

作者簡介：陳省身（Shiing Shen Chern，1911年10月28日～2004年12月3日），生於浙江嘉興秀水縣，美籍華裔數學大師，第一屆中央研究院院士，同時是法國科學院、義大利國家科學院、英國皇家學會和中國科學院的外籍院士。他是20世紀最偉大的幾何學家之一，也是最有影響力的數學家之一。於1982年在伯克萊大學退休後，建立了美國國家數學科學研究所（MSRI）。1984年獲頒沃爾夫數學獎，是第一位得到沃爾夫獎的華裔科學獎。國際數學聯盟（IMU）為了紀念陳省身的卓越貢獻，在2014年還特別設立了陳省身獎（Chern Medal）作為國際數學界最高級別的終身成就獎，這是第一個以華人為名的國際數學重要獎項。

近十數年來中國算學的研究有了若干可喜的進步。為檢討過去，策勵將來起見，筆者願把中國算學家幾千年來所做的工作加以歷史的敘述，最後則略敘近年國人進行研究工作的大概情形，俾大家瞭然我們這個時代將在中國算學史上所佔的地位。

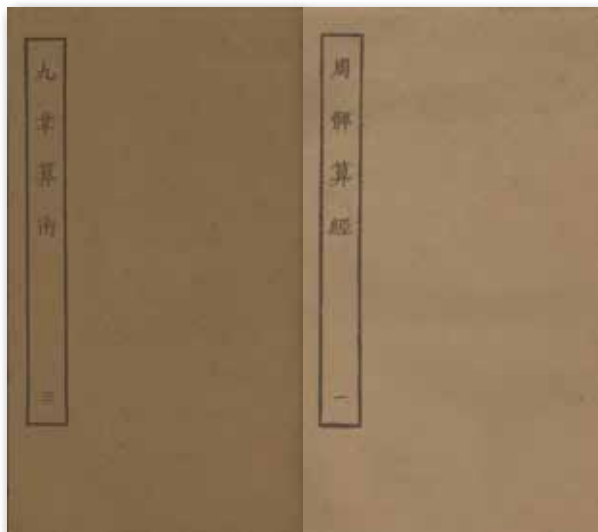
根據幾件重要的事實，中國算學的發展約可分為五個時期，茲分述於下：

第一時期

第一時期可從上古算至公元263年（即曹魏景元四年）。公元263年為劉徽註《九章算術》之年，中國古代最完整的一本算學經典，是這一年告成的。

講到上古的算學，往往要提到伏羲、隸首，或《河圖》、《洛書》，這些史實比較渺茫，我們姑置之不談。今僅提出此時期中值得注意的兩點。第一是《九章》和《周髀》兩部算經的完成。這兩書成書的確年已不易考。《九章》最遲當在秦滅之前，因為劉徽的序裏曾說張蒼、耿壽昌各有刪補，而張蒼是秦末漢初的人，故《九章》之成書，在秦朝以前，當無疑義。漢時《九章》之名，幾為算學之代表，大儒如鄭玄、馬續俱通《九章》，其重要可知。全書共分九章，其目錄為：方田第一、粟米第二、差分第三、少廣第四、商功第五、均輸第六、盈不足第七、方程第八、勾股第九。其內容經劉徽註後，網羅甚廣，所論問題有涉及二次方程式、聯立方程組、及圓與球之面積體積者。另一部《周髀算經》是大家認為最古的算書，但內容遠不及《九章》。其成書確年亦不可考，只知道揚雄、蔡邕都曾提到過。今本有漢趙君卿註，註比原書重要得多。書中

最重要的一部分是幾何問題，如以3為圓周率，以直角三角形勾股弦之比為3:4:5等。後世中算裏有所謂割圓術與勾股術，則皆以此書為嚆矢。



（左）景上海涵芬樓藏微波樹刊本，（右）景南陵徐氏積學齋藏明刊本。
（維基）

第二，從以上兩書的內容可以看出中國算學的一個特點，即對於應用之注重。所謂應用，指日常問題與造曆二種。由於歷代帝王的重視，中國古時的算學家無不兼治曆算。漢初張蒼、耿壽昌都以善曆知名，以後大多均同此現象。這種注重應用的態度，導致中國算學不能產生一部有系統的著作，而只包括一群零星的結果，不成為近代意義下的算學。在同一時期，希臘的算學已在最光榮的階段。畢達哥拉斯（Pythagoras）的門人早就有了無理數的觀念。歐幾里得（Euclid）的《幾何原本》則在

編註：本刊編輯時對原文中部分人名、地名、用字與插圖作了修訂編排。



1977年陳省身於加州柏克萊。(維基·George Bergman攝)

公元前 300 年已成書！希臘科學所產生的最末一個大算學家是丟番圖（Diophantus），他的時代約為公元 250 年左右，與劉徽同時，他的著作中已有三次方程和二次不定方程的討論。

總之，第一時期的中國算學，雖比不上希臘，然與同時期的其他國家，如埃及、印度等相比，則絕無遜色。在這個時期的後半期，繼希臘而起的羅馬帝國，在算學上可說毫無成就，反把希臘的文化遺忘了。我們的算學卻由此入於一個光榮燦爛的時期。

第二時期

中國算學之第二時期，應自劉徽之註《九章》，算至王孝通之著《輯古算經》，約自 260 年至 620 年。這時算學的先進——希臘——已衰落了，歐

洲轉入黑暗時代，印度比不上我們。美索不達米亞平原上的巴格達（Baghdad）是一個中心，但阿拉伯人的工作，大多是流傳希臘的算學。中國的算學家卻在此時有幾樁值得稱道的工作。

為簡短起見，我只舉這時期三個代表性的算學家說一說。第一個是劉徽，徽除《九章註》外，還有若干貢獻。在徽以前，周三徑一是公認為的圓周率，徽以為疏，遂由圓之內接六邊形算起，令邊數倍進，而求得較密的圓周率。他所得的值為 3.14，後人稱為徽率。他的方法與阿基米德（Archimedes）的相同。此外徽另造重差術，又稱海島算，實際上是相似三角形的方法。

在此時期中的第二個算學家為祖沖之，南朝宋、齊間人（429 至 500）。許多人認他為中國最大的算學家，雖尚有人持異議，至少可見他在算學史上

地位之重要。他最重要的貢獻是求圓周率，得知 π 之值在 3.1415926 與 3.1415927 之間，並另得兩近似值為 $\frac{22}{7}$ 與 $\frac{355}{113}$ 。這是一個超時代的貢獻！以當時算學進展的情形，這種準確程度，甚為難能可貴。沖之圓率西洋方面直到 1573 年德人奧圖（Valentinus Otto）才得同樣的結果，前後相差一千餘年！

沖之在算學上的其他貢獻，我們不大知道，原因是他所著的書《綴術》失傳了。《綴術》的內容已不可知，史稱「學官莫能究深奧，是故廢而不理」，可見必尚包括其他許多新結果在內。此外可知者，此書的內容必很豐富：唐代學官制度《孫子算經》與《五曹算經》共習一年，《九章》與《海島》共習三年，而《綴術》一書要讀四年之久！

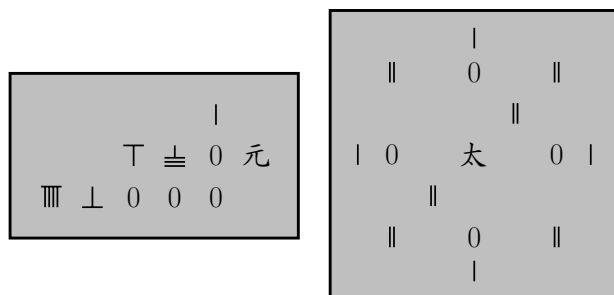
第三個算學家是王孝通，唐初算學博士（相當於現在的教授），時代約在 620 年左右。他著的書叫做《輯古算經》，今尚有存本。《輯古算經》中的問題，應用到二次和三次的方程式，可惜書中沒有解法，不知他的結果是怎樣得的。

這是中國算學家在世界上稱雄的一個時期。

第三時期

祖沖之、王孝通以後，歐洲固仍為黑暗時代，中國的算學也缺少新的進展。到十三世紀大家都同時醒覺了。西洋開始了近數百年的文明，中國的算學因有天元、四元術的發現，成就了一項不可磨滅的貢獻。所謂天元、四元術，其實就是代數，元指未知數，天就是 x 。不過照那時的寫法，未知數不能在四個以上，所以「天」、「地」、「人」、「物」

四元並用，為最普通的情形。那時的代數算式的形狀，可舉例明之如次：



式中「太」即是常數，寫成今式，當為：

$$x^2 + 68x + 96000$$

與

$$\begin{aligned} &x^2 + y^2 + z^2 + w^2 \\ &+ 2xy + 2xz + 2xw \\ &+ 2yz + 2yw + 2zw \end{aligned}$$

在此時期內傑出的算學家，當推李冶、秦九韶，其他如楊徽、郭守敬、朱世傑，亦都有重要的著作。這幾個算學家的年代，都在十三世紀中葉到十三世紀末葉，約當南宋、金、元的時候。

這時期是中國算學的黃金時期，學者之多，貢獻之廣，超越前代。我們試隨便舉幾點重要的說說。第一，中國自己的代數學此時奠定了基礎。正負數的觀念，代數運算的規則，已為一般算學家所共習。進一步的方程式論自然成了中心的問題。楊輝《詳解九章算法》已有帕斯卡（Blaise Pascal）三角形定理，比帕氏約早四百年。此外如霍納^①

① 編註：霍納（1786年6月9日至1837年9月22日）是英國數學家。

(William Horner) 方法，早已為許多算學家所發現，至秦九韶著《數書九章》（注意此並非《九章算經》）。其理遂大明，時間上比霍氏早了五百多年。

第二，秦九韶《數書九章》卷一《大衍類》論及聯立一次同餘式的解法。這問題在中國有悠久之歷史，實起源於《孫子算經》（大約為後漢時人所著，為中國第三部古算書）「物不知數」之問。我先把這問題及其解答錄下：

「今有物不知其數，三三數之賸二，五五數之賸三，七七數之賸二，問物幾何？」

答曰：二十三。術曰：三三數之賸二，至一百四十，五五數之賸三，置六十三，七七數之賸二，置三十；并之，得二百三十三，以二百一十減之，即得。」

此問題俗稱「韓信點兵法」（自然韓信不會只點二十幾個兵），問題和解法都很美妙可言。所謂大衍就是這問題的推廣。秦九韶的普通解法，與歐幾里得算法實際上完全一致。在初等數論中這是一個比較「深」的定理。西洋近人所作數論教本中有稱此定理為「中國餘數定理（Chinese Remainder Theorem）」者。

第三，中算學家往往喜言堆垛與縱橫圖，前者即為有窮級數論，後者今稱幻方。研究這類問題的算學家當以楊輝、朱世傑為最量要。他們的結果因圖式太繁，茲從略。

以上所列舉和選擇的，自然雜有個人主觀的成分，但即此已可見中國算學在此時期之光芒萬丈了！

第四時期

中國算學經過第三時期的清醒以後，復入於一沉睡的時期。西洋的算學卻從此長足進展，漸漸的使我們望塵莫及。一直到十六世紀末葉，利瑪竇（Matteo Ricci）東來，才把我們喚醒，把西洋精神上的食糧喂給我們。於是我們遂入於一新時期，即接受西洋算學的時期。

利瑪竇來華後，與徐光啓、李之藻等合作，譯了許多書，就中從算學方面講，以《幾何原本》前六卷與《同文算指》二書，為最重要。兩書都是當時歐洲所通行的書，後者是一本算術，係德國算學家克拉維斯（Christophorus Clavius）所著。克氏即為利氏之師，以善寫譯本出名。利氏譯本序中所盛讚之丁先生^②，即指克氏。

利氏以後，西洋教士之東來者日眾，譯著亦漸多，幾何學、天文學、對數術等漸漸的都輸入中國。中國人雖尚有只習中算的，但漸漸都感到西洋方法之優越，不能墨守成規。所以清初著名的算學家，如梅文鼎（1673～1721）、王錫闡（1628～1682）等都兼治西算。自利氏東來至民國初年前後三百餘年，中國出的算學家很多，清時漢學家兼善算者由不少。但其結果與並時的西洋算學家相比，就瞠乎其後了。

就譯述方面講，徐、李以後，工作較多者，有清末之李善蘭（1811～1882）、華蘅芳（1833～1902）。比較深一點的書如微積分^③等都是這時

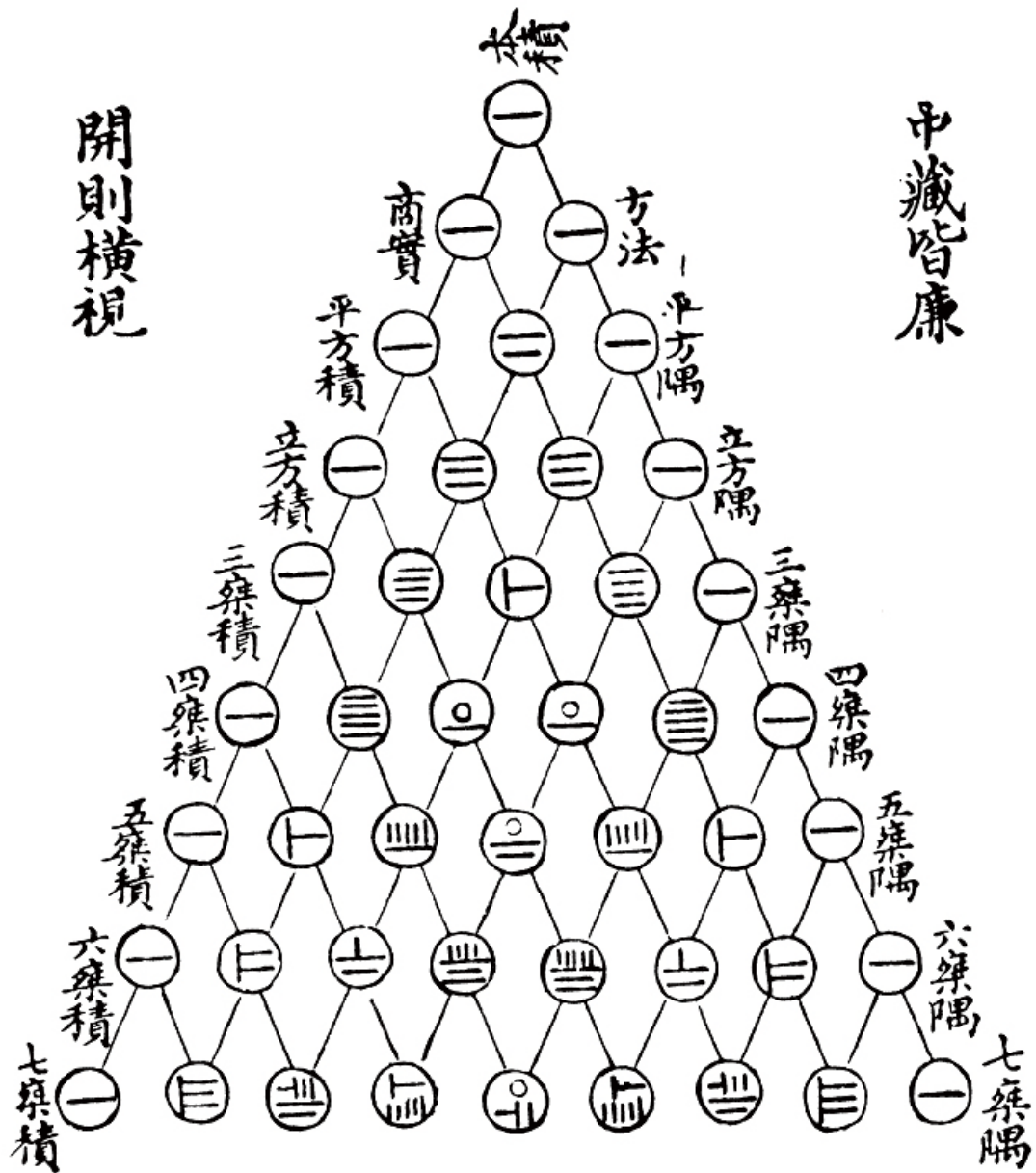
^② 編註：Clavius 拉丁字意為釘狀的，利瑪竇以丁姓稱之。

^③ 編註：《代微積拾級》，李善蘭與偉烈亞力合譯。



中文版《幾何原本》中的插圖：利瑪竇和徐光啟。(維基)

古法七乘方圖



開則橫視

中藏皆廉

積	方法	一廉	二廉	三廉	四廉	五廉	六廉	七廉
---	----	----	----	----	----	----	----	----

朱世傑《四元玉鑿》中的「古法七乘方圖」。(維基)

候譯的。以當時譯述情形的困難，此項譯書工作，其價值正不亞於創作的貢獻。比方說，偉烈亞力（Alexander Wylie）幫李善蘭譯書，李不懂西文，而偉不懂算學，困難可想。我們現在展開一本舊譯的算書，觀其譯筆之雅而達，當對這幾位古人致無限的景仰。惜自學校盛興之後，我國中小學之課本，大都取給於日本。大學用書又直接採用英美原版。對於李、華諸人之譯本，久已束置高閣，無人過問，不免可惜耳！

第五時期

這是最近的一個時期，它的前途一時還不容易估量，它的特色是研究精神的復興。四十年來的學校教育已經替許多有志於算學的人開了路，從前需要十年才習畢的材料，現在也許一年就夠了。同時還有一些始終受西洋教育的學者，他們的西文程度使他們與西洋學者能有差不多的方便與機會。才智之士，遂得進行同樣的工作。1920 年左右中國算學家已有精英在國外大學的論文發表於國際一流算學雜誌的。此後數年，即有若干人繼起。到了現在，國人前後在有地位的國際算學雜誌發表論文者，據個人的統計，約在三百篇左右，戰事在發生前數年，每年約有三十篇，在國內雜誌發表的尚不在內。以工作者之人數比之，這些數目自然要算難得的了！

以上論及的工作，最初幾年所產生的，大約是中國學生在國外導師指導下所做的。其中國內產生的部分，則隨時間而增加。這自然要歸功於國內算學研究機關的設立，與算學研究設備之充實。最先設

立算學研究所的，是清華大學，從 1930 年起，前後畢業肄業者已有多人。此後浙江大學、中央大學、北京大學，都先後設研究所，成績亦頗為一般人所稱道。南開大學未設算學研究所，但最先主意算學的設備，其圖書館所藏算學圖書之充實，國內迄今無出在右者。惜自戰事發生已還，該項藏書，稍有分散，如何加以整理和充實，使永成國家之珍藏，當為該校當局與社會上熱心科學的人士，所應熟為考量的。

民國 25 年中國數學會創辦《數學學報》，專載有創造性性的論文，已出兩卷。這雜誌已得國際的注意，所刊論文，質量不在一般先進國雜誌之下。猶憶 1937 年的時候，編輯者慮此雜誌或因戰事不能續刊，把存留的稿件，分寄國外第一流雜誌，結果都刊登了！

近代中國算學家工作的範圍，代數方面著重於數論，幾何則形勢幾何、微分幾何、代數幾何都有作者，分析則以函數論、微分方程論、級數論工作者較多。至於詳細的結果及其價值，一則太涉專門，未易細述，二則這些專家太多是筆者的師友，批評起來，不免參加主觀的成分，最好讓他們的工作說明他們的成績罷了！

結論

在以上的敘述後，願對未來的中國算學界及社會，提出兩點希望：

一、希望中國算學界同志保留並發揚那點可貴的研究精神，使中國科學能漸漸不落人後。上節所說的工作實很有限，以之開始則可喜，從此自滿便可

悲了！同時近代的研究工作需要設備，希望政府及熱心文化事業的機關予以充分的幫助。

二、在第一節中曾提及中國算學注重應用的特色。這也是應有的精神，值得加以培養的。希望有一部分算學家能多注意一點應用的問題，以發揮算學的效能。同時希望社會上遇著與算學有關的問題，肯予算學家以一個商討的機會。∞

本文出處

《科學》，〈科學論壇〉，第25卷，第5、6期，241-245頁，中國科學社，1941。

延伸閱讀

- ▶ 《數學傳播》第3卷第2期，10（1978），中央研究院數學研究所出版。本期收錄了數篇本文中所述的第一至第三時期中國數學的文章。張海潮〈重訪重差術〉33-37，洪萬生〈割圓術始末〉44-52，黃哲夫〈海島算經新註今釋〉53-65。
- ▶ <http://episte.math.ntu.edu.tw/cgi/mathfield.pl?fld=hic> 中國數學史的網站。
- ▶ 丘成桐編《陳省身：20世紀的幾何大師》，國立交通大學出版社（2000）。本書收錄了在1990年時為陳省身79歲慶生會的一些演講及幾位當時未能出席會議傑出學者的文章。追憶這位偉大數學家的智慧及與年輕學者的熱情交流及啟發。透過此書讀者可以一窺這位幾何大師人生處世之道，以及對真理追求與熱情的風采。

