



拓樸物理學

純數學與物理的再連結

16 世紀時，現代科學之父伽利略認為可以用簡單的數學語言來描述複雜的自然界現象，17 世紀中葉牛頓發明了微積分來計算天體運行軌道，接下來的數個世紀，數學與物理研究領域並沒有很大的區隔。拉普拉斯（Pierre-Simon Laplace），勒讓德（Adrien-Marie Legendre），漢米爾頓（William Hamilton），高斯，傅立葉（Joseph Fourier）等名家都號稱自然哲學家，也就是物理學家、天文學家、也是數學家。

20 世紀的前半葉，我們更是見證了理論物理學家借助數學所提供工具和基本架構來達成了革命性的物理進展，數學內容也因這些新的物理學思想啟發而更為豐富。19 世紀高斯和黎曼（Georg Riemann）所建構的黎曼幾何是愛因斯坦廣義相對論的工具和語言。而廣義相對論更將黎曼幾何推上了幾何研究的中心主題。量子力學理論的初期發展奠基於對希爾伯特空間的了解，繼而影響了數學泛函分析領域的發展。

針對 20 世紀前半葉廣義相對論及量子論二大革命性理論的發展，宇宙學家兼科普作家伽莫夫（George Gamow）在 1961 年曾經評論說：「只有數論及拓樸學沒有物理應用。」

二次世界大戰前後期，數學社群在形式化及邏輯嚴格化的訴求下，數學的論證愈來愈抹去直覺性的描述，往往造成非專業人士很難一窺數學研究最新進展的全貌。而同時期當道的物理研究著眼於發展量子力學理論和應用，粒子物理學則致力於實驗的探索與物理模型的建立，這些大多不需要太深刻的數學工具。

著名的數學物理學家戴森（Freeman Dyson）追溯了當時這兩個學科之間的緊張關係，曾在 1972 年宣告：

「國王（物理）與皇后（數學）離婚了！」

伽莫夫和戴森當年的評論對於數世紀來一直辯證發展的過程或許正確，但也都不夠全面。譬如正是考量拓樸特性，狄拉克（Paul Dirac）在 1931 年才能得出馬克士威方程磁單極（magnetic monopole）解的存在性。到了 1970 至 80 年代之後，量子場論（quantum field theory）的瞬子論（instanton theory）、非交換規範理論（nonabelian gauge theory）與廣義相對論裡的正質量定理（positive mass theorem）都是由許多數學家 and 物理學家合作，運用了拓樸與幾何理論才建立証明的。量子物理學中的方程解，更讓拓樸學家發現了四維流形中令人驚訝和奇特的性質。

自 1980 年代起，幾何與拓樸的論述給予當時剛發現的量子霍爾效應一種拓樸詮釋，並發現一類被稱為拓樸絕緣體（topological insulators）的材料。紹里斯（David Thouless），赫爾丹（Duncan Haldane）和科斯特利茲（Michael Kosterlitz）更因闡明量子霍爾效應的拓樸本質而獲得 2016 年諾貝爾物理獎（見本刊第 11 期「數理簡訊」報導）。

1990 年費爾茲獎得主數學物理學家韋頓（Edward Witten）曾經評論說：「這項發現震撼物理學界……模式改變了。」正如韋頓的量子場論帶給純數學許多嶄新突破，現在拓樸學似乎正為影響尚不可知的大自然解釋提供了大量的可能性。1966 年費爾茲獎得主幾何學家阿提雅（Michael Atiyah）現在也開始研究拓樸相變（topological phase transition）的數學理論，他說：「這是兩門學科之間極為美妙的想法的互動交流。」

拓樸結構與拓樸相變為物理學提供了獨特的見解，例如有些絕緣體可以沿表面的單原子層潛行導電。但是一直到近幾年，研究人員才意識到這種現象可能比任何人能想像的更為普遍和奇怪。如今物理學家紛紛



湧向這個新領域，名為拓樸物理學的領域正呈現爆炸性的發展，光是《自然》(Nature) 期刊家族，每個月就至少有 10 數篇拓樸物理學的文章發表。

儘管拓樸絕緣體本身就很有吸引力，拓樸物理學的真正回報則是對於物質本身的深刻理解。這些發現標誌了搜索物質拓樸結構更廣泛的開始，而且這種結構將會是肥沃的研究與應用土壤。部分原因是：有別於量子數根植於對稱性，拓樸量子數對於這種缺陷相當不敏感。這種拓樸阻礙 (obstruction) 提供了各種應用的可能性。例如在傳統上對無序非常敏感的半導體光感測器與光纖，光學元件往往依賴於拋光表面的能力。如果能夠發明利用拓樸狀態的光子元件 (photonic devices)，不僅使製造和改進元件更容易，也可進行更新穎的設計。類似的原理也可以應用於古典力學系統。例如像聲子 (phonon) 這種力學模態是玻色態 (bosonic)，拓樸模態也可類似產生，其應用是提高長距離傳輸的效率，利用這些想法控制聲波，可以找到實際的應用。

對於電子系統，實驗已發現並確認魏爾費米子 (Weyl fermion) 的拓樸特徵。更重要的是如果能開發拓樸超導體，應該可以找到馬約拉納費米子 (Majorana fermion，其反粒子為自己)，這將為理論上的拓樸量子電腦提供平台。物理學家和材料學家希望這些拓樸材料能夠最終應用到速度更快、效率更高的電腦晶片，甚至是稀奇的量子電腦。

量子電腦的構想已經有近 50 年的歷史了，通過進一步將拓樸絕緣體與超導體相結合，可以無阻地傳導電力，研究人員可以構建一個實用的量子電腦。這樣的技術將可使用量子計算，它提供了方法解決傳統電腦無法克服的問題。量子計算是利用量子力學進行計算。不同於傳統電腦的二進制位元 (bit)，量子電腦

使用可疊加 (superposition) 態的量子位元 (qubit)。如果把傳統電腦比喻成樂器，量子電腦就像交響樂團，一次運算可以處理多種狀況，因此一個 40 量子位元的量子電腦，就能在很短時間內解開 1024 位元電腦花上數十年解決的問題。截至目前，實體量子電腦的發展還處於起步階段，但是實驗和理論研究仍在繼續。全球學術研究團體和許多主要的科技公司都蜂擁致力於量子計算的實現。2017 年 6 月號的 *Scientific American* 將量子計算選為年度 10 大科學進展。

拓樸量子電腦在理論上運用稱為任意子 (anyons) 的二維準粒子 (quasiparticles)，它的世界線 (world line) 相互纏繞 (entanglement)，形成三維時空 (一個時間加上兩個空間維度) 的辮帶 (braids)。這些辮帶組成電腦的邏輯閘 (logic gate)。基於量子辮帶的量子電腦比起使用量子粒子，好處是前者更加穩定。通常小干擾的累積可能導致量子態的退相干，並在計算中導致誤差，但這種小擾動不會改變辮帶的拓樸性質。

有別於一般量子電腦運用較成熟的硬體技術來製造量子位元，微軟 (Microsoft) 在 2005 年投入的大量的資金，由 1986 年費爾茲獎得主、低維拓樸學家弗利德曼 (Michael Freedman)，帶領以 35-40 位數學家和電腦科學家所組成的團隊，研發量子辮帶的關鍵理論，去年更聘用了數名明星級的實驗物理學家在世界各地設立微軟實驗室，目的是證明任何人都可以進行量子編碼並做簡單的量子計算。

語言的障壁讓數學家不易和其他領域的科學家分享想法，但拓樸物理學與其應用的火紅崛起，讓這些苦心孤詣的努力顯得分外有價值。(編輯室)



自閉症與數學天才

在英文維基百科的數學家博切爾茲 (Richard Borcherds) 辭條裡，除了他的生平和數學貢獻，裡面還有一段提到他患有亞斯伯格症候群（一種較輕微的自閉症）。與名人的自我診斷不同，博切爾茲確實是經過精神醫學家診斷確認的案例。替他做診斷的貝倫科恩 (Simon Baron-Cohen，劍橋大學自閉症研究中心主任) 在《基本差異》(The Essential Difference) 一書中寫下了詳細經過。

當 1998 年費爾茲獎得主名單公布後不久，博切爾茲接受英國《衛報》的專訪時提到，「有次我看報紙，上面寫了亞斯伯格症有六種徵兆，我跟自己說：『嘿，我居然有五項符合。』」這只是訪談中帶過的話，但貝倫科恩讀到後，卻很感興趣，主動登門造訪。

貝倫科恩先和博切爾茲本人進行訪談，接著再去拜訪他的父母，以得知他童年的狀況。博切爾茲從小就習慣獨自一人，不喜歡參加集體活動，但他也不會完全沒朋友，因為下棋或玩紙上遊戲要有同伴。成年後的博切爾茲也沒改變。面對面的交談，他只能和一個人談一小段時間，如果是一群人就沒辦法了。他不和人閒聊，電子郵件只用來辦正事，電話交談能免則免。

這樣算不正常嗎？讀者們可以自己評判，但根據專家，它符合亞斯伯格症候群的定義。當貝倫科恩告知診斷結果時，博切爾茲的反應很淡然，他說，如果年輕時知道或許會有用，但現在知道，已經沒有差別了。

貝倫科恩在講完故事後補充，現在的博切爾茲在社會上找到了適合自己的棲所，週遭的人理解他，生活沒什麼不便，因此並沒有診斷治療的必要。

為博切爾茲做診斷的貝倫科恩是在自閉症研究領

域提出許多創見的學者，他的共感化／系統化理論 (empathizing-systemizing theory) 是用同情共感和系統化兩種能力來衡量人格特質。女性腦偏向共感，男性腦偏向系統化，而自閉症是極度男性腦，他們系統化的能力很強，但卻很難體會別人的想法和情感。系統化是數理學科的特性，而自閉症又具有遺傳性，那麼是否可以找到數學、科學領域和自閉症的關係呢？

貝倫科恩在 2007 年發表的一項針對 792 名劍橋大學學生所做的調查，他發現數學系學生有自閉症的比例是非數學系學生的 8 倍（分別是 1.85%、0.24%）。而由其他人針對矽谷或別的高科技產業聚集城市所做的各種調查，也顯示自閉症的發生率較高。

有些人則更進一步主張：自閉症不只是與數理天才有關，更是構成數理天才的成分之一。這一派可以牛津大學數學家詹姆斯 (Ioan James) 和都柏林三一學院精神醫學家費滋傑羅 (Michael Fitzgerald) 為代表人物。在他們看來，自閉症的特徵：刻板重複的行為和狹窄的興趣，被解釋成專注和有毅力。這種性格若再加上高度智力，便能取得卓越成績。

為了替理論找證據，他們回溯去「診斷」歷史人物。可想而知，數學、科學的歷史殿堂裡充滿了自閉症學者。除了常被人提到牛頓、愛因斯坦、狄拉克、維根斯坦之外，費滋傑羅更進一步找到了哈第 (G.H. Hardy)、艾狄胥 (Paul Erdős)，甚至用 E.T. Bell 頗有爭議性的《大數學家》傳記確診出高斯、黎曼，甚至阿基米德！

撇開自閉症是一個連定義和分類都還在變動的「病症」，許多知名的數學家看起來毫無自閉症的跡象（如這期人物訪談的阿提雅和博特），就算自閉症能說明部分數學家的成就，也不會是必要條件。費滋傑羅這麼確定，會不會太過偏執？（編輯室）



2018 年突破數學獎

號稱「科學界奧斯卡獎」的突破獎 (Breakthrough Prize) 頒獎典禮，2017 年 12 月 3 日在加州矽谷舉行，今年突破數學獎頒發給猶他大學的哈肯 (Christopher Hacon) 和加州大學聖地牙哥分校的麥科南 (James McKernan)，他們因為在雙有理代數幾何 (birational algebraic geometry)，尤其是最小模型綱領 (minimal model program) 上的突破合得今年的突破數學獎。

幾何形體形形色色，因此數學家需要對形體加以分類。在代數幾何領域中，從雙有理觀點的分類理論就是最小模型綱領，希望在適當變形下得到作為分類依據的最小模型。20 世紀初，義大利學派基本上已完成 (複) 曲面的分類；三維的情形，則是森重文 1990 年獲得費爾茲獎的工作。隨著維度增加，問題的複雜性大增，這是為什麼哈肯和麥科南能夠在所有維度的情況下有所突破是如此重要的原因。

臺大數學系陳榮凱是哈肯同門，他認為「哈肯得獎

實至名歸，八年前未拿到費爾茲獎，已經是遺珠之憾。哈肯很能掌握複雜抽象的結構，麥科南的風格傾向於直覺，兩人的組合是絕配，是醉心於研究的學者。」成大的賴青瑞是哈肯的學生，他回顧師生的相處說：「哈肯很顧家，每次討論，師母打電話來時，他最後一定加一句 I love you 才掛電話。十年前他已經有四個小孩 (現在是六個)，上班日大都在四點前離開接小孩，晚上還要陪小孩。所以他研究起來非常專注，他平衡研究與生活的本事真是令人印象深刻。」

至於頒給年輕數學家的新視野獎 (New Horizon)，除了我們介紹過的張偉和惲之瑋 (見本刊第九期〈演奏朗蘭茲的中國數學四重奏〉) 獲獎之外，還有幾何分析的納伯 (Aaron Naber)，以及以模形式應用於裝球問題的韋雅卓斯卡 (Maryna Viazovska)。

突破獎頒獎典禮重星雲集，但幾年來臺灣媒體殊少關注。今年因小名人歐陽娜娜演奏大提琴，讓這段摩根費里曼介紹出場的片段在媒體瘋傳討論。這種效應正是高調的突破獎所追求的。但風潮過後，到底臺灣有多少人因此知道突破獎是什麼呢？(編輯室)

讀者來函

楊承淑〈譯者與贊助人〉讀後

貴刊 12 期楊承淑的〈譯者與贊助人〉是一篇很有意思的文章。作者顯然下了不少功夫研究文中提到的譯者，這些人的事蹟在過去 60 年幾乎就被遺忘殆盡。

文中談到林獻堂第一位譯者許嘉種，我以前並不知道。讀後才意識到臺大數學系開系第二位大學部畢業生許乃超正是許嘉種的么兒。我原先並不清楚他們的家族，只知道他來自富裕的望族 (至少 1960 年代如此)。許乃超後來成為東伊利諾大學的教授。1974 年，他訪問芝加哥大學時，我正在那邊攻讀博士。許乃超為人謙虛，感覺

很日本紳士 (雖然他們家族有強烈的漢族意識)。許乃超的姪女正巧是我妻子的高中同學。

他的大哥許乃昌支持社會主義，在國共合作的 1920 年代在上海被拔擢送往莫斯科 (時間早於謝雪紅)，但他不適應嚴寒，病重返國改赴東京讀書，組織臺灣學生研讀社會主義，成員包括林獻堂的女婿高天成 (1953 年曾任台大醫院院長)。畢業之後許乃昌返回臺灣。臺灣光復時，曾出任「臺灣文化協進會」總幹事，並主持東方出版社業務，創刊《東方少年》。

康明昌 (臺灣大學數學系)