

分批式萃取之最佳操作條件

Optimal Operating Conditions on Batch Extraction

劉清田，范崇輝 Ching-Tien Liou and Rong-Huei Fann

Department of Control Engineering, N. C. U. U.

(Received July 29, 1976)

ABSTRACT — Solvent extraction is widely applied in industrial process. Due to economic importance optimal operating conditions on batch extraction such as the total amount of solvent, the value of number of extraction and the distribution of solvent are developed. And also two theorems are obtained. Theorem 1 shows that the even distribution of solvent yields the highest solute recovery; and the numerical values of percent extraction are given in Table 1 and /or Figure 2. Table 1 and /or Figure 2 are /is very powerful, since it is very simple to verify the change of percent extraction when the value of number of extraction and /or the total amount of solvent are/is changed. Theorem 2 shows that the optimal value of number of extraction and the optimal total amount of solvent can be easily obtained by using Equations (20) and (21) incorporate with Figure 3. It is noted that the computational procedures for Equations (20) and (21) are very straight forward because of they involve only an arithmetical computation.

摘要 ——溶劑萃取被廣泛地應用於工業上；由於經濟上的重要性，本文對於分批式萃取中，其最佳操作條件，諸如溶劑的總用量，萃取的次數，以及溶劑的分配等，作一個有系統的研究，並獲得二個定理。

定理 1 示知溶劑的平均分配，可獲得最高的溶質回收率，萃取的數值可從表 1 或圖 2 得知；表 1 或圖 2 是非常有效力的，因為當萃取次數及 / 或溶劑總用量改變時，它可以很容易地讀出萃取率的改變。

定理 2 則指示，利用方程式 (20) 和 (21) 和圖 3，即能獲得最佳的萃取次數和溶劑之總用量；有一點宜注意的，即方程式 (20) 和 (21) 可以很快地計算出來，因為它祇是一種算術上的計算。

一、前　　言

混合物之分離方法甚多，一般利用混合物的物理特性，以及溶劑與溶質間之物化特性，以達成分離的目的；諸如結晶、蒸發、蒸餾、萃取等均是。工業上之產品大多在製造程序之後段經過提純之步驟，以精製合乎純度的產品；在工廠上應用者甚多，諸如利用於生化製藥上的，如盤尼西林 (Penicillin) 細菌發酵後之萃取 [1, 2]；利用於農化工業上的，如植物油煉製之溶劑萃取 [3]；利用於礦物方面的，如金屬萃取系統 [4]；以及目前污水廢液處理系統 [5, 6] 方面等等。萃取之操作實為化學工業上重要單元之一。

溶劑萃取原理係利用溶劑對於溶質之溶解度，以及溶劑與溶液之不相溶性，以達分離溶質之目的；在萃取的計算中，最主要的二個部份，為分配律與萃取效率。分配律 (Distribution Law) 首由 Berthelot 及 Jungfleish 提出，經 Nernst 加以詳細指出：於某特定溫度時，溶質

介於兩不相溶之溶劑中，達平衡時，兩相之濃度比為一常數。對於溶質在溶劑 1 及 2 間之關係如下：

$$\begin{aligned} X_1 &\rightleftharpoons X_2 \\ K &= [X]_2 / [X]_1 \end{aligned} \quad (1)$$

式中 K 為分配係數，而 $[X]_1, [X]_2$ 為溶質在溶劑 1, 2 中之濃度。當溫度固定，於理想狀況下， K 為定值，故方程式(1)為兩不相溶溶劑間相分佈 (Phase Distribution) 之基本範式。萃取效率 (Percentage Extraction)，即浸取溶劑 (Extract Solvent) 由淨製相 (Raffinate Phase) 中對於溶質之收回率，% E，由下式表示：

$$\% E = \frac{100}{K + (\frac{V_o}{V})} \quad (2)$$

式中 V_o 為淨製溶劑，1，之容量， V 為每次使用浸取溶劑，2，之容量，方程式(2)對於收回率之大小，依 K 之大小以及 V_o 及 V 之分配量而定。

以上之敘述僅限於不發生化學反應，解離或聚合之系統中，此類文獻甚多 [7-9]；至於伴隨化學反應，解離，或聚合現象之系統中，則 K 值須加以修正 [4, 9]。

在萃取的方式中，以液-液相萃取 (Liq. - Liq. Extraction) 方法最為普遍，通常分為分批式萃取 (Batch Extraction)，連續式萃取 (Continuous Extraction)，以及不連續逆流式萃取 (Discontinuous Countercurrent Extraction)；其中最簡單的方法為分批式萃取，因為萃取系統之探索，以及分配量情況之設定，均可經此初級操作而獲得了解。

二、溶劑的分配

萃取效率，依溶劑之分配用量而定，如果把固定量的浸取溶劑 V ，分作 n 次使用，每次之用量為 V_i ，則由分配律得知

$$K = \frac{\frac{X_{i-1} - X_i}{V_i}}{\frac{X_i}{V_o}}$$

或

$$X_i = X_{i-1} - \frac{V_o}{KV_i + V_o}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

$$V = \sum_{i=1}^n V_i$$

經 n 次萃取後，則殘留在溶液中的溶質 X_n ，為

$$X_n = X_0 \prod_{i=1}^n \frac{1}{1 + K \frac{V_i}{V_o}} \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n V_i = V$$

從方程式(3)，可知溶劑分配量， V_1 ，之使用次序與最後殘留在溶液中的溶質， X_n ，或萃取效率無關，同時，得知 X_n 為 V_1 的函數，即

$$X_n = X_n(V_1, V_2, \dots, V_n) \quad (4)$$

而且自變數， V_i ，也受到了下列的限制，即

$$V_1 + V_2 + \dots + V_n = V_0$$

或

$$\phi = \sum_{i=1}^n V_i - V_0 = 0 \quad (5)$$

因此，對於每次溶劑用量， V_1 ，的分配在何種情況下，可使殘留在溶液中的溶質， X_n ，為最小值，即達到最高的萃取率，可由下述的方法求得，即定義一個新的函數， J ，

$$J(V_1, V_2, \dots, V_n) = X_n(V_1, V_2, \dots, V_n) + \lambda \phi(V_1, V_2, \dots, V_n)$$

式中， λ ，為一個待決定的參數(multiplier)，因為從方程式(5)得知

$$J(V_1, V_2, \dots, V_n) = X_n(V_1, V_2, \dots, V_n)$$

因此，欲得 X_n 為極小值之必要條件為

$$\frac{\partial J}{\partial V_j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

或

$$\frac{\partial X_n}{\partial V_j} + \lambda \frac{\partial \phi}{\partial V_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

從方程式(3)，對 V_j 作偏微分，得

$$\frac{\partial X_n}{\partial V_j} = \frac{\partial}{\partial V_j} \left[X_0 \prod_{i=1}^n \frac{1}{1+K \frac{V_i}{V_0}} \right]$$

$$= X_0 \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \frac{1}{1+K \frac{V_i}{V_0}} \cdot \frac{-2 \frac{K}{V_0}}{(1+K \frac{V_j}{V_0})^2}$$

$$= \frac{-2 X_0 \frac{K}{V_0}}{1+K \frac{V_j}{V_0}} = \frac{-2 X_0}{\frac{V_0}{K} + V_j} \quad (7)$$

從方程式(5)，對 V_j 作偏微分，得

$$\frac{\partial \phi}{\partial V_j} = \frac{\partial}{\partial V_j} \left[\left(\sum_{i=1}^n V_i \right) - V_0 \right] \quad (8)$$

$$= 1$$

將方程式(7)和(8)代入方程式(6)，則

$$\left(\frac{-2X_n}{V_o + V_j} + \lambda \right) |_* = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

方程式(9)可以改寫為

$$\lambda^* = \frac{2X_n^*}{V_o + V_1^*} = \frac{2X_n^*}{V_o + V_2^*} = \dots = \frac{2X_n^*}{V_o + V_n^*} \quad (10)$$

因此，從方程式(10)，可以很容易地得到最好的溶劑用量分配之必要條件為：

$$V_1^* = V_2^* = \dots = V_n^* = \frac{V}{n}$$

此必要條件經進一步的探討，得知亦為充分條件。因此方程式(3)可寫成

$$X_n = X_o \left(1 + \frac{\alpha}{n} \right)^{-n} \quad (11)$$

其中， $\alpha = K \frac{V}{V_o}$ ，又其萃取率為：

$$\begin{aligned} E \% &= \frac{X_o - X_n}{X_o} \times 100 \\ &= \left[1 - \left(1 + \frac{\alpha}{n} \right)^{-n} \right] \times 100 \end{aligned} \quad (12)$$

因此，對於溶劑的分配，我們得到下列的定理：

定理 1

在分批式溶劑萃取中，以固定量之溶劑分成 n 次萃取時，則溶劑的分配以每次之使用量均相等時，可獲得最高的萃取效果；其萃取率， E ，為

$$E \% = \left[1 - \left(1 + \frac{\alpha}{n} \right)^{-n} \right] \times 100$$

上式 E 與萃取次數， n ，及系統參數， α ($\alpha = KV/V_o$)，之關係示於圖 I, II，而其數值列於表 I。

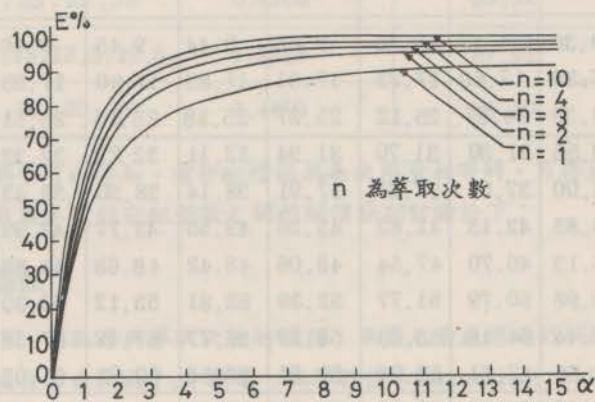


圖 I
萃取率 E 與系統參數 α 之關係

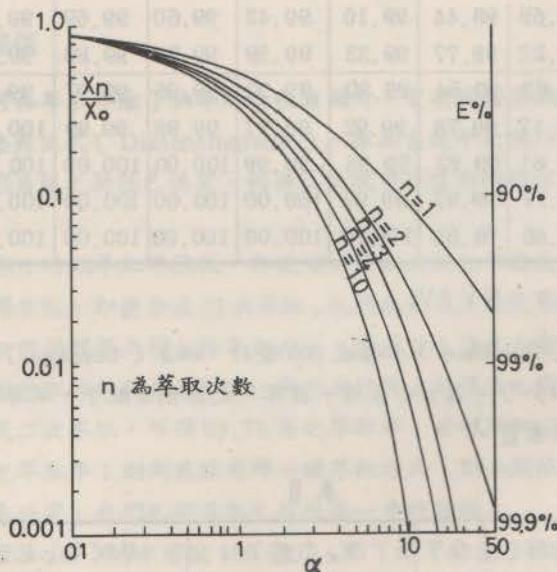


圖 II
溶質殘留率及(或)萃取率與系統參數 α 之關係

表 I
萃取效率與萃取次數及系統參數^{*}之關係

$E\%$	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α											
0.1	9.09	9.30	9.37	9.40	9.43	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47
0.2	16.67	17.36	17.60	17.73	17.81	17.86	17.90	17.93	17.95	17.97	17.97
0.3	23.08	24.39	24.87	25.12	25.27	25.38	25.45	25.51	25.55	25.60	25.60
0.4	28.58	30.56	31.30	31.70	31.94	32.11	32.23	32.32	32.39	32.44	32.44
0.5	33.33	36.00	37.03	37.57	37.91	38.14	38.30	38.43	38.53	38.61	38.61
0.6	37.50	40.83	42.13	42.82	43.26	43.55	43.77	43.93	44.06	44.16	44.16
0.7	41.18	45.13	46.70	47.54	48.06	48.42	48.68	48.88	49.04	49.17	49.17
0.8	44.44	48.98	50.79	51.77	52.39	52.81	53.12	53.35	53.53	53.68	53.68
0.9	47.37	52.44	54.48	55.59	56.29	56.77	57.12	57.38	57.59	57.76	57.76
1.0	50.00	55.56	57.81	59.04	59.81	60.34	60.73	61.03	61.26	61.45	61.45
2.0	66.67	75.00	78.40	80.25	81.41	82.20	82.78	83.22	83.57	83.85	83.85
3.0	75.00	84.00	87.50	89.34	90.46	91.22	91.76	92.17	92.49	92.75	92.75
4.0	80.00	88.89	92.13	93.75	94.71	95.33	95.77	96.10	96.35	96.54	96.54
5.0	83.33	91.84	94.73	96.10	96.88	97.37	97.70	97.94	98.12	98.27	98.27
6.0	85.71	93.75	96.30	97.44	98.06	98.44	98.69	98.86	98.99	99.09	99.09
7.0	87.50	95.06	97.30	98.25	98.74	99.03	99.22	99.35	99.44	99.50	99.50
8.0	88.89	96.00	97.97	98.77	99.16	99.38	99.52	99.61	99.67	99.72	99.72
9.0	90.00	96.69	98.44	99.10	99.42	99.60	99.69	99.76	99.80	99.84	99.84
10.0	90.91	97.22	98.77	99.33	99.59	99.72	99.80	99.85	99.88	99.90	99.90
15.0	93.75	98.62	99.54	99.80	99.90	99.95	99.97	99.98	99.99	99.99	99.99
20.0	95.24	99.17	99.78	99.92	99.97	99.98	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00
30.0	96.77	99.61	99.92	99.98	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
40.0	97.56	99.77	99.97	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
50.0	98.04	99.85	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

* 系統參數， $\alpha = KV / V$ 。

例 1. 含 4.0 克之吡啶 (Pyridine) 水溶液 100 毫升，以苯 (benzene) 100 毫升為萃取溶劑 (K 值 = 3.0 [10])，當 $n = 3$ 時，在不同之溶劑分配下，其萃取率示於表 II。又當 $n = 4$ 之情況示於表 III。

表 II

分配情形 (毫升)	X _n (克)	萃取率，E %
$\frac{V}{3}, \frac{V}{3}, \frac{V}{3}$	0.5000	87.50
$\frac{V}{2}, \frac{V}{4}, \frac{V}{4}$	0.8707	78.23

表 III

分配情況(毫升)	X _n (克)	萃取率, E%
25, 25, 25, 25	0.4265	89.34
50, 25, 12.5, 12.5	0.4835	87.91
40, 30, 20, 10	0.4600	88.50

顯然地，由以上的例子可以得知，當分配情況為每次用量相等時，可得最高的萃取率。茲再將萃取率與萃取次數，系統參數的分配係數之間的關係分別討論於下：

萃取率與萃取次數的關係

在最佳的溶劑分配下，萃取率與萃取次數的關係，為吾人最感興趣的問題之一。方程式(12)中，萃取率與 n 及 α 的關係可由圖式 I, II 表示，而其數值(Numerical Value)也可由表 I 讀出。從圖式 I, II 或表 I，顯然地可以瞭解 n 的值愈大則萃取率愈高；然而，實際上，它必須有所限制，因為操作次數太多，則必須考慮其經濟價值，同時在實際萃取當中，如果萃取次數增至某一數值時，則萃取效率增加微小，若繼續萃取下去已失去其意義；例如當 α 值為 30 之情況，n 等於 3 時萃取率已達 99.92%，則分成 4 次以上之萃取實已毫無意義，若從經濟上的觀點，甚至 n 等於 3 也是不必要的，這點，我們將在後面“萃取次數與溶劑使用量之最佳值”作更進一步的討論。

萃取率與系統參數 α 之關係

從方程式(12)中，得知萃取率除了與萃取次數有關外，它將隨著系統參數，α，之值而改變；系統參數，α，係為無因次式(Dimensionless)，亦為系統中之唯一參數(若萃取次數固定時)，因此 α 值決定，則系統之特性已決定，例如二系統中 α 值相同的話，則相同的萃取次數有相同的萃取率。

從表 I，可知當 α 值很小時則萃取率很低，即使增加萃取次數也很難提高其效率，例如當 α 值為 0.1 時，1 次萃取僅得 9%，即使分成 10 次萃取，也只提高 0.4% 之萃取率。因此，在實用方面，欲得高萃取率時，α 值的選擇必須大於 1.0 以上，當然 α 之值愈大愈好。但是，在同一系統中，α 值之增大，即表示萃取溶劑用量之增加，對於其經濟上的價值也需加以考慮。例如在一系統中，α 值為 6.0，分成二次萃取，可得 93.75% 之萃取率，若將萃取溶劑之量增至 2.5 倍，則一次萃取也可得到相同之萃取率；則到底採用那一種萃取方式，則必須依萃取費用及溶劑的價格或溶劑回收之費用等等來決定，我們也將在本文後段進一步的討論。

例 2. 於含丁酸(Butyric acid)之水溶液 100 毫升，用丁酸甲酯(Methyl butyrate, K₁ = 6.75 at 30°C [10])為溶劑，及用甲基異丁基甲醇(Methyl isobutyl Carbinol, K₂ = 12.12 at 30°C [10])為溶劑來萃取時，欲萃取 99%，若萃取次數相同，由於

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{12.12}{6.750} = 1.796$$

因此，丁酸甲酯之使用量，必須為甲基異丁基甲醇使用量的 1,796 倍。即由圖示 II 得知，當 $n = 2$ 時， $\alpha = 18$ ，則

丁酸甲酯之溶劑用量 $V = 266.7$ 毫升

甲基異丁基甲醇之溶劑用量 $V = 148.5$ 毫升

當 $n = 3$ 時， $\alpha = 11$ ；則

丁酸甲酯之溶劑使用量 $V = 163.0$ 毫升

甲基異丁基甲醇之溶劑使用量 $V = 90.75$ 毫升

萃取率與分配係數 K 之關係

當溶劑用量固定時， α 值的大小，實決定於 K 值， K 值的大小則賴於溶劑的選擇；依前述，欲使 α 值增大，利用溶劑的使用量之增加來達到目的，並不是一種理想的方法。因此，工業上的應用，均為針對適宜的溶劑之選擇，如選擇適當時，則其他情況下，仍可獲得高的萃取效率。

另一影響 K 值之因素為溫度，它可從熱力學的觀點得知其關係 [11] 為：

$$K(T) = \frac{[X]_2}{[X]_1} = \frac{r_1}{r_2} e^{-(\Phi_2^\circ - \Phi_1^\circ)/RT}$$

則

$$\frac{K(T_1)}{K(T_0)} = e^{-\frac{\Delta\Phi}{R}(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0})}$$

$$\text{或 } K(T_1) = K(T_0) \cdot \exp \left[\frac{\Delta\Phi}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) \right] \quad (13)$$

式中 Φ 為溶質於溶劑中之化勢 (Chemical Potential at Constant T., P.) Φ° 為在理想情況下，溶質在溶劑中之化勢，及 r 為活性係數 (Molal Activity Coefficient)。

由方程式 (13) 得知，溫度升高，可增加溶液各成分之互溶度，即增加分配係數 K 值。因此，欲得較高之萃取效率，可由萃取溫度的增高來達成，而其效果則依升高的溫度與其化勢能的差 $\Delta\Phi$ 來決定；但仍有一些限制，即當溫度升高至某一極限時，溶劑、溶液、與溶質三成分系統之溶解度增加，終達成一個均質系統 (Homogeneous System)，在此情況下，則此系統將無法使用溶劑萃取方法來分離。

三、萃取次數與溶劑用量之最適切值

在前面曾經述及，萃取次數愈多則萃取效率愈高，但是在於實用上，萃取次數必須有個限制，務必選擇一個適當的 n 值，使其達到高的產率，並在經濟利益觀點上，它最為有利；同理，在一系統中如果溶劑的價格不很便宜的話，則溶劑用量 V 必須有個極限，即 α 之值也不能太高；因此，也需要有個適當的選擇；其最佳萃取次數與合宜的溶劑用量之尋求，可使用下列方法求得：

從經濟上的觀點而言，設若溶液 V 中的溶質 X_0 ，全部萃取的結果，溶質 X_0 之價格為 a_1 元，溶劑 V 的單價為 a_2 元，以及每次萃取的平均費用為 a_3 元；則可列出一函數以表示萃取工作之利益，即

$$I = \frac{E\%}{100} a_1 - (V a_1 + n a_3)$$

將萃取率 E% 代入上式，則

$$I(n, \alpha) = a_1 [1 - (1 + \frac{\alpha}{n})^{-n}] - [\frac{a_1 V_o}{K} \alpha + a_3 n] \quad (14)$$

欲求一個 n^* 與 α^* 之值，使利益函數 $I(n^*, \alpha^*)$ 為極大值，則

$$\frac{\partial I(n^*, \alpha^*)}{\partial n^*} = 0$$

$$\text{和 } \frac{\partial I(n^*, \alpha^*)}{\partial \alpha^*} = 0$$

$$\text{即 } (-\alpha n^{-1} \cdot f^{-(n+1)} + f^{-n} \ln f - \frac{a_3}{a_1})|_{*} = 0 \quad (15)$$

$$\text{和 } (f^{-(n+1)} - \frac{a_2 V_o}{a_1 K})|_{*} = 0 \quad (16)$$

$$\text{式中 } f = (1 + \frac{\alpha}{n}) \quad (17)$$

由方程式(16)得

$$f^{-(n+1)} = b_1 \quad (18)$$

$$\text{式中 } b_1 = a_2 V_o / a_1 K \quad (18a)$$

代入方程式(15)，則

$$-(f-1)b_1 + b_1 f \ln f = \frac{a_3}{a_1} \quad (19)$$

$$\text{或 } f[\ln f - 1] = b_2 \quad (19)$$

$$\text{式中 } b_2 = \frac{a_3}{a_1 b_1} - 1 \quad (19a)$$

方程式(19)之關係，示於圖III，因此可利用圖解法求出 $f^*(b_2)$ ，再利用方程式(17)和(18)，則可求得 n^* 與 α^* ，即方程式(18)可改寫為：

$$(n^* + 1) \ln f^* = \ln \frac{1}{b_1}$$

$$\text{或 } n^* = \frac{\ln \frac{1}{b_1}}{\ln f^*} - 1 \quad (20)$$

(若 n^* 不為整數則以四捨五入取其整數值)

方程式(17)則成為

$$\alpha^* = (f^* - 1) n^* \quad (21)$$

因此，我們可以利用圖III和方程式(20),(21)，很快地尋求最佳之萃取次數及溶劑用量，再利用表I或圖II，則可求出其萃取率。

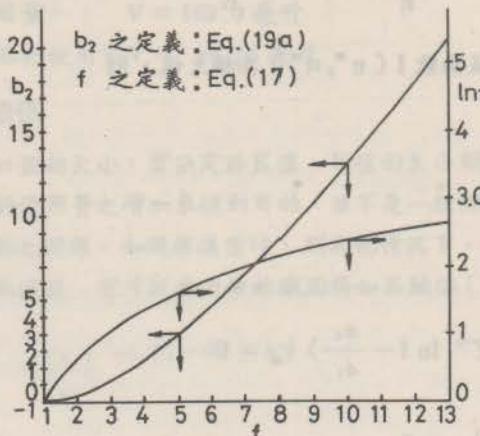


圖 III
參數 b_2 及 $\ln f$ 與參數 f 之關係

定理 2

在分批式溶劑萃取中，依據溶質，溶劑價格及萃取費用，從經濟利益觀點，可以獲得最佳之溶劑使用量與最佳之萃取次數；即

$$n^* = \frac{\ln \frac{1}{b_1}}{\ln f^*} - 1$$

(若 n^* 不為整數，採四捨五入取整數值)

$$\text{與 } \alpha^* = (f^* - 1) \cdot n^*$$

式中 f^* 由圖III求得，而 b_1, b_2 為價格，費用與系統常數之函數，分別定義於方程式(18a)，(19a)。

例3. 10 升的溶液中含某溶質，該溶質之全部價值為 1,000 元，今以每升價格為 15 元之 A 溶劑萃取 (K 值為 15)，設每次萃取之平均工作費用為 15 元，求其溶劑用量與萃取次數之最合宜之值。

解：依題意之數據可求得

$$b_1 = 0.01, \quad b_2 = 0.5$$

則由圖III中求得 $f^* = 3.18$

代入方程式(20)

$$n^* = 3$$

由方程式(21)，得

$$\alpha^* = 6.54$$

$$\text{或 } V = \frac{V_0}{K} \times 6.54 = 4.36 \text{ (升)}$$

即最佳情況為使用 4.36 升之 A 溶劑，萃取次數為 3。在此情形下，則由表 III，可求得其萃取率為 96.90%，其利益函數為

$$\begin{aligned} I &= 1000 \times 0.9690 - (15 \times 4.36 + 15 \times 3) \\ &= 858.6 \text{ 元} \end{aligned}$$

今另取數種情況，求其利益函數，作一比較，其操作條件與比較結果，示於表 IV。

表 IV

V (升)	n (次)	E (%)	I (元)
4.36	3	96.90	858.6
4.36	2	94.48	849.4
4.36	4	97.90	853.6
6.00	3	98.44	849.4
6.00	2	96.69	846.9
6.00	4	99.10	841.0
3.00	3	93.45	844.5
3.00	2	90.38	828.8
3.00	4	94.94	844.4

因此利用方程式(20), (21)及圖 III，所求得的溶劑用量與萃取次數，確實可得到最大值之利益函數。

四、結論

使用溶劑萃取之操作在實驗室及工廠上均佔有非常重要之地位，分批式萃取為最簡便的方法；本文即在於探討分批式萃取中，將固定量之溶劑分成 n 次萃取時，溶劑分配情況之特性，並且尋得萃取系統中，最合宜之溶劑使用量及最妥切之萃取次數。

當使用固定量之溶劑萃取，將溶劑分配成 V_1, V_2, \dots, V_n ，而進行萃取時，得知，最後萃取的結果一樣，它與 V_i 使用的次序無關；同時，由本文得知，當溶劑的分配量以每次使用量均相等時，可獲得最高之萃取效果。在此情況下，圖 I, II, 或表 I 提供溶質萃取率在 n 次萃取時與系統參數 α 的關係。即由圖示或表中，可以得知在 n 次萃取時，溶劑量的改變 (α 值之改變)，對於萃取率的變化；也可得知使用固定量溶劑時 (α 值不變)，萃取次數對於萃取率之影響。同時，如果欲得某程度之萃取率，亦可由圖表中尋得合宜之萃取次數與溶劑用量。

本文之另一重要結果為，在實用上，從經濟觀點提供一個尋求最佳之溶劑使用量與最佳之萃

取次數，即利用圖III和方程式(20), (21)，求得。有一點宜注意的，為方程式(20), (21)僅是很簡單的算術式，可以很容易地計算出來。再者，由此獲得 n^* 與 α^* 以後，復可從圖II或表I求得在此情況下之萃取率。

五、參考文獻

1. Todd and Podbielnik, "Centrifugal Extraction", Chem. Eng. Progr., 61, 69 (1965).
2. R. Norris Shreve, "Chemical Process Industries", New York, McGraw-Hill, 1967, p. 878.
3. Cofield, "Solvent Extraction of Oilseed", Chem. Eng., 58, 127 (1951).
4. Morrison and Freiser, "Solvent Extraction in Analytical Chemistry", New York, John Wiley, 1957, pp. 3-6; pp. 16-34.
5. M. A. Zeitoun, "Clean Water by Extraction", Chem. Eng. Progr., 60, 51 (1964).
6. W. F. Guyton, "Water: Supply-Treatment-Disposal-Recovery", Chem. Eng., 70, 167 (1963).
7. E. B. Sandell, "Colorimetric Determination of Trace of Metals", 3d ed., New York, Interscience, 1959, pp. 179-188.
8. H. A. Laitinen, "Chemical Analysis", New York, McGraw-Hill, 1960, pp. 269-274.
9. S. Glasstone, "Textbook of Physical Chemistry", New York, Van Nostrand, 1958, pp. 737-742.
10. Perry and Chilton, "Chemical Engineering Handbook", New York, Van Nostrand, 1973, Section 15-8, table 15-2.
11. Morrison and Freiser, "Solvent Extraction in Analytical Chemistry", New York, John Wiley, 1959, pp. 8-9.