

# 我在普林斯頓高等研究所的經歷

## 1979 幾何分析年

作者：丘成桐

作者簡介：丘成桐為哈佛大學數學與物理教授，費爾茲獎、克拉福德獎、沃爾夫獎、格羅斯曼獎得主，中央研究院院士。科普著作有《丘成桐談空間的內在形狀》，並為《數理人文》主編。

### 緣起

我在 1977 年到 1978 年這個學年接受我的老師陳省身先生的邀請訪問母校柏克萊大學，我在訪問柏克萊這段日子，和我從前的學生孫理察（Richard Schoen）一同解決了廣義相對論裡著名的正質量猜想。由於我前年完成卡拉比猜想（Calabi conjecture）的證明，所以很得到陳先生的器重。

我和陳先生的日常交談，除了學問以外，也牽涉到學術行政的種種問題。他跟我提起他和辛格（Isadore Singer），教授正在向美國自然科學基金申請經費來支持柏克萊建立一個數學研究所（他們在 1981 成功的申請到政府的經費，建立了以後叫做 MSRI 的數學研究所），陳先生希望我留在柏克萊做教授，幫忙建立這個研究所。另一方面，他也向我指出世界數學家大會在 1978 年夏天會召開，他在這個大會中擔任學術委員會中的一分子。伯瑞爾（Armand Borel）教授是委員會的主席。這個委員會負責從全球數學家挑選大會的演講者。陳先生竟然對我作破格的提拔，向伯瑞爾教授推薦我在大會中做一個小時的報告，使我受寵若驚。但當時我才 29 歲，少年氣盛，竟然沒有覺得當之有愧。畢竟在那幾年，正是幾何分析萌芽而趨於成熟的階段，我的朋友和學生們都為我們創造的方向和得到

的成果覺得興奮和驕傲。假如我能夠向全世界數學家解釋我們的工作，會是很好的事情。

陳先生跟我說伯瑞爾教授對我印象很好，這使我非常興奮，因為伯瑞爾教授學問博大精深。開創了數學上幾個不同的領域。但是他自律極嚴，不苟言笑。他從小在瑞士長大，對他來說，一切都得有條有理，不可改變。年輕的數學家望之生畏！但是有趣的是，大部分博士後或訪問學者在訪問高等研究院後，他們覺得最值得回憶的就是和伯瑞爾教授的交往。

### 高等研究院博士後：1971 年到 1972 年

記得我剛得到博士學位後，由陳先生推薦到高等研究院做過一年的博士後，伯瑞爾教授在高等研究院有很長久的歷史了，高等研究院的主要活動即使不是他主持，他也會積極參加的。所以我在 1971 年時已經和伯瑞爾教授有相當程度的交往。

我在高等研究院這一年的工作可以說是我做學問的第一個轉捩點，在這期間，我不再考慮無限群和曲率的關係，而開始涉獵最小子流形和複幾何的研究，這些工作和高等研究院幾位教授的工作關係不大，但是聆聽這些大師們的演講和和他們交流，卻也學到不少數學中不同領域的學問。當時伯瑞爾教



陳省身與丘成桐。1992 年攝於臺灣中央研究院。



辛格（1977年 George Bergman 攝，維基），伯瑞爾（1975年 George Bergman 攝，維基），博特（1972年 George Bergman 攝，MFO）。

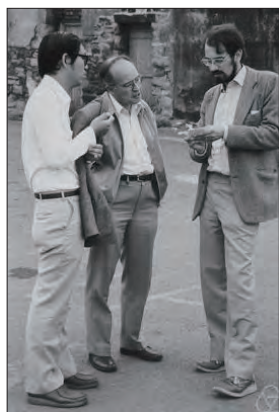
授邀請到在哈佛大學的名教授博特（Raoul Bott）來主持拓樸學中的葉層（foliation）理論。

高等研究院的教授阿提雅（Michael Atiyah）和辛格，帕托迪（Vijay Patodi）則在考慮奇維數空間的指標理論，這些理論牽涉到陳先生和西蒙斯（James Simons）合作的工作。阿提雅教授的助手希沁（Nigel Hitchin）和我很熟悉，我們每天中午和晚飯都在一起，希沁今年 70 歲，比我年長三歲。他對幾何學有很大的貢獻。除了希沁外，年青的博士後還有吉賽格（David Giesecker），及一批日本和印度來的年輕人，我們終日談天說地，真是樂也融融。除了博士後外，也有當時已經成名的學者來訪問，講他們最近的工作，蘇利文（Dennis Sullivan）就是一個重要的例子，他在 1972 年春天講述他剛剛完成的有理同倫論（rational homotopy theory）。過了很多年後，吳文俊教授再度考慮這些問題。

有趣的是博特教授雖然會聚了天下做葉層的專家在高等研究院講學，當時在葉層領域裏最重要的工作却由一個尚未畢業的柏克萊學生瑟斯頓（William Thurston）得到，博特教授還派了專人到

柏克萊問教於瑟斯頓。這件事情對我印象深深刻，從這裡可以見到西方人求學的精神。

那一年釣魚台運動在美國還是相當盛行，很多中國留學生崇拜文化大革命，我也花了一些時間去參加他們的活動。比較激烈的有沈平和莫



（由左至右）丘成桐，阿提雅與希沁。（1982年 Dirk Ferus 攝，MFO）

宗堅，他們都想趕快回中國參加文化大革命。

我和莫宗堅本來約好跟隨博靈（Arne Beurling）教授學陶伯理論（Tauberian Theory）。但是心思不集中，終究沒有和博靈做深入的交流。

這一年我雖然和伯瑞爾教授間中見面，卻不敢班門弄斧，接觸不多。但是我在 1972 年冬申請在高等研究院做多一年博士後時，伯瑞爾和阿提雅都覺得我的研究還不錯，讓我多留一年，在當年，這算是很不容易的事情了，因為高等研究院數學所大部分時間只願意讓博士後停留一年。結果由於簽證的緣故，我沒有在高等研究院多留一年，選擇到紐約石溪大學做助理教授。

### 伯瑞爾教授的邀請

六年後，陳先生和伯瑞爾教授談到我時，我的學問大概已非吳下阿蒙了。記得在 1978 年春天有一天，我正在柏克萊的辦公室和朋友討論數學時，接到一個電話，電話傳來「我是伯瑞爾。」我嚇了一跳，立刻正襟危坐，靜聽以待。原來伯瑞爾教授要求我幫忙在高等研究院主持一個幾何年，從 1979 年秋天開始。在我還沒有反應過來前，他問我在史丹福或柏克萊的一年薪酬是多少，我據實以告後，他有一分鐘不做聲。然後給我一個高等研究院能夠提供的數字，我現在已經不記得是多少了，大約是我薪酬的四分之三吧。然後他說我是主將，非來不可！雖然我覺得難以拒絕一位我尊重的老教授給我的榮譽，我還是使用了渾身解數，才爭取到推遲一天才作出決定的機會。由於我訪問柏克萊大學時，我太太沒有和我在一起，我需要先徵求她的意見。



2004 年卡拉比和丘成桐攝於哈佛科學中心。

對我們夫妻來說，這是很困擾的事情，因為我們結婚不到兩年，但已經分開大半年了，我們不想再分開一年。不過她兩年前在普林斯頓的電漿物理研究所做事，她的一個同事是塞爾伯格（Atle Selberg）教授的夫人，所以我太太知道普林斯頓高等研究院的份量。最後她勉強地同意我在 1979 年訪問普林斯頓一年。解決了家庭問題的同時，我得去請教陳先生，我開始抱怨說高等研究院給我的報酬不夠，對我的家庭是一個負擔。但陳先生跟本不想聽任何理由，他只說了兩句話：「高等研究院正在考慮要聘請你，你還是去吧。事情就這樣決定下來了。」

這是 1978 年春天的事，我擬了一個名單給伯瑞爾教授，要求高等研究院邀請他們來參加 1979 年的幾何分析年，其中有一些是我指導過的博士，伯瑞爾教授照單全請，但是伯瑞爾教授做任何事都力求完美，他在全球各地搜索了一遍，加多了五六名和幾何分析有關的學者，結果濟濟一年。這些事情，都是他努力在做。在 1978 年 8 月我在芬蘭赫爾辛基世界數學家大會作了一個小時的報告後，伯瑞爾教授表示他很欣賞我的工作，我也很高興。

我再次見到他的時候，是在 1979 年 9 月了，我當時還是史丹福大學的教授，數學系批准了我留職停薪。我太太在聖地牙哥一個公司做物理研究的工作，和她父母住在一起。而我和母親住在一起。由於工作的緣故，我太太沒有辦法到普林斯頓來，我母親則搬到芝加哥和我弟弟住在一起。所以我將我在帕羅奧圖的小房子租了出去（大概是租給來史丹福訪問的楊健平夫婦吧），開始安排訪問普林斯頓。

我在史丹福大學有四個研究生，他們跟我一起到

高等研究院。我自己坐飛機到普城，有一個美國學生叫做麥克拉茲（James Mckraz），他開我的車子橫跨三千多哩由史丹福到普林斯頓，也帶了我一些行李，由於購買車子而言，對一般學生來說，還是有點負擔的，所以麥克拉茲很高興他有機會在這段時間開我的車子。到了普林斯頓後，我租了一個高等研究院的公寓，二房一廳再加一個書房，麥克拉茲要求我租給他其中一間房間，我也很高興地讓他住了。（但是直到今天，房租還沒有著落。）以後我才知道，我另外一個學生克勞茲（Richard Klotz）大發脾氣，認為我太過偏心。

## 普林斯頓高等研究院的幾何分析年

### 各路英雄一同組織討論班

到了高等研究院後，見到了不同國家，不同地方的幾何分析學家，大家都還年輕，都很興奮，重要的領袖有卡拉比（Eugenio Calabi），孫理察，烏蘭貝克（Karen Uhlenbeck），賽門（Leon Simon），奧邦（Thierry Aubin），希爾德布蘭特（Stefan Hildebrandt），蓋哈特（Claus Gerhardt），布居農（Jean-Pierre Bourguignon）等人，但在普林斯頓附近的學者參加的人數很多，除了普林斯頓大學的鄭紹遠，滕楚蓮外，還有羅格斯大學的崔弗（François Trèves），紐約大學的尼倫伯格（Louis Nirenberg），契格（Jeff Cheeger），賓州大學的卡茲當（Jerry Kazdan），基勒（Wolfgang Ziller），科洛克（Christopher Croke）。比較年輕的幾何分析學者如陶布斯（Clifford Taubes），帕克（Thomas

Parker)，崔柏格斯 (Andrjes Treibergs)，布萊恩特 (Robert Bryant) 等都來參加我們的討論班，他們以後都是成名的學者。



普林斯頓高等研究院。(Eecc攝·維基)

高等研究院 9 月開始，我召開第一次會議，討論如何規劃幾何分析年的運作方式。報導出來後，所有有關人員都來了。我建議每個禮拜都進行兩個討論班：一個討論班專注在最小子流形有關的幾何分析，另外一個專注於複幾何，度量幾何和廣義相對論有關的幾何分析。除了這兩個討論班外，高等研究院數學學院每個禮拜還有一個會員討論班，有時也包含一些幾何分析的討論。

由於幾何學上幾個大問題都在這幾年由分析方法解決，但是還有很多大問題還須解決，大家摩拳擦掌，希望幹一番大事業，比較年長的卡拉比先生當時也不過 56 歲左右，他和我多有討論，他開始發展卡拉比流和仿射幾何的理論。由於我向他解釋我正在用調和映射的理論和重新證明馬古利斯 (Grigory Margulis) 著名的超剛性 (superrigidity) 的理論。(在凱勒流形 [Kähler manifold] 的時候，蕭蔭堂已經將我和他討論的結果拿去發表這方面的結果。) 他提示我要注意他對松島與三 (Yozo Matsushima) 在消滅定理 (vanishing theorem) 重新證明的關係，以後我和佑斯特 (Jürgen Jost) 真的將這個理論用上。我覺得每次和卡拉比先生交流，都得益不少。

### 我個人在這一年的工作

◆ 在這一時間，我繼續研究由卡拉比猜想所引起的種種問題，我在柏克萊時，已經和鄭紹遠完成了凱勒 / 愛因斯坦度量 (Kähler-Einstein metric) 在帶奇點的情況下和在非緊流形的存在性，也已經開始策劃如何找出纖維叢上相應的度量。事實上，我在史丹福時，已經注意到最自然的纖維叢度量應該是從推廣在複曲面上反自對偶方程 (anti-self-dual) 到高維的複流形上的纖維叢得到。在 1977 年時，楊振寧有一篇文章指出反自對偶方程可以在複二維幾何時，可以寫得比較簡單。當時我剛完成卡拉比猜想，在這個基礎上，我推廣這個方程到高維空間並猜測它的存在性和纖維叢的穩定性有密切的關係。三年後，我和烏蘭貝克完成了這個重要的工作，這個工作無論在代數幾何或是物理學的應用上，都是極為重要的結果。

◆ 除了和凱勒 / 愛因斯坦度量有關的工作外，我和孫理察繼續我們對最小子流形和正數量曲率流形的關係，我們首先證明正黎奇曲率 (Ricci curvature) 的完備非緊緻三維空間 (complete noncompact three dimensional space) 必然和歐氏空間同胚 (homeomorphic)，這個定理可以說是龐卡赫猜想中第一個非尋常的例子。

談到龐卡赫猜想，我得說我在 1979 年秋天到康奈爾訪問漢米爾頓 (Richard Hamilton) 先生，我

們一見如故，他正在考慮黎奇流的存在性問題，我說從艾爾斯（James Eells）和山普森（J. H. Sampson）的工作來看，這是很自然的想法，我也考慮過它的存在性，但有很大的困難。我沒有想到漢米爾頓先生有這麼大的毅力，繼續堅持做這個問題。在結束我在康奈爾的訪問時，他將他僅存的精美博士論文送我，他的論文討論黎曼面，極有深度。一個有趣的插曲是我從康奈爾的小城回來時，坐很早的飛機，那天是美國的感恩節，機上坐滿了乘客。我在機上睡著了，服務員沒有叫醒我，我坐同一部飛機飛到芝加哥。飛到半途，才知道在紐約沒有下機。但是美航也不錯，安排我吃一頓中飯，再回程到紐約。回到普林斯頓，鄭紹遠問我去了那裡，我說去芝加哥飛機場玩了一下就回來了。

◆ 這一年的秋天，我在討論班作了一個我和蕭蔭堂合作的一個報告，這個工作剛在《數學年刊》（*Annals of Mathematics*）上出現，在作報告時，我發現在我們文章的假設下，那些流形都是歐氏空間，文章變得意思不大，所以需要修正，我們修正了，我也瞭解到對這種流形有所謂間隙現象（gap phenomena），我見到幾個幾何學家，包括格羅莫夫（Mikhail Gromov）在內，向他們解釋，大概我沒有及時將文章寫好，以後文獻都說是格羅莫夫的想法。

蕭蔭堂在訪問我的期間，我建議做一個問題，就是完備而非緊緻凱勒流形的緊緻化問題，我們成功地解決了其中一個特例，就是體積有限而曲率極負的情形。過了好幾年後，我又建議鍾家慶和莫毅明繼續做更一般的情形，還算成功。其實我提出這一系列的問題，受到伯瑞爾教授的影響，我在高等研

究院時，看到伯瑞爾教授一些主要工作都和緊緻化有關，用了大量的李氏理論，我個人認為這些幾何問題還是用幾何分析方法比較合適，幾何方法也應該提供更多的幾何訊息。這是一個龐大的計劃，到現在還沒有全部完成。其中一個問題就是流形上的  $L^2$  上同倫（ $L^2$  cohomology）和緊緻化空間的關係，在局部對稱的空間，這個問題叫做扎克猜想（Zucker conjecture），伯瑞爾教授本人就花了五年功夫去解決這個問題，最後由我在普林斯頓大學的兩個學生塞普（Leslie Saper）和史騰（Mark Stern）用幾何分析的方法解決了。（在同一時間，荷蘭的盧言加〔Eduard Looijenga〕教授用群表示論也得到同樣的結論。）

◆ 我和鄭紹遠及李偉光的合作，在來到高等研究院前已經開始了，主要是在拉普拉斯算子（Laplace operator）的譜分析（spectral analysis）上的工作。記得我在 1975 年時寫了一篇文章，在流形的直徑，體積和黎奇曲率的條件下，我用等周不等式的辦法，對第一特徵值做了一個不錯的估值。這個方法由科洛克在他芝加哥的博士論文推廣，得到注意。在 1979 年時，我和李偉光推廣了李偉光博士論文的工作，發現第一特徵值的下界只須要直徑的上界和黎奇曲率的下界。因為鄭紹遠已經得到特徵值的上界估值。布居農說這是一個完美的工作，當時我們只在乎第一特徵值和幾何的關係，這是值得滿意的工作，過了幾年後，鍾家慶到史丹福訪問，得到李偉光的指導，加強了我們的常數估計，當然是不錯的工作，因此得到國內數學家的讚賞。但是有點奇怪的事，過了很多年後，有國內學者用所謂機率方法重証這些工作，竟然名動一時。



(左到右) 邦比耶里 (維基)，廣中平佑 (2004 年 Herwig Hauser 攝，MFO)，曼弗德 (2012 年 Gert-Martin Greuel 攝，MFO)。

在 1980 年時，伯瑞爾教授在做扎克猜想時，他很想知道如何對熱核估值，跑到我的辦公室來問我。我和鄭紹遠，李偉光討論，很快得到結果，這篇文章發表在《美國數學期刊》(American Journal of Mathematics)，得到重視，一年後，契格、格羅莫夫和泰勒 (Michael Taylor) 用所謂波動方程來得到同樣的結果。但是他們却不斷的表達他們的優越性。

### 參加人員的活動

這個幾何分析年對每一個參加的幾何學家都有深遠的影響：我們主動的互相交流，不同方向的想法融合在一起後，產生璀璨的火花。即使從前認識的老朋友，來到這個群賢會聚，生活在一起，有不同的想法，例如烏蘭貝克在兩年前和沙克斯 (Jonathan Sacks) 證明了極為重要的最小子流形的定理，使我欽佩異常，我建議蕭蔭堂用她的工作來證明著名的傅倫科猜想 (Frenkel conjecture)，那是一個很滿意的合作。這一年，她到了高等研究院後，開始研究纖維叢上的規範場理論，她和我多有交流，以後完成了上述的厄米爾特楊 / 密爾斯 (Hermitian Yang-Mills) 的存在性工作，她的工作也成為多納森 (Simon Donaldson) 在四維空間拓樸學的突破基礎。這些都是數學上重要的工作。

孫理察和賽門則對高維的最小子流形作了重要的基礎工作。我的博士學生崔柏格斯在這一年完成了閔可夫斯基空間 (Minkowski space) 裏面最大類空間超曲面 (maximal spacelike hypersurface) 的分類工作，崔柏格斯能力很強，但是太過謙虛，得不到他應該得到的重視。由於正質量猜想的證明，

孫理察和我也很想知道物理學家的想法，我請了普林斯頓的物理學家給我們解釋當時廣義相對論的進展，其中有拉帕狄斯 (Alan Lapades)，佩瑞 (Malcolm Perry) 等人，最重要的當然是潘洛斯 (Roger Penrose)。他是一代大師，嚴格的黑洞理論由他和霍金創立，他很器重孫理察和我的工作，特別為我們做了三個精彩的演講，他提出其中一個問題，對我有深入的影響。他提出要研究準局部質量 (quasi-local mass) 的問題，他和霍金在這個問題貢獻不少，但是這個問題很困難，直到最近，王慕道和我才完成這個工作。

### 研究以外的活動

除了研究工作外，比較熟悉的朋友也一同輪流做晚飯吃，其中有孫理察，賽門，烏蘭貝克三對夫婦，一些學生和鄭紹遠兩夫妻也有時參加，但是我燒飯的能力太差，最後到餐館去吃了。吃完飯後，會去打乒乓球，水平比較高的有賽門和孫理察。我當然自問不如，但是高等研究院的教授邦比耶里 (Enrico Bombieri) 有時也來參加這個活動，但是他不服輸，常常怪膀子扭痛了。我們每個禮拜六早上一起打排球，有時候也在我住的公寓開派對。我不喝酒，但是有多次我不在普林斯頓的時間，他們在公寓卻是有酒有其他活動，尤其是聖誕節那天，我到聖地牙哥去看太太時，他們開了一個大型跳舞派對，聽說卡拉比兩夫妻也有跳，最有趣的是有些從國內的訪問學者也參加跳舞。1979 年 11 月時，哈佛大學數學系系主任廣中平佑 (Heisuke Hironaka) 邀請我到哈佛訪問，希望我接受哈佛大

學的聘書，我和我太太到哈佛訪問了幾天，受到幾位哈佛教授的隆重招待，我們特別感謝廣中平佑，博特和曼弗德的熱情邀請，文理學院的院長是日本經濟學專家，他用了很技巧而又圓滑的說法來解釋為什麼我應該去哈佛工作。我們對哈佛大學印象很好，但是院長給我正式的聘書上的薪水卻是我在史丹福的四分之三。因為我太太在波士頓不見得找得到工作，我們兩邊父母要我們維持，到哈佛大學任教會有一定的難度。哈佛院長是一個有趣的和有學問的教授，他對於東方的事情相當瞭解，和我很談得很投機，除了薪水外，他說假如我到哈佛任教，每年大學贈送我一張往返香港的飛機票。我不置可否，因為哈佛大學畢竟是美國最出色的大學，我需要仔細的考慮。我回到高等研究院不久，伯瑞爾教授到我的辦公室來找我，其實我的辦公室就在他的辦公室旁，很難避開他。但是他在辦公室時，不苟言笑。在他太太面前，卻常常有可親的笑容。所以我們都會喜歡見到他們在一起。這次他來找我，也沒有笑容，他第一句話就說：「我聽聞哈佛大學要聘請你，但是你暫時不可以接受，因為高等研究院正在考慮聘請你的可能性。」他大概覺得這樣的講法，不是最理想的事情。一說完之後，就走出我的辦公室，我還來不及反應呢！

### 返回香港照顧哥哥

在 12 月的時候，我突然接到我三姐的電話，說我大哥病危，入了醫院，我嚇了一跳，我大哥和我年紀相約，一同長大，一同讀書，不幸患了病，花了八年時間看醫生才終於診斷為腦瘤，雖然是良

良性，但瘤長在很不好的位置，由溫祥來大醫生主治。我離開香港後，換了一個姓張的醫生。這一次再入醫院，我想帶他到美國醫治，但是張醫師不肯給我病歷，中文大學馬臨校長對我很好，和溫祥來醫生熟，只能找到老的病歷。因為要到美國，需要簽證，我去找芮陶庵（Andrew Roy）教授，他是從前崇基學院的副校長，跟我父親熟悉。我跟他談這件事，他極為熱心，即刻找他在北京做駐華副大使的兒子<sup>①</sup>幫忙，訴說我和我的弟弟都極為傑出，美國應該讓我們一家人定居在美國，我開始替我哥哥申請到美國來。做完這幾件事後，我回到普林斯頓，一方面替我哥哥找醫院，一方面繼續我們的研究。

### 高等研究院的聘請

到 1 月後期，高等研究院正式通過他們要聘請我。當然我很高興，華羅庚還托陸啟庚跟我說，這是華人的驕傲。伯瑞爾教授、塞爾柏格教授、蒙哥馬利（Deane Montgomery）教授、朗蘭茲（Robert Langlands）教授和邦比耶里教授宴請我，這些都是一代大師，使我受寵若驚，同時我也見到高等研究院的院長沃爾夫（Harry Wolff）教授，我和他談起我哥哥生病的事，他即刻說，他從前是約翰霍普金斯大學的校長，可以安排我哥哥到那邊看腦科，這使我非常感動。我將我哥哥的病歷送給那邊的腦科主任，很快就得到回覆，說可以送我哥哥到他那裡醫治。高等研究院的環境實在不錯，普林斯頓大

<sup>①</sup> 編註：芮效儉（J. Stapleton Roy）。

學也有一流的教授和學生，事實上，這期間，普林斯頓大學也要聘請我，這是他們第二次聘請我了，有盛情難卻的感覺，陳先生也希望我再考慮去柏克萊，但柏克萊的數學系很複雜，我還是喜歡史丹福大學，畢竟這是我研究生涯成熟的地方。在高等研究院和史丹福中間做一個選擇，使我感到難為，史丹福的教授們聽說我受到高等研究院的聘請後，趕快請我回去商量。我即時回去，和幾個熟悉的教授交談，薩繆爾森（Hans Samelson）是當時的系主任，我很尊敬的老教授，他在幾何和拓樸學都有很大的成就，四年前，也是他和奧瑟曼（Robert Osserman）教授極力推薦史丹福給我終身教職的。他這次再見到我，卻是臉色有點緊張，大概是史丹福不想我離開吧。他說系裏會給予我高薪，也不用上課，（因為高等研究院只做研究。）我認為史丹福數學系對我實在太好，真是不好意思。這些機構都是世界第一流的地方，只有回家再度考慮這幾個地方那邊最適合我的前途，當然我和陳先生有多次的通信，請求他的意見。

## 幾何年的結束

高等研究院一般是在4月初結束。在3月中時，大家希望我做一個總結。尤其是做一個報告，提供在幾何分析這個數學分枝裏面還沒有解決的問題，於是我做了三個報告，包括伯瑞爾教授在內，很多人都來聽這三個報告。我的第一個報告，整個大演講廳坐滿了人，但是那天我患了重感冒，裹著羽絨大衣做演講，我總共講了60個題目，反響很大，最後我將這些題目寫下來，參考了各方面的意見，

總共有120個不同的題目，這些題目對於幾何分析這30多年來的影響不小。很多年輕的數學家跟循這些題目引出的方向努力，結果很令人滿意。到了今天，很多年輕人還在做這些問題，卻往往忘記了它們的出處。去年我整理了一下這些題目，大概還有四分之三的問題還未有解決，但是值得高興的是，已經解決的問題和我當初的期望基本上是一致的。

## 接受聘請

幾何年結束時，大家都很滿意，對很多人來說，可以用滿載而歸這個辭語來形容。當時的年輕人，現在已經是國際上出色的學者了。我則歸心似箭，回家去看太太了。聖地牙哥面臨太平洋，我太太的辦公室面臨碧海，一望無際，看海鳥飛翔，心曠神怡，寫意極了。我們終於決定離開史丹福到高等研究院去，我打電話給薩繆爾森和奧瑟曼辭職時，心中不無內疚。然而經過大半年的考慮，終於做了個決定，又和妻子在一起，心情很覺輕鬆。7月初時，發現我太太懷孕了，我們當然很高興！找了幾個老朋友慶祝，我媽媽尤其高興，她有第一個孫子，對客家人來說，傳宗接代，是一家人最重要的大事，尤其這是個男孩。☺

## 延伸閱讀

► *Seminar On Differential Geometry* edited by S. T. Yau, Peinceton Univ. Press (1982)。這是由丘成桐主編的幾何分析年論文集，本書的669～715頁是問題集。