

國立交通大學

光電工程研究所

博士論文

光柵位移干涉術

Grating displacement interferometry



研究生：高清芬

指導教授：陸懋宏 教授

中華民國九十四年九月

光柵位移干涉術
Grating displacement interferometry

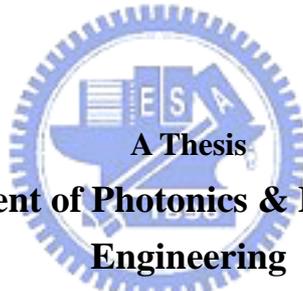
研究生：高清芬

Student：Ching-Fen Kao

指導教授：陸懋宏

Advisor：Mao-Hong Lu

國立交通大學
光電工程學系
博士論文



Submitted to **Department of Photonics & Institute of Electro-Optical Engineering**

College of Electrical Engineering and Computer Science

National Chiao Tung University

In partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of

Doctor

in

Electro-Optical Engineering

July 2005

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十四年九月

光柵位移干涉術

學生：高清芬

指導教授：陸懋宏

國立交通大學光電工程學系光電工程研究所博士班

摘 要

本論文利用光柵干涉定位量測技術研製之平面繞射雷射編碼系統，此系統可直接量測二維位移，量測解析度達 1 奈米。傳統二維位移量測使用一雙交叉垂直的線性光學尺，兩光學尺的垂直度調校，相當困難。且光學尺的零件組裝對位也成為使用者的瓶頸。在所有調校中，光學讀頭與光柵間的對位是最大的問題。本論文採用共軛光路之雙繞射路設計，以單一二維光柵盤與單一入射光同時量測二維的位移，使兩干涉光點永不錯位從而達到光柵與光學讀頭對位的高容許差，光柵與光學讀頭的對位容差大於 5° ，且因為雙光路設計使訊號週期為光柵週期的四分之一。

本論文採用週期為 $1.6 \mu\text{m}$ 的二維光柵，訊號週期 $0.4 \mu\text{m}$ ，再利用四百倍的細分割技術使解析度達到 1nm 。與電容感測器比對，其誤差小於 30nm ，重複量測十次，其標準差優於 8nm 。

本論文將二維光學尺與壓電平台整合，以光學尺作為平台的回饋控制位移感測器，並應用於原子力顯微鏡系統之掃描，作為掃描用之載物台，成功掃描出二維光柵影像。

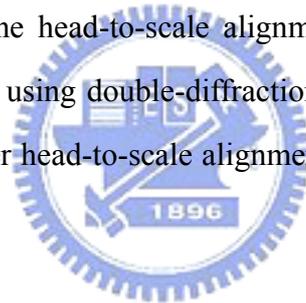
Grating Displacement Interferometry

student : Ching-Fen Kao

Advisors : Prof. Mao-Hong Lu

ABSTRACT

This thesis presents a planar diffractive laser encoder system (PDLENS), which serves as a two-dimensional position detection apparatus for precision machine applications with a measuring resolution of 1 nm. Traditional two-dimensional position detection uses a pair of linear encoders in crossed construction. However, it is difficult to align and keep the perpendicularity between this pair of encoders. The rigorous alignment tolerances among various components of the encoder system become a serious user adaptation bottleneck. Of all alignment tolerances, the head-to-scale alignment tolerance is the most important problem for applications. By using double-diffraction configuration, the PDLENS with a 2D grating exhibits much larger head-to-scale alignment tolerances ($>\pm 5^\circ$) than traditional linear encoder.



The 2D grating, which has period of $1.6 \mu\text{m}$ in both the X and the Y directions provides a signal period of $0.4 \mu\text{m}$. Electronic interpolation with a factor of 400 leads to a measuring resolution of 1 nm. We measured a circle with radius of $1 \mu\text{m}$. The maximum difference between the measured values of capacitance displacement sensor and encoder is less than 30nm. This difference includes the intrinsic periodic error of 2D gratings, an inherent non-linearity of this positioning system, and noise of electronic circuit. The circle was measured 10 times for repeatability of encoder. The standard deviation of the repeatability measurements is better than $\pm 8\text{nm}$.

誌 謝

首先要感謝指導教授陸懋宏老師，如果沒有陸老師的督促與指導，此論文無法順利完成。

此外也感謝量測中心徐章前主任、段家瑞主任及陶德和組長、陳燦林副組長提供此一進修機會。並感謝量控實驗室的同仁在工作上的配合使本人有足夠的時間完成學業。

最後要感謝家人的包容與扶持。



目 錄

中文提要	i
英文提要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
圖目錄	v
符號說明	viii
第一章 緒論	1
第一節 歷史回饋	2
第二節 當今採用的光電掃描原理	3
第三節 研究動機	5
第二章 光柵位移干涉術原理	8
第一節 次微米光柵定位量測	8
一、 莫爾(moiré)光柵尺定位量測	10
二、 泰伯效應(Talbot effect)光柵尺定位量測	27
(一) 自成像與部份自成像	27
(二) 三光柵系統 [10]	31
第二節 奈米定位量測技術	34
一、 一維光柵干涉尺	35
二、 二維光柵干涉尺	37
第三節 電子細分割	55
一、 幅值分割法	56
二、 電阻鏈移相法	56
三、 數位分割法	64
第三章 光柵位移干涉儀製作與實驗	65
第一節 反射式光學尺	65
第二節 奈米級平面光柵尺	72
第四章 結論	89
第一節 本研究成果	89
第二節 本研究未來發展方向	94
參考文獻	95
個人簡歷	98
著作	99

圖 目 錄

- 圖 2.1 光柵的測量原理
- 圖 2.2 橫向莫爾條紋
- 圖 2.3 縱向莫爾條紋
- 圖 2.4 斜向莫爾條紋
- 圖 2.5 近似正弦波的光學尺位移訊號
- 圖 2.6 光源之準直效應
- 圖 2.7 採用差動方式消除共模雜訊示意圖
- 圖 2.8 指示光柵上設計四個狹縫相位差 90° 的光柵示意圖
- 圖 2.9 傳統透光式光學尺機構圖
- 圖 2.10 指示光柵與主光柵光柵條紋相對位置圖
- 圖 2.11 光電計數波形分析
- 圖 2.12 零位光柵之三角脈衝訊號
- 圖 2.13 以圖形表示兩光柵之相對位移狀態
- 圖 2.14 零位光柵設計程式流程圖
- 圖 2.15 零位光柵之光罩設計圖
- 圖 2.16 零位光柵訊號輸出模擬
- 圖 2.17 結合四倍頻與方向判別之計數電路
- 圖 2.18 結合四倍頻與方向判別之波形示意圖
- 圖 2.19 光波經光柵(x_0 - y_0 平面)傳播至 x - y 平面
- 圖 2.20 泰伯自成像
- 圖 2.21 本研究之光學線性編碼尺的系統結構
- 圖 2.22 等效的三光柵光學組態系統
- 圖 2.23 光波經光柵繞射之示意圖
- 圖 2.24 由台大奈米生醫微機電系統研究群所研發的繞射式光學尺架構

圖 2.25	正交的一維光學尺
圖 2.26	二維光學尺
圖 2.27	平行光垂直入射於一二維相位光柵之繞射現象
圖 2.28	愛瓦德球(Ewald sphere)
圖 2.29a	方形光柵(rectangular grating)
圖 2.29b	弦波光柵(sinusoidal grating)
圖 2.30a	由 GSolver 軟體分析方形二維光柵
圖 2.30b	由 GSolver 軟體分析弦波光柵
圖 2.31	四道第一次繞射光被共軛光學元件反射並返回二維光柵而產生第二次繞射
圖 2.32	以角隅稜鏡為共軛光學元件之系統示意圖
圖 2.33	光柵方向與移動平台的移動軸夾四十五度角
圖 2.34	系統位移時產生的偏擺引起讀頭與光柵間的傾斜
圖 2.35	電阻鏈移相法示意圖
圖 2.36	五分割之邏輯電路
圖 2.37	五分割與十分割之電路設計
圖 2.38	五分割與十分割之模擬訊號
圖 2.39	數位細分割法
圖 3.1	利用泰伯自成像效應設計之反射式光學尺架構
圖 3.2	相位光柵內包含四區相移示意圖
圖 3.3	兩光柵間距改變對於莫爾訊號對比的影響
圖 3.4	白光干涉儀量測製作的相位光柵階高圖
圖 3.5	光學尺檢測系統
圖 3.6	本實驗反射尺測試台照片
圖 3.7	週期的兩個正交弦波訊號
圖 3.8	線性滑軌來回三趟時光學尺的重複性
圖 3.9	原子力顯微鏡量測光柵立體圖
圖 3.10	入射二維光柵之數到繞射光示意圖

- 圖 3.11 多繞射光束的干涉
- 圖 3.12 離軸光學系統以便分開第二次繞射光與第二街繞射光
- 圖 3.13 第一型平面尺系統實驗架構
- 圖 3.14 平台移動一個六角形的軌跡及平面尺的弦波訊號
- 圖 3.15a 以分光稜鏡與偏極片實現直接相位量測(direct phase measurement)的相移技術
- 圖 3.15b 光線通過偏極片之偏極說明
- 圖 3.16 壓電位移系統量測平面尺的量測精度之架構照片
- 圖 3.17 壓電平台移動一個半徑 $1\ \mu\text{m}$ 的圓軌跡，實線為電容感測器的控制軌跡，稜形資料點為平面尺讀值
- 圖 3.18 電容感測器與平面尺量測差值
- 圖 3.19 第二型平面尺光學讀頭與二維光柵
- 圖 3.20 以光纖導光並經由平行化透鏡產生平行光入射旋轉 45° 的二維光柵之光學尺示意圖
- 圖 3.21 將四分之一波片置入兩道共軛光路的其中一道
- 圖 3.22 四通道的 DPM 系統
- 圖 3.23 四個相位差 90° 的弦波訊號
- 圖 3.24 干涉相位圖
- 圖 3.25 以壓電位移平台驗證二維光學尺
- 圖 3.26 二維尺重複精度量測
- 圖 4.1 反射尺應用於線性滑軌的定位控制，並用計數器計數位移
- 圖 4.2 一組使用雷射干涉儀定位的光刻掃描裝置
- 圖 4.3 一組二維光學尺定位的光刻掃描裝置
- 圖 4.4 將二維光學尺組合入壓電控制位移平台內作為回饋控制檢測器
- 圖 4.5 具二維光學尺回饋系統載物平台的原子顯微鏡
- 圖 4.6 利用原子力顯微鏡掃描一個二維光柵

符 號 說 明

- L : 光柵的有效長度
- N : 光柵的柵線數
- P, P_1, P_2 : 光柵柵距或週期
- B : 莫爾條文寬度
- x : 被測物長度
- δ_I, δ_{II} : 小於一週期的小數值
- τ : 細分系統的解析度
- α : 兩光柵的傾斜夾角
- y : y 方向的移動量
- Φ_n : 光柵訊號的初始相位
- A_0 : 訊號的直流分量
- A_n : 訊號的諧波分量或振幅
- γ : 光源發散角
- m : 訊號對比度
- g : 兩光柵的間距
- f : 聚光鏡或平行光透鏡的焦距
- λ : 光源波長
- Z, Z_F : 傳播距離
- ϕ : 相位階高
- G_1, G_2, G_3 : 光柵
- $\Delta x', \Delta x$: x 方向相對位移
- $\Delta y'$: y 方向相對位移
- Θ : 繞射角
- $\Delta \nu$: 都普勒頻移
- v, \vec{v}_g : 光柵或平台移動速度

- l : 移動距離
 ν : 空間頻率
 ν_x, ν_y, ν_z : 空間頻率分量
 $(m, n), (m', n')$: 繞射階數
 $\vec{k}_{in}, \vec{k}'_{in}$: 入射光波向量
 \vec{k}_1, \vec{k}'_1 : 第一次繞射光波向量
 \vec{k}_2, \vec{k}'_2 : 第二次繞射光波向量
 E'_1, E'_2 : 光場的 Jones 向量
 V : 光柵或訊號的能見度
 h : 光柵階高
 $AC(g)$: 間距 g 時的交流訊號
 ΔV_{reg} : 直流準位誤差
 V_{deff} : A, B 間的直流準位差
 $\Delta \eta, \Delta \xi$: 光源與光柵間的傾斜角
 R, R_1 : 電阻值
 I_x, I_y : 干涉光強度
 $\Delta \omega_1, \Delta \omega_2$: 角頻率變化
 ω : 角頻率

第一章緒論

“尺”是長度計量永恆的量具。但是，不同時期，尺的形式有所不同。最早的尺是以兩個端面之間的距離來表示其長度的，後來為了能得到細分數，出現了尺面上帶有刻度的尺，稱為線紋尺。直到 20 世紀 60 年代以前，傳統的線紋尺仍是幾何量測量的主要計量器具。由於其結構簡單，有刻度和標稱值，在不需很高解析度的情況下，可以直接讀數，所以得到了廣泛的應用。

人眼的解析度雖可達到零點零幾毫米，但是要在尺面上分清某一刻線，傳統線紋尺的最小刻度間隔為 0.5mm，而比較舒適的刻度間隔為 1mm，所以，傳統線紋尺在需要高解析度時，就要靠放大鏡或顯微鏡加細分刻度來讀數。用光學顯微鏡讀數，可以達到零點幾微米所以讀數顯微鏡附加的細分刻度，其間隔通常為 1mm。但是這種讀數方式不僅不便於數位化，而且由於受光學顯微鏡分辨力極限的限制，解析度很難再提高。隨著科學技術的不斷發展，作為可以創造多方面社會效益和科學效益的計量技術也需要不斷地進步，對於幾何量測量而言，也需要出現解析度高，便於攜帶的數位化現代線紋尺。在隨後的幾年中，世界各國都在致力於發展數位位移測量系統，尋求新的測量技術和元件及其資訊處理技術。

早在一百多年前，人們就開始使用光柵，從上個世紀 50 年代到 70 年代柵式測量系統從感應同步器發展到線光柵、磁性柵、電容柵、球柵，這 5 種測量系統都是將一個柵距週期內的絕對式測量和週期外的增量式測量結合了起來，測量單位不是像雷射一樣的採光波波長，而是通用的米制（或英制）尺規。它們有各自的優勢，相互彌補，在競爭中得到了發展。利用光柵的莫爾(moiré)條紋現像，把光柵作為精密計量元件。由於光柵測量系統的綜合技術性能優於其他 3 種，而且製造費用又比感應同步器、磁柵低，因此光柵發展得最快，技術性能最高，市場佔有率最高，產業最大。光柵在柵式測量系統中的佔有率已超過 80%，光柵長度測量系統的分辨力已覆蓋微米級、次微米級甚至達奈米級，測量速度從 60m/min，到 480m/min。測量長度從厘米、米達到百米。

第一節 歷史回饋

計量光柵技術的基礎是莫爾條紋 (Moire fringes)，1874 年由英國物理學家 L. Rayleigh 首先提出莫爾條紋的工程價值，直到 20 世紀 50 年代人們才開始利用光柵的莫爾條紋進行精密測量。1950 年德國 Heidenhain 首創 DIADUR 複製工藝，也就是在玻璃基板上蒸發鍍鉻的光刻複製工藝，這才能製造高精度、價廉的光柵刻度尺，光柵計量儀器才能為用戶所接受，進入商品市場。1953 年英國 Ferranti 公司提出了一個四相信號系統，可以在一個莫爾條紋週期實現四倍頻細分，並能鑒別移動方向，這就是四倍頻解相技術，是光柵測量系統的基礎，並一直廣泛應用至今。近幾年來，更有反射尺、干涉尺的出現搭配高倍率的細分技術與四倍頻細分解向技術，使計量光柵技術邁入次微米甚至奈米的量測領域。

提到光柵編碼器的研究，首推德國 Heidenhain 公司，Heidenhain 公司 1961 年開始開發光柵尺和圓柵編碼器，並製造出柵距為 $4\mu\text{m}$ (250 線/mm) 的光柵尺和 10000 線/轉的圓光柵測量系統，能實現 1 微米和 1 角秒的測量分辨力。1966 年製造出了柵距為 $20\mu\text{m}$ (50 線/mm) 的封閉式直線光柵編碼器的長行程(米級)位移量測。在 80 年代又推出 AURODUR 工藝，是在鋼基材料上製作高反射率的金屬線紋反射光柵。並在光柵一個參考標記 (零位元) 的基礎上增加了距離編碼至五十米。在 1987 年又提出一種新的干涉原理，採用繞射光柵實現奈米級的測量，並允許較寬鬆的安裝。1997 年推出用於絕對編碼器的 EnDat 雙向串列快速連續介面，使絕對編碼器和增量編碼器一樣很方便的應用於測量系統。現在光柵測量系統已十分完善，應用的領域很廣泛，全世界光柵直線感測器的年產量在 60 萬件左右，其中封閉式光柵尺約占 85%，開啟式光柵尺約占 15%。在 Heidenhain 公司的產品銷售額中大約直線光柵編碼器占 40%，圓光柵編碼器占 30%，數顯、數控及倍頻器占 30%。Heidenhain 公司總部的年銷售額約為 7 億歐元 (不含 Heidenhain 跨國公司所屬的 40 家企業)。國外企業的人均產值在 10~15 萬美元左右，研究開發人員約占雇員的 10%，產品研發經費約占銷售額的 15%。在不斷的研發投入下，Heidenhain 公司每年均推出新專利與新產品，在光柵定位量測中扮演不可或缺的角色。

第二節 當今採用的光電掃描原理

光柵根據形成莫爾條紋的原理不同分為幅值光柵和相位光柵，又可根據光路的不同分為透射光柵和反射光柵。微米級和次微米級的光柵測量是採用幾何光柵，光柵柵距為 $100\ \mu\text{m}$ 至 $20\ \mu\text{m}$ 遠大於光源光波波長，繞射現象可以忽略。當兩塊光柵相對移動時產生低頻拍頻現象形成莫爾條紋，其測量原理稱影像原理。奈米級的光柵測量是採用繞射光柵，光柵柵距是 $8\ \mu\text{m}$ 或 $4\ \mu\text{m}$ ，柵線的寬度與光的波長很接近，則產生繞射和干涉現象，其測量原理稱干涉原理。又或利用都普勒頻移量測光柵的移動。現將目前光柵定位採用的 4 種測量原理[1]介紹如下：

(1) 具有四場掃描的影像測量原理（透射法）

採用垂直入射光學系統均為四相信號系統，是將指示光柵（掃描掩膜）開四個視窗分為四相，每相柵線依次錯位四分之一柵距，在接收的四個光電元件上可得到理想的四相信號，這稱為具有四場掃描的影像測量原理。市面上的光學尺的產品大多採用此原理，其柵距為 $20\ \mu\text{m}$ ，測量解析度為 $0.5\ \mu\text{m}$ ，準確度為 ± 10 、 ± 5 、 $\pm 3\ \mu\text{m}$ 三種，最大測量長度 3m，載體為玻璃。

(2) 准單場掃描的影像測量原理（反射法）

反射尺規的光柵是採用 $40\ \mu\text{m}$ 柵距的鋼帶，指示光柵用二個相互交錯相位光柵組成。這樣一來，一個掃描場就可以產生相移為四分之一柵距的四個圖像，稱此原理為准單場掃描的影像測量原理。由於只用一個掃描場，尺規光柵局部的污染使光場強度的變化是均勻的，並對四個光電接收元件的影響是相同的，因此不會影響光柵信號的質量。與此同時，指示光柵和尺規光柵的間隙和間隙公差能大一些，有助於光學尺的組裝。

(3) 單場掃描的干涉測量原理

對於柵距很小的光柵，指示光柵是一個透明的相位光柵，尺規光柵是自身反射的相位光柵，光束是通過雙光柵的繞射，在每一級的各光束相互干涉，就形成了莫爾條紋，其中+1 和-1 級組干涉條紋是基波條紋，基波條紋變化的週期與光柵的柵距是同步對應的。光調製產生 3 個相位相差 120° 的測量信號，由 3 個光電元件接收，隨後又轉換成通用的相位差 90° 的正弦信號。按干涉原理工作，其光柵尺的載體有鋼板、鋼帶、玻璃和玻璃陶瓷，這些系列產品都是次微米和奈米級的，其中最小分辨力達到 1 奈米。

(4) 光柵干涉術量測原理

對於奈米級的量測系統，雙光柵的光學尺受制於光柵間の間隙、雙光柵的繞射效率、系統的組裝等，使其應用受限。光柵干涉術利用都普勒頻移的原理，使得光柵繞射的+1 與-1 階的干涉相位隨光柵位移改變，此方法之光柵柵距可小於次微米，配合高倍細分割之位移解析度可達 1nm。

在 80 年代後期柵距為 $10\mu\text{m}$ 的透射光柵（分辨力為 $0.05\mu\text{m}$ ）其間隙要求就比較嚴格為 $(0.1\pm 0.015)\text{mm}$ 。由於採用了新的干涉測量原理對奈米級的繞射光柵安裝公差就放得比較寬，例如指示光柵和尺規光柵之間の間隙和平行度都很寬。繞射光柵的柵距是 $0.512\mu\text{m}$ ，經光學倍頻後信號週期為 $0.128\mu\text{m}$ ，柵距為 $8\mu\text{m}$ 和 $4\mu\text{m}$ ，經光學二倍頻後得到的信號週期為 $4\mu\text{m}$ 和 $2\mu\text{m}$ ，其分辨力為 5nm 和 50nm，系統準確度為 $\pm 0.5\mu\text{m}$ 和 $\pm 1\mu\text{m}$ ，速度為 30m/min。柵距 $8\mu\text{m}$ ，分辨力 $0.1\mu\text{m}$ ，準確度 $\pm 1\mu\text{m}$ ，速度為 72m/min。其載體為溫度係數近於 0 的玻璃陶瓷或溫度係數為 8ppm/K 的玻璃。封閉式繞射光柵尺，其柵距為 $8\mu\text{m}$ ，信號週期為 $4\mu\text{m}$ ，測量分辨力 $0.1\mu\text{m}$ ，系統準確度 $\pm 3\mu\text{m}$ 和 $\pm 2\mu\text{m}$ ，最大速度 60m/min，測量長度達到 3m，載體採用鋼尺和鋼膨脹係數（10ppm/K）一樣的玻璃。

第三節 研究動機

近年來，隨著加工與測量的自動化，光柵定位量測應用於高速線性馬達或高解析度的奈米檢測平台，其需求著重於兩個方向—解析度與速度。本論文分別針對此二需求研究，發展出高速反射式光學尺以及奈米級二維平面光學尺。高速的反射式光學尺速度需求大於 240m/min，而奈米級二維平面光學尺主要特點在於奈米解析度但可達毫米甚至厘米的量測行程。

(1) 高速反射式光學尺

光學尺，無論線型或旋轉式，大多應用副光柵與光柵尺間之莫爾效應(Moiré effect)，兩光柵之條紋平行並往垂直光柵方向相對位移，而產生週期性明暗變化，此週期性之明暗強度訊號由光電偵測器接收後可轉換為位移訊號。但運用上述方式之光學編碼器，以週期 20 μm 之透光式光柵為例，兩光柵間之間隙約須 70 μm ，如此小的間距要求在長行程移動與具有振動的機器中是相當不容易維持。在透光光柵的光學式編碼器上是以軸承與彈簧使兩光柵維持固定間距，但基於使用空間的限制與高速運動的需求時，兩光柵間不得有任何的機械構件，因此不能使用透光方式，必須採用光反射方式。應用莫爾效應所需之間距須保持 70 μm 以下，因此有人開始探討利用 泰伯(Talbot)自成像原理之反射式光學尺[2]，直接採用振幅式光柵之自成像系統，由於光透過振幅式光柵時已損失一半的光強，且光在泰伯自成像距離之傳播損耗，將使訊號降低。本文採用相位光柵為副光柵，使其在四分之一泰伯距離處，產生振幅式光柵與反射式光柵尺疊加產生莫爾條紋。

本論文首先探討相位光柵之自成像原理，接著利用相位光柵製成副光柵，以相位光柵之自成像與反射式光柵尺疊加產生莫爾條紋，分析三光柵之光路，以及光強度變化與位移之轉換分析，最後以實驗驗證理論。

(2) 奈米級二維平面光學尺

在奈米科技、半導體及微機電領域中，微奈米級移動平台有大量的需求。在奈米科技裏有：原子力顯微鏡(AFM)、穿透電子顯微鏡(TEM)、(掃描電子顯微鏡(SEM)等。在半導體領域裏有：光罩對準機(Mask Aligners)、步進光刻機(Stepping Lithographers)、臨界線寬量測(CD Measurements)、表面形貌量測(Surface Profilers)、雷射修整機(Laser Trimmers)、晶圓探測儀(Wafer Probers)、打線機(Wire Bonders)等。在電子產業裏有：翻轉焊接機(Flip-Chip Bonders)、BGA Bonders、光學自動化檢測(AOI)等。在生物科技範疇，我們可以用來做：細胞與細菌操控(Cell and Bacterium Manipulation)、基因修整與重建(DNA/RNA Rectification and Reconstructions)等。

傳統的移動平台，中低精度者採用伺服旋轉馬達、滾珠導螺桿、線性滑軌與光學尺整合。高精度短行程者採用撓性連桿懸移機構、壓電驅動器與電容式感測器整合。高精度長行程者則是將一組高精度短行程的模組架在另一組中低精度長行程的模組之上。二維的做法則是採用週交叉式(cross-axis type)或龍門架式(gantry type)兩種。這些平台的結構，在驅動、導引、和量測上兩個垂直軸是獨立分離的，系統的複雜度很高，在精密定位的控制上，系統動態的穩定性也很困難。這種做法在中低精度的系統中是可行的，但是當系統的要求提高到高精度等級，正交架構的做法就會面臨愈來愈難克服的問題，例如：兩軸間正交的精度、電容感測器感測面間的平行度、干涉儀的分光鏡/反射鏡和光路之間的垂直度等。另外在高精度需求下，正交架構的做法對於使用者技術能力的要求也提高許多，相對增加了教育訓練的成本和人才流動的風險。

二維光學尺針對傳統作法上對使用者的不便性，直接整合於量測系統內，以提高使用的便利性。其作法是將一維光柵尺改為二維的光柵盤，再利用一或二個正交的副光柵讀取光柵盤的位移訊號，因主光柵盤與副光柵間的雙重甚至三重繞射，及兩光柵間的間隙與對準，使其系統的解析度與組裝公差有限制。本文將介紹利用共軛補償式光路設計一高解析度、高偏

位容差的二維光學尺，採用單一光柵的光柵干涉術原理，使組裝簡化並提高光的效率。。



第二章 光柵位移干涉術原理

第一節 次微米光柵定位量測

光柵種類，依工作原理分為物理光柵和計量光柵，前者用作光譜儀器的色散元件，後者用於精密測量定位，將光柵應用於數控裝置上作為測量元件稱之為計量光柵。

計量光柵有長與圓兩種形狀，長的為標尺，圓的為度盤，分別用來測量位移長度或旋轉角度。在大多數情況下，光柵線條和間距的寬度相等。

以製造光柵的材料分，有玻璃透射與反射光柵、金屬反射光柵以及鋼帶反射光柵。以光柵的表面結構分為振幅光柵與相位光柵。

本論文內容是利用兩振幅光柵產生之莫爾(moiré)條紋與相位光柵之 Talbot 自成像原理分別進行穿透式與反射式之次微米光柵定位量測，亦即穿透式光學編碼尺(linear encoder)與反射式光學編碼尺。

計量光柵是一種增量式的光柵標準器，長光柵是以柵距為增量的編碼尺，長光柵的方程式為

$$L = NP \quad (2-1)$$

式中 L 為光柵的有效長度， N 為光柵的柵線數， P 為光柵柵距。由上式可看出以光柵為標準件，對某物進行量測，就是在光柵尺上讀取反映被測物長度的數值。圖 2.1 為光柵的測量原理，被測物長度以 x 表示，則 x 可表示為

$$x = \overline{ab} = \delta_1 + NP + \delta_2 \quad (2-2)$$

δ_1 與 δ_2 為在 \overline{ab} 兩端所對應的光柵上讀取的小於一個柵距的小數值。光柵測量實質上就是讀取相應的柵線數 N 和不足柵距的小數 δ_1 與 δ_2 。如果測量解析

度要求允許捨去小數數值，則測量方程式可簡化為

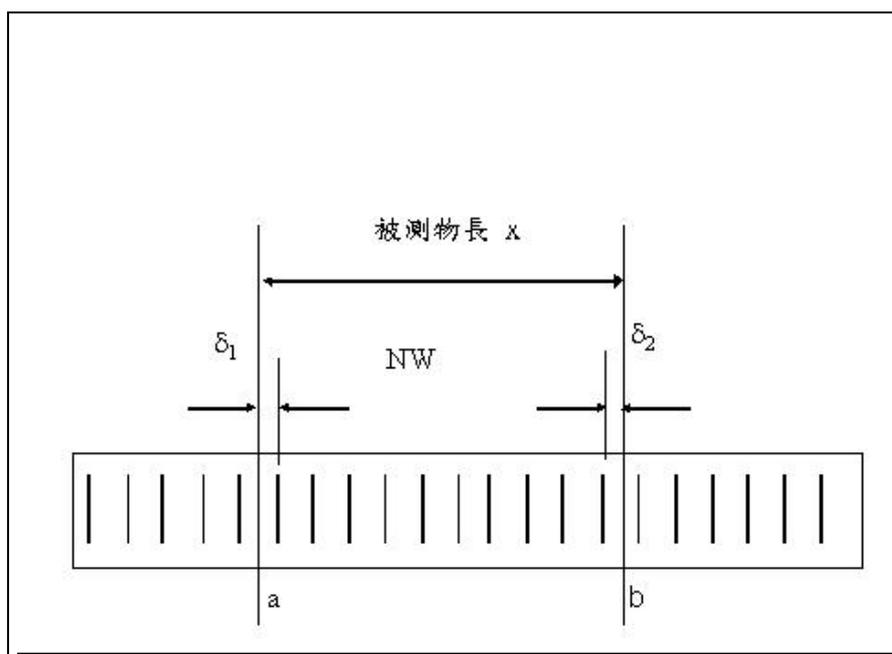


圖 2.1 光柵的測量原理

$$x = NP \quad (2-3)$$



如果測量解析度要求更高，則須對光柵柵距進行細分，假設光柵柵距被分為 n 等份，稱之為細分數，則細分系統的解析度為

$$\tau = \frac{P}{n} \quad (2-4)$$

被測物長度小數數值為

$$\delta = m\tau \quad (2-5)$$

令 $M=Nn+m$ ，則被測物長度 x 為

$$x = M\tau \quad (2-6)$$

上式是以細分系統的解析度作為最小測量單位之長光柵測量方程式。利用莫爾條紋的光柵位移量測產生的弦波位移訊號，即可進行細分，進而得到較柵距小的位移解析度。

本論文以莫爾條紋之光柵位移測量為基礎，研究次微米解析度之光柵

定位量測。常用的計量光柵柵距約為 $P=0.01\text{mm}\sim 0.05\text{mm}$ ，如果柵距較小，則細分系統的負擔較小。因此柵距的選擇，應根據所需之解析度、細分系統的技術與刻劃的製造技術決定。

一、莫爾(moiré)光柵尺定位量測

數百年前，法國的絲綢工人發現兩塊薄絲綢疊合在一起，上下兩層的經緯線交錯，在日光的照射下會產生花紋，當兩絲綢相互移動時，花紋也跟著晃動、變化。這種花紋狀似水波，法文稱為 Moiré，在此譯為“莫爾”。

長光柵的莫爾條紋，通常分三種形式，橫向莫爾條紋、縱向莫爾條紋和斜向莫爾條紋。兩光柵的柵距各為 P_1 和 P_2 ，如果 $P_1 = P_2 = P$ ，兩光柵疊合時，若柵線交角較小，則形成橫向莫爾條紋，如圖 2.2 所示。兩光柵的柵距 P_1 和 P_2 很接近，二者疊合並保持光柵平行，亦即交角為 0，則形成縱向莫爾條紋，如圖 2.3 所示。若兩光柵夾一很小的角度，則形成斜向莫爾條紋，如圖 2.4 所示。

一般光柵的柵距 P 遠大於照射光源之光波波長，因而通常採用遮光之幾何原理來解釋橫向莫爾條紋，如圖 2.2 所示，在 h-h 線上，兩光柵之柵線彼此重合，從稜形縫隙中通過光的一半，形成條紋的亮帶，在 g-g 線上，兩光柵之柵線彼此錯開，形成條紋的暗帶，一般柵線寬度為二分之一柵距，則此帶全暗。

莫爾條紋之寬度 B 與柵距 P 、夾角 α 的關係，可由圖 2.10 中之幾何關係得知

$$B = \overline{AD} = 2 \overline{AB} \approx 2 \times \frac{\frac{P}{4}}{\tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{P}{2 \tan \frac{\alpha}{2}} \quad (2-7)$$

一般 α 很小，故(2-7)式可簡化為

$$B \approx \frac{P}{\alpha} \quad (2-8)$$

其中，夾角 α 的單位為 rad，柵距 P 和條紋寬度 B 的單位為 mm。當兩光柵沿著垂直於柵線的方向移動，光柵每移動一個柵距 P ，條紋即跟著移動一

個條紋寬度 B 。因此，兩光柵相互位移即產生莫爾條紋的移動。

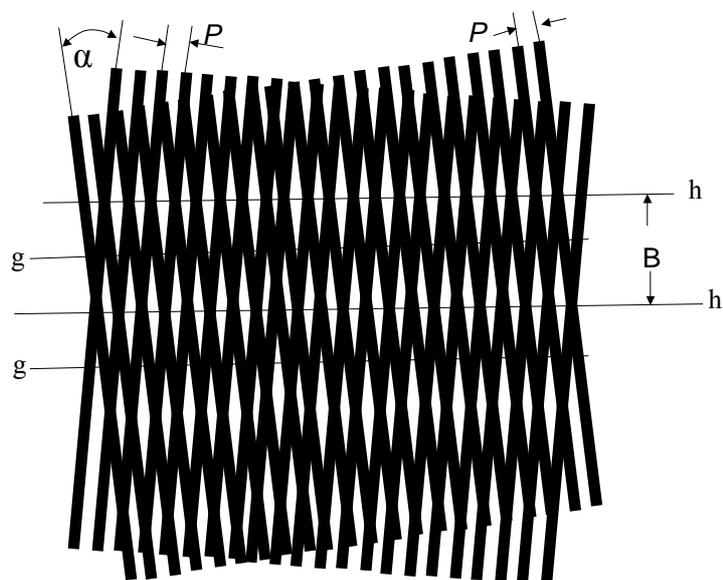


圖 2.2 橫向莫爾條紋

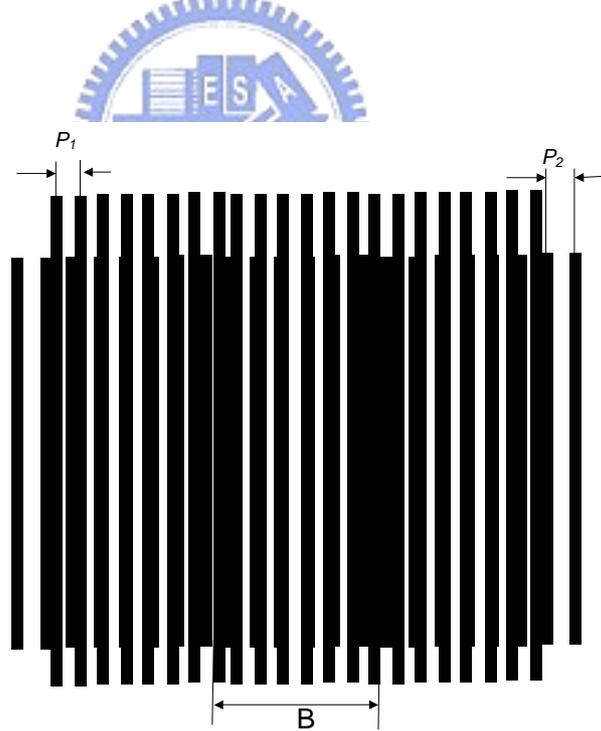


圖 2.3 縱向莫爾條紋

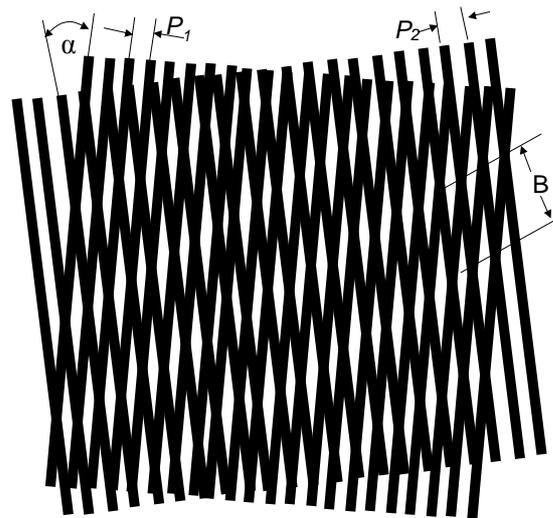


圖 2.4 斜向莫爾條紋

利用光柵的莫爾條紋測量位移，需要兩個光柵。一個光柵與移動物件相連一起移動，另一個光柵固定不動，兩光柵因此產生相對位移。光柵較長者(通常長度大於最大測量距離)稱為光柵尺，長度較短的光柵稱為指示光柵或副光柵。此二光柵再配合其他光電檢測器等元件，組成測量位移之光學尺，通常指示光柵、投射光源及光電偵測器組成光學讀頭，讀取光柵尺之位移訊號。

目前光學尺大部份採用平行狹縫方式(橫向莫爾條紋)，使用一個帶有光柵之主光柵尺(main scale)或稱主尺及指示光柵(index scale)、副光柵或稱副尺、光源及光偵測模組。主、副尺柵線面對面保持一小間距並相對移動，通過之光照度產生變化，形成周期性三角波訊號由光電偵測器(photodetector)接收，因繞射關係及光源準直效應，實際輸出波型近似正弦波如圖 2.5，其中 V_{DC} 為平均輸出電壓，亦即直流分量。 V_{p-p} 為峰值，亦即交流分量。輸出訊號周期與光柵尺之柵距相同，因此通過計數器可數出主、副光柵相對位移。

莫爾條紋的測量方程式為

$$y = NB_y + q \quad (2-9)$$

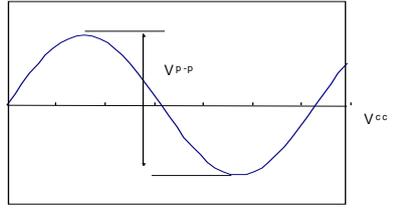


圖 2.5 近似正弦波的光學尺位移訊號

式中 y 為莫爾條紋在 y 方向的移動量、 N 為莫爾條紋之條紋數、 B_y 為莫爾條紋在 y 方向的週期、 q 為莫爾條紋的小數部份。光柵移動量 x 與莫爾條紋移動量 y 的關係為

$$x = \frac{y}{k} = \frac{1}{k}(NB_y + q) = NP + \delta \quad (2-10)$$

若將光柵訊號以傅氏級數形式描述，則可表為下式

$$\begin{aligned} f(y) &= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n2\pi}{B_y} y + \Phi_n\right) \\ &= kf(x) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n2\pi}{P} x + \Phi_n\right) \end{aligned} \quad (2-11)$$

式中 A_0 為光柵訊號的直流分量、 A_n 為光柵訊號的諧波分量、 Φ_n 為光柵訊號的初始相位。莫爾條紋移動一個條紋間距與光柵移動一個柵距是在同一時間完成的。如果採用時間座標 t ，則兩者具有相同表示式

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \Phi_n) \quad (2-12)$$

從上式可以看出，莫爾條紋訊號並非正弦波週期函數，但因兩光柵間留有間隙、光源有一定大小且光柵之繞射現象等因素影響，而濾掉高頻訊號或使高頻訊號減小，因此實際訊號接近正弦波。

在光學讀頭的光源部份其目的在發出近似平行的紅外光，穿過光柵，到達光偵測器，副尺作用是與主尺重疊以產生位移訊號，副尺上共分成 A ， $-A$ ， B ， $-B$ ， $Ref1$ 及 $Ref2$ ， $Ref1$ 條紋與主尺條紋垂直產生訊號為最大訊號之 $1/2$ ， $Ref2$ 之設計是在每隔 10mm 或 50mm 處產生寬度在柵距內之脈衝訊號做為參考，又稱為零位光柵。最後由光偵測模組將光強訊號轉為電流訊號。以下將分別針對各模組一一介紹[3]。

(一) 光源

玻璃光柵式光學尺採用 LED 為光源，若光源非平行光，則光柵尺將產生誤差，稱為光源之準直效應，如圖 2.6 所示。假設光源發散角為 2γ ，則副光柵投影至主光柵時，柵距將有擴散效應，圖中取角度 γ 及 $-\gamma$ 之平行光入射為例，兩訊號疊加後，將降低訊號對比度，假設對比度降低值為 m ， m 可表示為下式：

$$m = \left(\frac{2g}{P} \right) \tan \gamma \quad (2-13)$$

式中 g 為主光柵與指示光柵之間距， P 為光柵週期， γ 為光源發散半角。

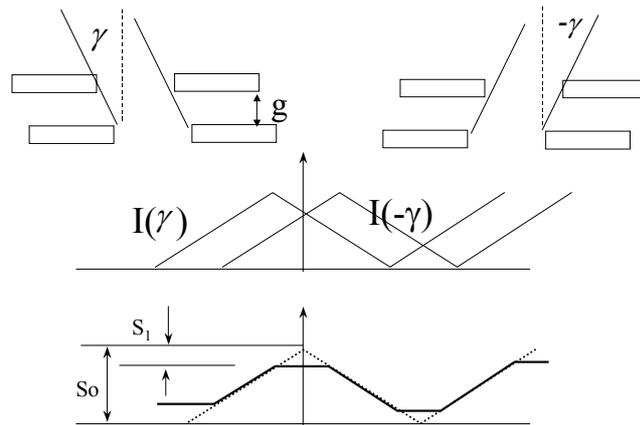


圖 2.6 光源之準直效應

考慮玻璃光柵尺之表面形狀精度、機構設計與組裝之困難度，故須降低 LED 光源之發散角，以便增加主光柵與指示光柵之間距。理想上，光源發出的光經過平行透鏡變成平行光，照射在光柵上。但光源不可能為一個點，以 LED 晶片而言，若發光面積約 $r \times r \text{ mm}^2$ ，假設聚光鏡之焦距為 f ，則光源的發散角約為 $\gamma \approx \sqrt{2r}/f$ 。以本研究為例，平行化透鏡之焦距為 9mm ，LED 發光尺寸 $r=0.35\text{mm}$ ，則光源的發散角約為 3.12° 。目前尚有較小發光面積的 LED 晶片，發光尺寸 $r=0.12\text{mm}$ ，則光源發散角可降為 1.03° ，平行效果較

佳，在有效範圍內，光較均勻，四個相移訊號強度較接近。訊號對比度亦較高。

(二) 主、副尺

當光柵向一個方向移動時，光柵訊號經光電偵測器取出正弦訊號，輸出的訊號無法辨別光柵移動方向，因此，電子系統必須具有方向判別線路，對光柵一個方向移動的訊號進行加法運算，而另一方向進行減法運算。為此，在指示光柵中設計兩個具同週期之雙狹縫光柵，由兩個光電偵測器取出兩個相位差 90° 之弦波訊號，彼此超前還是落後取決於光柵移動方向，由此可判別光柵移動方向。

在光學尺應用中，常使用於馬達定位系統，而馬達產生的雜訊多數為共模雜訊，設計中常採用差動方式消除共模雜訊如圖 2.7 所示，因此在指示光柵上設計四個狹縫相位差 90° 的光柵稱之為 A, B, -A, -B，如圖 2.8 所示，利用四個光柵上條紋之空間位置相差產生相位的位移，A, B 訊號相差 90° ，用於訊號細分割及判斷行進方向，A, -A 相差 180° 用以消除共模雜訊。

光柵尺的精度將影響整個光學尺的精確度，光學尺的光源，指示光柵與光電偵測器是透過特殊設計的機構一起移動，因此我們將光源、指示光柵與光電偵測器整合稱為光學讀頭，傳統透光式光學尺讀頭上含有五個軸承，如圖 2.9 所示，讀頭上方之兩個軸承沿著主光柵尺邊緣滑動帶動讀取頭沿主光柵尺移動，使讀頭上之指示光柵與主光柵尺產生相對位移。

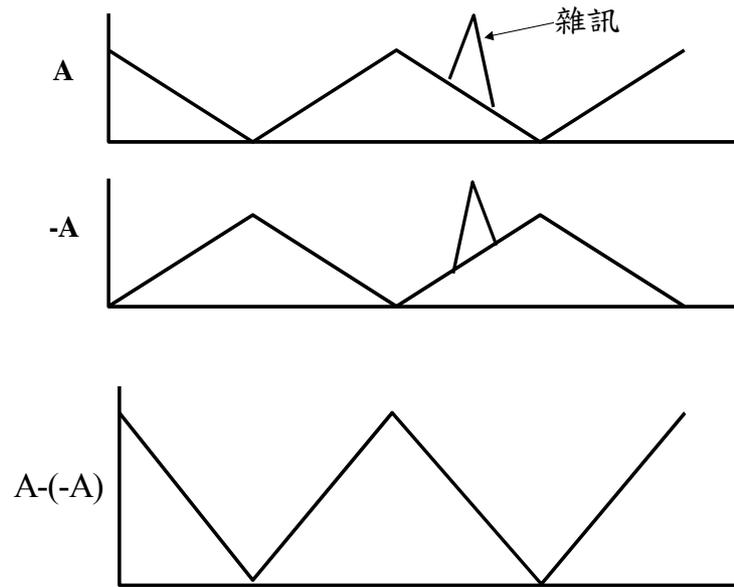


圖 2.7 採用差動方式消除共模雜訊示意圖

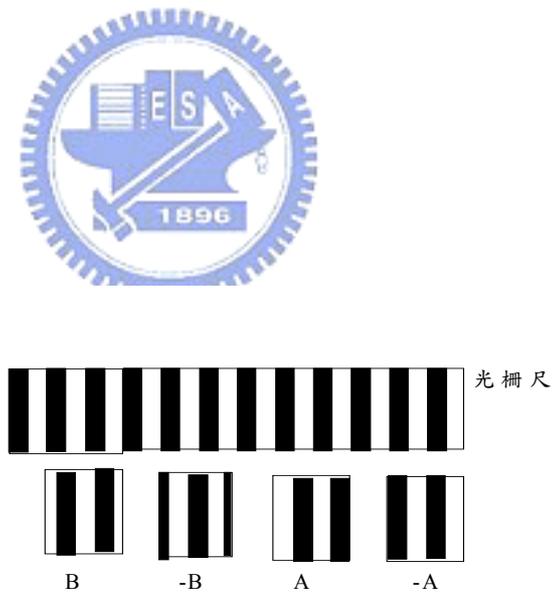


圖 2.8 指示光柵上設計四個狹縫相位差 90° 的光柵示意圖

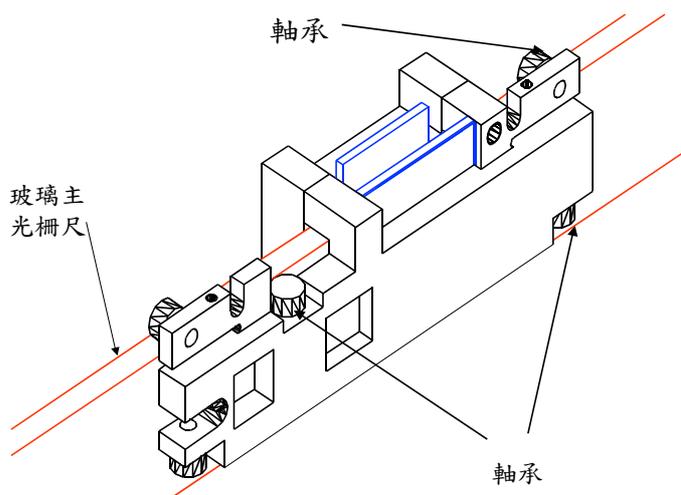


圖 2.9 傳統透光式光學尺機構設計圖

在主光柵設計方面，因軸承沿著主光柵尺邊緣滑動，若主光柵尺的邊緣未經研磨，表面起伏太大，將造成訊號強弱跳動，甚至訊號消失。若主光柵尺之邊緣經研磨但邊緣與主光柵尺上之光柵條紋不垂直，將造成指示光柵之光柵條紋與主光柵之光柵條紋不平行，如圖 2.10 所示，假設兩光柵條紋夾角為 α ，則造成之 moirè 橫向條紋週期可由圖 2.10 之幾何關係得到式 2-14。

$$B = \overline{AD} = 2 \overline{AB}$$

$$B = 2 \times \frac{\overline{BC}}{\tan \frac{\alpha}{2}} \approx 2 \times \frac{\frac{P}{4}}{\tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{P}{2 \tan \frac{\alpha}{2}} \quad (2-14)$$

由上式得知 Moirè 橫向條紋週期與光柵尺週期之關係，假設 A, B 偵測器之尺寸為 4mm X 4mm，則 Moirè 橫向條紋之寬度至少須大於 4mm，由此算出主光柵與指示光柵之光柵條紋傾斜角度至少需小於 0.07° [3]。由上述得知影響訊號的因素有偵測器的高度、主光柵與指示光柵條紋的傾斜度以及主柵尺光柵條紋與主光柵玻璃邊緣之垂直度，在設計上 A, B 光偵測器之高度愈小，則容許主光柵與指示光柵條紋之傾斜度愈大。而光學尺組裝時軸承為副光柵之基準，在光學尺使用時軸承沿主光柵尺的邊緣行進，因此主光柵尺邊緣研磨的直線度及主柵尺光柵條紋與主光柵玻璃邊緣之垂直度將影響主光柵與指示光柵條紋之傾斜度，亦影響整個光學尺的精度。

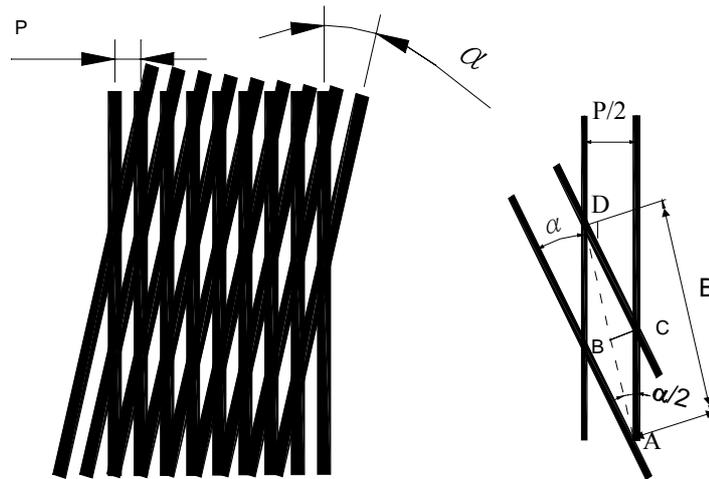


圖 2.10 指示光柵之光柵條紋與主光柵之光柵條紋不平行

(三) 主尺與副尺間距

光柵之間必須有足夠間隙，以防止光柵間互相磨擦而損傷光柵條紋，但隨著光柵間隙的增加 Moirè 條紋的對比將迅速減低，因此編碼器系統須特別設計浮動機構以固定光柵間距，並利用封裝避免灰塵或汙染物損傷光柵條紋。

光柵間隙的選擇可分兩種，一種為小間隙，一種為大間隙。在小間隙的工作情況下，為確保系統精度，訊號的對比度良好，又要避免光柵間互相磨擦而損傷光柵條紋。上述光源的設計、主光柵玻璃之平面度要求，主光柵與指示光柵條紋之平行度以及軸承沿主光柵尺邊緣滑動之跳動性均需考量。如光源設計中所提及之光源及平行化透鏡規格，根據式(2-14)計算，主光柵與指示光柵之間距約取 3~5 倍光柵尺光柵之柵距寬。

另一種大間隙工作是利用菲涅爾(Fresnel)定律，根據光柵的繞射原理，主光柵的投影因繞射而變模糊。若光源為平行光則亮度分佈隨距離增加其變化近似正弦波曲線，當距離增加，光柵的投影再度增強使光柵條紋對比增至最強，稱此位置為菲涅爾第一平面或泰伯(Talbot)平面，將副光柵置於此位置則可達重疊效果。光柵大間隙之計算公式如下：

$$g = N \frac{p^2}{\lambda} \quad (2-15)$$

當 $N=0$ 時， $g=0$ ，即為小間隙之工作情形， $N=1$ 為第一個泰伯平面，根據訊號對比的要求，間隙的變化量 $\delta=\pm g$ 。根據光柵條紋之柵距寬度，柵距小於 0.01mm 時可選擇採用第一個泰伯平面之大間隙工作情況，若條紋柵距大於等於 0.01mm 時則選擇採用小間隙之工作情形。

(四) 光柵訊號處理

光柵訊號的處理電路將光偵測器輸出的類比訊號當作輸入，經過電流變電壓轉換，差分放大器，一級濾波，接著再經過比較器成為直線編碼器的輸出訊號。差分放大器主要目的是將相差 180° 之 $A,-A$ 及 $B,-B$ 相減以消除共模雜訊及直流訊號並且將訊號放大，放大後之 A,B 正弦波經比較器成為方波輸出。為了增加驅動能力會在訊號輸出前加電晶體放大電流，以便輸出訊號能傳輸過較長的導線，到達計數器來計算位移。

計數系統包括脈衝電路、判向電路以及可逆計數器三部份。光電計數波形分析如圖 2.11 所示， B 方波為閘電路控制的控制電壓，對於及閘，只有當輸入的兩個訊號同時處於正電壓時，亦即 B 方波處於正電壓時，閘電路開啟，經微分電路輸出的 A 訊號脈衝才能通過。亦即，光柵正向移動時，只讓正脈衝通過，光柵反向移動時，只讓負脈衝通過。如果正脈衝進行加法，負脈衝進行減法，既可實現可逆計數。

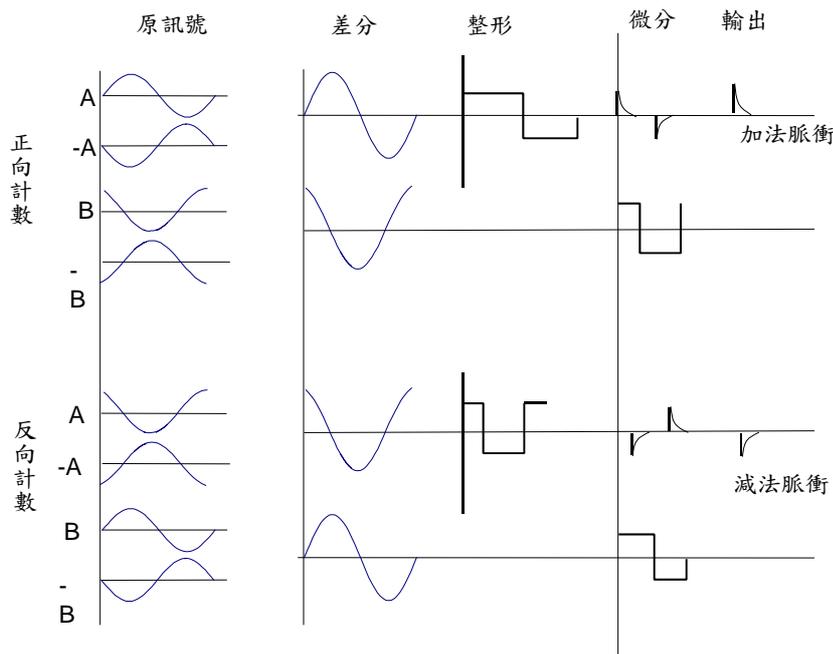


圖 2.11 光電計數波形分析



(五) 零位光柵

普通光柵已增量形式反映位移量，沒有確定的零位，測量時零位是任意的。因此，每次測量各有其不同的零位。這種裝置在遇到停機時，必須重複前面的測量工作後才能繼續進行測量。

普通增量式光柵的這個問題是靠光柵的零位系統編碼解決。要使增量式光學尺上具有能讓電子裝置識別得零位標記，就必須在光柵刻線區之外再刻制一組零位光柵，並與光柵尺上光柵之某一位置相對應，作為光柵的固定零位。

零位光柵之功用為在柵距寬度內產生一個對比度高的脈衝，因此需設計一個不等距光柵，當兩個零位光柵重疊時並沿垂直柵線方向相對位移時會產生三角脈衝如圖 2.12 所示，以數學式表示亦即光柵函數的自相關運算，令零位光柵之圖形函數為 $f(x)$ ，則其自相關運算式如式(2-16)，式中

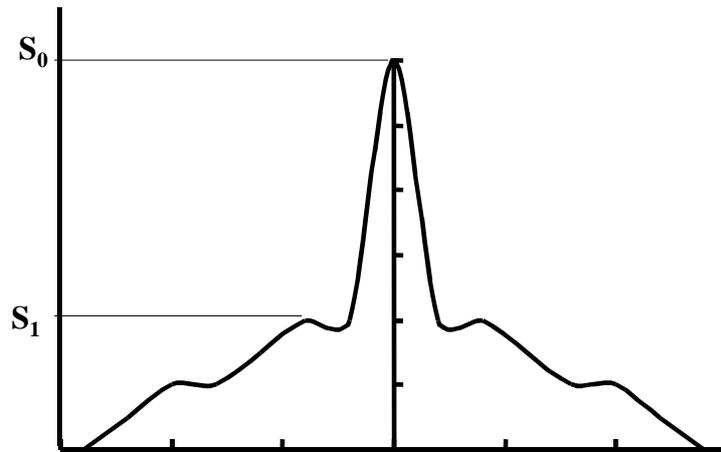


圖 2.12 零位光柵之三角脈衝訊號

x 為零位光柵之相對位移，令零位光柵長度為 L ，則式中之積分範圍可由 $-\infty \sim \infty$ 改為 $-L \sim L$ 。

$$\gamma_{fg}(x) = f(x) * f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha) f^*(\alpha - x) d\alpha \quad (2-16)$$

若採用式(2-16)運算，相當費時且複雜。在此將上述積分運算簡化為以不等間距光柵中之最小線寬為位移單位，將光柵函數簡化為 0 與 1 之陣列，進行運算。取零位光柵中最小線寬為一個單位線寬以 $B(I)$ 表示，則 $B(I)$ 可表為 $\{B(I)\} = \{B(1), B(2), B(3), B(4), B(5), \dots\}$ 。 $B(I)=1$ 為亮線， $B(I)=0$ 為暗線， N 為單位寬度的亮線與暗線數， $\{B(I)\} = \{B(1), B(2), B(3), \dots, B(N)\}$ 主、副光柵上之零位光柵條紋完全相同，假設兩光柵的柵線相遇時才透光，否則均不透光，故可用兩者的乘積表示。

對於光通量曲線 $F(x)$ 通常有下列要求：

1. 零位信號($x=0$)為一個銳三角脈衝， S_0 越大越好。
2. 要求殘餘訊號 S_1 越小越好，一般 $k=S_1/S_0$ 為 $1/2 \sim 1/3$ 。
3. $F(x)$ 以零位為原點，左右對稱。

若指示光柵上之零位光柵自左向右移動，每次位移量為一個單位寬度，透過兩光柵的光通量以 $\{C(I)\}$ 表示，則(假設 $N=5$)

$$C(1)=B(5) \times B(1)+0 \times B(2)+\dots+0 \times B(5)$$

$$C(2)=B(4) \times B(1)+B(5) \times B(2)+\dots+0 \times B(5)$$

.

.

$$C(5)=B(1) \times B(1)+B(2) \times B(2)+\dots+B(5) \times B(5)$$

圖 2.13 以圖形表示兩光柵之相對位移狀態。當副光柵移至(5)後， $C(5)$ 之光通量最高。將光通量 $\{C(I)\}$ 以矩陣表示：

$$\{C(I)\} = \begin{bmatrix} C(1) \\ C(2) \\ C(3) \\ C(4) \\ C(5) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B(5) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B(4) & B(5) & 0 & 0 & 0 \\ B(3) & B(4) & B(5) & 0 & 0 \\ B(2) & B(3) & B(4) & B(5) & 0 \\ B(1) & B(2) & B(3) & B(4) & B(5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B(1) \\ B(2) \\ B(3) \\ B(4) \\ B(5) \end{bmatrix}$$

在零位柵線 $\{B(I)\}$ 中，0 與 1 元素的多少及排列規律不同，會得到不同的光通量 $F(x)$ ， S_i/S_o 亦不同。設計零位光柵的三個參數分別為零位柵線的亮線及暗線總數 N ， $N=l/w$ ， l 為零位光柵的長度， w 為單位寬度，在此取 $w=20$ 微米。光亮比 $k= S_i/S_o$ ，一般 $k=1/2 \sim 1/3$ 。亮線總數 B ，根據 $k=1/2 \sim 1/3$ 時 $B/N=1/2 \sim 1/5$ 。

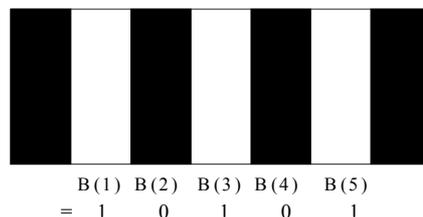


圖 2.13 以圖形表示兩光柵之相對位移狀態

設計概念是以電腦隨機讀取，以 X_o 為門檻(threshold)，判斷 $B(I)$ 值的標準，隨機取得 $RND(0)$ 值，當 $RND(0)$ 值 $< X_o$ 時， $B(I)$ 為 0，否則 $B(I)$ 為 1。 $B=\{C(N)\}=S_o$ ，一般 X_o 在 0.5~0.9 之間，亮線太多，光亮比 $k= S_i/S_o=1/2 \sim 1/3$ 很難滿足。亮線若太少，光通量太小，訊號太弱，通常設計最多亮線

數 $X_2=N/2$ ，至於最小亮線數，則考慮光電檢測器(Photo-detector)之受光量而取為 X_1 。當 B 不滿足 $X_2 \geq B \geq X_1$ 時，則重新隨機讀取 $B(I)$ ，程式流程圖如圖 2.14。圖 2.15 為指示光柵之光罩設計圖，圖 2.16 為指示光柵訊號輸出模擬。

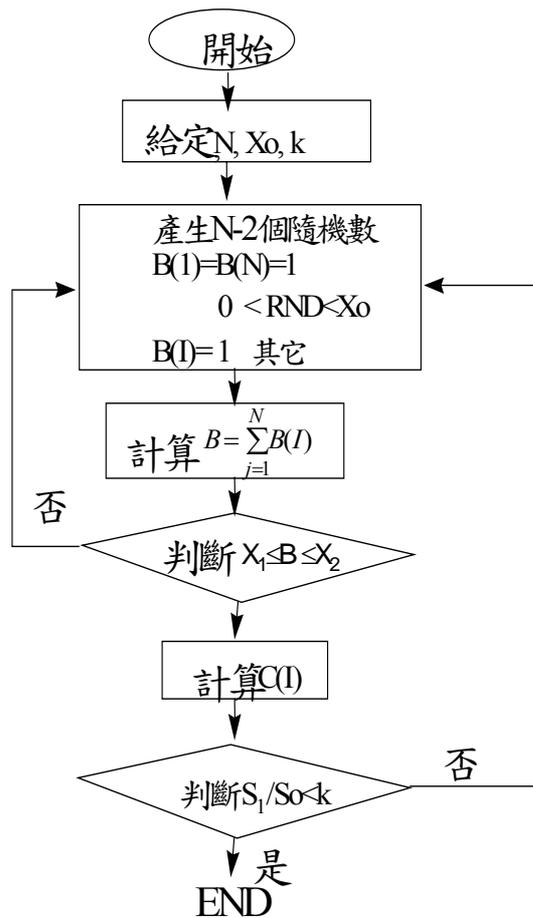


圖 2.14 零位光柵設計程式流程圖如

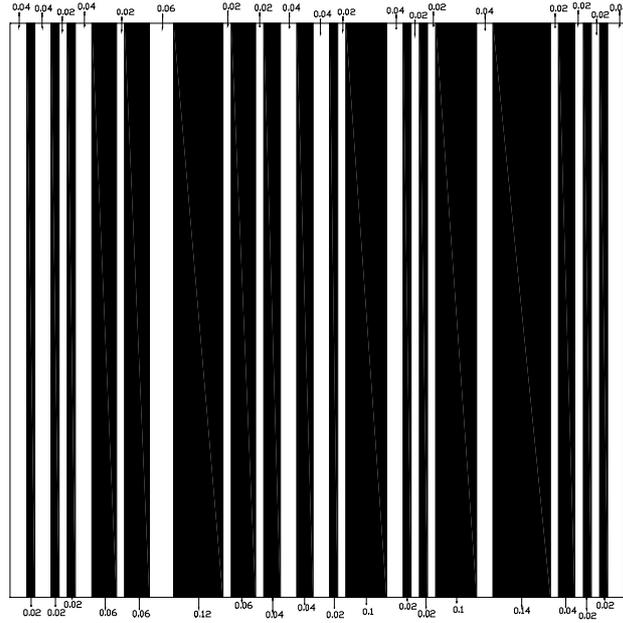


圖 2.15 零位光柵之光罩設計圖



訊號比:2.73 亮線數:30

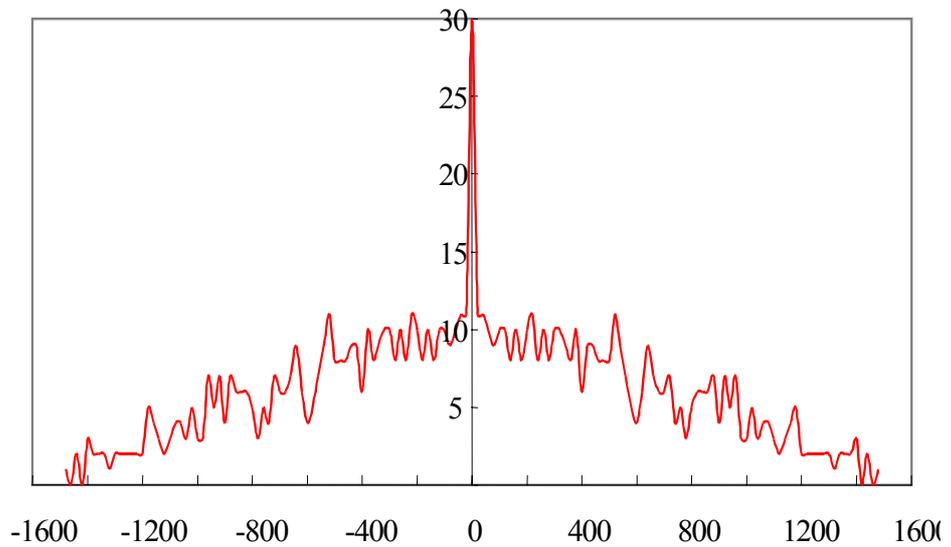


圖 2.16 零位光柵訊號輸出模擬

(六) 電子細分割

由於定位能力日漸進步，要求長度量測的解析度也愈來愈高，目前解析度要求在 $1\sim 0.1\ \mu\text{m}$ ，以光柵柵距 $20\ \mu\text{m}$ 而言，須再經過細分才可提高光學尺的解析度，電子細分割的技術是對一柵距進行數等分以至於上百等分的細分，以提高其解析度。

光柵的細分割方法許多方式可應用於各種不同情況，幅值分割法是對於正弦波的振幅進行線性分割，對 360° 等分取出弦波的幅值，再以電子電路產生欲切割之分壓值。倍頻法是透過增加正弦波之角頻率 n 倍得到新的訊號週期而達到細分的效果。移相法則是利用幅值或倍頻等各種方法得到一系列有相位移的正弦波，各正弦波的相位差按照 $2\pi/n$ 排列。函數變換法是將正弦波訊號轉換成其它函數或轉換座標軸，再細分。

在眾多細分法中，四倍頻法是最基本亦是大多計數器均有的功能，因四倍頻法可直接由 A,B 之方波訊號處理而得，故亦將其稱為數位式細分割。四倍頻的原理是將四個相差 90° 之正弦波訊號經差分，放大再經比較器成為方波，再經線性驅動電路(line driver)形成 A, -A, B, -B 四個方波。四個方波均經微分器微分成為正負脈衝訊號，四個正負脈衝訊號經整流產生四個脈衝訊號，一個光柵週期可產生四個脈衝訊號亦即細分為四倍，若光柵柵距為 $20\ \mu\text{m}$ 則經四分割後解析度可提升為 $5\ \mu\text{m}$ 。

目前的計數器大多結合四倍頻與方向判別之計數電路，其工作原理如圖 2.17 所示。將上述四個相位差 90° 的方波訊號分別命名為 a1, a2, a3, a4，四個訊號微分後之正負脈衝訊號為 p1, p2, p3, p4，依圖 2.11 分別將 a 與 p 訊號經及閘(AND gate)，當 a 與 p 均在高電位時方可輸出一個正脈衝訊號。圖 2.17 繪出光學尺正向與反向移動時之判斷電路，其輸出之波形如圖 2.18 所示，正向移動 A 訊號較 B 超前 90° ，正脈衝進入加法器，負向移動 A 訊號較 B 落後 90° ，正脈衝進入減法器，一個週期可產生四個脈衝訊號故為四倍頻電路。

電阻鏈細分割法可達細分數 50 倍配合四倍頻電路，可使訊號達 200

倍的細分數，在下面章節中將針對電阻鏈移相法與高倍數位細分割做一詳細介紹。

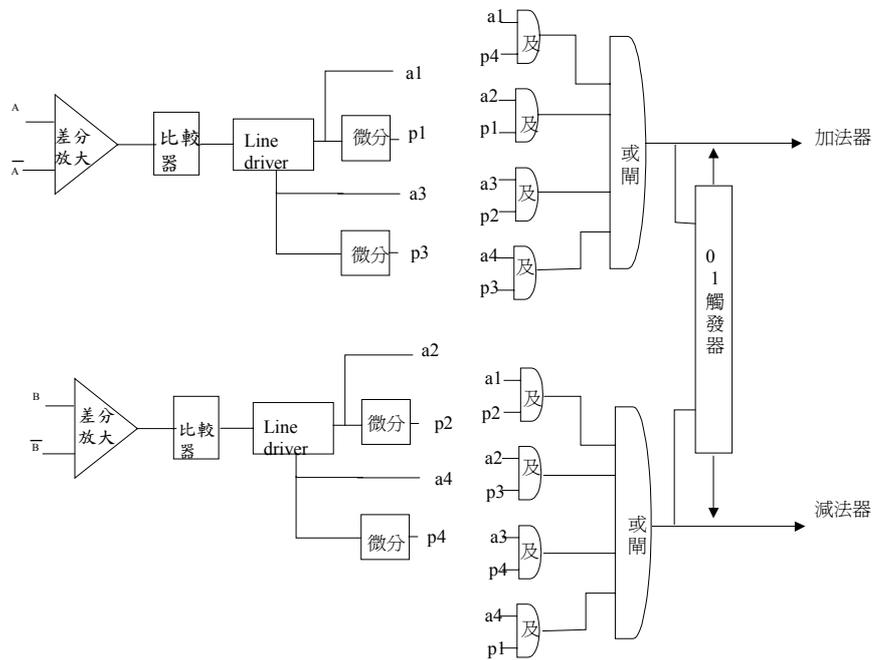


圖 2.17 結合四倍頻與方向判別之計數電路

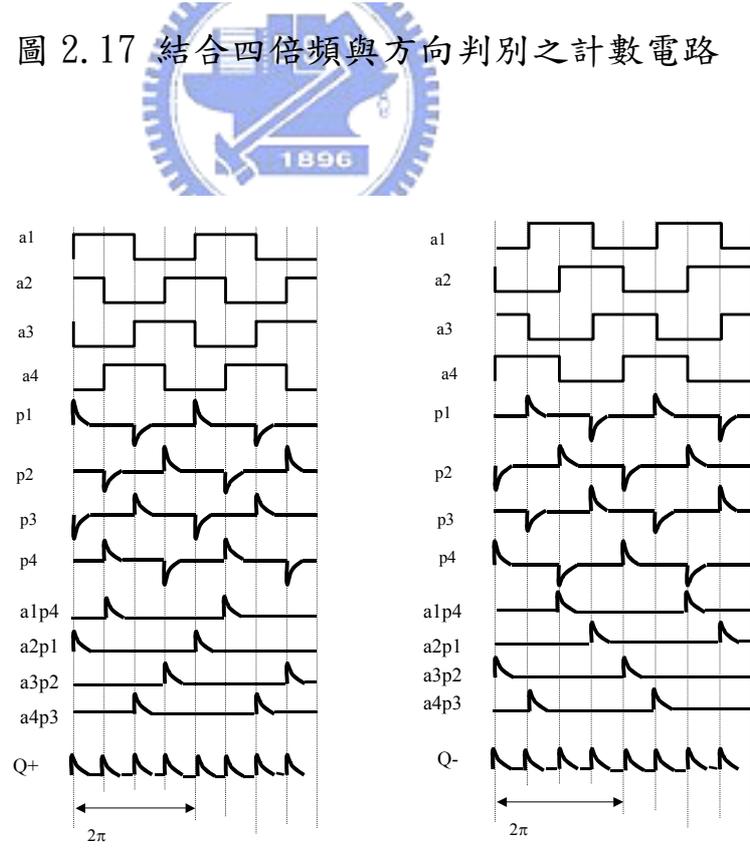


圖 2.18 結合四倍頻與方向判別之波形示意圖

二、泰伯效應(Talbot effect)光柵尺定位量測

光學式編碼器，無論線型或旋轉式，大多應用副光柵與光柵尺間之莫爾效應(Moiré effect)，兩光柵之條紋平行並往垂直光柵方向相對位移，而產生週期性明暗變化，此週期性之明暗強度訊號由光電偵測器接收後可轉換為位移訊號。但運用上述方式之光學編碼器，以週期 $20 \mu\text{m}$ 之透光式光柵為例，兩光柵間之間隙約需 $70 \mu\text{m}$ [2]，如此小的間距要求在長行程移動與具有振動的機器中是相當不容易維持，在透光光柵的光學式編碼器上是以軸承與彈簧使兩光柵維持固定間距，但基於使用空間的限制與高速運動的需求，兩光柵間不得有任何的機械構件，因此不能使用透光方式，必須採用光反射方式。應用莫爾效應所需之間距需保持 $70 \mu\text{m}$ 以下，因此有人開始探討利用 Talbot 自成像原理之反射式光學尺[3]。

(一) 自成像與部份自成像

1836 年，H. F. Talbot 發現週期性結構在固定距離將形成自身的像，稱為自成像(Self-image)。1881 年 Rayleigh 以 Fresnel 近似(Fresnel approximation)解釋此現象[4]，以 Ronchi 光柵代表週期性函數，所謂 Ronchi 光柵是指光柵為明暗交替的條紋，明暗條紋寬度相等，其光柵函數為

$$t(x_0) = \sum_m t_m e^{i \frac{2\pi}{p} m x_0} \quad (2-17)$$

如圖 2.19 所示，光波經光柵(x_0 - y_0 平面)傳播至 x - y 平面，傳播距離 z ，則其光波函數為

$$\begin{aligned} u(x, z) &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int t(x_0) e^{i \frac{\pi}{\lambda z} (x-x_0)^2} dx_0 \\ &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \sum_m t_m \int e^{i \frac{\pi}{\lambda z} (x-x_0)^2 + \frac{i\pi}{\lambda} m x_0} dx_0 \\ &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} C(z) \sum_m t_m e^{i \frac{2\pi m}{p} x} \cdot e^{-i \frac{\pi m^2 \lambda}{p^2} z} \end{aligned} \quad (2-18)$$

令 $z=n \cdot 2p^2/\lambda$ ，則式(2-17)可改寫為

$$u(x, z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} C(z) \sum_m t_m e^{i\frac{2\pi m}{d}x} \quad (2-19)$$

比較(2-17)式與(2-19)式，可知在 $z=n \cdot 2p^2/\lambda$ 處再次產生光柵的像，此即為光柵的自成像技術， $z_T=n \cdot 2p^2/\lambda$ 稱為泰伯(Talbot)距離。由(2-19)亦可知自成像的強度隨傳播距離 z 遞減。

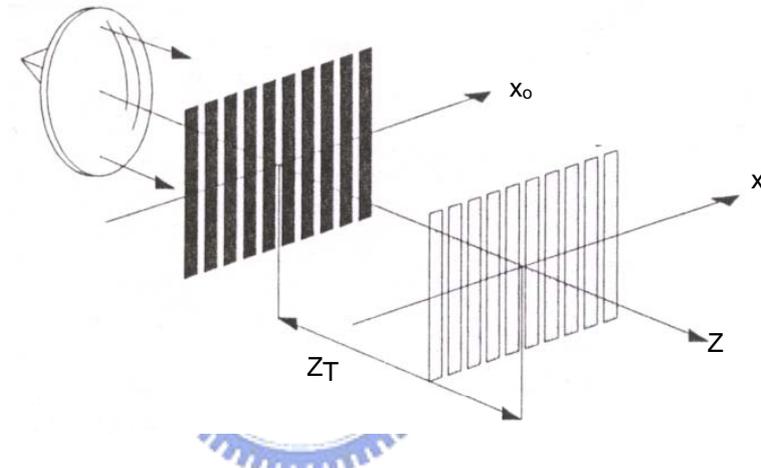


圖 2.19 光波經光柵(x_0-y_0 平面)傳播至 $x-y$ 平面

但直接採用振幅式光柵之自成像系統，首先光透過振幅式光柵時已損失一半的光強，且在 Talbot 自成像距離時，光之傳播損耗，將使訊號降低。本文採用相位光柵為副光柵，使其在四分之一 Talbot 距離處，產生振幅式光柵與反射式光柵尺疊加產生莫爾條紋。

考慮一個一維週期結構，其單一周期之穿透函數為 $t_p(x)$ ，則此結構之穿透函數可寫為

$$t(x) = t_p(x) \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{p}\right) \quad (2-20)$$

從 Fresnel diffraction 得知，光場傳播至週期性結構後方任一距離 z_F ，其光

場分佈為

$$U(x, z_F) = C(z_F) \cdot t_p(x) \otimes \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp \left[-i\pi\lambda z_F \left(\frac{m}{p} \right)^2 \right] \exp \left[i2\pi \left(\frac{m}{p} \right) x \right] \right\} \quad (2-21)$$

式中 $C(z_F) = (\exp(ikz_F)/i\lambda z_F) \cdot \sqrt{2z_F/k} \exp(i\pi/4)$ ， λ 為光波波長。在本論文中，考慮傳播距離為部份泰伯距離(Fractional Talbot distance)，亦即在 $z=z_T/4=p^2/2\lambda$ 處 [5-8]。因此 (2-21) 式可改寫為

$$U(x, \frac{z_T}{4}) = A \times \left\{ t_p(x) \otimes \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp \left(-i\pi \frac{m^2}{2} \right) \exp \left[i2\pi \left(\frac{m}{p} \right) x \right] \right\} \quad (2-22)$$

式中 $A = \sqrt{2}/(ip\sqrt{\pi}) \exp[i\pi(p/\lambda)^2 + i\pi/4]$ 。假設 $m = 2n_0 + n_1$ ，於式(2-20)中右項可重組為

$$\begin{aligned} & \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp \left(-i\pi \frac{m^2}{2} \right) \exp \left[i2\pi \left(\frac{m}{p} \right) x \right] \\ &= \sum_{n_0=-\infty}^{\infty} \sum_{n_1=0,1} \exp(-i2\pi n_0^2) \exp(-i2\pi n_0 n_1) \exp \left[-i\pi \left(\frac{n_1^2}{2} \right) \right] \exp \left[i4\pi \left(\frac{n_0}{p} \right) x \right] \exp \left[i2\pi \left(\frac{n_1}{p} \right) x \right] \end{aligned} \quad (2-23)$$

上式中，因為 n_0 及 n_1 均為整數，所以 $\exp(-i2\pi n_0^2)$ 與 $\exp(-i2\pi n_0 n_1)$ 等於一。因此式(2-24)可以簡化為

$$\begin{aligned} & \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp \left(-i\pi \frac{m^2}{2} \right) \exp \left[i2\pi \left(\frac{m}{p} \right) x \right] \\ &= \left\{ 1 + \exp \left[i\frac{2\pi}{p} \left(x - \frac{p}{4} \right) \right] \right\} \times \sum_{n_0=-\infty}^{\infty} \delta \left(x - n_0 \frac{p}{2} \right) \\ &= \sum_{n_0=-\infty}^{\infty} \left\{ 1 + \exp \left[i\pi \frac{(2n_0 - 1)}{2} \right] \right\} \delta \left(x - n_0 \frac{p}{2} \right) \end{aligned} \quad (2-24)$$

式中 δ 代表脈衝函數(Dirac delta function)。將式(2-24)代入式(2-22)，光場分佈改寫為

$$U(x, \frac{z_T}{4}) = A \sum_{n_0=-\infty}^{\infty} \left\{ \left[1 + \exp \left(i\pi \frac{(2n_0 - 1)}{2} \right) \right] \times t_p \left(x - \frac{n_0 p}{2} \right) \right\} \quad (2-25)$$

式中之 n_0 決定 $U(x, z_T/4)$ 相位，若 n_0 為奇數，令 $n_0=2n+1$ ， $\{1+\exp[i\pi(2n_0-1)/2]\}=(1+i)$ ；相反地，若 n_0 為偶數，令 $n_0=2n$ ， $\{1+\exp[i\pi(2n_0-1)/2]\}=(1-i)$ 。因此，式(2-25)變為

$$U(x, \frac{z_T}{4}) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[(1-i)t_p(x-np) + (1+i)t_p(x-np - \frac{p}{2}) \right] \quad (2-26)$$

$$= \sqrt{2}A \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \left[t(x) + \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right)t\left(x - \frac{p}{2}\right) \right]$$

式(2-26)指出在四分之一 Talbot 平面處之光場分佈，可視為兩部份，兩部份均與原周期結構之穿透函數相同，但兩部份間存在半周期之位移及 $\pi/2$ 之相位。

本論文中之編碼尺包含兩種形式之周期結構：二階相位光柵 binary-phase grating (BPG) 及 二階振幅光柵 binary-amplitude grating (BAG)。相位光柵的相位階高(phase step)為 ϕ ，兩光柵之開口比(open ratio)為 0.5。則 BPG 及 BAG 之穿透函數可表示為

$$t_{\text{BPG}}(x) = \left\{ \exp(i\phi) \text{rect}\left(\frac{x - \frac{p}{4}}{\frac{p}{2}}\right) + \text{rect}\left(\frac{x - \frac{3p}{4}}{\frac{p}{2}}\right) \right\} \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{p}\right) \quad (2-27)$$

$$t_{\text{BAG}}(x) = \text{rect}\left(\frac{x - \frac{p}{4}}{\frac{p}{2}}\right) \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{p}\right) \quad (2-28)$$

假設光波入射一二階相位光柵(BPG)，亦即 $t(x)=t_{\text{BPG}}(x)$ 且相位階高(phase step) $\phi=\pi/2$ ，將式(2-27)代入式(2-26)，則於 $z_T/4$ 平面處，其光場分佈為

$$U_{\text{BPG}}(x, \frac{z_T}{4}) = 2\sqrt{2}A \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \text{rect}\left(\frac{x - \frac{p}{4}}{\frac{p}{2}}\right) \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{p}\right) \quad (2-29)$$

根據(2-29)式，於 $z_T/4$ 平面處有一二階振幅光柵的像(如圖 2.20)。若光波入射一二階振幅光柵(BAG)，亦即 $t(x)=t_{\text{BAG}}(x)$ ，上述現象類似成像

透鏡效應是可逆的。將(2-28)式代入式(2-26)，則於 $z_T/4$ 平面處[8, 9]，其光場分佈為

$$U_{\text{BAG}}\left(x, \frac{z_T}{4}\right) = \sqrt{2}A \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \left[\text{rect}\left(\frac{x_0 - \frac{p}{4}}{\frac{p}{2}}\right) + \exp(-i\frac{\pi}{2}) \text{rect}\left(\frac{x_0 - \frac{3p}{4}}{\frac{p}{2}}\right) \right] \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{p}\right) \quad (2-30)$$

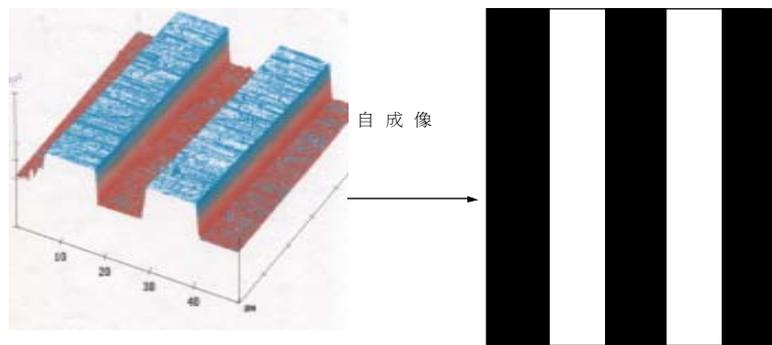


圖 2.20 泰伯自成像

(二) 三光柵系統 [10]

圖 2.21 表示本研究中之光學線性編碼尺的系統結構。指示副光柵為二階相位光柵；光柵尺為二階相位光柵。兩光柵具有相同的週期，兩光柵的間距為四分之一 Talbot 距離。平行光源通過指示副光柵，於四分之一 Talbot 平面處，產生二元振幅光柵像並投影於主光柵尺上。接著被主光柵尺反射後，再返回指示副光柵，最後，由光電檢測器(photo-detector) 接收光強。當指示副光柵與主光柵尺產生相對位移時，光強隨之改變；亦即，

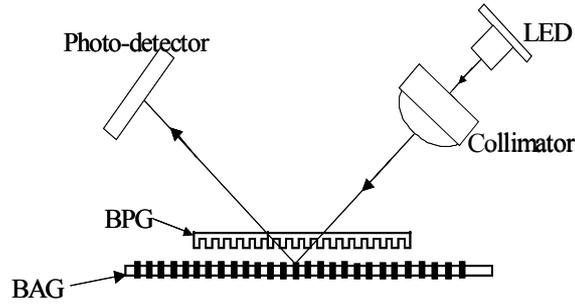


圖 2.21 本研究中之光學線性編碼尺的系統結構

光電檢測器輸出電流隨相對位移變化。

在上述的編碼尺中，光經過指示副光柵兩次，被主光柵尺反射一次，圖 2.22 顯示上述的光學組態等效於一個三光柵系統，圖中 G_1 及 G_3 代表指示副光柵；為二階相位光柵， G_2 代表主光柵；為二階振幅光柵。一單色平面波被 G_1 繞射後傳播至 G_2 ，因為 G_1 與 G_2 間的距離為 $z_T/4$ ，在 G_2 前的繞射光波，可由(2-29)式得到

$$U_{2f}(x) = 2\sqrt{2}A \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \text{rect}\left(\frac{x - \frac{p}{4}}{\frac{p}{2}}\right) \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{p}\right) \quad (2-31)$$

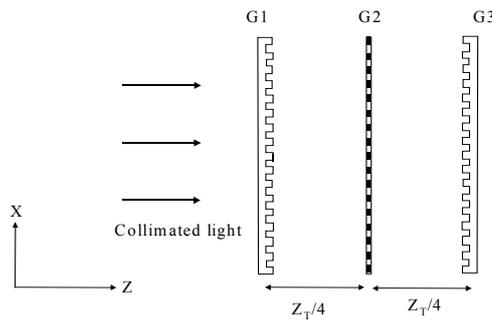


圖 2.22 等效的三光柵光學組態系統

上式表示被光柵 G_1 繞射之光場分佈方程式等同於 G_2 光柵的穿透函數。如三光柵系統圖(圖 2.22)所示，光柵 G_1 的自成像與光柵 G_2 重疊，因而產生疊紋(Moiré fringe)。假設光柵條紋座落於Y方向，當兩光柵其中之一沿

X方向移動，如圖 2.22 所示，疊紋產生移動。假設G₁與G₂間的相對位移量為ΔX，則在G₂光柵後的繞射光波為

$$U_{2b}(x) = U_{2f}(x) \times t_{BAG}(x) = \text{rect}\left(\frac{x - \frac{p}{4} - \Delta x}{\frac{p}{2} - \Delta x}\right) \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{p}\right) \quad (2-32)$$

上式所給的疊紋有如一剛經過橫向位移ΔX的二階振幅光柵之光波函數。此振幅光柵的開口比為(0.5-Δx/p)。U_{2b}(x)波繼續前進至光柵。因為傳播距離為z_T/4，因此於光柵G₃前的波函數表示式近似方程式(2-30)。以U_{3f}(x)表示光柵G₃前的波函數，則U_{3f}(x)表示式如方程式(2-33)。在經過光柵後，光場分佈變為方程式(2-34)所示。

$$U_{3f}(x) = A_2 \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right) \left[\text{rect}\left(\frac{x - \frac{p}{4} - \Delta x}{\frac{p}{2} - \Delta x}\right) \exp(-i \frac{\pi}{2}) + \text{rect}\left(\frac{x - \frac{3p}{4} - \Delta x}{\frac{p}{2} - \Delta x}\right) \right] \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{p}\right) \quad (2-33)$$

$$\begin{aligned} U_{3b}(x) &= U_{3f}(x) \times t_{BPG}(x) \\ &= A_2 \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right) \left[\text{rect}\left(\frac{x - \frac{p}{4} - \Delta x}{\frac{p}{2} - \Delta x}\right) + \text{rect}\left(\frac{x - \frac{3p}{4} - \Delta x}{\frac{p}{2} - \Delta x}\right) \right] \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{p}\right) \end{aligned} \quad (2-34)$$

最後，光波到達光電二極體，因二極體的收光面積遠大於光柵週期，故二極體的輸出可正比於下式

$$S(\Delta x) \propto \int_0^p |U_{3b}(x)|^2 dx \propto \Lambda\left(\frac{\Delta x}{p}\right) \quad (2-35)$$

上式中Λ(argument)為三角函數(triangle function)。方程式(2-35)顯示二極體的輸出為Δx的三角函數，Δx為兩光柵G₁及G₂的橫向相對位移。實際上，輸出訊號波形近似弦波，原因是光源不完全平行以及有限的光柵結構造成之繞射效應。

第二節 奈米定位量測技術

1842年奧地利科學家Doppler Christian Johann 發現，任何形式的波傳播時，由於波源、觀察者、介質或散射體的運動，會使頻率發生變化，即產生都卜勒頻移效應(Doppler effect)。因此，包括光波在內的電磁波也會產生這種形式的頻移。光柵移動的都卜勒效應亦同。圖 2.23 為光波經光柵繞射之示意圖，光波A以 θ_0 角入射光柵並經光柵繞射產生光波B，繞射角 θ_m ，光柵週期 p ，由O點移動至O'點，移動速度為 v ，移動距離為 l 。則光柵移動產生的光程長 L 為

$$L = l \cos \theta_0 + l \cos \theta_m \quad (2-36)$$

所以都普勒頻移 Δv 為

$$\Delta v = \frac{1}{\lambda} \frac{dl}{dt} = \frac{v}{\lambda} (\cos \theta_0 + \cos \theta_m) \quad (2-37)$$

再根據光柵繞射方程式 $p(\cos \theta_0 + \cos \theta_m) = m\lambda$ ，其中 m 為繞射光的階數。因此，式(2-37)可改寫為

$$\Delta v = \frac{mv}{p} \quad (2-38)$$

由上式得知，光柵之都卜勒頻移與光柵的週期、移動速度及繞射階數有關。本研究所提的光柵干涉尺即利用上述之頻移，以 ± 1 階之繞射光干涉而得到位移資訊。

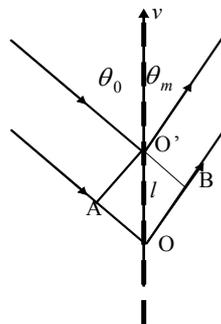


圖 2.23 光波經光柵繞射之示意圖

一、一維光柵干涉尺

繞射式雷射光學尺(Diffractive laser encoder DiLENS)是一種光柵干涉儀，利用光柵繞射及光偏極(Polarization)原理進行精密量測，將機具位移的資訊以都卜勒頻率偏移(Doppler Frequency Shift)的方式包含於所產生的±1階繞射光之中；此兩道繞射光干涉後，可直接輸出解析度小於光源波長(次微米等級)的位移量測訊號，配合電路進行細分割，解析度則可達到次奈米等級。

在測量範圍較大且需要測量較長時間的場合中(如應用在LCD生產過程中)，空氣溫度、氣壓、溼度以及二氧化碳含量的變化，都會影響一般干涉儀而形成測量誤差，且該誤差隨干涉儀光程差增大而增加。相對的，光柵干涉儀採用光柵作為尺規，使其繞射光產生干涉，光柵將被測位移編碼成相位變化而不再影響光程差。其測量的基準則由雷射波長轉換為光柵的節距，影響測量精確度的多種因素也變成光柵與光學頭附近的溫度分佈、以及光學元件所產生的光學非線性。由於干擾範圍從全域的擾動縮小為局部的變化，所以光柵干涉儀相較於其他的干涉儀，在奈米級精密量測上，自然具備了良好的測量穩定性。以此種作法完成之系統，不僅幾乎不受空間周遭環境溫度、濕度及空氣擾動影響，可確保系統量測精度，而且系統大小具備極大彈性，可應用於各類因光機縮小而空間侷限的機具之上[12]。

由台大奈米生醫微機電系統研究群所研發的繞射式光學尺[13-17]架構如圖2.24所示，此系統結合了邁克森干涉儀、外差干涉儀與一倍望遠鏡。其中一倍望遠鏡的設計，光柵尺繞射出的繞射光保持在與入射光路平行的方向，因此光學頭與光柵尺之間的對位公差較大。故具有易於製造與調校的特點。

雷射光源入射偏振分光鏡PBS1後，分光成為一S偏振光及一P偏振光。其中，S偏振光經偏振分光鏡PBS1反射後，穿過四分之一波板形成左旋圓偏振光，此圓偏振光繼續射入角隅稜鏡CC，經內部三次全反射後，其反射光再度穿過四分之一波板QWP1變成P偏振光，該P偏振光沿著與入射光束垂直的方向穿過偏振分光鏡PBS1的偏振分光鍍膜，進一步穿過透鏡L，入射光柵尺G，經光柵G繞射的-1階繞射光穿過透鏡L

後，入射反射鏡M2，經過反射鏡M2 反射的圓偏振光再次穿過透鏡L，並經由光柵尺G 繞射。所產生的+1階繞射光，循著原先光路穿過四分之一波板QWP3 後變為s 偏振光，回到偏振分光鏡PBS1，並在該偏振分光鏡鍍膜處反射後穿過四分之一波板QWP1，並經由反射鏡M1 反射再一次穿過四分之一波板QWP1 後，變為p 偏振態光而得以穿過偏振分光鏡PBS1。此一p 偏振光進入圓偏光干涉儀後，繼續穿過四分之一波板QWP4，而形成右旋圓偏振光波Er。同理，經由偏振分光鏡PBS1 分光後之p 偏振光路，最後可形成左旋圓偏振光波El。

光柵尺位移量 ΔX （沿著X軸的位移）與正交訊號相位變化的關係式經由推導可以得到下面的關係如下。其中P表光柵週期(Grating pitch)：

$$\Phi = 4 \cdot \frac{2\pi}{p} \Delta X \quad (2-39)$$

由上式可以得知，當光柵在X方向移動一個光柵周期時，光偵測器可在輸出端得到四個週期變化的干涉條紋明暗變化。

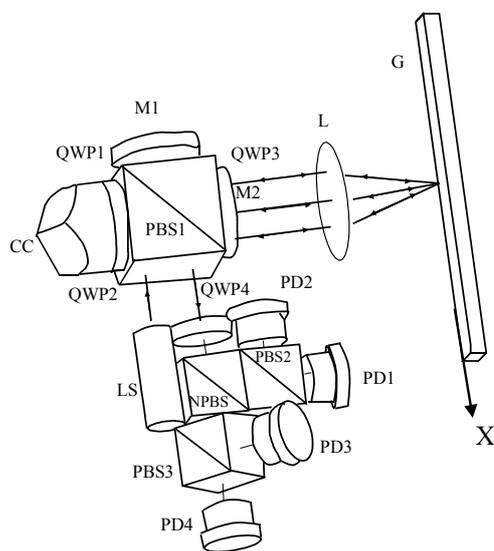


圖2.24 由台大奈米生醫微機電系統研究群所研發的繞射式光學尺架構

二、二維光柵干涉尺

本論文研究之二維光學尺將傳統作法上如圖 2.25 所示對使用者的不便性直接整合於量測系統內，以提高使用的便利性。其作法是將一維光柵尺改為二維的光柵盤如圖 2.26，再利用一或二個正交的副光柵讀取光柵盤的位移訊號，其系統的解析度與組裝公差有限制。本文將介紹利用共軛補償式光路設計一高解析度、高偏位容差的二維光學尺。以下將分別介紹本研究設計之三種不同架構之二維光學尺。

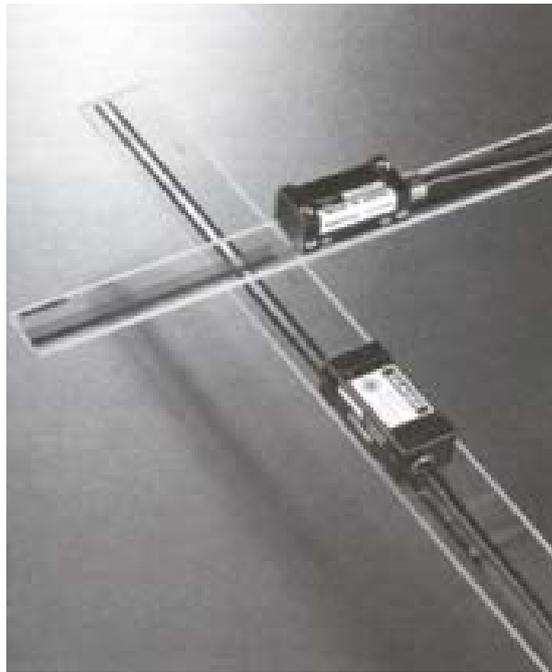


圖 2.25 正交的一維光學尺

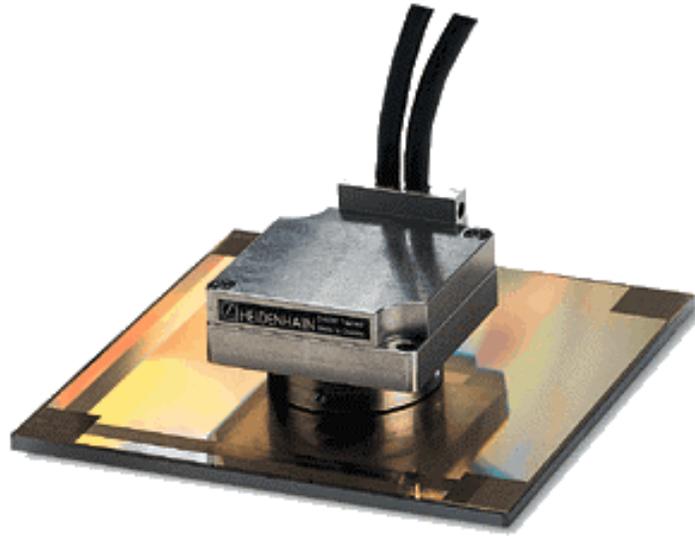


圖 2.26 二維光學尺

(一) 二維光柵之繞射

圖 2.27 顯示一平行光垂直入射於一二維相位光柵，此二維光柵的穿透函數 $t(x, y)$ 為

$$\begin{aligned}
 t(x, y) &= \sum_m \left[\text{rect} \left(\frac{x - p/4 - mp}{p/2} \right) \cdot e^{i\phi} + \text{rect} \left(\frac{x - 3q/4 - mp}{q/2} \right) \right] \\
 &\cdot \sum_n \left[\text{rect} \left(\frac{y - q/4 - nq}{p/2} \right) \cdot e^{i\phi} + \text{rect} \left(\frac{y - 3q/4 - nq}{q/2} \right) \right] \\
 &= \left\{ \frac{1}{p} \left[\text{rect} \left(\frac{x - p/4}{p/2} \right) \cdot e^{i\phi} + \text{rect} \left(\frac{x - 3p/4}{p/2} \right) \right] * \text{comp} \left(\frac{x}{p} \right) \right\} \\
 &\cdot \left\{ \frac{1}{q} \left[\text{rect} \left(\frac{y - q/4}{q/2} \right) \cdot e^{i\phi} + \text{rect} \left(\frac{y - 3q/4}{q/2} \right) \right] * \text{comp} \left(\frac{y}{q} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{2-40}$$

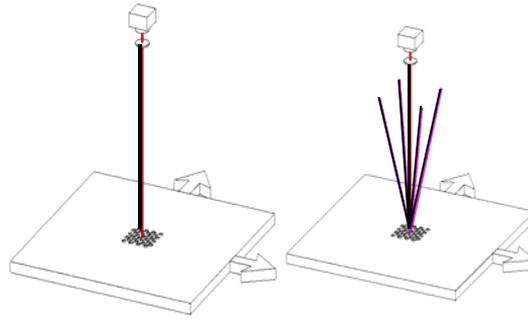


圖 2.27 一平行光垂直入射於一二維相位光柵之繞射現象

上式中， p 及 q 為光柵在 x 及 y 方向的週期，光柵的開口比(open ratio) 為 0.5 ，相位光柵的相位高度為 ϕ 。根據克西荷夫近似(Kirchhoff approximation)，在二維光柵後之光波函數可表示為

$$u(x, y, z = +0) = u(x, y, z = -0) \cdot t(x, y) \quad (2-41)$$

針對垂直入射的平行光，可令 $u(x, y, z = -0) = 1$ 。則光波經過二維光柵後的空間頻譜分佈可表示為[18]

$$\tilde{u}(v_x, v_y, z) = e^{-2\pi v_z z} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y, z = +0) e^{-i2\pi v_x x} e^{-i2\pi v_y y} dx dy \quad (2-42)$$

上式中， (v_x, v_y, v_z) 為空間頻率 v 的三個分量。將方程式(2-41)代入方程式(2-42)，則光波的空間頻譜分佈可改寫為

$$\begin{aligned} \tilde{u}(v_x, v_y, z) &= e^{-2\pi v_z z} \int t(x, y) \cdot e^{-i2\pi v_x x} \cdot e^{-i2\pi v_y y} dx dy \\ &= e^{-2\pi v_z z} \left\{ \frac{1}{p} \mathfrak{F} \left\{ \text{rect} \left(\frac{x - p/4}{p/2} \right) \cdot e^{i\phi} + \text{rect} \left(\frac{x - 3p/4}{p/2} \right) \right\} \cdot \mathfrak{F} \left\{ \text{comb} \left(\frac{x}{p} \right) \right\} \right\} \\ &\quad \cdot \left\{ \frac{1}{p} \mathfrak{F} \left\{ \text{rect} \left(\frac{y - q/4}{q/2} \right) \cdot e^{i\phi} + \text{rect} \left(\frac{y - 3q/4}{q/2} \right) \right\} \cdot \mathfrak{F} \left\{ \text{comb} \left(\frac{y}{q} \right) \right\} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{u}(v_x, v_y, z) &= e^{-2\pi v_z z} \left\{ \frac{1}{2} \cdot \sum_m \sin c\left(\frac{m}{2}\right) \delta\left(v_x - \frac{m}{p}\right) \left(e^{i\phi/2} e^{i\pi \frac{m}{2}} + e^{-i\phi/2} e^{-i\pi \frac{m}{2}} \right) e^{i\phi/2} e^{-im\pi} \right\} \\
&\quad \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \sum_n \sin c\left(\frac{n}{2}\right) \delta\left(v_y - \frac{n}{q}\right) \left(e^{i\phi/2} e^{i\pi \frac{n}{2}} + e^{-i\phi/2} e^{-i\pi \frac{n}{2}} \right) e^{i\phi/2} e^{-in\pi} \right\} \\
&= e^{-2\pi v_z z} \left\{ \frac{1}{2} \cdot \sum_m \sin c\left(\frac{m}{2}\right) \delta\left(v_x - \frac{m}{p}\right) e^{i\phi/2} e^{-im\pi} \cos[(m\pi - \phi)/2] \right\} \\
&\quad \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \sum_n \sin c\left(\frac{n}{2}\right) \delta\left(v_y - \frac{n}{q}\right) e^{i\phi/2} e^{-in\pi} \cos[(n\pi - \phi)/2] \right\}
\end{aligned} \tag{2-43}$$

根據上式，光被光柵繞射至不同方向，上式中的脈衝函數(delta function)表示光被二維光柵繞射的方向，式中 v_x 為 m/p ， v_y 為 n/q 。由圖 2.28 的愛瓦德球(Ewald sphere)，空間頻率滿足方程式 $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = (1/\lambda)^2$ ，故繞射光與光柵法線間的夾角--繞射角 θ 應滿足下式。

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \tag{2-44}$$

由(2-43)與(2-44)可得到被二維光柵繞射的繞射光方向為[19]

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{m}{p}\right)^2 + \left(\frac{n}{p}\right)^2}}{\frac{1}{\lambda}} = \sqrt{m^2 + n^2} \frac{\lambda}{p} \tag{2-45}$$

對於一垂直入射的光柵繞射，方程式(2-45)為二維光柵方程式(2D grating equation)，式中(m,n)繞射階數(order)。

二維光柵的表面階高(surface relief depth)以及其空間頻率直接影響繞射效率及繞射光的偏極方向。本研究採用 GSolver 軟體設計二維光柵，GSolver 採用嚴格耦合波理論(rigorous coupled wave theory)。在此考慮圓偏極光入射兩種二維光柵。

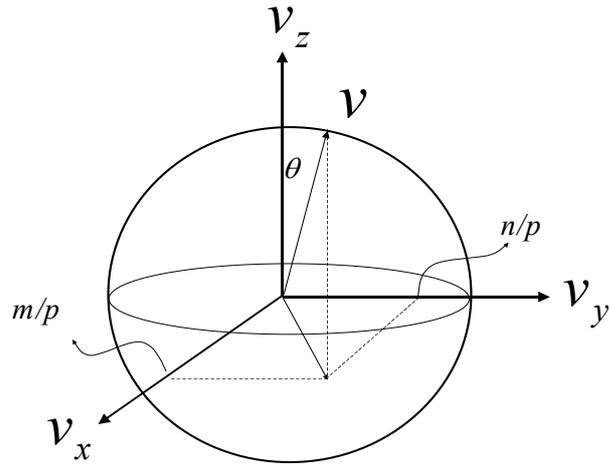
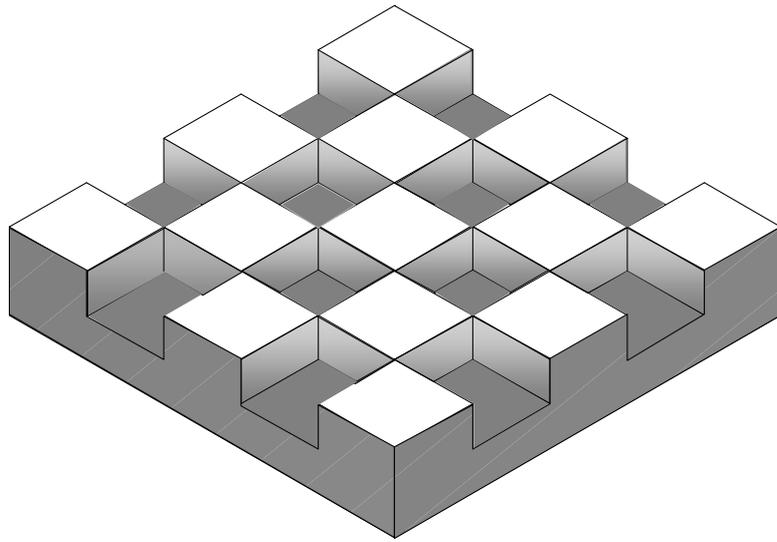
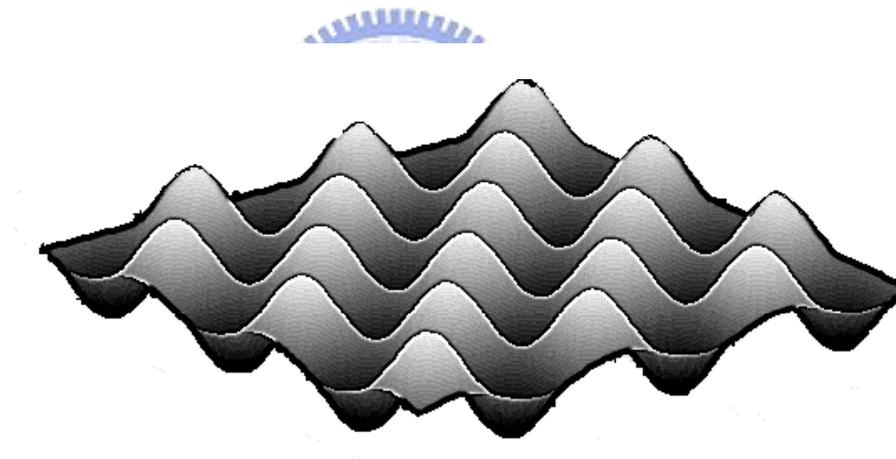


圖 2.28 愛瓦德球(Ewald sphere)

圖 2-29a 顯示一個二階方形光柵(rectangular grating)，圖 2-29b 顯示一個正弦波光柵(sinusoidal grating)，由 GSolver 軟體分析上述兩種光柵 [20]，圖(2-30)繪出繞射效率與光柵階高之間的關係。於圖 2-30a 中，方形二維光柵的四個繞射階 $(\pm 1, \pm 1)$ 具有最大的繞射效率，欲達此最高繞射效率，其表面階高為 210nm。而圖 2-30b 則表示弦波光柵的四個繞射階 $(\pm 1, 0), (0, \pm 1)$ 具有最高的繞射效率，而光柵的表面起伏高度為 250nm。根據上述光柵繞射的分析結果，本文將利用此兩種光柵設計二維光學尺。



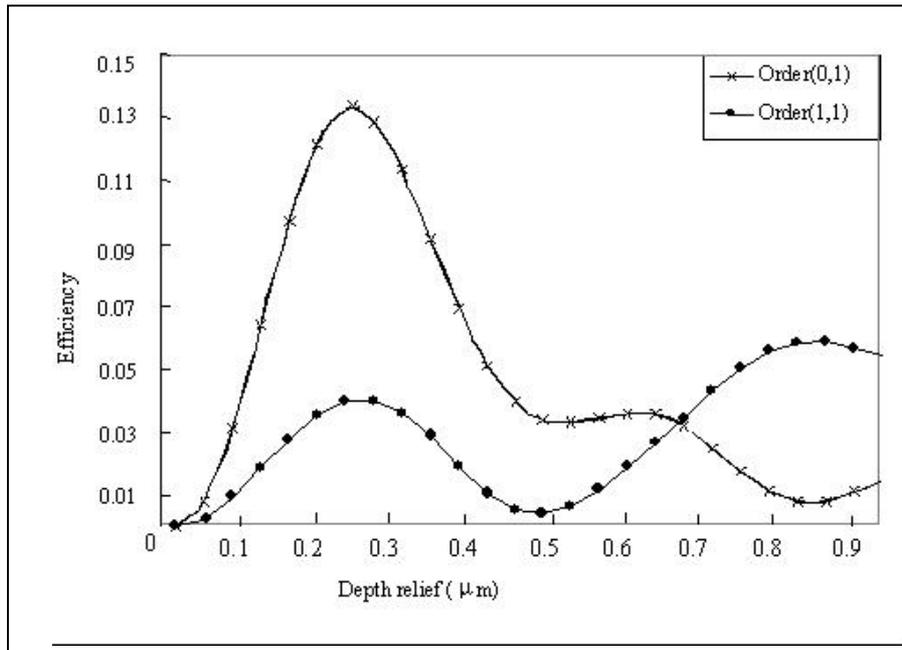
(a)



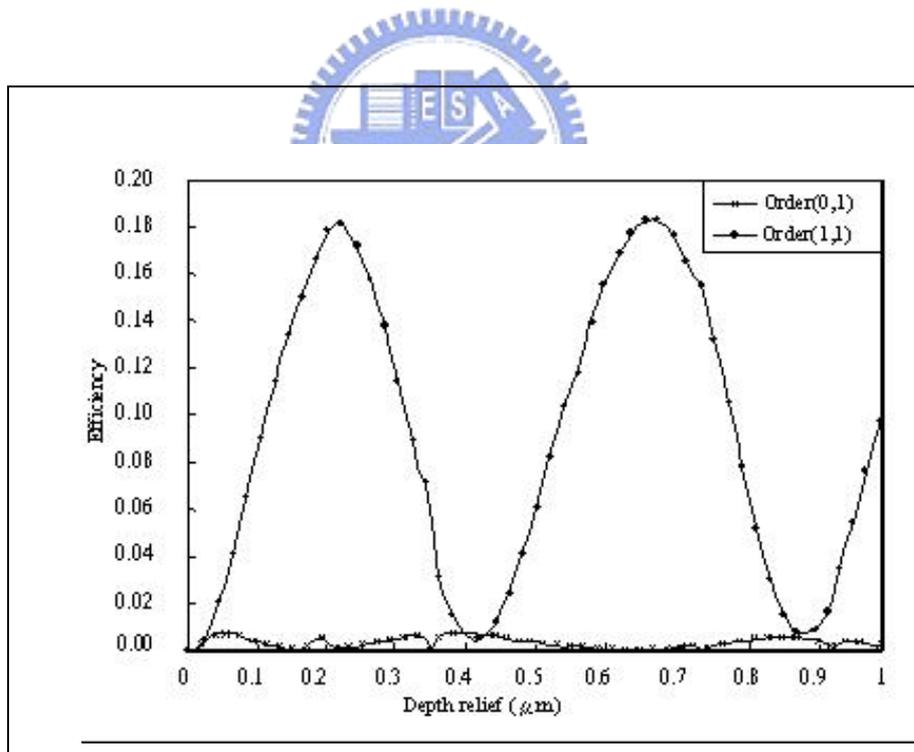
(b)

圖 2-29 二維光柵示意圖。(a)二階方形光柵(rectangular grating)

(b) 正弦波光柵(sinusoidal grating)



(a)



(b)

圖 2-30 由 GSolver 軟體分析二維光柵。(a)二階方形二維光柵

(b)弦波光柵

(二) 二維光學尺之工作原理

1. 型一:採用二維二階方型光柵之光學尺，並利用階數 $m=\pm 1$, $n=\pm 1$ 之第一次繞射光反射回光柵產生第二次繞射。

第一型的二維光學尺採用二階方型光柵，此二維二階方型光柵之穿透函數如方程式(2-40)所示，此光柵坐落在X-Y平面上，入射平面波為 $U_{in} = A_0 e^{-ikz}$ ， A_0 為入射光的振幅， $k=2\pi/\lambda$ 為波數(wave number)，入射光的波向量可寫為 $\vec{k}_{in} = -k\hat{z}$ ， \hat{z} 為Z方向的單位向量，由光柵的繞射效率分析中得知，二階方形光柵的四個最大繞射效率繞射光為一階繞射光，亦即 $m=\pm 1$ 及 $n=\pm 1$ ，以孔徑光闌取出此四道繞射光，此時的繞射角滿足 $\sin\theta = \sqrt{2} \lambda/p$ ，因此包含此四道繞射光的光波函數 U_1 可以寫成

$$\begin{aligned}
 U_1 &= U_1(1,1) + U_1(1,-1) + U_1(-1,1) + U_1(-1,-1) \\
 U_1(1,1) &= A_1 \exp\left[ik_{1,1}z + i2\pi \frac{(x+y)}{p} \right] = A_1 \exp(ikz \cos\theta) \exp\left[i \frac{(x+y)}{\sqrt{2}} k \sin\theta \right] \\
 U_1(1,-1) &= A_1 \exp\left[ik_{1,2}z + i2\pi \frac{(x-y)}{p} \right] = A_1 \exp(ikz \cos\theta) \exp\left[i \frac{(x-y)}{\sqrt{2}} k \sin\theta \right] \\
 U_1(-1,1) &= A_1 \exp\left[ik_{1,3}z - i2\pi \frac{(x-y)}{p} \right] = A_1 \exp(ikz \cos\theta) \exp\left[-i \frac{(x-y)}{\sqrt{2}} k \sin\theta \right] \\
 U_1(-1,-1) &= A_1 \exp\left[ik_{1,4}z - i2\pi \frac{(x+y)}{p} \right] = A_1 \exp(ikz \cos\theta) \exp\left[-i \frac{(x+y)}{\sqrt{2}} k \sin\theta \right]
 \end{aligned} \tag{2-46}$$

式中為第一次繞射光的振幅，根據光柵方程(2-45)式得知，階數 $m=\pm 1$, $n=\pm 1$ 之第一次繞射光座落在卡迪耳座標(Cartesian coordinate)得四個象限中，如圖 2.31 所示，此四道第一次繞射光被共軛光學元件反射並返回二維光柵而產生第二次繞射，系統中包含四組共軛光學，每一組包含一個準直透鏡以及一個反射鏡，該反射鏡位於準直透鏡的後焦點處。舉例來說，第一次繞射光 $U_1(1,1)$ 被共軛光學組反射產生第二次繞射光 $U_2(1,1)$ ，則 $U_2(1,1)$ 可表為

$$U_2(1,1) = U_2(1,1;1,1) + U_2(1,1;1,-1) + U_2(1,1;-1,1) + U_2(1,1;-1,-1)$$

$$\begin{aligned} U_2(1,1;1,1) &= A_2 \exp\left(-ik_{1,1;1,1}z - i\frac{2\pi(x+y)}{p}\right) \cdot \exp\left(i\frac{2\pi(x+y)}{p}\right) \\ &= A_2 \exp(ikz) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_2(1,1;1,-1) &= A_2 \exp\left(-ik_{1,1;1,-1}z - i\frac{2\pi(x+y)}{p}\right) \cdot \exp\left(i\frac{2\pi(x-y)}{p}\right) \\ &= A_2 \exp(-i\sqrt{2}ky \sin\theta + ikz\sqrt{\cos 2\theta}) \end{aligned} \quad (2-47)$$

$$\begin{aligned} U_2(1,1;-1,1) &= A_2 \exp\left(-ik_{1,1;-1,1}z - i\frac{2\pi(x+y)}{p}\right) \cdot \exp\left(-i\frac{2\pi(x-y)}{p}\right) \\ &= A_2 \exp(-i\sqrt{2}kx \sin\theta + ikz\sqrt{\cos 2\theta}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_2(1,1;-1,-1) &= A_2 \exp\left(-ik_{1,1;-1,-1}z - i\frac{2\pi(x+y)}{p}\right) \cdot \exp\left(-i\frac{2\pi(x+y)}{p}\right) \\ &= A_2 \exp(-i\sqrt{2}k(x+y) \sin\theta + ikz\sqrt{1-4\sin^2\theta}) \end{aligned}$$

這裡以 $(m,n;m',n')$ 表示第二次繞射光， (m',n') 代表第二次繞射光階數， (m,n) 代表產生第二次繞射光的第一次繞射光階數。同理，第二次繞射光 $U_2(1,-1)$ 可寫為

$$U_2(1,-1) = U_2(1,-1;1,1) + U_2(1,-1;1,-1) + U_2(1,-1;-1,1) + U_2(1,-1;-1,-1)$$

$$U_2(1,-1;1,1) = A_2 \exp(i\sqrt{2}ky \sin\theta + ikz\sqrt{\cos 2\theta})$$

$$U_2(1,-1;1,-1) = A_2 \exp(ikz)$$

$$U_2(1,-1;-1,1) = A_2 \exp(-i\sqrt{2}k(x-y) \sin\theta + ikz\sqrt{1-4\sin^2\theta}) \quad (2-48)$$

$$U_2(1,-1;-1,-1) = A_2 \exp(-i\sqrt{2}kx \sin\theta + ikz\sqrt{\cos 2\theta})$$

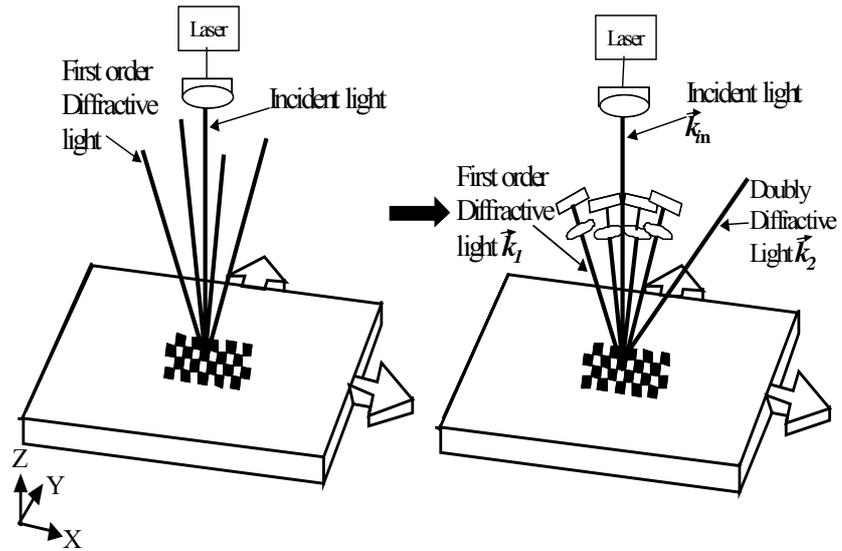


圖 2.31 四道第一次繞射光被共軛光學元件反射並返回二維光柵而產生第二次繞射

接著考慮當光柵移動時，因都普勒效應(Doppler effect) [21]產生之角頻率變化，在圖 2.31 中，吾等以 \vec{k}_1 表示第一次繞射光 $U_1(1,1)$ 的波向量，以 \vec{k}_2 代表第二次繞射光 $U_2(1,1;-1,1)$ 的波向量，以 \vec{k}_{in} 代表入射光的波向量，則各個波向量可以表示為下式。

$$\vec{k}_{in} = -k\hat{z}$$

$$\vec{k}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}k \cdot \sin\theta \hat{x} + \frac{1}{\sqrt{2}}k \cdot \sin\theta \hat{y} + k \cos\theta \hat{z} \quad (2-49)$$

$$\vec{k}_2 = -\sqrt{2}k \sin\theta \hat{x} + k\sqrt{\cos 2\theta} \hat{z}$$

由上式各光波之波向量得知，當光波經兩次繞射後的角頻率變化為

$$\Delta\omega_1 = (\vec{k}_1 - \vec{k}_{in}) \cdot \vec{V}_g + (\vec{k}_2 + \vec{k}_1) \cdot \vec{V}_g \quad (2-50)$$

式中 \vec{V}_g 為二維光柵的移動速度， $\vec{V}_g = V_{gx} \hat{x} + V_{gy} \hat{y}$ ，由(2-50)式可得

$$\begin{aligned}
\Delta\omega_1 &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}k \sin\theta \hat{x} + \frac{1}{\sqrt{2}}k \sin\theta \hat{y} + k \cos\theta \hat{z} + k\hat{z}\right) \cdot (V_{gx}\hat{x} + V_{gy}\hat{y}) \\
&\quad + \left(-\sqrt{2}k \sin\theta \hat{x} + k\sqrt{\cos 2\theta}\hat{z} + \frac{1}{\sqrt{2}}k \sin\theta \hat{x} + \frac{1}{\sqrt{2}}k \sin\theta \hat{y} + k \cos\theta \hat{z}\right) \cdot (V_{gx}\hat{x} + V_{gy}\hat{y}) \\
&= \sqrt{2}k \sin\theta \cdot V_{gy}
\end{aligned} \tag{2-51}$$

同樣地，於圖 2.31 中，以 \vec{k}'_1 表示第一次繞射光 $U_1(1,-1)$ 的波向量，以 \vec{k}'_2 代表第二次繞射光 $U_2(1,-1;-1,1)$ 的波向量，以 \vec{k}_{in} 代表入射光的波向量，則各個波向量可以表示為下式。

$$\begin{aligned}
\vec{k}_{in} &= -k\hat{z} \\
\vec{k}'_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}k \sin\theta \hat{x} - \frac{1}{\sqrt{2}}k \sin\theta \hat{y} + k \cos\theta \hat{z} \\
\vec{k}'_2 &= -\sqrt{2}k \sin\theta \hat{x} + k\sqrt{\cos 2\theta}\hat{z}
\end{aligned} \tag{2-52}$$

當光波經兩次繞射後的角頻率變化為

$$\Delta\omega_2 = -\sqrt{2}k \sin\theta \cdot V_{gy} \tag{2-53}$$

在方程式(2-47)與(2-48)中，第二次繞射光 $U_2(1,1;-1,1)$ 及 $U_2(1,-1;-1,1)$ 在相同方向出射，也就是說兩道光重疊產生干涉。首先，兩道光的振幅分佈可以下式表示

$$E_1 = A_2 e^{i[(w+\Delta w_1)t+\phi_0]} \tag{2-54}$$

$$E_2 = A_2 e^{i[(w+\Delta w_2)t+\phi_0]} \tag{2-55}$$

兩繞射光疊加後的強度為

$$\begin{aligned}
 I_y &\propto |E_1 + E_2|^2 \\
 &= |A_2|^2 [2 + 2 \cos(\Delta w_2 - \Delta w_1)t] \\
 &= |A_2|^2 [2 + 2 \cos(2\sqrt{2}V_{gy}k \sin\theta \cdot t)] \\
 &= |A_2|^2 [2 + 2 \cos(2\sqrt{2}k \sin\theta \cdot \Delta y)] \\
 &= |A_2|^2 \left[2 + 2 \cos\left(\frac{8\pi\Delta y}{p}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{2-56}$$

上式中 Δy 為 Y 方向的位移量。同理，在 X 方向的干涉光強為

$$I_x = |A_2|^2 \left[2 + 2 \cos\left(\frac{8\pi\Delta x}{p}\right) \right] \tag{2-57}$$

上式中 Δx 為 X 方向的位移量。由上述可得二維的位移量。

2. 型二：採用二維二階方型光柵之光學尺，利用階數 $m=\pm 1, n=\pm 1$ 之第一次繞射光反射回光柵產生第二次繞射，以角隅稜鏡作為共軛光學元件。



第二型的二維光學尺與第一型相同，依然採用方型光柵，利用方形光柵繞射效率最高的四個繞射階($\pm 1, \pm 1$)做為產生第二次繞射的第一次繞射光。第一次繞射光 $U_{t1}(1,1)$ 經共軛光學元件返回二維光柵，並產生第二次繞射光 $U_{t2}(1,1,1,1)$ ，上述之共軛光學元件採用角隅稜鏡如圖 2.32。此時的繞射角滿足 $\sin\theta=\sqrt{2} \lambda/p$ ，則第一次繞射光與第二次繞射光可表示為

$$\begin{aligned}
 U_{t1}(1,1) &= A_1 \exp\left[ik_{1,1}z + i2\pi \frac{(x+y)}{p} \right] = A_1 \exp(ikz \cos\theta) \exp\left[i \frac{(x+y)}{\sqrt{2}} k \sin\theta \right] \\
 U_{t2}(1,1,1,1) &= A_2 \exp\left(-ik_{1,1,1,1}z - i \frac{2\pi(x+y)}{p} \right) \cdot \exp\left(i \frac{2\pi(x+y)}{p} \right) \\
 &= A_2 \exp(ikz)
 \end{aligned} \tag{2-58}$$

這裡取 \vec{k}_{t1} 代表第一次繞射光 $U_{t1}(1,0)$ 的波向量， \vec{k}_{t2} 為第二次繞射光 $U_{t2}(1,1,1,1)$ 的波向量，根據方程式(2-58)，各繞射光的波向量為

$$\vec{k}_{in} = -k\hat{z}$$

$$\vec{k}_{t1} = \frac{k}{\sqrt{2}} \sin\theta \hat{x} + \frac{k}{\sqrt{2}} \sin\theta \hat{y} + k \cos\theta \hat{z} \quad (2-59)$$

$$\vec{k}_{t2} = k\hat{z}$$

同理，以 \vec{k}'_{t1} 表示第一次繞射光 $U_{t1}(-1,-1)$ 的波向量，以 \vec{k}'_{t2} 代表第二次繞射光 $U_{t2}(-1,-1;-1,-1)$ 的波向量，而入射光的波向量為 \vec{k}_{in} ，各繞射光的波向量可表示為

$$\vec{k}_{in} = -k\hat{z}$$

$$\vec{k}'_{t1} = -\frac{k}{\sqrt{2}} \sin\theta \hat{x} - \frac{k}{\sqrt{2}} \sin\theta \hat{y} + k \cos\theta \hat{z} \quad (2-60)$$

$$\vec{k}'_{t2} = k\hat{z}$$

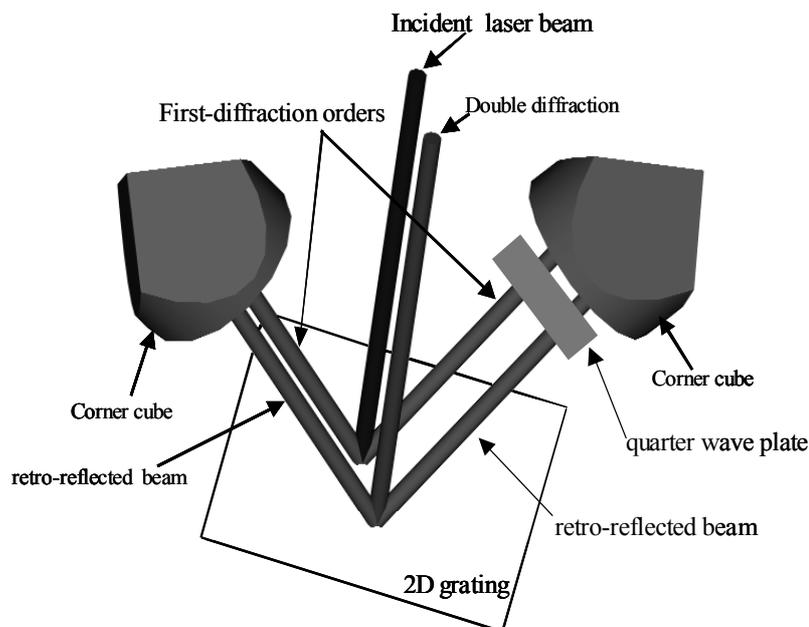


圖 2.32 以角隅稜鏡為共軛光學元件之光路示意圖

為分別取出 X 及 Y 方向的位移訊號，使兩方向的訊號不會互相耦合，吾等將光柵旋轉四十五度，如圖 2.33 所示，光柵方向與移動平台的移動軸夾四十五度角，包含光源與共軛光學組的光學讀頭固定不動，光柵與移動平台連結，因此光柵針對光學讀頭也旋轉四十五度。在以 Z 軸為中心軸旋轉後，座標系統由 (x,y) 轉換至 (x',y') ，波向量 \vec{k}_{t1} 及 \vec{k}'_{t1} 經座標轉換後改寫為

$$\vec{k}_{t1} = k \sin\theta \hat{x}' + k \cos\theta \hat{z}$$

$$\vec{k}'_{t1} = -k \sin\theta \hat{x}' + k \cos\theta \hat{z} \quad (2-61)$$

當光柵移動時，角頻率的改變如下

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{t1} &= (\vec{k}'_{t1} - \vec{k}_{in}) \cdot \vec{V}_g + [\vec{k}_{t2} - (-\vec{k}'_{t1})] \cdot \vec{V}_g \\ &= 2 \cdot (\vec{k}'_{t1} + \vec{k}_{t2}) \cdot \vec{V}_g \end{aligned} \quad (2-62)$$

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{t2} &= (\vec{k}'_{t1} - \vec{k}_{in}) \cdot \vec{V}_g + [\vec{k}_{t2} - (-\vec{k}'_{t1})] \cdot \vec{V}_g \\ &= 2 \cdot (\vec{k}'_{t1} + \vec{k}_{t2}) \cdot \vec{V}_g \end{aligned}$$

如第一型光學尺所述， \vec{V}_g 為光柵移動速度， $\vec{V}_g = V_{gx} \hat{x}' + V_{gy} \hat{y}'$ ，方程式(2-61)決定角頻率的改變為

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{t1} &= 2(k \sin\theta \hat{x}' + k \cos\theta \hat{z} + k\hat{z}) \cdot (V_{gx} \hat{x}' + V_{gy} \hat{y}') \\ &= 2k \sin\theta \cdot V_{gx}' \end{aligned} \quad (2-63)$$

$$\begin{aligned} \Delta\omega_{t2} &= 2(-k \sin\theta \hat{x}' + k \cos\theta \hat{z} + k\hat{z}) \cdot (V_{gx} \hat{x}' + V_{gy} \hat{y}') \\ &= -2k \sin\theta \cdot V_{gx}' \end{aligned} \quad (2-64)$$

在此型態的光學尺中，第二次繞射光乃是取負一階繞射光，所以第二繞射光平行Z軸出射，兩繞射光 $U_{t2} (1,1;1,1)$ 及 $U_{t2} (-1,-1;-1,-1)$ 重疊而產生干涉，此二道光之振幅分佈為

$$E_1 = A_2 e^{i[(w + \Delta\omega_{t1})t + \phi_0]} \quad (2-65)$$

$$E_2 = A_2 e^{i[(w + \Delta\omega_{t2})t + \phi_0]} \quad (2-66)$$

兩道光疊加後的光強為

$$I_{x'} \propto \left[2 + 2 \cos\left(\frac{8\pi\Delta x'}{p}\right) \right] \quad (2-67)$$

式中， $\Delta x'$ 為 \hat{x}' 方向的位移量，同理可得 \hat{y}' 方向的位移量 $\Delta y'$ 滿足下式

$$I_{y'} \propto \left[2 + 2 \cos\left(\frac{8\pi\Delta y'}{p}\right) \right] \quad (2-68)$$

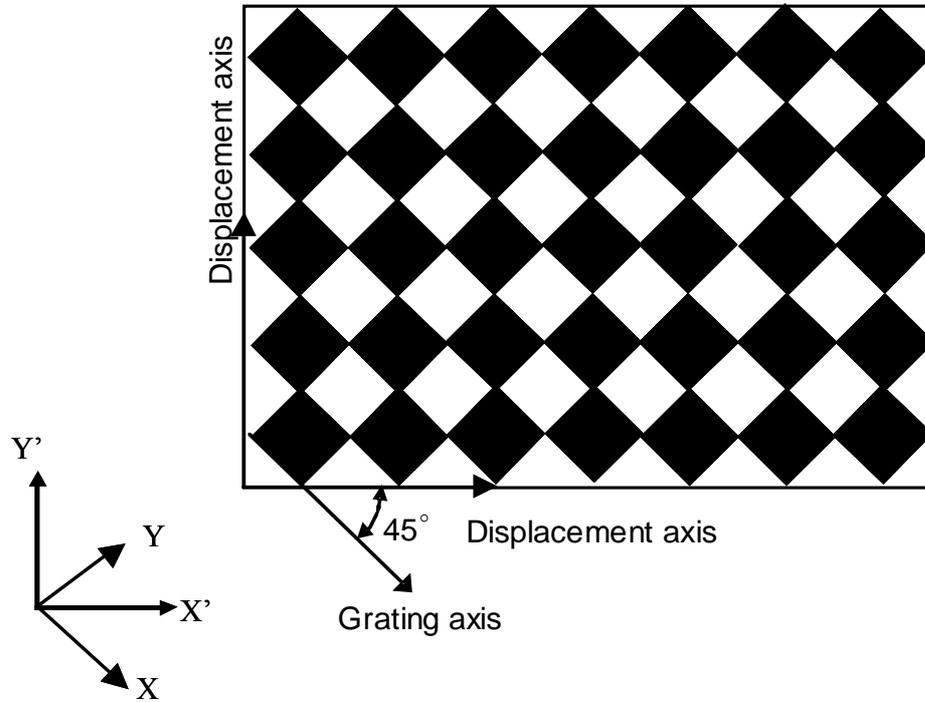


圖 2.33 光柵方向與移動平台的移動軸夾四十五度角

基於以上的討論，比較第一型光學尺與第二型的光學尺的不同在於第二型光學尺僅需利用一道入射光即可得到兩個方向的位移，而第一型光柵需利用分光稜鏡將入射光分為兩道光分別入射光柵，以便得到兩個方向的位移。而在光的使用效率上，大多數的能量消耗在光柵的繞射上，相較之下，第二型繞射光具有較高的效率。且在第一型光學尺的繞射光中，參與干涉的第二次繞射光斜向射出，而第二型光學尺的第二次繞射光平行 Z 軸射出，因此，第二型光學尺在訊號的接收與系統的組裝上都較第一型來得容易。

3. 型三:採用二維弦波光柵的光學尺，利用階數 $m=\pm 1, n=0, m=0, n=\pm 1$ 之第一次繞射光反射回光柵產生第二次繞射

第三型的光學尺採用二維正弦波光柵，利用正弦波光柵繞射效率最

高的四個繞射階 $(\pm 1, 0)$, $(0, \pm 1)$ 做為產生第二次繞射的第一次繞射光。此時的繞射角滿足 $\sin\theta = \lambda/p$ ，光柵座落在X-Y平面上，平面入射光波 $U_{in} = A_0 \exp(-ikz)$ ，入射光波向量 $\vec{k}_{in} = -k\hat{z}$ ，四個一階繞射光 $(m=\pm 1, n=0)$ 及 $(m=0, n=\pm 1)$ 分別坐落在X-Z平面及Y-Z平面上，此為第一次繞射光，以 $U_{s1}(m,n)$ 表示之。此四束光被角隅稜鏡反射回二維光柵進而產生第二次繞射，第二次繞射光以 $U_{s2}(m,n;m',n')$ 表示之， (m',n') 代表第二次繞射光的階數， (m,n) 代表產生第二次繞射光的第一次繞射光的階數。第一次繞射光 $U_{s1}(1,0)$ 與第二次繞射光 $U_{s2}(1,0;1,0)$ 分別由以下的方程表示。

$$\begin{aligned}
 U_{s1}(1,0) &= A_1 \exp\left(ik_{1,0}z + i2\pi \frac{x}{p}\right) = A_1 \exp(ikz \cos\theta) \exp(ikx \sin\theta) \\
 U_{s2}(1,0;1,0) &= A_2 \exp\left(-ik_{1,0;1,0}z - i2\pi \frac{x}{p}\right) \cdot \exp\left(i2\pi \frac{x}{p}\right) \\
 &= A_2 \exp(ikz)
 \end{aligned} \tag{2-69}$$

接著考慮光柵位移時的都普勒效應， \vec{k}_{s1} 代表第一次繞射光 $U_{s1}(1,0)$ 的波向量， \vec{k}_{s2} 代表第二次繞射光 $U_{s2}(1,0;1,0)$ 的波向量，根據(2-69)式，各波向量可以寫為

$$\begin{aligned}
 \vec{k}_{in} &= -k\hat{z} \\
 \vec{k}_{s1} &= k \sin\theta \hat{x} + k \cos\theta \hat{z} \\
 \vec{k}_{s2} &= k\hat{z}
 \end{aligned} \tag{2-70}$$

經兩次繞射後的角頻率改變為

$$\begin{aligned}
 \Delta\omega_{s1} &= (\vec{k}_{s1} - \vec{k}_{in}) \cdot \vec{V}_g + [\vec{k}_{s2} - (-\vec{k}_{s1})] \cdot \vec{V}_g \\
 &= 2 \cdot (\vec{k}_{s1} + \vec{k}_{s2}) \cdot \vec{V}_g
 \end{aligned} \tag{2-71}$$

將(2-70)式代入，可得角頻率變化為

$$\begin{aligned}\Delta\omega_{s1} &= 2(k \sin\theta \hat{x} + k \cos\theta \hat{z} + k\hat{z}) \cdot (V_{gx}\hat{x} + V_{gy}\hat{y}) \\ &= 2k \sin\theta \cdot V_{gx}\end{aligned}\quad (2-72)$$

同樣地，第一次繞射光 $U_{s1}(-1,0)$ 的波向量為 \vec{k}'_{s1} ，第二次繞射光 $U_{s2}(-1,0;-1,0)$ 的波向量為 \vec{k}'_{s2} ，入射光波的波向量為 \vec{k}_{in} ，則各波向量可表為

$$\begin{aligned}\vec{k}_{in} &= -k\hat{z} \\ \vec{k}'_{s1} &= -k \sin\theta \hat{x} + k \cos\theta \hat{z}\end{aligned}\quad (2-73)$$

$$\vec{k}'_{s2} = k\hat{z}$$

經兩次繞射後，角頻率的改變為

$$\Delta\omega_{s2} = -2k \sin\theta \cdot V_{gx}\quad (2-74)$$

由(2-70)與(2-73)可知第二次繞射光 $U_{s2}(1,0;1,0)$ 及 $U_{s2}(-1,0;-1,0)$ 出射方向相同($\vec{k}'_{s2} = k\hat{z}$)，兩道光波的振幅分佈為

$$E_1 = A_2 e^{i[(w+\Delta w_1)t+\phi_0]}\quad (2-75)$$

$$E_2 = A_2 e^{i[(w+\Delta w_2)t+\phi_0]}\quad (2-76)$$

兩道光重疊干涉的光強為

$$\begin{aligned}I_x &\propto |E_1 + E_2|^2 \\ &= |A_2|^2 [2 + 2 \cos(\Delta w_2 - \Delta w_1)t] \\ &= |A_2|^2 [2 + 2 \cos(4k \sin\theta \cdot \Delta x)] \\ &= |A_2|^2 \left[2 + 2 \cos\left(\frac{8\pi\Delta x}{p}\right) \right]\end{aligned}\quad (2-77a)$$

式中 Δx 為 X 方向的位移量。同理可得 Y 方向的位移量 Δy 滿足下式。由以上推導可得二維的位移。

$$I_y = |A_2|^2 \left[2 + 2 \cos\left(\frac{8\pi\Delta y}{p}\right) \right]\quad (2-77b)$$

第三型光學尺採用正弦波光柵，此型光柵的繞射光能量集中在四個一階繞射 $(\pm 1, 0)$ ， $(0, \pm 1)$ ，取第一次繞射之 $(1, 0)$ 與 $(-1, 0)$ 階，經角隅稜鏡反

射產生第二次繞射進而產生干涉得到 X 方向的位移，而取第一次繞射之 (0, 1) 與 (0, -1) 階，經角隅稜鏡反射產生第二次繞射進而產生干涉得到 Y 方向的位移。此型光學尺與第二型光學尺相同，僅需利用一道入射光即可得到兩個方向的位移，且第二次繞射光平行 Z 軸射出，因此，在訊號的接收與系統的組裝上都較第一型來得容易。相較於第二型光學尺，第三型光學尺更不需旋轉光柵即可得二維之位移量。但正弦波光柵需利用全像干涉曝光製作(故正弦波光柵亦稱為全像光柵)，製作程序較複雜，成本也較高。

(三) 讀頭與光柵對位容許差

在二維光學尺系統中，光源、共軛光學元件與檢測器等組合稱為光學讀頭，當二維光學尺應用於位移定位系統時，例如平面馬達，系統位移時產生的偏擺將引起讀頭與光柵間的傾斜。如圖 2.34 所示，光柵置放於 X-Y 平面上，入射光不再垂直光柵，入射光與光柵的法線夾角為 $\Delta\eta$ ，且方位角為 $\Delta\xi$ 。在此傾斜的情況下，入射光與繞射光的波向量變為

$$\begin{aligned}\vec{k}_{in} &= -k(\sin \Delta\eta \cos \Delta\xi)\hat{x} - k(\sin \Delta\eta \sin \Delta\xi)\hat{y} - k(\cos \Delta\eta)\hat{z} \\ \vec{k}_1 &= k(-\sin \Delta\eta \cos \Delta\xi + \sin \theta)\hat{x} + k(-\sin \Delta\eta \sin \Delta\xi)\hat{y} + k_{1z}\hat{z} \\ \vec{k}_2 &= (k \sin \Delta\eta \cos \Delta\xi)\hat{x} + (k \sin \Delta\eta \sin \Delta\xi)\hat{y} + (k \cos \Delta\eta)\hat{z}\end{aligned}\quad (2-78)$$

由都普勒效應，繞射光的角頻率改變為可改寫為

$$\begin{aligned}\Delta\omega_1 &= (\vec{k}_1 - \vec{k}_{in}) \cdot \vec{V}_g + [\vec{k}_2 - (-\vec{k}_1)] \cdot \vec{V}_g \\ &= \sqrt{2}k \sin \theta \cdot V_{gy}\end{aligned}\quad (2-79)$$

同理，另一組繞射光的波向量為

$$\begin{aligned}\vec{k}'_{in} &= -k(\sin \Delta\eta \cos \Delta\xi)\hat{x} - k(\sin \Delta\eta \sin \Delta\xi)\hat{y} - k(\cos \Delta\eta)\hat{z} \\ \vec{k}'_1 &= k(-\sin \Delta\eta \cos \Delta\xi - \sin \theta)\hat{x} + k(-\sin \Delta\eta \sin \Delta\xi)\hat{y} + k_{1z}\hat{z} \\ \vec{k}'_2 &= (k \sin \Delta\eta \cos \Delta\xi)\hat{x} + (k \sin \Delta\eta \sin \Delta\xi)\hat{y} + (k \cos \Delta\eta)\hat{z}\end{aligned}\quad (2-80)$$

角頻率的變化為

$$\Delta\omega_2 = -\sqrt{2}k \sin \theta \cdot V_{gy}\quad (2-81)$$

方程式(2-78)與(2-80)顯示當移動平台的偏擺使光學讀頭與光柵間產生傾斜時，兩個第二次繞射光依然在同一方向傳播，由(2-79)與(2-81)式亦得知光學讀頭與光柵間的傾斜並不影響角頻率的變化值 $\Delta\omega_1$ 及 $\Delta\omega_2$ 。因此可知，在共軛光路的系統中，光學讀頭與光柵間的傾斜可自行補償而不影響量測結果。

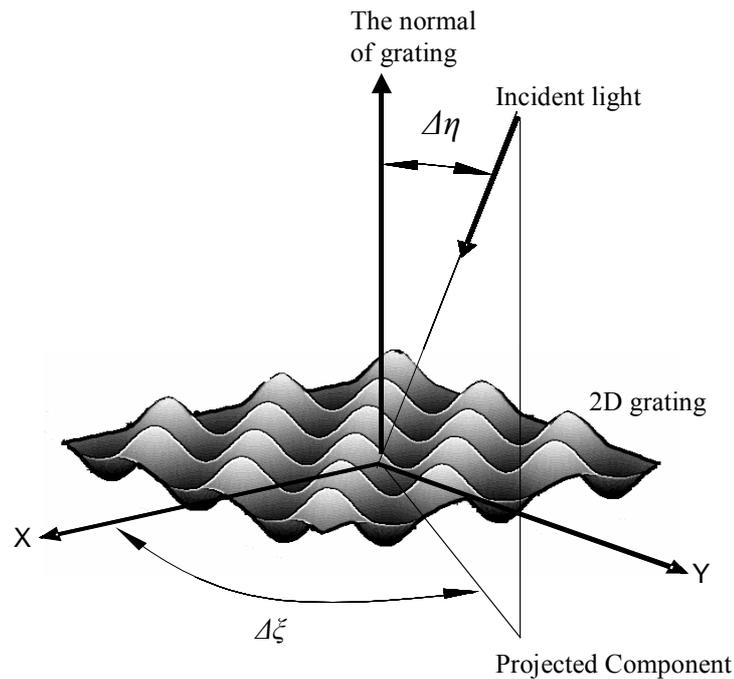


圖 2.34 系統位移時產生的偏擺引起讀頭與光柵間的傾斜

第三節 電子細分割

在許多高精度的檢測與定位控制系統中，通常量測解析度受限於光學尺光柵柵距。要達到更高解析度，必須以細分割之方式將週期之訊號細分得到柵距週期之分數值以提高解析度。

電子細分割的方法，使一柵距可得十等分至上百等分的細分，因此光柵定位與量測技術發展趨勢，一是以寬柵距配合高倍率細分割，二是以細柵距配合低倍率細分割，或者以中等柵距配合中等細分割。光柵訊

號近似正弦波 $V(t)=V\sin(\omega t+\varphi)$ 。將此訊號進行電子細分的途徑有五類:幅值分割法、電阻鏈移相法、角頻率倍增法(倍頻法)、數位分割法及函數變換法，表 2-1 列出電子細分之分類及原理。以下介紹三種細分割方法。

一、幅值分割法

幅值分割是以欲分割之倍率對振幅做線性分割。此法之缺點是當光柵訊號之振幅改變時，將影響分割結果，如在光學尺系統中因組裝時之線性誤差、光柵尺表面之平整度誤差均會使光學尺在量測中光柵訊號之振幅產生變化，因此幅值分割較不適用於此。

二、電阻鏈移相法

(一) 原理



電阻鏈移相法的原理是利用三角函數的積化和差法，調整電阻值使正弦波產生相移。假設欲移相相位為 ϕ ，如(2-78)式將移相之正弦波以原訊號之正弦與餘弦訊號組合而成，其實現的方法如圖 2.35 所示，利用戴維寧重疊定理，圖 2.35 即為正弦與餘弦訊號之組合，而相移之相位則由各電阻的比例決定。以五倍分割為例，正弦波相移角度為 36° ，因欲產生相位差 90° 之方波，故相移解析度為 18° ，共需十個電阻，如(2-79)式可計算出 R_1 電阻與總電阻的比值(2-80)式，以此類推可一一計算出各電阻與總電阻之比值(2-81)式。各相移後之正弦波訊號經比較器可轉為方波訊號，再經邏輯電路產生細分割後之方波，其邏輯電路如圖 2.36，五倍細分割需二個互斥或閘及一個及閘即可得到一個五倍細分割之方波。若欲產生十分割訊號則須二組五分割電路，圖 2.37 為十分割電路圖，圖 2.38 為上述電路之模擬結果，圖上方為相位差 90° 之原始訊號，下上分別為五分割及十分割之相位差 90° 之方波訊號。

$$\sin(\theta + \varphi) = \sin \theta \cos \varphi + \cos \theta \sin \varphi \quad (2-78)$$

$$\begin{aligned}
 V_1 &= a \sin(\theta + \varphi) = a \sin \theta \cos \varphi + a \cos \theta \sin \varphi \\
 &= \sin \theta \cdot \frac{R - R_1}{R} + \cos \theta \frac{R_1}{R}
 \end{aligned} \tag{2-79}$$

where $R = \sum_{i=1}^{10} R_i$

$$\begin{aligned}
 \cos \varphi &= a \cdot \frac{R - R_1}{R} & \sin \varphi &= a \cdot \frac{R_1}{R} \\
 \Rightarrow \tan \varphi &= \frac{R_1}{R - R_1} \Rightarrow \frac{R_1}{R} = \frac{1}{1 + \cot \varphi}
 \end{aligned} \tag{2-80}$$

$$R_M = R \left[\frac{1}{1 + \cot\left(\frac{M}{N} \cdot 90^\circ\right)} - \sum_{i=1}^{M-1} \frac{1}{1 + \cot\left(\frac{i}{N} \cdot 90^\circ\right)} \right] \tag{2-81}$$



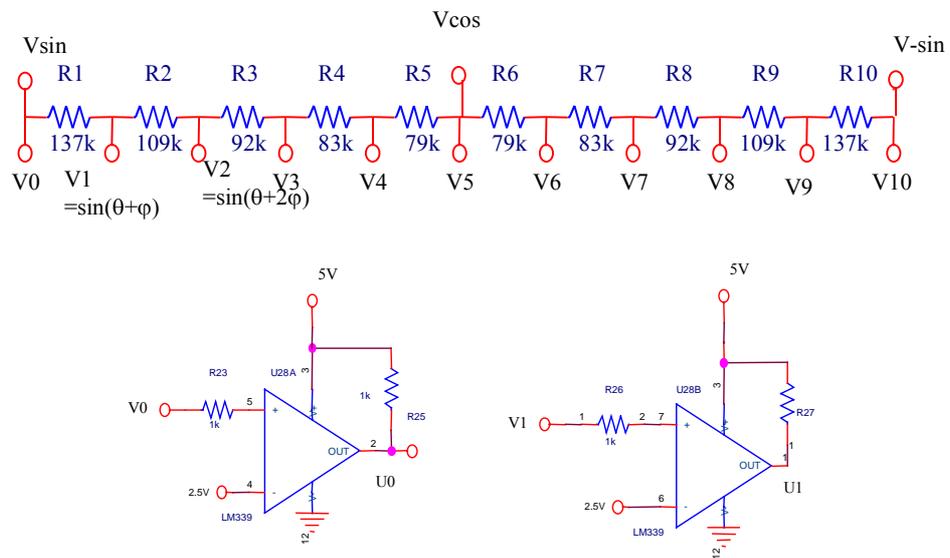


圖 2.35 電阻鏈移相法示意圖

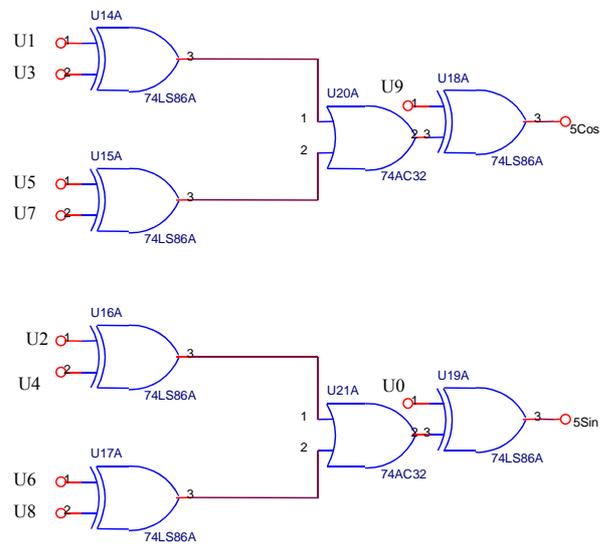


圖 2.36 五分割之邏輯電路

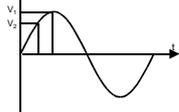
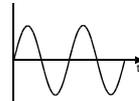
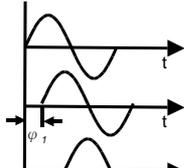
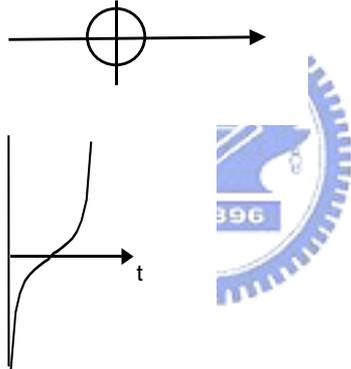
幅值分割		分壓 V_1 、 V_2
倍頻		增加角頻率
移相		$\varphi_1 = \pi / n$ $\varphi_2 = 2 \varphi_1$ $\varphi_3 = 3 \varphi_1$ \cdot \cdot $\varphi_n = n \varphi_1$
函數變換		$f(t) \rightarrow F\{f(t)\}$
數位分割		A/D converter

表 2-1 電子細分之分類及原理

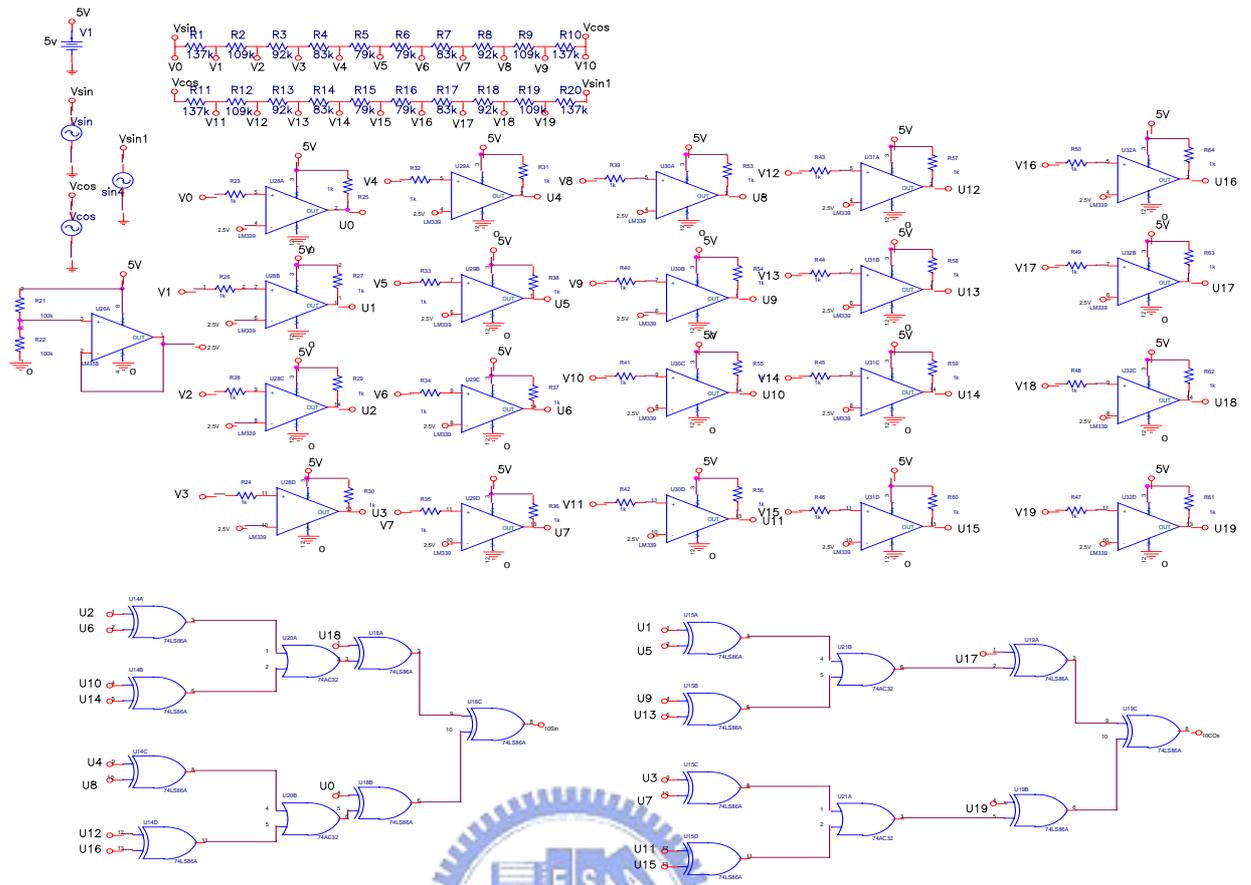


圖 2.37 五分割及十分割之電路設計

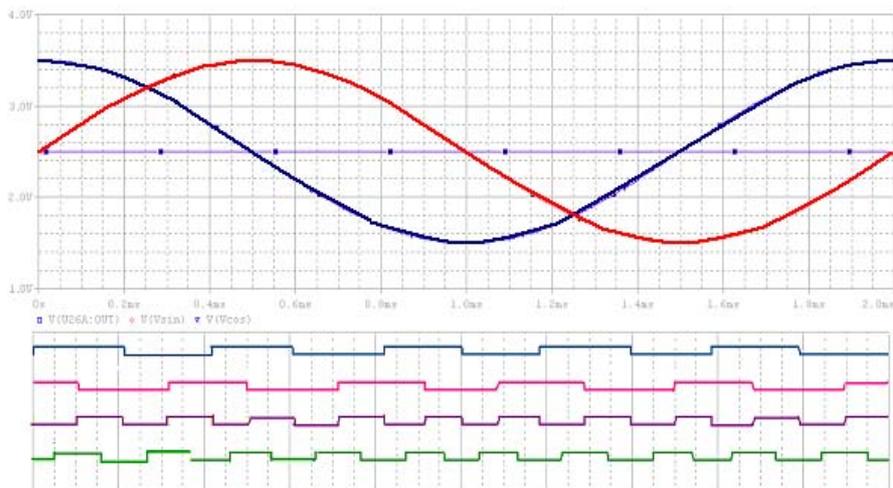


圖 2.38 五分割及十分割之模擬訊號

(二) 誤差分析

在電阻鏈移相法中，影響光柵細分的因素可概分為三大項，一為訊號源，二為電阻鏈，三為比較器，以下針對此三項一一介紹：

A. 訊號源

光柵細分割的訊號源為載在直流電壓 2.5V 的 A, B 相位差 90° 的弦波，正弦波振幅為 0.8V~1.2V，在移相法中，因比較器觸發電壓均設於直流準位 2.5V 上，由(2-79)式可知即使 A, B 訊號之振幅有變化，只要是一起變化均不影響細分割結果。因此訊號源的誤差為 1. A, B 間之振幅差 A_{deff} 、2. 直流準位誤差 ΔV_{ref} 、3. A, B 間之直流準位差 V_{deff} 。在移相法中，因比較器觸發電壓均設於直流準位 2.5V 上，由(2-79)式可知即使 A, B 訊號之振幅有變化，只要是一起變化均不影響細分割結果。

1. A, B 間之振幅差 A_{deff}

在訊號源中若 A, B 間之振幅差為 A_{deff} ，則式(2-79)可改寫為

$$\begin{aligned} V_1 &= a \sin(\theta + \varphi) = a \sin \theta \cos \varphi + (a + A_{\text{deff}}) \cos \theta \sin \varphi \\ &= \sin \theta \cdot \frac{R - R_1}{R} + \cos \theta \cdot \frac{R_1}{R} \end{aligned} \quad (2-82)$$

$$\text{where} \quad R = \sum_{i=1}^{10} R_i$$

故第 M 個電壓 V_M 可表為

$$\begin{aligned} V_M &= a \sin \theta \cos \varphi_M + (a + A_{\text{deff}}) \cos \theta \sin \varphi_M \\ &= \sin \theta \cdot \frac{R - \sum_{i=1}^M R_i}{R} + \cos \theta \cdot \frac{\sum_{i=1}^M R_i}{R} \end{aligned} \quad (2-83)$$

則

$$\frac{a}{a + A_{\text{deff}}} \cot \varphi_M = \frac{R}{\sum_{i=1}^M R_i} - 1 \quad (2-84)$$

$$\cot \varphi_M = \left(1 + \frac{A_{\text{deff}}}{a}\right) \cdot \left(\frac{R}{\sum_{i=1}^M R_i} - 1\right)$$

將(2-84)式對 φ 微分，求出振幅變化對 φ 的影響。

$$\left(-\frac{1}{\sin^2 \varphi_M}\right) d\varphi_M = \frac{dA_{\text{deff}}}{a} \left(\frac{R}{\sum_{i=1}^M R_i} - 1\right) \quad (2-85)$$

$$d\varphi_M = -\sin^2 \varphi_M \frac{1}{a} \left(\frac{R}{\sum_{i=1}^M R_i} - 1\right) dA_{\text{deff}}$$

由上式知A,B間之振幅差 A_{deff} 對移相之相位 φ 影響與A,B之振幅值成反比，亦即A,B之振幅愈大則振幅差 A_{deff} 的影響愈小，以十分割為例，A,B振幅為1V，A,B間之振幅差 A_{deff} 為10mV，則在相位移 45° 時，相位偏差 0.86° 。



2. 直流準位誤差 ΔV_{ref}

在訊號源中若A,B直流準位同時偏差 ΔV_{ref} ，則(2-83)式可改寫為

$$V_M = (a \sin \theta + \Delta V_{\text{ref}}) \cos \varphi_M + (a \cos \theta + \Delta V_{\text{ref}}) \sin \varphi_M$$

$$= \sin \theta \cdot \frac{R - \sum_{i=1}^M R_i}{R} + \cos \theta \cdot \frac{\sum_{i=1}^M R_i}{R} + \Delta V_{\text{ref}} (\sin \varphi_M + \cos \varphi_M) \quad (2-86)$$

由(2-86)式可知直流準位誤差造成合成之相位移正弦波之準位偏差，在相位移 45° 時，相位偏差最大，以十分割為例，A,B振幅為1V，A,B間之直流準位偏差 ΔV_{ref} 為10mV，則在相位移 45° 時，相位偏差為 0.81° 。

3. A,B間之直流準位差 V_{deff}

在訊號源中若A,B直流準位間偏差 V_{deff} ，則(2-83)式可改寫為

$$\begin{aligned}
V_M &= a \sin \theta \cos \varphi_M + (a \cos \theta + V_{deff}) \sin \varphi_M \\
&= \sin \theta \cdot \frac{R - \sum_{i=1}^M R_i}{R} + \cos \theta \cdot \frac{\sum_{i=1}^M R_i}{R} + V_{deff} \sin \varphi_M
\end{aligned} \tag{2-87}$$

由(2-87)式可知A,B間之直流準位誤差造成合成之相位移正弦波之準位偏差，在相位移 90° 時，相位偏差最大，以十分割為例，A,B振幅為 1V，A,B間之直流準位偏差 V_{deff} 為 10mV，則在相位移 90° 時，相位偏差為 0.575° 。

B. 電阻鏈

如(2-88)式所示，每一段電阻與總電阻的比值直接影響相位移之角度，在相位移 90° 時，相位偏差最大。在半導體製程中，IC 內的電阻可由擴散層(Diffusion)、聚合物層(Poly)、電子植入層(Ion impl.)等層實現，其絕對誤差在 $5\% \sim 50\%$ 左右，而相對誤差約 $1\% \sim 2\%$ ，在電阻鏈相位儀細分割中，如(2-88)式相位差與電阻之比例相關與電阻之絕對值無關，因此可概估誤差為 2% 。以十分割為例，A,B 振幅為 1V，電阻比值誤差為 2% ，由(2-88)式得相位誤差在相位移 45° 時最大，誤差為 0.16° 。

$$\begin{aligned}
\frac{R_M}{R} &= \left[\frac{1}{1 + \cot(\varphi_M)} - \sum_{i=1}^{M-1} \frac{1}{1 + \cot(\varphi_i)} \right] = \alpha \\
d\alpha &= \frac{1}{\sin^2 \varphi_M (1 + \cot \varphi_M)^2} d\varphi_M \\
d\varphi_M &= \sin^2 \varphi_M (1 + \cot \varphi_M)^2 d\alpha
\end{aligned} \tag{2-88}$$

C. 比較器

比較器中會影想電阻鏈移相分割法的因素有偏位(offset)、磁滯電壓(V_{hys})。偏位電壓因製程而漂移，偏位電壓直接影響移相後弦波訊號轉為方波時之相位偏移進而影響分割相位，而造成分割角度誤差，一般製成偏位約在 $5 \sim 10\text{mV}$ 。

磁滯電壓是為去除輸入信號夾帶雜訊所造成之誤動作，比較器因雜訊而錯分，在比較器上加入磁滯，稱為史密特比較器，磁滯電壓可針對

欲消除之雜訊大小設計，每個比較器之間大致相同，但因製程漂移，每個比較器之間會約有所設計值之 10% 相對誤差，此誤差造成之影響等效於偏位電壓，對分割相角亦會造成誤差。

三、數位分割法

數位細分割法是一種適合高解析度的細分法，示於圖 2.39。首先利用類比數位轉換器(A/D converter)將兩訊號 S_1 及 S_2 數位化，再利用記憶體位址記錄其反正切函數(Arc-tangent)。在輸出電路中，脈衝產生器(PG)產生兩組相差九十度的分割方波訊號，此方波訊號進入計數器Z中計數。將計數值 x' 輸入另一個差動處理器 Δ 中與記憶體儲存的 x 相比較，此處理器輸出的 $x'-x$ 控制脈衝的輸出。此種數位處理器控制分割法最高分割數約 400 倍。

另一種分割法，訊號同樣經數位化後送入微處理器計算 S_1/S_2 。以此結果與記憶體P中的反正切函數值(Arc-tangent)相比較，為求較快速的處理速度，反正切函數將以泰勒級數展開以便加快其計算速度。此細分法分割數可達 4096 倍。

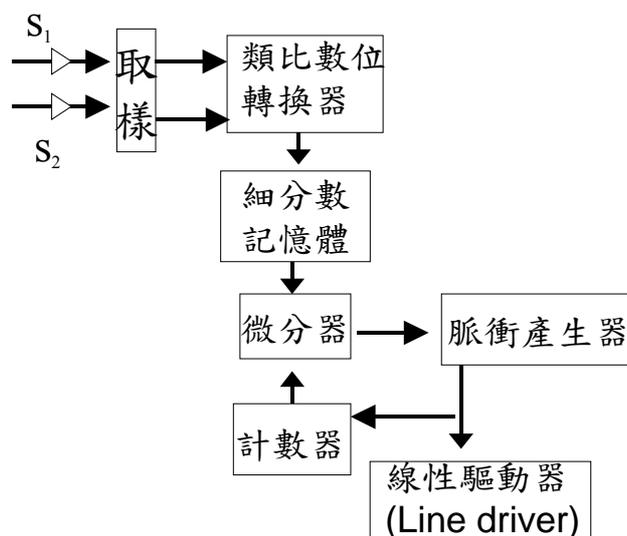


圖 2.39 數位細分割法

第三章 光柵位移干涉儀製作與實驗

第一節 反射式光學尺

本論文利用泰伯自成像效應設計一套反射式光學尺，其架構如圖 3.1 所示，雖然雷射二極體具有較長的同調長度且能量集中，較容易產生平行光。但是，考慮光源讀頭的體積與成本，本實驗決定採用近紅外光發光二極體(LED)為光源。發光二極體亦能滿足反射式光學尺的規格與訊號雜訊比(S/N)的需求。本實驗採用之發光二極體波長為 880nm，光源經一焦距為 9mm 平行化透鏡產生平行光。此平行光經過相位光柵 G_1 後，被振福光柵 G_2 反射，光柵 G_1 與光柵 G_2 具有相同的週期 20 μm 與線寬，相位光柵內包含四區，每區開口 1mm，也就是包含 50 個週期，這樣的週期數以足夠造成自成像效應。相位光柵中每一區的間距為 $(20N+5)$ μm 如圖 3.2 所示，其中N為整數。在相位光柵 G_1 中的四區光柵恰好產生四個正弦波訊號由四個光電檢測器接收，本實驗採用光電二極體接收光強訊號，每個訊號相位相差九十度。依照第二章 2-1 節的三光柵系統所述，平行光經過相位光柵 G_1 後成像一振幅光柵投影在光柵 G_2 上，四分之一泰伯距離為 0.22mm。LED的發光尺寸為 160 μm X 160 μm ，根據發光尺寸與焦距的比值，可計算出光的發散角約為 1°。本實驗測試兩光柵間距改變對於莫爾訊號對比的影響並繪於圖 3.3，將歸一化的訊號對比度 m 定義為

$$m = \frac{AC(g)}{AC(0.22)} \quad (3-1)$$

式中 $AC(g)$ 為在光學尺中兩光柵間距為 g 時的交流訊號，而 $AC(0.22)$ 代表間距為 0.22mm 時的交流訊號。通常要求訊號對比度必須大於 0.6, 此時的訊號在進行後段處理或細分時尚可保持精確度，在此對比要求下，兩光柵間距的變化容許度約 ± 70 μm 。

由(2-26)式，相位高度 ϕ 的相位光柵在四分之一泰伯距離處自成一二元振幅光柵的像，此自成像的強度分佈為[23]

$$I = \left| U(x, \frac{z_T}{4}) \right|^2 = \left| \sqrt{2}A \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \left[t\left(x - \frac{p}{2}\right) \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) + t(x) \right] \right|^2$$

$$\propto \text{rect}\left(\frac{x - \frac{p}{2}}{\frac{p}{2}}\right) \cdot (1 + \sin\phi) + \text{rect}\left(\frac{x - \frac{3p}{4}}{\frac{p}{2}}\right) \cdot (1 - \sin\phi) \quad (3-2)$$

相位光柵的階高為 $h = \lambda\phi/2\pi(n-1)$ ，假設階高的製作誤差為 Δh ，將使相位偏移 $\Delta\phi$ ，若相位偏移 $\Delta\phi$ ，此偏移可由下式得到。

$$\Delta\phi = \frac{2\pi(n-1)\Delta h}{\lambda} \quad (3-3)$$

由(3-2)式可得自成像光柵的能見度應為

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \sin(\phi + \Delta\phi) \quad (3-4)$$

在本實驗中相位光柵的相位設計為 $\phi = \pi/2$ ，光源波長 880nm，相位光柵材質採用 Pyrex，折射率為 1.5，則光柵的階高為 $h = \lambda\phi/2\pi(n-1) = 430\text{nm}$ 。以鍍鉻玻璃製作振幅光柵成為光罩，利用光罩曝光製程將光罩圖形轉移至鍍有光阻的 Pyrex 基材上，在利用氫氟酸蝕刻圖形於 Pyrex 基材上而產生高低起伏的相位光柵。若相位偏移 $\Delta\phi$ ，相位 $\phi = \pi/2$ ，則能見度改變 $\cos(\Delta\phi)$ 。本實驗以白光干涉儀量測製作的相位光柵如圖 3.4 所示，其階高為 480nm，與設計值比較，製作誤差為 50nm，對應相位偏移為 0.0575π ，根據方程式(3-4)，自成像的能見度 V 為 98%。也就是說，相位光柵 G_1 與反射光柵 G_2 間的莫爾訊號由 100% 降至 98%。對於光學尺而言，要求自成像的能見度大於 95%，則階高誤差容許度為 $\pm 87\text{nm}$ 。

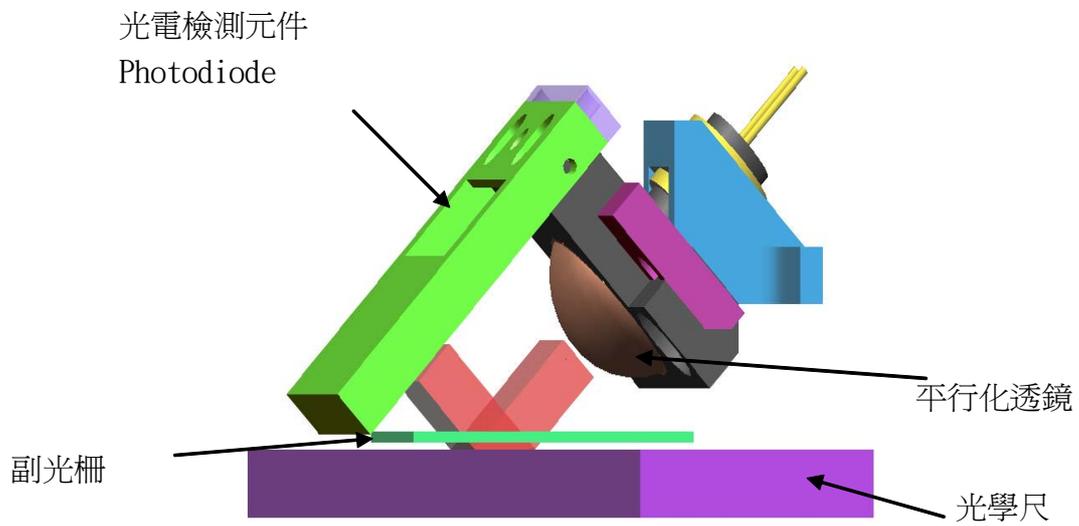


圖 3.1 利用泰伯自成像效應設計之反射式光學尺架構

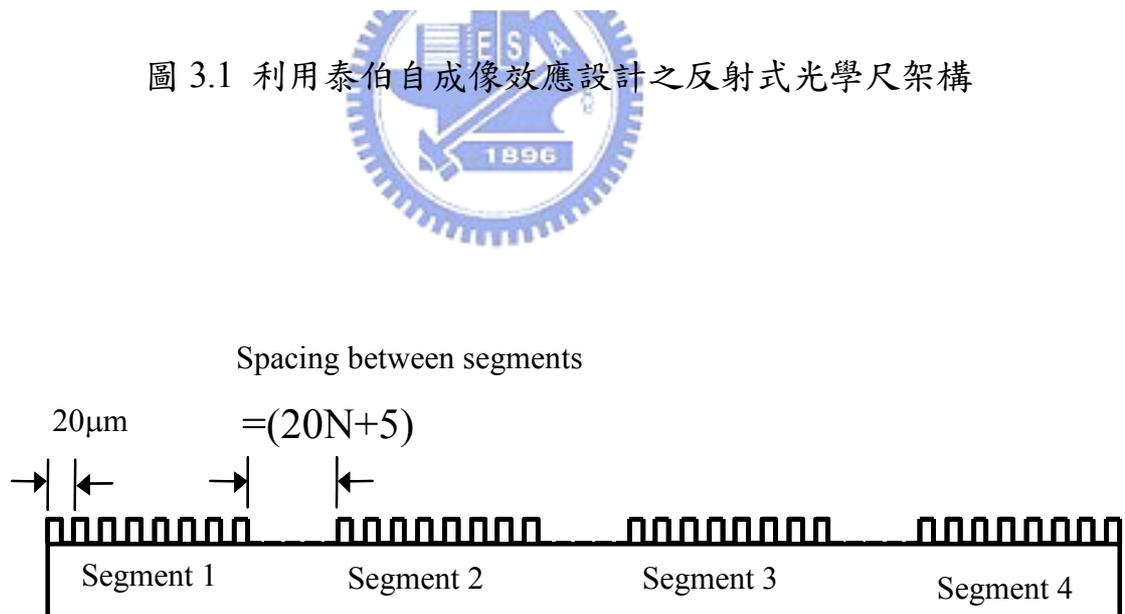


圖 3.2 相位光柵內包含四區相移示意圖

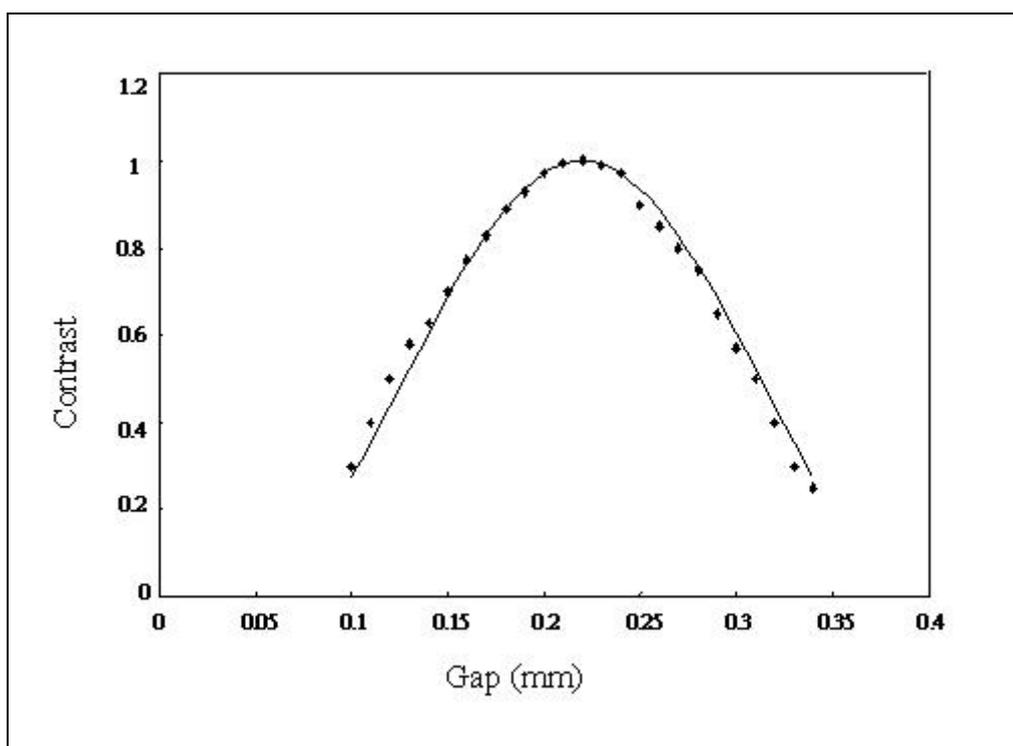


圖 3.3 兩光柵間距改變對於莫爾訊號對比的影響

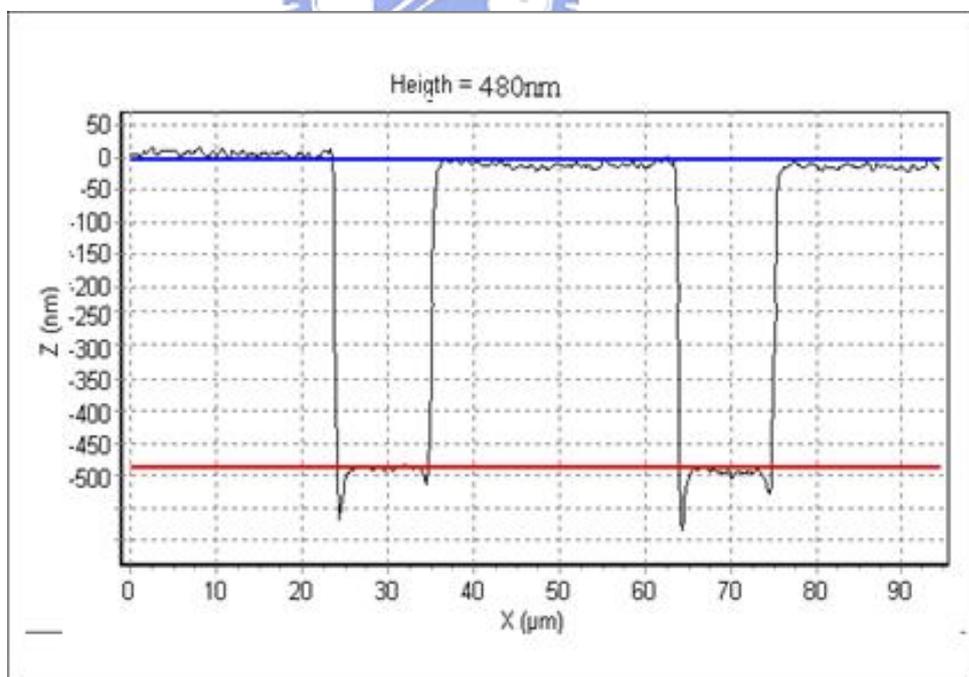


圖 3.4 白光干涉儀量測製作的相位光柵階高圖

本研究利用一個行程為 60cm 的線性位移系統量測光學尺的精度。光學尺檢測系統的量測方法是以雷射干涉儀、校正軟體、光學尺定位控制滑座及伺服馬達組合而成，系統原理如圖 3.5，本系統採用 HP 公司之編號 5529 校正系統，將雷射干涉儀之反射鏡(Cube corn)與待測光學尺固定於滑座上同時移動，光學尺讀取頭固定於花崗岩平台的基座上，當光學尺本體移動時，讀取頭上的訊號讀取介面產生相位差九十度之 A,B 訊號，將光學尺讀取頭之 A,B 輸出訊號經 HP10887-60202 A-Quad-B 電纜線輸入雷射干涉儀編號 10887 校正介面卡之 A-quad-B 之輸入端，並藉由平均技術將解析度提昇 36 倍。而 HP10887 校正介面卡上含一雷射連接埠經 10882A 電纜線接收雷射干涉儀訊號。經軟體處理比對光學尺與雷射干涉儀之間的讀數偏差，以雷射干涉儀為標準，則得待測光學尺之精度誤差。圖 3.6 為本實驗反射尺測試台照片。

圖 3.7 為週期的兩個正交正弦波訊號，利用細分割技術，細分數 200，解析度可提升至 $0.1 \mu\text{m}$ ，圖 3.8 顯示線性滑軌來回三趟時光學尺的重複性，縱軸代表光學尺與雷射干涉儀讀值差，橫軸為線性滑軌的移動距離，本實驗光學尺的重複性為 $0.5 \mu\text{m}$ ，此誤差包含滑軌的迴轉間隙，將重複性分為去程及回程，則重複性優於 $0.2 \mu\text{m}$ 。

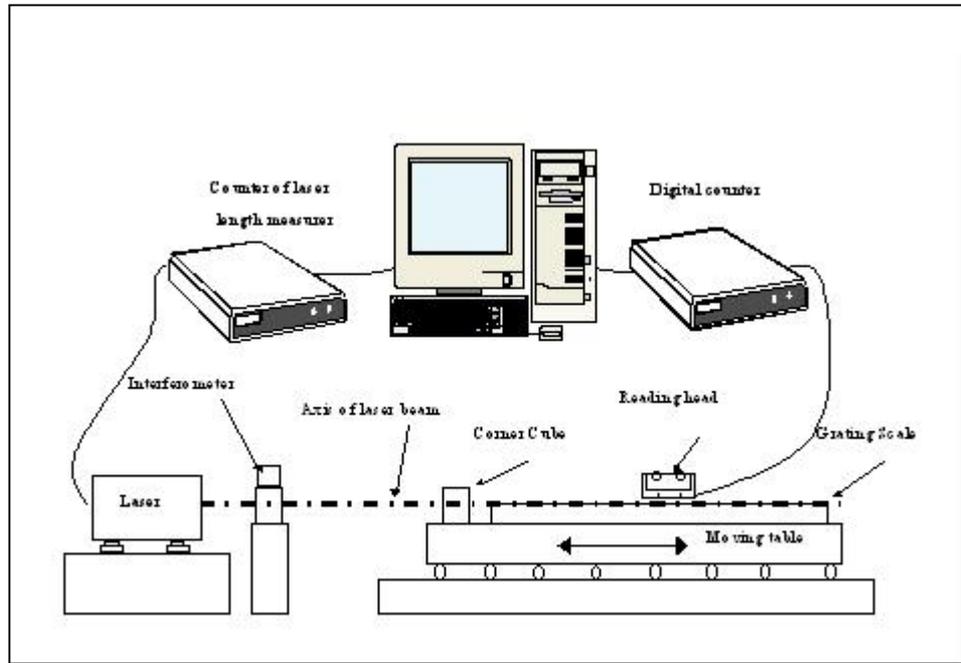


圖 3.5 光學尺檢測系統

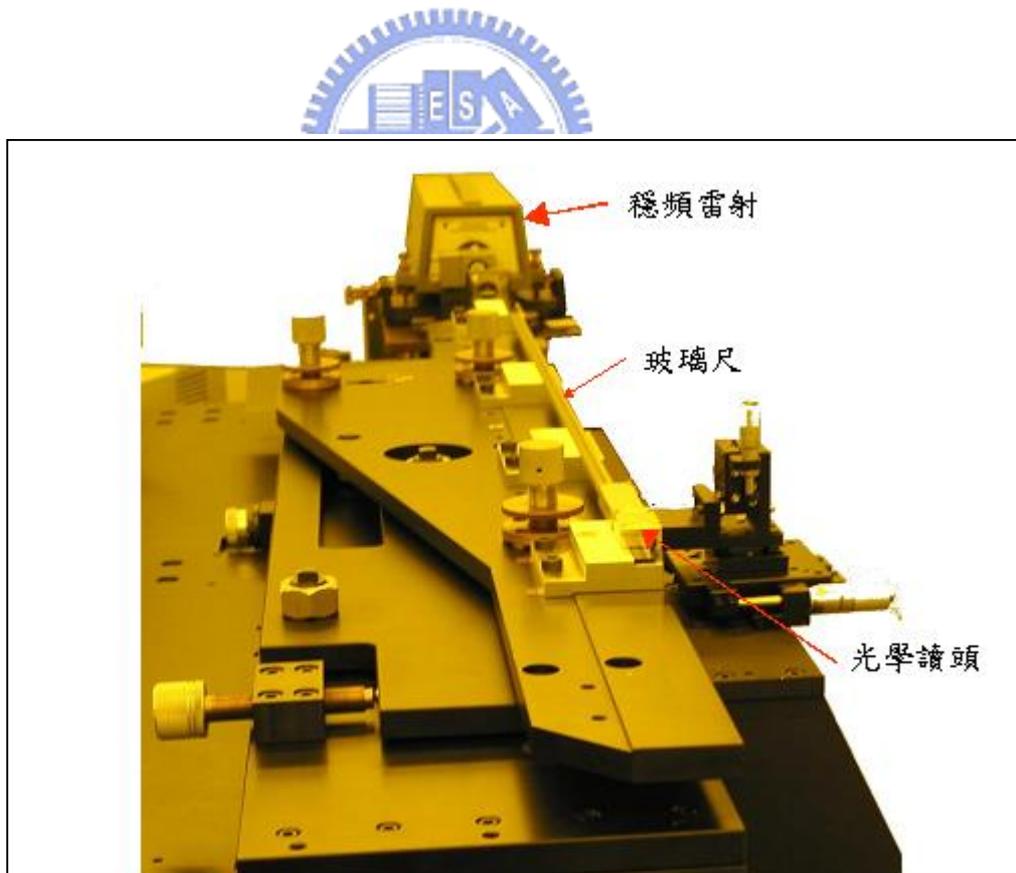


圖 3.6 本實驗反射尺測試台照片。

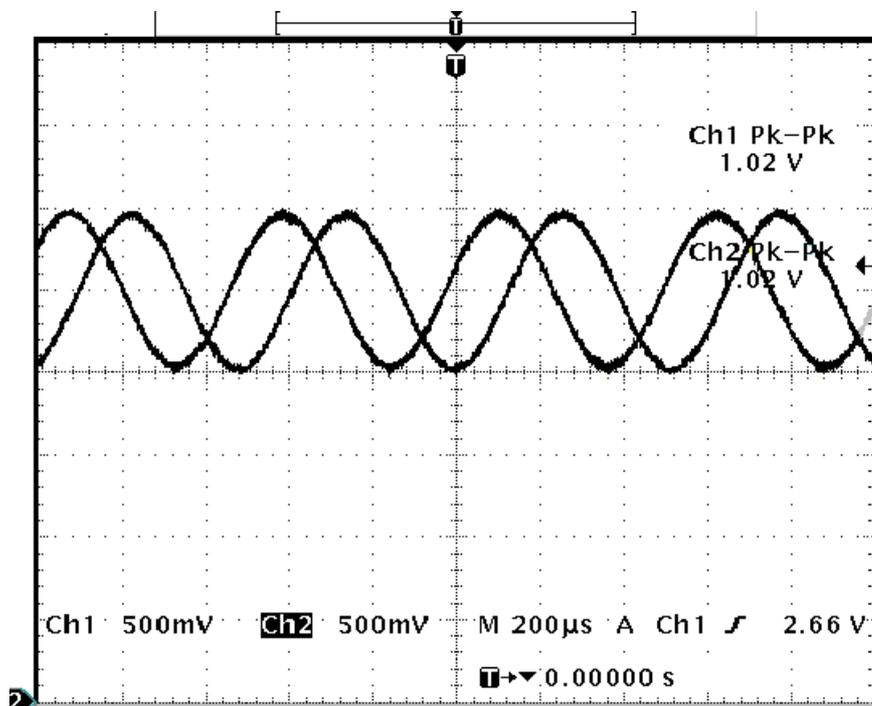


圖 3.7 週期的兩個正交正弦波訊號]

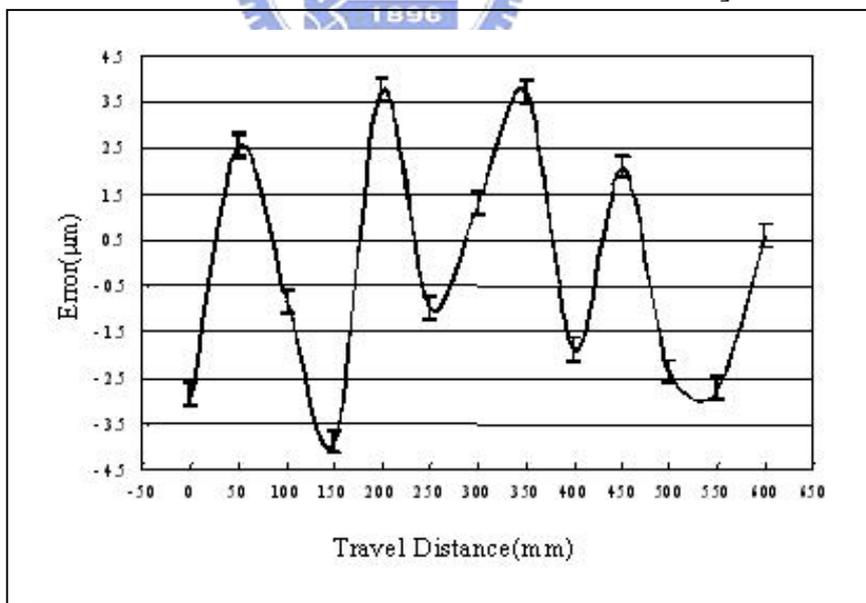


圖 3.8 線性滑軌來回三趟時光學尺的重複性

第二節 奈米級平面光柵尺

(一) 第一型平面尺實驗

本實驗採用二維光柵週期為 $1.6\ \mu\text{m}$ ，採用鍍鉻玻璃為基材，以光刻技術蝕刻鉻膜在鍍上鋁反射膜而成，光柵階高 150nm ，開口比為 0.5 ，以原子力顯微鏡(Atomic Force microscope 簡稱 AFM)量測光柵如圖 3.9 所示。以光纖導引式氦氖(He-Ne)雷射為光源，入射二維光柵，因而產生數道繞射光如圖 3.10 所示，繞射光中不僅包含第一階的 $(1,1)$, $(1,-1)$, $(-1,1)$, $(-1,-1)$ ，更包含第二階的 $(0,2)$, $(2,0)$ 。四道第一階繞射光經過共軛光學模組後返回二維光柵並產生第二次繞射光 $(1,-1;-1,-1)$ 及 $(1,1;-1,1)$ 。以週期 $1.6\ \mu\text{m}$ 為例，第一次繞射的第一階繞射光繞射角為

$$\sin \theta = \sqrt{m^2 + n^2} \frac{\lambda}{p} = \sqrt{2} \frac{0.633}{1.6} = 0.56 \quad (3-5)$$

$$\theta = 34^\circ$$

則第二次繞射光繞射角為

$$\cos \alpha = \sqrt{\cos 2\theta} = 0.61 \quad (3-6)$$

$$\theta = 52.26^\circ$$

而第一次繞射的第二階繞射光繞射角應為

$$\sin \theta = \sqrt{m^2 + n^2} \frac{\lambda}{p} = 2 \frac{0.633}{1.6} = 0.79 \quad (3-7)$$

$$\theta = 52.185^\circ$$

由以上的計算得知第一次繞射的第二階繞射光與第二次繞射光非常接近，此結果將產生額外的干涉條紋，如圖 3.11 所示，此干涉條紋包含三組，兩道第二次繞射光的干涉(為本實驗所需要的)、第一次繞射的第二階繞射光彼此干涉、以及第一次繞射的第二階繞射光與第二次繞射光的干涉。為了避免多光束的干涉，本實驗設計一離軸光學系統以便分開第二次繞射光與第二階繞射光如圖 3.12 所示。因此可得單純的第二次繞射光干涉條紋。

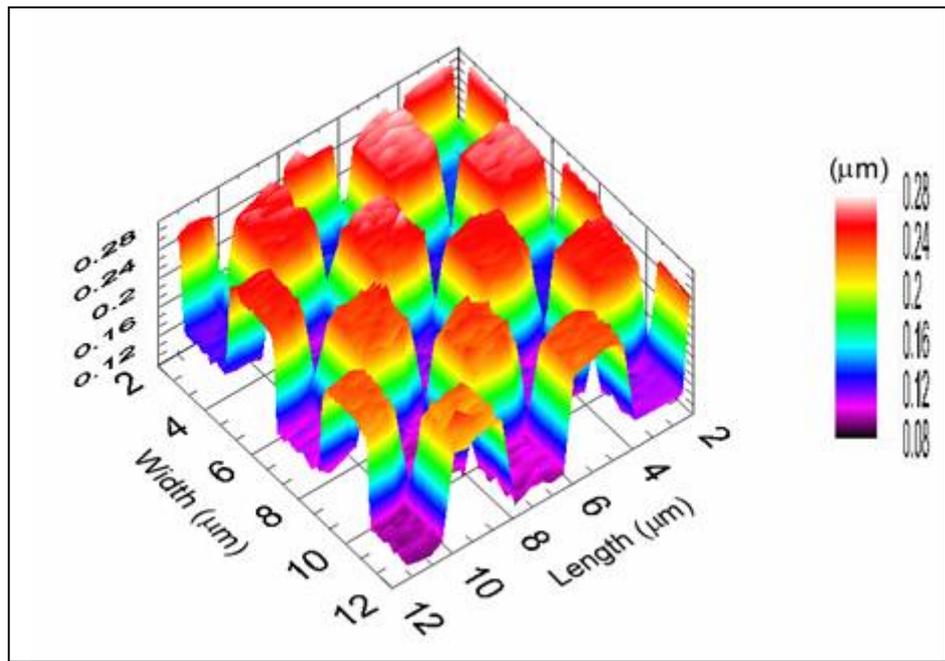


圖 3.9 原子力顯微鏡量測光柵

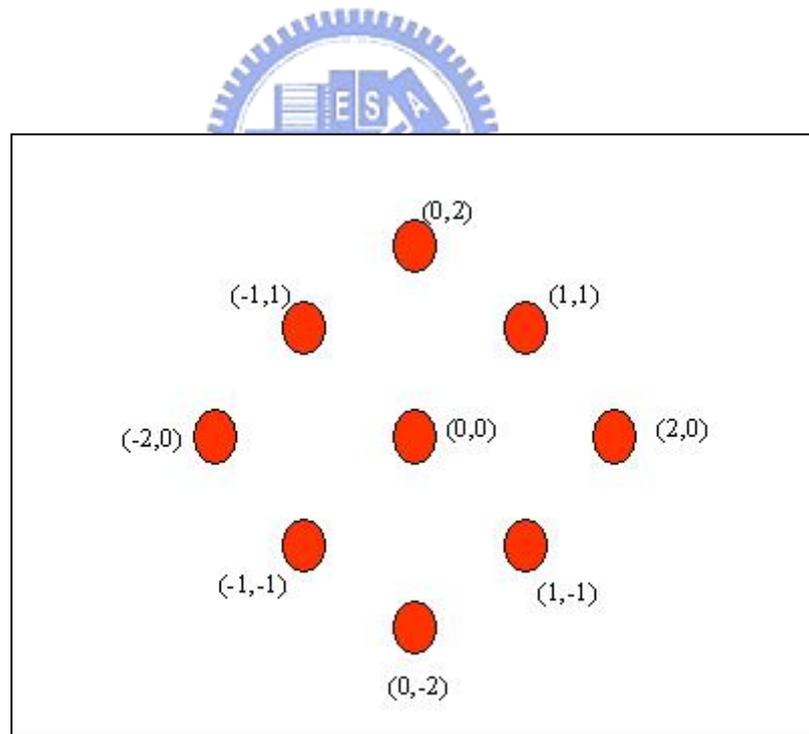


圖 3.10 入射二維光柵之數道繞射光示意圖

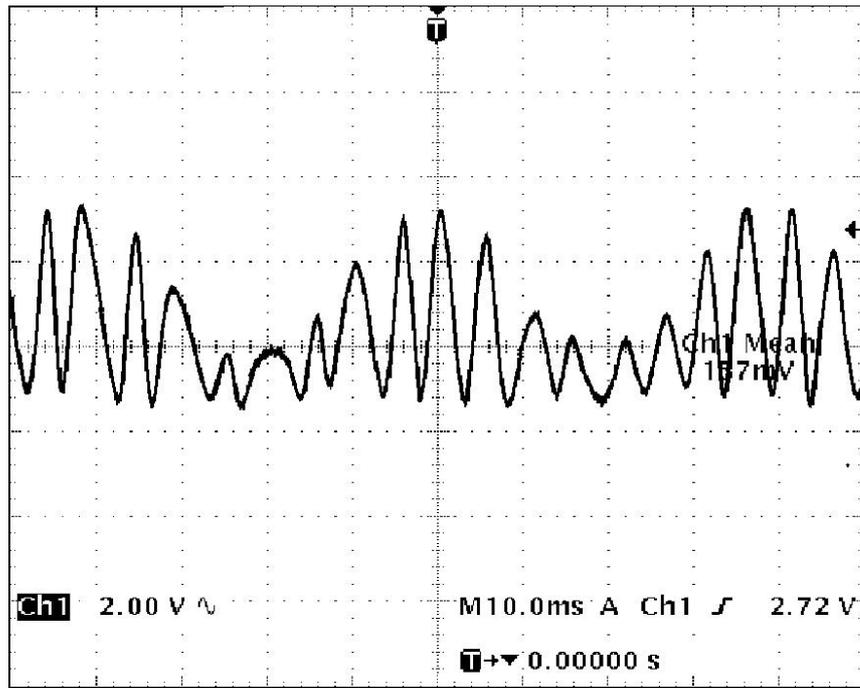


圖 3.11 多繞射光束的干涉

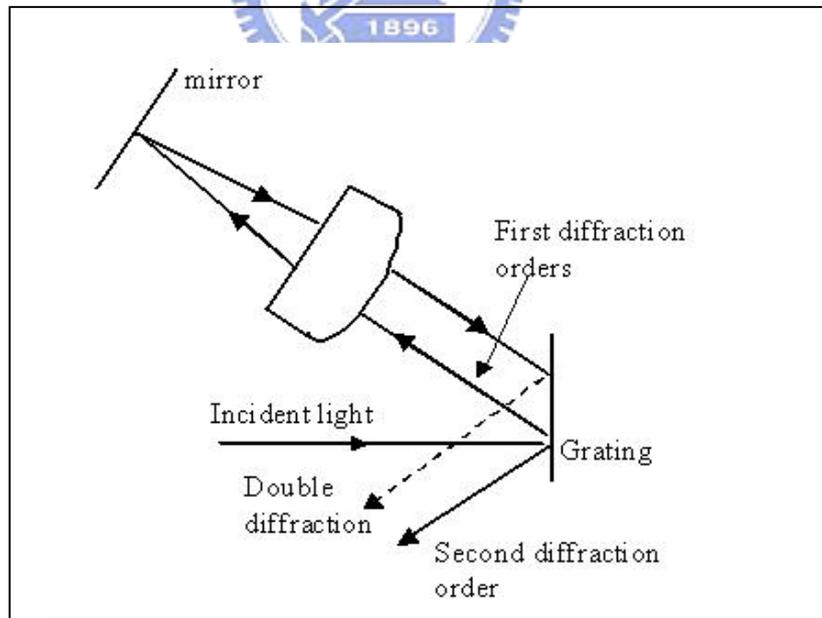


圖 3.12 離軸光學系統以便分開第二次繞射光與第二階繞射光

為得到二維(X 軸與 Y 軸)的移動訊號，將入射光以稜鏡分為兩道分別入射二維光柵，本實驗的系統架構如圖 3.13 所示，考慮第一次繞射光(1,1)與(1,-1)被共軛光學模組反射，共軛光學模組包含一個焦距 8mm 的雙膠合透鏡(doublet)以及一個平面反射鏡。繞射光經面鏡反射後返回二維光柵並產生第二次繞射光(1,-1;-1,-1)及(1,1;-1,1)，此二道光在同一方向傳播，因而產生干涉。

本實驗採用壓電致動平面平台載二維光柵移動，圖 3.14 為平台移動一個六角形的軌跡，當移動軌跡經圖中 AB 線段並轉彎至 BC 線段時記錄平面尺的正弦波訊號，因 AB 線段平行於 Y 方向，應無 X 方向的訊號，待轉彎後 X 方向與 Y 方向弦波訊號同時產生。圖中實線部份為 Y 方向訊號，虛線部份為 X 方向訊號。

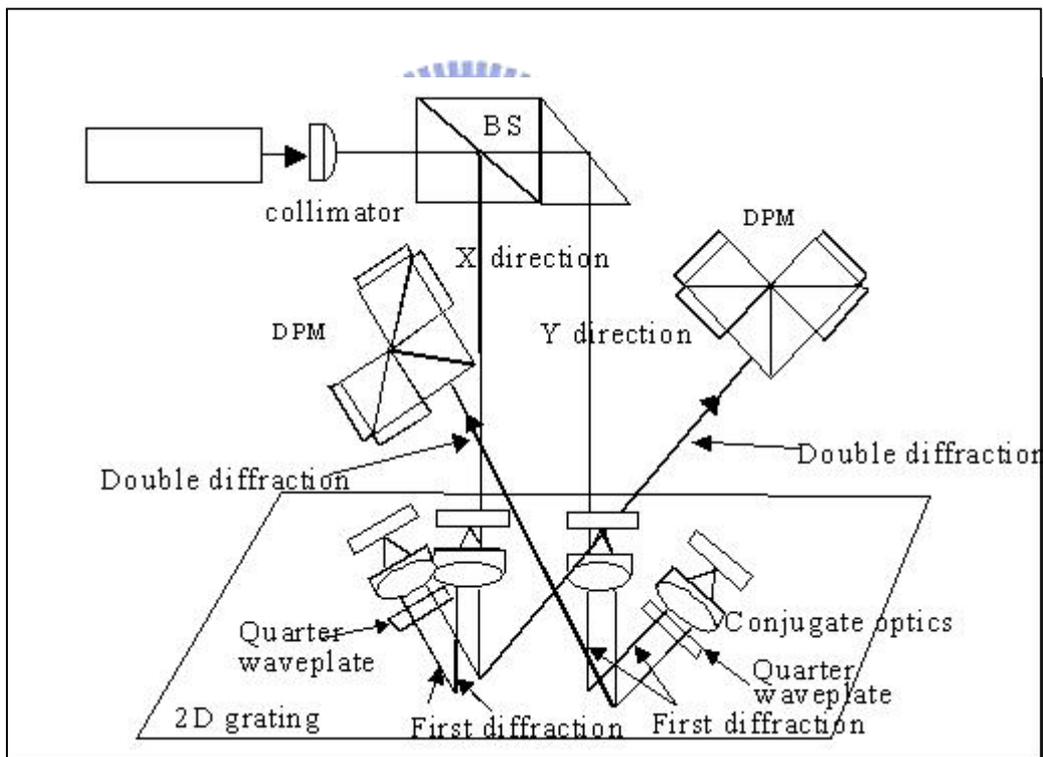


圖 3.13 第一型平面尺系統實驗架構

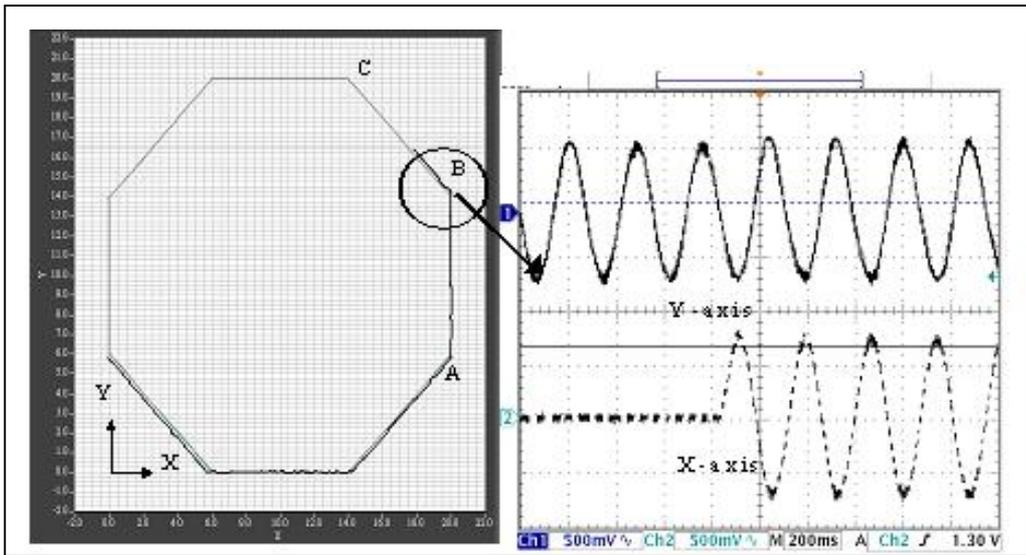


圖 3.14 平台移動一個六角形的軌跡及平面尺弦波訊號

為求更高解析度需加入訊號的電子細分割且必須判斷移動的方向，光學尺必須設計兩組垂直的弦波訊號，也就是相位差 90° 的弦波訊號。在 3.1 節雙光柵式反射光學尺中以相位光柵中的四區產生四個相位差 90° 的弦波訊號，Smyth and Moore 在兩人發表的瞬間干涉儀中利用直接相位量測(direct phase measurement)進行相移。在干涉尺中，將以直接相位量測(direct phase measurement)的相移技術產生四個相位差 90° 的正弦波訊號。假設入射光為左旋偏極，以 Jones 向量表示為

$$E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

如圖 3.13 所示，在兩道產生干涉的共軛光路的其中一道置入一個四分之一波片。舉例來說，將四分之一波片置入第一次繞射光(1,-1)光路中，(1,-1)繞射光經四分之一波片後再入射共軛光學模組，經反射鏡反射後再次經過四分之一波片，因此第一次繞射光(1,-1)經過四分之一波片兩次，造成第二次繞射光(1,-1;-1,-1)及(1,1;-1,1)偏極互相垂直，以 Jones 向量表示為

$$E'_1 = \frac{E'_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

$$E'_2 = e^{i\frac{\pi}{4}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} e^{i\frac{\pi}{4}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} \frac{E'_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = \frac{iE'_0}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

因都普勒效應，兩道第二次繞射光產生相位差 ϕ ，以 Jones 向量表示為

$$E_1'' = \frac{E_0'' e^{i\phi}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

$$E_2'' = e^{i\frac{\pi}{4}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} e^{i\frac{\pi}{4}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} \frac{E_0''}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = \frac{iE_0''}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

如圖 3.15 所示，包含第二次繞射光(1,-1;-1,-1)及(1,1;-1,1)的光束沿Z軸傳播，並經三個立體分光鏡分為四道光束，在四道光束上插入偏極片，四個偏極片旋轉特殊方向，例如，第二次繞射光垂直入射偏極片P3，P3的偏極光軸為X方向因而取出兩道第二次繞射光的X方向分量，其干涉光強度 I_1 為

$$I_1 = |E_{1x}'' + E_{2x}''|^2 = \left| \frac{E_0'' e^{i\phi}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{iE_0''}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right|^2 = \frac{E_0''^2}{2} \left| \begin{bmatrix} e^{i\phi} + e^{i\frac{\pi}{2}} \\ 0 \end{bmatrix} \right|^2 \quad (3-11)$$

$$= \frac{E_0''^2}{2} \left(2 + 2 \cos\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right) \right)$$

同理，第二次繞射光經過偏極片P1，取出Y方向分量，得到干涉光強度為 I_2 ，45°方向分量的干涉光強度為 I_3 ，-45°方向分量的干涉光強度為 I_4 ，各光強表示如下

$$I_2 = |E_{1y}'' + E_{2y}''|^2 = \left| \frac{E_0'' e^{i\phi}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ i \end{bmatrix} + \frac{iE_0''}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ -i \end{bmatrix} \right|^2 = \frac{E_0''^2}{2} \left| \begin{bmatrix} 0 \\ 1 + e^{i(\phi + \frac{\pi}{2})} \end{bmatrix} \right|^2 \quad (3-12)$$

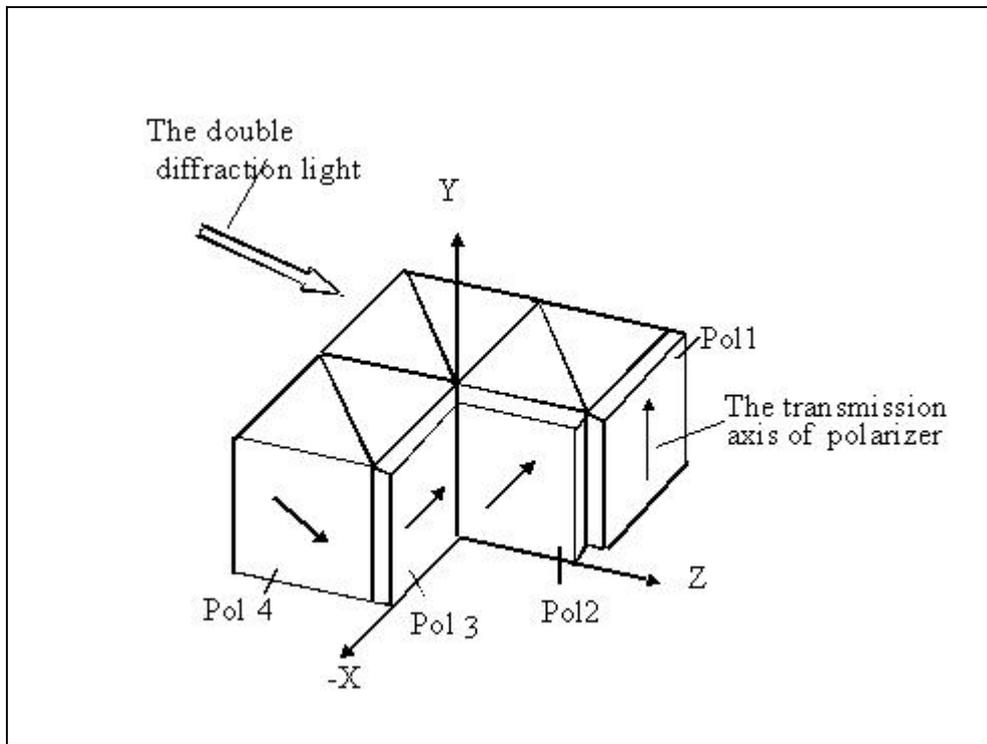
$$= \frac{E_0''^2}{2} \left(2 + 2 \cos\left(\phi + \frac{\pi}{2}\right) \right)$$

$$I_3 = \left| \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \left\{ \frac{E_0'' e^{i\phi}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} + \frac{iE_0''}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \right\} \right|^2 = \left| \frac{E_0''}{2\sqrt{2}} \left\{ e^{i\phi} \begin{bmatrix} 1+i \\ 1+i \end{bmatrix} + e^{i\frac{\pi}{2}} \begin{bmatrix} 1-i \\ 1-i \end{bmatrix} \right\} \right|^2 \quad (3-13)$$

$$= \frac{E_0''^2}{2} \left| \begin{bmatrix} e^{i(\phi + \frac{\pi}{4})} \\ e^{i(\phi + \frac{\pi}{4})} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot e^{-i\frac{\pi}{4}} \\ e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot e^{-i\frac{\pi}{4}} \end{bmatrix} \right|^2 = \frac{E_0''^2}{2} \left| e^{i\frac{\pi}{4}} \begin{bmatrix} 1 + e^{i\phi} \\ 1 + e^{i\phi} \end{bmatrix} \right|^2 = \frac{E_0''^2}{2} (2 + 2 \cos \phi)$$

$$\begin{aligned}
I_4 &= \left| \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \left\{ \frac{E_0'' e^{i\phi}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} + \frac{iE_0''}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \right\} \right|^2 = \left| \frac{E_0''}{2\sqrt{2}} \left\{ e^{i\phi} \begin{bmatrix} 1-i \\ -1+i \end{bmatrix} + e^{i\frac{\pi}{2}} \begin{bmatrix} 1+i \\ -1-i \end{bmatrix} \right\} \right|^2 \\
&= \frac{E_0''^2}{2} \left[\begin{bmatrix} e^{i(\phi-\frac{\pi}{4})} \\ -e^{i(\phi-\frac{\pi}{4})} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}} \\ -e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}} \end{bmatrix} \right]^2 = \frac{E_0''^2}{2} \left| e^{i\frac{3\pi}{4}} \begin{bmatrix} 1+e^{i(\phi+\pi)} \\ -(1+e^{i(\phi+\pi)}) \end{bmatrix} \right|^2 = \frac{E_0''^2}{2} (2+2\cos(\phi+\pi))
\end{aligned}$$

(3-14)



(a)

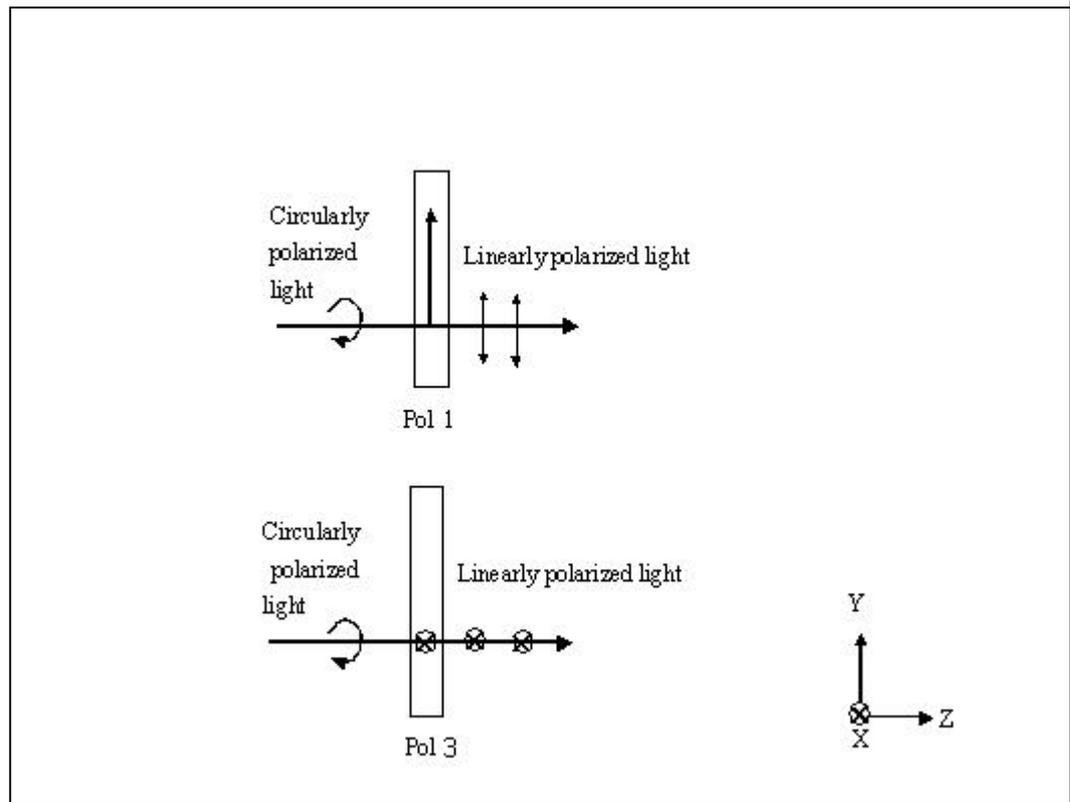


圖 3.15 以分光稜鏡與偏極片實現直接相位量測(direct phase measurement)的相移技術

本實驗利用一壓電位移系統量測平面尺的量測精度，此位移平台具備非常強的剛性並利用內建的電容感測器(capacitance displacement sensor)提供奈米解析度，其線性度優於 0.1%，重複性為 $\pm 5\text{nm}$ 。如圖 3.16，光學讀頭架設在龍門架上，光柵固定於平台上，讀頭不動，而光柵隨平台移動。

首先，令移動平台移動一個半徑 $1\mu\text{m}$ 的圓軌跡，利用電容感測器做為回饋控制系統，比較電容感測器與平面尺的讀值。如圖 3.17 所示，圖中實線為電容感測器的控制軌跡，稜形資料點為平面尺的讀值，由上述的相移技術，可得四個相位差 90° 的正弦波訊號，為了提高解析度，本實驗利用Heidenhain公司生產的細分割卡IK220 進行 400 倍的細分割，光柵周期為 $1.6\mu\text{m}$ ，因兩次繞射使訊號周期提升至 $0.4\mu\text{m}$ ，經 400 倍的細分

割，解析度可達 1nm。將圓軌跡置於 X-Y 座標中，平面尺的讀值為 (x_c, y_c) ，電容感測器的讀值為 (x_e, y_e) 。圖 3.18 繪出二者的量測差值為 $\sqrt{(x_e - x_c)^2 + (y_e - y_c)^2}$ 。橫軸為圓軌跡上的取樣點，縱軸為誤差值，最大誤差值為 51nm。重複量測十次，計算出標準差為 7nm。上述誤差來源包括二維光柵的誤差、位移系統本身的非線性誤差及電子細分割誤差。

本實驗採用入光孔徑 3.5mm 的共軛光學元件，入射光直徑 1mm，光電二極體的收光直徑為 3mm，二維光柵與共軛光學元件的距離為 8mm，因此入射光可偏移的範圍為 1.5mm，由此可以計算出光學讀頭與光柵間可以傾斜的容許差為 $\Delta\eta = \pm \sin^{-1} 0.75/8 = \pm 5.4^\circ$ 。

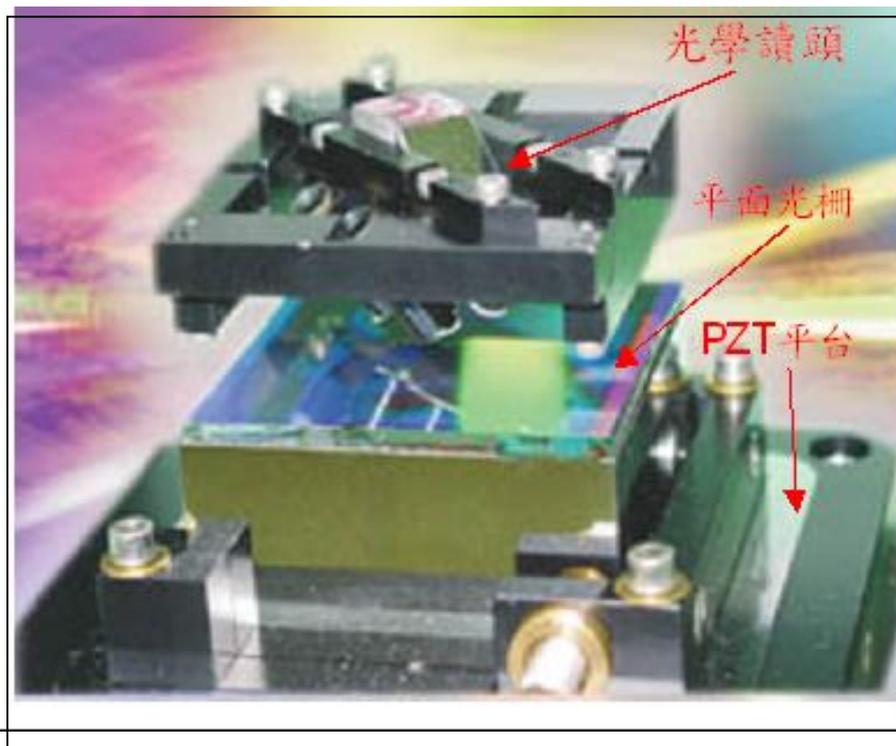


圖 3.16 壓電位移系統量測平面尺的量測精度之架構照片

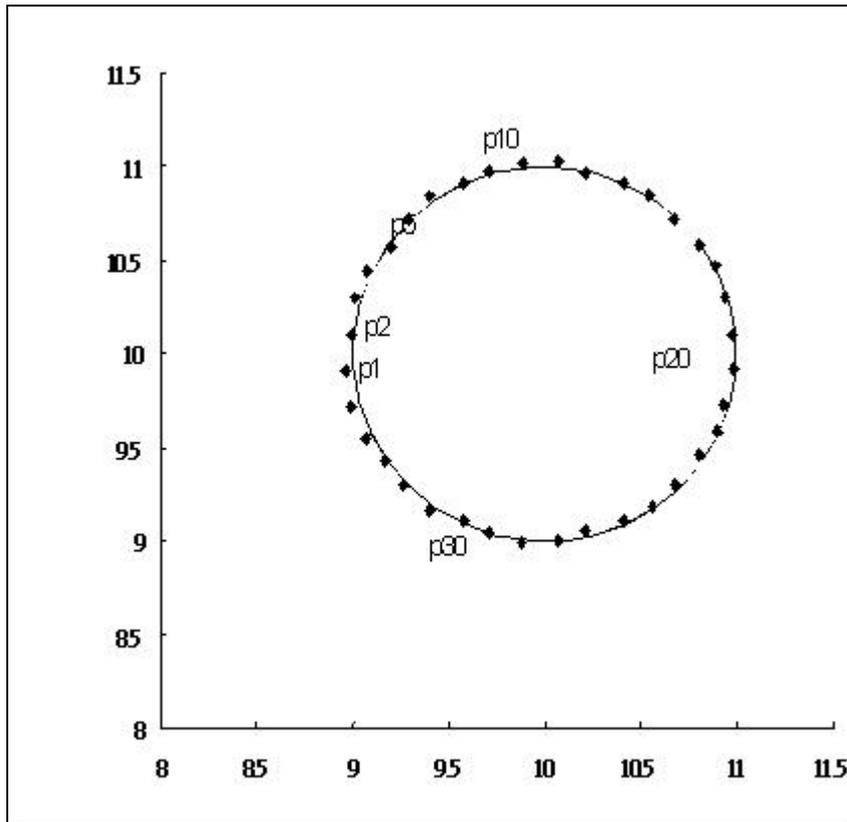


圖3.17 壓電平台移動一個半徑 $1\mu\text{m}$ 的圓軌跡

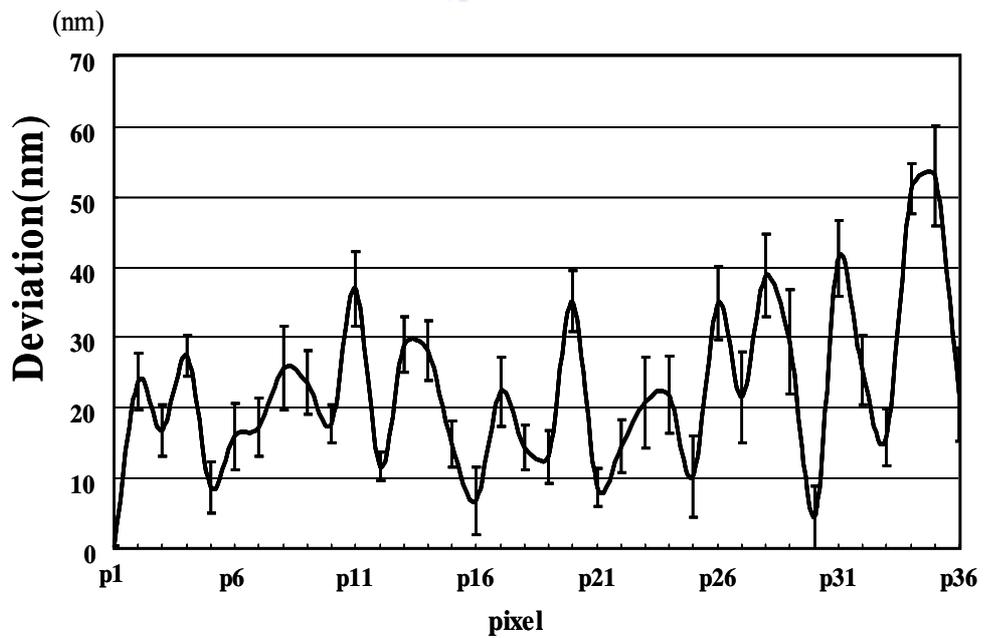


圖3.18 電容感測器與平面尺量測差值

(三) 第二型平面尺實驗

在上述第一型平面尺中需利用分光稜鏡將入射光分為兩道光分別入射光柵，以便得到兩個方向的位移。分光稜鏡的分光容易使得 X 方向與 Y 方向的入射光產生不同的強度以及不同的偏極，此時將使兩方向的訊號或四組相移訊號的強度不同，造成後面訊號處理或電子細分割的誤差。第二型光學尺僅需利用一道入射光即可得到兩個方向的位移，而在光的使用效率上，大多數的能量消耗在光柵的繞射上，相較之下，第二型繞射光具有較高的效率。且在第一型光學尺的繞射光中，參與干涉的第二次繞射光斜向射出，而第二型光學尺的第二次繞射光平行 Z 軸射出，因此，第二型光學尺在訊號的接收與系統的組裝上都較第一型來得容易。光學讀頭的體積亦隨之縮小如圖 3.19 所示。



圖 3.19 第二型平面尺光學讀頭與二維光柵

第二型平面尺亦採用二維光柵週期為 $1.6\mu\text{m}$ ，採用 $6.4\mu\text{m}$ 光柵為光罩，以 5:1 光刻縮影技術轉刻光柵圖形在矽基板上，光柵階高 210nm ，開口比為 0.5。

因為本實驗所設計的平面尺採用逆反射(retro-reflection)組態，此系統的干涉光具有相等光程使干涉條紋可得到近乎百分之百的對比。所以可使用低同調度光源。本實驗採用紅光半導體雷射，波長 635nm ，以光纖導光並經由平行化透鏡產生平行光入射旋轉 45° 的二維光柵如圖 3.20a 所示。第二型平面尺採用角隅稜鏡為共軛光學元件，如圖 3.20b 所示，四道第一次繞射光被四組角隅稜鏡反射回二維光柵，並產生第二次繞射，此第二次繞射光平行 Z 軸出射，如圖 3.20c 所示。

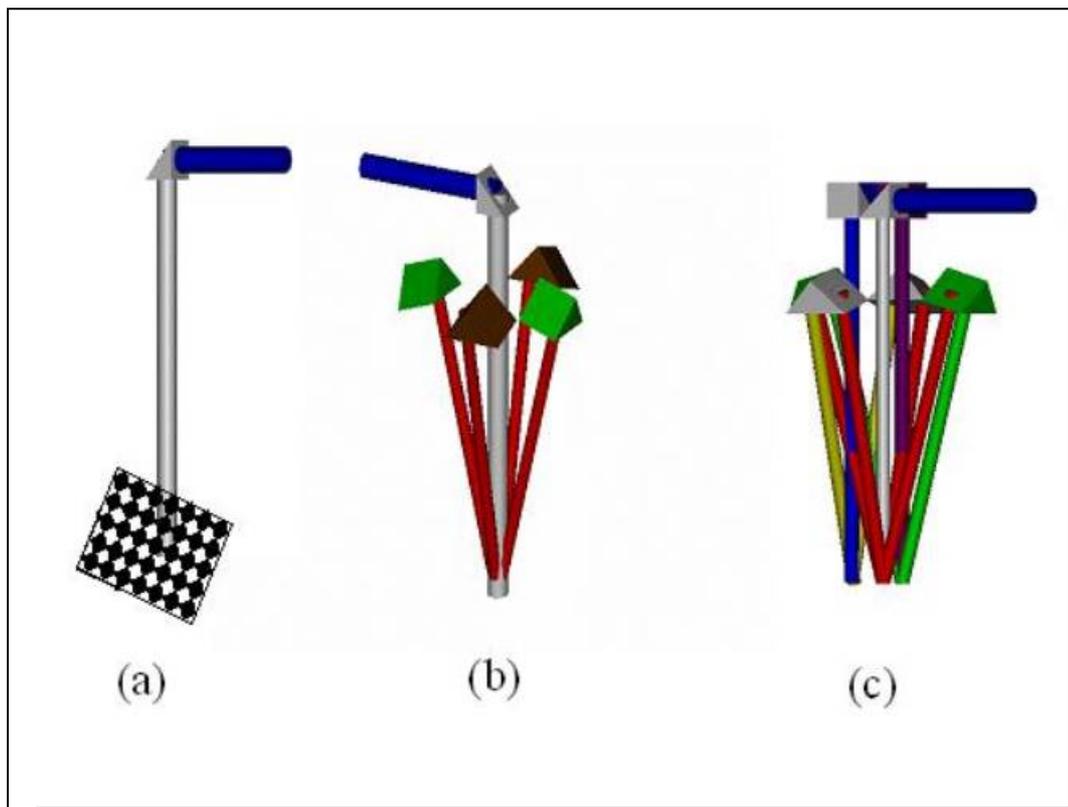


圖 3.20 以光纖導光並經由平行化透鏡產生平行光入射旋轉 45° 的二維光柵之光學尺示意圖。(a) 紅光半導體雷射入射旋轉 45° 的二維光柵(b) 採用角隅稜鏡為共軛光學元件光路示意圖 (c) 四道第一次繞射光被四組角隅稜鏡反射回二維光柵，並產生第二次繞射之光路示意圖

為了決定移動的方向、消除共模雜訊並進行電子細分割以增加解析度，必須利用相移技術產生四組正交的弦波訊號，在此介紹另一型態的直接相位量測技術(Direct phase measurement 簡稱 DPM)。如圖 3.21 所示，將四分之一波片置入第一次繞射光之共軛光路的其中一道，右旋圓偏極光在經過兩次四分之一波片後轉為左旋偏極，並與另一道第二次繞射光的偏極垂直。兩道方向相同但偏極垂直的第二次繞射光入射 DPM 系統中。圖 3.22 為一組四通道的 DPM 系統，第二次繞射光先經過一個無偏極立體分光鏡(non-polarizing cube beam splitter)，光先分為兩道，在此兩道光路中再分別置入偏極立體分光稜鏡(polarizing cube beam splitter)，因而產生四道偏極光，將光電二極體放在每一個通道末端以便接收干涉訊號。當光線通過偏極分光鏡分光時，分成的兩道光偏極互相垂直，如方程式(3-9)，因此光電二極體接受到的光強訊號相位差 180° ，如圖 3.22 中，通道 1 (channel 1)及通道 2 (channel 2) 相位差 180° 。圖 3.22 顯示兩偏極立體分光稜鏡的其中一個以入射光軸為旋轉軸旋轉 45° ，從而偏極光將旋轉 45° ，也就是說，通道 1 (channel 1)及通道 3 (channel 3) 相位差 90° ，由以上的討論可得，四個通道相位彼此相差 90° 。圖 3.23 繪出四個相位差 90° 的弦波訊號。圖 3.24 為兩相差 90° 正弦波訊號的相位圖。

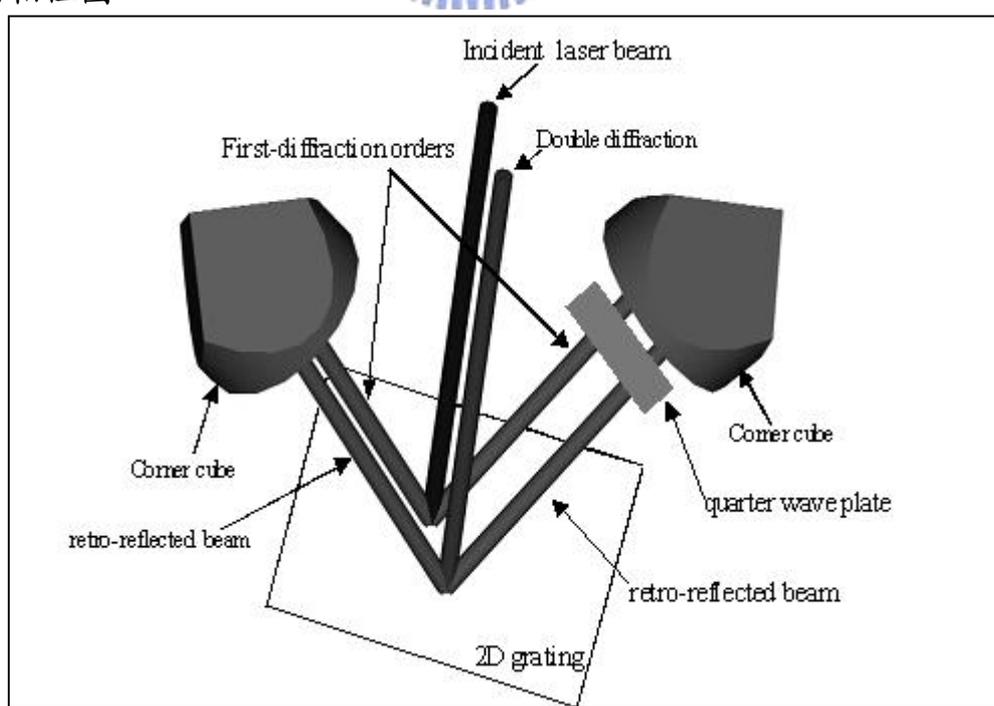


圖 3.21 將四分之一波片置入兩道共軛光路的其中一道

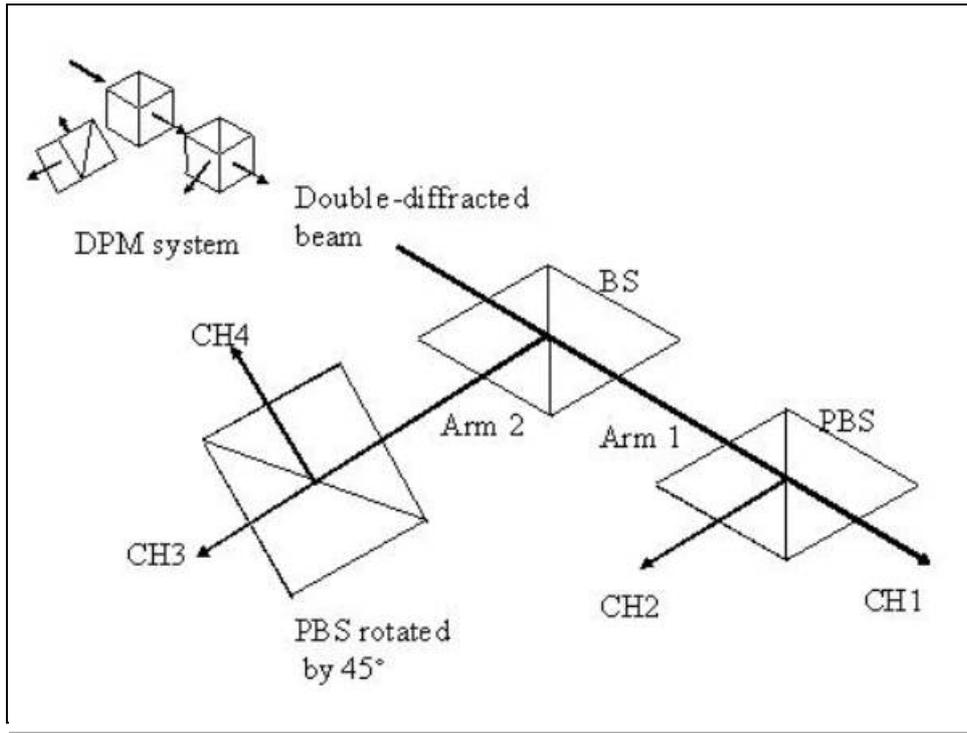


圖 3.22 四通道的 DPM 系統

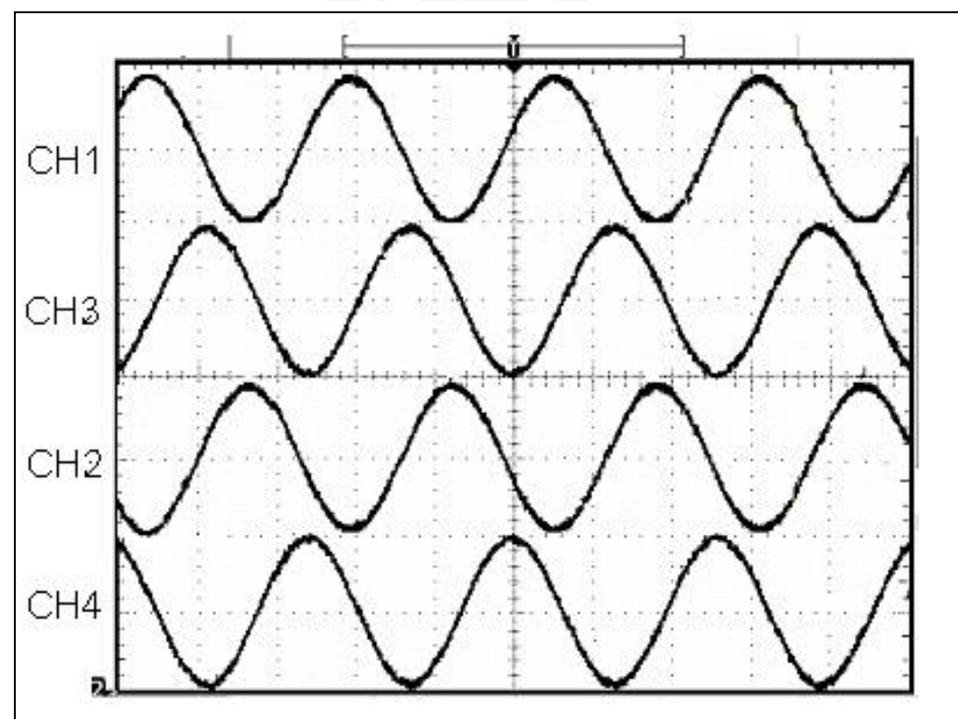


圖 3.23 四個相位差 90° 的弦波訊號。

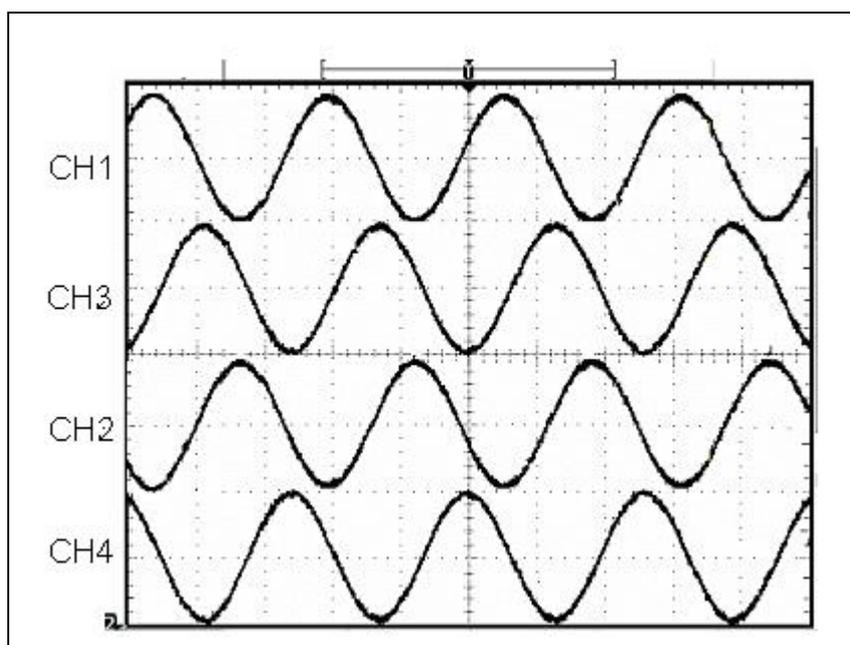
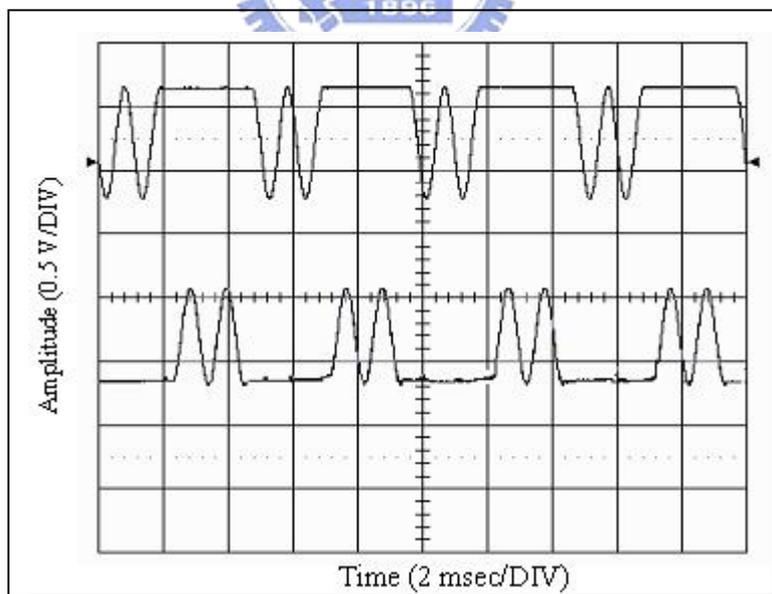
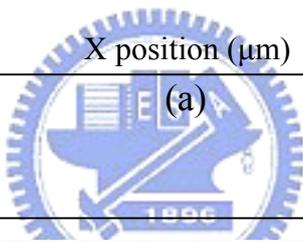
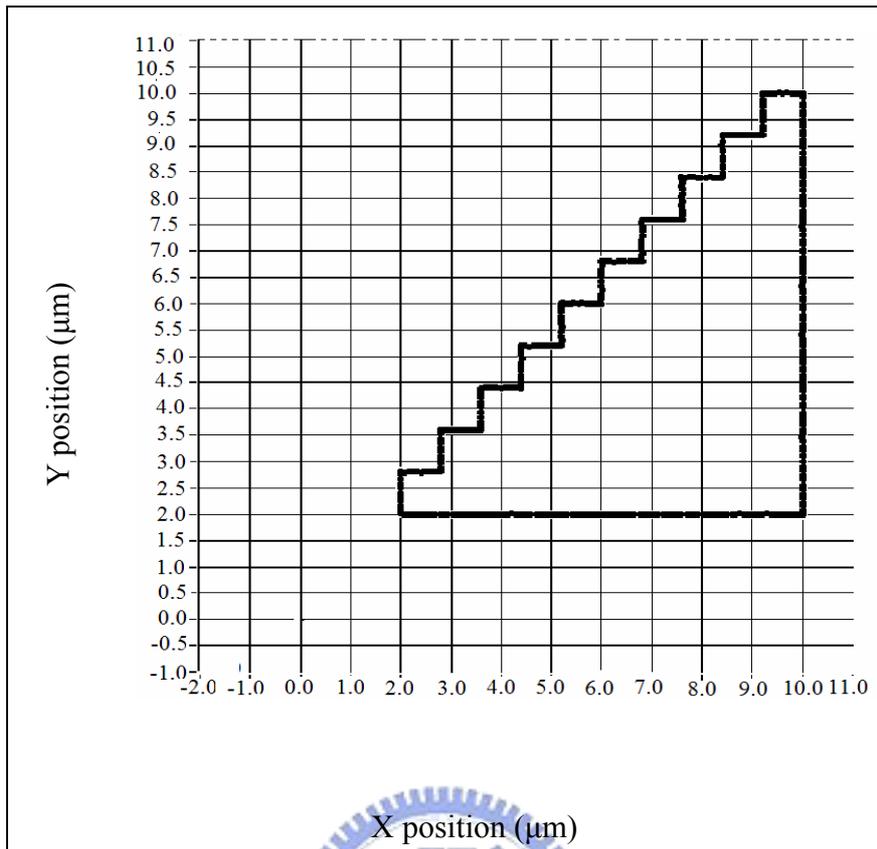


圖 3.24 干涉相位圖

本論文以壓電位移平台驗證二維光學尺，此平台以電容感測器做為回饋控制的位移感測器，平台解析度為 1nm，線性度為 0.1%，重複性為 $\pm 5\text{nm}$ ，圖 3.25b 顯示平台沿圖 3.25a 的步階軌跡移動產生的弦波訊號，由圖中的弦波訊號顯示二維光學尺可單獨讀取 X 與 Y 方向的位移。

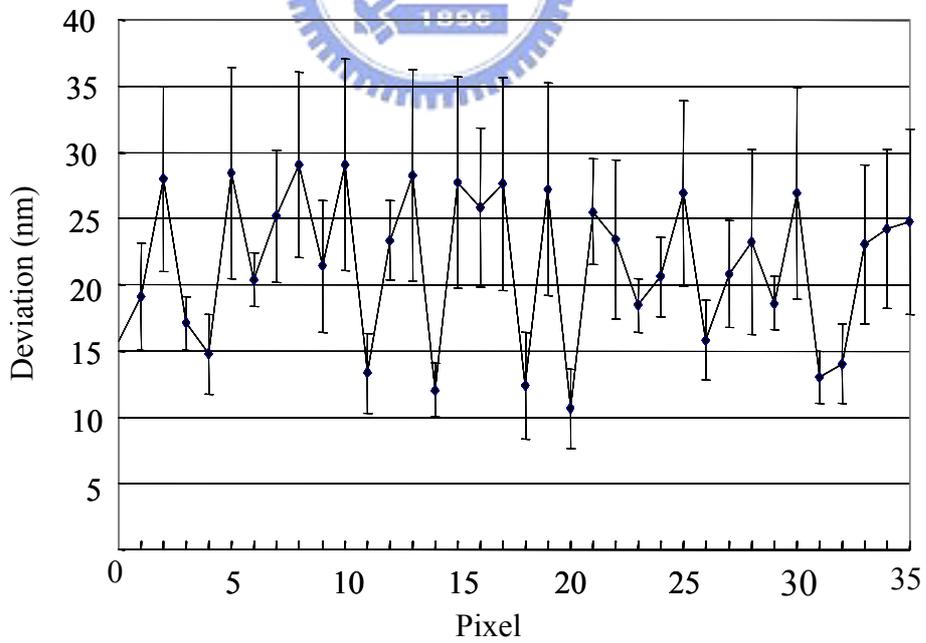
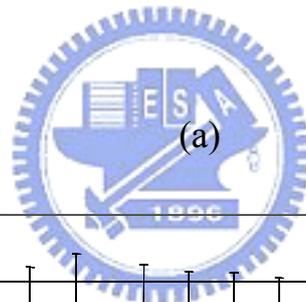
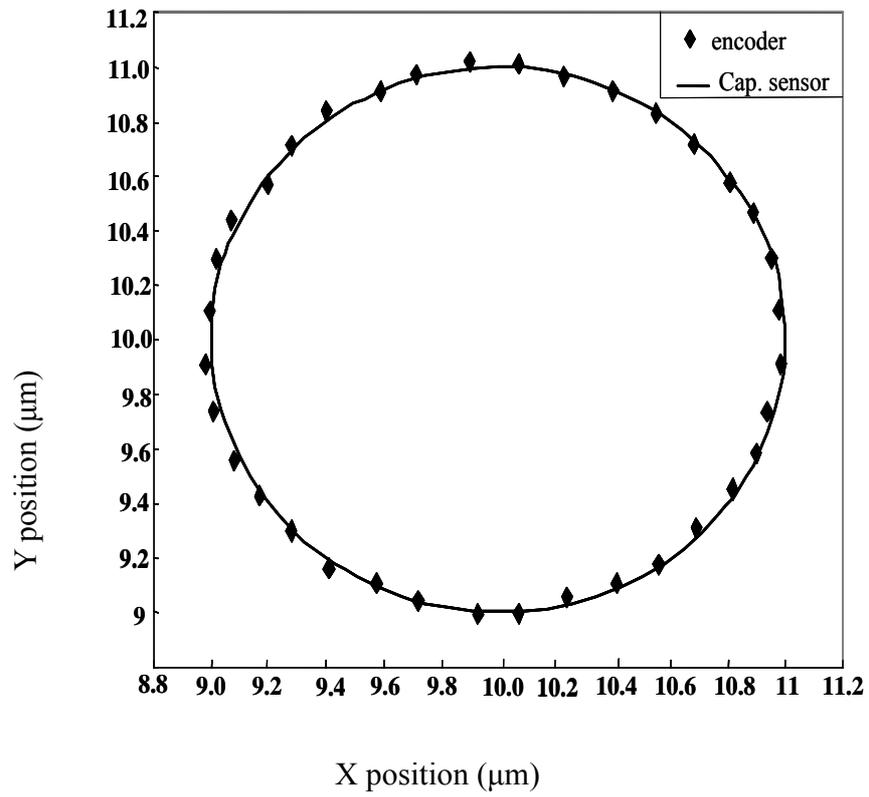
量測一半徑 $1\ \mu\text{m}$ 的圓來驗證二維光學尺的精度，如圖 3.26a，實線為電容感測器的控制軌跡，點符號為二維光學尺的讀值。以座標位置表示位移的讀值，光學尺的讀值為 (x_e, y_e) ，電容感測器的讀值為 (x_c, y_c) ，二者的位移誤差距離則為 $\sqrt{(x_e - x_c)^2 + (y_e - y_c)^2}$ 。圖 3.26b 繪出上述誤差值，橫軸為取樣點。二維光學尺與電容感測器的讀值最大誤差為 30nm，此誤差包含二維光柵的週期誤差，位移平台的非線性誤差，電子電路(含電子細分割)誤差。重複量測此圓軌跡十次，計算二維光學尺量測十次的標準差優於 8nm。

本實驗採用入光孔徑 3.75mm 的角隅稜鏡，入射光直徑 1mm，光電二極體的收光直徑為 3mm，二維光柵與角隅稜鏡的距離為 15mm，因此入射光可偏移的範圍為 1.375mm，由此可以計算出光學讀頭與光柵間可以傾斜的容許差為 $\Delta\eta = \pm \sin^{-1} 1.375/15 = \pm 5.25^\circ$ 。



(b)

圖 3.25 以壓電位移平台驗證二維光學尺，(b) 顯示平台沿(a)的步階軌跡移動產生的弦波訊號，由圖中的弦波訊號顯示二維光學尺可單獨讀取 X 與 Y 方向的位移。



(b)

圖 3.26 二維尺重複精度量

第四章 結論

第一節 本研究成果

(一) 高速反射式光學尺

傳統穿透式光學尺，兩光柵間之間隙約須 $70\ \mu\text{m}$ ，如此小的間距要求在長行程移動與具有振動的機器中是相當不容易維持。在透光光柵的光學式編碼器上是以軸承與彈簧使兩光柵維持固定間距，但基於使用空間的限制與高速運動的需求時，兩光柵間不得有任何的機械構件，因此不能使用透光方式，必需採用光反射方式，應用莫爾效應所需之間距更需保持 $70\ \mu\text{m}$ 以下，因此有人開始探討利用 Talbot 自成像原理之反射式光學尺。直接採用振幅式光柵之子成像系統，首先光透過振幅式光柵時已損失一半的光強，且在 Talbot 自成像距離時，光之傳播損耗，將使訊號降低。本文採用相位光柵為副光柵，使其在四分之一 Talbot 距離處，產生振幅式光柵與反射式光柵尺疊加產生莫爾條紋。

本研究完成反射式光學尺的設計與製作，其解析度可達 $0.1\ \mu\text{m}$ ，光學尺的重複性優於 $0.5\ \mu\text{m}$ ，圖 4.1 為反射尺應用於線性滑軌的定位控制，並用計數器計數位移。線性滑軌可應用於許多自動化檢測系統，例如，二次元量測儀、三次元量測儀。或者，長行程的製程設備如曝光系統。在光學尺的回饋控制下，其解析度可達 $0.1\ \mu\text{m}$ ，而移動速度可達 3m/sec 。



圖 4.1 反射尺應用於線性滑軌的定位控制，並用計數器計數位移。

(二) 奈米級二維平面光學尺

在過去幾十年來，工業界利用雷射干涉儀作為高精度位移控制系統，圖4.2為一組使用雷射干涉儀定位的光刻掃描裝置(lithography scanner)。環境溫溼度、空氣壓力及組裝產生的阿貝誤差(Abbe and cosine errors)，都會影響量測，而且雷射干涉儀的體積太大，價格太高，更需要專業人員安裝。本研究提供一組高容許差的二維光學尺，因為高容許差使光學讀頭與二維光柵間組裝容易。此光學尺解析度可達1nm，量測重複性優於10nm，圖4.3為一組二維光學尺定位的光刻掃描裝置。

將本研究應用於原子力顯微鏡(Atomic Force Microscope)的量測系統中，將二維光學尺組合入壓電控制位移平台內作為回饋控制檢測器，如圖4.4所示，圖4.5為PZT二維移動平台與二維光學尺整合後照片，將此平台做為原子顯微鏡的載物平台如圖4.6，利用原子力顯微鏡掃描一個二維光柵，掃描出的二維光柵圖形如圖4.7所示。

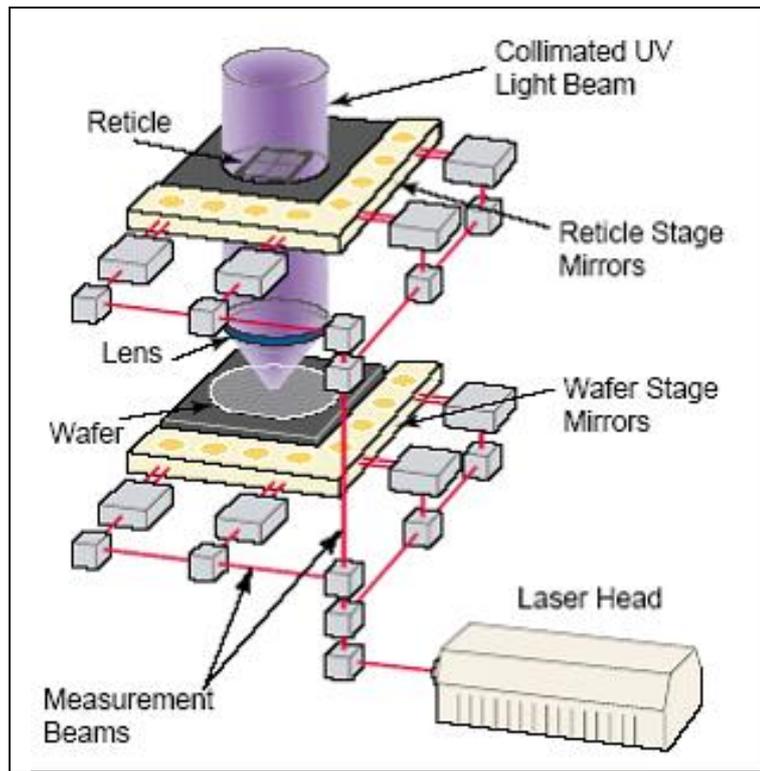


圖 4.2 一組使用雷射干涉儀定位的光刻掃描裝置

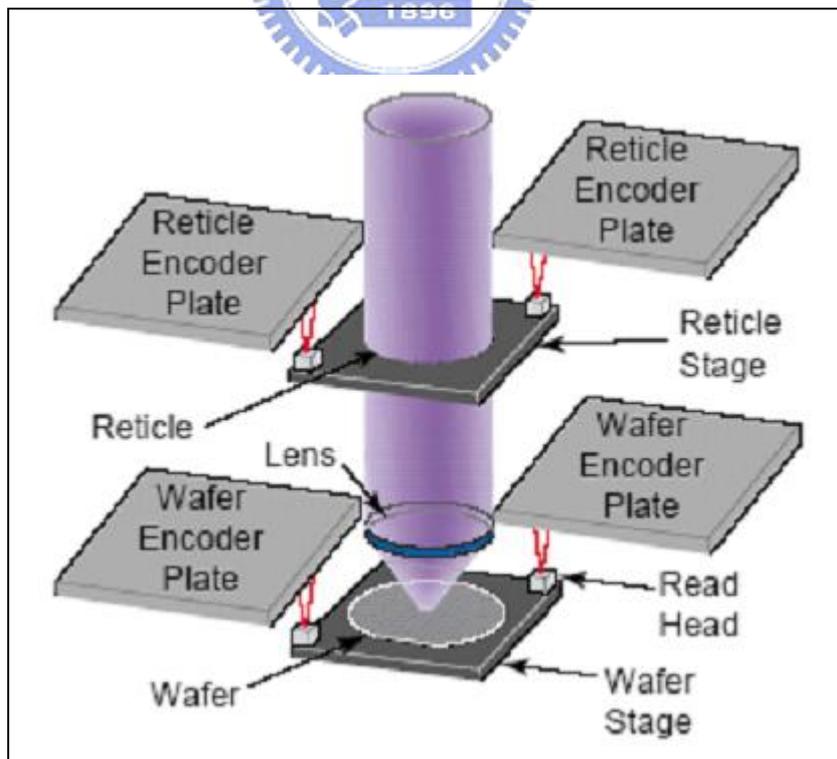


圖4.3 一組二維光學尺定位的光刻掃描裝置。

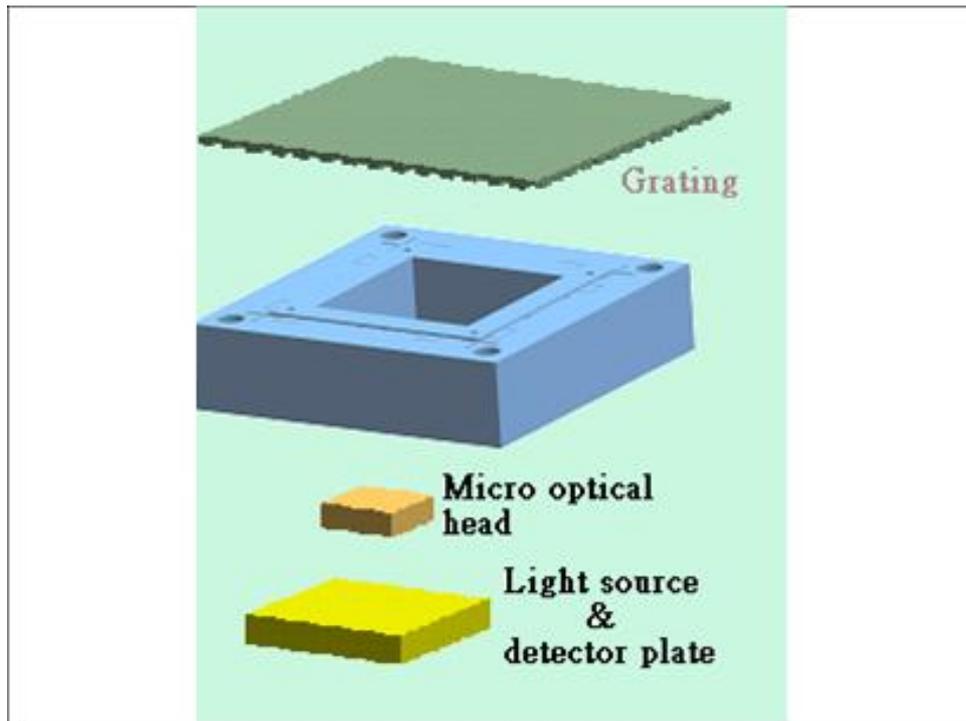


圖 4.4 將二維光學尺組合入壓電控制位移平台內作為
回饋控制檢測器

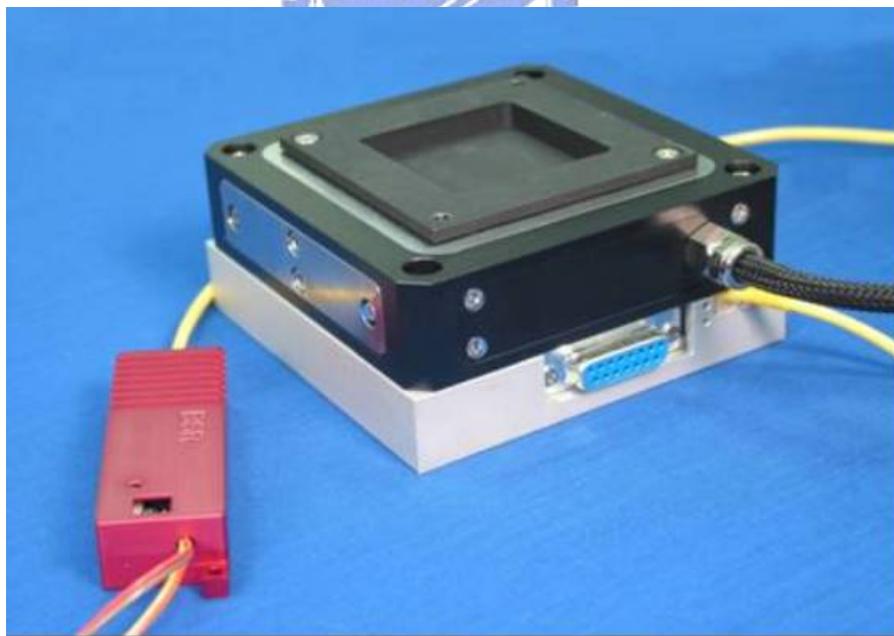


圖 4.5 為 PZT 二維移動平台與二維光學尺整合後照片



圖 4.5 具二維光學尺回饋系統載物平台的原子顯微鏡

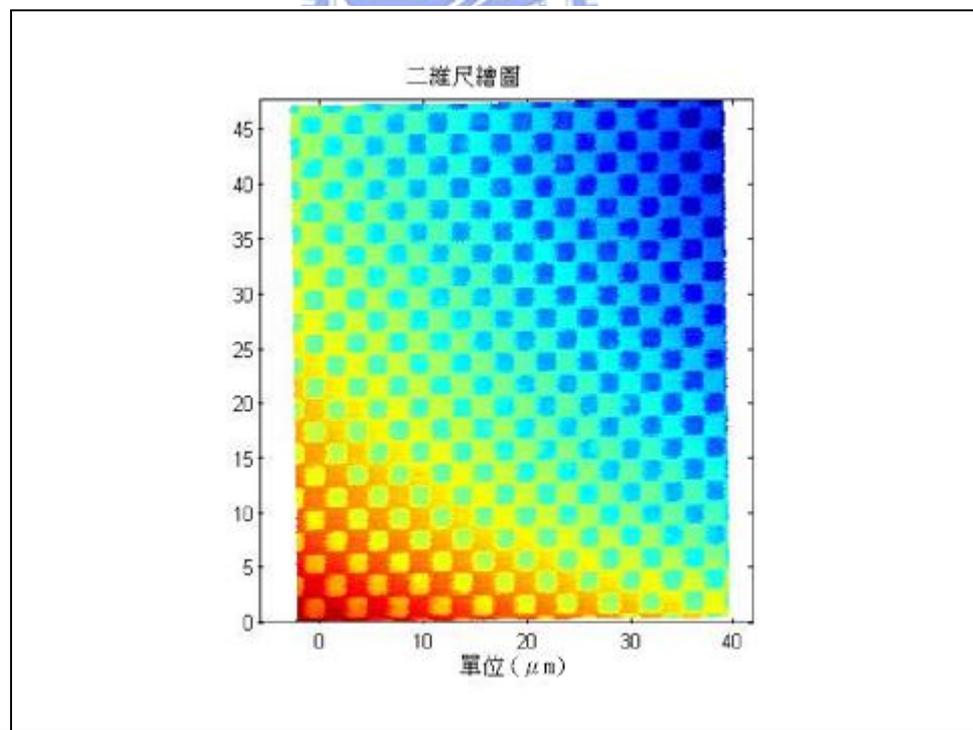


圖 4.6 利用原子力顯微鏡掃描一個二維光柵

第二節 本研究未來發展方向

本論文的主要方向是利用光柵作為位移量測的計量元件，反射式光學尺為次微米解析度的長位移檢測器，位移範圍可達米級，速度可達 3m/sec，此類光學尺採用發光二極體為光源，光柵週期可小至 $10\ \mu\text{m}$ ，但兩光柵的間隙僅剩 $60\ \mu\text{m}$ ，需採用高階的泰伯自成像位置，此時則需利用半導體雷射光源以增加光亮度與同調性已達到較高品質的高階泰伯自成像。另外，莫爾條紋訊號僅為近似弦波但非弦波訊號，其中包含許多頻率的弦波，利用此訊號進行細分割，必定產生許多誤差，因此，未來發展方向可改變光柵設計，去除訊號的高頻部份，尤其是第三階與第五階，則訊號可更接近正弦波。

本研究的另一個主題為二維光學尺，二維光學尺是開發一套創新的單光柵繞射式平面光學尺，具有大偏位容許公差、和高精度等多項優點。在二維光學尺之光學讀頭中光路設計採用共軛光路接收由二維光柵繞射出之繞射光，整個讀頭之光學元件分佈在立體三度空間中，須藉由精密機械設計與加工，方可將四組共軛光路定位收光。四組共軛光路之光學元件使光學讀頭難以再縮小。未來二維尺的發展方向可進行微型化之光學讀頭設計，採用共軛光路之高容許差設計，配合微型化之光學設計，簡化光學讀頭之製作，避免昂貴之精密機械加工與組裝調整，並縮小讀頭體積。

參考文獻

1. Robert Franks, “Digital Linear and Angular Metrology” Heidenhain, 1998
2. Howard C. Epstein “Optical and mechanical design trade-offs in incremental encoders,” Hewlett Packard report, 1998
3. Daniel Crespo, Toma’s Morlanes ,and Eusebio Bernabeu, “Optical encoder based on the Lau effect,” Optical engineering 39, 817-824, 2000
4. J. T. Winthrop and C.R. Worthington, “Theory of Fresnel images. I, Plane periodic objects in monochromatic light,” J. Opt. Soc. Am. 55, 373-381, 1965
5. Victor Arrizon, Juan G. Ibarra, and Adolf W. Lohmann, “Array illuminators with phase gratings in cascade,” Optics communications, 124, 229–234, 1996
6. Krzyztof Patorski, “The self-imaging phenomenon and its applications,” Progress in optics XXVII, I, 3-101, 1989
7. Yih-Shyang Cheng, and Ray-Chung Chang, “Theory of image formation using the Talbot effect,” Applied Optics, 33, 10, 1863-1874 1994
8. Piotr Szwaykowski and Victor Arrizon, “Talbot array illuminator with multilevel phase gratings,” Applied optics, 32, 1109-1113, 1993
9. Victor Arrizon, E. Tepichin, M. Ortiz-Gutierrez and Adolf W. Lohmann, “Fresnel diffraction at 1/4 of the Talbot distance of an anisotropic grating,” Optics communications, 127, 171–175, 1996
10. Crespo D, Alonso J, Bernabeu E., “Reflection optical encoders as three-grating moire systems.” Appl. Opt., 39, 3805-13, 2000
11. Zbigniew Jaroszewicz, Andrzej Kolodziejczyk, “Determination of the step height of the binary phase grating from its Fresnel images,” Optik. 111, 207-210, 2000

12. Mark L. Schattenburg* and Henry I. Smith , “The critical role of metrology in nanotechnology,” Proceedings of the SPIE Workshop on Nanostructure Science, Metrology and Technology 4608, 1-8,2001
13. Jen-Dau Lin and Hung-Bin Kuo, “Development of a new optical scale system by the diffractive phase interference method”, Measurement Science technology, 6, 293-296, 1995
14. B. Geh and A. Dorsel, “Integrated optical grating scale readout employing a double grating,” Appl. Opt., 31, 5241–5245, 1992
15. S. Ura, M. Shinohara, T. Suhara, and H. Nishihara, “Integrated-optic grating-scale-displacement sensor using linearly focusing grating couplers,” IEEE Photon. Technol. Lett., 6, 239–241, 1994
16. Wen-Wei Chiang and C.K. Lee, “Wavefront reconstruction optics for use in a disk drive position measurement system,” U.S. patent 5,442,172, 1995
17. C.C. Wu, Y.C. Chen, C.K. Lee, C.T. Hsieh, W.J. Wu, and S.S. Lu, “Design Verification of a Linear Laser Encoder with High Head-to-Scale Tolerance,” SPIE-Int. Soc. Opt. Eng. Proceedings of Spie - the International Society for Optical Engineering, 3779, 73-82, 1999
18. Joseph W. Goodman, “Introduction to Fourier optics,” 1968, McGraw Hill
19. H.J. Caulfield, “Handbook of optical holography,” chapter 2, 40-43, 1983, Academic Pr
20. M.G. Moharam and T.K. Gaylord, “Analysis and Applications of Optical Diffraction by Gratings,” Proceedings of the IEEE, 73, 894-937, 1985
21. Driscall, Waiter G. “Handbook of optics”, vol. 2 chapter 30, 18, 1996, Optical Society of America
22. W.J. Wu, C.K. Lee and C. T. Hsieh, “Signal Processing Algorithms for Doppler Effect Based Nanometer Positioning,” Japanese Journal of Applied Physics Part 1-Regular Papers Short Notes & Review Papers, 38, 1725-9, March 1999

23. H. Hamam, J.L. de Bougrenet de la Tocnaye, "Efficient Fresnel-transform algorithm based on fractional Fresnel diffraction," J. Opt. Soc. Am. A 12 (9), 1920-1931, 1995
24. IK 220 PC Counter Card User's Manual, Heidenhain Corporation, March 2002
25. Chris L. Koliopoulos, "Simultaneous phase shift interferometer" SPIE Vol. 1531, 119-127, 1991



個人簡歷

中文姓名：高清芬

英文姓名：Ching-Fen Kao

性別：女

出生年月日：1965年9月17日

電子信箱：Alicekao@itri.org.tw

學歷：

學位：博士

就讀學校：國立交通大學

起訖年月：90年9月～94年9月

論文題目：光柵位移干涉術

專長：光學設計、光學量測儀器設計

學位：碩士

就讀學校：國立中央大學

起訖年月：76年9月～78年6月

論文題目：光學編碼器之全像掃描系統

專長：全像光學設計

經歷：

國科會精儀中心六年

工研院量測中心六年



著作

1. Ching-Fen Kao, Calvin C. Chang, Mao-Hong Lu, “Double-diffraction planar encoder by conjugate optics,” *Optical engineering* Vol.44 (2), 023603, 2005
2. Ching-Fen Kao, Mao-Hong Lu, “Optical encoder based on the fractional Talbot effect,” *Optics Communications* Vol.250, 16–23, 2005
3. Ching-Fen Kao, Sheng-Hua Lu, Mao-Hong Lu, “High Resolution Planar Encoder by Retro-Reflection” *Rev. Sci. Instrum.*Vol.76 (8), 085110, 2005

