



PK 大戰與對局論

零和賽局混合策略的精彩實例

今年在法國舉辦的足球歐洲杯才剛落幕，由葡萄牙奪得了隊史的第一座大賽獎杯，原先被看好的東道主法國則落居亞軍。每當世界杯和歐洲杯這兩大足球盛事舉行時，總能吸引廣泛的興趣，而在此時，即使不是足球迷也會引為高度關注話題的，就是足球特有的 PK 大戰（互射 12 碼球，penalty shoot-out）。

「PK 大戰」是在淘汰賽階段，當正規時間和延長賽終了仍未分出勝負時，用來決定何隊勝出的最後方法。此時，兩隊各派出五人，交替進行 12 碼球罰球。踢完後以進球多的一方勝。如果進球數相同，則再一次各派一人比試（派出的球員不能重複），直到分出勝負。這是一種快速、緊張、扣人心弦的決勝方法，即使你是中立球迷，也會被它的高張力所吸引。

一般人常認為，只要球技不要太差，12 碼球能不能射進，就是看運氣和臨場表現而定。這也是為何以 PK 戰決勝負、甚至決定冠軍誰屬，為何會那麼戲劇性，而且又難以令人滿意。但是，罰 12 碼球真的就只憑運氣或天意嗎？

2002 年時，三位芝加哥大學的經濟學家奇雅波利、李維特和格羅克羅斯（P.-A. Chiappori, S. Levitt, & T. Groseclose）注意到這個問題。（沒錯！第二作者即是後來寫出暢銷書《蘋果橘子經濟學》的李維特。）他們從對局論（game theory）的角度來看，罰 12 碼球即是古典的雙人零和賽局。

在進一步探討之前，我們要先對 12 碼球的攻防稍加分類，其中最重要的是射手的踢球方向：分為自然側和相反側。「自然側」是指球員慣用腳的內側（也就是比較自然的射門方向），例如習慣右腳的人是踢向他自己的左邊；反之則稱為「相反側」。當然，踢向自然側的成功率會大得多。相對而言，門將則會在球踢出的瞬間撲向一邊，期望能因為撲對邊且射手踢得不好而擋下罰球。因為門將在球未踢出前不能移動，但若等到看清方向後會來不及撲救，所以要撲向哪一

邊，只能用猜的。但他當然也傾向猜測射手會踢向自然側。理論上，零和賽局參加者可採取混合策略，在策略中加入隨機性——射手隨機選擇是否踢向自然側，門將也隨機選擇是否撲向射手自然側——以得到有利結果，而最佳混合策略將達到對彼此最有利的納許均衡。

奇雅波利等人使用法國和義大利聯賽三個球季的資料，得到如表 12 碼球射門成功率，如表所示（總計 459 次，其中包括一般比賽的 12 碼罰球，並只 PK 戰）。根據計算，射手最佳策略理論值是約 6 成踢向自然側，約 4 成踢向相反側；門將撲救方向比率大致相同，也是 6:4。驚人的是，理論值與實際數據幾乎相符，也就是說，球員罰 12 碼球時確實採用最佳混合策略。

12 碼球射門成功率

		門將	
		猜對邊	中間或猜錯邊
射手	自然側	63.6%	94.4%
	相反側	43.7%	89.3%

後來，西班牙經濟學家兼重度足球迷帕拉修 - 烏耶塔（I. Palacios-Huerta）採用另一組比賽數據，也得到類似結果。帕拉修 - 烏耶塔還進一步抽樣分析個別球員的行為，發現他們也幾乎都採用最佳混合策略。

經濟學家會注意到 12 碼球，是因為零和賽局在現實世界並不多，而混合策略的實例更是難尋，甚至連在實驗室的控制環境裡也不容易出現。然而他們居然在足球場上找到近乎完美的例子。那些足球明星當然不可能先算出納許均衡點再決定怎樣射門，然而他們的行為卻自然而然實踐了對局論的最佳策略。

這項冷僻的知識，因為庫珀（S. Kuper）《足球經濟學》（*Soccernomics*）一書的報導才廣為人知。現在我們看 PK 大戰，除了球技、激情、國家和個人榮譽……，其中還有對局論的美妙結果。如果馮諾曼和納許有知，不知會否帶給他們會心一笑。（編輯室）