

# 人 面對岔路，要毅然走進去

## 2015 年阿貝爾獎得主尼倫伯格訪談

訪談者：勞森（Martin Raussen）· 史考（Christian Skau） 譯者：周樹靜

受訪者簡介：尼倫伯格（Louis Nirenberg）1925 年生於加拿大漢米爾頓（Hamilton）。1949 年獲紐約大學博士學位後，隨即擔任數學系教職，日後成為庫朗數學科學學院的元老與領導人。尼倫伯格是 20 世紀最傑出的分析學家之一，他在線性與非線性微分方程領域有根本貢獻，並將之應用於複分析與幾何，奠定現代偏微分方程的理論基礎，轉變了整個領域的風格。尼倫伯格 1982 年獲第一屆克拉福德獎，1995 年獲美國國家科學獎，2010 年獲陳省身獎，2015 年獲阿貝爾獎。

訪談者簡介：勞森目前任職於丹麥奧爾堡大學（Aalborg University, Denmark）數學科學系。史考是挪威科技大學（Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway）數學系退休教授。

### 偏微分方程與應用

**訪 |** 首先恭喜你與納許（John Nash）教授共同獲得 2015 年的阿貝爾獎。在明天的儀式中，挪威國王陛下將親自頒獎。

你的第一項重要數學成就，是以博士論文解決了所謂的魏爾問題（Weyl problem）。請談談何謂魏爾問題。

**答 |** 魏爾（Hermann Weyl）的這個問題如下：有一個具備度量（metric，測量距離的方式）的二維球面，假設這個度量的曲率都是正的，那麼是否存在一個三維空間中的凸體（convex body），它不但有一個映到前述球面的映射，而且凸體上任兩點的歐氏導出距離，正好等於球面

對應點以該度量測量的距離？魏爾對這個問題的研究著墨頗深，但是還缺少一些必要的估計，我的貢獻就是補足這些估計。

將這個問題以數學表示，就會牽涉到偏微分方程（partial differential equation）。魏爾問題是所謂的非線性微分方程，而問題的目標是要證明方程的解存在。我職業生涯的大部分時間都奉獻於一般偏微分方程理論的研究，同時也將研究結果應用到幾何與複變分析（complex analysis）。我甚至和一位經濟領域的朋友合寫過兩篇與偏微分方程有關的論文。我認為那是一個美妙的領域，那個問題主要是要證明方程解的存在性。因為有些方程我們知道是無解的。



**訪 |** 是不是因為偏微分方程中有許多問題源自物理學，因此大家認為方程解應該存在？

**答 |** 沒錯。但是，源自 150 年前的流體力學方程，也就是所謂納維爾 / 史托克斯方程（Navier-Stokes equations），數學家到現在仍無法證明存在任何時間皆為光滑的解（smooth solutions），這是一個尚未解決的問題。

**訪 |** 在這個研究方向上，你和卡法瑞里（Luis Caffarelli）、羅伯特·孔恩（Robert Kohn）於 1982 年合作的研究，現在是否確實還是最佳的結果？

挪威國王哈拉德五世頒發阿貝爾獎給尼倫伯格，左邊是納許。（photo: NTB/Scanpix）

尼倫伯格（左）受訪。右側為訪談人史考（中）與勞森（右）。（photo: Eirik F. Baardsen, DNVA）



**答 |** 那項研究並不是關於解存在性的證明，而是討論方程解中奇點（singularity）的維度性質。我們證明奇點集合的維度不大，必定小於

一，譬如奇點不可能是一條曲線。你可能很納悶這到底在說什麼？集合的維度如果不是零維，不就是一維嗎？不過事實並非如此，維度的概念可以包括任何非負實數。我們證明這個集合的一維測度為零，因此不可能是一維。這篇論文的技术細節很複雜。

**訪 |** 你們這篇論文和納維爾 / 斯托克斯方程有重要關聯嗎？

**答 |** 這麼說吧。不管工程師是否用得著，在數學上，這仍是很有用的結果。儘管不論數學家能否解決納維爾 / 斯托克斯方程，飛機都照飛不誤，不過納維爾 / 斯托克斯方程有沒有光滑解，在數學上仍舊是大挑戰。

**訪 |** 你還會思考納維爾 / 斯托克斯方程的問題嗎？

**答 |** 我隔一陣子就會想一想，不過沒有什麼新點子。這個挑戰得交給更年輕的人。

### 數學職涯的開端

**訪 |** 你的數學生涯是怎麼開始的？據說有位希伯來文教師扮演了關鍵角色，這是真的嗎？

**答 |** 我父親試過教我希伯來文，但我愚蠢地拒絕了，以致如今我完全不懂希伯來文。他聘請一位朋友為我上課，他這位朋友剛好也喜歡數學益智遊戲，因此上課時有半堂課都在玩益智遊戲。我以前覺得這類遊戲非常迷人，不過到了現在這年

紀，我得坦承這些遊戲不再那麼吸引我。這是年輕人的玩意兒。

那是我對數學感興趣的起點。後來我進入一所極好的中學。那時正逢經濟大蕭條，高中老師在當時是待遇非常優厚的工作。我的老師都很傑出，學生的素質也真的很優秀。我特別喜歡數學，尤其是幾何和物理，於是我決定要研讀物理。

**訪 |** 你當時已經清楚展現出擁有數學優異天賦的跡象了嗎？

**答 |** 我的高中老師都認為我很優秀。不過我感覺似乎到了大學階段，我的數學天賦才比較明顯表現出來。大學畢業時，我因為數學和物理方面的研究獲頒金獎。

**訪 |** 你畢業於加拿大蒙特婁的馬基爾大學（McGill University），或許你可以談談在大學研究數學的經驗。

**答 |** 我讀完高中，沒申請到馬基爾大學的獎學金。我就讀的高中建議我延畢一年，相當於大一。我接受學校的建議，隔年重新申請馬基爾大學，這次拿到獎學金。所以我的大學生涯只有三年，不是通常的四年。當時遭逢二次世界大戰，1945

① 譯註：原文用「歐氏距離」容易混淆。這裡指的是三維空間中凸體表面的曲面距離，實現了球面度量所導出（induced）的距離。這是等距嵌入（isometric embedding）的經典範例。



庫朗攝於東京，左上角是拉克斯，1969年。(MFO, photo:Konrad Jacobs)

年我春季我畢業時，歐洲戰事正好結束。

研讀數學和物理的日子非常愉快，不過那就是一切。因為我沒能上到大學第一年的課程，因此我從未修過其他有趣主題的課。我覺得很遺憾。

**訪 | 你是如何進入紐約大學庫朗學院 (Courant Institute) 的？**

**答 |** 純粹是運氣好！我從馬基爾大學畢業後，在加拿大國家科學研究委員會 (National Research Council) 找到一份暑期工作，研究原子物理。庫朗 (Richard Courant) 有個兒子和我在蒙特婁認識的一位年輕女士結婚，他們都在蒙特婁工作。有天，她告訴我他們要去紐約探視庫朗，我就麻煩她，幫我請庫朗建議一些我可以申請的物理研究所。

她回來後告訴我，庫朗建議我先到紐約讀數學碩士，再繼續鑽研物理。於是我就去紐約面談，他們給我數學助教獎學金。我拿到碩士後，繼續留下來，從此沒離開過紐約大學。

### 庫朗、弗萊德雷克斯、庫朗學院

庫朗曾在德國哥廷根大學主持一個遠近馳名的研究所。納粹掌權後他被逐出校園。一年過後，他前往紐約大學任職。那時紐約大學數學系只有大學部，庫朗受命建立研究所課程，那是他到紐約大學任職的任務。最初幾年系上學生很少，直到戰後學生數量才增加。我到紐約時正值戰後，系裡已經有一批非常優異的學生，有些後來成為

知名數學家。我加入這群優秀的學生，度過了一段令人興奮的時光。

通常如果學生在美國的大學拿到博士學位，就得離開原本就讀的大學，到另一所大學找第一份工作。不過庫朗的做法不同，他想留住好

人才，所以只要所裡有優秀學生拿到博士學位，庫朗就會直接提供他工作。

**訪 | 如果能夠演奏樂器，是不是對找工作有幫助？**

**答 |** 我不會演奏樂器。不過如果我會，或許更有幫助。當然，謠傳是說他只聘任會演奏樂器的人，不過鋼琴演奏者除外，因為他要自己彈。

**訪 | 你和他常會面嗎？**

**答 |** 當然。他經常邀請學生到家裡。他的妻子將人生全心奉獻於音樂，而且能演奏多種樂器。順帶一提，她是數學家侖吉 (Carl Runge) 的女兒。他們有一對女兒，兩人都是懷抱熱情的音樂家。其中一位後來成為專業音樂家，並嫁給數學家拉克斯 (Peter Lax)。庫朗對年輕人極好，很能鼓舞他們，這十分罕見。

**訪 | 就數學而言，你的老師是弗萊德雷克斯 (Kurt Friedrichs) ？**

**答 |** 是的。用日語來說，他是我認定的「先生」 (Sensei, 即「老師」)，對我的影響最大。弗萊德雷克斯的主要研究方向是偏微分方程，但也兼及其他領域。他寫過一本量子論的書，也曾和庫朗合著一本關於震波 (shock wave) 的著作，後者運用廣泛，並翻譯成多種語言。

庫朗學院南側。(維基)



**訪 |** 你曾經說在庫朗學院有種獨特的氛圍，部分理由是因為純數學和應用數學不分彼此。

**答 |** 的確。庫朗很堅持純數和應數之間並無差別。他自己兩者兼通，也鼓勵別人這樣做。當紐約大學聘僱庫朗時，問他數學系需要什麼，庫朗回答說：

「一座圖書館和一個咖啡間。」

所以我們現在擁有一個很舒適的會客廳，大家經常在那裡流連。

**訪 |** 你是與庫朗學院有關的第四位阿貝爾獎得主，在你之前有 2005 年的拉克斯、2007 年的瓦拉當 (Srinivasa Varadhan)、2011 年的格羅莫夫 (Mikhail Gromov) 獲獎，這真是了不起的事。為什麼這所研究院這麼成功？

**答 |** 我想部分真的受益於溫暖的研究氣氛。庫朗學院的研究生過得十分愉悅，師生之間有許多互動。當然，如今的庫朗學院比我當學生時的規模要大得多，但是溫暖的氛圍仍然遍布各處。

**訪 |** 請談談你職涯中最重要的同仁？

**答 |** 弗萊德雷克斯是其中一位，還有兩位是庫朗的學生。約翰 (Fritz John) 非常有數學天分，後來也成為庫朗學院的教授，我有幸和他合作過一篇論文。我有好幾篇論文和勒維 (Hans Lewy) 的研究有關，他及時在希特勒掌權時就離開德國，到了美國後任職於加州大學柏克萊分校。

## 偏微分方程與不等式

**訪 |** 你的大名經常伴隨不同的合作者，出現在許多

偏微分方程的基本概念和定理上。光是檢視論文徵引的列表，就可以發現你的研究影響深遠。我們先從約翰開始。你和他合寫了一篇關於有界平均振動 (Bounded Mean Oscillation, BMO) 函數的重要論文。

**答 |** 那是約翰的點子。他介紹了 BMO 函數。想法出自他在彈性論

(elasticity theory) 的研究。當時他過來跟我說：「我有一類函數，相信它們應該有某某性質。」於是我便著手研究，最後證明了這個性質，然後他再加以改善，最後完成的版本比我原先做的更優秀。我必須說，這篇我們合寫的論文受到非常多人引用。

**訪 |** 這是絕對的！容我們這麼說，這篇文章非常有名，因為應用太多了。例如費夫曼 (Charles Fefferman) 在 1978 年獲得費爾茲獎，他最主要的貢獻之一，就是證明 BMO 空間和哈第空間  $H^1$  形成對偶。

**答 |** 費夫曼做了非常多的研究，不過他的確證明了你提到的對偶性。

**訪 |** 在你和約翰的論文中有一道約翰 / 尼倫伯格不等式。你喜歡不等式嗎？

**答 |** 我熱愛不等式。我們在那篇論文裡證明的真的就是一道不等式。

② 譯註：嚴格來說，冠以「庫朗」之名的庫朗數學科學研究院 (Courant Institute of Mathematical Sciences) 這名稱始於 1960 年代庫朗交棒之後。

**訪** | 請你解釋一下，為什麼不等式在偏微分方程這麼重要？

**答** | 當檢視偏微分方程時，可以問方程解是否存在。但是由於解寫不出來，因此必須估計解的某些上下界，像是解不能太大、不能負得太大、解的微分不能太大，諸如此類。你會試著估計函數及其各階導數的大小，而所有這些估計都是不等式。其中談的不是某甲等於某乙，而是某甲小於某常數等。不等式在證明解的存在性方面是不可或缺的要件。除此之外，如果你想證明解的某些性質，不等式也會扮演核心角色。因此，研究偏微分方程，不等式絕對是很基本的工具。這對常微分方程（ordinary differential equation）也是一樣的。

**訪** | 讓我們繼續談談你和艾格曼（Shmuel Agmon）與多葛里斯（Avron Douglis）的合作。你們有兩篇很重要的合作論文，請解釋這些研究的內容。

**答** | 我們的研究是推廣波蘭數學家蕭德（Juliusz Schauder）的經典工作到高階方程。蕭德寫過一篇二階橢圓方程的重要論文，我們認為如果能進而處理高階方程式與方程組，應該會很有用，所以就去證明類似的結果。另一篇文章，我們處理方程組以及不同範數（norm）的情況，所謂範數是測量函數大小的方法。我們做出好幾道不等式，許多人都應用過這些不等式。

**訪** | 你和約瑟夫·孔恩（Joseph Kohn）合寫過一篇論文，介紹「擬微分算子」（pseudo-differential operator）。你是這個重要概念的肇始者之一，請解釋此概念的重要性，以及你當初想到它的緣由。

**答** | 孔恩寫過一篇複分析的重要論文，內容牽涉到一類微分方程組解包含邊界在內的正則性（regularity）。這篇論文十分困難，他建議我們應該將它推廣到更一般的方程組。我們隨即開始檢視其中的理路，發現必須要考慮所謂的「算子交換子」（commutator of operator）。當作用一個算子再用第二個算子，然後調換兩算子的作用順序，並比較其結果的差，就需要交換子的性質。我們用到名為 $L^p$ 的函數空間，以及卡得隆（Alberto Calderón）和齊格曼（Antoni Zygmund）關於某類奇異積分算子的理論。我們必須將他們的研究推廣到交換子的情況，其中的主要想法是「如何推廣這些奇異積分算子，讓它們具備代數結構。」

於是這導致所謂擬微分算子的概念。它雖然出自一類非常特殊的偏微分方程組，結果卻證明概念本身非常有用，它是從卡得隆 / 齊格曼理論萌生出來的。附帶一句，卡得隆是位卓越的數學家，而且探戈跳得很好，我非常佩服他。

**訪** | 你有一位聰穎的學生叫紐蘭德（August Newlander），你和他在1957年合寫了一篇重要的論文。請你談談這篇論文的內容。

**答** | 有一個數學問題，我第一次是聽威伊說的。他說：「這裡有個複分析的問題，為什麼你們做偏微分方程的人不研究這一類的問題？」我想說：「有何不可，就試試看吧！」我找來一位聰明的學生，也就是紐蘭德，對他說：「讓我們從最簡單的情況，也就是最低的維度開始。」他提出最初的發想，在低維非常成功。但令人驚訝而沮喪



哥廷根大學數學所的現貌。(維基, photo: Daniel Schwen)

的是，這個想法在高維行不通。於是我們得為高維的情況找出迥異的證明，這讓問題從線性問題轉變成非線性問題。聽起來或許有點怪，但是就某種意義來說，非線性問題更容易處理。

**訪 | 解決這個問題後，威伊有什麼反應？**

**答 |** 他非常高興，其他做複分析的人也是。許多人引用過這個結果。好幾年後，霍爾曼德 (Lars Hörmander) 找到相同結果的線性證明。這個證明比較專門艱深，不過是純線性的。

**訪 | 在廣大的偏微分方程領域，是否有什麼卓越的未解問題？除了納維爾 / 斯托克斯問題之外，你有什麼要特別強調的嗎？**

**答 |** 我認為在所謂的超定系統 (overdetermined system) 方面，還沒有任何建樹。這種系統指的是方程數比變數多的情況，譬如一個方程組可能有兩個變數和五道方程，因此其中需要某種相容性條件。目前這方向幾乎沒有任何分析理論。以前卡當 (Élie Cartan) 和凱勒 (Erich Kähler) 發展過一套理論，不過他們假設所有東西都是解析的 (analytic)。出了解析的範圍，這類系統幾乎一無所知。但是這種情況在幾何學中經常發生，我覺得這是偏微分方程理論的大缺口。

## 世界各地的數學與數學家

**訪 | 我們想談一下國際數學界。聽說你畢業後不久，就曾經到戰後的歐洲旅行。**

**答 |** 是的。1951/1952 學年度，我獲得補助到蘇黎世訪問<sup>①</sup>，主要是和幾何兼拓樸學家霍普夫 (Heinz Hopf) 討論。霍普夫是非比尋常的人，性格令人愉悅，也非常的親切。那一年裡，我還花了一個月到德國訪問哥廷根，這是庫朗安排的行程，他覺得我應該去看看。那一年我並沒有做什麼研究，只是將已經完成的結果好好寫下來。我想我多少有點抗拒寫東西，為了發表而寫作，讓我的進度總是很慢。所以利用那一年，我寫了好幾篇論文。

**訪 | 庫朗曾經回哥廷根嗎？**

**答 |** 有的。戰後庫朗曾回德國好幾趟。他的人脈很廣，希望能夠協助德國數學的重建。

**訪 | 他的內心應該很痛苦？**

<sup>①</sup> 譯註：這裡指的是蘇黎世聯邦理工學院 (Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, ETH Zurich)。



拉弗連帖夫。(Russian Academy of Sciences)

**答 |** 我想他是感到痛苦，但在此同時，他有許多朋友，而且他想鼓勵與協助德國數學的發展。

**訪 |** 你也去過蘇聯？

**答 |** 我第一次去是 1963 年，當時有一個蘇聯與美國聯合舉辦的偏微分方程學術會議，由美方的庫朗和蘇聯數學家拉弗連帖夫（Mikhail Lavrentyev）一起策劃。參加的一共有 20 多位美國數學家與 120 位從蘇聯各地前來的俄國數學家。這是我參加過最好的會議之一，會議地點在西伯利亞的新西伯利亞市（Novosibirsk），它是拉弗連帖夫協助建立的學術城市<sup>4</sup>。會議的感覺就像和一群人一起登船兩週，大家馬上就變成朋友一樣。我和許多俄羅斯人成為好友，友誼一直維持至今，遺憾的是有些人已經過世。不過從那時起，我真的結識許多知己。我雖然從未和他們有任何學術合作，但他們的友誼溫暖依舊，我們見面時總是大聊數學、政治，任何事情。

**訪 |** 那中國呢？

**答 |** 我到過中國好幾趟。第一次是陳省身安排的，時間是 1975 年，文化大革命還在進行，不過我當時並沒有意識到這件事。舉例來說，我想要訪問中國科學院，但他們帶我去北京大學；我說我想見見教師，但他們卻說老師正忙著教書——但這根本是謊言，因為當時其實沒有人在上課。他們帶我參觀圖書館後，就想帶我到其他大學。我說：「這不行。要嘛讓我與教師會面，不然我就不去了。」

他們要求我給許多演講，我說我也想聽聽那裡的人都做些什麼研究，於是有些年輕人談了他們的研究。我後來才知道他們要取得許可，才能來參加我的演講。那一次我沒交到什麼朋友。這是一段有趣的經驗。當然，此後很多事情都起了很大的變化。我認識了一些朋友，他們日後曾來庫朗學院訪問一、兩年。

**訪 |** 你也曾獲得國際數學聯盟（International Mathematical Union, IMU）所頒發的陳省身獎。

**答 |** 是的，那是 2010 年。

**訪 |** 1982 年，你還曾與阿諾德（Vladimir Arnold）共同獲得第一屆的克拉福德獎（Crafoord Prize）。阿諾德曾經提出一個或許不能太當真的評論：「數學是物理的一部分，只是實驗花費很便宜。」

**答 |** 那倒不全是隨便說說。他的確認為數學這個領域，和物理學與現實世界的接觸非常重要。

當時他沒能拿到出國許可，赴瑞典接受克拉福德獎。我去瑞典前先繞道莫斯科訪問，在阿諾德家與他共進晚餐。他一直到最後一分鐘，都還在等是否能取得出國許可，但是他沒等到。

我回到美國後，接到一通由一位女士打來的電話，聲稱自己是阿諾德的妹妹。我想說：「這怎麼可能？」幾個禮拜前我才見過阿諾德，他完全不曾透露有個妹妹在紐澤西州。結果她來我研究室，而且，她果真是阿諾德的妹妹。他對此事隻字未提，真是難以想像！



**訪** | 談到阿諾德，他曾在某個場合很失望地表示，有些西方數學家證明的結果，其實俄國人早已證明，不過因為冷戰期間雙方缺乏交流，這些結果都不為人知。他跟你表達過這樣的感觸嗎？

**答** | 他往往會這麼說。我記得有次阿諾德到紐約訪問時，某人在討論班中報告，阿諾德也來參加。在演講中，阿諾德說：「喔，這個結果已經被某某俄國人證明過了。」報告的講者後來查了一下，發現俄國人從未證明這項結果。所以阿諾德也不見得總是對的。他傾向於給俄國人多於他們該得的讚譽。

你們可能聽過一個笑話。俄國人說：「你證明的東西，其實是我第一個證出來的。而且不管如何，這項結果都微不足道。」

### 問題、合作與 Sitzfleisch

**訪** | 你有 90% 的論文是與別人合作完成的，這真是令人驚訝。你可以為我們解釋其中的因由嗎？

**答** | 因為這是件樂事。和別人談數學，大家一起合作，帶給我莫大的喜悅。當然，大部分的研究得要自己做。我的意思是說，你雖然和他人討論各種想法和成果，但回到家後，你要琢磨自己完成的部分，而且可能會再想到新點子。接著和大家再聚在一起時，就繼續討論新的想法。於是，大家給你新點子的回應，你再回應他們的想法。這樣的經驗真是精采萬分。

**訪** | 你的研究經常一開始就是目標明確的嗎？

**答** | 通常我會有個目標。不過有人曾經說過：「有

一種數學家遇到岔路時，會毅然走進去。」我就是這類數學家。所以我可能在和同仁一起研究某個問題的過程中，碰到看起來很有趣的現象，就會深入探討這個現象，而暫時離開原先的問題。

**訪** | 你比較像是解題手 (problem solver) 嗎？

**答** | 絕對是的。數學家有兩類。一類發展理論，另一類是解題手。我是後者。

**訪** | 你是與數學家對談時找到自己感興趣的問題嗎？哪類問題最吸引你？有什麼特定模式嗎？

**答** | 很難說。一個研究生有次問我如何找到好的研究問題。我對他說，有時候我看到某篇論文的結果，但不喜歡裡頭的證明。如果這個問題令我印象深刻，我就會開始思考是否有更好的證明。我的想法或許能找到更好的證明，甚至導引出嶄新的東西。這個學生告訴我，他從沒看過不喜歡的證明。我心想：「他沒希望了！」

**訪** | 我們想問一個以前也問過其他得獎者的問題：如何找到一個結果的證明？

有人是持之以恆，直到證明完成。但其他人認為證明的洞見如靈光閃現。你有這樣的經驗嗎？

**答** | 兩者都可能發生。但大部分的時間你都被牢牢的困在某處。也許有些問題的突破源自某種洞識，能看到先前目光未及之處。但在這之前的持

④ 譯註：拉弗連帖夫在蘇聯科學院協助下，於 1957 年大力肇建的學術城 (Akademgorodok)，如今是新西伯利亞市南方的一個行政區。



續堅持，以及已經完成的種種結果，似乎都是獲得這些洞見的必須前提。你需要堅忍，或者用德文來說，就是需要 *Sitzfleisch*（定靜踏實，不急不徐）。

**訪** | 你是這種人嗎？在解題時會專心到好像從世界消失一般。

**答** | 並不全是這樣，但可能會消失長達幾小時。有時我在半夜醒來，花好幾個鐘頭思考問題，無法入睡。一旦開始思考，就很難再入睡。如果我有個點子，我會一直發展下去，看看會得到什麼結果。我現在還是會試著這樣做。不過最近幾年，這麼做已經得不到什麼東西，我沒再成功過。

### 數學的交流

**訪** | 你一共有 45 個博士生，真是令人印象深刻！能談談你的哲學嗎？如何為學生找到研究的問題？

**答** | 這很難說。有時想找到恰當的問題並不容易。挑到太難而不實際的問題，遠比合適又能在合理時間內解決的問題簡單。我實在無法回答這個問題。我自己也不知道我如何為學生找到問題。

**訪** | 有時候必須推學生一把嗎？

**答** | 當然。我固定和學生見面，通常是一週一次，討論他們的研究進度。我有時也會向他們提出建議，可能會對他們說：「好好讀這篇文章，或許可以幫你找到出口。」

**訪** | 你會如何描述自己對數學的愛？為什麼數學這麼吸引你？有可能將這份愛傳達給數學社群之外的人嗎？我們必須是數學家才能夠欣賞數學的吸引力嗎？

**答** | 有些人非常擅長與大眾交流，這不是我的長處。但是一旦你進入數學世界，一旦你迷上了，那真的是非常興奮又好玩。之前我就曾經用過「好玩」這個詞。做數學真的非常好玩。即使有 90% 甚至更多的時間都困坐愁城，思考數學仍然帶來巨大的快樂。

**訪** | 這正是非數學人無法理解的。

**答** | 是啊，的確很難理解。你得置身其中。而且我認為做數學需要一些天分，但是也需要前述的 *Sitzfleisch*。你得夠擇善固執、持之以恆，絕不放棄。有些問題我思考多年，仍然毫無進展。

**訪** | 那麼你認為與公眾交流是重要的事嗎？

**答** | 是的，我認為這對數學的發展很重要，向大眾傳達研究數學的愉悅也很重要。庫朗和羅賓斯（Herbert Robbins）合寫過一本非常好的書——《數學是什麼？》（*What is Mathematics?*），這是一本很可愛的書。最近我剛讀完一本書，是年輕時就從俄羅斯移民到美國的數學家傅倫科（Edward Frenkel）寫的，書名是《愛與數學》（*Love and Math*）。他勇敢地試圖讓大眾對他工作的數學領域產生興趣（他的領域也和物理有關），這絕非易事，但他確實試圖這麼做，我必須說我很讚賞他的初心。

### 音樂與電影

**訪** | 最後，我們有一個也問過前幾任阿貝爾獎得主的問題。不研究數學時，你的興趣是什麼？

**答** | 我愛音樂，也愛電影。你們也許不信，當我還住在魁北克的蒙特婁時，年紀小於 16 歲的年輕


人不能進電影院看電影——現代人應該很難想像吧！所以當我 16 歲時，像發了瘋一樣，開始狂看電影。當我一搬到紐約市，突然間到處都是外國電影，包括義大利電影、俄國電影、法國電影。那時我更瘋，幾乎每晚都看電影。從那時開始，我愛上電影了。

**訪 | 所以你看過《美麗境界》(A Beautiful Mind) ?**

**答 |** 當然，原著我也讀過。

**訪 | 你喜歡哪種音樂？**

**答 |** 我主要聽古典音樂，不過我也聽爵士。我的孫子明天也會參加頒獎儀式，他就是一位專業爵士鼓手。我也喜歡阿根廷探戈，而且我收藏了很多阿根廷探戈唱片。

**訪 | 謝謝，這是一段非常有趣的訪談。我們謹代表挪威、丹麥以及歐洲數學會向你致謝。** 

#### 本文出處

這段訪談是在 2015 年 5 月 18 日，也就是阿貝爾獎頒獎儀式前一天進行的，訪談地點為挪威奧斯陸。本文除刊登於歐洲數學學會的 *EMS Newsletter* (Dec., 2015)，也曾刊登於美國數學學會的 *Notices* (Feb., 2016)。本刊感謝歐洲數學學會授權轉載與翻譯。

#### 譯者簡介

周樹靜為臺灣數學科普譯者。

#### 延伸閱讀

► 2015 年阿貝爾獎得主網頁。

<http://www.abelprize.no/c63466/seksjon/vis.html?tid=63467>

得獎者之事蹟與研究介紹：

<http://www.abelprize.no/c63466/binfil/download.php?tid=63525>

► Jackson, Allyn "Interview with Louis Nirenberg" (2002), *Notices*, AMS. 雖然是十多年前的訪談，裡面有許多尼倫伯格的生平細節，足以與本文相互參照。

<http://www.ams.org/notices/200204/fea-nirenberg.pdf>

► "Science Lives: Louis Nirenberg" (2013), Simons Foundation. 這是西蒙斯基金會 "Science Lives" 專題的網頁。包括 Jalal Shatah 訪談 Louis Nirenberg 的錄影，以及 Reuben Hersh 的介紹文章。

[https://www.simonsfoundation.org/science\\_lives\\_video/louis-nirenberg/](https://www.simonsfoundation.org/science_lives_video/louis-nirenberg/)

## 本文提及的尼倫伯格著作列表

Agmon, S.; Douglis, A.; Nirenberg, L. "Estimates near the boundary for solutions of elliptic partial differential equations satisfying general boundary conditions. I", *Comm. Pure Appl. Math.* 12 (1959), 623–727

Agmon, S.; Douglis, A.; Nirenberg, L. "Estimates near the boundary for solutions of elliptic partial differential equations satisfying general boundary conditions. II", *Comm. Pure Appl. Math.* 17 (1964), 35–92.

Caffarelli, L.; Kohn, R., Nirenberg, L. "Partial regularity of suitable weak solutions of the Navier-Stokes equations", *Comm. Pure Appl. Math.* 35 (1982), 771–831.

John, F.; Nirenberg, L. "On functions of bounded mean oscillation", *Comm. Pure Appl. Math.* 14 (1961), 415–426,

Kohn, J. J.; Nirenberg, L. "An algebra of pseudo-differential operators", *Comm. Pure Appl. Math.* 18 (1965), 269–305.

Newlander, A.; Nirenberg, L. "Complex analytic coordinates in almost complex manifolds", *Ann. of Math.* 65 (1957), 391–404.

Nirenberg, L. "The Weyl and Minkowski problems in differential geometry in the large", *Comm. Pure Appl. Math.* 6 (1953), 337–394.