

# 方程之術，即中等之法，何難之有？

## 從朝鮮的中人技術官僚傳統看東亞算學的發展與交流

洪萬生·英家銘

洪萬生為臺灣師範大學數學系退休教授，臺灣 HPM 發起人，不但強調數學史在數學教學中的功能，更是臺灣數學科普推手，近年來並積極推動以文學小說促進數學普及。

英家銘是臺北醫學大學通識教育中心專任助理教授，研究專長為數學史以及數學教育。

### 前言

朝鮮半島上的朝鮮王朝（1392-1910）是存續超過五世紀的國家，保存了大量古代東亞的傳統哲學、文學、藝術、科學與數學。朝鮮的文化傳承是當代南北韓的文化底蘊，至今仍保留了許多東亞古文明的遺產，其中當然也包括古代東亞的算學。在這篇文章中，我們想以東北亞古國之歷史文化為起點，向讀者介紹朝鮮王朝特殊的中人技術官僚階級，以及他們在跨文化交流中扮演的角色。

### 古代東北亞的算學傳播與教育

近代之前的東北亞，從松花江流域、鴨綠江流域、朝鮮半島到日本列島，都曾出現許多古代國家。這些國家各自有其獨特風俗文化，也不斷吸收黃河流域帝國文明的菁華，化為自身文化的養分。而從先秦至兩漢帝國發展的天文曆法與算學，也藉著戰爭、貿易、移民或官方交流傳入東北亞。半島上的新羅與列島上的日本，自然也在積極與隋、唐帝國的交流中，學習到他們的科技與數學。許多歷史記載與考古遺跡，都可見證東亞科技的發展與交流。圖 1 是韓國慶州的瞻星臺，建於七世紀新羅善德女王時代，是東亞現存最古老的天文臺。

新羅與日本學到中央集權的律令國家制度時，也建立了如唐帝國般的科舉與中央官學制度。一般人常誤解古代科舉只靠四書五經取士，但事實上，唐代官學的入學資格與科舉考試科目十分多元，其中也包含算學科。

因此，中世紀的新羅與日本，也同樣有官方算學教育制度（見表 1）。

表 1 告訴我們，只有唐帝國在制度上允許庶民接受算學教育，新羅與日本的入學者都必須是貴族子弟。他們所使用的算學教材，大多為成於兩漢或魏晉南北朝的算學文本，例如算學經典《周髀》與《九章算術》，但也有或許是新羅與日本學者的作品，例如《六章》與《九司》。另外，接受過算學教育的學生，因為後來主要是成為技術官僚，所以任官位階都較低。唐帝國以「從九品下」敘任，是最低階的文官。日本算學生初任官職的位階也頗低（27，28/30）。相對來說，新羅算學生初任官職的位階就較高（10，11/17），也顯示新羅相對重視算學。

表 1 八世紀東亞三國之算學教育制度比較

國家	唐	新羅	日本
教員	算學博士二人（從九品下）、助教一人（無品）	算學博士或助教一人	算博士二人（從七位上，後改為正七位下）
入學資格	14 - 19 歲 八品以下或庶民子弟	15 - 30 歲 大舍（12/17）以下	13 - 16 歲 五位以上（八位以上許可）、東西史部與國學優秀者
敘位	從九品下（30/30）	大奈麻（10/17） 奈麻（11/17）	大初位上（27/30） 大初位下（28/30）
教授科目	組一 九章、海島、孫子、 五曹、張丘建、夏侯陽、 周髀、五經算、 記遺、三等數	六章、三開	九章、海島、周髀、 五曹、九司、孫子、 三開重差
	組二 綴術、緝古、 記遺、三等數	九章、綴術	綴術、六章

表中位階後的數字代表在所有官員中的地位，27/30 代表全體 30 位階中的第 27 位（本表出自城地茂《和算の再発見》）。



圖 1 位於韓國慶州的瞻星臺。(維基)

此外，從表 1 可以看出發展於先秦與兩漢帝國，而且記載於《九章算術》等算經中的數學方法，都在這三國的算學教育中保留下來。例如與畢氏定理有關的句股術、以試誤加上內插、外推法解決應用問題的盈不足術、比例交換與分配的今有術及衰分術、財稅官僚必備的均輸術，以及解線性方程組的方程術等。

新羅之後，在十世紀統一朝鮮半島的高麗王朝，也主動或被迫與宋、金、元帝國文化交流，這使得宋、金、元時期高度發展的算學與天文學典籍傳入朝鮮半島。14 世紀末，朝鮮王朝結束高麗後期的混亂局勢，再度建立穩定政權，並與明帝國成為宗屬關係，而算學也在這個穩定的政權中持續發展。

### 朝鮮王朝的算學發展

朝鮮王朝繼承高麗王朝與宋、金、元帝國交流得到的科技與算學知識，自 14 世紀末起，除繼續與明帝國交流，也獨立發展自己的相關學識。朝鮮第四任國王世宗（1418-1450 在位）不僅開啟朝鮮王朝初期的學術與文化黃金時代，出版許多關於農業與醫藥書籍，也間接促進印刷術的發達。世宗重新設立高麗時代的集賢殿，其中學士除了負責鑽研制度與歷史，著述編纂包括史書、儒家經典、禮儀、地理、醫藥等書籍之外，同時也研究音律，並創制韓文。對於算學發展，世宗最重要的貢獻是校正與實測曆法、丈量田畝，以鞏固統治的正當性及經濟基礎，從而帶動官方支持算學研究的需求（圖 2）。

世宗時期在蒐羅算學書籍後，也進行算學教育制度的改革，並於 1430 年訂定算學取材的科目為《楊輝算法》、《算學啟蒙》、《詳明算法》、《五曹算經》與《地算》。這五部算經中，前四部文本均來自中國，第五部《地算》現已失傳。五部文本中，以宋、金、元時期傳入高麗的《楊輝算法》、《算學啟蒙》、《詳明算法》三部較重要，對後來的算學發展影響也最大。而這三部算書中提到「天元術」這種可解高次方程式、以算籌運算的數值代數方法，也在朝鮮妥善保留下來。

前述的算學取材，是朝鮮王朝科舉考試的一部分。科舉分為文科、武科與雜科，參加資格不同。朝鮮社會有極為嚴格的身分制度，除王族外，臣民分成兩班、中庶、良人與賤民四個階級。兩班原指朝廷文武兩班官員，在朝鮮王朝則指貴族階級，獨占科舉的文科。他們最重要的職責就是學習儒學，通過科舉成為官員，協助君王治理國家。中庶為中人與兩班家的庶子，其中的中人指中央政府之醫、譯、觀象、律、惠民、寫字、圖畫、算學等技術官僚世襲家族，地位介於兩班與良民之間，可參加雜科考試。良人指從事農、工、商的平民，賤民則為從事賤役之奴婢。

朝鮮王朝可考的算學家，許多出自對算學有興趣的兩班，但也曾出現幾位成就甚高的中人算學家。中人這種特有的技術官僚階級，在古代東亞是少有的社會現象。技術官僚階級的世襲傳統雖然不保證職業也可世襲，但封閉的中人階級彼此聯姻，也造就了不同技術（算學為其一）在家族內外的交流與專業化的累積。下一節我們將介紹兩位中人算學家，並從他們的著作與事蹟，來看朝鮮的技術官僚

圖 2 朝鮮世宗時期建造的渾天儀與日晷。(維基)



傳統與東亞科技交流。

### 中人與算學——以慶善徵與洪正夏為例

慶善徵（1616-？），忠清道清州人士。他出生於朝鮮國王光海君執政年代（1608-1623），到1640年仁祖朝入仕，主要在戶曹系統工作。戶曹掌管戶籍、稅收、財政、會計等工作，自然是較需要中人算士工作的場域（需要中人算士的另一場域，是掌管天文曆算的觀象監）。1669年顯宗在位時，慶善徵53歲才升至算學訓導（正九品），1674年升至教授（從六品），1676年肅宗朝時升任活人別提（從六品）。

慶善徵一生所處的17世紀，朝鮮面對的國際局勢是日本侵略與明清爭霸。夾在這三大帝國間的朝鮮，為了生存必須做出許多社會與政治上的調整。畢竟儒家經典中的理想烏托邦，不見得能在現實環境實踐，因此朝鮮國王在政治與社會上，必須做更有彈性的處理。不知道是不是這樣的風氣，影響了兩班士大夫與中人技術官僚，使他們在中國經典（包含算學經典）之外，開始更常創作，找尋適合朝鮮自己的方向。

無論如何，慶善徵著有《默思集算法》與《詳明數訣》兩本算書，二書都受到同時代與後來的兩班算家重視。其中《詳明數訣》已失傳。但《默思集算法》則是現存最早的東算（朝鮮傳統算學）文本之一。

《默思集算法》的創作，或許是受社會大環境與中人世襲階級專業化交互影響的產物。慶善徵的父親慶禕是中人算士，曾任別提。而慶善徵第二任妻子的父親李忠一也是中人算士，並曾擔任訓導、教

授與別提。慶善徵與李忠一翁婿二人，可能有段時間同時在戶曹任職。由此可看出中人階級的家學傳統，也是東算發展的推力之一。

慶善徵活躍時代的算學考試科目，主要來自宋、元的算書《楊輝算法》、《算學啟蒙》與《詳明算法》，所以他的算學思考自然也受中算影響。事實上，《算學啟蒙》在中國一度失傳，後因朝鮮兩班士大夫金始振「得國初印本《算學啟蒙》於地部會士慶善徵」，並於1660年重刊，此書才有機會在19世紀傳入清帝國。慶善徵在中世紀東亞算學與朝鮮社會發展的背景下，寫出了《默思集算法》一書，讓我們能一窺17世紀的東算面貌，以及它與社會的互動。

《默思集算法》全書分為天、地、人三卷，共25「門」，400道算題。內容的分類方式與算法主要以《算學啟蒙》為基礎，再加入《楊輝算法》、《詳明算法》與明代算書《算法統宗》的內容。不過，慶善徵不是一味承襲中國算書中的方法，更有進一步的轉化與創新，400道算題中至少有90題，有「一題多解」的內容。另外，本書人卷中的〈和答互換門〉，記載了一段四位地方官吏與「默思翁」五人間的算學對話，十分特別。

這段對話的前四分之三，是四位地方官吏間的問答，內容主要是當時朝鮮王朝的稅收、戶口數與支出等實際官僚運作的相關數學問題，算學方法則用到東亞傳統算學中的盈不足術、解一次同餘方程組，與等比級數方法等等方式。而作為總結角色的



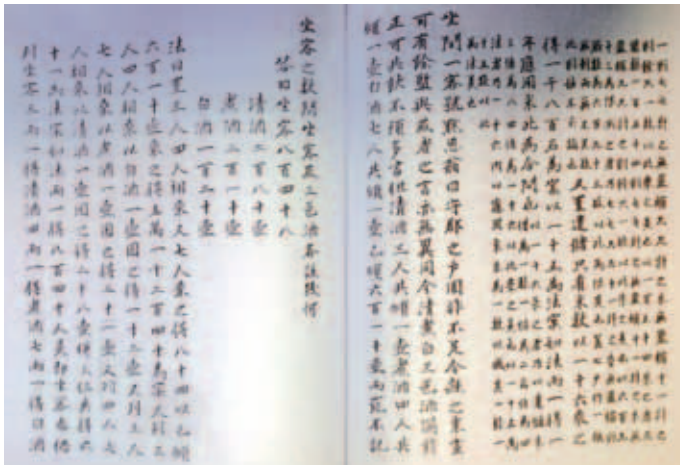


圖3 慶善徵《默思集算法》書影。(《韓國科學技術史資料大系·數學篇》卷一，頁256-257)

特別是在中人階級家學淵源中的累積，已經確立東算的自主發展風格。

東算的自主發展，還可從《九一集》卷九記載的一段對話中略窺一二。這段對話的主角有四位，包括清帝國的五官司曆何國柱與欽差侍衛阿齊圖，朝鮮方面則為洪正夏，與可能是算學生的劉壽錫。1713年6月21日，洪正夏與劉生入賓館與何國柱論算。四人的對話由21個問題組成。開始由上國大員司曆先行提問。前四題為乘除問題，第五題為開平方，對話都只記下答案。第六題是二次方程的應用題，較為複雜，就開始記錄解法。第七題何國柱向朝鮮方展示一個工具之後，阿齊圖便開始吹噓說：「司曆之算，為天下第四，而其算法充滿于腹中矣！如君輩不可抗衡」。接下來阿齊圖就用激將法，鼓勵洪正夏提問。

洪正夏不客氣地問了一個立體幾何的應用題，和《九一集》卷八其中一題完全相同，內容涉及解三次方程式。結果何國柱不但當場無法解答，答應次日回覆，也沒有提出解答。而書中洪正夏提出的解答，使用的正是奠基於籌算的天元術。

對話的後半，司曆何國柱繼續向洪正夏提問，其中包括平面幾何與句股相關問題。何國柱之前雖無法解答洪正夏的問題，但他絕非一無所知的草包。在雙方問答中，關於平面幾何的部分，何國柱提到了朝鮮方不熟悉的八線表（即三角函數表）與歐氏幾何內容。而關於句股問題，洪正夏都用何國柱不知道的句股方法，依題意用算籌列出方程式而求解。這時反而變成何國柱希望向朝鮮方學習，所以洪正夏與劉生就與何國柱，分享他們研究的20多個句股問題與解法。

默思翁，則在最後出了一道頗富趣味的「共飲」問題，然後用類似前述的方法解決。圖3的《默思集算法》書影，即為默思翁與眾人對話中提到的「共飲」問題。

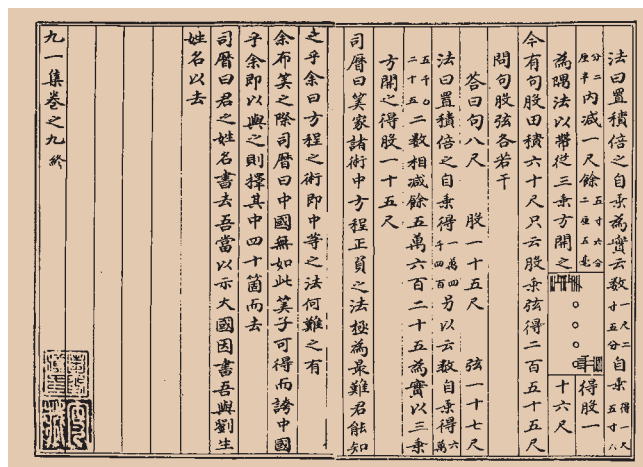
這段對話中的默思翁，極有可能就是慶善徵本人。而這段對話的內容，某種程度也反映算學在官僚體系中是必要的應用工具。在首都工作的中人算學家，或許有需要與地方官吏進行某種「算學研討會」，討論行政工作中應用到的算學方法。這樣的互動，應該是東亞算學發展與交流的絕佳例證。

在17世紀的慶善徵之後，另一位著名中人算學家，就是慶善徵的曾姪外孫——主要活躍於18世紀的洪正夏（1684-？）。

洪正夏，京畿道南陽人士，1706年肅宗朝時入仕，1718年任訓導，1720年以36歲之齡升任教授，仕途看來比慶善徵順遂許多。洪正夏的家族中除慶善徵外，他的父親洪載源、祖父洪敘疇與岳父李克俊，都擔任算學相關官職，家學淵源可見一斑。

洪正夏既以籌學入仕，加上家學淵源，對當時的算學取材科目必然相當熟悉。事實上，他在1714年前後完成的算學著作《九一集》，也是在《算學啟蒙》的基礎上完成的著作，所以《九一集》的內容除包含各類東亞傳統算學方法之外，也包含奠基於算籌的解高次方程算法「天元術」。不過，相對於慶善徵的《默思集算法》，洪正夏的《九一集》大幅修訂《算學啟蒙》，並加入許多個人創見。由此可見，朝鮮算學在洪正夏之前兩百餘年的發展，

圖 4 《九一集》書影。(《韓國科學技術史資料大系·數學篇》卷二,頁 692-693)



對話的最後，司曆何國柱話鋒一轉，問道：「算家諸術中，方程正負之法，極為最難，君能知之乎？」如果這裡的方程術，指的就是前述東亞算學中解線性方程組的方法，那麼，我們就不會對洪正夏後面的回答感到驚訝：「方程之術，即中等之法，何難之有？」（圖 4）因為相對於可解高次方程式的天元術，線性方程組的解法沒有那麼複雜。何國柱大概也驚訝於洪正夏對籌算的熟練程度，因此請求洪正夏：「中國無此算子，可得而誇中國乎？」而洪正夏也欣然分享他的算籌，讓司曆帶走。

關於上面的對話，讀者或許會有疑問：何以清國司曆未見過算籌，不會天元術呢？事實上，天元術與背後的籌算方法，在 15 世紀便於中國失傳。而 17 世紀的中算，主要是以學習西學為主軸，因此，何國柱才會比洪正夏更熟悉三角函數與歐氏幾何等西方算學。中世紀的中國算學，要到 18 世紀末才會復興。而上面關於慶善徵與洪正夏的故事，也讓我們看到朝鮮中人技術官僚在東亞算學知識的保存、傳播與發展上，占了很重要的地位。

### 結語

在朝鮮的中人技術官僚傳統中，算學與其他醫、畫、譯等技藝一樣，都是在這個階級累積、保存與發展的技藝。無論是從 17 世紀的慶善徵到 18 世紀的洪正夏，我們都能看到這些出身「技職體系」的中人算學家，承擔的是與各級官員討論算學在真實世界應用的責任。而傳自中世紀的籌算代數方法，也因為這樣重視技藝的傳統而被妥善保存，並在 18 世紀帶領東算走出獨特道路。現代人有時會認為「技職體系」只是不明就裡地重複操作技術，但

朝鮮的例子讓我們看到，他們不但保存其他國家已失傳的知識與文本，還將之累積、推廣，甚至有創新的可能。對於這個東亞少見的技术官僚階級，應該還有許多有趣的社會現象值得現代學者探究。☺

本文參考資料請見〈數理人文資料網頁〉

<http://yaucenter.nctu.edu.tw/periodical.php>

### 本文出處

本文由洪萬生與英家銘為「東亞數學史」專題合作改寫葉吉海、洪萬生、李建宗等相關韓國算學研究論文（見 <http://yaucenter.nctu.edu.tw/periodical.php>）。

### 延伸閱讀

- ▶ Horng, W. S. (洪萬生) "History of Korean Mathematics, 1657-1868: An Overview." (2015). 出自 Rowe, D.E. & Horng, W. S. (Eds.) *A Delicate Balance: Global Perspectives on Innovation and Tradition in the History of Mathematics: A Festschrift in Honor of Joseph W. Dauben* (2015). Berlin: Birkhäuser.
- ▶ 洪萬生〈十八世紀東算與中算的一段對話：洪正夏 vs. 何國柱〉(2002)，《漢學研究》20 卷 2 期，頁 57-80。
- ▶ 川原秀城《朝鮮數學史》(2010)，東京大學出版會。