The Journal of National Chiao Tung University
Vol. 7, April 1980, Supplement
pp. 25-32

# 政策價格變動的向前成本聯鎖效果
# Forward Cost Linkage Effect of Policy Price Change

林國雄 Kuo-Hsiung Lin

Institute of Management Science, N. C. T. U.

(Received November 1, 1979)

Abstract — In this paper, the author considers the characteristics of uneasy adjustment of policy prices, uses the price model of interindustry analysis to deduce the forward cost linkage effect of policy price changes, also tries to clarify some confusing concepts of policy price change analyses in the past.

摘要：本文考慮政策價格不輕易調整的特性，利用產業關聯分析中的價格模型，演繹政策價格變動的向前成本聯鎖效果，清理一些過去令人混淆的分析觀念。

## 一、導　言

所謂政策價格，係指某些公用事業或公營事業產品或勞務的價格。其價格不輕言調整，亦不輕言不調整。其價格的調整，有異於一般市場產品或勞務，採取謹慎態度，並不取決於市場供需的起伏而時刻變動。其價格的調整，須送立法院或議會審定，或由行政院公用事業費率審議委員會依立法院核准公式審定，或由行政院函送立法院備查，例如，臺灣電力公司歷次電價的調整即是。此種政策價格在過去政府穩定經濟措施中曾扮演重要的角色。

為探討政策價格變動對其他產業生產成本的影響，一般說來，除了直接效果可採用投入係數計算外，間接效果的演算不免涉及產業關聯逆矩陣的運用。關於此項運用，筆者曾於1978年1月對向前聯鎖效果的概念提出新的闡釋，並予以正名為「向前成本聯鎖效果」〔7, pp. 158−63〕。但筆者的新闡釋，仍尚未處理上述政策價格不輕易調整的特性。

關於產業關聯逆矩陣的運用，自李高朝於1970年提出完全非競爭模型的分析概念〔6, pp. 118−20〕後，迄今臺灣已有1964、1966、1969、1971、及1974年五個表，按照此概念編製或延長。這些表在國內已有廣泛應用，1969年表亦曾被J. Riedel 採用作發展中開放經濟的要素比率及聯鎖效果的範例分析〔4, pp. 487−94〕。由此可見，完全非競爭模型已為學者所接受。

根據此完全非競爭模型，1973年台大經濟學研究所及中央研究院經濟研究所曾變更之，以進行向前成本聯鎖效果的計量分析。探討各項能源價格變動、關稅稅率變動、貨物稅稅率變動、及繳庫盈餘比率變動，對國內各產業部門成本之聯鎖影響。該計量分析用一般投入係數而非國內投入係數演算，不免誇大其效果〔5, pp. 157−68〕（註1）。

同年，郭婉容更進一步討論各貿易往來地區滙率變動、全球性物價上漲、關稅稅率降低、及公營事業價格變動，對國內產品成本的結構性聯鎖影響，並加以計量〔8, pp. 119−48〕。

以往，在進行向前成本聯鎖效果的計量分析時，凡是涉及政策價格者，多半未明白處理其不輕易調整的特性。此外，例如在提出政策價格（或可視同處理的國產原油價格）作為外在變數後，因內生變數數目少於方程式數目，從而補入資本報酬率作為內生變數的處理方法，在理論上亦

有待商榷。因為比較靜態的產業關聯分析以流量性質的產業交易表作基礎，而資本投入係一種基本投入，讓其參加以生產部門為範圍的成本聯鎖似不盡合理。

本文之研究目的，即在考慮政策價格的不輕易調整特性，演繹其變動的向前成本聯鎖效果。適用於內生價格被提出作為外在變數的情況，此種變數通常不是政策價格本身，就是可視同處理者。並討論在考慮政策價格後，成本聯鎖演算應遵循的方向。

## 二、政策價格變動的聯鎖效果

不論向後物量聯鎖或向前成本聯鎖，生產聯鎖效果分析的基本前提，是投入與產出之間具有穩定的技術關係。在向前成本聯鎖效果的探討中，技術變動通常並非短期內所能完成，進口價格、工資率、資本報酬率、及滙率則隨著外在市場（註2）供需的變化而變動。間接稅稅率的調整必引起間接稅投入係數變動，公營事業繳庫盈餘比率的變化亦必引起資本投入係數變動。除了以上所列舉的外在變動外，尚有基於制度因素或自給率的考慮，將國產品內生價格提出作為外在變數者。此種被提出作為外在變數的國產品內生價格，通常不是政策價格本身，例如第一節所舉的臺電電價，就是可視同處理者，例如同節所舉的國產原油價格。

關於政策價格變動的向前成本聯鎖效果，因為各產業部門各項投入與產出之間非線型的投入產出函數關係，在計量技術上仍難推定，所以通常只就各部門平均投入與平均產出之間線型的投入產出關係，近似地演算政策價格變動的聯鎖效果。此種平均觀點，事實上已為經濟分析人員在作生產聯鎖分析時共同接受。此外，為求計量單位一致起見，本文的投入係數均是以編表年度幣值表示的投入金額與產出金額相除求得者。因為本文推論以國際貿易依存度甚高的開放經濟體系，例如臺灣，為範例，所以演繹時全部採用國內投入係數。此種國內投入係數的選用，將不影響本文推論邏輯在其他狀況下的適用性。對於其他狀況，分析人員作推論時，只須將投入係數及其含義作適當的調整。

假定生產部門係由 n 個產業所組成，國內投入係數 $a^d_{ij}$ 即為在均衡情況下第 j 部門生產一元國產品時，平均所需投入的第 i 部門國產品的價值。 $i=1, 2, \cdots\cdots, n$ ； $j=1, 2, \cdots\cdots, n$ 。因為各部門生產時，在技術上具有穩定的平均投入產出關係，所以可用筆者曾使用的枝狀圖推理〔7, pp. 158－63〕，先演繹只有一個政策價格變動時的成本聯鎖效果。假定第m部門的國產品價格恰為此政策價格。

一般說來，雖然由成本變動至價格調整的過程並不是立即的。廠商調整價格的幅度，亦不一定剛好等於成本變動的幅度。但中間投入成本的變動，遲早必會影響產品的銷售價格。而且銷售價格受影響的幅度最可能等於成本變動的幅度。除了政策價格所屬的生產部門外，假定其他產業部門均處於競爭的狀態。則平均來講，如果內生價格隨着成本的變動而終於調整的話，價格調整的幅度，大致會接近於成本變動的幅度。如果內生價格尚未隨成本的上漲而調整，則成本變動的幅度可以用來反映價格上漲的壓力。本文將用此種價格上漲的壓力，作為分層推理的基礎。

事實上，價格成本相等的均衡方程式

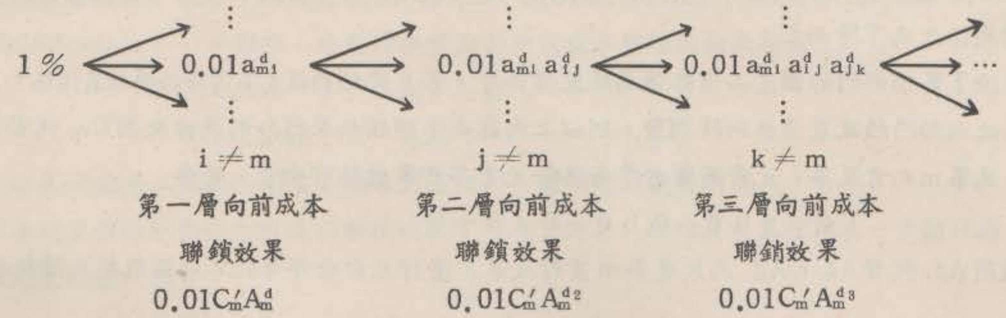
$$P^dA^d + P^mA^m + P^dT + wL + rK = P^d$$

是一套聯立方程式。式中， $P^d$是國產品價格的橫行向量，$P^m$ 是進口品價格的橫行向量，$A^d$是以物

理量測量投入與產出所得到的國內投入係數矩陣（但以下則係以金額測量投入與產出所得到的國內投入係數），$A^{m}$是以同法測量所得到的進口投入係數矩陣，T是間接稅稅率的對角矩陣，w及r分別是工資率及資本報酬率，L及K則分別是勞動投入係數及資本投入係數的橫行向量。此聯立方程式即為產業關聯分析中通稱的價格模型。不過，本文仍採用上述價格上漲的壓力，作為分層推理的基礎，以便掌握政策價格變動所引起的成本聯鎖的經濟意義。

為簡化分析起見，本文假定間接稅稅率皆等於零，並假定第m部門的國產品價格由於政策上的調整而上升了1％。除了第m部門本身外，以第m部門國產品作為中間投入的第i部門的國產品價格，將有上漲0.01 $a^{d}_{mi}$倍的壓力。$i=1,2,\cdots\cdots,m-1,m+1,\cdots\cdots n$。請參閱成本聯鎖枝狀圖。

成本聯鎖枝狀圖




因為政策價格既係不輕易調整的某些公用事業或公營事業產品或勞務的價格，所以在此次調整後到下次調整前，政策價格的調整雖將引發內生價格的變動，但並不受內生價格變動的影響。若我們令$C'_m$表示第m元素等於壹而其餘元素等於零的橫行向量，亦即

$$C'_m=[0\ 0\cdots\cdots 0\ 1\ 0\cdots\cdots 0]$$

令$A^{d}_{m}$表示只有第m直行元素全部等於零的國內投入係數矩陣（註3），亦即

$$A^{d}_{m}=\begin{bmatrix} a^{d}_{11} & a^{d}_{12} & \cdots & a^{d}_{1,m-1} & 0 & a^{d}_{1,m+1} & \cdots & a^{d}_{1n} \\ a^{d}_{21} & a^{d}_{22} & \cdots & a^{d}_{2,m-1} & 0 & a^{d}_{2,m+1} & \cdots & a^{d}_{2n} \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ a^{d}_{n1} & a^{d}_{n2} & \cdots & a^{d}_{n,m-1} & 0 & a^{d}_{n,m+1} & \cdots & a^{d}_{nn} \end{bmatrix}$$

則政策價格變動的第一層向前成本聯鎖效果可以寫成

$$0.01C'_mA^{d}_{m}=0.01\ [a^{d}_{m1}\cdots a^{d}_{m,m-1}\ 0\ a^{d}_{m,m+1}\cdots a^{d}_{mn}]$$

但是，當第i部門的國產品價格感受0.01$a^{d}_{mi}$倍的上漲壓力時，以第i部門國產品作為中間投入的第j部門國產品價格，將有再上漲0.01$a^{d}_{mi}a^{d}_{ij}$倍的壓力。$j=1,2,\cdots\cdots,m-1,m+1,\cdots\cdots,n$。此乃因為政策價格並不受國產品內生價格聯鎖變動的影響。將其整理後，政策價格變動的第二層向前成本聯鎖效果即可以寫成$0.01C'_mA^{d2}_{m}$。同理，當第j部門的國產品價格感受0.01$a^{d}_{mi}a^{d}_{ij}$倍的上漲壓力時，以第j部門國產品作為中間投入的第k部門國產品價格，將有再上漲0.01$a^{d}_{mi}a^{d}_{ij}a^{d}_{jk}$倍的壓力。$k=1,2,\cdots\cdots,m-1,m+1,\cdots\cdots,n$。將其整理後，政策價格變動的第三層向前成本聯鎖效果亦可以寫成$0.01C'_mA^{d3}_{m}$。

依此類推，則各層向前成本聯鎖效果依序可以寫成$0.01C'_mA^{d}_{m}$，$0.01C'_mA^{d2}_{m}$，$0.01C'_mA^{d3}_{m}$

，……，$0.01C_m' A_m^{d\ell}$ ，……。因而，政策價格變動的向前成本聯鎖總效果將為

$$0.01\,C_m'\,(\,A_m^d + A_m^{d2} + A_m^{d3} + \cdots\,)$$
$$= 0.01\,C_m'\,[\,(\,I - A_m^d\,)^{-1} - I\,] \quad \cdots\cdots (1)$$

因為內生價格上漲的壓力遲早總有實現的可能，所以〔（ I － $A_m^d$ )$^{-1}$ －I〕矩陣第m橫行的元素 $S_{m\ell}$ 可用來測定，第m部門國產品政策價格的調整幅度是上升1％時，透過其他部門國產品內生價格上漲壓力的交互影響，整個生產部門的價格體系達到新的均衡的時候，第 $\ell$ 部門國產品內生價格所將上漲的幅度，亦即 1％$S_{m\ell}$。就臺灣電價調整而言，其計算結果，請參閱曾仁宏研究成果〔9，pp. 11－17〕。

此種向前成本聯鎖效果的分析係一種局部分析，除了政策價格的外在變動外，其他外在變數（或外在環境）均假定固定不變。以上的分析，亦可適用於政策價格下降1％的情況，只是推理過程的用語改為下降而已。

若除了第m部門的國產品價格係屬政策價格外，第 $\ell$ 部門的國產品價格亦屬政策價格，$\ell > m$，而且此兩部門的政策價格同時調整，則以上向前成本聯鎖效果的分析應該改用 $C_{m\ell}'$ 代替 $0.01C_m'$，$C_{m\ell}'$ 為第m元素及第 $\ell$ 元素不等於零而其餘元素等於零的橫行向量，亦即

$$C_{m\ell}' = [\,0\ 0 \cdots 0\ b\ 0 \cdots 0\ g\ 0 \cdots 0\,]$$

也應該用 $A_{m\ell}^d$ 代替 $A_m^d$，$A_{m\ell}^d$ 為只有第m直行及第 $\ell$ 直行元素全部等於零的國內投入係數矩陣，亦即

$$A_{m\ell}^d = \begin{bmatrix} a_{11}^d & a_{12}^d & \cdots & a_{1,m-1}^d & 0 & a_{1,m+1}^d & \cdots & a_{1,\ell-1}^d & 0 & a_{1,\ell+1}^d & \cdots & a_{1n}^d \\ a_{21}^d & a_{22}^d & \cdots & a_{2,m-1}^d & 0 & a_{2,m+1}^d & \cdots & a_{2,\ell-1}^d & 0 & a_{2,\ell+1}^d & \cdots & a_{2n}^d \\ \vdots & & & & & & & & & & & \vdots \\ a_{n1}^d & a_{n2}^d & \cdots & a_{n,m-1}^d & 0 & a_{n,m+1}^d & \cdots & a_{n,\ell-1}^d & 0 & a_{n,\ell+1}^d & \cdots & a_{nn}^d \end{bmatrix}$$

若有三個以上的部門，其國產品價格係屬政策價格，而且同時調整，則向前成本聯鎖效果的分析，亦可比照上述方法類推及處理。

## 三、其他演算方法

由第二節的推論，政策價格變動的第一層向前成本聯鎖效果可以寫成

$$0.01C_m' A_m^d = 0.01\,[\,a_{m1}^d \cdots a_{m,m-1}^d\ \ 0\ \ a_{m,m+1}^d \cdots a_{mn}^d\,]$$

當第 i 部門的國產品價格感受 $0.01a_{mi}^d$ 倍的上漲壓力時，以第 i 部門國產品作為中間投入的第 j 部門國產品內生價格，將有再上漲 $0.01a_{mi}^d a_{ij}^d$ 倍的壓力。因為 $i \neq m$，而且 j＝1，2，……，m－1，m＋1，……，n，所以 $A_m^d$ 的第m橫行在該政策價格變動的第二層向前成本聯鎖效果的演算上沒有作用。因此，第二層向前成本聯鎖效果可以寫為

$$0.01C_m' A_m^d A_{mm}^d$$

此處

$$A^d_{mm} = \begin{bmatrix} a^d_{11} & a^d_{12} & \cdots\cdots & a^d_{1,m-1} & 0 & a^d_{1,m+1} & \cdots\cdots & a^d_{1n} \\ a^d_{21} & a^d_{22} & \cdots\cdots & a^d_{2,m-1} & 0 & a^d_{2,m+1} & \cdots\cdots & a^d_{2n} \\ \vdots & \vdots & & & & & & \vdots \\ a^d_{m-1,1} & a^d_{m-1,2} & \cdots\cdots & a^d_{m-1,m-1} & 0 & a^d_{m-1,m+1} & \cdots\cdots & a^d_{m-1,n} \\ 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 & 0 & 0 & \cdots\cdots & 0 \\ a^d_{m+1,1} & a^d_{m+1,2} & \cdots\cdots & a^d_{m+1,m-1} & 0 & a^d_{m+1,m+1} & \cdots\cdots & a^d_{m+1,n} \\ \vdots & \vdots & & & & & & \vdots \\ a^d_{n1} & a^d_{n2} & \cdots\cdots & a^d_{n,m-1} & 0 & a^d_{n,m+1} & \cdots\cdots & a^d_{nn} \end{bmatrix}$$

同理，政策價格變動的第三層向前成本聯鎖效果亦可以寫成 $0.01C'_m A^d_m A^{d2}_{mm}$。依此類推，各層向前成本聯鎖效果依序可以寫成 $0.01\ C'_m A^d_m$，$0.01C'_m A^d_m A^d_{mm}$，$0.01C'_m A^d_m A^{d2}_{mm}$，………，$0.01C'_m A^d_m A^{dt}_{mm}$，……。因而，政策價格變動的向前成本聯鎖總效果將為

$$0.01C'_m A^d_m \left( I + A^d_{mm} + A^{d2}_{mm} + \cdots\cdots \right)$$

$$= 0.01C'_m A^d_m \left( I - A^d_{mm} \right)^{-1} \qquad \cdots\cdots(2)$$

本節式(2)與第二節式(1)的演算結果完全相同。證明請閱數學附錄。

因為政策價格變動的向前成本聯鎖效果可用式(2)計算，所以其演算可再進一步簡化為（n－1）個元素的橫行向量

$$0.01\ \left[ a^d_{m1}\ \cdots\cdots\ a^d_{m,m-1}\quad a^d_{m,m+1}\ \cdots\cdots\ a^d_{mn} \right]$$

與（n－1）×（n－1）個元素的正方矩陣

$$\begin{bmatrix} a^d_{11} & a^d_{12} & \cdots\cdots & a^d_{1,m-1} & a^d_{1,m+1} & \cdots\cdots & a^d_{1n} \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ a^d_{m-1,1} & a^d_{m-1,2} & \cdots\cdots & a^d_{m-1,m-1} & a^d_{m-1,m+1} & \cdots\cdots & a^d_{m-1,n} \\ a^d_{m+1,1} & a^d_{m+1,2} & \cdots\cdots & a^d_{m+1,m-1} & a^d_{m+1,m+1} & \cdots\cdots & a^d_{m+1,n} \\ \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ a^d_{n1} & a^d_{n2} & \cdots\cdots & a^d_{n,m-1} & a^d_{n,m+1} & \cdots\cdots & a^d_{nn} \end{bmatrix}$$

的乘積，以節省電腦運算所需的時間及記憶單位。證明亦請參閱數學附錄（註4）。

政策價格既係不輕易調整的價格，其變動只引發國產品內生價格的聯鎖變動，並不受內生價格變動的影響，所以可將政策價格自產業關聯分析的價格模型中提出作為外在變數，其相應部門的價格成本均衡方程式亦應自價格模型的聯立方程式中提出不用。

若有兩個以上的產業部門，其國產品價格係屬政策價格，又同時調整，則這些政策價格同時調整的向前成本聯鎖效果分析，亦可比照本節的演算公式、簡化方法、及第二節的延伸公式，以延伸之。

## 四、結　論

由上述分析可知，當產業關聯分析價格模型中的內生變數數目少於方程式數目時，例如，將政策價格自模型中提出作為外在變數，而其相應的部門價格成本均衡方程式並不自模型中提出時，過去採取補入資本報酬率作為內生變數的處理方法，似乎並不允當（註5）。因為資本投入係

一種基本投入，不應讓其參加以生產部門為範圍的成本聯鎖。

事實上，內生價格數目不足時，並不必勉強補入內生變數。應檢討的是，在此情況下，到底應剔除那些相應的多餘無用的價格成本均衡方程式。例如，當我們提出電價及原油價格作為外在變數時，亦即將其當作政策價格處理時，我們應即將與電力及原油價格相應的價格成本均衡方程式自模型中剔除。

## 註 解

註1：此外，因臺灣百分之九十八的原油使用量係來自進口，故視國產原油價格取決於國際價格，為外在變數。

註2：本文的成本聯鎖是以生產部門為範圍，所以此處所指的外在市場是指生產部門國產品市場以外的市場。例如，進口品市場、勞動市場、資本市場、外滙市場等是。

註3：因第m部門的國產品價格係政策價格，不受其他產業部門國產品內生價格變動的影響，所以就成本聯鎖分析而言，$a^d_{jm}$ 沒有意義，j＝1，2，……，n，故可將其視為零處理。

註4：除了以上所述的演算方法外，亦可採用Dorfman-Samuelson-Solow的簡便公式來運算，請參閱其著作〔2，pp. 247－48〕。

註5：此種處理方法雖然計算誤差平均來講尚不大，但理論並不正確。

## 參考文獻


1. Chenery, H.B. and P.G. Clark (1962), Interindustry Economics (New York: John Wiley & Sons, Inc.)
2. Dorfman, R., P.A. Samuelson, and R.M. Solow (1969), Linear Programming and Economic Analysis (New York: Mc Graw-Hill Book Company), Chap. 9－10.
3. Hirschman, A.O. (1958), The Strategy of Economic Development (New Haven: Yale University Press), Chap. 6, Yale Studies in Economics, No. 10.
4. Riedel, J. (1975), "Factor Proportions, Linkages, and the Open Developing Economy," Review of Economics and Statitics, Vol. 57, No. 4, Nov. 1975, pp. 487－94.
5. 臺大經濟學研究所與中央研究院經濟研究所（1973），臺灣能源供給與價格的計量分析，第七章。
6. 李高朝（1970），「論波及效果之縮小」，社會科學論叢（台北：國立台灣大學法學院），20期。
7. 林國雄（1978），「向前成本聯鎖與向後物量聯鎖概念的闡釋」，臺灣鋼鐵的需求與供給（台北：國立台灣大學經濟學研究所），附錄一
8. 郭婉容（1973），滙率變動對臺灣對外貿易與物價之影響及其對策（台北：經濟部），第七章。

9. 曾仁宏（1979），電價調整對主要產業生產成本及物價的影響（台北：國立交通大學管理科學研究所），第二章。

## 數學附錄

假設 $(I - A^d_m)$ 矩陣可以寫成

$$(I - A^d_m) = \begin{bmatrix} I-B & 0.0 & D \\ G & 1.0 & J \\ E & 0.0 & I-F \end{bmatrix}$$

式中B為 $(m-1)\times(m-1)$ 矩陣，D為 $(m-1)\times(n-m)$ 矩陣，G為 $(m-1)$ 橫行向量，J為 $(n-m)$ 橫行向量，E為 $(n-m)\times(m-1)$ 矩陣，F為 $(n-m)\times(n-m)$ 矩陣。則 $(I - A^d_{mm})$ 矩陣亦可以寫成

$$(I - A^d_{mm}) = \begin{bmatrix} I-B & 0.0 & D \\ 0 & 1.0 & 0 \\ E & 0.0 & I-F \end{bmatrix}$$

現再假設 $(I - A^d_m)^{-1}$ 逆矩陣可以寫成

$$(I - A^d_m)^{-1} = \begin{bmatrix} H & M & N \\ Q & R & U \\ V & W & X \end{bmatrix}$$

$(I - A^d_{mm})^{-1}$ 逆矩陣亦可以寫成

$$(I - A^d_{mm})^{-1} = \begin{bmatrix} H^* & M^* & N^* \\ Q^* & R^* & U^* \\ V^* & W^* & X^* \end{bmatrix}$$

式中，H及$H^*$為 $(m-1)\times(m-1)$ 矩陣，M及$M^*$為 $(m-1)$ 直行向量，N及$N^*$為 $(m-1)\times(n-m)$ 矩陣，Q及$Q^*$為 $(m-1)$ 橫行向量，R及$R^*$為純量，U及$U^*$為 $(n-m)$ 橫行向量，V及$V^*$為 $(n-m)\times(m-1)$ 矩陣，W及$W^*$為 $(n-m)$ 直行向量，X及$X^*$為 $(n-m)\times(n-m)$ 矩陣。

由矩陣與逆矩陣乘積的運算可知

$(I-B)H+DV=I$ ……(3) $(I-B)H^*+DV^*=I$ ……(4)

$(I-B)M+DW=0$ ……(5) $(I-B)M^*+DW^*=0$ ……(6)

$(I-B)N+DX=0$ ……(7) $(I-B)N^*+DX^*=0$ ……(8)

$GH+Q+JV=0$ ……(9) $Q^*=0$ ……(10)

$GM+R+JW=1.0$ ……(11) $R^*=1.0$ ……(12)

$GN+U+JX=0$ ……(13) $U^*=0$ ……(14)

$EH+(I-F)V=0$ ……(15) $EH^*+(I-F)V^*=0$ ……(16)

$EM+(I-F)W=0$ ……(17) $EM^*+(I-F)W^*=0$ ……(18)

$EN+(I-F)X=I$ ……(19) $EN^*+(I-F)X^*=I$ ……(20)

式(3)、式(7)、式(15)、與式(19)共有（n－1）×（n－1）個變數，卽H、V、N、與X。亦有相等數目的方程式。所以在非奇異矩陣的情況下，亦卽

$$\det \begin{bmatrix} I-B & D \\ E & I-F \end{bmatrix} \neq 0$$

由於

$$\begin{bmatrix} I-B & D \\ E & I-F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H & N \\ V & X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

H、V、N、與X必然只有唯一的解。同理，由式(4)、式(8)、式(16)、與式(20)，亦可證明$H^*$、$V^*$、$N^*$、與$X^*$必然只有唯一的解，而且$H^*=H$，$V^*=V$，$N^*=N$，與$X^*=X$。

另一方面，由式(5)、式(6)、式(17)、及式(18)可知

$$\begin{bmatrix} I-B & D \\ E & I-F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I-B & D \\ E & I-F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M^* \\ W^* \end{bmatrix}$$

在上述非奇異矩陣的情況下，必然$M^*=M=0$，$W^*=W=0$。

因為

$$\begin{bmatrix} H^* & M^* & N^* \\ V^* & W^* & X^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & M & N \\ V & W & X \end{bmatrix}$$

所以

$$C'_m A^d_m (I-A^d_m)^{-1} = C'_m A^d_m (I-A^d_{mm})^{-1}$$

式中$C'_m$為第m元素等於壹而其餘元素等於零的橫行向量，亦卽

$$C'_m A^d_m = [a^d_{m1} \cdots\cdots a^d_{m,m-1} \quad 0 \quad a^d_{m,m+1} \cdots\cdots a^d_{mn}]$$

所以

$$C'_m A^d_m = C'_m A^d_m (I-A^d_{mm})^{-1} (I-A^d_m)$$

從而

$$C'_m - C'_m (I-A^d_m) = C'_m A^d_m (I-A^d_{mm})^{-1} (I-A^d_m)$$

因而

$$C'_m [(I-A^d_m)^{-1} - I] = C'_m A^d_m (I-A^d_{mm})^{-1}$$

所以本文第二節式(1)及第三節式(2)的演算結果完全相同。

此外，由上面的說明已知$M^*=0$，$W^*=0$，由式(10)及式(14)亦知$Q^*=0$，$U^*=0$。所以$(I-A^d_{mm})^{-1}$的演算可再進一步化簡成

$$\begin{bmatrix} I-B & D \\ E & I-F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H^* & N^* \\ V^* & X^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

亦卽等於（n－1）×（n－1）個元素逆矩陣的演算。

若產業關聯分析之價格模型中，有兩個以上的政策價格時，則以上關係式演繹及結論，亦可依此延伸。