

數據調變器之低頻率帶通濾波器的設計與製造

賴 倍 偉

一九七四年六月於

國立交通大學工學院

數據傳輸專題研究室

摘 要

數據調變器已成為時下電子計算機遙用必備的機器，調變器中的濾波器為整機重要的骨幹。本文所述乃低頻率帶通濾波器之設計——利用積分線路及運算放大器之合成，以獲得較佳之頻率響應，解決傳統式的濾波器用於低頻時製作之困難，並成功地使用於自製的數據調變器中。

一、簡 介

調頻為訊號調變的方式之一，其調變的方法乃是令一載波的頻率，依所欲傳遞的訊號而增減，但載波的波幅保持不變。應用於數據傳輸之調頻方式，最常用者為移頻式，即依數據為 0 或 1，以不同頻率的載波來傳送訊號，例如：當信號為 1 時，以較低頻率之載波傳送；當它為 0 時，以較高頻率之載波傳送。

電壓頻率轉化器在調頻時可作載波產生器，因其振盪的頻率是外加電壓的函數，且振盪的波幅保持定值，不隨頻率而變化。它唯一的缺點是振盪出來的波形是方形波，然而我們傳送數據時，是以正弦波來傳送以節省載波的頻帶，和減少雜音的干擾，提高訊號雜音的比值，所以我們先將方形的載波，整波成為正弦波後，再饋入電話線傳送出去，整波前後，頻率要維持不變。這整波所需的線路，即本文所述之低頻率帶通濾波器。

二、理 論

2-1 整波原理

任何週期性的訊號，從頻譜的觀點看來，除了直流的分量外（在以後的討論中，為方便起見，這直流的分量均不予考慮），還有許多「正弦波」的分量，這些正弦波的頻率都是原來訊號頻率的整數倍，設有一窄峰濾波器，其共振頻率等於訊號的頻率，其波寬遠比訊號頻率小，那麼訊號通過這個濾波器以後，只有起共振的基頻分量被「濾」出來，其他高諧頻的分量則被濾波器給「擋」了下來，從波形的外觀說，被濾出來的是同頻率之正弦波，而輸入的波形却不限外表，只要是具有週期性的訊號都可以。

在數據調變器內，我們想要保留某一頻「帶」的訊號，不是某一點的頻率，這需配合一「帶通」濾波器。本文重於整波——將方波變為正弦波，從頻譜的觀點分析，頻率愈低，設計帶通濾波器愈困難。若能將訊號，未輸入濾波器之前，先做適宜的轉變，使基頻能量與高諧頻能量的比值增加，則濾波器的設計即可簡化。

2-2 頻譜分析

圖 1 是不含直流的方形波，其傅氏級數為：

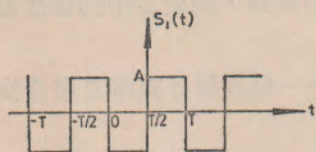


圖 1 方形波 $S_1(t) = \begin{cases} A & 0 < t < \frac{T}{2} \\ -A & \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$

$$S_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4A}{(2n-1)\pi} \sin\left(\frac{2n\pi}{T}t\right). \quad (1)$$

圖 2. 的等腰三角波，也是不含直流分量，其傅氏級數為：

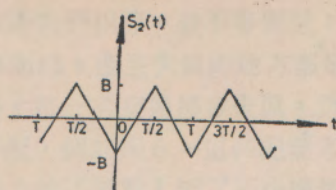


圖 2 等腰三角波

$$S_2(t) = \begin{cases} \frac{4B}{T}t - B & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{4B}{T}(t - \frac{T}{2}) + B & \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$$

$$S_2(t) = \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{8B}{(2n-1)^2\pi^2} \cos\left(\frac{2n\pi}{T}t\right). \quad (2)$$

從(1)式和(2)式我們得以下結論：方形波的頻譜，振幅與頻率成反比；等腰三角波的頻譜，振幅與頻率的平方成反比，故就基頻

能量與高諧頻能量之比而言，等腰三角波確比方形波大得多；就整形為正弦波而言，等腰三角波比較容易。因方形波經過一次積分以後，變成等腰三角波，故積分器可間接的利用於整波工作。

2-3 基本 RLC 濾波器

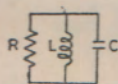


圖3 並連RLC共振路線

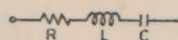


圖4 串連RLC共振路線

本節將討論的兩種濾波器，它們的頻率響應特性通常只提及共振情形與波寬若干。其中一種示於圖3，乃一並連RLC共振線路，令 Z_p 表阻抗，即 $Z_p = R \parallel L \parallel 1/cs$ 則

$$|Z_p(j\omega)| = \frac{R}{\left(1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right)^{1/2}}, \quad (3)$$

此處

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}, \quad (4)$$

$$Q = \frac{R}{\omega_0 L} = R \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad (5)$$

另一種示於圖4——串連共RLC振線路， Z_s 為其阻抗， $Z_s = R + LS + \frac{1}{CS}$

$$|Z_s(j\omega)| = R \left(1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right)^{1/2}, \quad (6)$$

$$\text{此處 } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}, \quad (8)$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (9)$$

注意這兩種共振線路的大同小異，其相同者：(1)共振頻率同為 $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ (2)共振時的阻抗同是純電阻性，(3)三分貝波寬 BW （以下簡稱波寬）同為 $BW = f_0/Q$ ；其不同者：(1) Q 因素的定意義不同，從(7)式和(9)式可以看出，(2)共振時的阻抗， $|Z_p|$ 為極大值， $|Z_s|$ 為極小值。

理想的濾波器，必需保留，甚至加強所欲頻率之訊號，同時去掉不欲的頻率，因為 Q 因素和波寬成反比，所以高 Q 值的濾波器，其濾波性能愈佳。本文研究的對象是帶通濾波器，由於波寬佔太多的範圍，勢必選擇低 Q 值的濾波器，但低 Q 值者，無法將高諧頻訊號衰減到可忽視的量，這些高諧頻量就歪曲所欲保留的訊號，好像放大器中的非線性失真一樣，面臨這難題，傳統的濾波器製作時，總是經多次的濾波，但多次的濾波，又引起濾波器與濾波器之間的交連問題。

2-4 運算放大器之優點

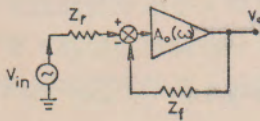


圖 5 OP 放大器

運算放大器，英文名為 Operational Amplifier 以下簡稱 OP 放大器，它常用之線路結構如圖 5. 所示，此圖中的增益、阻抗分別為：

$$\text{電壓增益 } A_v \triangleq \frac{V_0}{V_{in}} = - \frac{Z_f}{Z_r}, \quad (10)$$

$$\text{迴路之輸入阻抗 } Z_{in} = Z_r, \quad (11)$$

$$\text{迴路之輸出阻抗 } Z_0 \approx 0 \quad (12)$$

使用 OP 放大器的好處之一就是有益，例如濾波器，適當地配用 OP 於放大器，便成調諧放大器，除保有不變的頻率響應特性外，還具放大的作用，改衰減為增益。

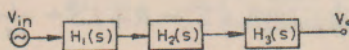


圖 6

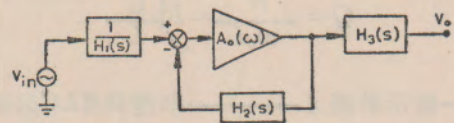


圖 7

OP 放大器之另一好處就是運算方便。假定有三個方塊，其函數分別為 $H_1(s)$, $H_2(s)$ 和 $H_3(s)$ ，將這三個方塊交連成圖 6 的樣式，則 V_0/V_{in} 是否等於 $H_1 H_2 H_3(s)$ 呢？即

$$\frac{V_0}{V_{in}} = H_1 H_2 H_3(s) \quad (13)$$

是否成立呢？往往我們希望它們相等，若不等則說：有失真，實際上失真不能避免，工程上的要求只是低失真而已。產生失真的地方都是在交連的地方，當訊號從 V_{in} 交連至 H_1 ，從 H_1 交連至 H_2 ，每一次交連都會失真，爲了低失真的要求，每一次交連都得考慮方塊之間的阻抗匹配，例如圖 6，這匹配要考慮三次才使得(13)式可以相等，無形中，交連的問題給數學上的「運算」添了不少麻煩。如果使用 *OP* 放大器，麻煩就減輕多了，請看圖 7 的結構，從(13)式知道 *OP* 放大器之輸出阻抗近於 0 歐姆，訊號從 *OP* 放大器之輸出端直接餽入 $H_2(s)$ 時，不產生嚴重的失真，於是，僅要考慮一次的阻抗匹配——發生在 V_{in} 與 $1/H_1(s)$ 之間，便可得到(13)的等式，然而圖 6 的流程中却遭遇三次。

三、製作與測試結果

本機係專爲數據調變器的需要而製作，調變採移頻方式，0 與 1 的數據分別以 980 赫及 1180 赫來傳送，因兩個頻率的訊號，在電話線傳送時，產生的損失失真 (Attenuation Distortion)

較小。損失失真者，不同頻率的訊號，經傳送相同的距離，所遭受的損失各異，此損失之差異謂之損失失真。一般電話線路，頻率在 1100 赫左右的訊號，損失失真較小。本濾波器製作時，帶通頻率自 980 赫至 1100 赫。

3-1 濾波器的製作

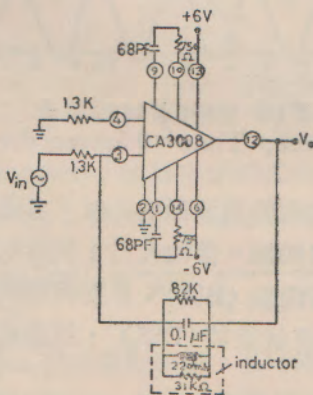


圖 8 (各電阻均為 $\frac{1}{4}w$)

圖 8 是一濾波器，配用積體零件當作 *OP* 放大器，茲簡述結果於下：

(3) 與 (2) 的相位差是 180 度。

(9) 與 (10) 之間，(1) 與 (4) 之間，都接有一個 $68pF$ 的電容器串連一個 750 歐姆的電阻器，這是避免 (3) 和 (2) 之間產生正回授而引起 *CA 3008* 本身高頻振盪，若找不到這兩個零件，可以別的電容電阻代替，但代替品應使 $1/2\pi RC = 3$ 百萬赫。

電感器的內電阻約有 31 仟歐姆，因此，共振線路內之電阻值 R_f 應是 $R_f = 31k \parallel 8.2k = 6.5k$ ohms.

電壓增益，共振頻率 Q 因素、波寬等分別計算如下：

$$A_f(s) \triangleq \frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z_f}{Z_i} = -\frac{R_f LS}{R_i (R_f LCS^2 + LS + R_f)} \quad (14)$$

$$|A_f(j\omega)| = \frac{R_f}{R_i} \cdot \frac{1}{\left(1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right)^{1/2}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi \times 0.22 \times 10^{-7}}} = 1070 \text{ Hz} ,$$

$$Q = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{6.5 \times 10^3}{2\pi \times 1070 \times 0.22} = 4.4 ,$$

$$BW = \frac{f_0}{Q} = \frac{1070}{4.4} = 240 \text{ Hz} .$$

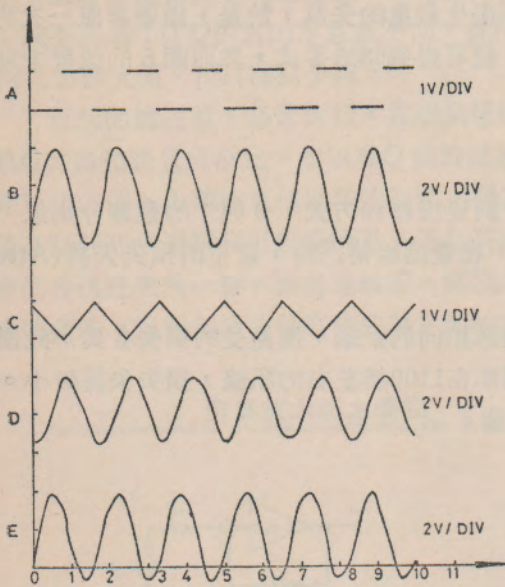


圖9 980赫時的整波
(Sweep Time = 0.5msec/div.)

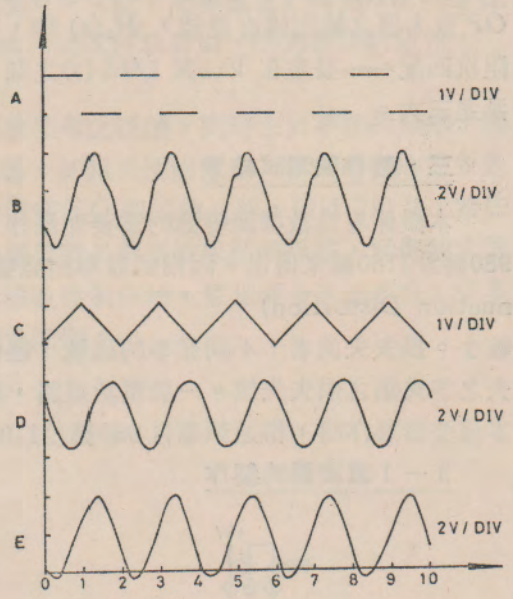


圖10 1180赫時的整波
Sweep Time = 0.5msec/div.

本文所注重者乃濾波的效果，圖9與圖10是輸入與輸出波形的比較，各圖均示以正確的相位，測試頻率在圖9為980赫，在圖10為1180赫。當輸入為1伏特的方波（A圖），經圖8的濾波器，其輸出的正弦波稍微地被歪曲（B圖）；然而同樣的濾波器，輸入為1伏特的等腰三角波（C圖），輸出的正弦波就很純（D圖），這是由於等腰三角波的能量較集中於基頻的緣故。

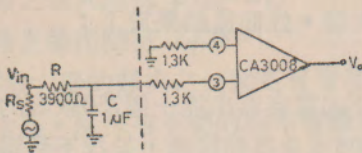


圖11加入積分器的濾波線路

在方波變正弦波的過程中，使方波先積分一次，成為等腰三角波，再進入濾波器，則整波的效果必獲改善，圖11便是根據這構想而設計的線路，圖中 R_s 表示 V_{in} 的內阻，積分器只含3900歐姆電阻和1微法的電容器，如此的整波雖好，却損失大部分的增益，因積分的過程中，輸出與係是循下面的公式：

$$V_0 = \frac{1}{(R + R_s)C} \int V_{in} dt. \quad (15)$$

3-2 雙重濾波器的製作

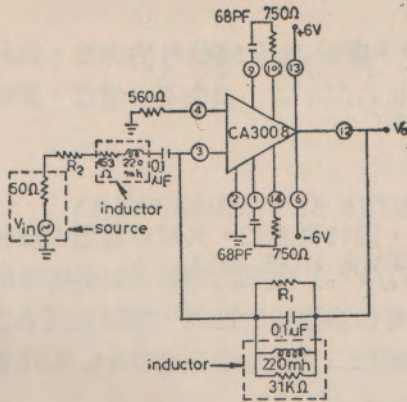


圖12 雙重濾波器線路、各電阻器均為 $\frac{1}{4}w$ 。 $R_1=4700\text{ohms}$
 $R_2=47\text{ohms}$

為充分發揮OP放大器之優點，如圖12所示，可以兩組濾波器擠在一個OP放大器內，圖中， Z_f 採RLC並連， Z_r 採RLC串連，這樣的組合剛好是兩組濾波器，且每組都有放大作用，因

$$A_f(j\omega) = \frac{V_0}{V_{in}} = -\frac{Z_f}{Z_r} = -\frac{R_p}{R_s} \frac{1}{\left(1+jR_p\left(C_p\omega - \frac{1}{L_p\omega}\right)\right)\left(1+j\frac{1}{R_s}\left(L_s\omega - \frac{1}{C_s\omega}\right)\right)} \quad (16)$$

$$|A_f(j\omega)| = \frac{R_p}{R_s} \frac{1}{\left(1+Q_1^2\left(\frac{\omega}{\omega_{01}} - \frac{\omega_{01}}{\omega}\right)^2\right)^{1/2} \left(1+Q_2^2\left(\frac{\omega}{\omega_{02}} - \frac{\omega_{02}}{\omega}\right)^2\right)^{1/2}} \quad (17)$$

圖12中所示的數字係(17)式的特殊情形：兩組濾波器的頻率響應特性相同，即 $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$ ， $Q_1 = Q_2 = Q$ ，故(17)式變為

$$|A_f(j\omega)| = \frac{R_p}{R_s} \frac{1}{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}, \quad (18)$$

上式的 ω_0 仍稱共振頻率，其時的增益為 R_p/R_s ，故圖12的共振頻率為1070赫。

圖12內， Z_f 內的31仟歐姆，以及 Z_r 內的453歐姆是指兩個電感器的內阻，另外有 V_{in} 的輸出阻抗大約是50歐姆，一併示於圖中。(16)至(18)式出現的 R_p 與 R_s ，其等值歐姆數應為

$$R_p = R_1 \parallel 31000 \text{ ohms},$$

$$R_s = R_2 + 50 \parallel 453 \text{ ohms};$$

R_1 ， R_2 尚未決定歐姆數，需待本濾波器的 Q 因素確定後才能解出。然而 Q 因素和波寬無關，欲知三分貝波寬可從方程式

$$1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 = \sqrt{2}$$

著手，(17)式之波寬 BW 為

$$BW = (\sqrt{2}-1)^{1/2} f_0 / Q = 0.644 f_0 / Q \quad (19)$$

回到數據調變器的需求，帶通頻率自980赫至1180赫，圖12取 $BW = 260$ 赫足夠，則 R_p 需4000歐姆， R_s 需550歐姆，故

$R_1 = 4.7 \text{ Kohms}$,

$R_2 = 47 \text{ ohms}$.

圖 9—E 與圖 10—E 顯出整波後的形狀，其輸入為 1.5 伏特的方波，因此時的輸入阻抗甚低，故方形波輸入時，交連間的阻抗匹配不當，損失不少增益，使輸出波幅不能達到預期的效果。

3—3 頻率響應特性的比較

前所討論的三種帶通濾波器——圖 8，圖 11 與圖 12，其頻率響應曲線繪於圖 13——以橫軸代表頻率，以縱軸代表增益 (V_o/V_{in}) 縱軸的刻劃是以共振時的增益當作 100% 為基準，這樣刻劃為的是方便比較每個濾波器的性能，實際上三者之增益不等，經實驗證明，當共振時，圖 8，圖 11 與圖 12 三者之增益分別為 5.1, 0.31, 與 8.0。

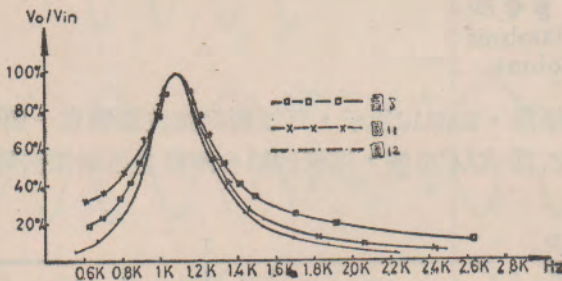


圖 13 頻率響應曲線

三種濾波器的波寬都能含蓋自 980 赫至 1180 赫之頻率範圍——這是製作本濾波器的基本要求之一，圖 8 之整波不夠理想是因高頻部分衰減太少。三者之中，帶通範圍最明顯者首推圖 12 的雙重共振線路，在不屬帶通的頻率範圍，曲線下降的最快；利用積分與共振合成的濾波器（圖 11），其低頻響應不佳，但因輸入訊號不含低頻的能量，故整波不受影響，這線路的輸入阻抗是三者中最大的，因此輸入端的交連問題最小，就經濟而言，圖 11 之造價較圖 12 為廉。

四、結 論

本濾波器採用 *OP* 放大器，其輸出阻抗近於 0 歐姆，可以直接交連至功率放大器中。

訊號被調頻時，載波之波幅要保持不變，但從圖 13 的曲線看出：頻率為 980 赫時的增益不等於 1180 赫時的增益，但相差有限，故數據被調頻後的載波波幅有稍微的差異，雖然這差異不至使解調器產生誤判，但已列為本濾波器改良的目標。

五、參考資料

1. 康寶煌，「資信傳輸研究」中正科學技術研究報告。期間：1971 年 7 月至 1972 年 6 月。
2. Kuo, "Network Analysis and Synthesis" second edition 1966.
3. Desoer & Kuh, "Basic Circuit Theory" 1969.
4. RCA "Linear Integrated Circuits and MOS Devices" Application Notes 1972.
5. Millman & Taub, "Pulse, Digital, and Switching Waveforms" 1965.