名為VOLCANO的全系統工具,策畫隔天的航線網流程,將目前的包裹量與可用飛機的數量配對,並能將飛機容量與機場限制等因素納入考慮。LPA與VOLCANO分別是普林斯頓大學與麻省理工學院學者群共同研發的成果。

UPS運用作業研究已經50多年,因此我們很難判斷這幫他們省下了多少錢。不過可以確信的是,UPS的聲望與作業研究密不可分。參閱[20]。

#### 個案 15: 雲端計算

卡崔娜颶風於2005年襲擊紐奧良時,美國紅十字會的網站流量瞬間增加了14倍。網站整個當機,想提供緊急捐助的善心人士不得其門而入。於是紅十字會聯繫Akamai科技公司處理這場危機。不到八小時內,紅十字會的網站重新恢復運作,捐款也繼續湧入。紅十字會從此持續與Akamai維持合作關係。2009年加州森林大火時,紅十字會的網站承受了15倍的流量,而2010年海地地震時,網站的流量也遽增十倍,但是網站都沒有因此當掉。

Akamai的營運項目專攻高流量網站服務,他們的祕方是軟體和硬體的配合。網路變慢的情形,多數發生在網際網路上雜亂無章、難以預測的中段(middle mile)上。Akamai能將大量的即時計算需求,指派給離個人用戶最近的網際網路伺服器,藉此大幅避開中段,這個方法讓用戶明顯感覺到網站回應與互動的改善。Akamai布置超過35,000台伺服器,幾乎就是讓每個用戶的附近都有伺服器。



但伺服器還是得透過「中段」進行溝通。Akamai不想建造專屬網路(造價十分昂貴),僅想使用公共網路,於是Akamai運用各種方法避開中段的限制。該公司所有伺服器都安裝了軟體,藉以改善冗沓的標準網路協定。同時,負載均衡與負載管理軟體能預測並因應網路的故障,自動找出替代路線。因此,整個網路的運作不需多少人力介入。平均下來,只要8到12人,就能讓35,000台伺服器持續運作。

Akamai一直高度仰賴數學與計算技術,如機率演算法、組合最佳化、負載平衡、圖論、離散數學與作業研究等。另外,Akamai透過Akamai基金會推廣數學教育。

#### 複雜系統建模

以往,我們販賣元件給他人的產品使用,現在我們也販賣系統。我們企業的特色改變了。數學、分析、模擬、計算已變得不可或缺。[摘自訪談]

數學建模是複雜系統工程的關鍵科技。從科學上的多尺度系統分析,到評估架構權衡,再到驗證系



統設計，都要用到數學建模。建模、分析、模擬、最佳化與控制，除了能縮短商品的設計週期，記錄、視覺化、確保最終系統的品質，也可發現並預估大型故障的風險。複雜分散式系統包括新一代電力網絡（又稱「智慧電網」）[21]、交通網絡、水供應系統、節能建築、醫療資訊網絡。若想知道更多複雜系統中的數學挑戰，可參閱 [22]。

另一種複雜性，是在許多科學或工程系統出現的非線性行為，而且非線性行為經常出現在多重尺度上。這表示輸入端一點點微小的變化，有時會導致輸出端不可預測的巨大變化。非線性動力系統一直是一個活躍的研究領域，它結合了理論數學與計算技術的應用。

#### 個案 16：黏滯流體流（Viscous Fluid Flow）

一般人只對螢幕上的東西感興趣，不會去思考電腦或電視的螢幕是什麼做的。然而，近年來大型平面電視、電腦螢幕與智慧型手機在市場上的巨大成功，必須歸因於全新的玻璃科技。

隨著液晶顯示器（liquid crystal display，LCD）科技不斷進步，我們對於規格（例如厚度均勻性與平整度）與品質標準的要求變得越來越高，消費者期待的進步速度更數倍於前。LCD 玻璃基板的領導製造商康寧（Corning）用數學模型研究如何

提高製程技術，以改進其玻璃產品的特性。一如製作玻璃的配方，這些數學模型也經過長時間的調整修正。舉例來說，熔合拉製法（fusion-draw process）需要兩道熔融玻璃流下 V 型溝槽兩側，最後合併為一張平板。若要為這張平板的流動建模，以了解振動與彎曲等不穩定性，就需要解複雜的非線性微分方程組。

運用數學模型使康寧能以快速、低風險的方式推出新產品。康寧的 Gorilla 玻璃是最好的例子。Gorilla 玻璃的組成與 LCD 玻璃不同，因此在製程中顯現的特性也不同。數學模型讓康寧能快速找出新組成的製程容許範圍（process window），所以只需在初期進行一點試作實驗，產品的上市時程就能從數年減少至數個月。參閱 [23]。

#### 個案 17：智慧城市

全球城市人口比率在 2008 年首度達到 50%，在美國此數字已經超過 80%。隨著人口分布愈加都市化，城市人口賴以為生的交通、公共安全、水電、醫療系統的管理，都是越來越大的挑戰。IBM 帶頭倡導「智慧城市」這個必將蔚為風潮的運動。IBM 投入的計畫可在以下兩個範例中一窺端倪。

哥倫比亞特區用水與污水管理局（DC Water）在 2008 年與 IBM 全球諮詢服務部（IBM Global Service）簽約，希望改善其基礎設施的管理。IBM 為 DC Water 安裝了一套能追蹤系統中所有財產的資料庫，甚至包括管線與人孔蓋。從此，DC Water 可以防患未然，而非只是亡羊補牢，當局就能用更充裕的資料擬訂維修方針，而且客訴減少了，故障儀表也更換了。該計畫只不過花費不到 100 萬美



金，就讓 DC Water 在三年內省下了足足 2,000 萬美金。參閱 [24]。

資訊科技正在改變警察局的作業方式。IBM 協助紐約市建立了一個全新資料庫，稱為犯罪資訊倉儲系統（Crime Information Warehouse），供專家即時找出犯罪模式。田納西州曼斐斯市（Memphis）更進一步，使用 IBM 的統計軟體預測哪些區域可能有較高的犯罪率。雖然無法斷言是否為這些措施的成效，但紐約重罪犯罪率自 2001 年起下降了 35%，曼斐斯的犯罪率自 2004 年也下降了 30%。參閱 [25]。

芝加哥警局在虛擬防範行動（Operation Virtual Shield）專案中，於全市布建 15,000 支監視攝影機的監視網。一旦有人報案時，系統會立即調出離現場最近的實況影片（以及案發後的監視錄影）。依芝加哥警方所述，該系統已協助數千次的逮捕行動。參閱 [26]。

這些計畫牽涉的數學與計算領域包括資料探勘、資料儲存、生物識別、模式識別、風險評估、統計、統計建模等等。

### 電腦系統、軟體與資訊科技

超級電腦「華生」在深度分析的進展，以及其處理未結構化資料與詮釋自然語言的能力，可以為科學、保健、金融服務與其他產業推出量身訂做的服務，並滿足其需求。[27]

許多企業為了應對產業問題而關注「高效能計算」（或「超級計算」）。但如前面個案所示，光是擁有超級電腦是不夠的。企業需要的是程式設

計、建模專業技術、數字庫，以及各式各樣能在平行與分散平台執行的軟體。通常中小型企業沒有建構支援高效能運算的專屬資訊科技的財力。但若使用大型分散式網路（如雲端計算）的軟體，這些企業的建模能力便能大幅提升。

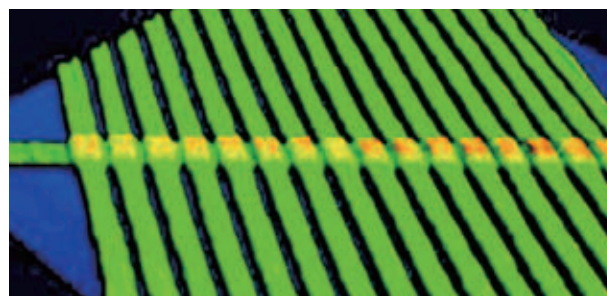
資訊科技產業裡有些領域正快速擴張，包括電腦視覺與成像、自然語言處理、資訊檢索、機器學習等等。關於自然語言處理（還有資訊檢索與機器學習），最令人驚豔的例子是 IBM 的「華生」電腦系統，它曾在「危險邊緣！」機智問答節目中擊敗兩位最厲害的人類參賽者。IBM 已經開始在各個領域運用這項科技。

### 個案 18：意外發現

不知道有哪一個好奇卻還不知道要選哪門電機課程的學生，將來哪一天會發明憶阻器最厲害的應用。[28]

對任何一家商業公司都一樣，最難證明是否有用的研發，莫過於看不到結果的基礎研究了。正因如此，純粹由好奇心驅使卻帶來革命性成果的少數幾個研發範例，特別值得讚揚。最近的一個漂亮實例，是 HP 實驗室 2008 年發明的憶阻器（memristor）。

1995 年，HP 聘請威廉斯（Stanley Williams）



17 組氧化鈦憶阻器，HP 實驗室提供。

創立一個基礎研究小組，以回應 HP 創始人普克德 (David Packard) 的理念「HP 應該飲水思源，回贈知識到它長期汲取的基礎科學之井。」[28]。十年後，他在研究分子層級的記憶體時，將二氧化鈦夾入兩層白金電極之間，意外發明了一種全新的裝置，其電阻會依穿過夾層的電子數量而變化。簡單來說，該裝置會記憶前一個狀態的電阻值。這也是憶阻器一詞的由來。

最讓人吃驚的或許是，1971 年加州大學柏克萊分校的蔡少棠 (Leon Chua) 就已經在一篇鮮為人知的論文中，以純數學的方法建構並預示了憶阻器的發明。憶阻器是除了電阻、電容、電導之外的第四種基礎被動電路元件。前三種元件早在 19 世紀就已發明，是當今所有電子產品的基本要素。威廉斯表示，要不是他先前曾讀過並仔細思考蔡教授的論文，也不會意識到實驗室究竟製造出什麼東西。事實上，其他研究人員也曾注意到相同的特性，卻沒有人了解原因。

目前，人們預測憶阻器的未來主要應用將是電腦記憶體，HP 也挹注資源賭一把。配備憶阻器儲存裝置的電腦將不用開機，只要開啟電源，電腦就會記憶並回到關機時的狀態。長期來說，就像本個案引言中威廉斯的預測，憶阻器將被用在現在根本還沒人想得到的地方。比如說，憶阻器的行為有點像神經元，也許在未來會成為真正人工腦的關鍵元件。參閱 [29]。

對於研發部門的經理人，憶阻器的故事有兩個教訓：首先，基礎研究終究會（在某人身上）獲得報償；其次，要關心數學。☺

本文參考資料請見〈數理人文資料網頁〉

<http://yaucenter.nctu.edu.tw/periodical.php>

#### 本文出處

本文譯自 *Mathematics in Industry* (2012), SIAM, 此為報告中的第二章 “The Role of Mathematical Sciences in Industry: Trends and Case Studies”。本刊特別感謝中華民國數學會與臺灣工業與應用數學會提供中譯本。本文（上）篇已刊登於上一期。

#### 譯者簡介

中華民國數學會的前身「中國數學會」成立於 1935 年，並於 1967 年更名，延續至今。其主要活動為促進臺灣數學教育及數學研究，並與國際數學界發生密切聯繫。

臺灣工業與應用數學會成立於 2012 年 6 月，是結合應用數學界、工程界、工業界的學會。緣起來自美國的工業與應用數學會 (SIAM) 的啟發。

#### 延伸閱讀

►《產業中的數學》(2015)，中華民國數學會與臺灣工業與應用數學會譯本。

[http://www.taiwanmathsoc.org.tw/webpage/mii\\_report\\_cover.html](http://www.taiwanmathsoc.org.tw/webpage/mii_report_cover.html)

原文可見 SIAM 網頁版：

<https://www.siam.org/reports/mii/2012/report.php>

或其 pdf 版：<https://www.siam.org/reports/mii/2012/report.pdf>