

數學與你的幸福

蘇宇瑞的美國數學協會主席卸任告別演講

作者：蘇宇瑞 Francis Edward Su 譯者：趙學信

蘇宇瑞 (Francis Edward Su) 畢業於哈佛大學，現為哈維穆德學院講座教授，2015-2017 年擔任美國數學協會 (MAA) 主席。蘇喜愛教學與數學推廣，曾獲 MAA Hasse 獎和 Haimo 獎。他正以本文為基礎撰寫專著，預定於 2019 年出版。他的推特是 @mathyawp。

人人皆無聲哭喊，渴望被另眼閱讀。

— 西蒙娜·威伊

克里斯多夫是亞特蘭大附近一所聯邦重監裡的受刑人。他從 14 歲起就誤入歧途，中學沒唸完，染上毒癮，到了 21 歲時，因為涉及一連串持械搶劫案而被判刑 32 年入獄。

現在，你心中大概對克里斯多夫的模样有個概念，而且或許正納悶為何我的演講要以他的故事當開場白。當你想到做數學的人（不管是有能力做數學，或是想要做數學），你會想到克里斯多夫嗎？

然而，他在入獄七年後寫了一封信給我，他寫道：「我一直對數學有偏好，但因為自小生活在不良的環境，我從來不曾了解教育的真正意義，以及受教育的好處……最近三年我購買且研讀大量書籍，以獲得深刻和具體的數學知識，包括高中代數 I、高中代數 II、大學代數、幾何、三角、微積分 I 和微積分 II。」

克里斯多夫寫信向我求教如何再往下學。當你像是哪些人在學數學，你會想到克里斯多夫嗎？

人人皆無聲哭喊，渴望被另眼閱讀。

西蒙娜·威伊 (Simone Weil) 是知名的法國宗教神祕主義者，也是廣受喜愛的哲學家，但或許較少人知道，她是數論大師安德列·威伊 (André Weil) 的妹妹。

對西蒙娜而言，閱讀某人意謂對他做詮釋或做評斷。她等於是說：每個人都默默渴望被以不同方式來評斷。我有時會想，西蒙娜是否是為自己吶喊。

因為她也喜歡並且參與數學，但總是拿自己和哥哥比較。她曾寫道 [W1, p.64]：



十四歲時，我
本文作者。(蘇宇瑞提供)

陷入了某種青春
期難免的無底絕望，因為天賦平庸，我認真考慮尋死。我哥哥天資卓越，他的童年和青年期可與帕斯卡 (Blaise Pascal) 相比，這令我明白自己的低下。我不介意沒有外在的成就，令我悲傷的是我被排拒在那座超驗的王國之外，那是真理所在、唯有真正的偉人才能進入的國度。我寧可死也不願失去真理而活。

西蒙娜的哲學著作裡不時舉數學為例，所以我們知道她喜歡數學。而且我們也可以看到她和哥哥及布巴基學派 (Bourbaki) 數學家合拍的照片。我常想，若不是活在安德列的陰影下，她和數學的關係會是如何。

人人皆無聲哭喊，渴望被另眼閱讀。

身為美國數學協會 (Mathematical Association of America, MAA) 的主席，你可能認為我和數學的關係一直很穩固。我不喜歡「成功」這個字眼，但人們看到我，會認為我很成功，彷彿數學成就的真正衡量標準是我所拿到的研究贊助，或我發表的大量論文。



(左)西蒙娜·威伊攝於1921年；(右)布巴基學派1938年會議，左起西蒙娜·威伊、Pisot、安德列·威伊、Jean Dieudonné、Claude Chabauty、Charles Ehresmann、Jean Delsarte。(維基)

我和克里斯多夫一樣，從小就喜愛數學，但我是在德州南部的鄉下小鎮長大，機會並不多。我大部分的高中同學甚至都沒上大學。我會升學是因為我父親是大學教授，即使如此，我現在知道的許多數學職涯機會，我的父母當時都不知道。

在德州大學(University of Texas)時，我對數學的喜愛益形加深，於是申請到哈佛大學唸博士學位。但在哈佛，我覺得格格不入，因為我不是來自常春藤學校，而且不像我的同學，入學前就已修完洋洋灑灑一大串研究所課程。我覺得我就像西蒙娜，身處在一群未來的安德列之中，心想若我不能和他們一樣，我就永不可能在數學上有前途。

有位教授跟我說，我根本不該進研究所，這令我想了很多問題，其中之一是：我為什麼想做數學？其實這也是我希望在座各位認真思考的大哉問：

為何要做數學？

問題很簡單，但卻值得深思。因為你的答案會強烈影響你認為誰可以做數學，以及你如何教數學。

監禁在囚室裡的克里斯多夫為何要學微積分，即使他明知還得再過25年他才能重獲自由，才能運用這門學問？為何西蒙娜會對超驗的數學真理如此著迷？當某人被委婉的或直接的告知她不配學數學時，為何她還會繼續堅持下去，或是仍把自己當成數學人？^①

現在，我們的世界同樣也在質問它和數學的關係。處身在數位革命所造成的社會大變革，以及資訊經濟的大轉換，我們正在見證人類工作和生活方式的快速轉變。然而我們在公共領域卻也會聽到一些聲音說著「中學生不需要學幾何」，或是「高等

數學就留給數學家吧」。另一方面，即使某些數學家不願承認，但他們拒絕教低年級的數學課，或是把數學系當成挑研究生的篩選工具，其實也就發出了相同的信號。

數學專業受到來自內部和外部這類聲音的威脅，它顛覆了社會對數學和數學家的看法。而且我們這一行的現狀令人沮喪。總統科學科技顧問會議(President's Council of Advisors on Science and Technology)在2012年的報告指出，數學基本課程是造成學生沒有讀完STEM(科學、科技、工程、數學)學位的主要障礙。我們並沒有盡到教好學生的責任，而且就像大多不公不義的事一樣，受害最深的是那些最弱勢的人。

我希望我們數學社群可以另闢新路前進。這或許需要我們對於誰可以做數學，以及該如何教數學要有新的觀點。但是新方法不能對嚴格性打折扣，也不能降低對學生的要求，卻仍然可以吸引更多人唸數學，因為他們可以看到數學如何連結到他們最深的人類欲望。

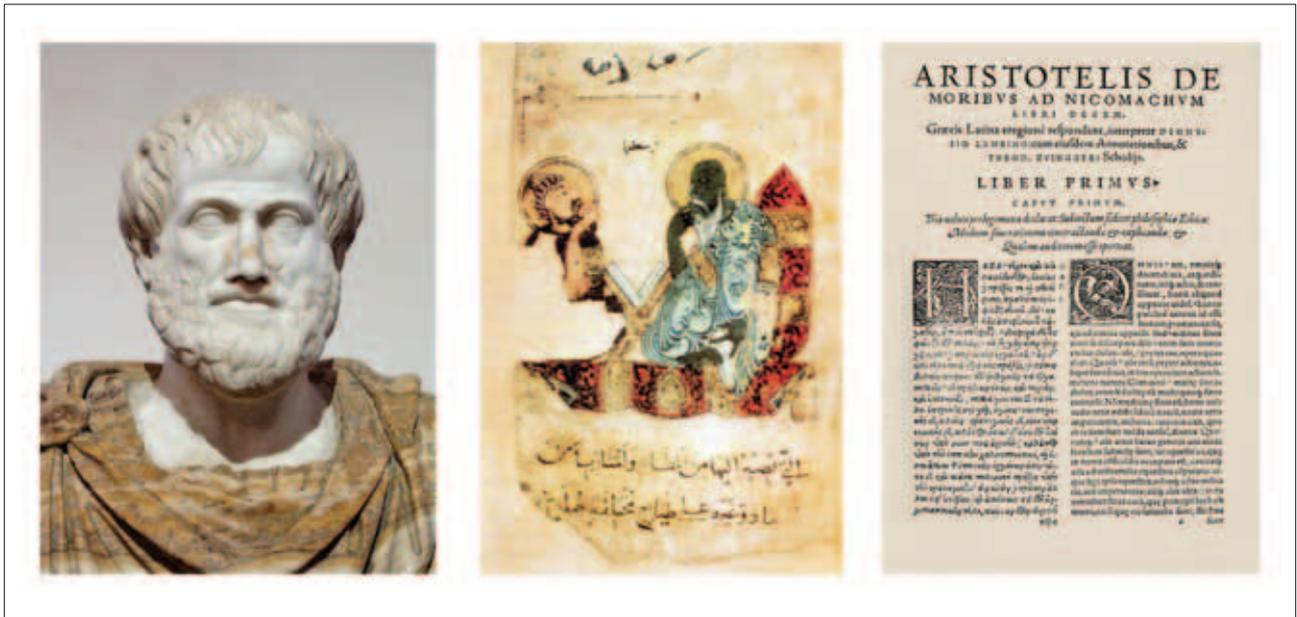
所以若你問我：為何要做數學？我會回答：數學可以助人獲得幸福。

數學的目的是使人幸福。

活得好的人生即是幸福的人生。古希臘用eudaimonia一詞來表達幸福^②，他們認為它是眾善之善，一切良善構成的良善。希伯來語也有類似的

^① 作者全文皆以「她」作為第三人稱單數代名詞。

^② eudaimonia 一般認為應譯為蘇宇瑞納入原文的human flourishing，意謂所有美德實踐的最後目標。本文皆直接譯為「幸福」。



(左) 亞里士多德大理石半身像，翻自西元前 3 世紀希臘銅像。(中) 亞里士多德的教導。13 世紀伊斯蘭畫作。(右) 亞里士多德《倫理學》1566 年希臘文 / 拉丁文版第一頁。(維基)

詞：shalom 通常用於問候。shalom 有時譯為「平安」，但它的涵義遠遠更為豐富。祝某人「shalom」是希望他幸福美滿。阿拉伯語也有一個類似的詞：salaam。

亞里士多德問的一個基本問題是：人要如何才能得到幸福？什麼是活得好的人生？亞里士多德會說，幸福來自於實踐美德。希臘人對美德的概念是：產生卓越行為的卓越特質。所以美德不只限於道德特質，例如勇氣和智慧也是美德。

今天我希望說服你的是：做數學可以培養使人幸福的品德。不管你從事哪種行業，這些品德都會大有裨益。而要達到良好品德，則要經由人類的基本欲望。

我想談的是人人皆有的五種欲望。首先是：

1. 遊戲 (PLAY)

知道如何遊戲是一項愉快的天賦。

——愛默生 (Ralph Waldo Emerson) [E, p.138]

想想看幼兒如何遊戲。遊戲很難定義，但我們可以思考它具有的幾項性質。例如，遊戲應該有趣且是自願的，否則就沒人肯玩。遊戲通常會有某種結構——即使是幼兒，也知道「躲貓貓」遵守某種模

式——但是遊戲在結構內也有很大的自由。這些自由可以引發出探索，像是「如果我們再玩一次躲貓貓，你會躲在哪裡呢？」遊戲的結果通常沒有嚴重後果，且它的探索常可導致某種驚喜，例如玩躲貓貓時出現在不同地方。當然動物也會玩遊戲，但人類遊戲的不同之處在於心智和想像力扮演了更重要的角色。

試想魔術方塊或桌上遊戲神奇形色牌 (Set)。它們有著結構與自由之間的互動，而且輸贏沒有嚴重後果，但如果解開魔術方塊，或是找出可以配成組的形色牌，卻可以帶給人愉悅。

數學家以心智為遊戲場，我們玩的是模式



古巴小孩在街上隨遇而安的下棋。(Adam Jones 攝，adamjones.freesevers.com，維基)



小孩在大阪車站遊玩。(柄松稔攝·維基)

(pattern)，在某些公設的結構之內，我們運用自由來探索其結果，若是發現真理，則覺得欣喜。我們甚至有一整個領域叫做「休閒數學」(recreational mathematics)！還有哪門學科會有個分支冠上「休閒」之名？你可曾聽過「休閒物理學」或「休閒哲學」？

數學遊戲所培養的品德可讓我們在每個生活領域都能得到幸福。例如，數學可培養樂觀心態——你能夠長久面對一個謎題，是因為你預期最終能解決它。數學遊戲也可以建立社群——你可以跟別人分享解題的喜悅。數學還可以培養毅力——就像每週練足球可以鍛練肌力，讓你在下一場球賽變得更強，每週做數學探索，即使你沒解出現在的問題，也可以讓你更有能力解下一個問題，不管是怎樣的問題。這是為何 MAA 會支持像美國數學競賽 (American Mathematics Competitions) 和普特南競賽 (Putnam Competition) 等計畫的原因。我們透過建立孩子們的樂觀心態、毅力和社群意識，來

幫助他們茁壯。你可能已經聽說，今年 (2016) 的國際數學奧林匹亞競賽，MAA 協助培訓的美國隊再度蟬聯冠軍。但你可能不知道，擔任美國隊教練的羅博深 (Po-Shen Loh) 也邀請其他國家的隊伍來一起培訓。你瞧，社群比競賽更重要。這種合作的佳例令新加坡總理印象深刻，還向歐巴馬總統公開致謝。這才是真正的遊戲：團隊之間進行友好的競爭。

遊戲是人類幸福的一部分，沒有遊戲，就不可能幸福。

如果數學有助於人類獲得幸福，在考慮怎麼教以及教什麼人時，我們就必須強調遊戲的角色。每個人都可以玩遊戲，每個人都樂於遊玩，每個人都可以在數學遊戲中得到有意義的經驗。

然而要教遊戲是很難的，甚至比講課還難！因為你必須對課堂上發生的任何狀況有所準備，但這也更有趣。遊戲的感受是讓探索式學習或其他各種主動式學習 (active learning) 那麼有成效的原因之

一。已經有明顯的證據表明，主動式學習可以讓學生學得更好。

今年在數學科學聯合委員會（Conference Board of the Mathematical Sciences）上，我和其他數學組織的主席共同簽署了一項聲明，提倡主動式學習，文件可在聯合委員會的網站上看到。如果你想查看主動式學習成效的證據，在這項聲明中附有背景資料。

所以，教學生玩吧。

人類的另一個基本欲望是：

2. 美 (BEAUTY)

沒有詩人的靈魂，無法成為數學家。

—柯瓦列夫斯卡婭 (Sofia Kovalevskaya) [K, p. 316]

我們之中有誰不喜歡美的事物呢？美麗的夕陽，絕妙的奏鳴曲，深刻的詩句，優雅的證明。

數學家 and 科學家對宇宙定律的簡潔、規律和有序感到驚歎，稱之為「美」。他們覺得這是超越一切的。為何數學的力量如此強大？諾貝爾獎物理學家威格納 (Eugene Wigner) 用「數學不合理的有效性」，來形容數學解釋自然科學的能力。愛因斯坦也問道：「數學既然是一種與經驗無關的人類思維產物，它怎麼能夠如此美妙的適應現實的客體呢？」

然而數學家並不以證出定理為滿足，我們往往還要尋找最佳的證明，亦即最簡潔或最悅目的證明。數學家用一個詞專門來形容這種證明——我們稱之為「優雅的」(elegant)。艾狄胥 (Paul Erdős) 經常提到上帝手中的「天書」(The Book)，一切

定理的最優雅證明都記在這本書裡。

用這種方式學數學，可以培養超越和喜樂的品

德。喜樂指的是秩序之美所帶來的驚奇、敬畏或愉悅。超越指的是接受整體奧祕的能力。體驗數學之美可以帶來超越性的喜樂。

如果數學有益於人類幸福，我們必須幫助他人看見數學之美。

但是美的概念不一而足，所以透過美來提倡數學的方法也必然會是多樣的——透過美術，透過音樂，透過模式，透過嚴格的論證，透過簡潔優雅但深刻的理念，透過這些理念在現實世界各個領域的奇妙應用。

人類的第三個基本欲望是：

3. 真理 (TRUTH)

Quid est veritas? (真理是甚麼?)

—彼拉多 [V, p. 153]

「真理是甚麼？」這個問題很重要，在今日尤其如此。每一天似乎都有更多關於假新聞如何影響2016年總統大選的討論。有些人鄙棄尋求真相的努力，說道「誰知道什麼是真的？」

然而在某些情境下，人們會不計代價追尋真理，特別是在事關重大時。當我父親罹患癌症時，我們想知道哪種療法有最大的治癒機會。我們必須要知道，因為這是他的生命所繫。



柯瓦列夫斯卡婭。(維基)



真理是什麼 (Quid Est Veritas)？耶穌和彼拉多。俄國畫家 Nikolai Ge (1831-1894) 作於 1890 年，現收藏於莫斯科 Tretyakov Gallery。(維基)

追尋真理一直是科學事業的核心。我用「追尋」一詞，是因為科學研究並不是去確認一些很容易驗證的簡單陳述，像是「我這杯咖啡是熱的」。反之，科學需要研究的是答案並非顯而易見的問題。「重力波是否存在？若存在，我們如何偵測？」這就需要追尋。我們先提出假說（「重力波存在」），然後設計實驗來檢驗假說。我們尋找證據，而如果發現了，我們仍要問：是否可能還有別的解釋？

數學家要證明或否證一個命題時，或許會從第一原理開始做邏輯推導，也可能是建構一個數學模型來回答問題。

這些方法培養我們嚴格思考 (rigorous thinking) 的品德：能夠妥善處理想法，用這些想法構築明晰的論證。此一品德對我們的每一生活領域都大有裨益。我們應該把這種推理能力用於公共事務，數學社群裡已有許多人在報紙上撰寫評論文章，這便是一種實踐。我們應該有更多人參與，才能塑造大

眾對於數學的觀感。

我建議學術機構應該重視教研人員所寫的公共議題文章。讀這些文章的人會多過讀我們任何學術論文的人。公共議題寫作也是學術活動，它涉及嚴格的論證，必須接受編輯審閱，而且——借用美國國家科學基金會 (NSF) 的用語——它的影響更廣大，且其影響在數位時代還能被衡量。

追尋真理會在我們心中先形成了謙遜的品德。牛頓說：「我不知道世人怎麼看我，但對我自己而言，我只不過是個在海邊玩耍的孩子，時不時為了發現一顆較光滑的卵石，或是一個較漂亮的貝殼而分心，而真理的大海在我面前卻全未探索。」[B, p. 407] 他的意思是：我們知道的愈多，就愈了解還有更多是我們仍未知的。而且我們學會在有反例表明我們的猜想錯誤時，能夠承認錯誤。事實上，我甚至要說，反例在數學裡有獨特的地位——我們讚揚反例。我們甚至拿它當書名，就像《拓樸學反例》或《分析學反例》。我們樂於承認自己犯錯！

所以當學生走上追求真理之路時，她便先有了某種謙遜之心。她以誠實和正直的態度，嚴格的處理想法。她看重真實性，明確區分差別，這是知性謙遜的美德，是我們所珍惜的。我認為 2016 年兩黨的政治論述都缺乏謙遜。我希望在公共領域能有更多的知性謙遜。

我們必須在教學中塑造謙遜的品德，而且我們應該明確告訴學生，由此培養的謙遜美德可以讓他們終身受益。我們能教給學生的一項最重要技能，是讓他們能知道自己的論證何時錯了。在座有多少人曾在考試中出過極難的問題，然後收回來的是學生胡謔亂寫的解答，希望能碰運氣得到一些分數？我

正義女神。壁畫（部分）。Luca Giordano（1634-1705）作於義大利佛羅倫斯 Palazzo Medici-Riccardi。（維基）

現在在考試時都明確告訴學生，即使她寫的是不完整的證明，若是能誠實交代哪裡有漏洞，我會多給一點分數。用這種方式，我收到的是更加認真思考的答卷。

數學還能培養審慎的品德。我們知道論證的極限，我們不會過度推廣。我很喜歡我的朋友史威爾（Rachel Schwell）的說法：「我想數學有助於我比較不會對人以偏概全。比方說，我不會因為某人很窮，就認為她沒受教育，就像我不會因為一個數是整數，就認為它是正數。即使我知道它非負，也不能因此認定它是正的，雖然就概率言，它可能是正的！所以我不會冒然做這種自動聯想。」

我們能否幫助學生理解，審慎的品德對人生十分重要？

人類的第四個基本欲望是：

4. 正義（JUSTICE）

正義。隨時準備承認：他人，與我們當場看見他（或想到他）時所讀到的非常不同。更確切來說，在他身上讀到的肯定有所不同，而且和眾人在他身上讀到的也許全然相異。

人人皆無聲哭喊，渴望被另眼閱讀。

—西蒙娜·威伊 [W2, p. 188]

明美（Akemi）唸大學時是跟我一起做研究的學生。她連結對局論和種系發生學（phylogenetics）的創新論文發表在一本評價很高的數學生物學期刊上。她進了一所頂尖的研究型大學攻讀博士，所以當我聽到明美讀了一年就放棄時，感到非常訝異。

她告訴我很多負面經驗。她的指導老師一直很不



願意跟她會面討論，而且女性的身分讓她得面對不愉快的處境。她舉了一個例子：

有一門課，我的作業從開始就一直得到 10/10 的評分，打分數的是助教。有天，傑夫〔一個共同的朋友〕告訴我，他跟助教出去玩，席上有人問助教分析課上得怎麼樣。他不停談著有個叫明美的「傢伙」，「他」的作業寫得多好，寫得多清晰等等。傑夫告訴我我是女生時，助教聽了嚇了一跳。（傑夫會說這件事，是因為有人從我的名字看不出性別，而且發現後居然反應那麼大，他覺得很好笑。）自此之後，我的作業評分掉了許多，考試給分也很嚴苛——扣分的理由大多很含糊，像是「請詳述」。我並不覺得我對課程的理解這麼快或這麼大幅的突然下降……

希望你也同意，這種情形很不對勁。如果你胸中湧起一股怒意，那你正體驗到幸福的徵兆：爭取正義的渴望。正義意味著把錯事導正。而正義感是促成行動的強大推力。

人類的幸福需要正義。我們公正對待他人，也被人公正對待，我們才能有幸福，體驗到 shalom（平安祥和）。

西蒙娜瞭解到若要矯正不義，必須改變我們怎麼看待他人：「在他身上讀到的肯定有所不同，而且和眾人在他身上讀到的也許全然相異。人人皆無聲哭喊，渴望被另眼閱讀。」

在急著譴責明美的助教之前，我們必須先明白：以別種方式閱讀他人，得從我們自己開始。那位助教可能甚至沒察覺他做了什麼事。這是潛在偏見的問題：下意識的刻板成見幽微的影響了我們的決策。我擔任 MAA 主席期間的一項寶貴經歷是參加了一個關於潛在偏見的工作坊，我在那裡深深明白，即使我盡量避免，還是免不了有偏見。我們都帶著偏見而不自覺。無數實驗確認了以下這種結果：當收到兩份幾乎相同的履歷表，其中一份用的是刻板印象較偏愛的名字，另一份是刻板印象較負面的名字（例如女性、少數族裔等），評選者給前者打的分數會較高。即使評選人來自刻板印象較不利的群體時，依然如此。

這就是為何作業規範很重要。MAA 現在有一份挑選委員會成員的參考文件，稱為〈避免潛在偏見〉（Avoiding Implicit Bias），其中列出許多研究證實可以減少潛在偏見效應的行為準則，例如有充裕的決策時間，擴大候選人的來源。即使你不相信有偏見，這些仍是很好的做法。現在每當

MAA 要指派委員會時，都會派發這份文件。

你看，我們已體認到，即使人們是公正的，即使他們希望公正，但如果社會的結構和行為慣例是不公的，這個社會可能就是不公的。唯一能讓整個社會都幸福的，是這社會必須是公正的。人們常說，要知道一個社會公正與否，就看它如何對待最弱勢的成員。

所以，我以最謙卑的心來問：我們是否是一個公正的社群？

若你相信數學有益於人類幸福，而且我們教數學是要協助人們獲取幸福，那麼只要環顧一下現場，你會看到，我們並沒有幫到我們所有的學生。數學社群的成員結構，和美國整體的人口結構並不吻合。有些群體被我們整個遺棄掉，使得他們未能在數學這一行得到生涯發展的好處。

所以我們必須談論種族，但這很困難。它會引發複雜的情緒，尤其因為我們國家在過去一年發生的種種，所以更是如此。在數學社群裡，我們要做到能夠更自在的談論種族，能傾聽彼此的經驗，且願意承認它的存在。若你想以有尊嚴的方式對待他人，那麼當他們受傷時，你不會漠視他們的傷痛。你會問：「你遭遇過什麼痛苦？」

僅僅說「我沒想過種族」是不夠的。因為在團體裡，一個成員怎麼做會影響到全體。對於我們這些來自少數種族的人，我們沒有本錢說「我沒想過種族」，因為種族議題無時無刻不在影響我們。所以我想建議各位，讓我們每個人都試著展開對話，讓我們勤於傾聽，審慎發言，而且當有人說錯話時，能彼此不計較。一旦我們開始對話，這些都會發

生，當有人犯錯時，我們需要有包容的雅量——這遠勝過互不交談。

既然要有對話，我先來起個頭吧。我在德州長大，住在一個白人和拉丁美洲裔混居的地區。我很早就知道我們家的習慣和我朋友不同——我的穿著不同，飯盒裡的食物也不同——凡此種種造成我難以融入。我想當白人。不要拉美裔，因為白人比較受人尊敬，而亞裔的我總是落單。我找不到可效法的亞裔美國人楷模，所以我努力學白人的舉止，即使我一點都不白。

但是另一方面，在華人社群裡，我也是難以融入。我不會說中文，舉止不像華人。在中國餐館裡，我被當成白人。你可知道，正宗的中國餐館通常會有一份特殊菜單，一份只給華人看的祕密菜單？真正的好東西都在那裡。但是除非我主動索取，否則他們不會拿給我。其實他們還勸阻我說：「你不會喜歡那份單子上的菜。」

換成數學，我們會把祕密菜單給誰看？我們會栽培誰去學更多數學課？我們會勸誰不要去瀏覽祕密菜單？

請別誤會，我不是要抱怨我的種族，當個亞裔有時也是有好處的。人們會期待我在數學和科學表現較好，相信這也是我學得好的原因之一。因為現在有一個公認的理論叫「期望效應」（expectancy effect），它指出老師的期望會影響學生的表現。

我第一次不覺得是少數族群，是在搬到加州之後，那裡有很多亞裔美國人。在德州，我常被問：「你英文真好！你是從哪兒來的？」
「德州。」
「不，我問的是你真正從哪兒來？」

這在加州從不會發生，在加州有一種自由感，因為我不再遭遇這類言語的芒刺。

近年來，我已經習慣在數學研討會上看到一大片的白色臉孔。所以當我被選為 MAA 主席時，連我自己都有點訝異，居然有位專談亞裔美人種族議題的知名部落客注意到此事，而且還特別寫了一篇文章。這位作者署名「亞洲怒漢」（Angry Asian Man），他在 MAA 網站上看到歷屆主席的照片。推算起來亞裔數學家應該人數不少，但他看到除了我之外，歷屆主席都是白人，所以他把文章取了一個反諷的標題：〈總算，有個數學好的亞洲人了〉。

我是 AMS（American Mathematical Society，美國數學學會）和 MAA 裡第一個來自有色人種的主席。當你考慮誰會是優秀的領導者時，很容易忽略少數民族，亞洲人當然也在內。這或許並非故意的，當被問到誰適合擔任這個或那個職位時，你想到的常會是類似現在在這位置上的人，潛在偏見很容易就這麼滲入了。

我是因為深愛著數學社群才提出這項討論。我希望大家都能幸福，而且有一些辦法可以讓我們做得更好。

2015 年時，我很榮幸能參與籌辦 MSRI-UP 計畫，這個暑期研究計畫主要是針對弱勢背景的學生：家中第一個大學生，拉美裔或非洲裔的小孩等。我請他們協助我準備這場演講，告訴我他們學數學時遭逢的障礙。

其中一位在那年暑假表現很棒的學生，告訴我她回校後上分析課的經驗。她說：「雖然課程很難，但更困難的是承受教授的羞辱。他讓我們覺得我們的資質不配學數學，甚至勸我們去改唸『較簡單』」

的專業。」因為如此，再加上其他經驗，結果她轉去讀工程。

容我說清楚：絕對沒有什麼好理由去告訴學生她不配學數學。那得由學生自己決定，而不是你。你只看到了她進展過程中的片段，但你沒看見整個軌跡，你無法知道她在未來會如何成長、茁壯，但你可以幫助她達成。

當然，如果學生想繼續走數學這條路，你應該坦率直言，告訴他們還需要精進哪些技能；但如果你把數學看成能幫助他們獲得幸福的手段，何不鼓勵他們多學數學呢？

那年暑假的另一個學生奧斯卡，也告訴我他主修數學的經驗。因為背景的關係，他和同學不一樣，進大學之前沒有預修任何學分。他說：

然而上複變課時，我才發現我一路走來和別人大不相同。有位同學在黑板上解題，過程中涉及一些複雜的推導。那同學省略了很多步，只交代說：「我想這裡的代數不必詳述……畢竟我們都是跳級免修微積分的！」教授也認同的點點頭，有些同學還笑出聲來。我輕聲指出，我是上大學後才學微積分的。教授真的很驚訝，說：「哇，我不知道這事！有意思。」對於我不是數學生涯上一路順遂的「典型數學系學生」，我不知道該覺得驕傲還是羞愧。我是對自己起點落後還能唸數學感到一絲驕傲，但我也忍不住覺得我似乎根本沒資格修那門課。

奧斯卡之所以能修那門課是因為另一位教授的大力支持。奧斯卡又說：

她提供我第一個研究機會，而且總是鼓勵我研讀更難的數學。我也能向她吐露身為數學系少數族群的種種內心掙扎，因為她是女性，所以能感同身受！我的複變分析教授後來也成為我的指導老師之一。我想那對她不過是個有趣的時刻，因為她當時沒想到她的反應會傷到我（而且我也不覺得那是她的錯！）。情形比較像是，我因為是數學背景很弱的少數族群而產生不安全感，至於她的反應只是雪上加霜。

請注意，奧斯卡的背景並不「弱」，他的背景很標準。

我很高興能跟大家報告，奧斯卡和他那年暑假的營隊夥伴，剛有一篇論文發表在 AMS 的期刊上，奧斯卡現在唸研究所了。

奧斯卡的故事告訴我們有人支持的重要性，若有一位老師願意說：「我看到你了，我想你在數學上有前途。」這對於弱勢群體和女性格外重要，因為已經有太多聲音在說他們根本不行。你願意當那位支持者嗎？

如果我們教數學的目的是要幫助學生獲得幸福，那麼我們就不該設定框架，使得背景不好的聰明學生處於弱勢，或是讓他們覺得格格不入。我知道這在學生之間會不經意發生，但我們身為教師，必須為系上文化把關。當我在哈佛讀研究所時，系裡有一門普通微積分課，另有一門榮譽微積分課叫 Math 25，在這之上，還有一門給數學背景非常強的人讀的超級榮譽班叫 Math 55。諷刺的是，我經常遇到榮譽班的同學覺得自己不適合唸數學，只因為沒進到超級榮譽班。我必須一直安撫他們說「背

景並不等於能力」，我有時希望研究所甄選也能記住這點：「背景並不等於能力。」正如我的朋友韋列茲（Bill Velez）所說的：如果你希望你的博士班有更多有色人種學生，那你必須停止用背景來選學生，開始改用能力來選學生。然後，支持他們。已經有太多聲音對他們說，他們不屬於這裡。所以，當一個支持者！

我知道我們的社群追求公正，想做對的事，所以如果你想和學生或同事展開對話，但不知如何開始，有個第三人或許會有幫助。我很願意擔任第三人。我在協會通訊 *MAA FOCUS* 上寫了一些關於這類課題的文章，文章也都放在我的網頁上。你不妨請學生先讀這些文章，然後再跟他們討論。我保證花這些時間是值得的。

因為我們不是數學機器。我們活著，我們呼吸，我們有感覺，我們會流血。如果你的學生陷入掙扎而你視而不見，他們的學習會斷線而無效果。如果數學不能深刻連結到某些人類欲望：遊戲、尋找真理、追求美感、爭取正義，那我們何必還要在乎數學？你可以當那個連結者。

所以，讓我向在座的各位提出挑戰。找一位你知道遇到困難的學生，當他們的長期支持者。方法之一是到數學聯盟（Math Alliance）上登記當指導老師。這項由科茲可（Phil Kutzko）主持的計畫，旨在確保每位有天分且有志深造的弱勢美國學生，能有研讀數理科學博士學位的機會。

找出一位學生，當他們的支持者！當那個對學生說「我看到你了，我想你在數學上有前途」的人。當那個幫他們尋找機會的人。當那個把他們拉向美德的人。當那個若他們翹課時打電話問他們「一切

可好？最近過得如何？」的人。

我知道我請求的事並不容易，而且很花時間。

但我們是數學家……我們知道如何處理困難問題。我們有貫徹到底的毅力。我們有謙遜之心，在犯錯時願意認錯，而且能從中學習。我們有樂觀態度，相信我們的苦工不致白費，有超越的信念，相信我們的耕耘，最後能在學生身上看到成果。

因為我請求你做的是你在師生關係中早已知道，可以把我們都拉向美德的事。

我要求你的是：

5. 愛 (LOVE)

我若能說萬人的方言，並天使的話語，卻沒有愛，我就成了鳴的鑼，響的鈸一般。

—使徒保羅 [N, p. 2017]

愛是最偉大的人類欲望。愛人或被愛都是人類幸福的最高標記。因為愛促成所欲——遊戲、真理、美和正義——同時也被所欲促成。

人人皆無聲哭喊，渴望被另眼閱讀。每個人都默默渴望被愛。在獄中的克里斯多夫不只是一要尋求數學建議，他也是在尋求連結，期望有人能來到他的數學空間，對他說：「我看見你了，我和你一樣對數學有超常的熱情，你是屬於這裡的。」

在讀研究所時，我曾深陷絕望，和一位說我不屬於這裡的教授，為了許多與學業無關的事而爭執，甚至已經確定自己待不下去而開始找工作，此時有位教授來找我，成為我的支持者。他說：「我寧可你來我這兒，而不是放棄。」所以我站在這裡請求各位，去找出陷於掙扎的學生，愛他們，當他們的



愛與美的女神維納斯的誕生。Sandro Botticelli (1445-1510) 作於 1484-85。現藏於義大利 Uffizi Gallery。(維基)

支持者！

最後，我要以西蒙娜·威伊的這段省思做結。她與自己在數學上的不安全感搏鬥後，看見了通過掙扎獲致美德的道路，而且她掙扎的經驗或許也能幫助別人。她寫道 [W1, pp. 115–116]：

全心全意愛人，只不過在於能對他說：「你遭遇過什麼痛苦？」這是認識到受苦者並不僅僅是集合裡的一個單位，或是「不幸者」這個社會範疇的一個樣本，而是感受到他也是人，和我們完全相同，只是在某一天被傷痛打上了特殊印記。因此，知道如何注視他便已足夠，且也是必須做的。

這種注視首先需要全神貫注。讓靈魂先清空自己的內在，以接納被注視者，接納原原本本、真真正正的他。

這唯有專注的人才能辦到。

於是，看似悖謬的是，即使是一篇寫壞的拉丁文作文或一道解錯的幾何題，只要我們付出正確的努力，或許有朝一日會有大用。當機會來臨時，它會讓我們更能夠在受苦者最困窘的時刻，給予他們真正需要的救助。

對於能夠掌握這項真理，且願意把這個果實分享給他人的青少年，學習可以有最完滿的心靈效用，這是與其他任何宗教信仰大不相同的。

學術領域裡蘊藏了珍珠，它稀有到值得我們賣盡一切家產、不留分文以換取。

西蒙娜·威伊發現了透過掙扎獲致美德的道路。她理解數學有助於人類幸福，而且數學經驗與愛是不可分割的！

一起賞玩數學問題的朋友間的愛。

共同培養出品德的師生之間的愛。

像美國數學協會這樣的社群裡的愛，我們在這裡彼此合作，邁向共同的目標：透過數學所塑造的知識和品德，幫助每個人獲得幸福。

感謝各位給我機會在這兩年為大家服務。Shalom and salaam，我的朋友。祝平安如意。願你和你所有的學生都能獲得幸福。☺

本文參考資料請見〈數理人文資料網頁〉
<http://yaucenter.nctu.edu.tw/periodical.php>

本文出處

本文改寫自蘇宇瑞 (Francis Edward Su) 2017 年在 AMS 與 MAA 的聯合數學大會上，為美國數學協會主席任期屆滿所做的卸任演說。本文譯自 Su, Francis Edward "Mathematics for Human Flourishing" *The American Mathematical Monthly* 124 (2017) No. 6, MAA。本刊感謝作者與 MAA 同意轉載翻譯。

譯者簡介

趙學信，網站工程師。兼事翻譯、寫作。

延伸閱讀

► Kevin Hartnett "To Live Your Best Life, Do Mathematics", *Quanta Magazine*, 2017/02/02。這是 *Quanta Magazine* 對本文作者之訪談，頗值一讀。

<https://www.quantamagazine.org/math-and-the-best-life-an-interview-with-francis-su-20170202/>

► THE MATHEMATICAL YAWP 是本文作者經營的最新部落格：裡面有本文的原文。

<https://mathyawp.wordpress.com>

不過文中提到 *MAA FOCUS* 專欄的文章，在還未完全移到新部落格之前，也可參看他單位首頁中的連結：

<https://www.math.hmc.edu/~su/>