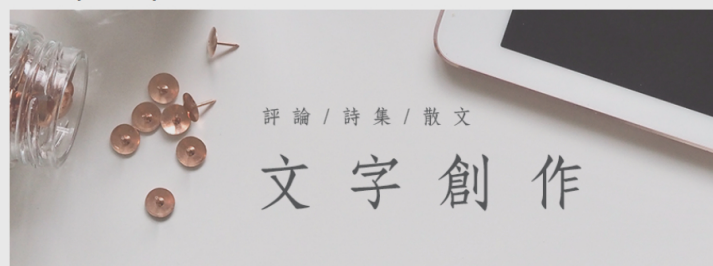


## 校友作品

田銘莒(電工78)：如何描繪蛋殼輪廓？

2024-01-11



### 數學閒話——如何描繪蛋殼輪廓

每逢端午節，中午正是立蛋的大好時機。立蛋或稱豎蛋，是嘗試豎立雞蛋、鴨蛋或鵝蛋的傳統習俗與遊戲。在空間中立體化想想看，鳥類的蛋可以視為一種幾何形體。

一個鳥類的蛋在豎立時，水平剖面想當然就是一片圓形。垂直剖面比較有趣，一端為銳端，一端為鈍端，氣室就是在鈍端。蛋白包覆蛋黃，外層是薄膜，以及蛋殼。

銳端與鈍端間的連線，姑且稱為中軸。

大家想要用電腦畫圓形、橢圓形、拋物線、雙曲線，都可以取用現成的圓錐曲線方程，然後轉化為程式即可。但是想要在平面上畫鳥類的蛋，應該怎麼畫呢？

後來俺便把無聊當有趣，嘗試鬼扯蛋的形狀，利用程式，設法描繪立蛋時，通過中軸而切開檢視，垂直剖面的蛋殼是什麼模樣呢？姑且稱為蛋殼輪廓吧。

蛋殼輪廓的另一種表述是在空間中，以平行光垂直射向某平面，同時蛋殼之中軸置於某平面上。此時蛋殼截取最大投影面積，即為蛋殼輪廓，或簡稱為蛋形。

蛋形是否可由更基本的圖形拼湊而得呢？俺一時也不明白。

經多次嘗試，俺好歹弄出了一種簡便方法，謹供列位看官參考。這種無聊的方法便是使用兩片切半的橢圓形，互相銜接而成。

做法是先取得現成的兩片橢圓形，具有相同的短軸。稍小橢圓形有較短的長軸，稍大橢圓形有較長的長軸。兩者可以各取其半，以短軸相重合，即可組成一片蛋形。而從銳端到鈍端的連線，就稱為中軸。

在蛋形中，取自稍大橢圓形，較長的長軸之半，不妨稱為上軸。取自稍小橢圓形，較短的長軸之半，不妨稱為下軸。兩者的共同短軸可稱為直徑，取其半可稱為半徑。

來看圖一，左邊的圖形是稍小橢圓形，右邊的圖形是稍大橢圓形。



圖一

稍小橢圓形與稍大橢圓形，兩者具有相同的短軸，其中點稱為中心。兩片橢圓形可各取其半，以短軸相重合，互相銜接即可組成蛋形，如圖二。



NYCU 陽明交大



官網



NYCU 陽明交大



Facebook

NYCU 陽明交大



Instagram



NYCU 陽明交大



twitter

圖二

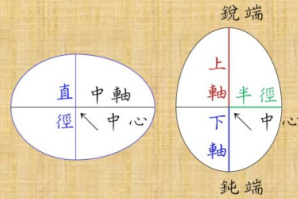


來看圖三的圖形，俺取用稍小橢圓形與稍大橢圓形，兩者具有相同的短軸，其中點稱為中心。兩片橢圓形便可各取其半，以短軸相重合，互相銜接即可組成蛋形。

在兩者的短軸互相銜接處，直徑是半徑的二倍。

從銳端到鈍端的連線是中軸。中軸包括上軸與下軸。上軸比較長，下軸比較短。上軸與下軸在中心相會。

從銳端到中心的連線是上軸。從中心到鈍端的連線是下軸。立蛋時，上軸的位置在上方，下軸的位置在下方。



圖三

然後俺用兩片橢圓形，各自切半，相拼而組成蛋形。

第一種作圖方法，應用畢氏定理，簡易程式如下。

註 使用兩片橢圓形，各自切半，相拼而組成蛋形。

保持開。給入下軸。

橫坐標等於，線性空間(零到下軸)。

設定半徑係數。設定上軸係數。

縱坐標等於半徑係數，乘以平方根(下軸平方，減橫坐標平方)。

繪圖(橫坐標，縱坐標)；

繪圖(橫坐標，負縱坐標)；

繪圖(負橫坐標乘以上軸係數，縱坐標)；

繪圖(負橫坐標乘以上軸係數，負縱坐標)；

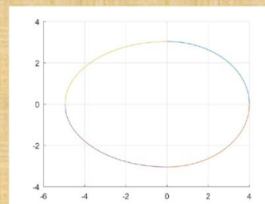
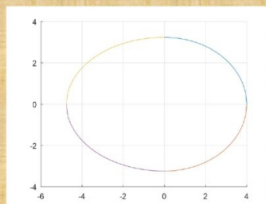
保持關。

註 下軸係數沒有寫明，就當作 1。在此下軸等於 4。

田銘矩田銘莒

此處俺設定半徑係數為0.81，上軸係數為1.19，執行可得圖四左邊的圖形。如果修改半徑係數為0.76，上軸係數為1.24，執行可得圖四右邊的圖形。

圖四



第二種作圖方法，應用三角函數，簡易程式如下。

註 使用兩片橢圓形，各自切半，相拼而組成蛋形。

保持開。

設定上軸。設定下軸。設定半徑。

角度等於，線性空間(負0.5倍圓周率到0.5倍圓周率)。

繪圖(上軸乘以餘弦函數(角度)，半徑乘以

正弦函數(角度))；

繪圖(負下軸乘以餘弦函數(角度)，負半徑乘以

正弦函數(角度))；

保持關。

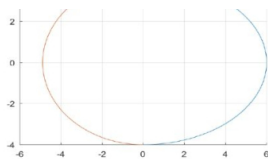




此處俺參考實際的一顆蛋，設定上軸為 6，下軸為 4.9，半徑為 4。執行可得圖五的圖形。

田銘矩田銘莒

圖五



在平面座標上，茲以  $x$  表示橫坐標， $y$  表示縱坐標。  
以圖一來說，左邊是稍小橢圓形，長軸記作  $2a$ ，短軸記作  $2b$ 。右邊是稍大橢圓形，長軸記作  $2c$ ，短軸記作  $2b$ 。  
假設稍小橢圓形及稍大橢圓形的中心，皆位於原點，而且長軸對齊橫軸，短軸對齊縱軸，則兩者方程可以表示如下。

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

$$b^2x^2 + c^2y^2 = c^2b^2$$

另以  $t$  表示角度。如果兩者以角度為參數，可以表示為以下公式。

$$-\pi \leq t \leq \pi$$

$$x = a \cos(t), y = b \sin(t)$$

$$x = c \cos(t), y = b \sin(t)$$

以圖二與圖三來說，半徑記作  $b$ ，等於 0.5 倍直徑，直徑等於短軸，記作  $2b$ 。下軸記作  $a$ ，上軸記作  $c$ 。中軸為下軸與上軸之和，可記作  $a + c$ 。以圖五來說，蛋形左側的參數公式是這樣的。

$$0.5 \times \pi \leq t \leq 1.5 \times \pi$$

$$x = a \cos(t), y = b \sin(t)$$

而蛋形右側的參數公式是這樣的。

$$-0.5 \times \pi \leq t \leq 0.5 \times \pi$$

$$x = c \cos(t), y = b \sin(t)$$

不過蛋形的奧秘，還是超過了俺的想像。以圖五來說，上軸是 6，下軸是 4.9，半徑是 4。這三個數看來並沒有甚麼關係。好吧，4.9 的平方等於 24.01，而 6 乘以 4 等於 24。

也就是說，蛋形公式是很簡單的， $b \times c \approx a \times a$ 。

細看各種蛋蛋，例如雞蛋、鴨蛋、鵝蛋、鵪鶉蛋、鴛鴦蛋，令人驚奇的是，只是體積不同，彼此卻都是相似形體呀！俺臆測，這就說明了鳥類基因中，必定存在共同的產卵機能，纔會產生相似的構造。

至於爬蟲類，也會生蛋蛋。從網際網路上的一些照片看來，蛇蛋顯得比較細長，龜蛋顯得比較粗圓。

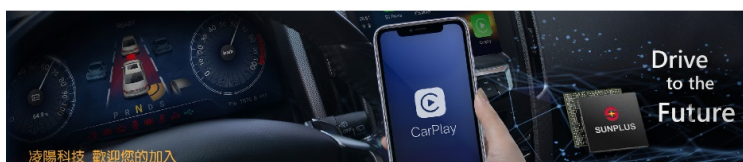
以平面幾何來說，三角形、正方形、長方形、圓形、橢圓形、扇形、梯形，都是正規圖形。至於蛋形，也就是蛋殼輪廓，則可以視為一類非正規圖形。

如果俺把正規圖形視為原子，非正規圖形視為分子，原子可以拼拼湊湊，弄成分子，則如何把正規圖形拼湊成非正規圖形，倒是一個可以想想看的幾何話題。

田銘矩田銘莒

113.1.05 田鼠編輯於潛艇堡的狗窩

上一篇: 洪瑞浩(控制61): AI風險與預防機制的再思



Email: nctu.yosheng.editor@gmail.com  
電話: 886-3-5712121#51472  
地址: 新竹市大學路1001號浩然圖書館

