校友作品

田銘莒(電工78)：自然常數次方練習

2023-05-09

數學閒話—自然常數次方練習

話說數學的常數，可說是林林總總，有說有笑。不過大家經常使用到的其實不多，只有兩個，乃是π與 e。大家都知道，π是圓周率，e 是自然對數函數的底數，亦稱自然常數或自然底數。

其數值約為*2.718281828459045……*。

自然常數 e 的極限值定義是這樣的。

令m、t皆為大於零的實數。

$$e = \lim_{m\to\infty}\left(1+\frac{1}{m}\right)^{m}$$

$$e = \lim_{t\to 0}(1+t)^{1/t}$$

這組公式可以用程式來驗算。

設若m、t乘積為 1。 $mt=1$

給入天文數。
微渺數等於，一除以天文數。
近似自然常數等於(一加微渺數)之天文數次方。
印出天文數、近似自然常數。

賽跑結果如下。

%	10	2.593742
%	50	2.691588
%	100	2.704814
%	500	2.715569
%	1000	2.716924
%	5000	2.718010
%	10000	2.718146
%	50000	2.718255
%	100000	2.718268
%	500000	2.718279
%	1000000	2.718280

然後吾人打變化球，可以做做看增添係數的試驗。
給入微觀係數。
給入巨觀係數。
給入天文數。
微渺數等於，一除以天文數。
近似自然常數等於
(一加(微觀係數乘微渺數))之(巨觀係數乘天文數)次方。
印出微觀係數、巨觀係數、近似自然常數。
印出自然常數之(微觀係數乘巨觀係數)次方。

賽跑結果如下。

%	1	1	2.718280	2.718282
%	1	2	7.389049	7.389056
%	2	1	7.389041	7.389056
%	2	2	54.597932	54.598150
%	2	3	403.426373	403.428793
%	3	2	403.425163	403.428793
%	3	3	8102.974535	8103.083928

於是吾人可得經驗公式，即自然常數的次方公式。

在此實數 a為微觀係數，實數 b為巨觀係數。

$$e^{ab} = \lim_{\substack{t\to 0\\ m\to\infty}}(1+at)^{bm}$$

看來有些玄妙，其實便是二項式的應用罷了。另外俺可要拿出最美數學公式，歐拉恆等式，也可以驗證，派上用場。其中 e 是自然底數，i是虛數單位，π是圓周率。

$$e^{i\pi} = -1$$

如果指數可以放寬限制，使用實數，也使用虛數，俺就套用上述自然常數的次方公式來看看。

令 $a=i$，$b=\pi$。

$$e^{i\times\pi} = \lim_{\substack{t\to 0\\ m\to\infty}}(1+it)^{\pi m} = -1$$

令 $a=\pi$，$b=i$。

$$e^{\pi\times i} = \lim_{\substack{t\to 0\\ m\to\infty}}(1+\pi t)^{im} = -1$$

令 $a=1$，$b=i\pi$。

$$e^{1\times i\pi} = \lim_{\substack{t\to 0\\ m\to\infty}}(1+t)^{i\pi m} = -1$$

令 $a=i\pi$，$b=1$。

$$e^{i\pi\times 1} = \lim_{\substack{t\to 0\\ m\to\infty}}(1+i\pi t)^{m} = -1$$

附帶說明，二項式定理是講二項式的冪的代數展開，進一步還可以寬展到多項式定理。

112.5.2 田鼠編輯於潛艇堡的狗窩

上一篇: 洪瑞浩(控制61)： 中小企業如何實現ESG目標?

Email: nctu.yosheng.editor@gmail.com
電話: 886-3-5712121#51472
地址: 新竹市大學路1001號浩然圖書館