

國立交通大學

電機與控制工程學系

碩士論文

結合 T-S 模糊模型與變結構控制技術於軌跡追蹤及
可靠度控制之研究



Study of Trajectory Tracking and Reliable Control via a
Combination of T-S Fuzzy Model and Variable Structure
Control Approaches

研究生：陳丞昶

指導教授：梁耀文 博士

中華民國九十七年七月

結合 T-S 模糊模型與變結構控制技術於軌跡追蹤及可靠度控制之研究

**Study of Trajectory Tracking and Reliable Control
via a Combination of T-S Fuzzy Model and Variable
Structure Control Approaches**

研究生：陳丞昶

Student : Cheng-Chang Chen

指導教授：梁耀文 博士

Advisor : Dr. Yew-Wen Liang



A Thesis

Submitted to Department of Electrical and Control Engineering

College of Electrical Engineering and Computer Science

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Electrical and Control Engineering

July 2008

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年七月

結合 T-S 模糊模型與變結構控制技術於軌跡追蹤及 可靠度控制之研究

學生：陳丞昶

指導教授：梁耀文 博士

國立交通大學電機與控制工程學系碩士班



摘要

本論文結合 T-S 模糊模型及變結構控制技術探討非線性控制系統之追蹤及可靠度控制議題。由於使用 T-S 模糊模型來近似原非線性系統模型，此結合技術不但可以減輕在線之計算負擔；同時由於使用變結構控制技術，閉迴路系統也保留了變結構控制特有的反應快速及穩健之優點。所獲得的結果也成功的應用在機器手臂之軌跡追蹤及衛星姿態控制之可靠度控制議題。模擬結果驗證了所提出的整合方法之有效性。

Study of Trajectory Tracking and Reliable Control via a Combination of T-S Fuzzy Model and Variable Structure Control Approaches

Student: Cheng-Chang Chen

Advisor: Dr. Yew-Wen Liang

Department of Electrical and Control Engineering National Chiao Tung

University



Issues concerning trajectory tracking and reliable control are studied in this thesis using a combination of T-S fuzzy model and Variable Structure Control (VSC) approaches. The combined scheme is shown to preserve the benefits of both approaches. It not only alleviates the on-line computational burden because of most of the T-S fuzzy model parameters can be off-line computed, it also inherits the advantages of rapid response and robustness from the VSC approaches. The obtained analytic results are then applied to the tracking and the reliable attitude control issues of a two-link robot manipulator and a spacecraft, respectively. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed scheme.

致謝

能夠完成本篇論文需要很多人的努力與幫助。首先，我要感謝指導教授梁耀文博士的用心指導，除了在專業上提供寶貴的意見與想法來幫助我完成本篇論文，在生活上有任何的問題老師也都能適時的給予幫助，使我這兩年的學習中受益良多。還要感謝口試委員廖德誠博士、黃正自博士和陳俊宏博士給予寶貴的建議與指導使得本論文更加的完整。

接下來要感謝徐聖棟學長、陳逸康學長、曾昭銘學長以及陳宏泰學長在我遇到困難時能給予適時的幫助與鼓勵，再來要感謝實驗室的同學益銘與紹偉，陪伴了我兩年研究所生活，不管在任何時候總是給我很大的幫助與支持。而學弟們立偉、家榮以及士昕也都適時的給予我一些意見，並且為實驗室帶來更多的歡樂，讓整個研究所生活變得更加輕鬆愉快。

最後我要感謝我的家人，不管發生任何事情總是支持著我，並且給我最大的鼓勵，讓我可以無後顧之憂的在學業上勇往直前，進而完成研究所的學業，謝謝你們！實在辛苦你們了！我將這論文獻給你們。

目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
致謝.....	iii
目錄.....	iv
圖目錄.....	v
第一章 緒論	1
1.1 研究背景動機.....	1
1.2 論文架構.....	3
第二章 預備知識	4
2.1 變結構控制.....	4
2.2 T-S 模糊模型.....	12
第三章 結合 T-S 模糊模型及變結構控制之追蹤問題研究	15
3.1 問題描述.....	15
3.2 建立 T-S 模糊模型.....	15
3.3 控制器設計.....	16
3.4 在兩軸機器手臂上的應用.....	19
第四章 結合 T-S 模糊模型及變結構控制之可靠度問題研究	38
4.1 問題描述.....	38
4.2 建立 T-S 模糊模型.....	38
4.3 控制器設計.....	39
4.3.1 被動式可靠度控制器設計.....	39
4.3.2 主動式可靠度控制器設計.....	41
4.4 衛星姿態之可靠度控制.....	43
4.4.1 衛星動態.....	43
4.4.2 錯誤診斷觀察器設計.....	47

4.4.3 模擬結果.....	50
第五章 結論與未來研究方向.....	85
5.1 結論.....	85
5.2 未來研究方向.....	86
參考文獻.....	87



圖目錄

圖 2.1 順滑軌跡示意圖.....	5
圖 2.2 順滑層.....	6
圖 2.4 平行分配補償設計概念.....	14
圖 3.1 兩軸機器手臂系統圖.....	19
圖 3.2 每一個時間間隔中所觸發的四個相鄰操作點.....	21
圖 3.3 <i>Case A</i> 所選取的操作點及其歸屬函數.....	21
圖 3.4 <i>Case B</i> 所選取的操作點及其歸屬函數.....	23
圖 3.5 例一狀態變數之比較圖.....	27
圖 3.6 例一順滑函數之比較圖.....	27
圖 3.7 例一控制輸入之比較圖.....	28
圖 3.8 例一誤差之比較圖.....	28
圖 3.9 例二狀態變數之比較圖.....	29
圖 3.10 例二順滑函數之比較圖.....	29
圖 3.11 例二控制輸入之比較圖.....	30
圖 3.12 例二誤差之比較圖.....	30
圖 3.13 例三狀態變數之比較圖.....	31
圖 3.14 例三順滑函數之比較圖.....	31
圖 3.15 例三控制輸入之比較圖.....	32
圖 3.16 例三誤差之比較圖.....	32
圖 4.1 錯誤偵測診斷程序圖.....	48
圖 4.2 $x_1 - x_6$ 之歸屬函數.....	51

圖 4.3 在每一個時間間隔中所觸發四個相鄰的操作點.....	52
圖 4.5 使用被動式可靠度控制器在正常運作時之系統狀態響應圖.....	58
圖 4.6 使用被動式可靠度控制器在正常運作時之順滑函數響應圖.....	58
圖 4.7 使用被動式可靠度控制器在正常運作時之控制輸入響應圖.....	59
圖 4.8 使用被動式可靠度控制器在 u_1 故障時之系統狀態響應圖.....	59
圖 4.9 使用被動式可靠度控制器在 u_1 故障時之順滑函數響應圖.....	60
圖 4.10 使用被動式可靠度控制器在 u_1 故障時之控制輸入響應圖.....	60
圖 4.11 使用被動式可靠度控制器在 u_2 故障時之系統狀態響應圖.....	61
圖 4.12 使用被動式可靠度控制器在 u_2 故障時之順滑函數響應圖.....	61
圖 4.13 使用被動式可靠度控制器在 u_2 故障時之控制輸入響應圖.....	62
圖 4.14 使用被動式可靠度控制器在 u_3 故障時之系統狀態響應圖.....	62
圖 4.15 使用被動式可靠度控制器在 u_3 故障時之順滑函數響應圖.....	63
圖 4.16 使用被動式可靠度控制器在 u_3 故障時之控制輸入響應圖.....	63
圖 4.17 使用被動式可靠度控制器在 u_4 故障時之系統狀態響應圖.....	64
圖 4.18 使用被動式可靠度控制器在 u_4 故障時之順滑函數響應圖.....	64
圖 4.19 使用被動式可靠度控制器在 u_4 故障時之控制輸入響應圖.....	65
圖 4.20 使用主動式可靠度控制器在正常運作時之系統狀態響應圖.....	65
圖 4.21 使用主動式可靠度控制器在正常運作時之順滑函數響應圖.....	66
圖 4.22 使用主動式可靠度控制器在正常運作時之殘留訊號響應圖.....	66
圖 4.23 使用主動式可靠度控制器在正常運作時之警報訊號響應圖.....	67
圖 4.24 使用主動式可靠度控制器在正常運作時之控制輸入響應圖.....	67
圖 4.25 使用主動式可靠度控制器在 u_1 故障時之系統狀態響應圖.....	68
圖 4.26 使用主動式可靠度控制器在 u_1 故障時之順滑函數響應圖.....	68

圖 4.27 使用主動式可靠度控制器在 u_1 故障時之殘留訊號響應圖.....	69
圖 4.28 使用主動式可靠度控制器在 u_1 故障時之警報訊號響應圖.....	69
圖 4.29 使用主動式可靠度控制器在 u_1 故障時之控制輸入響應圖.....	70
圖 4.30 使用主動式可靠度控制器在 u_2 故障時之系統狀態響應圖.....	70
圖 4.31 使用主動式可靠度控制器在 u_2 故障時之順滑函數響應圖.....	71
圖 4.32 使用主動式可靠度控制器在 u_2 故障時之殘留訊號響應圖.....	71
圖 4.33 使用主動式可靠度控制器在 u_2 故障時之警報訊號響應圖.....	72
圖 4.34 使用主動式可靠度控制器在 u_2 故障時之控制輸入響應圖.....	72
圖 4.35 使用主動式可靠度控制器在 u_3 故障時之系統狀態響應圖.....	73
圖 4.36 使用主動式可靠度控制器在 u_3 故障時之順滑函數響應圖.....	73
圖 4.37 使用主動式可靠度控制器在 u_3 故障時之殘留訊號響應圖.....	74
圖 4.38 使用主動式可靠度控制器在 u_3 故障時之警報訊號響應圖.....	74
圖 4.39 使用主動式可靠度控制器在 u_3 故障時之控制輸入響應圖.....	75
圖 4.40 使用主動式可靠度控制器在 u_4 故障時之系統狀態響應圖.....	75
圖 4.41 使用主動式可靠度控制器在 u_4 故障時之順滑函數響應圖.....	76
圖 4.42 使用主動式可靠度控制器在 u_4 故障時之殘留訊號響應圖.....	76
圖 4.43 使用主動式可靠度控制器在 u_4 故障時之警報訊號響應圖.....	77
圖 4.44 使用主動式可靠度控制器在 u_4 故障時之控制輸入響應圖.....	77
圖 4.45 在正常運作時被動式與主動式控制器之系統狀態比較圖.....	78
圖 4.46 在正常運作時被動式與主動式控制器之順滑函數比較圖.....	78
圖 4.47 在正常運作時被動式與主動式控制器之控制輸入比較圖.....	79
圖 4.48 在 u_2 故障時被動式與主動式控制器之系統狀態比較圖.....	79
圖 4.49 在 u_2 故障時被動式與主動式控制器之順滑函數比較圖.....	80

圖 4.50 在 u_2 故障時被動式與主動式控制器之控制輸入比較圖.....80

圖 4.51 在 u_3 故障時被動式與主動式控制器之系統狀態比較圖.....81

圖 4.52 在 u_3 故障時被動式與主動式控制器之順滑函數比較圖.....81

圖 4.53 在 u_3 故障時被動式與主動式控制器之控制輸入比較圖.....82



第一章

緒論

1.1 研究背景與動機

現代化的工程技術系統正朝向大規模、複雜化的方向發展，而這類系統一旦發生事故就可能造成人員及財產的巨大損失。例如：1998年8月到1999年5月短短十個月間，美國的三種運輸火箭：“大力神(Titan)”、“雅典娜(Athena)”、“德爾他(Delta)”共發生了五次發射失敗，造成了30多億美元的經濟損失，迫使美國航空局於1999年5月下令停止了所有商業發射計劃，美國的航空計畫受到了嚴重的打擊。因此可靠度控制的研究就顯得相當的重要及熱門。可靠度控制的目的是設計一個適當的控制器使得閉迴路系統可以容忍某些特定的控制元件不正常運作而仍能保持整個系統的穩定度及可接受的性能。不正常的運作也許包括放大(amplification)、衰減(degeneration)、甚至嚴重到完全故障。一般而言，可靠度控制器的設計可以劃分成被動式[1][2][3]與主動式[4][5][6]兩類。在被動式可靠度控制中，系統利用冗餘(inherent redundancy)來設計一個固定的控制器使得閉迴路系統無論在正常操作下或是內部各種元件故障的情況下都能達到可接受的性能。被動式可靠度控制的優點如下：第一，可以容忍錯誤使系統還能達到可接受的性能表現。第二，某些系統在錯誤發生時不容許有任何的反應時間，此時被動式可靠度控制器是一個很好的設計方法。而缺點是：第一，必須根據統計以及經驗事先假定某個容易故障的驅動器。如果實際發生故障的驅動器並非事先假定的，則被動式的方法有可能會失敗。第二，設計出來的控制律不太有彈性。反之，主動式的方法則是採用錯誤偵測與診斷機制(Fault Detection and Diagnosis, FDD)來辨別錯誤並根據即時錯誤診斷的結果來進行控制律重組。主動式的優點是如果錯誤偵測與診斷機制的可靠度夠高則控制器會根據當時的情

況做最佳化的重組動作。因此在 FDD 可靠度夠高的前提之下，主動式會比被動式較具強健性 (robustness)，而缺點有以下三項：第一、對錯誤偵測與診斷機制可靠度的要求較高。第二、錯誤偵測與診斷機制會增加分析上的複雜度。第三、當系統的空間有限時，錯誤偵測與診斷機制會造成系統額外的負擔，例如：額外的空間以及重量等等。而這些缺點是使用被動式控制器不需要去考慮的。

在現今可靠度控制當中，很多論文都已經被提出。例如，Boskovic 與 Mehra[7] 針對多重模型 (multiple models) 驅動器故障進行主動式可靠度控制研究。Liang 等人 [5] 採用主動式可靠度控制方法處理追蹤控制 (output tracking control) 的議題。Moerder 等人 [6] 採用自身修復 (self-repairing) 飛行器控制概念來建構控制策略。另一方面，設計可靠度控制器的方法有很多，例如：H-J (Hamilton-Jacobi) 方法 [1][11]、LMI (linear matrix inequality) 方法 [3] 以及 ARE (algebraic Riccati equation) 方法 [13][14]。H-J 方法主要是針對非線性系統，一個無法避免的困難就是其控制器的設計必須倚賴 Hamilton-Jacobi 方程式或不等式的解，我們都知道解決 Hamilton-Jacobi 方程式或不等式會產生很複雜計算過程，但這卻是設計 LQR 以及 H-infinity 控制器所必須的過程。另一方面，使用冪級數 (power series) 方法來求解 Hamilton-Jacobi 方程式或不等式可以減輕 H-J 方法的困難，可是所獲得的解只是近似值而且當系統很複雜時計算的負擔會隨著增加。在此，我們提出一種結合 T-S 模糊模型與變結構控制的可靠度控制器，這種控制器容易實現且不需要去解 Hamilton-Jacobi 方程式或不等式，同時運用 T-S 模糊模型的優點 (計算快速) 來減輕計算上的負擔。在本篇論文中，將會針對衛星姿態控制系統考慮被動式與主動式可靠度控制器的設計方式並展示此方法依然可以在某些特定的推進器故障時達到容忍錯誤的 (fault tolerant) 目的。

另一方面，已有很多研究結果顯示 T-S 模糊模型方法可以將複雜的系統分解成多個子系統並且利用模糊混合 (fuzzy blending) 方法來代表在每一個局部操作點的原始模型。雖然這樣的概念很簡單，不過 T-S 模糊模型在理論上已經被證明是一種全域近似器 [15][16]。特別是在原始非線性模型很複雜時 [17][18][19][20][21][22][23][24][25]，T-S 模糊模型方法會特別有用。當我們針對任何所需求的精確性使用適當選取的 T-S 模糊模型來近似原始非線性模型時，通常會產生一些額外的系統不確定性 (uncertainty)。因此我們需要去考慮設計一個強健 (robust) 控制器，在控制器設計的

過程中能有效地消除系統模型不確定性(uncertainty)以及外在干擾(external disturbance)所造成的影響。為了消除這些不確定性以及干擾，很多控制器的設計與分析已經被提出。例如，其中一種控制策略是以線性矩陣不等式(Linear Matrix Inequality, LMI)與平行分散式補償(Parallel Distributed Compensation, PDC)技巧來設計的[17][16][19]。另一個強健控制方法就是最近被提出的變結構控制(Variable Structure Control, VSC)方法。最近有關變結構控制的研究已經引起了相當多學者的注意。我們知道變結構控制有很多比以往的一些方法更好的優勢[26][27]，例如：響應快速、對系統不確定性(uncertainty)以及外界干擾(external disturbance)的靈敏度低，容易設計等等。基於這些理由，變結構控制理論被廣泛地使用在各種相關的控制議題上。

本文所提出的以 T-S 模糊模型為基礎之變結構控制器是根據原來的非線性系統動態選取適當的操作點所建立的。在每個子區間中，T-S 模糊模型與原來非線性系統的差距可以事先被計算出來，因此這種結合 T-S 模糊模型與變結構控制的方法不僅僅可以大量地減輕線上計算的負擔，同時還可以保留變結構控制的優點，例如：響應快速以及強健性(robustness)。除此之外，這種方法還有一個優點就是儘管模糊邏輯法則(fuzzy rules)增加還是不會造成額外的計算負擔。為了解釋說明此方法的好處，本篇論文將進行兩軸機器手臂的模擬來驗證。

1.2 論文架構


本論文架構如下：第二章將會介紹變結構控制理論與 T-S 模糊模型。第三章針對兩軸機器手臂系統來探討 T-S 模糊模型中模糊法則的多寡對系統的影響以及與原始非線性變結構控制的比較。第四章利用 T-S 模糊模型結合變結構控制針對衛星姿態控制系統設計可靠度控制器，並且分為兩類：被動式可靠度控制器與主動式可靠度控制器，並比較兩種可靠度控制器的優缺點。第五章提出結論與未來研究方向。

第二章 預備知識

2.1 變結構控制

由於變結構控制器在設計上的容易性以及其高抗雜訊的能力，在本論文中我們將採用變結構來設計控制器。本章將簡述變結構控制的基本概念、順滑平面、線性及非線性變結構控制器的設計方法、以及考慮輸入具有非線性限制時之變結構控制律之設計。

2.1.1 變結構控制簡介



變結構控制(variable structure control, 簡稱 VSC)是一種不連續的狀態回授控制，是在 1960 年代初期由前蘇聯科學家們所發展出的一種非線性控制法則，為俄國人 Filippov 所率先提出的。此種控制之特色為利用不連續的控制輸入，使系統在所設定之轉換平面(Switching Plane)或稱之超平面(Hyperplane)上改變結構，而獲得所謂之滑動模式控制(Sliding Mode Control)。

我們所採用的變結構控制法則，由於設計方法較為容易，已成為最廣為人使用的控制方法之一。由於 VSC 是一種高速切換的回授控制(feedback control)，其回授方式可以為狀態回授(state feedback)或輸出回授(output feedback)。採用 VSC 可使系統具有較強的系統強健性(Robustness)，因此對於一些具有不確定因素(uncertainties)的系統而言，VSC 的高抗雜訊能力的確是一種不錯的控制方法。

VSC 最大的特點則是系統最後會被規範在一個預先決定的順滑平面(Sliding surface)上，而控制器的設計者則利用設計的控制法則將系統的狀態軌跡控制在預先設計好的順滑平面上，如圖 2.1，在理論上當順滑函數為零時，亦即系統上到了順滑平

面上，而受控系統的行為則是由順滑平面來規範的，運動軌跡不隨系統內部參數變動而變動，此種沿著順滑平面滑行的運動方式稱為滑動模式(Sliding mode)，因此，順滑平面的選取在 VSC 的設計上就顯得相當的重要，對於一般線性的系統而言，順滑函數可以選取如下：

$$S(x) = Cx \quad (2.1)$$

其中， x 表示系統的狀態變數。

而要讓系統上順滑平面的條件便要使得所設計的控制器滿足下式：

$$S^T \dot{S} < -\sigma \|S\|, \sigma > 0 \quad (2.2)$$

(2.2)式又稱為”reaching condition”。

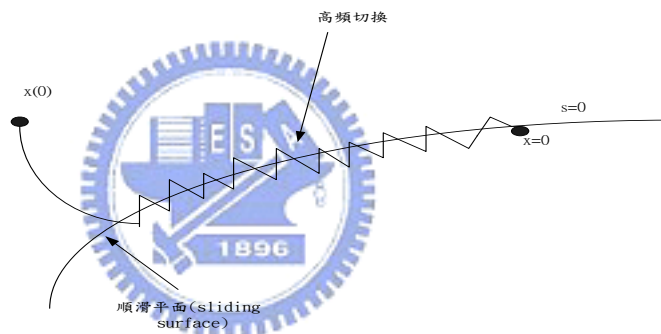


圖 2.1 順滑軌跡示意圖

上式條件，因它充分保證在任一 S 鄰域之狀態起點，其軌跡必定趨近到順滑平面 S ，且沿此平面滑動。由上述可知，當系統進入滑動模式，系統動態反應受控於順滑平面。

但是，在滑行的過程中，狀態代表點因受到不連續控制之輸入影響，並非完全在順滑平面 ($S(x)=0$) 上，而是在 $S(x)=0$ 的鄰域來回變動，使用 VSC 時有一個最大的缺點就是控制器在高速作切換時會導致”切跳(Chattering)”的現象產生。輕則會影響系統的最終狀態(steady state)，嚴重則會激發出一些系統潛在的未模式高頻部分(high frequency unmodeled parts)，將影響到系統整個控制的結果，導致系統的不穩定現象發生。因此，要在變結構控制系統中，切跳現象是無法避免的，而切跳的大小視控制輸入之不連續程度而定，要改善”切跳(Chattering)”所導致的負面影響，可以引入順滑層(Sliding layer)的想法，順滑層的簡單示意圖如下：

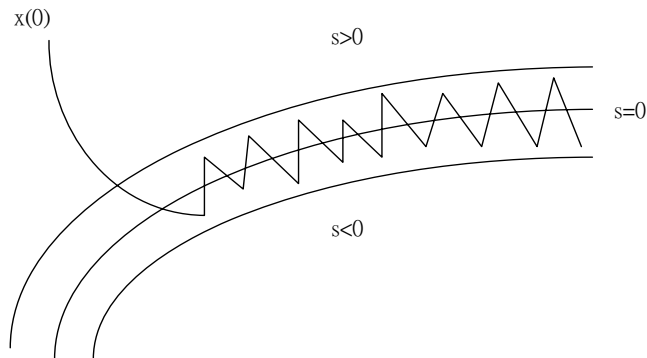


圖 2.2 順滑層

將原來的符號函數(Sign Function)用飽和函數(Saturation Function)、磁滯函數(Hysteresis Function)或磁滯-飽和函數(Hysteresis Saturation Function)等方式取代，經證實，這些方法可應用於實際的系統中，對系統之切跳行為可獲得明顯有效的改善。

總括而言，在設計變結構控制器有兩個主要步驟：

- 步驟一：選取適當的順滑平面 $S(x)$ ，使得系統軌跡在順滑模態時能滑向控制目標點。
- 步驟二：設計適當的控制器，使得系統軌跡在有限時間內接觸到順滑平面產生順滑模態。

2.1.2 變結構控制律之設計

2.1.2.1 線性系統變結構控制律設計

假設系統動態方式如下：

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= x_3 \\
&\vdots \\
\dot{x}_{n-1} &= x_n \\
\dot{x}_n &= a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n + u + d(x, t)
\end{aligned} \tag{2.3}$$

其中 $x = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]^T$ 是系統狀態且所有的狀態變數都是可以量測的， u 為控制輸入， $d(x, t)$ 是系統雜訊且為一匹配式雜訊(matched noise)，在不失一般性的情況下，假設雜訊的大小都有上界

$$|d(x, t)| \leq \delta(x, t) \tag{2.4}$$

其中 $\delta(x, t)$ 為一已知的上限函數，此有雜訊干擾的系統，我們的主要的目的是將系統的軌跡準確的控制到原點 $x = 0$ ，以下將利用變結構控制來完成所要的目標。

依據變結構控制的理論，選定順滑函數(sliding function) $S(x)$ 後，系統之狀態空間會被順滑平面 $S(x) = 0$ 分隔成 $S(x) > 0$ 及 $S(x) < 0$ 的兩個子空間，再利用迫近及順滑條件來迫使系統在有限時間內接觸到順滑面，並且經由切換，使系統在順滑面上產生順滑模態(sliding mode)，在順滑模態上的軌跡最後必須逼近目標點 $x = 0$ ，方能達到控制的目標。

接下來為順滑函數的選擇，在此步驟中，首先假設系統已成功的被控制在順滑模態下，其餘的主要工作就是選擇順滑函數 $S(x)$ ，也就是選擇一適當的順滑面 $S(x) = 0$ ，讓系統經由不斷的切換滑向目標。

由於順滑模態下的系統軌跡會朝向目標點逼近，所以選取的順滑面必須包含此目標點，也就是說必須符合 $S(x)|_{x=0} = 0$ ，在一般情況下，通常順滑函數設定為

$$S(x) = CX = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n \tag{2.5}$$

其中 $C = [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_n]$ ， C 之選取將於稍後在作說明，根據以上的敘述必須假設系統已經處於順滑模態下，亦即滿足 $S(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n = 0$ ，事實上，向量中的 n 個係數只要是彼此間的比例關係不變的話，都是代表同一個順滑面，假設 $c_n = 1$ ，

亦即選取順滑函數為

$$S(x) = CX = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_{n-1}x_{n-1} + x_n \quad (2.6)$$

其中 $C = [c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_{n-1} \ 1]$ 。

為了使順滑模態 $S(x) = 0$ 具有不變(invariant)的特性，我們必須加入以下條件

$$s(x)|_{u=u_{eq}} = c_1 \dot{x}_1 + c_2 \dot{x}_2 + \cdots + c_{n-1} \dot{x}_{n-1} + \dot{x}_n = 0 \quad (2.7)$$

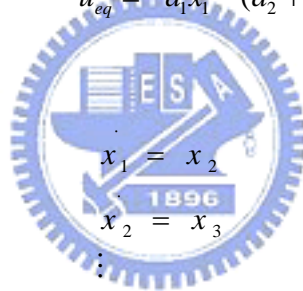
利用(2.3)式可得

$$\dot{s}(x)|_{u=u_{eq}} = a_1x_1 + (a_2 + c_1)x_2 + \cdots + (a_n + c_{n-1})x_n + u_{eq} + d(x,t) = 0 \quad (2.8)$$

在(2.8)式可看出順滑函數經過一次微分後會產生控制輸入 u 項，因此可取等效控制如下

$$u_{eq} = -a_1x_1 - (a_2 + c_1)x_2 - \cdots - (a_n + c_{n-1})x_n \quad (2.9)$$

代回(2.3)式後成為



$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 \\ x_2 &= x_3 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} x_{n-1} &= x_n \\ s(x) &= 0 \end{aligned}$$

根據等效控制的觀點，系統在順滑模態下 ($s(x) = 0$ 且 $\dot{s}(x) = 0$) 只需考慮前面的 $n-1$ 條方程式，亦即

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= -c_1x_1 - c_2x_2 - \cdots - c_{n-1}x_{n-1} \end{aligned} \quad (2.11)$$

其中最後一式已經利用 $S(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + x_n = 0$ 的關係把 x_n 改為

$$\dot{x}_n = -c_1 x_1 - c_2 x_2 - \cdots - c_{n-1} x_{n-1} \quad (2.12)$$

為了使(2.11)式的系統穩定，必須選取適當的係數 c_i ， $i=1,2,\dots,n-1$ ，首先，令 $x_K = z^{(K-1)}$ ， $K=2,\dots,n-1$ ，其中 $Z^{(K-1)}$ 表示 z 對於時間 t 的 $K-1$ 次微分，再代回(2.11)式的最後一個等式後，可得(n-1)次的微分方程如下：

$$z^{(n-1)} + c_{n-1} z^{(n-2)} + \cdots + c_2 z + c_1 z = 0 \quad (2.13)$$

故特徵方程式為

$$\lambda^{(n-1)} + c_{n-1} \lambda^{(n-2)} + \cdots + c_2 \lambda + c_1 \lambda = 0 \quad (2.14)$$

只要選取的係數 c_i ， $i=1,2,\dots,n-1$ ，能夠使特徵方程式的(n-1)個根都具有負實部，亦即 $RE(\lambda) < 0$ ，其中 λ 為特徵方程式的特徵根，因此，當 $t \rightarrow \infty$ 時，對所有 $i=1,2,\dots,n-1$ ， $x_i \rightarrow 0$ ，經由(2.12)式可得 $\dot{x}_n \rightarrow 0$ ，即可達到控制的目標。一旦決定出適合的順滑函數後，便可開始進行控制法則的設計。

而控制法則的設計是利用逼近及順滑兩種條件為基礎，迫使系統在有限時間內產生順滑模態，在此利用(2.2)式的逼近順滑條件，表示如下：

$$S^T S < -\sigma \|S\|, \quad \sigma > 0 \quad (2.15)$$

以保證系統在有限時間內進入順滑模態，並滑向控制目標。由(2.3)及(2.6)式計算順滑函數的一次微分式可得

$$\dot{s} = a_1 x_1 + (a_2 + c_1) x_2 + \cdots + (a_n + c_{n-1}) x_n + u + d(x,t) \quad (2.16)$$

為了符合逼近順滑條件，令控制法則如下：

$$u = -a_1 x_1 - (a_2 + c_1) x_2 - \cdots - (a_n + c_{n-1}) x_n - (\delta(x,t) + \sigma) \text{sign}(s) \quad (2.17)$$

代回(2.8)式後變為

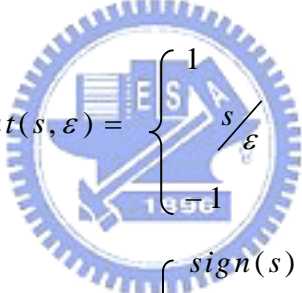
$$\dot{s} = -(\delta(x,t) + \sigma) \text{sign}(s) + d(x,t) \quad (2.18)$$

兩邊同乘 s 後整理為

$$\begin{aligned}
\dot{s} &= -\delta(x,t)|s| - \sigma|s| + d(x,t)s \\
&= -\sigma|s| - \delta(x,t)|s| \left(1 - \frac{d(x,t)s}{\delta(x,t)|s|} \right) \\
&\leq -\sigma|s|
\end{aligned} \tag{2.19}$$

由(2.19)式，可知所設計的控制法則(2.17)式，可以保證迫近條件(2.15)式成立，所以能使系統在有限時間內產生順滑模態。

在真實的情況中，在(2.17)式中 $\text{sign}(s)$ 是一理想的切換函數，這個函數必須借助無窮大的切換頻率才可能達成，但此種切換頻率在現實的系統裡是無法實現的，因此一般都只是利用極高速的切換元件來取代，這樣系統的軌跡必定會在順滑模態 $s=0$ 兩側的極小空間中不斷的跳動，造成了不當的高頻雜訊，也就是說會有切跳的現象產生，若我們將 $\text{sign}(s)$ 修正為



$$\begin{aligned}
\text{sat}(s, \varepsilon) &= \begin{cases} 1 & s > \varepsilon \\ s/\varepsilon & |s| \leq \varepsilon \\ -1 & s < -\varepsilon \end{cases} \\
&= \begin{cases} \text{sign}(s) & |s| > \varepsilon \\ s/\varepsilon & |s| \leq \varepsilon \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

可由(2.20)式可看出系統空間被分為 $s > \varepsilon$ 、 $|s| \leq \varepsilon$ 、 $s < -\varepsilon$ ，其中包含順滑面 $s=0$ 的中間地帶 $|s| \leq \varepsilon$ 就是所謂的順滑層，該層的厚度為 ε ，為了方便表示，也將包夾順滑層的兩個區域 $s > \varepsilon$ 、 $s < -\varepsilon$ ，進一步表示為 $|s| > \varepsilon$ ，故我們以 $\text{sat}(s, \varepsilon)$ 取代 $\text{sign}(s)$ ，所以將(2.17)式修正為

$$u = -a_1 x_1 - (a_2 + c_1)x_2 - \cdots - (a_n + c_{n-1})x_n - (\delta(x,t) + \sigma)\text{sat}(s, \varepsilon) \tag{2.21}$$

在未進入順滑層前，也就是當 $|s| > \varepsilon$ 時， $\text{sat}(s, \varepsilon) = \text{sign}(s)$ ，修正前後的控制法則是完全相同的，故系統依舊向著順滑面 $s=0$ 逼近，由於順滑面包含在順滑層內，所以系統軌跡朝著順滑層 $|s| \leq \varepsilon$ 逼近，系統會在有限時間內進入順滑層，一旦進入順滑層後，

控制法則(2.21)式變成

$$u = -a_1 x_1 - (a_2 + c_1)x_2 - \cdots - (a_n + c_{n-1})x_n - (\delta(x,t) + \sigma) \frac{s}{\varepsilon} \quad (2.22)$$

由於 $\left| \frac{s}{\varepsilon} \right|$ 的值通常都小於 1，因此控制輸入 u 的增益值在順滑層終將明顯降低，而(2.18)

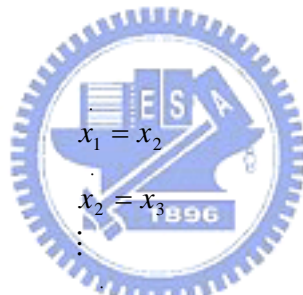
式也同樣被修正為

$$\dot{s} = -(\delta(x,t) + \sigma) \frac{s}{\varepsilon} + d(x,t) \quad (2.23)$$

由(2.23)式可以清楚的看到 S 會受到雜訊 $d(x,t)$ 的影響，也就是說在順滑層中只要雜訊 $d(x,t)$ 存在，系統很難維持順滑模態，亦即 s 不恆為 0，此時(2.12)式必須重寫為

$$\dot{x}_n = -c_1 x_1 - c_2 x_2 - \cdots - c_{n-1} x_{n-1} + s \quad (2.24)$$

同樣地(2.11)式變成



$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ x_{n-1} &= -c_1 x_1 - c_2 x_2 - \cdots - c_{n-1} x_{n-1} + s \end{aligned} \quad (2.25)$$

由於在順滑層 $|s| \leq \varepsilon$ 中， s 可視為一個有限量的值，因此不影響(2.25)式的穩定性，先前所選取之向量 C 仍然適用，可是卻因為 S 的存在將無法讓所有的狀態變數趨近於 0，換句話說系統軌跡將不再逼近原點，而只在原點的附近遊動，這樣雖降低了控制的精準度，這也是利用順滑層概念所必須付出的代價，但這樣的代價是值得的，因為具備順滑層的控制器可以利用實際元件製作出來，並且只要順滑層的厚度夠寬，就不會激發出高頻雜訊或產生不希望的切跳現象，此外控制輸入由於使用了比率項 $\frac{s}{\varepsilon}$ ，其增益值也跟著降低。

2.2 T-S 模糊模型

模糊控制是經由專家意見，資料庫的建立以及模糊推論機制的組合，並藉由 IF-THEN 規則來取代傳統的控制方法，此種控制技術是將 Zadeh 教授於 1965 年提出的模糊集理論應用到控制領域的先進技術。由於模糊控制通常不需要精確的數學模型，且模糊系統的規則庫一旦建立之後便可經由查表(table lookup)的方式來進行控制。因此，這種控制技術通常可有效地縮短計算時間。此外，模糊控制也具有極佳的適應性，強健性及容錯性，所以不少傳統控制無法達到的優異效果卻可以藉由模糊控制的經驗法則來達成。在 1987 年 7 月開始營運的日本仙台市地下鐵路系統便是應用模糊控制技術來進行管制，將列車的運行規劃成為自動化控制系統。此外，目前市面上已有許多電機電子產品已應用了模糊控制的相關技術。雖然模糊理論的應用已受到高度的重視，然而，長久以來，模糊控制最受人質疑的便是其穩定度的問題。近年來隨著解決非線性系統之理論及技術的快速成長與累積，提供給模糊控制很好的理論基礎。由 Takagi 與 Sugeno 所提出的 T-S 模糊控制模型是利用多個線性化模式以權重的方式來近似原來的非線性系統，並以 Lyapunov Function 的處理方式來建立模糊控制系統穩定度分析的基礎。所獲得近似的模糊控制系統再利用平行分散式補償器(Parallel Distributed Compensation,PDC)的觀念來設計控制器與估測器，最後再將穩定性分析的問題轉換成線性矩陣不等式(Linear Matrix Inequality,LMI)的形式，以 Matlab LMI toolbox 來求解。

T-S 模型有時被稱為 Takagi-Sugeno-Kang(T-S-K)模糊模型。由於一開始的模糊模型是由 Takagi 與 Sugeno 所提出，後來，Sugeno 與 Kang 則繼續在關於模糊模型判別的研究上發揚光大。在此論文中，我們統稱 T-S 模糊模型。T-S 模糊模型的主要原理是利用多個線性化模式以權重的方式來近似原來的非線性系統模型，經由對個別的線性模型設計控制規則再依權重組合來實現非線性模型所需要的控制律。因此，T-S 模糊模型適合用來近似非線性模型。近年來 T-S 模糊模型的應用已廣泛受到重視，如 Tanaka 與 Wang[16]已成功地將 T-S 模糊模型的控制方法應用於聯結車輛的倒車入庫的控制法則設計；Chen 等人[17]藉由 T-S 模糊模型對非線性動態系統做模糊追蹤控制設計；Su 等人[28]提出新的穩健 T-S 模糊模型化的方法；Lee[29]對於 Affine T-S 模糊控

制系統提出了混合補償控制的方法；Wang[30]設計 T-S 模糊模型的模糊回授控制器來穩定不確定之模糊時間延遲系統，並應用於連續攪動槽反應器模型(Continuous stirred tank reactor, CSTR)；Hsiao[20][31][32]則將 T-S 模糊模型與控制應用再大型連結系統與具有時間延遲的大型系統之穩定度分析。T-S 模糊模型的狀態空間表示法如下：

-連續時間系統(Continuous-Time System,CTS):

規則 i :

$$\begin{aligned} & \text{IF } e_1(t) \text{ is } G_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } e_p(t) \text{ is } G_{ip} \\ & \text{THEN } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) & i = 1, 2, 3, \dots, r \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \end{aligned}$$

其中 $e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t)$ 為已知變數可以是狀態空間的函數，外部干擾或時間， G_{ip} 是歸屬函數， $x(t) = [x_1, \dots, x_m]^T$ 是系統的狀態向量， $u(t) = [u_1, \dots, u_f]^T$ 與 $y(t) = [y_1, \dots, y_h]^T$ 分別是系統的輸入與輸出。 $A_i \in R^{m \times m}$ ， $B_i \in R^{m \times f}$ 與 $C_i \in R^{h \times m}$ ， r 是規則數。整個模糊模型可以表示成：

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r W_i(e(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)]}{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))} = \sum_{i=1}^r H_i(e(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)] \quad (2.50)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r W_i(e(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))} = \sum_{i=1}^r H_i(e(t)) C_i x(t) \quad (2.51)$$

其中 $e(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t)]$ ， $W_i(e(t)) = \sum_{j=1}^p G_{ij}(e_j(t))$ ， $H_i(e(t)) = \frac{w_i(e(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(e(t))}$

-離散時間系統(Discrete- Time System, DTS):

$$x(t+1) = \frac{\sum_{i=1}^r W_i(e(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)]}{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))} = \sum_{i=1}^r H_i(e(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)] \quad (2.52)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^r W_i(e(t)) C_i x(t)}{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))} = \sum_{i=1}^r H_i(e(t)) C_i x(t) \quad (2.53)$$

其中 $e(t) = [e_1(t), e_2(t), \dots, e_p(t)]$ ， $W_i(e(t)) = \prod_{j=1}^p G_{ij}(e_j(t))$ ， $H_i(e(t)) = \frac{w_i(e(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(e(t))}$

-平行分散式補償

平行分散式補償(Parallel Distributed Compensation, PDC)的設計概念如圖 2.4 所示。每一條控制規則皆使用相對應於 T-S 模糊模型的規則來做分配式設計，模糊控制器與模糊模型共用相同的模糊集。由於模糊模型的每一條規則被一個線性狀態方程式所描述，線性系統控制理論可以被用來設計這模糊控制器部分，所設計出的整個模糊控制器一般而言為非線性，其可以藉由個別的線性控制器經由模糊混合(fuzzy blending)而完成。模糊控制器的規則可以用平行分配補償來設計：

第 i 條控制規則：

IF $e_1(t)$ is G_{i1} and ... and $e_p(t)$ is G_{ip}
 THEN $u(t) = -K_i(t)x(t)$

其中 $i = 1, 2, \dots, r$ 。最後，以模型基礎(model-based)的模糊控制器輸出則為：

$$u(t) = -\frac{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))K_i x(t)}{\sum_{i=1}^r W_i(e(t))} = -\sum_{i=1}^r H_i(e(t))K_i x(t) \quad (2.54)$$

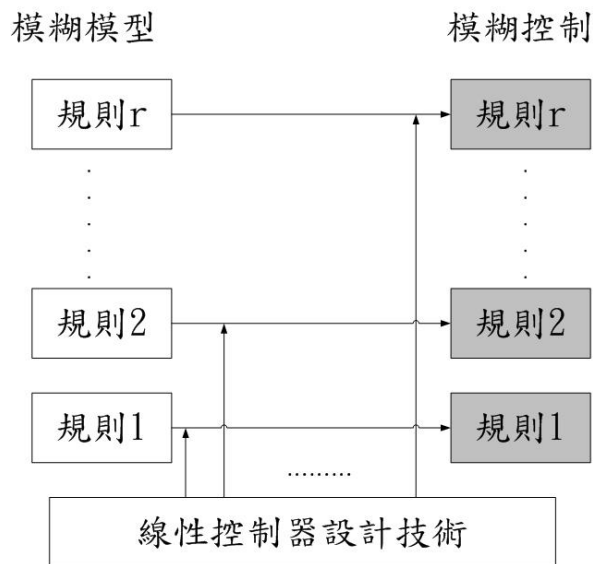


圖 2.4 平行分配補償設計概念

第三章

結合 T-S 模糊模型及變結構控制之追蹤問題研究

3.1 問題描述

考慮一個二階非線性微分方程如下：

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x) + G(x)(u + d)\end{aligned}\tag{3.1}$$

其中 $x_1 \in R^n$, $x_2 \in R^n$, $x := (x_1^T, x_2^T)^T$ 代表系統狀態, $u \in R^n$ 為控制輸入, $d \in R^n$ 代表可能的系統不確定項以及外在干擾, $f(x) \in R^n$ 以及 $G(x) \in R^{n \times n}$ 為平滑函數, $(\cdot)^T$ 代表矩陣或向量的轉置。

本章主要的目的為設計一個控制律使得系統能在面對外在干擾與系統不確定項時達到追蹤的任務, 也就是當 $t \rightarrow \infty$ 時 $x_1(t) \rightarrow x_d(t)$, $x_d(t)$ 為追蹤的目標。

3.2 建立 T-S 模糊模型

我們知道一個非線性系統可以藉由 p 個線性模型做權重的相加而以 T-S 模型做近似, p 個線性模型如下:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= A_i(x)x + B_i(x)u \quad i = 1, \dots, p\end{aligned}\tag{3.2}$$

利用(3.2)式可將原始非線性系統改寫成 T-S 模型:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \sum_{i=1}^p \alpha_i(x) A_i(x) x + \Delta f + \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) B_i(x) + \Delta \bar{G} \right) (u + d) \quad (3.3)$$

其中 $\alpha_i(x)$ 為權重，滿足 $\alpha_i(x) > 0, i = 1, \dots, p$, $\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) = 1$

其中 $\Delta f = f(x) - \sum_{i=1}^p \alpha_i(x) A_i(x) x$, $\Delta \bar{G} = G(x) - \sum_{i=1}^p \alpha_i(x) B_i(x)$

3.3 控制器設計

將(3.3)式改寫成以下型式:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \sum_{i=1}^p \alpha_i(x) A_i(x) x + \Delta f + \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) B_i(x) \right) (I + \Delta G) (u + d) \end{aligned} \quad (3.4)$$

其中 $\Delta G = \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) B_i \right)^{-1} \cdot \Delta \bar{G}$ 。在本論文中，針對 $\left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) B_i \right)^{-1}$ 的存在性提出一項假設。

假設 3.1: 對所有的狀態而言， $\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) B_i$ 為非奇異矩陣。

變結構控制器設計

我們知道設計變結構控制器有兩個主要的步驟:

- (1) 選取適當的順滑平面，使得在順滑平面上的系統狀態最終都能達到我們所要的性能。
- (2) 設計一個控制律，使得系統狀態在有限時間內會到達順滑平面而且會持續待在順滑平面上。

根據上述的步驟，首先選定一個適當的順滑平面。我們假設 $e = x_1 - x_d$ ，並且選定順滑平面為

$$s = \dot{e} + Ke = 0 \quad (3.5)$$

其中 $K = \text{diag}\{k_1, k_2, \dots, k_n\} > 0$ 。顯而易見地，如果狀態持續保持在順滑平面上即可

達成我們的目標，也就是 $e \rightarrow 0$ 。

第二個步驟為設計一個控制律，使得系統狀態在有限時間內會到達順滑平面而且會持續待在順滑平面上。從(3.4)-(3.5)可得

$$\begin{aligned}\dot{s} &= \ddot{e} + K\dot{e} \\ &= \ddot{x}_1 - \ddot{x}_d + K\dot{e} \\ &= -\ddot{x}_d + K\dot{e} + \sum_{i=1}^p \alpha_i(x)A_i(x) + \Delta f + \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x)B_i(x)\right)(I + \Delta G)(u + d)\end{aligned}\quad (3.6)$$

根據變結構控制的設計程序[12][33]，我們採用

$$u = u^{eq} + u^{re} \quad (3.7)$$

$$u^{eq} = \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x)B_i(x)\right)^{-1} \cdot \left[-\sum_{i=1}^p \alpha_i(x)A_i(x)x + \ddot{x}_d - K\dot{e}\right] \quad (3.8)$$

將(3.7)，(3.8)代入(3.6)中，可將(3.6)改寫成

$$\dot{s} = \Delta f + \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x)B_i(x)\right)(I + \Delta G)(u^{re} + d) + \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x)B_i(x)\right)\Delta G \cdot u^{eq} \quad (3.9)$$

為了讓系統狀態在有限時間內到達順滑平面，我們提出以下假設：

假設3.2：存在非負函數 $\rho(x, t)$ 以及 $\sigma(x, t)$ ，使得以下兩式成立

$$\left\| \Delta f + \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x)B_i(x)\right)[(I + \Delta G) \cdot d + \Delta G \cdot u^{eq}] \right\| \leq \rho(x, t) \quad (3.10)$$

$$\sqrt{n} \left\| \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x)B_i(x)\right)\Delta G \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x)B_i(x)\right)^{-1} \right\| \leq \sigma(x, t) < 1 \quad (3.11)$$

值得注意的一點，儘管在不等式(3.10)中需要 u^{eq} 的資訊，但是因為 Δf 與 ΔG 的最大值可以事先被計算出來，所以只要 u^{eq} 計算出來之後就可以很容易地算出 $\rho(x, t)$ 。透過假設3.2的幫助，所以我們設計 u^{re} 如下：

$$u^{re} = -\frac{\rho(x,t)+\eta}{1-\sigma(x,t)} \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) B_i(x) \right)^{-1} \cdot sgn(s) \quad (3.12)$$

其中 η 為正的常數。因為 $\|sgn(s)\| \leq \sqrt{n}$ ，所以從(3.9)，(3.12)以及假設3.2可得

$$\begin{aligned} s^T \dot{s} &\leq \rho(x,t) \|s\| + s^T \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) B_i(x) \right) (I + \Delta G) u^{re} \\ &\leq \rho(x,t) \|s\| - \frac{\rho(x,t)+\eta}{1-\sigma(x,t)} \cdot s^T \cdot \left[I + \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) B_i(x) \right) \Delta G \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) B_i(x) \right)^{-1} \right] sgn(s) \\ &\leq \rho(x,t) \|s\| - \frac{\rho(x,t)+\eta}{1-\sigma(x,t)} \left(\sum_{i=1}^p |s_i| - \sigma(x,t) \|s\| \right) \\ &\leq \rho(x,t) \|s\| - \frac{\rho(x,t)+\eta}{1-\sigma(x,t)} (\|s\| - \sigma(x,t) \|s\|) \\ &\leq -\eta \cdot \|s\| \end{aligned} \quad (3.13)$$

也就是系統狀態在有限時間內會到達順滑平面。由以上的討論我們會有以下的結果：

定理 3.1: 令假設 3.1 與假設 3.2 同時成立，則採用控制律(3.7)，(3.8)以及(3.12)時，此系統(3.1)會達到追蹤的性能表現。

如同以上的討論，這種以 T-S Fuzzy model 為基礎的控制器有一項重要的特徵。這種方法不需要計算 $f(x)$ 中的非線性項與 $G(x)$ 的反轉換，而這兩個計算是典型的變結構控制[12]無法避免的。取而代之地，系統參數 $A_i(x)$ ， $B_i(x)$ 與假設 3.2 中提到的 $\|\Delta f\|$ ， $\|\Delta G\|$ 以及 $\sigma(x,t)$ 的最大值可以事先被計算並透過查表的方式適時地將這些參數代入系統。因此這種以 T-S Fuzzy model 為基礎的方法可以減輕一些在計算控制器方面的負擔並且提升控制器實現的可行性，尤其是當系統動態較為複雜的時候。

3.4 在兩軸機器手臂上的應用

考慮一個兩軸機器手臂的系統，如圖 3.1，其動態方程式[10][17]如下：

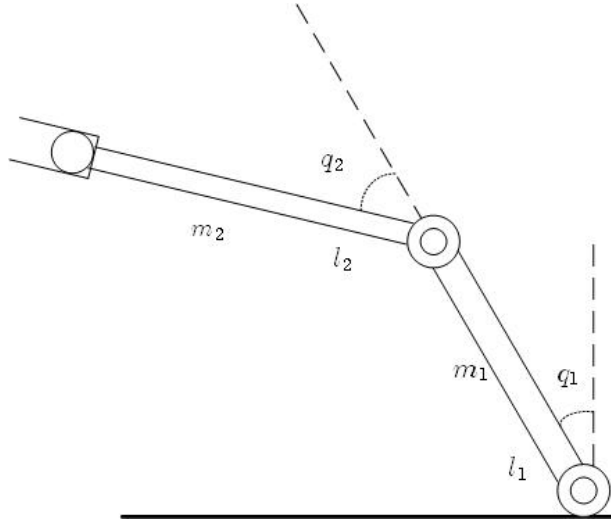


圖 3.1 兩軸機器手臂示意圖

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + d \quad (3.14)$$

其中 $q = (q_1, q_2)^T \in R^2$, $\tau = (\tau_1, \tau_2)^T \in R^2$, $d \in R^2$ 分別代表廣義座標(rad)，控制力道(Newton-meter)以及可能的外來干擾。 $M(q)$ 代表慣量， $C(q, \dot{q})$ 代表科氏力與向心力， $g(q)$ 代表重力。

$$M(q) = \begin{pmatrix} (m_1 + m_2)l_1^2 & m_2l_1l_2(c_1c_2 + s_1s_2) \\ m_2l_1l_2(c_1c_2 + s_1s_2) & m_2l_2^2 \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

$$C(q, \dot{q}) = m_2l_1l_2(c_1s_2 - s_1c_2) \begin{pmatrix} 0 & -\dot{q}_2 \\ -\dot{q}_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

$$g(q) = \begin{pmatrix} -(m_1 + m_2)l_1gs_1 \\ -m_2l_2gs_2 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

其中 $m_1, m_2(kg)$ 為兩軸機器手臂的質量， $l_1, l_2(m)$ 為兩軸機器手臂的長度， $g = 9.8(m/sec^2)$ 為重力加速度， $c_1 = \cos(q_1)$, $c_2 = \cos(q_2)$, $s_1 = \sin(q_1)$, $s_2 = \sin(q_2)$ 。令 $x_1 = (x_1, x_2)^T = (q_1, q_2)^T$, $x_2 = (x_3, x_4)^T = (\dot{q}_1, \dot{q}_2)^T$ 以及 $u = \tau$ 。我們可將(3.14)寫成狀態空間方程式：

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x) + G(x)(u + d)\end{aligned}\quad (3.18)$$

其中

$$f(x) = \begin{pmatrix} m_2 l_1 l_2 a_1 a_3 x_3^2 - m_2 l_2^2 a_1 x_4^2 + (m_1 + m_2) g s_1 / (l_1 a_2) - m_2 g a_3 s_2 / (l_1 a_2) \\ m_2 l_1 l_2 a_1 a_3 x_4^2 + (m_1 + m_2) (l_1^2 a_1 x_3^2 - g a_3 s_1 / (l_2 a_2) + g s_2 / (l_2 a_2)) \end{pmatrix}\quad (3.19)$$

$$G(x) = \begin{pmatrix} 1/(l_1^2 a_2) & -a_3/(l_1 l_2 a_2) \\ -a_3/(l_1 l_2 a_2) & (m_1 + m_2)/(m_2 l_2^2 a_2) \end{pmatrix}\quad (3.20)$$

$$a_1 = (s_1 c_2 - c_1 s_2)/a_2, a_2 = m_1 + m_2 - m_2 a_3^2, a_3 = c_1 c_2 + s_1 s_2$$

因為 $|a_3| = |c_1 c_2 + s_1 s_2| = |\cos(x_1 - x_2)| \leq 1$ ，所以 $a_2 > m_1 > 0$ 。就直觀上看來，

$$\text{trace}(G(x)) = \frac{1}{l_1^2 a_2} + \frac{m_1 + m_2}{m_2 l_2^2 a_2} > 0 \text{ 而且因為 } a_2 > 0 \text{ 所以 } \det(G(x)) = \frac{m_1 + m_2 - m_2 a_3^2}{m_2 l_1^2 l_2^2 a_2^2}$$

$= \frac{1}{m_2 l_1^2 l_2^2 a_2} > 0$ 。對所有的 x 來說， $G(x)$ 會是一個正定且非奇異矩陣。而由 $G(x)$ 所得到

的 B_i 也會是正定矩陣，因此 $\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) B_i$ 也會是正定矩陣。

為了找出適當的 T-S 模糊系統來近似原始非線性系統，我們選擇了一組操作點來建構出相關的線性模型。這些操作點的選擇是根據可能的操作範圍來選定的，如此一來機器手臂的動作就可以藉由相關的線性模型以權重組合的方式來做適當地近似。在模擬中，我們假設參數 $m_1 = m_2 = 1$ ， $l_1 = l_2 = 1$ 而且角度的位置限制在 $-\pi/2 \leq x_i \leq \pi/2, i = 1, 2$ 。操作點的選定如下：

$\{x_{ij} = (x_{1,i}, x_{2,j}, 0, 0)^T \mid i = 1, \dots, n_1 \text{ and } j = 1, \dots, n_2\}$ ，其中 $\{x_{1,1}, \dots, x_{1,n_1}\}$ 與 $\{x_{2,1}, \dots, x_{2,n_2}\}$ 為 $[-\pi/2, \pi/2]$ 之間所選定的兩個區間， n_1, n_2 分別為 x_1, x_2 所選取操作

點的個數。在這個例子中，我們針對 x_1, x_2 均採用三角形的歸屬函數，如圖 3.3 所示。

因為本文的 T-S 模糊控制器只使用兩個前鑑部變數 x_1, x_2 ，所以在每個時刻都只會觸動四個法則，也就是四個相關的線性模型，如圖 3.2 所示，其中

$$D_{ij} = \{x \mid x_{1,i} \leq x_1 \leq x_{1,i+1} \quad x_{2,j} \leq x_2 \leq x_{2,j+1}\}$$

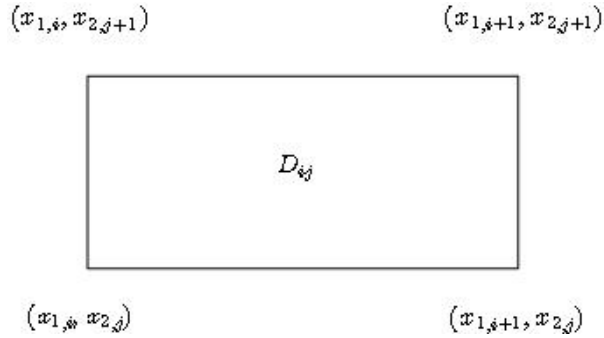


圖 3.2 每一個時間間隔中所觸發的四個相鄰操作點

因此，如果適當地選取 x_1, x_2 的區間，這種方式並不會造成即時運算的負擔。然而，針對一個函數在較小的子區間內取最大值會比在整個操作區間內所取的最大值來得小，所以只要適當地選取 x_1, x_2 的區間就會使得 $\sigma(x, t)$ 與 $\rho(x, t)$ 的值變小。因此控制的力道就會比較小以致於在實際操作應用上會比較容易實現。為了探討區間大小所造成的影響，以下考慮兩個情況：

Case A : $n_1 = n_2 = 5$ (以下稱 TS55)

在這個情況下，我們選取 25 個操作點為：

$$\{x_{ij} = (x_{1,i}, x_{2,j}, 0, 0)^T \mid x_{1,i}, x_{2,j} = -\pi/2, -\pi/4, 0, \pi/4, \pi/2\} \quad (3.21)$$

歸屬函數如圖 3.3：

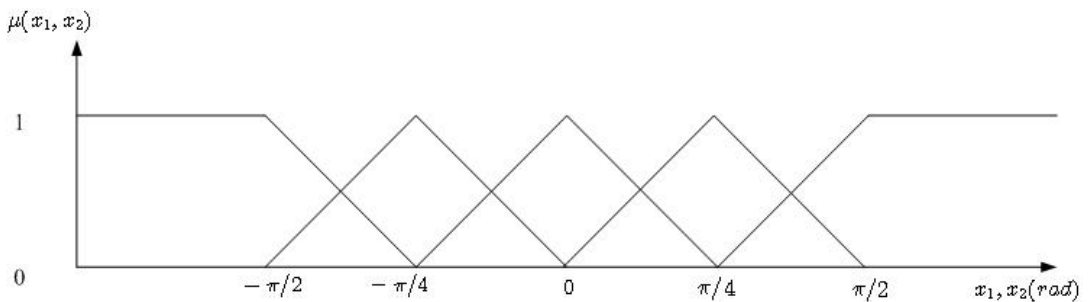


圖 3.3 Case A 所選取的操作點及其歸屬函數

根據所選取的操作點並且取 A, B 矩陣為

$$A_i(x) = \begin{pmatrix} a_{11_i} & a_{12_i} & a_{13_i} & a_{14_i} \\ a_{21_i} & a_{22_i} & a_{23_i} & a_{24_i} \end{pmatrix} \Big|_{u_i^0, x_i^0}$$

$$a_{11_i} = \frac{(m_1+m_2)gs_1}{l_1a_2x_1}$$

$$a_{12_i} = \frac{-m_2ga_3s_2}{l_1a_2x_2}$$

$$a_{13_i} = m_2l_1l_2a_1a_3x_3$$

$$a_{14_i} = -m_2l_2^2a_1x_4$$

$$a_{21_i} = \frac{(m_1+m_2)ga_3s_1}{l_2a_2x_1}$$

$$a_{22_i} = \frac{(m_1+m_2)gs_2}{l_2a_2x_2}$$

$$a_{23_i} = (m_1 + m_2)l_1^2a_1x_3$$

$$a_{24_i} = m_2l_1l_2a_1a_3x_4$$

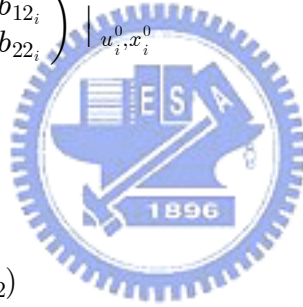
$$B_i(x) = G(x) = \begin{pmatrix} b_{11_i} & b_{12_i} \\ b_{21_i} & b_{22_i} \end{pmatrix} \Big|_{u_i^0, x_i^0}$$

$$b_{11_i} = 1/(l_1^2a_2)$$

$$b_{12_i} = -a_3/(l_1l_2a_2)$$

$$b_{21_i} = -a_3/(l_1l_2a_2)$$

$$b_{22_i} = (m_1 + m_2)/(m_2l_2^2a_2)$$



其中 $x_i^0, u_i^0, i = 1, \dots, p$ 為選取之 p 個操作點。

可獲得相對應的 25 組線性模型可以很簡單地得到，以下列舉六組：

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 12.4777 & -6.2389 & 0 & 0 \\ -12.4777 & 12.4777 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{11} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{pmatrix} 8.3185 & -4.1592 & 0 & 0 \\ -5.8821 & 11.7641 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{12} = \begin{pmatrix} 0.6667 & -0.4714 \\ 0.4714 & 1.3333 \end{pmatrix}$$

$$A_{13} = \begin{pmatrix} 6.2389 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9.8 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{13} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{pmatrix} 11.7641 & -2.9410 & 0 & 0 \\ -8.3185 & 8.3185 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{21} = \begin{pmatrix} 0.6667 & -0.4714 \\ -0.4714 & 1.3333 \end{pmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{pmatrix} 17.6462 & -8.8231 & 0 & 0 \\ -17.6462 & 17.6462 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{22} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A_{23} = \begin{pmatrix} 11.7641 & -4.6198 & 0 & 0 \\ -8.3185 & 13.0667 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{23} = \begin{pmatrix} 0.6667 & -0.4714 \\ -0.4714 & 1.3333 \end{pmatrix}$$

在算出 25 組線性模型之後，只要知道機器手臂的角度位置與歸屬函數，則 T-S 系統模型就可以輕易地得到。定義區間

$$D_{ij} := \{ \mathbf{x} \mid x_{1,i} \leq x_1 \leq x_{1,i+1}, x_{2,j} \leq x_2 \leq x_{2,j+1}, -1 \leq x_3, x_4 \leq 1 \}$$

在每個 D_{ij} 區間內的 $\sigma(x, t)$ 與 $\|\Delta f\|_\infty := \sup_{x \in D_{ij}} \|\Delta f\|$ 可以事先被計算出來，如表 3.1。

Case B : $n_1 = n_2 = 9$ (以下稱 TS99)

針對這個情況，我們選取 81 個操作點為：

$$\{x_{ij} = (x_{1,i}, x_{2,j}, 0, 0)^T \mid x_{1,i}, x_{2,j} = k\pi/8, k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4\} \quad (3.22)$$

歸屬函數如圖 3.4：

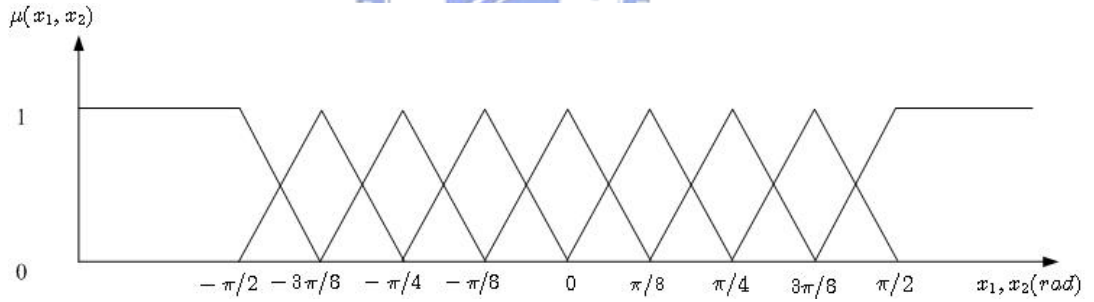


圖 3.4 Case B 所選取的操作點及其歸屬函數

相關的 81 組線性模型可以被計算出來，以下同樣列舉六組：

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 12.4777 & -6.2389 & 0 & 0 \\ -12.4777 & 12.4777 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{11} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{pmatrix} 10.8838 & -6.1933 & 0 & 0 \\ -10.0554 & 13.4071 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{12} = \begin{pmatrix} 0.8723 & -0.8059 \\ -0.8059 & 1.7445 \end{pmatrix}$$

$$A_{13} = \begin{pmatrix} 8.3185 & -4.1592 & 0 & 0 \\ -5.8821 & 11.7641 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{13} = \begin{pmatrix} 0.6667 & -0.4714 \\ -0.4714 & 1.3333 \end{pmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{pmatrix} 13.4071 & -5.0277 & 0 & 0 \\ -12.3866 & 10.8838 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{21} = \begin{pmatrix} 0.8723 & -0.8059 \\ -0.8059 & 1.7445 \end{pmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{pmatrix} 15.3706 & -7.6853 & 0 & 0 \\ -15.3706 & 15.3706 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{22} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A_{23} = \begin{pmatrix} 13.4071 & -7.1102 & 0 & 0 \\ -12.3866 & 15.3921 & 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{23} = \begin{pmatrix} 0.8723 & -0.8059 \\ -0.8059 & 1.7445 \end{pmatrix}$$

在每個 D_{ij} 區間內的 $\sigma(x, t)$ 與 $\|\Delta f\|_{\infty} := \sup_{x \in D_{ij}} \|\Delta f\|$ 可以事先被計算出來，如表 3.2。

例一：模擬結果如圖 3.5、圖 3.6、圖 3.7 以及圖 3.8，系統狀態的初始值選定為 $x_0 = (0.8, -0.4, 1, 1)^T$ ，希望到達的角度及角速度為 $x_d = (0.1, -0.7, 0, 0)^T$ 。三個系統的控制參數設定相同，即 $K = 5I$ ， $\eta = 1$ ，將符號函數 ($\text{sgn}(s)$) 改成飽和函數 ($\text{sat}(s/\epsilon)$, $\epsilon = 0.005$)，干擾 $d = 0.1 \sin(t)$ 。如模擬圖所示，三種控制律都能達到追蹤的目的，也就是追蹤誤差都會收斂為零。為了觀察性能，透過表 3.3 對三種控制律進行分析。

在到達時間 t_{reach} 方面，我們可以看出 $(\text{Speed})_{TS55} \geq (\text{Speed})_{TS99} \geq (\text{Speed})_{classic}$ ，這是因為 T-S 方法需要額外的控制能量來消除系統的不確定項而這些不確定項是來自於典型非線性模型與 T-S 模糊模型之間的差距。然而，如同之前所提到的，經由 T-S 模糊模型之變結構控制理論所設計出的控制律大小與 $\rho(x, t)$, $\sigma(x, t)$ 有關，而 $\rho(x, t)$, $\sigma(x, t)$ 的大小則取決於操作區間劃分的大小。

透過表 3.3 可知 $(\|u\|_{\infty})_{classic} = 31.1355 < (\|u\|_{\infty})_{TS99} = 40.3763 < (\|u\|_{\infty})_{TS55} = 60.9290$ ，其中 $\|u\|_{\infty} := \sup_t \|u(t)\|$ 。很明顯地，當操作區間劃分的越小，所需要的控制能量也會越小。這種情況也可以在圖 3.19 觀察出來。

另一個值得觀察的地方是 $(\int u^T u)_{TS99} = 731.36 < (\int u^T u)_{TS55} = 805.98 < (\int u^T u)_{classic} = 820.96$ 以及 $(\int e^T e)_{TS55} = 0.21 < (\int e^T e)_{TS99} = 0.398 < (\int e^T e)_{classic} = 0.81$ ，也就是說雖然 T-S 變結構控制律會比典型非線性變結構控制律

需要較多的控制能量，可是在整個過程當中 T-S 變結構控制律所消耗的總能量有可能會比典型非線性變結構控制律來得少且過程中的總誤差值也比較小。這可能是因為 T-S 變結構控制律一開始所需的能量較大，一開始能量較大會使得系統狀態能快速地接近目標；而典型非線性變結構控制律一開始所需的能量較小，在過程中隨著狀態越來越靠近目標且越來越靠近順滑平面其所需的能量也一直在變小，所以到達目標的時間會比較長。就總能量來說，T-S 變結構控制律一開始所需的能量較大，但是隨著狀態快速地到達目標而變小；反觀典型非線性變結構控制律一開始所需的能量雖然比較小，但是接近目標的速度較慢，所以過程中典型非線性變結構控制律所消耗的總能量有可能會比較多。

從控制律輸入能量圖(圖 3.7)中可以觀察到會有兩個切跳現象(Jump)，這是因為系統狀態到達順滑平面的緣故。同時這種情形也可以分別從圖 3.6 觀察到。

在計算時間方面，我們將 T-S 變結構控制律與典型非線性變結構控制律各計算了 10^6 次之後發現 $(CPU)_{TS} \approx 4.766 \text{ sec} < (CPU)_{Classic} \approx 7.625 \text{ sec}$ 。由此可以知道 T-S 變結構控制律可以節省計算時間。這是因為 T-S 模糊模型有很多的參數都可以事先被計算出來，在過程中利用查表(look-up table)的方式將這些參數帶入即可。

例二：模擬結果如圖 3.9、圖 3.10、圖 3.11 以及圖 3.12，系統狀態的初始值選定為 $x_0 = (-0.5, -0.1, 1, 1)^T$ ，希望到達的角度及角速度為 $x_d = (0.1, -0.7, 0, 0)^T$ 。如模擬圖所示，三種控制律都能達到追蹤的目的，也就是追蹤誤差都會收斂為零。為了觀察性能，透過表 3.4 對三種控制律進行分析。

可以觀察出與例一相似的結果，TS55 使用的能量還是最大，TS99 次之，CLASSIC VSC 最小。所以同樣的在到達時間以及誤差收斂的速度方面，TS55 最快，TS99 次之，CLASSIC VSC 最慢。唯一不一樣的結果是在過程中使用的總能量 $\int u^T u$ ，TS55 最大，TS99 次之，CLASSIC VSC 最小。在此情況下，CLASSIC VSC 所使用的能量比 TS 小，而響應速度比 TS 慢。

例三：模擬結果如圖 3.13、圖 3.14、圖 3.15 以及圖 3.16，系統狀態的初始值選定為

$x_0 = (-1.3, 0.1, 0.5, -0.5)^T$ ，希望到達的角度及角速度為 $x_d = (-1, -0.6, 0, 0)^T$ 。如模擬圖所示，三種控制律都能達到追蹤的目的，也就是追蹤誤差都會收斂為零。為了觀察性能，透過表 3.4 對三種控制律進行分析。

可以觀察出與例二相同的結果，TS55 使用的能量還是最大，TS99 次之，CLASSIC VSC 最小。所以同樣的在到達時間以及誤差收斂的速度方面，TS55 最快，TS99 次之，CLASSIC VSC 最慢。因此，在此情況下，CLASSIC VSC 所使用的能量比 TS 小，而響應速度比 TS 慢；TS99 所使用的能量比 TS55 小，響應速度也比 TS55 慢。這是因為 TS 控制律比 CLASSIC VSC 控制律多考慮了 Δf & ΔG ，因此使得控制能量較大。而 TS99 所劃分的操作區間數比 TS55 多，因此 Δf & ΔG 比較小，TS99 控制輸入會比 TS55 小。



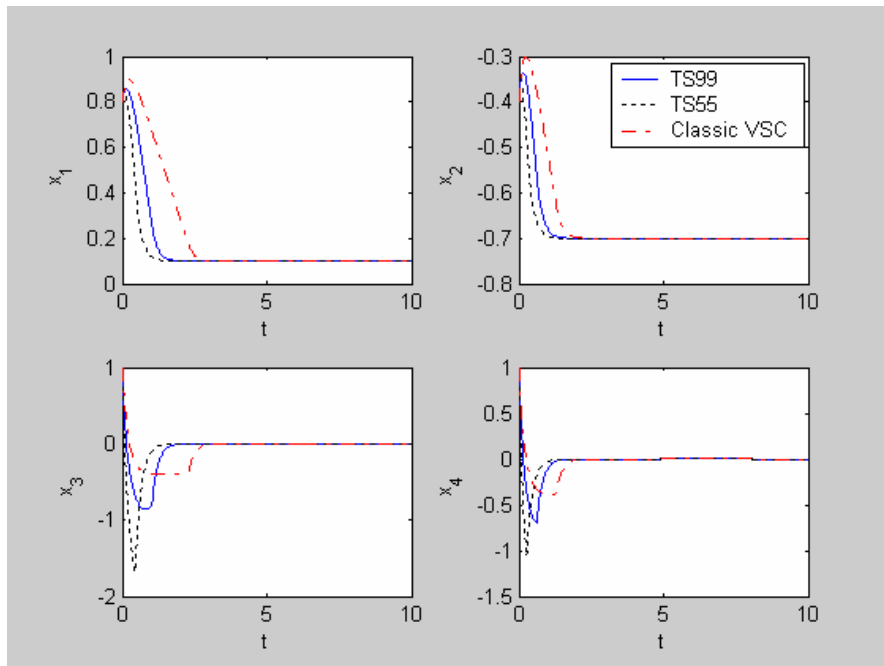


圖 3.5 例一 狀態變數之比較圖

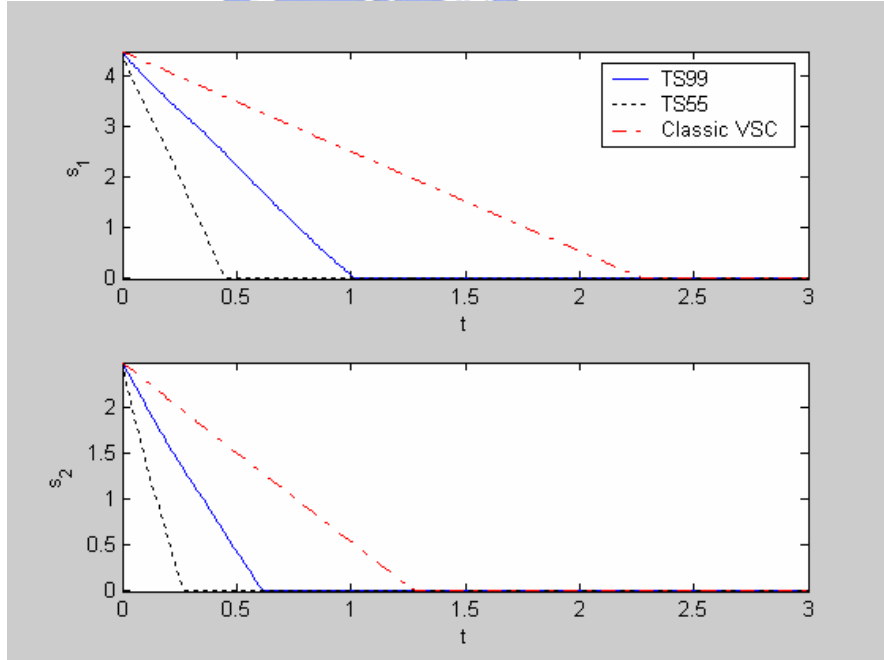


圖 3.6 例一 順滑函數之比較圖

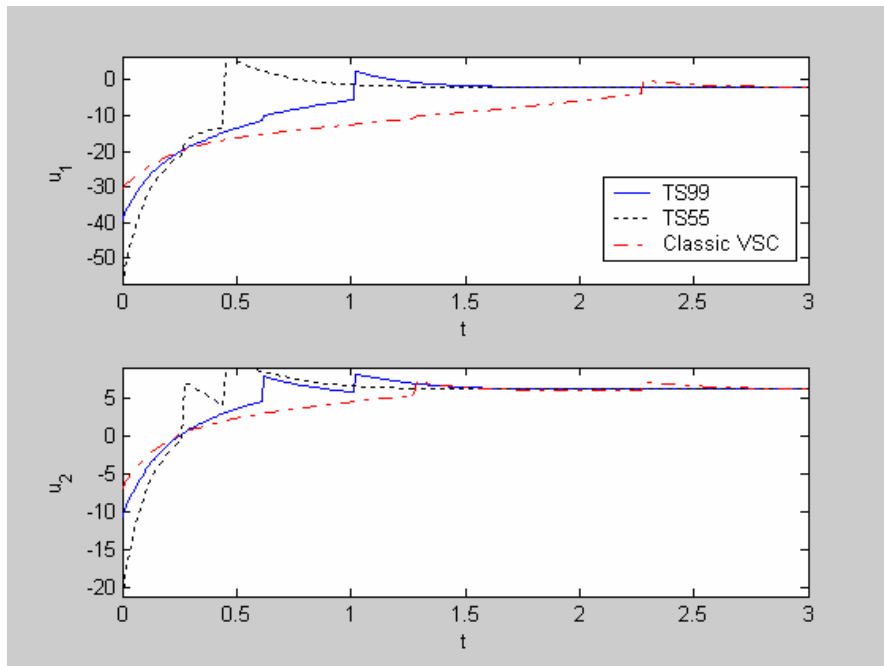


圖 3.7 例一 控制輸入之比較圖

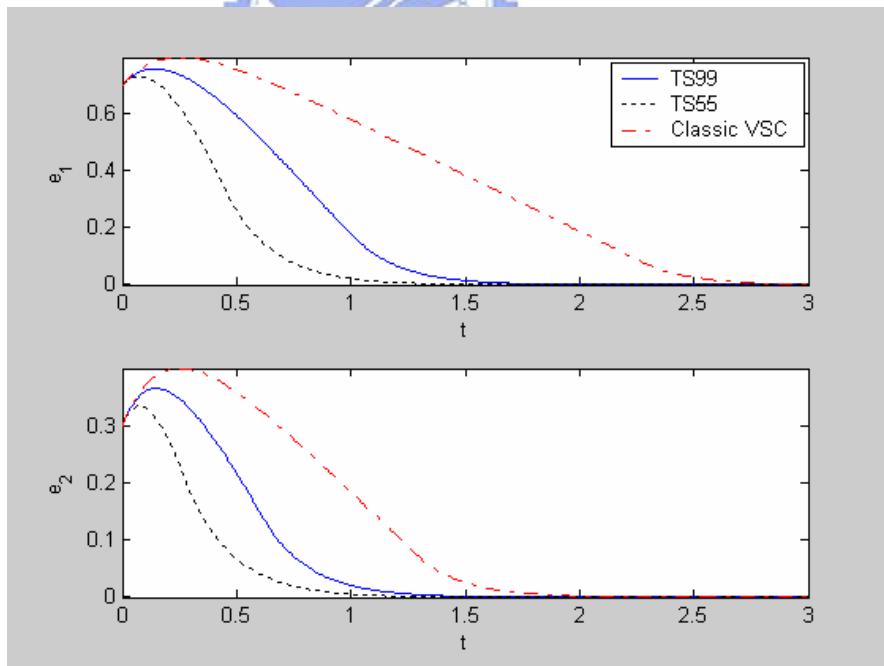


圖 3.8 例一 誤差之比較圖

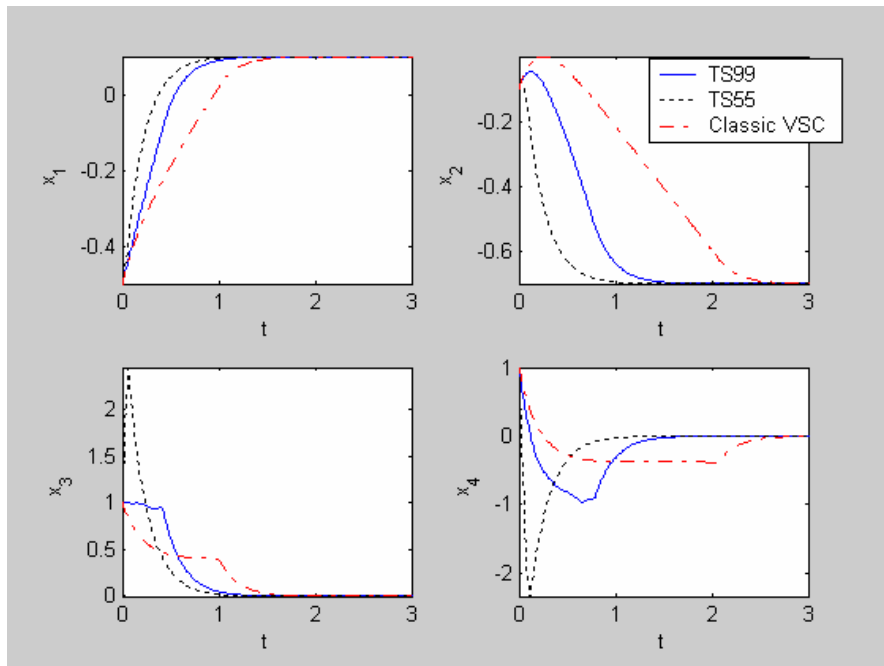


圖 3.9 例二 狀態變數之比較圖

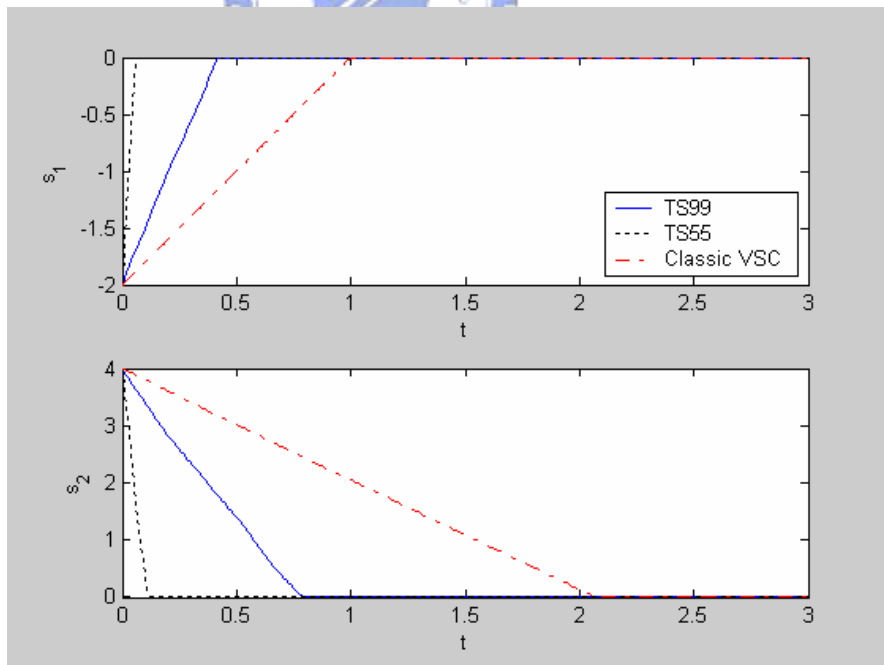


圖 3.10 例二 順滑函數之比較圖

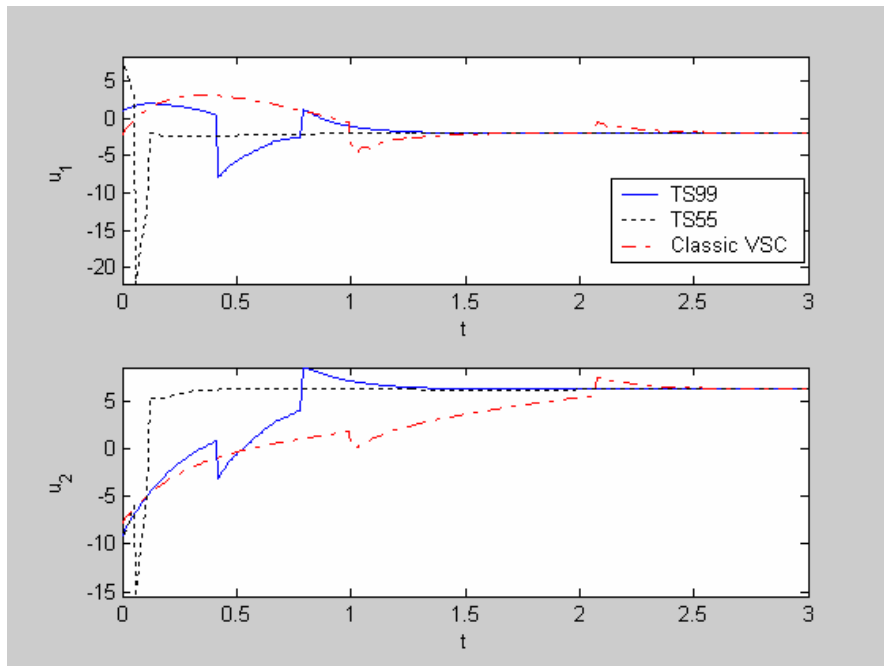


圖 3.11 例二 控制輸入之比較圖

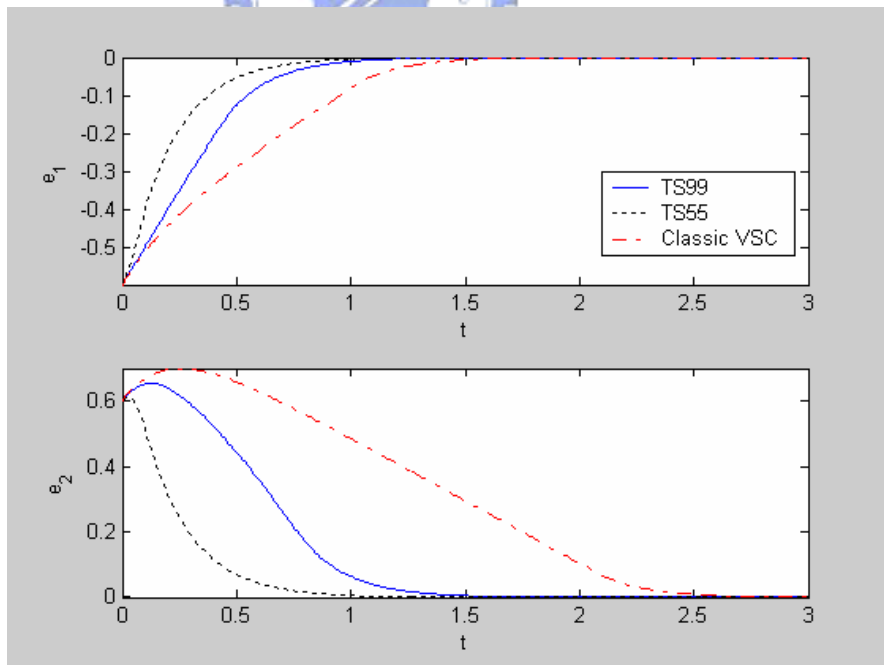


圖 3.12 例二 誤差之比較圖

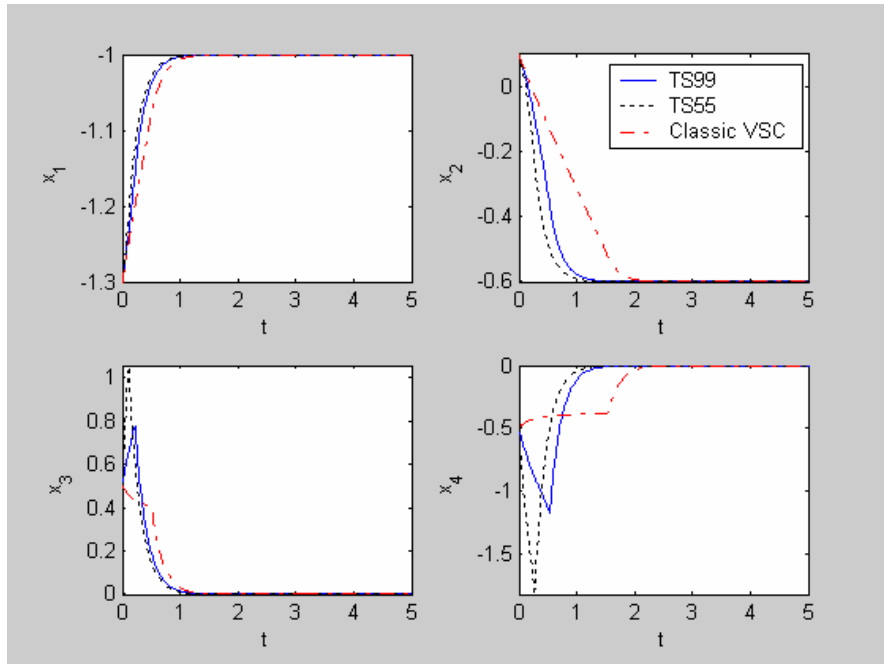


圖 3.13 例三 狀態變數之比較圖

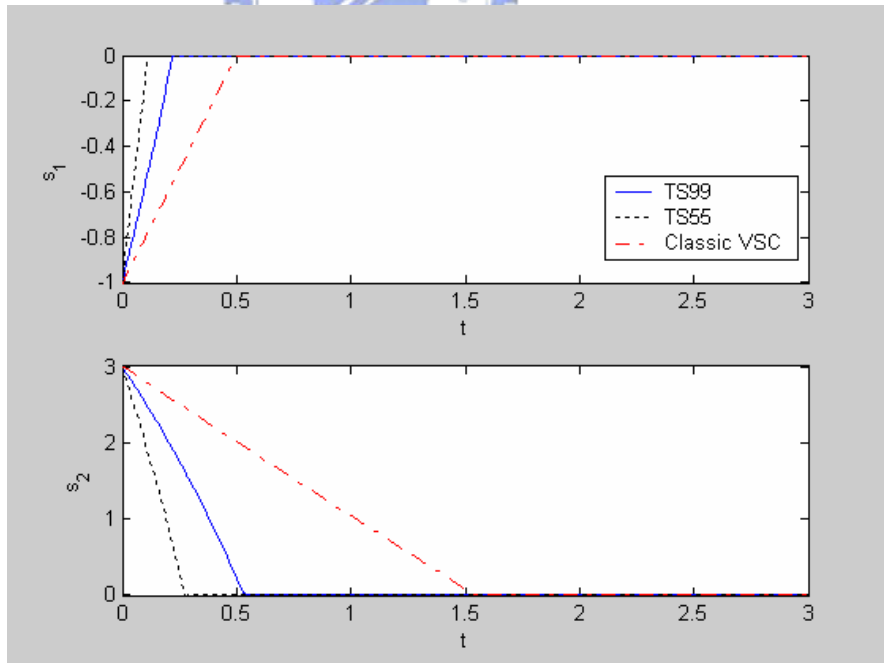


圖 3.14 例三 順滑函數之比較圖

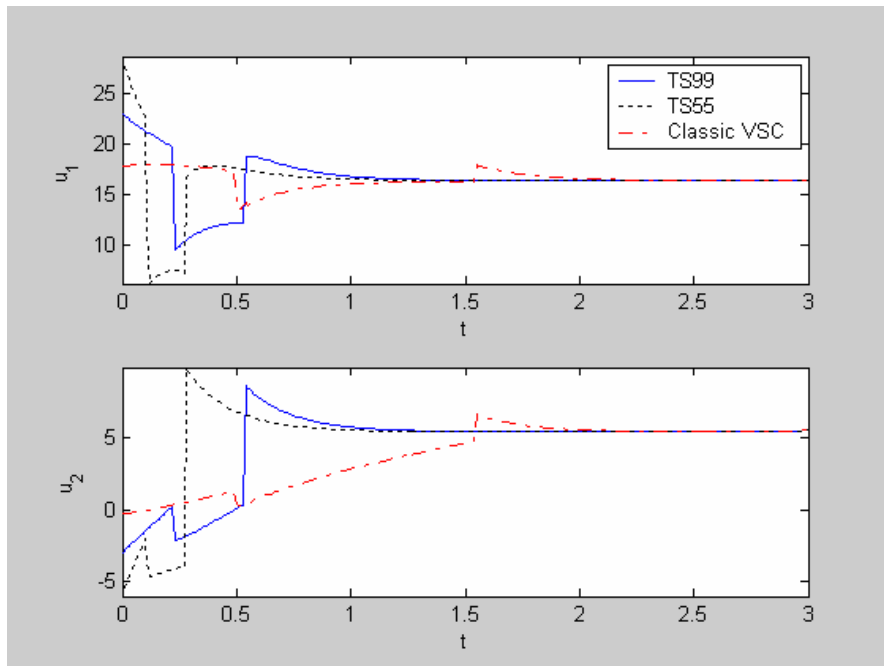


圖 3.15 例三 控制輸入之比較圖

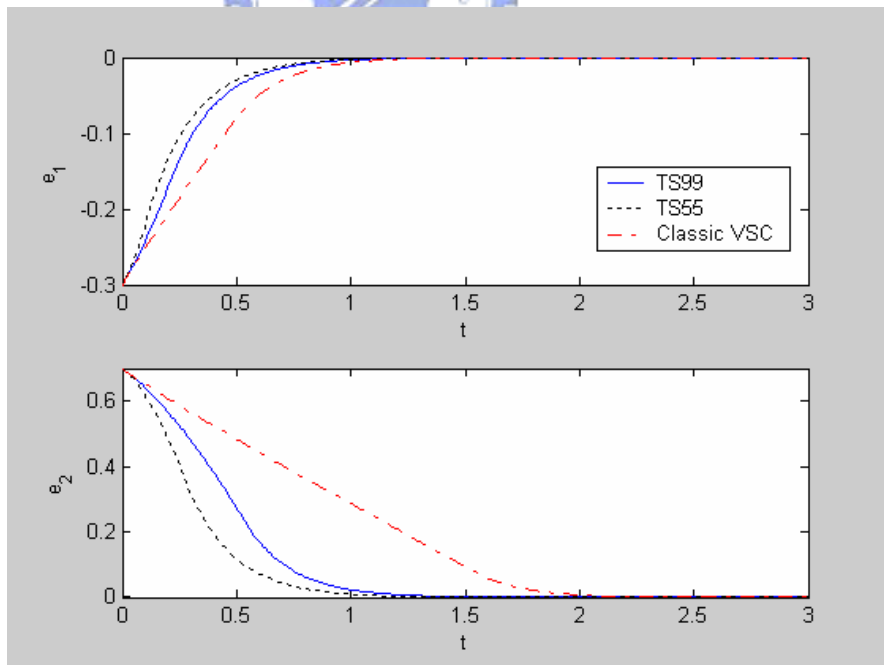


圖 3.16 例三 誤差之比較圖

表 3.1 TS55 之 $\|\Delta f\|_{\infty}$ 與 σ

Ts55	$\ \Delta f\ _{\infty}$	σ
D11	2.5629	0.4055
D12	2.3826	0.1302
D13	2.3818	0.1595
D14	1.8818	0.1244
D21	2.3899	0.1302
D22	4.4399	0.4055
D23	4.4399	0.125
D24	2.4891	0.1595
D31	2.4891	0.1595
D32	4.4399	0.125
D33	4.4399	0.4055
D34	2.3899	0.1302
D41	1.8818	0.1244
D42	2.3818	0.1595
D43	2.3826	0.1302
D44	2.5629	0.4055



表 3.2 TS99 之 $\|\Delta f\|_{\infty}$ 與 σ

Ts99	$\ \Delta f\ _{\infty}$	σ
D11	1.166	0.1294
D12	1.5069	0.07
D13	1.7451	0.0499
D14	1.6475	0.0645
D15	1.3724	0.0538
D16	1.2165	0.0645
D17	1.2387	0.0499
D18	1.2706	0.07
D21	1.5702	0.07
D22	1.017	0.1294
D23	1.3987	0.07
D24	1.6568	0.0499
D25	1.6285	0.0645
D26	1.357	0.0538
D27	1.202	0.0645
D28	1.2057	0.0499
D31	1.6729	0.0499
D32	1.391	0.07
D33	0.976	0.1294
D34	1.3336	0.07
D35	1.5997	0.0499
D36	1.6146	0.0645
D37	1.3674	0.0538
D38	1.1816	0.0645
D41	1.6114	0.0645
D42	1.6022	0.0499
D43	1.3157	0.07
D44	0.976	0.1294
D45	1.3019	0.07
D46	1.5798	0.0499
D47	1.6084	0.0645
D48	1.3816	0.0538
D51	1.3816	0.0538
D52	1.6084	0.0645
D53	1.5798	0.0499
D54	1.3019	0.07
D55	0.976	0.1294
D56	1.3157	0.07
D57	1.6022	0.0499
D58	1.6114	0.0645
D61	1.1816	0.0645

D62	1.3674	0.0538
D63	1.6146	0.0645
D64	1.5997	0.0499
D65	1.3336	0.07
D66	0.976	0.1294
D67	1.391	0.07
D68	1.6729	0.0499
D71	1.2057	0.0499
D72	1.202	0.0645
D73	1.357	0.0538
D74	1.6285	0.0645
D75	1.6568	0.0499
D76	1.3987	0.07
D77	1.0171	0.1294
D78	1.5702	0.07
D81	1.2706	0.07
D82	1.2387	0.0499
D83	1.2165	0.0645
D84	1.3724	0.0538
D85	1.6475	0.0645
D86	1.7451	0.0499
D87	1.5069	0.07
D88	1.166	0.1294

表 3.3 例一 各項性能指標

	classic	TS55	TS99
$t_{reach}(x_d \pm 0.005)$	2.83s	1.3s	1.72s
$\max u_i , i = 1, 2$	30.3876, 7.3012	57.1228, 21.1974	38.9742, 10.5477
$\ u\ _\infty$	31.1355	60.9290	40.3763
$\int u_i ^2, i = 1, 2$	453.6812, 367.2833	385.3909 420.5963	339.9181 391.4421
$\int u^T u$	820.9646	805.9872	731.3603
$\int e^T e$	0.8128	0.2133	0.3980
Cputime(計算 10^6 次)	7.625s	4.766s	4.766s

表 3.4 例二 各項性能指標

	classic	TS55	TS99
$t_{reach}(x_d \pm 0.005)$	2.94s	1.35s	1.83s
$\max u_i , i = 1, 2$	4.477, 7.8217	22.1439, 15.4717	8.005, 9.0314
$\ u\ _\infty$	8.1236	27.0135	9.0907
$\int u_i ^2, i = 1, 2$	40.6743, 341.8560	58.4768 400.0224	43.6779 381.3498
$\int u^T u$	382.5303	458.4992	425.0276
$\int e^T e$	0.6091	0.1037	0.2825
Cputime(計算 10^6 次)	7.625s	4.766s	4.766s

表 3.5 例三 各項性能指標

	classic	TS55	TS99
$t_{reach}(x_d \pm 0.005)$	2.41s	1.45s	1.63s
$\max u_i , i = 1, 2$	18.0073, 6.7158	28.6859, 9.9209	23.0265, 8.6423
$\ u\ _\infty$	19.2189	29.3154	23.2261
$\int u_i ^2, i = 1, 2$	2725.5, 270.9631	2733.9 311.8068	2733.7 297.1432
$\int u^T u$	2996.5	3045.7	3030.9
$\int e^T e$	0.2903	0.1139	0.1616
Cputime(計算 10^6 次)	7.625s	4.766s	4.766s



第四章

結合 T-S 模糊模型及變結構控制之可靠度問題研究

4.1 問題描述

考慮一個二階非線性微分方程如下：

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x) + G(x)u\end{aligned}\tag{4.1}$$

其中 $x_1 \in R^n$ ， $x_2 \in R^n$ 代表系統狀態， $u \in R^{n+m}$ 為控制輸入， $f(x) \in R^n$ 以及 $G(x) \in R^{n \times (n+m)}$ 為平滑函數， $(\cdot)^T$ 代表矩陣或向量的轉置。為了方便討論，假設 $f(0) = 0$ 並且系統 (4.1) 的控制輸入具有冗餘 (inherent redundancy)。

本章的目的是要設計一個控制律使得當某些驅動器遭遇故障時依然能利用其他正常的驅動器來完成穩定的任務，而正常的驅動器數量不可少於 n 個。在此提出兩種設計方法：被動式與主動式可靠度設計方法。在被動式可靠度設計方法中，系統利用冗餘來設計一個固定的控制器使得閉路系統無論在正常運作或是各種故障的情況下均可以達到可接受的性能表現。然而，主動式的設計方法則是根據錯誤偵測與診斷機制 (FDD) 的結果來重組控制器。也是因為這個原因，在主動式方法中，錯誤偵測與診斷機制的可靠度也就顯得十分重要。

4.2 建立 T-S 模糊模型

我們知道一個非線性系統可以藉由 p 個線性模型做權重的相加而以 T-S model 做近似， p 個線性模型如下：

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= A_i(x)x + B_i(x)u \quad i=1, \dots, p\end{aligned}\quad (4.2)$$

利用(4.2)式可將原始非線性系統改寫成 T-S model:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \sum_{i=1}^p \alpha_i(x)A_i(x)x + \Delta f + G(x)u\end{aligned}\quad (4.3)$$

其中 $\alpha_i(x)$ 為權重，滿足 $\alpha_i(x) > 0, i = 1, \dots, p,$ $\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) = 1$

$$\Delta f = f(x) - \sum_{i=1}^p \alpha_i(x)A_i(x)x。$$

4.3 控制器設計

4.3.1 被動式可靠度控制器

在被動式可靠度控制器的設計中，會事先將驅動器分為正常運作的驅動器(H)以及容易故障的驅動器(F)。所謂正常運作的驅動器是指在系統整個操作過程中當某些驅動器產生錯誤時仍然能保持正常的驅動器，而容易故障的驅動器是指在系統運作過程中有可能產生錯誤的驅動器。可將(4.3)式改寫成

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \sum_{i=1}^p \alpha_i(x)A_i(x)x + \Delta f + G_H(x)u_H + G_F(x)u_F\end{aligned}\quad (4.4)$$

其中 $\Delta f \triangleq f(x) - \sum_{i=1}^p \alpha_i(x)A_i(x)x$ ， $x_1 \in R^n$ ， $x_2 \in R^n$ ， u_H 代表正常運作的致動器， u_F 代

表容易故障的致動器。在變結構控制理論中， G_H 必須是非奇異矩陣，如此一來才存在等效控制[34]。所以我們必須假設事先設定運作正常的致動器 $u_H \in R^n$ 而且

$G_H \in R^{n \times n}$ 為非奇異矩陣。這項假設代表我們盡可能地將敏感致動器的數目假設夠多，也就是說我們盡可能地考慮各種會產生錯誤的情形。

首先，我們先設計正常運作的致動器(u_H)之控制律。假設容易故障之致動器有某些出錯或全部出錯，因此(4.4)可寫成

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i(\mathbf{x}) \mathbf{x} + \Delta f + G(\mathbf{x})u + G_F(\mathbf{x})(u_F^* - u_F)$$

其中， u_F^* 代表實際的控制值， u_F 代表我們設計之控制值。這項方法主要的概念是將 $G_F(\mathbf{x})(u_F^* - u_F)$ 視為外來的干擾並且設計出一個控制律來抵消它。設計過程如下:根據變結構控制理論，先選取一個順滑平面

$$s = x_2 + Mx_1 = 0 \quad (4.5)$$

其中， $M \in R^{n \times n}$ 是一個正定矩陣。我們知道當系統狀態持續保持在順滑平面上時，(4.4)式可改寫成 $\dot{x}_1 + Mx_1 = 0$ ，也就是說 x_1 與 $x_2 = -Mx_1$ 均會指數收斂到零而達到我們所要的穩定度性能。透過(4.4)以及(4.5)式我們會有以下的結果:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \dot{x}_2 + M\dot{x}_1 \\ &= \sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i(\mathbf{x}) \mathbf{x} + \Delta f + G_H(\mathbf{x})u_H + G_F(\mathbf{x})u_F^* + Mx_2 \end{aligned} \quad (4.6)$$

為了抵消外來干擾與系統錯誤，我們提出以下的假設:

假設 4.1:存在一個非負純量函數 $\rho_i(x, t)$ 使得

$$\|(\Delta f)_i\| + \|(G_F(\mathbf{x})u_F^*)_i\| \leq \rho_i(x, t), \quad i = 1, \dots, n$$

利用變結構控制理論[35]設計出的控制律如下:

$$u_H = -G_H^{-1}(\mathbf{x}) \left\{ \sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i(\mathbf{x}) \mathbf{x} + Mx_2 + \Lambda_H \cdot \text{sgn}(s) \right\} \quad (4.7)$$

其中 $\Lambda_H = \text{diag}(\rho_1(x, t) + \eta_1, \dots, \rho_n(x, t) + \eta_n)$ ， $\eta_i > 0$ ， $i = 1, \dots, n$

$\text{sgn}(s) = (\text{sgn}(s_1), \dots, \text{sgn}(s_n))^T$ 代表符號函數。透過(4.7)式與假設 4.1我們可知

$$\begin{aligned} s^T \dot{s} &= s^T \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i(\mathbf{x}) \mathbf{x} + \Delta f + G_H(\mathbf{x})u_H + G_F(\mathbf{x})u_F^* + Mx_2 \right) \\ &= s^T \left(\Delta f + G_F(\mathbf{x})u_F^* - \Lambda_H \cdot \text{sgn}(s) \right) \\ &\leq - \sum_{i=1}^n \eta_i \cdot |s_i| \end{aligned}$$

由上式告訴我們系統狀態會在有限時間內到達順滑平面[35]。事實上，當我們所選取的 η_i 值越大則系統狀態第一次到達順滑平面的時間就越短[35]。

接下來設計當容易錯誤的致動器(u_F)運作正常時之控制律。透過(4.5)，(4.6)，(4.7)式我們可以得到以下的結果:

$$s^T \dot{s} = s^T \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i(x) A_i(x) x + \Delta f + G_H u_H + G_F u_F + M x_2 \right) \leq s^T G_F(x) u_F - \sum_{i=1}^n \eta_i \cdot |s_i| \quad (4.8)$$

很明顯地，我們將 u_F 的控制器設計成

$$u_F = -\Lambda_F \cdot \text{sgn}(G_F^T(x)s) \quad (4.9)$$

如此一來，系統狀態就會比容易故障的致動器全部錯誤 ($u_F = 0$) 時更快到達順滑平面，其中 $\Lambda_F = \text{diag}(\eta_{n+1}, \dots, \eta_{n+m})$ 且 $\eta_{n+i} \geq 0$ ， $i = 1, \dots, m$ 。將(4.9)式代入(4.8)式，則(4.8)式可改寫成：

$$s^T \dot{s} \leq - \sum_{i=1}^n \eta_i \cdot |s_i| - \sum_{i=n+1}^{n+m} \eta_i \cdot \left| (G_F(x)^T s)_i \right|$$

這樣的結果表示 u_F 在兼顧到穩定度的狀況下可以從零變化到允許的最大控制輸入值，也就是 u_F 故障的情形可以是全部發生錯誤，部分發生錯誤，任何形式的衰減或放大以及組合。因此結果如下：

定理 4.1：令假設 4.1 成立，在(4.7)，(4.9)兩個控制律作用下無論 u_F 全部故障或部份故障，則(4.4)的原點就會是局部漸進穩定 (LAS)。

4.3.2 主動式可靠度控制器

之前介紹的被動式可靠度控制器不需要錯誤偵測與診斷的資料，但是必須事先設定一些容易故障的致動器。有一點我們必須要知道，事實上很難去斷定哪些是健康的致動器或者哪些是敏感的致動器。通常是等到錯誤真的發生時，才會知道哪個致動器故障了。雖然被動式可靠度控制器可以達到穩定度的性能指標，但是這種不管錯誤是否發生控制器都不會改變的方式是一種保守的方式。由於缺乏錯誤偵測與診斷的資料，被動式的可靠度控制器通常會過度地估計錯誤值的大小。雖然這種過度估計的情形會加快系統狀態收斂到順滑平面的時間，不過有可能會導致一些我們不想要的性能表現，例如：控制能量的浪費以及所設計出來的控制輸入大小超過系統所允許的範圍。為了改善這種情形，以下提出主動式可靠度控制器的設計方法。

在錯誤發生之前，工程師也許會採用各種控制律來實現所要的系統性能指標。一旦錯誤發生時，原來的系統可能會變得不穩定而且有可能出現一些我們不想要的暫態

[36]。在偵測與診斷過錯誤之後，控制律將會被切換成主動式可靠度控制律並且如我們預期地系統狀態將會收斂。不失一般性，我們假設錯誤發生在以下這些控制輸入埠 $u_{k+1}, \dots, u_{n+m}, k \geq n$ 而且這些故障的控制輸入不實際輸出值也成功地被偵測到且被診斷為 $u_j^* = \hat{u}_j + \Delta u_j, j = k+1, \dots, n+m$ 。其中 \hat{u}_j 代表估計的控制值， Δu_j 代表估計誤差。我們定義的順滑平面如(4.5)式，我們可以得到以下的結果

$$\dot{s} = \dot{x}_2 + M\dot{x}_1 = \sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i(\mathbf{x}) \mathbf{x} + \Delta \mathbf{f}(\mathbf{x}) + G_H(\mathbf{x}) \mathbf{u}_H + G_F(\mathbf{x}) (\hat{\mathbf{u}}_F + \Delta \mathbf{u}_F) + M \mathbf{x}_2$$

其中 $\mathbf{u}_H = (u_1, \dots, u_k)^T, \mathbf{u}_F = (u_{k+1}, \dots, u_{n+m})^T, \hat{\mathbf{u}}_F = (\hat{u}_{k+1}, \dots, \hat{u}_{n+m})^T,$

$\Delta \mathbf{u}_F = (\Delta u_{k+1}, \dots, \Delta u_{n+m})^T, G_H = [g_1(\mathbf{x}), \dots, g_k(\mathbf{x})], G_F = [g_{k+1}(\mathbf{x}), \dots, g_{n+m}(\mathbf{x})]$
 $g_j(\mathbf{x})$ 代表 $G(\mathbf{x})$ 第 j 行。我們將 $\Delta \mathbf{f}(\mathbf{x}) + G_F(\mathbf{x}) \Delta \mathbf{u}_F$ 視為干擾並且提出以下的假設：

假設 4.2 : 存在一個非負存量函數 $\sigma_i(x, t)$ 使得

$$\|\Delta \mathbf{f}(\mathbf{x})\| + \|G_F(\mathbf{x}) \Delta \mathbf{u}_F\| \leq \sigma_i(x, t), i = 1, \dots, n$$

很明顯地，如果估測誤差 $|\Delta u_j|, j = k+1, \dots, n+m$ 很小的話，假設 4.2 的 $\sigma_i(x, t)$ 值會比 Assumption 4.1 的 $\rho_i(x, t)$ 值小很多，事實上，錯誤診斷越精準估測誤差就會越小，也就是說觀察器的設計是一個很重要的步驟。透過與之前被動式可靠度控制器同樣的設計程序，我們可以將正常致動器的控制律設計成

$$\mathbf{u}_H = -G_H^T(\mathbf{x})(G_H(\mathbf{x})G_H^T(\mathbf{x}))^{-1} \times \left\{ \sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i(\mathbf{x}) \mathbf{x} + G_F(\mathbf{x}) \hat{\mathbf{u}}_F + M \mathbf{x}_2 + \Lambda_H \cdot \text{sgn}(\mathbf{s}) \right\} \quad (4.10)$$

其中 $\Lambda_H = \text{diag}(\sigma_1(x, t) + \eta_1, \dots, \sigma_n(x, t) + \eta_n), \eta_i > 1, i = 1, \dots, n$ ，值得注意的一點是(4.10)中的 $G_F(\mathbf{x}) \hat{\mathbf{u}}_F$ 與錯誤診斷的資料有關。因此透過假設 4.2 我們可以得到以下的結果

$$s^T \dot{s} = s^T \{G_F(\mathbf{x}) \Delta \mathbf{u}_F - \Lambda_H \cdot \text{sgn}(\mathbf{s})\} \leq - \sum_{i=1}^n \eta_i |s_i|$$

在此提出一項結果

定理 4.2 : 假設原系統(4.1)在這些控制輸入 $u_{k+1}, \dots, u_{n+m}, k \geq n$ 發生了驅動器故障的情形，同時估計的值为 \hat{u}_j 且估計誤差為 Δu_j 。除此之外，如果這些錯誤與外來干

擾滿足假設 4.2，則系統的原點在控制律(4.10)給定的情況下會是局部漸進穩定(LAS)。

4.4 衛星姿態之可靠度控制

4.4.1 衛星動態

首先考慮在原型軌道上有三個致動器的衛星系統動態方程式。根據尤拉方程式的定義[8]，衛星系統動態方程式以角動量守衡法則來表現有以下形式

$$T + G = \frac{dh}{dt} = \left[\frac{dh}{dt}\right]_b + w \times h \quad (4.11)$$

其中 T 代表外界的干擾(包括太陽壓力力矩(solar pressure torque),磁場干擾(magnetic field disturbance)以及外部輸入力矩(external input torque))， G 是地球的重力梯度力矩(gravity gradient torque)， h 是總角動量， w 是主軸的角度率。這個符號 $[\cdot]_b$ 是表示衛星相對於本體座標軸。定義 $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ 為本體座標軸中的標準基底向量，因此總角動量可以表示成：

$$h = (I_x w_x + h_{wx})\hat{i} + (I_y w_y + h_{wy})\hat{j} + (I_z w_z + h_{wz})\hat{k} \quad (4.12)$$

其中 I_x, I_y, I_z 為相對於 x, y, z 軸的慣量， w_x, w_y, w_z 定義為相對應於 x, y, z 軸的角度率， h_{wx}, h_{wy}, h_{wz} 為輸入力矩。將(4.12)式代入(4.11)式可得

$$T + G = \begin{pmatrix} I_x \dot{w}_x + \dot{h}_{wx} + (I_z - I_y)w_y w_z + w_y h_{wz} - w_z h_{wy} \\ I_y \dot{w}_y + \dot{h}_{wy} + (I_x - I_z)w_x w_z + w_z h_{wx} - w_x h_{wz} \\ I_z \dot{w}_z + \dot{h}_{wz} + (I_y - I_x)w_x w_y + w_x h_{wy} - w_y h_{wx} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

根據[8]，角度率與尤拉角度率有以下的關係

$$w_\alpha = \dot{\theta}_\alpha + w_0 E_2 \cdot e_\alpha, \quad \alpha = x, y, z \quad (4.14)$$

定義 $\theta_x = \phi, \theta_y = \theta, \theta_z = \psi$ 為相對於 x, y, z 軸的旋轉角度， E_2 為軌道座標的單位向量， e_α 為本軸的單位向量， w_0 為軌道率。將(4.14)式寫成向量形式：

$$w = \begin{pmatrix} \dot{\phi} - w_0 \cdot \sin\psi \cdot \cos\theta \\ \dot{\theta} + w_0(\cos\psi \cdot \cos\phi - \sin\psi \cdot \sin\theta \cdot \sin\phi) \\ \dot{\psi} + w_0(\cos\psi \cdot \sin\phi + \cos\phi \cdot \sin\psi \cdot \sin\theta) \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

重力梯度力矩可以寫成:

$$G = \begin{pmatrix} -3/2 \cdot w_0^2(I_y - I_z)\cos^2\theta \cdot \sin 2\phi \\ 3/2 \cdot w_0^2(I_z - I_x)\sin 2\theta \cdot \cos\phi \\ -3/2 \cdot w_0^2(I_x - I_y)\sin 2\theta \cdot \sin\phi \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

將(4.14),(4.15),(4.16)組合並定義狀態變數

$$x_1 = \phi, x_2 = \theta, x_3 = \psi, x_4 = \dot{\phi}, x_5 = \dot{\theta}, x_6 = \dot{\psi}$$

衛星動態系統可以表示成以下的形式

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4.17)$$

$$\text{其中 } x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6)^T, \ u = (T_x/I_x \ T_y/I_y \ T_z/I_z)^T,$$

$$f = (f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4 \ f_5 \ f_6)^T$$

$$f_1 = x_1 \quad (4.18)$$

$$f_2 = x_2 \quad (4.19)$$

$$f_3 = x_3 \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} f_4 = & w_0 x_6 c x_3 c x_2 - w_0 x_5 s x_3 s x_2 + \frac{I_y - I_z}{I_x} \times [x_5 x_6 + w_0 x_5 c x_1 s x_3 s x_2 + w_0 x_5 c x_3 s x_1 \\ & + w_0 x_6 c x_3 c x_1 + 0.5 w_0^2 s(2x_3) c^2 x_1 s x_2 + 0.5 w_0^2 c^2 x_3 s(2x_1) - w_0 x_6 s x_3 s x_2 s x_1 \\ & - 0.5 w_0^2 s^2 x_2 s^2 x_3 s(2x_1) - 0.5 w_0^2 s(2x_3) s x_2 s^2 x_1 - 1.5 w_0^2 c^2 x_2 s(2x_1)] + 1/I_x [-\dot{h}_{wx} \\ & - h_{wz}(x_2 + w_0 c x_4 c x_1 - w_0 s x_4 s x_5 s x_1) + h_{wy}(x_6 + w_0 c x_1 s x_4 s x_5 + w_0 c x_4 s x_1)] \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} f_5 = & w_0 x_6 s x_3 c x_1 + w_0 x_4 c x_3 s x_1 + w_0 x_6 c x_3 s x_2 s x_1 + w_0 x_5 s x_3 c x_2 s x_1 \\ & + w_0 x_4 s x_3 s x_2 c x_1 + \frac{I_z - I_x}{I_y} \times [x_4 x_6 + w_0 x_4 c x_1 s x_3 s x_2 + w_0 x_4 c x_3 s x_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -w_0x_6sx_3cx_2 - 0.5w_0^2s(2x_2)s^2x_3cx_1 - 0.5w_0^2cx_2sx_1s(2x_3) + 1.5w_0^2s(2x_2)cx_1] \\
& + 1/I_y[-\dot{h}_{wy} - h_{wx}(x_6 + w_0cx_1sx_4sx_5 + w_0cx_4sx_1) + h_{wy}(x_3 - w_0sx_4cx_5)]
\end{aligned} \tag{4.22}$$

$$\begin{aligned}
f_6 = & w_0x_4sx_1sx_3sx_2 - w_0x_6cx_1cx_3sx_2 - w_0x_5cx_1sx_3cx_2 + w_0x_6sx_3sx_1 \\
& - w_0x_4cx_3cx_1 + \frac{I_x - I_y}{I_z} \times [x_4x_5 + w_0x_4cx_3cx_1 - w_0x_4sx_3sx_2sx_1 - w_0x_5sx_3cx_2 \\
& - 0.5w_0^2s(2x_3)cx_2cx_1 + 0.5w_0^2s^2x_3sx_1s(2x_2) - 1.5w_0^2s(2x_2)sx_1] + 1/I_z[-\dot{h}_{wz} \\
& - h_{wy}(x_3 - w_0sx_4cx_5) + h_{wx}(x_2 + w_0cx_4cx_1 - w_0sx_4sx_2sx_1)]
\end{aligned} \tag{4.23}$$

$$g(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4.24}$$

其中 c 代表 \cos ， s 代表 \sin

以上衛星動態系統主要是描述三個控制輸入的系統，然而，在很多實際的應用中，一個系統通常都會備有冗餘來讓系統正常運作以應付推進器故障的情況。其中一個例子為備有四個推進器的 ROCSAT II 衛星[9]。ROCSAT II 衛星利用轉換矩陣的方式來連結三個推進器與四個推進器，其轉換矩陣為

$$S = \begin{pmatrix} 0.67 & 0.67 & 0.67 & 0.67 \\ 0.69 & -0.69 & -0.69 & 0.69 \\ 0.28 & 0.28 & -0.28 & -0.28 \end{pmatrix} \tag{4.25}$$

因此，(4.17)式可以改寫為

$$\dot{x} = f(x) + \bar{g}(x)\bar{u} \tag{4.26}$$

其中 $f(x)$ 與(4.18)-(4.23)相同， $\bar{g}(x)$ 與 \bar{u} 的形式如下

$$\bar{g}(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.67 & 0.67 & 0.67 & 0.67 \\ 0.69 & -0.69 & -0.69 & 0.69 \\ 0.28 & 0.28 & -0.28 & -0.28 \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

$$\bar{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

在這裡 u_1, u_2, u_3, u_4 為 ROCSAT II 衛星在四個方向上的控制力矩。

整合以上的討論，衛星動態系統為：

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (4.29)$$

$$\dot{x}_2 = f(x) + G(x)u \quad (4.30)$$

$$x_1 \triangleq (\phi \ \theta \ \psi)^T = (x_1 \ x_2 \ x_3)^T$$

$$x_2 \triangleq (\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi})^T = (x_4 \ x_5 \ x_6)^T$$

$$f(x) = (f_4 \ f_5 \ f_6)^T$$

$$G(x) = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.67 & 0.67 & 0.67 & 0.67 \\ -0.69 & -0.69 & -0.69 & 0.69 \\ 0.28 & 0.28 & -0.28 & -0.28 \end{pmatrix}$$

$$A_i(x) = \begin{pmatrix} a_{11_i} & a_{12_i} & a_{13_i} & a_{14_i} & a_{15_i} & a_{16_i} \\ a_{21_i} & a_{22_i} & a_{23_i} & a_{24_i} & a_{25_i} & a_{26_i} \\ a_{31_i} & a_{32_i} & a_{33_i} & a_{34_i} & a_{35_i} & a_{36_i} \end{pmatrix} \Big|_{x_i^0, u_i^0}$$

$$a_{11_i} = \frac{I_y - I_z}{I_x} \left[w_0^2 \cos^2(x_3) \frac{\sin(2x_1)}{2x_1} - w_0^2 \sin^2(x_2) \sin^2(x_3) \frac{\sin(2x_1)}{2x_1} - 3w_0^2 \cos^2(x_2) \frac{\sin(2x_1)}{2x_1} \right],$$

$$a_{12_i} = \frac{I_y - I_z}{I_x} \left[\frac{1}{4} w_0^2 \sin(2x_3) \cos^2(x_1) \frac{\sin(x_2)}{x_2} - \frac{1}{2} w_0^2 \frac{\sin(2x_3)}{2x_3} \sin(x_2) \sin^2(x_1) \right],$$

$$a_{13_i} = \frac{I_y - I_z}{I_x} \left[\frac{1}{2} w_0^2 \frac{\sin(2x_3)}{2x_3} \cos^2(x_1) \sin(x_2) - \frac{1}{4} w_0^2 \sin(2x_3) \frac{\sin(x_2)}{x_2} \sin^2(x_1) \right],$$

$$a_{14_i} = 0,$$

$$a_{15_i} = w_0 \sin(x_3) \sin(x_2) + \frac{I_y - I_z}{I_x} [x_6 + w_0 \cos(x_1) \sin(x_3) \sin(x_2) + w_0 \cos(x_3) \sin(x_1)],$$

$$a_{16_i} = w_0 \cos(x_3) \cos(x_2) + \frac{I_y - I_z}{I_x} [w_0 \cos(x_3) \cos(x_1) - w_0 \sin(x_3) \sin(x_2) \sin(x_1)],$$

$$\begin{aligned}
a_{21_i} &= \frac{I_z - I_x}{I_y} \left[-\frac{1}{4} w_0^2 \cos(x_2) \frac{\sin(x_1)}{x_1} \sin(2x_3) \right], \\
a_{22_i} &= \frac{I_z - I_x}{I_y} \left[-w_0^2 \frac{\sin(2x_2)}{2x_2} \sin^2(x_3) \cos(x_1) + 3w_0^2 \frac{\sin(2x_2)}{2x_2} \cos(x_1) \right], \\
a_{23_i} &= \frac{I_z - I_x}{I_y} \left[-\frac{1}{2} w_0^2 \cos(x_2) \sin(x_2) \frac{\sin(2x_3)}{2x_3} \right], \\
a_{24_i} &= w_0 \cos(x_3) \sin(x_1) + w_0 \sin(x_3) \sin(x_2) \cos(x_1) \\
&\quad + \frac{I_z - I_x}{I_y} [x_6 + w_0 \cos(x_1) \sin(x_3) \sin(x_2) + w_0 \cos(x_3) \sin(x_1)], \\
a_{25_i} &= w_0 \sin(x_3) \cos(x_2) \sin(x_1), \\
a_{26_i} &= w_0 \sin(x_3) \cos(x_1) + w_0 \cos(x_3) \sin(x_2) \sin(x_1) + \frac{I_z - I_x}{I_y} [-w_0 \sin(x_3) \cos(x_2)], \\
a_{31_i} &= \frac{I_x - I_y}{I_z} \left[-\frac{3}{4} w_0^2 \sin(2x_2) \frac{\sin(x_1)}{x_1} \right], \\
a_{32_i} &= \frac{I_x - I_y}{I_z} \left[w_0^2 \sin^2(x_3) \sin(x_1) \frac{\sin(2x_2)}{2x_2} - \frac{3}{2} w_0^2 \frac{\sin(2x_2)}{2x_2} \sin(x_1) \right], \\
a_{33_i} &= \frac{I_x - I_y}{I_z} \left[-w_0^2 \frac{\sin(2x_3)}{2x_3} \cos(x_2) \cos(x_1) \right], \\
a_{34_i} &= w_0 \sin(x_1) \sin(x_3) \sin(x_2) - w_0 \cos(x_3) \cos(x_1) \\
&\quad + \frac{I_x - I_y}{I_z} [x_5 + w_0 \cos(x_3) \cos(x_1) - w_0 \sin(x_3) \sin(x_2) \sin(x_1)], \\
a_{35_i} &= -w_0 \cos(x_1) \sin(x_3) \cos(x_2) + \frac{I_x - I_y}{I_z} [-w_0 \sin(x_3) \cos(x_2)], \\
a_{36_i} &= -w_0 \cos(x_1) \cos(x_3) \sin(x_2) + w_0 \sin(x_3) \sin(x_1)
\end{aligned}$$

其中 $x_i^0, u_i^0, i = 1, \dots, p$ 為選取之 p 個操作

4.4.2 錯誤診斷觀察器設計

本節主要的概念是先利用座標軸轉換的方式將控制輸入明確地分開，如此一來我們就可以即時地診斷出對應每個控制輸入的錯誤並且重組控制器以達到所要控制的目的。示意圖如下：

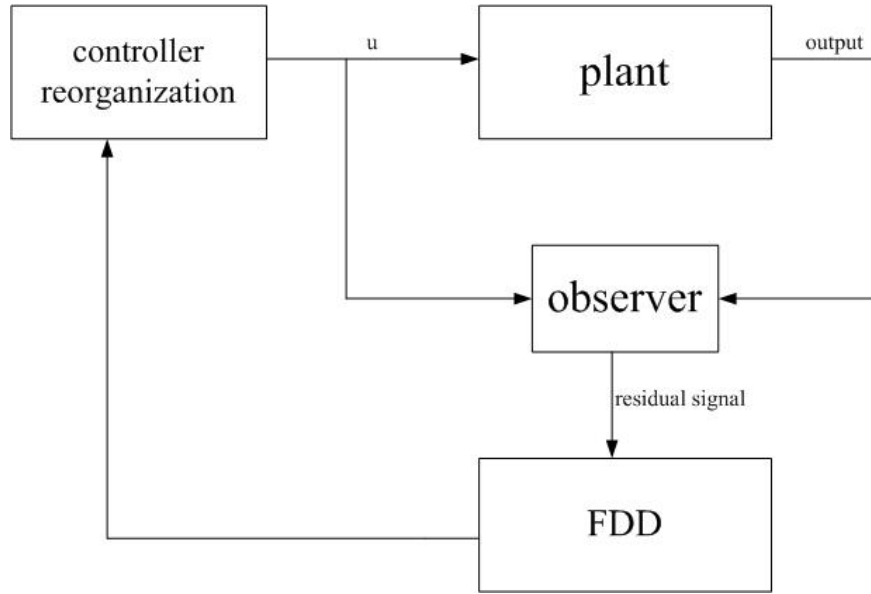


圖 4.1 錯誤偵測診斷程序圖

考慮(4.30)，我們假設所有狀態可量測。很明顯地，四個控制輸入出現在狀態方程式 $\dot{x}_4, \dot{x}_5, \dot{x}_6$ 中。為了要將這些致動器輸入明確地分開來，我們接下來要進行座標轉換

$$z_1 = x_1, z_2 = Px_2 \quad (4.31)$$

$$\text{其中 } P = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix}^{-1} \quad (4.32)$$

且 P 為非奇異矩陣。將新的狀態變數帶入原動態方程式可改寫成

$$\dot{z}_1 = P^{-1}z_2 \quad (4.33)$$

$$\dot{z}_2 = f^{new}(z) + G^{new}(z)u \quad (4.34)$$

$$\text{其中 } f^{new}(z) = P \begin{pmatrix} f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1^{new} \\ f_2^{new} \\ f_3^{new} \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

$$G^{new}(z) = P \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & 1 & l_3 \end{pmatrix} \quad (4.36)$$

很明顯地，(4.34)可寫成

$$\dot{z}_4 = f_1^{new} + u_1 + l_1 u_4 \quad (4.37)$$

$$\dot{z}_5 = f_2^{new} + u_2 + l_2 u_4 \quad (4.38)$$

$$\dot{z}_6 = f_3^{new} + u_3 + l_3 u_4 \quad (4.39)$$

可以看出 z_4 只受 u_1 與 u_4 影響， z_5 只受 u_2 與 u_4 影響， z_6 只受 u_3 與 u_4 影響。只要任何兩個致動器同時發生故障就無法達到所要的控制目的，因此我們只考慮單一驅動器故障之情形。

透過(4.31)-(4.39)的轉換，我們設計觀察器(ξ_i)以及殘留信號(r_i)如下:

$$\dot{\xi}_1 = f_1^{new} + u_1 + l_1 u_4 + k_1(z_4 - \xi_1) \quad (4.40)$$

$$\dot{\xi}_2 = f_2^{new} + u_2 + l_2 u_4 + k_2(z_5 - \xi_2) \quad (4.41)$$

$$\dot{\xi}_3 = f_3^{new} + u_3 + l_3 u_4 + k_3(z_6 - \xi_3) \quad (4.42)$$

$$r_1 = z_4 - \xi_1 \quad (4.43)$$

$$r_2 = z_5 - \xi_2 \quad (4.44)$$

$$r_3 = z_6 - \xi_3 \quad (4.45)$$

其中在(4.40)-(4.42)觀察器方程式中的 u_1, u_2, u_3 以及 u_4 是在正常運作下所設計的控制律並且 $k_i > 0, i = 1, 2, 3$ 。經過我們的設計之後，任何單一致動器的故障都可以被偵察及診斷。實際上，我們之後會展示當 u_1 故障時會導致 $|r_1| \neq 0, |r_2| = |r_3| = 0$ ，當 u_2 故障時會導致 $|r_2| \neq 0, |r_1| = |r_3| = 0$ ，當 u_3 故障時會導致 $|r_3| \neq 0, |r_1| = |r_2| = 0$ ，最後當 u_4 故障時會導致 $|r_1| \neq 0, |r_2| \neq 0, |r_3| \neq 0$ 。為了能觀察到這種結果，我們假設第一個致動器發生故障且實際值為 u_1^* ，定義

$$m_1 = u_1^* - u_1 \quad (4.46)$$

其中 u_1 是設計值， m_1 是實際值與設計值之間的錯誤信號，因此可將(4.37)改寫成:

$$\begin{aligned} \dot{z}_4 &= f_1^{new} + u_1^* + l_1 u_4 \\ &= f_1^{new} + u_1 + l_1 u_4 + m_1 \end{aligned} \quad (4.47)$$

經過(4.37)，(4.40)，(4.43)的運算之後，可得

$$\begin{aligned}\dot{r}_1 &= \dot{z}_1 - \dot{\xi}_1 \\ &= -k_1 r_1 + m_1\end{aligned}\quad (4.48)$$

因為 k_1 是正的，所以 r_1 在經過短暫的暫態之後會逼近於 m_1/k_1 。因此， r_1 會受到錯誤信號 m_1 的影響，也就是

$$m_1 \neq 0 \Rightarrow r_1 \neq 0 \quad (4.49)$$

利用類似的方法，我們可以定義 u_2 ， u_3 以及 u_4 的錯誤信號分別為 m_2 ， m_3 以及 m_4 ，因此我們可以得到以下的關係：

$$m_2 \neq 0 \Rightarrow r_2 \neq 0$$

$$m_3 \neq 0 \Rightarrow r_3 \neq 0$$

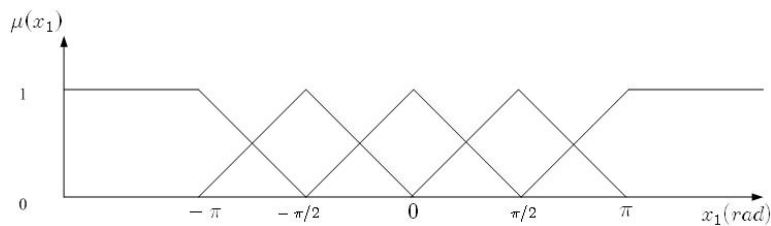
$$m_4 \neq 0 \Rightarrow r_1, r_2, r_3 \neq 0$$

4.4.3 模擬結果

當某個特定的致動器出現故障時，我們使用變結構控制的方法來設計可靠度控制器以求能達到姿態穩定的目的。從(4.29) (4.30) 中，我們可知此系統有六個狀態變數以及四個輸入。 x_1, x_2, x_3 為 x, y, z 三方向的旋轉角度， x_4, x_5, x_6 為相對應的角速度。在模擬中，我們分別對系統六個參數各取五個規則如下：

- 針對 ϕ 取五個規則，為 $\phi = -\pi, -\pi/2, 0, \pi/2, \pi$ 。
- 針對 θ 取五個規則，為 $\theta = -\pi/2, -\pi/4, 0, \pi/4, \pi/2$ 。
- 針對 φ 取五個規則，為 $\varphi = -\pi, -\pi/2, 0, \pi/2, \pi$ 。
- 針對 $\dot{\phi}$ 取五個規則，為 $\dot{\phi} = -1, -0.5, 0, 0.5, 1$ 。
- 針對 $\dot{\theta}$ 取五個規則，為 $\dot{\theta} = -1, -0.5, 0, 0.5, 1$ 。
- 針對 $\dot{\varphi}$ 取五個規則，為 $\dot{\varphi} = -1, -0.5, 0, 0.5, 1$ 。

其模糊歸屬函數如下：



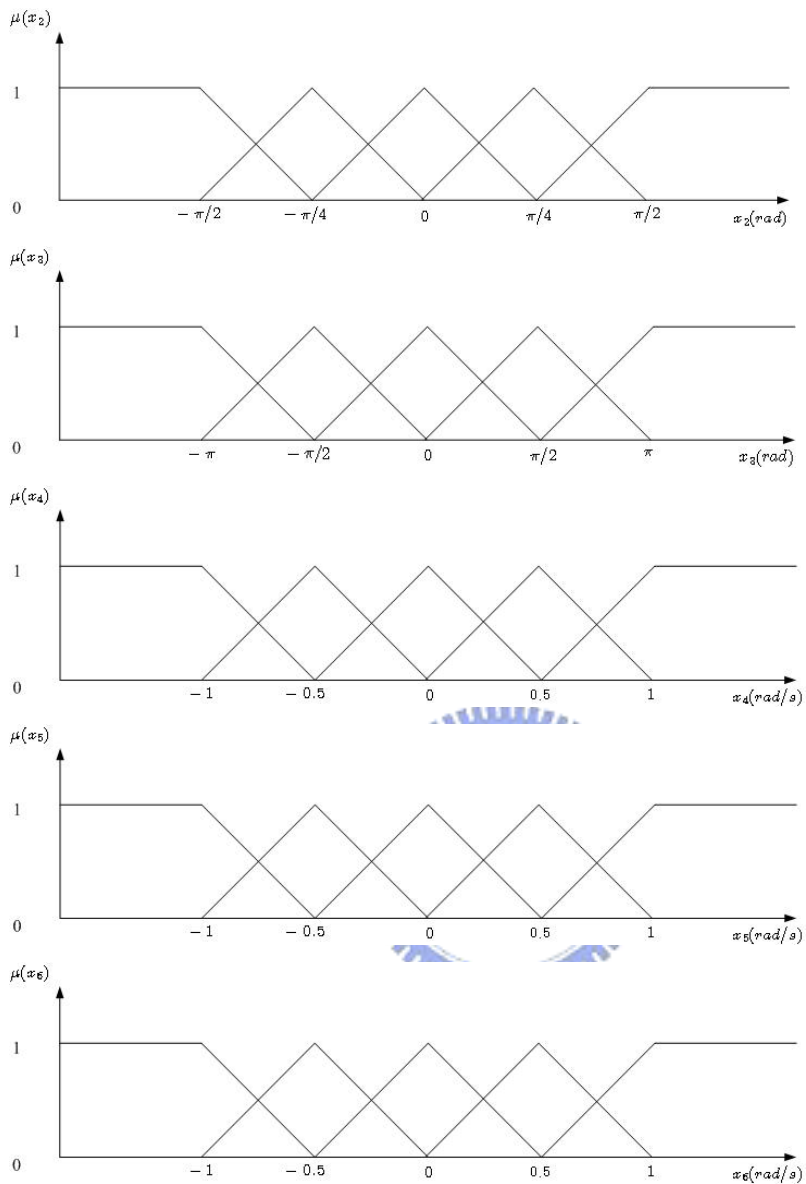


圖 4.2 $x_1 - x_6$ 之歸屬函數

相互搭配之後共有 5^6 條規則，即規則數 $p = 5^6$ 。不過當我們在計算 T-S model 的 $\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i(\mathbf{x}) \mathbf{x}$ 時，並不需要根據每一個時候的狀態分別去算出 5^6 個矩陣然後再去相加。事實上，我們根據每個時候的狀態只需要分別去算 2^6 個矩陣再去相加。以兩個狀態的系統為例，圖 4.4 顯示當 $x_1 = 0.1, x_2 = -0.1$ 時我們只需要將鄰近的四個矩陣 ($A \big|_{x_1=0, x_2=-0.5}, A \big|_{x_1=0.5, x_2=-0.5}, A \big|_{x_1=0, x_2=0}, A \big|_{x_1=0.5, x_2=0}$) 依照權重關係相加即為此狀

態所對應的 $\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i(\mathbf{x}) \mathbf{x}$ ，因為此狀態針對其他操作點的矩陣權重都是 0。依此類

推，當系統有六個變數時，欲計算 $\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i(\mathbf{x}) \mathbf{x}$ 只需將相鄰的 2^6 個矩陣相加即可。

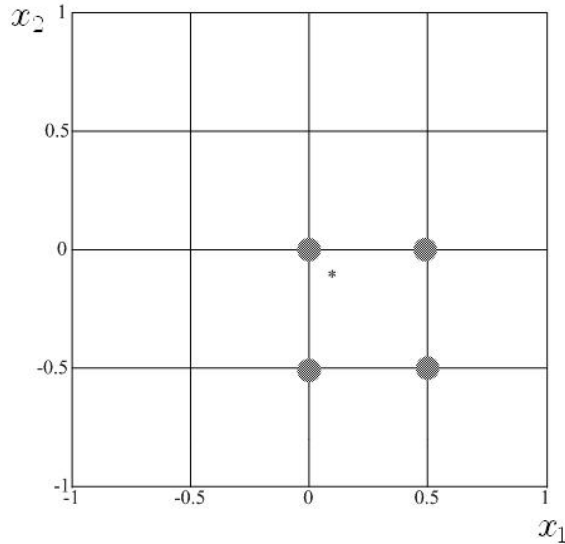


圖 4.3 在每一個時間間隔中所觸發四個相鄰的操作點

假設 $G(x) = [g_1, g_2, g_3, g_4]$ ，其中 $g_i, i = 1, 2, 3, 4$ 為 $G(x)$ 的四個行向量且其中任三個為線性獨立。我們的目標是要將衛星穩定到某個我們所需要的姿態。最後，我們定義相對於 x_1, x_2, x_3 所需要的角度為 x_{1d}, x_{2d}, x_{3d} 且定義姿態間的誤差為

$$e = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 - x_{1d} \\ x_2 - x_{2d} \\ x_3 - x_{3d} \end{pmatrix} \quad (4.50)$$

所選取的順滑平面為

$$s = \dot{e} + Me = 0$$

$$\Rightarrow s = \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{e}_1 + m_{11}e_1 \\ \dot{e}_2 + m_{22}e_2 \\ \dot{e}_3 + m_{33}e_3 \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

其中 M 是 3×3 的正定對角矩陣，對角線元素為 m_{11}, m_{22}, m_{33} ，

$f_1^{ts} = (\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i(\mathbf{x}) \mathbf{x})_1$ ， $f_2^{ts} = (\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i(\mathbf{x}) \mathbf{x})_2$ ， $f_3^{ts} = (\sum_{i=1}^p \alpha_i(\mathbf{x}) A_i(\mathbf{x}) \mathbf{x})_3$ 。根據

前幾節所討論的可靠度控制設計程序，所設計出來的被動式與主動式可靠度控制器如

下

A. 被動式可靠度控制器

(a) 當 u_1 故障

$$\begin{pmatrix} u_2^{eq} \\ u_3^{eq} \\ u_4^{eq} \end{pmatrix} = (g_2 \ g_3 \ g_4)^{-1} \begin{pmatrix} -f_1^{ts} + \ddot{x}_{1d} - m_{11}\dot{e}_1 \\ -f_2^{ts} + \ddot{x}_{2d} - m_{22}\dot{e}_2 \\ -f_3^{ts} + \ddot{x}_{3d} - m_{33}\dot{e}_3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} u_2^{re} \\ u_3^{re} \\ u_4^{re} \end{pmatrix} = (g_2 \ g_3 \ g_4)^{-1} \begin{pmatrix} -(\rho_1 + \eta_1) \cdot \text{sgn}(s_1) \\ -(\rho_2 + \eta_2) \cdot \text{sgn}(s_2) \\ -(\rho_3 + \eta_3) \cdot \text{sgn}(s_3) \end{pmatrix}$$
$$u_1^{eq} = 0, u_1^{re} = -\eta_4 \cdot \text{sgn}(g_1^T s)$$

(b) 當 u_2 故障

$$\begin{pmatrix} u_1^{eq} \\ u_3^{eq} \\ u_4^{eq} \end{pmatrix} = (g_1 \ g_3 \ g_4)^{-1} \begin{pmatrix} -f_1^{ts} + \ddot{x}_{1d} - m_{11}\dot{e}_1 \\ -f_2^{ts} + \ddot{x}_{2d} - m_{22}\dot{e}_2 \\ -f_3^{ts} + \ddot{x}_{3d} - m_{33}\dot{e}_3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} u_1^{re} \\ u_3^{re} \\ u_4^{re} \end{pmatrix} = (g_1 \ g_3 \ g_4)^{-1} \begin{pmatrix} -(\rho_1 + \eta_1) \cdot \text{sgn}(s_1) \\ -(\rho_2 + \eta_2) \cdot \text{sgn}(s_2) \\ -(\rho_3 + \eta_3) \cdot \text{sgn}(s_3) \end{pmatrix}$$
$$u_2^{eq} = 0, u_2^{re} = -\eta_4 \cdot \text{sgn}(g_2^T s)$$

(c) 當 u_3 故障

$$\begin{pmatrix} u_1^{eq} \\ u_2^{eq} \\ u_4^{eq} \end{pmatrix} = (g_1 \ g_2 \ g_4)^{-1} \begin{pmatrix} -f_1^{ts} + \ddot{x}_{1d} - m_{11}\dot{e}_1 \\ -f_2^{ts} + \ddot{x}_{2d} - m_{22}\dot{e}_2 \\ -f_3^{ts} + \ddot{x}_{3d} - m_{33}\dot{e}_3 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} u_1^{re} \\ u_2^{re} \\ u_4^{re} \end{pmatrix} = (g_1 \ g_2 \ g_4)^{-1} \begin{pmatrix} -(\rho_1 + \eta_1) \cdot \text{sgn}(s_1) \\ -(\rho_2 + \eta_2) \cdot \text{sgn}(s_2) \\ -(\rho_3 + \eta_3) \cdot \text{sgn}(s_3) \end{pmatrix}$$
$$u_3^{eq} = 0, u_3^{re} = -\eta_4 \cdot \text{sgn}(g_3^T s)$$

(d) 當 u_4 故障

$$\begin{pmatrix} u_1^{eq} \\ u_2^{eq} \\ u_3^{eq} \end{pmatrix} = (g_1 \ g_2 \ g_3)^{-1} \begin{pmatrix} -f_1^{ts} + \ddot{x}_{1d} - m_{11}\dot{e}_1 \\ -f_2^{ts} + \ddot{x}_{2d} - m_{22}\dot{e}_2 \\ -f_3^{ts} + \ddot{x}_{3d} - m_{33}\dot{e}_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u_1^{re} \\ u_2^{re} \\ u_3^{re} \end{pmatrix} = (g_1 \ g_2 \ g_3)^{-1} \begin{pmatrix} -(\rho_1 + \eta_1) \cdot \text{sgn}(s_1) \\ -(\rho_2 + \eta_2) \cdot \text{sgn}(s_2) \\ -(\rho_3 + \eta_3) \cdot \text{sgn}(s_3) \end{pmatrix}$$

$$u_4^{eq} = 0, u_4^{re} = -\eta_4 \cdot \text{sgn}(g_4^T s)$$

B. 主動式可靠度控制器

(a) 正常運作

$$\begin{pmatrix} u_1^{eq} \\ u_2^{eq} \\ u_3^{eq} \\ u_4 \end{pmatrix} = G^T(x)(G(x)G^T(x))^{-1} \begin{pmatrix} -f_1^{ts} + \ddot{x}_{1d} - m_{11}\dot{e}_1 \\ -f_2^{ts} + \ddot{x}_{2d} - m_{22}\dot{e}_2 \\ -f_3^{ts} + \ddot{x}_{3d} - m_{33}\dot{e}_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u_1^{re} \\ u_2^{re} \\ u_3^{re} \\ u_4 \end{pmatrix} = G^T(x)(G(x)G^T(x))^{-1} \begin{pmatrix} -(\sigma_1 + \eta_1) \cdot \text{sgn}(s_1) \\ -(\sigma_2 + \eta_2) \cdot \text{sgn}(s_2) \\ -(\sigma_3 + \eta_3) \cdot \text{sgn}(s_3) \end{pmatrix}$$

(b) 當 u_1 故障

$$\begin{pmatrix} u_2^{eq} \\ u_3^{eq} \\ u_4 \end{pmatrix} = (g_2 \ g_3 \ g_4)^{-1} \begin{pmatrix} -f_1^{ts} + \ddot{x}_{1d} - m_{11}\dot{e}_1 - g_{11}\hat{u}_1 \\ -f_2^{ts} + \ddot{x}_{2d} - m_{22}\dot{e}_2 - g_{21}\hat{u}_1 \\ -f_3^{ts} + \ddot{x}_{3d} - m_{33}\dot{e}_3 - g_{31}\hat{u}_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u_2^{re} \\ u_3^{re} \\ u_4 \end{pmatrix} = (g_2 \ g_3 \ g_4)^{-1} \begin{pmatrix} -(\sigma_1 + \eta_1) \cdot \text{sgn}(s_1) \\ -(\sigma_2 + \eta_2) \cdot \text{sgn}(s_2) \\ -(\sigma_3 + \eta_3) \cdot \text{sgn}(s_3) \end{pmatrix}$$

(c) 當 u_2 故障

$$\begin{pmatrix} u_1^{eq} \\ u_3^{eq} \\ u_4 \end{pmatrix} = (g_1 \ g_3 \ g_4)^{-1} \begin{pmatrix} -f_1^{ts} + \ddot{x}_{1d} - m_{11}\dot{e}_1 - g_{12}\hat{u}_2 \\ -f_2^{ts} + \ddot{x}_{2d} - m_{22}\dot{e}_2 - g_{22}\hat{u}_2 \\ -f_3^{ts} + \ddot{x}_{3d} - m_{33}\dot{e}_3 - g_{32}\hat{u}_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u_1^{re} \\ u_3^{re} \\ u_4 \end{pmatrix} = (g_1 \ g_3 \ g_4)^{-1} \begin{pmatrix} -(\sigma_1 + \eta_1) \cdot \text{sgn}(s_1) \\ -(\sigma_2 + \eta_2) \cdot \text{sgn}(s_2) \\ -(\sigma_3 + \eta_3) \cdot \text{sgn}(s_3) \end{pmatrix}$$

(d) 當 u_3 故障

$$\begin{pmatrix} u_1^{eq} \\ u_2^{eq} \\ u_4^{eq} \end{pmatrix} = (g_1 \ g_2 \ g_4)^{-1} \begin{pmatrix} -f_1^{ts} + \ddot{x}_{1d} - m_{11}\dot{e}_1 - g_{13}\hat{u}_3 \\ -f_2^{ts} + \ddot{x}_{2d} - m_{22}\dot{e}_2 - g_{23}\hat{u}_3 \\ -f_3^{ts} + \ddot{x}_{3d} - m_{33}\dot{e}_3 - g_{33}\hat{u}_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u_1^{re} \\ u_2^{re} \\ u_4^{re} \end{pmatrix} = (g_1 \ g_2 \ g_4)^{-1} \begin{pmatrix} -(\sigma_1 + \eta_1) \cdot \text{sgn}(s_1) \\ -(\sigma_2 + \eta_2) \cdot \text{sgn}(s_2) \\ -(\sigma_3 + \eta_3) \cdot \text{sgn}(s_3) \end{pmatrix}$$

(e) 當 u_4 故障

$$\begin{pmatrix} u_1^{eq} \\ u_2^{eq} \\ u_3^{eq} \end{pmatrix} = (g_1 \ g_2 \ g_3)^{-1} \begin{pmatrix} -f_1^{ts} + \ddot{x}_{1d} - m_{11}\dot{e}_1 - g_{14}\hat{u}_4 \\ -f_2^{ts} + \ddot{x}_{2d} - m_{22}\dot{e}_2 - g_{24}\hat{u}_4 \\ -f_3^{ts} + \ddot{x}_{3d} - m_{33}\dot{e}_3 - g_{34}\hat{u}_4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u_1^{re} \\ u_2^{re} \\ u_3^{re} \end{pmatrix} = (g_1 \ g_2 \ g_3)^{-1} \begin{pmatrix} -(\sigma_1 + \eta_1) \cdot \text{sgn}(s_1) \\ -(\sigma_2 + \eta_2) \cdot \text{sgn}(s_2) \\ -(\sigma_3 + \eta_3) \cdot \text{sgn}(s_3) \end{pmatrix}$$

其中 $\hat{u}_i, i = 1, 2, 3, 4$ 為錯誤診斷機制診斷出來的錯誤值， $\rho_i, \sigma_i, i = 1, 2, 3$ 分別滿足 *Assumption 4.1* 與 *Assumption 4.2*。

參數設定與模擬

在本節，我們展示被動式與主動式可靠度控制器的追蹤性能表現並以衛星的推進器當作控制輸入。參數設定如下： $I_x = I_z = 2000N \cdot m \cdot s^2$ ， $I_y = 400N \cdot m \cdot s^2$ ，軌道率 $\omega_0 = 1.032 \times 10^{-3} rad/s$ 。被動式與主動式可靠度控制器的變結構控制方法參數均設定一致： $m_{11} = m_{22} = m_{33} = 2$ ， $\eta_i = 0.7, i = 1, 2, 3, 4$ 。為了改善切跳現象 (chattering)，將符號函數 (sign function) 改為飽和函數 ($\text{sat}(s_i/\epsilon_i)$ ，saturation function) 且其邊界層寬度 $\epsilon_i = 0.05, i = 1, 2, 3$ 。主動式控制器的錯誤診斷機制參數設定如下： $k_i = 10, i = 1, 2, 3$ 。當 $|r_i| \geq 0.01$ 時，警報系統會被觸發。考慮實際情況，我們限制輸入力矩不能超過 1。當警報被觸發時，相對應的主動式可靠度控制器會根據錯誤診斷系統的資料被啟動。為了能觀察性能，我們針對各種情形列舉了以下項目：

- (1) $t_{con}(|x_i| \leq 0.01)$: 狀態到達目標的時間。
- (2) $\max_t |u_i(t)|, i = 1, 2, 3, 4$: 各個輸入力矩的最大值。
- (3) $\|\mathbf{u}\|_\infty (= \sup_t \|\mathbf{u}\|)$: 最大輸入力矩。
- (4) $\int \mathbf{u}^T \mathbf{u}$: 所需總能量。

系統初始值為 $x(0) = [-0.7 \ -0.07 \ 1.5 \ 0.3 \ 1.3 \ -0.2]$ ，最後所要的姿態為 $x_d(t) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$ 。

對於被動式可靠度控制器來說，我們事先設定 u_2 是可能故障的推進器並且模擬五種情況：

- (1) 正常運作
- (2) u_1 在 $t = 2$ 秒時發生故障
- (3) u_2 在 $t = 2$ 秒時發生故障
- (4) u_3 在 $t = 2$ 秒時發生故障
- (5) u_4 在 $t = 2$ 秒時發生故障

對於主動式可靠度控制器來說，控制律會根據錯誤診斷機制來進行切換並且同樣地模擬五種情況。圖 4.5-圖 4.19 展示被動式可靠度控制器的模擬情況，包括系統狀態，順滑函數以及控制輸入。圖 4.20-圖 4.44 展示主動式可靠度控制器的模擬情況，包括系統狀態，順滑函數，殘留訊號，警報訊號以及控制輸入，其中 a_1, a_2, a_3 代表警報訊號，*condition* 代表控制律切換情形， r_1, r_2, r_3 代表殘留訊號。圖 4.45-圖 4.53 為被動式與主動式的比較圖。各項性能指標如表 4.1-表 4.5 所示。

以 u_2 故障的情況下做說明，圖 4.11 說明在此情況下被動式可靠度控制器可以藉由錯誤容忍的方式達到追蹤目的。由圖 4.13 可以觀察到 u_1, u_3, u_4 分別在 $t = 1$ 秒附近各有兩個切跳現象是因為順滑函數 s_1, s_2 到達順滑平面的原因。 u_1, u_2, u_3, u_4 分別在 $t = 2$ 秒附近各有一個切跳現象是因為此時 u_2 發生故障的原因。 u_1, u_4 分別在 $t = 3$ 秒附近各有一個切跳現象是因為順滑函數 s_3 到達順滑平面的關係，可視為在最後階段為了達到目標所以必須增加控制輸入並且做減速的動作。以上現象可以藉由觀察圖 4.12 來驗證。

同樣考慮 u_2 故障的情況，圖 4.30 說明在此情況下主動式可靠度控制器可以藉由錯誤診斷及重組控制器的方式達到追蹤目的。由圖 4.32 可以說明當 u_2 發生故障時， r_2 在 $t = 2$ 秒時會有一個尖峰並且很快地收斂到零，這是因為當警報系統偵測到 r_2 訊號之後開始重組控制律，繼續完成追蹤的目的，同樣的情形也可從圖 4.33 得到驗證。圖 4.33 可以觀察到只有 *alarm2* 在 $t = 2$ 秒的時候發出警報，而且從 *condition* 訊號可以得

知在 $t = 2$ 秒之後會一直顯示為 2 表示警報系統正確回報 u_2 故障的情形。從圖 4.34 可以觀察到 u_1, u_2, u_3, u_4 在 $t = 1.5$ 秒與 $t = 1.9$ 秒左右各有一個切跳現象，這是因為順滑函數 s_1, s_2 到達順滑平面的原因。 $t = 2$ 秒時 u_2 故障，所以之後 u_2 一直為零， u_1, u_3, u_4 在 $t = 2.046$ 秒時切換控制律。 u_1, u_4 在 $t = 4$ 秒左右各有一個切跳現象是因為順滑函數 s_3 到達順滑平面的原因。其他四種情形的分析類似上述情形所以並不再解釋。

從表 4.1-表 4.5 可以觀察到被動式可靠度控制器僅能在正常運作， u_2 故障以及 u_3 故障時能完成任務，而在 u_1 故障以及 u_4 故障的情況下則無法完成任務。主動式可靠度控制器在錯誤偵測與診斷機制正確判斷的情況下都能順利完成任務，所以可以知道主動式可靠度控制器在錯誤偵測與診斷機制可靠度夠高的情況下具有較佳的強健性。同時也可以觀察到使用被動式可靠度控制器時系統狀態到達指定目標的速度普遍較快，這是因為在整個過程中被動式可靠度控制器所使用的總能量都比主動式來得多。



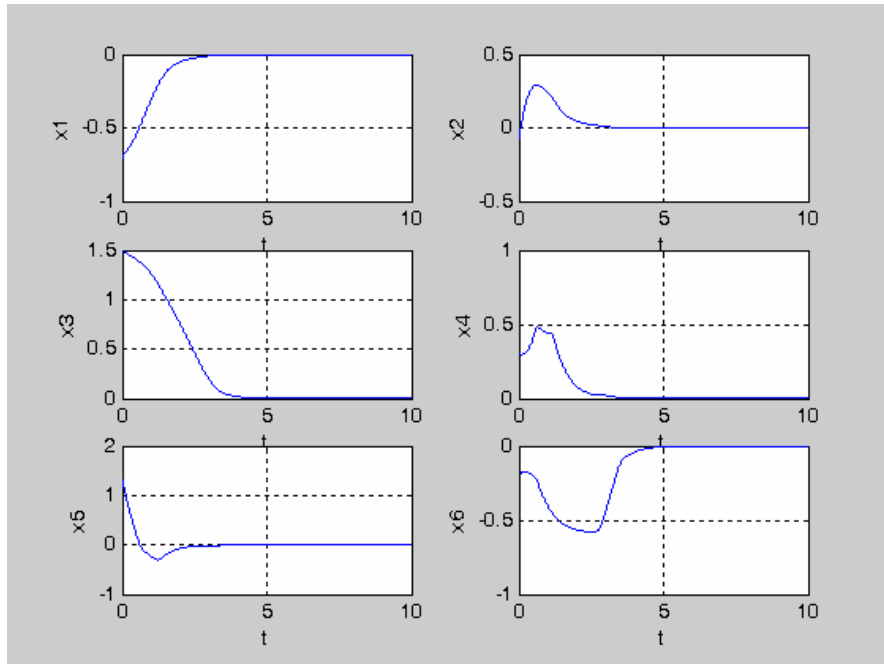


圖 4.5 使用被動式可靠度控制器在正常運作時之系統狀態響應圖

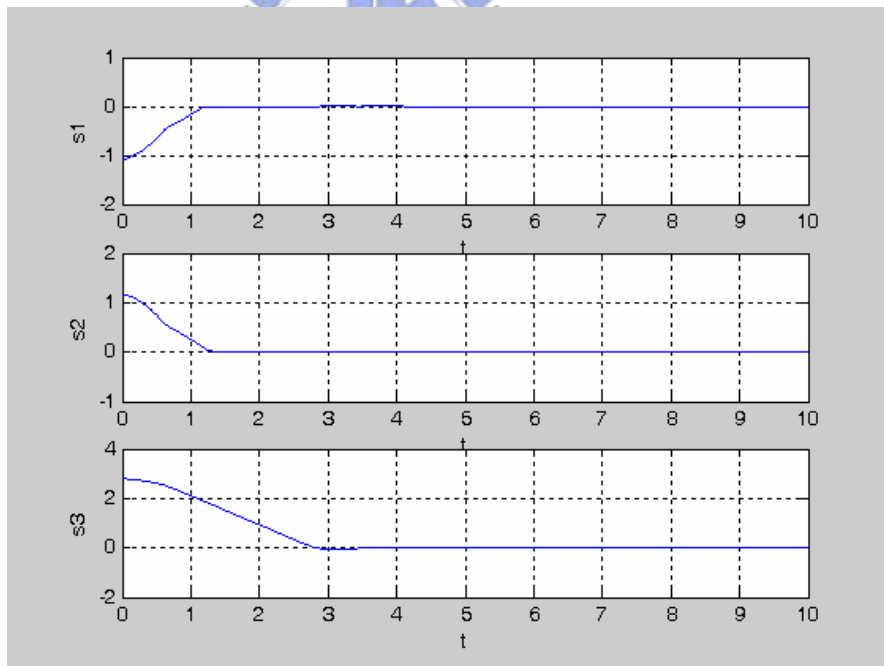


圖 4.6 使用被動式可靠度控制器在正常運作時之順滑函數響應圖

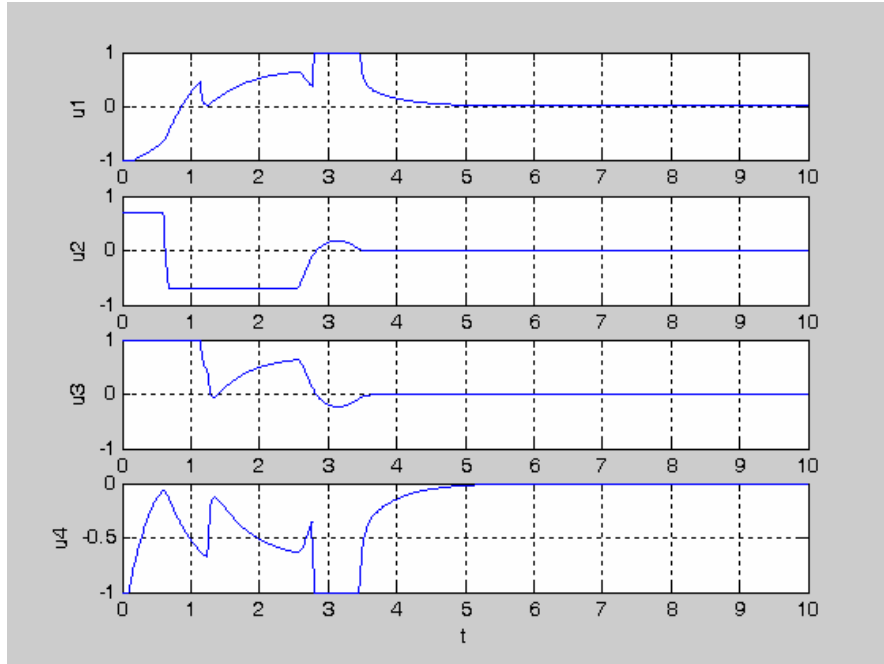


圖 4.7 使用被動式可靠度控制器在正常運作時之控制輸入響應圖

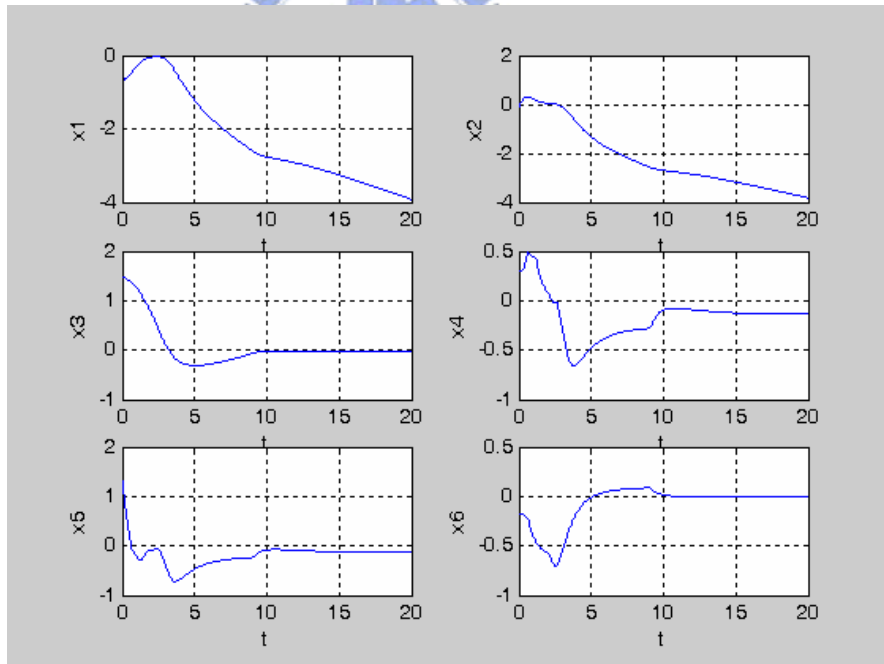


圖 4.8 使用被動式可靠度控制器在 u_1 故障時之系統狀態響應圖

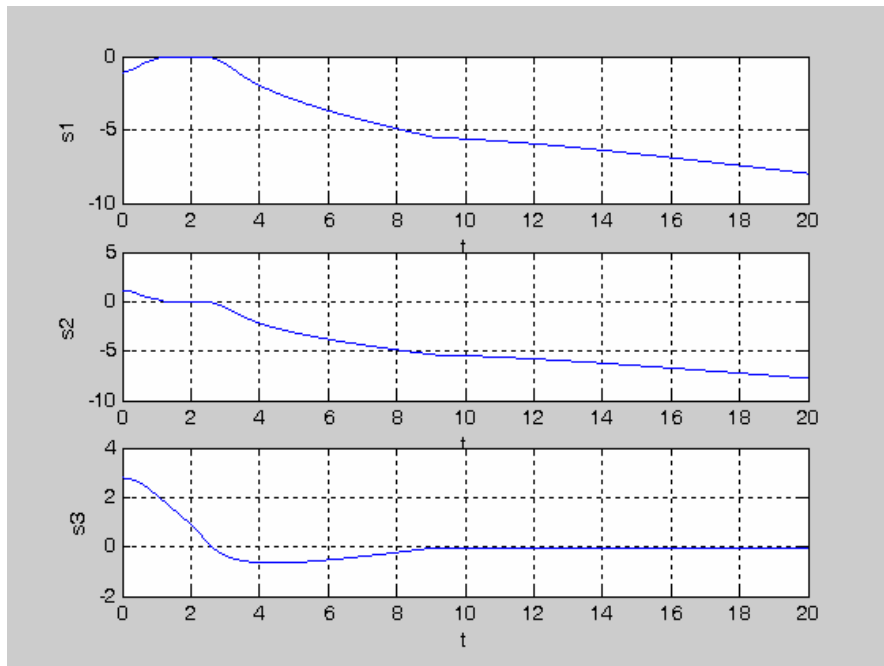


圖 4.9 使用被動式可靠度控制器在 u_1 故障時之順滑函數響應圖

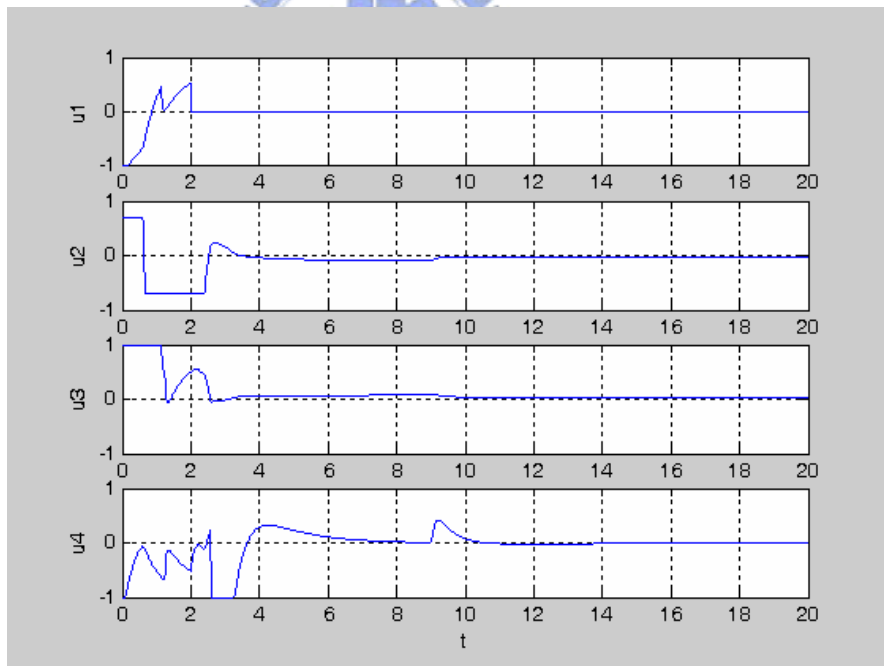


圖 4.10 使用被動式可靠度控制器在 u_1 故障時之控制輸入響應圖

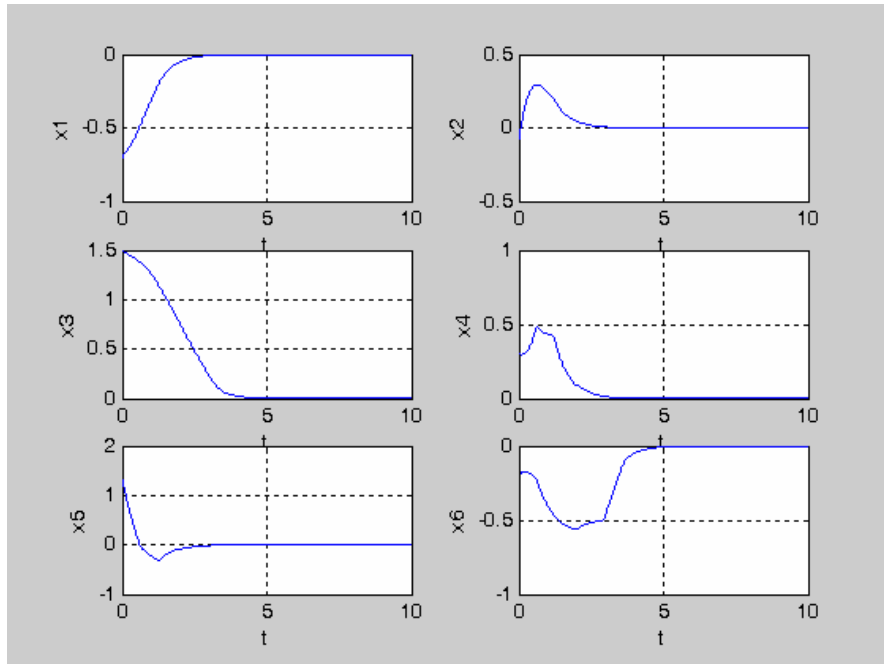


圖 4.11 使用被動式可靠度控制器在 u_2 故障時之系統狀態響應圖

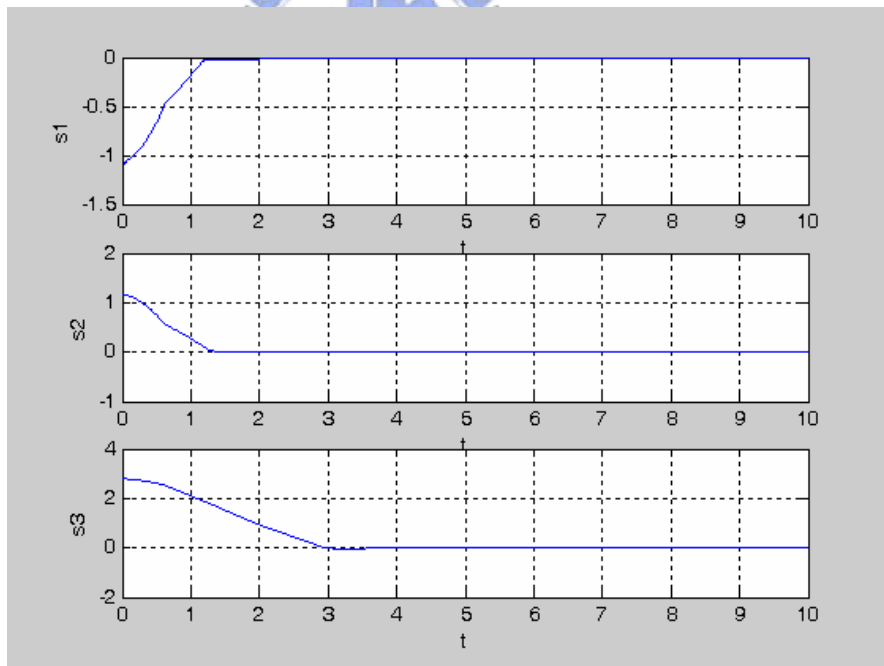


圖 4.12 使用被動式可靠度控制器在 u_2 故障時之順滑函數響應圖

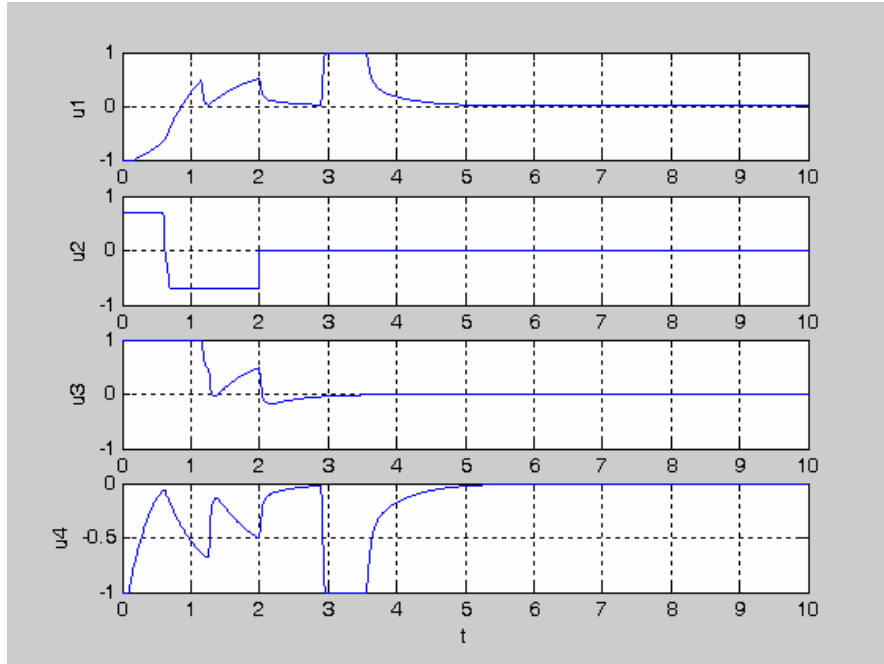


圖 4.13 使用被動式可靠度控制器在 u_2 故障時之控制輸入響應圖

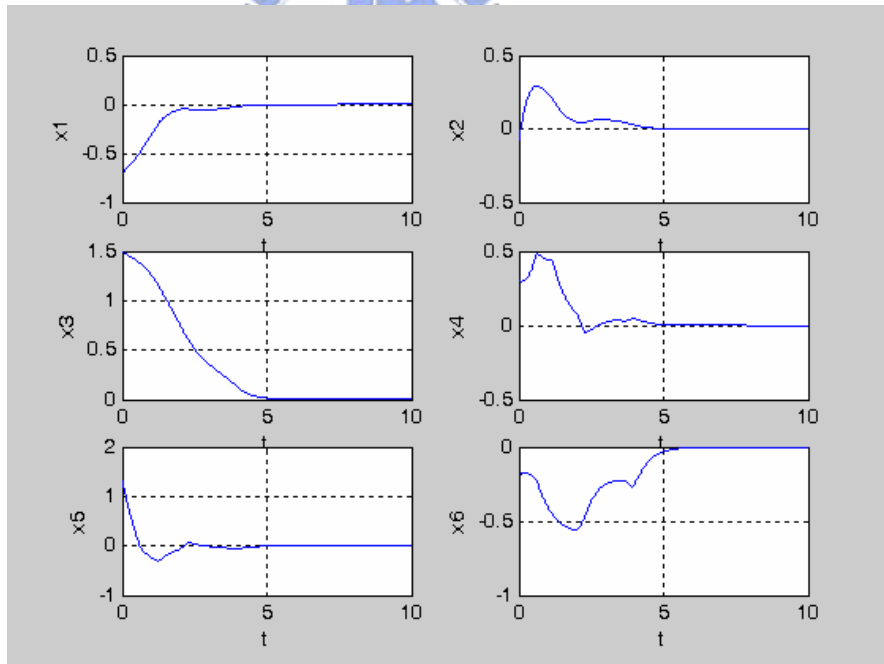


圖 4.14 使用被動式可靠度控制器在 u_3 故障時之系統狀態響應圖

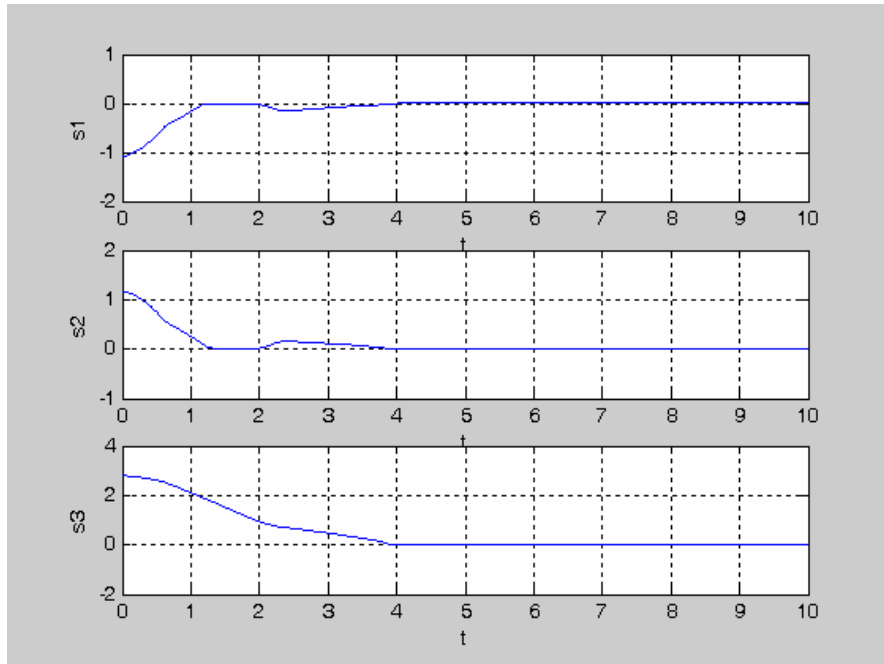


圖 4.15 使用被動式可靠度控制器在 u_3 故障時之順滑函數響應圖

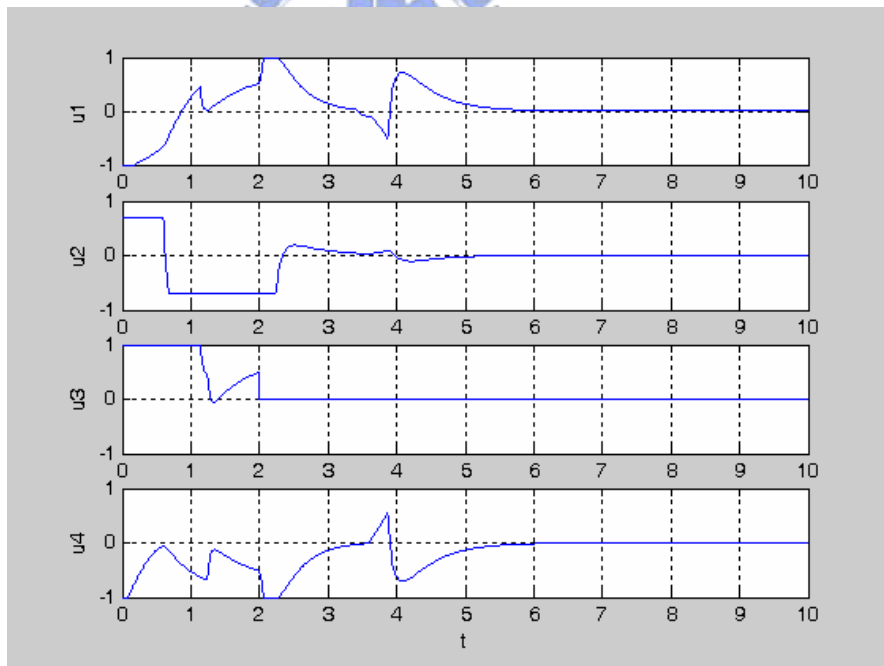


圖 4.16 使用被動式可靠度控制器在 u_3 故障時之控制輸入響應圖

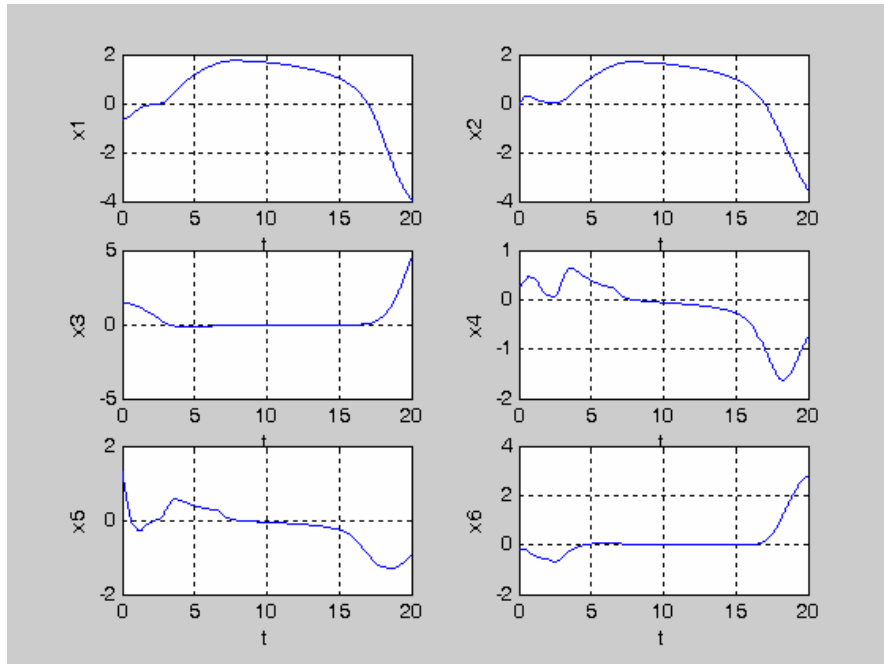


圖 4.17 使用被動式可靠度控制器在 u_4 故障時之系統狀態響應圖

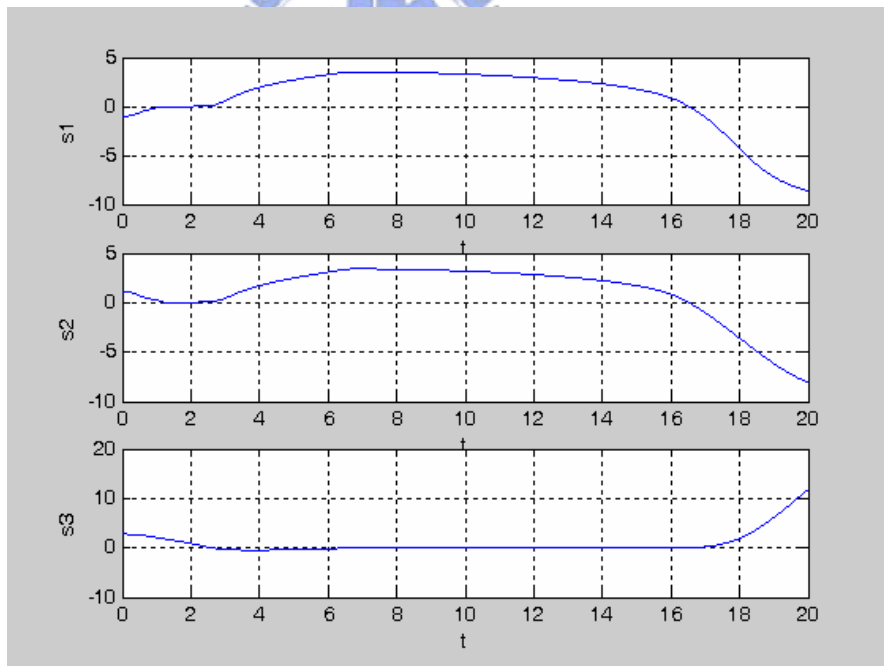


圖 4.18 使用被動式可靠度控制器在 u_4 故障時之順滑函數響應圖

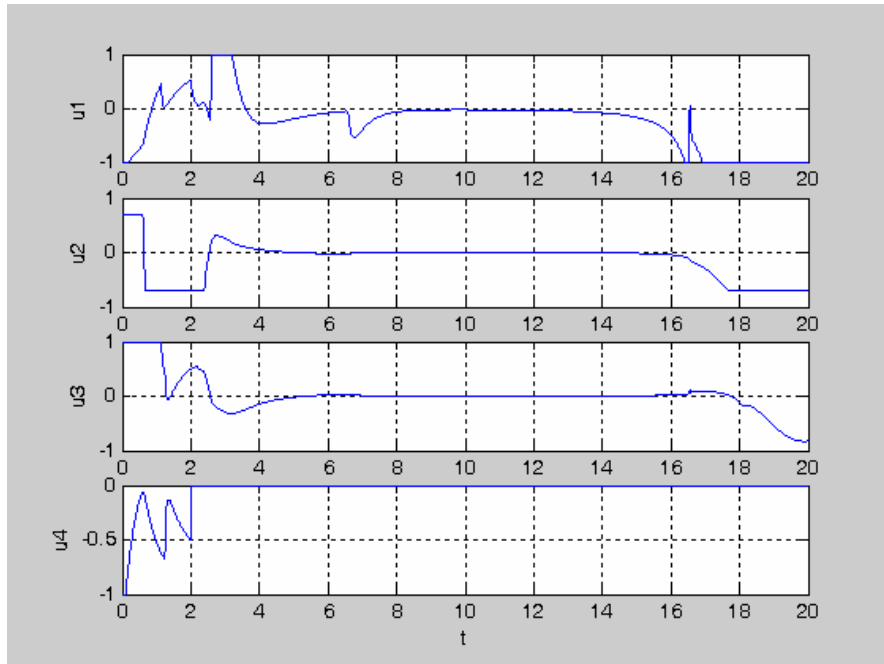


圖 4.19 使用被動式可靠度控制器在 u_4 故障時之控制輸入響應圖

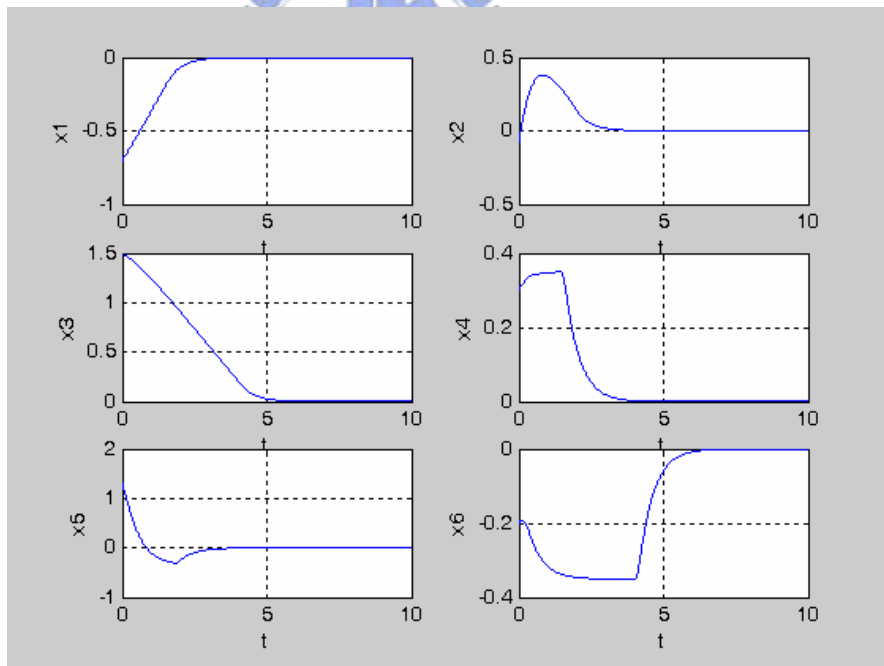


圖 4.20 使用主動式可靠度控制器在正常運作時之系統狀態響應圖

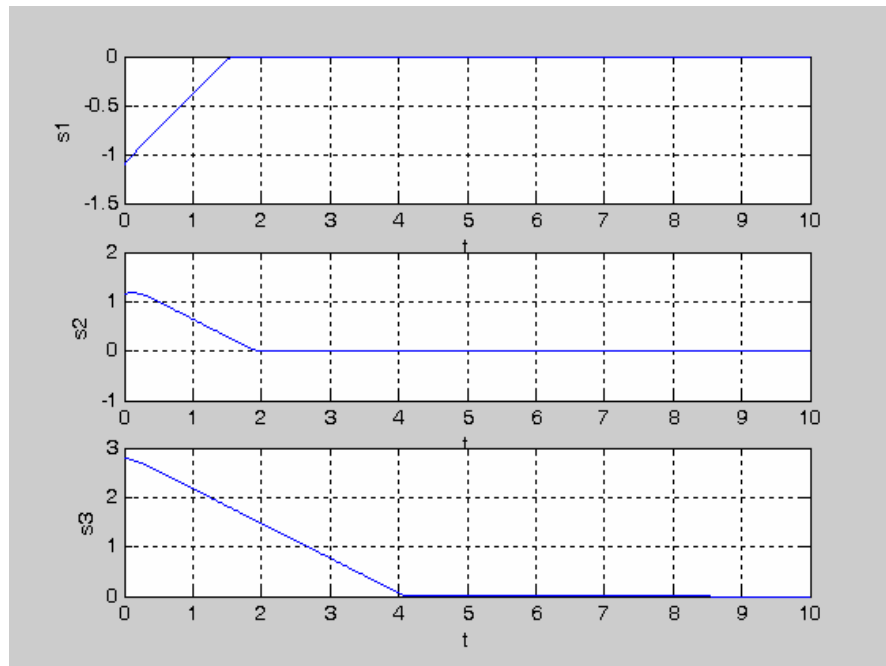


圖 4.21 使用主動式可靠度控制器在正常運作時之平滑函數響應圖

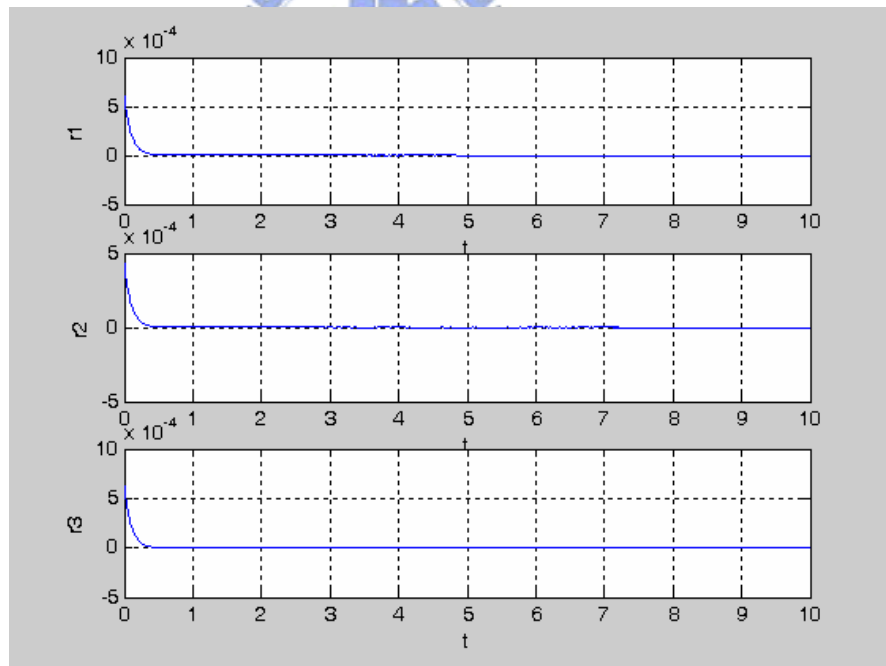


圖 4.22 使用主動式可靠度控制器在正常運作時之殘留訊號響應圖

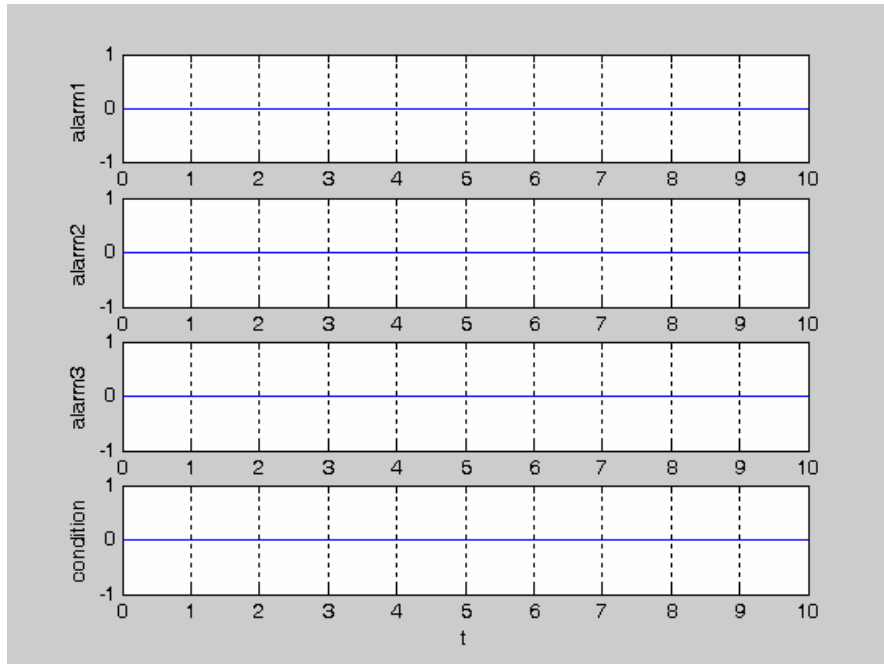


圖 4.23 使用主動式可靠度控制器在正常運作時之警報訊號響應圖

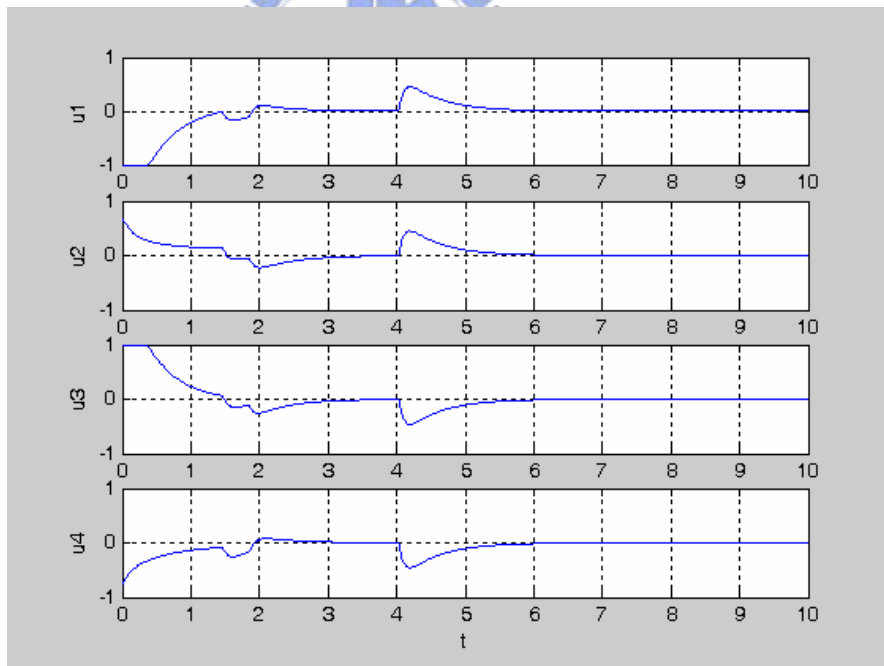


圖 4.24 使用主動式可靠度控制器在正常運作時之控制輸入響應圖

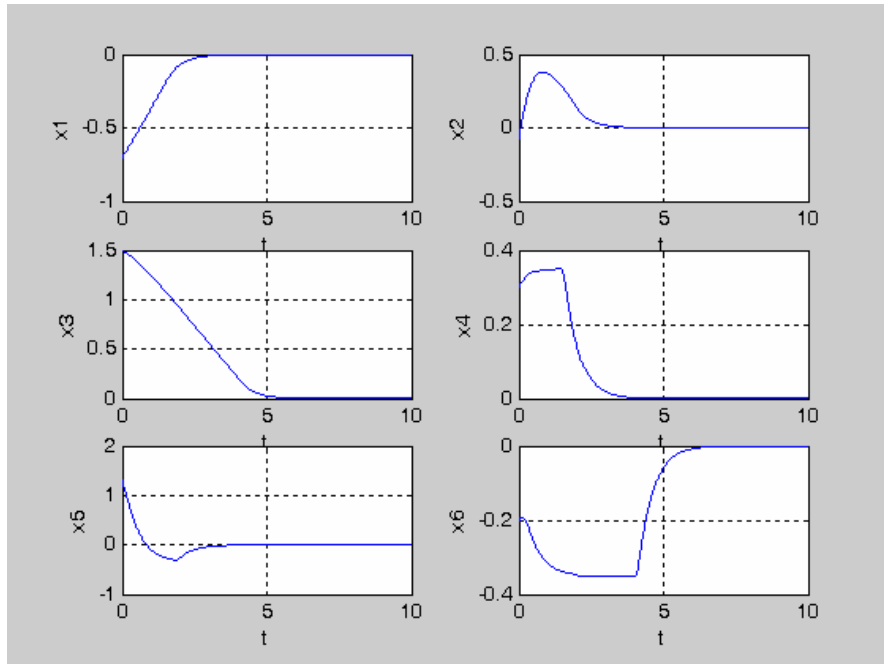


圖 4.25 使用主動式可靠度控制器在 u_1 故障時之系統狀態響應圖

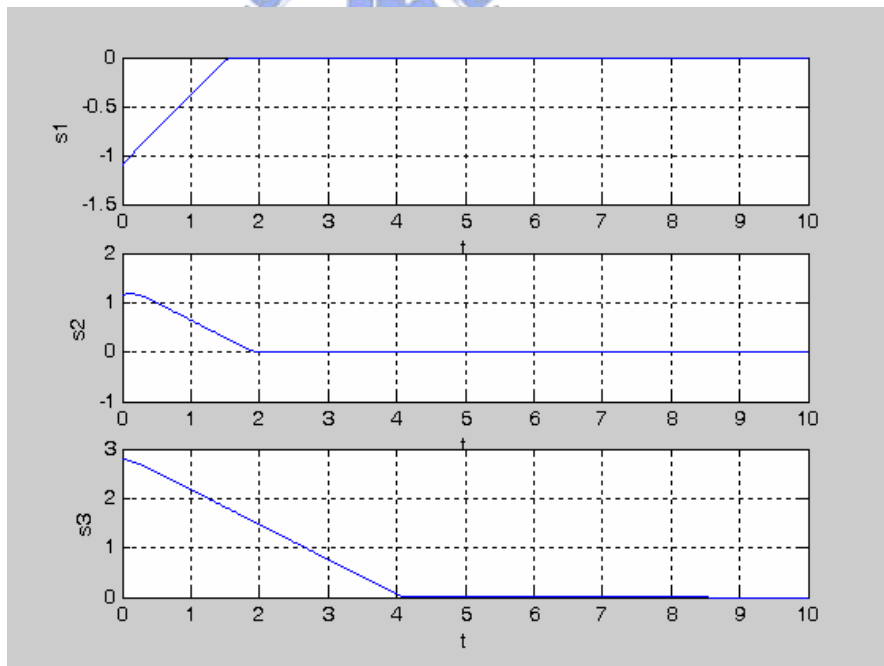


圖 4.26 使用主動式可靠度控制器在 u_1 故障時之順滑函數響應圖

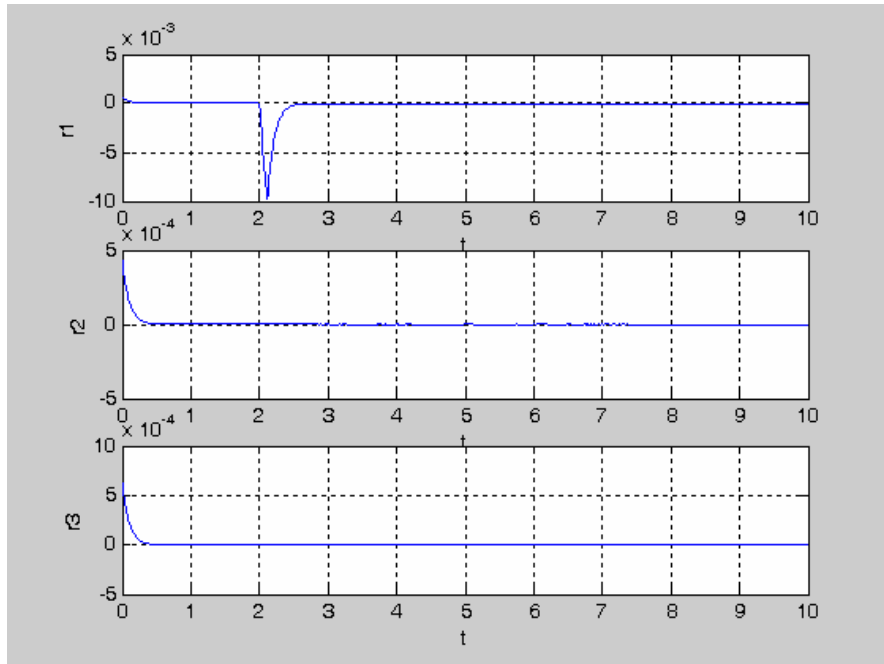


圖 4.27 使用主動式可靠度控制器在 u_1 故障時之殘留訊號響應圖

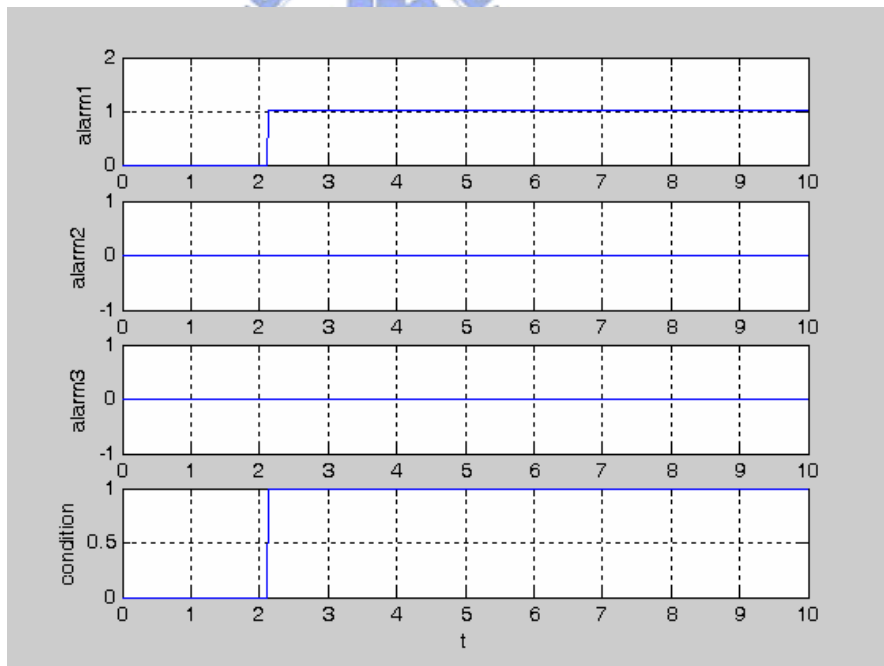


圖 4.28 使用主動式可靠度控制器在 u_1 故障時之警報訊號響應圖

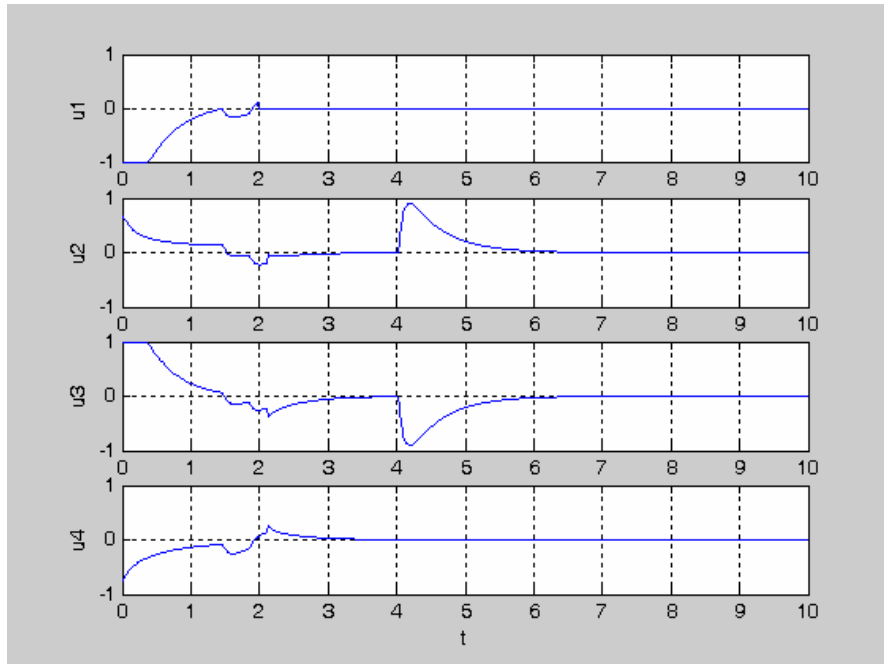


圖 4.29 使用主動式可靠度控制器在 u_1 故障時之控制輸入響應圖

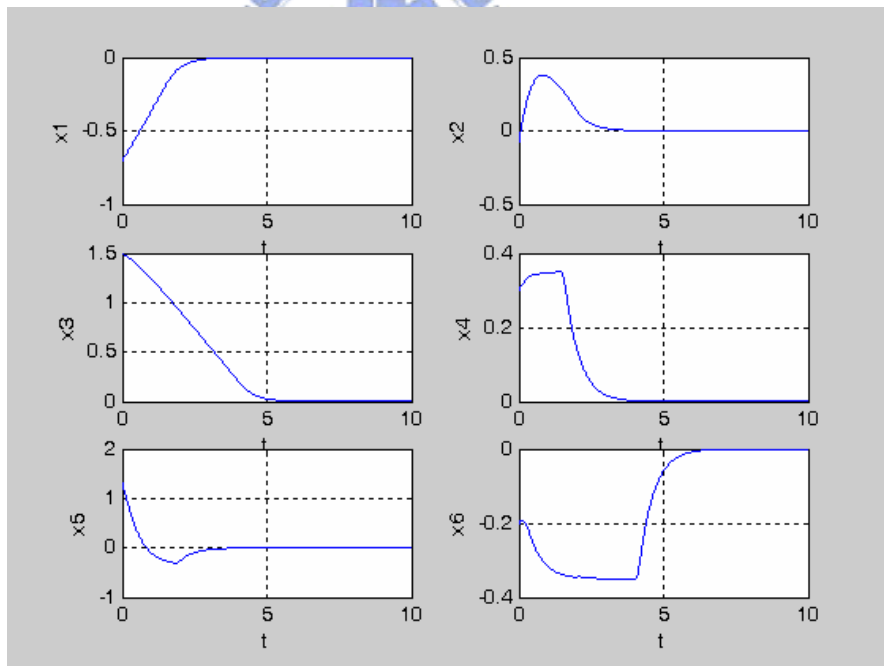


圖 4.30 使用主動式可靠度控制器在 u_2 故障時之系統狀態響應圖

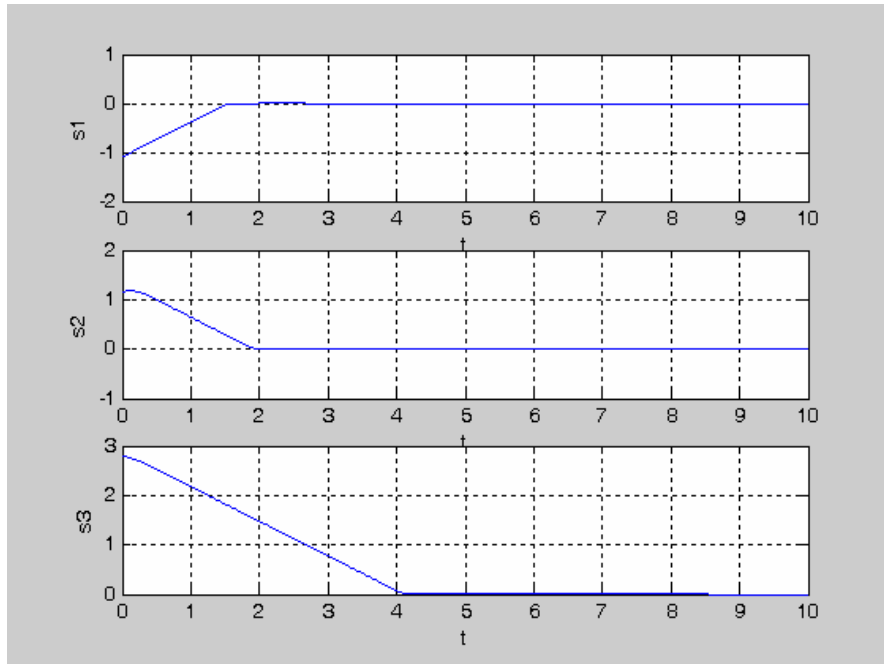


圖 4.31 使用主動式可靠度控制器在 u_2 故障時之順滑函數響應圖

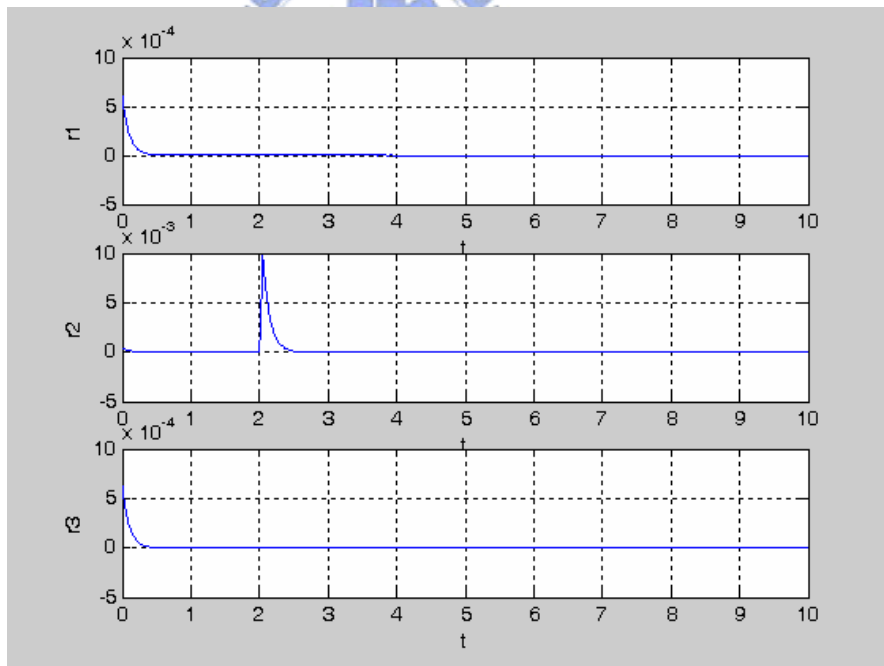


圖 4.32 使用主動式可靠度控制器在 u_2 故障時之殘留訊號響應圖

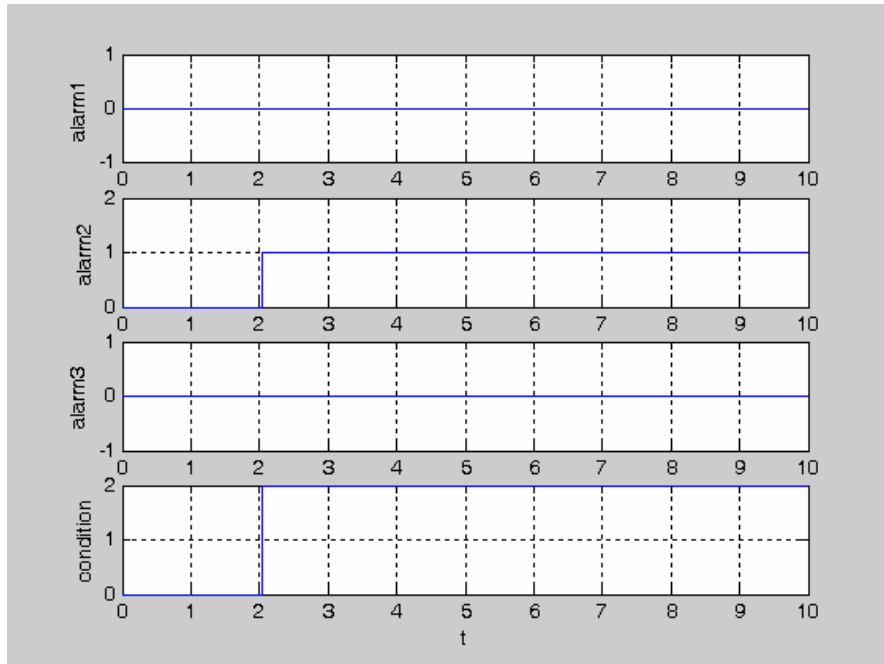


圖 4.33 使用主動式可靠度控制器在 u_2 故障時之警報訊號響應圖

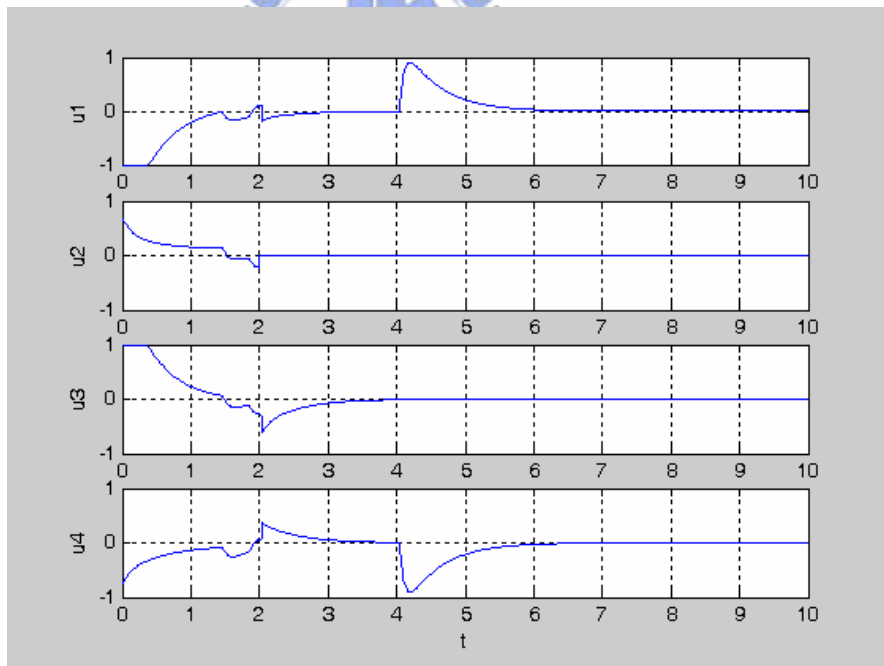


圖 4.34 使用主動式可靠度控制器在 u_2 故障時之控制輸入響應圖

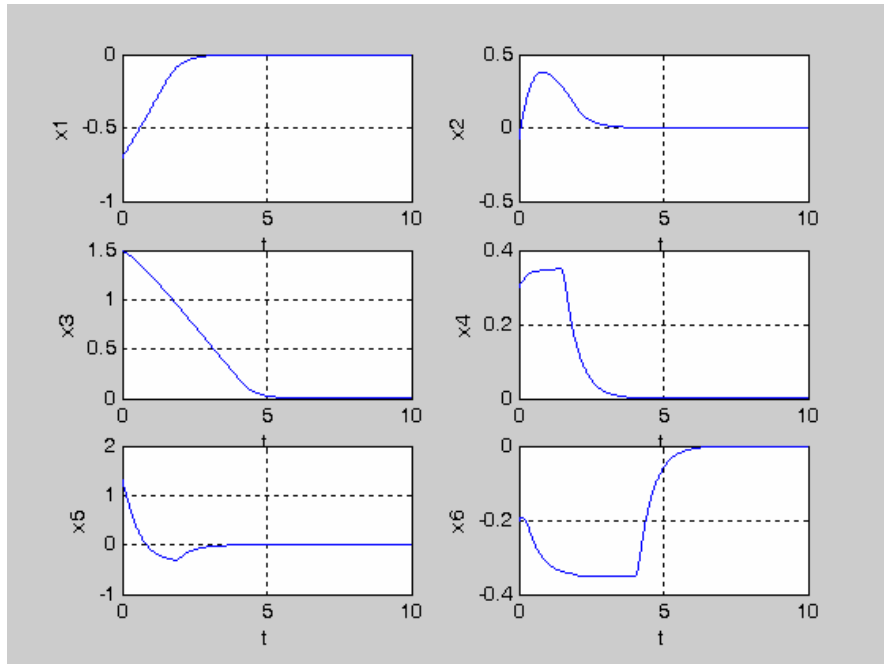


圖 4.35 使用主動式可靠度控制器在 u_3 故障時之系統狀態響應圖

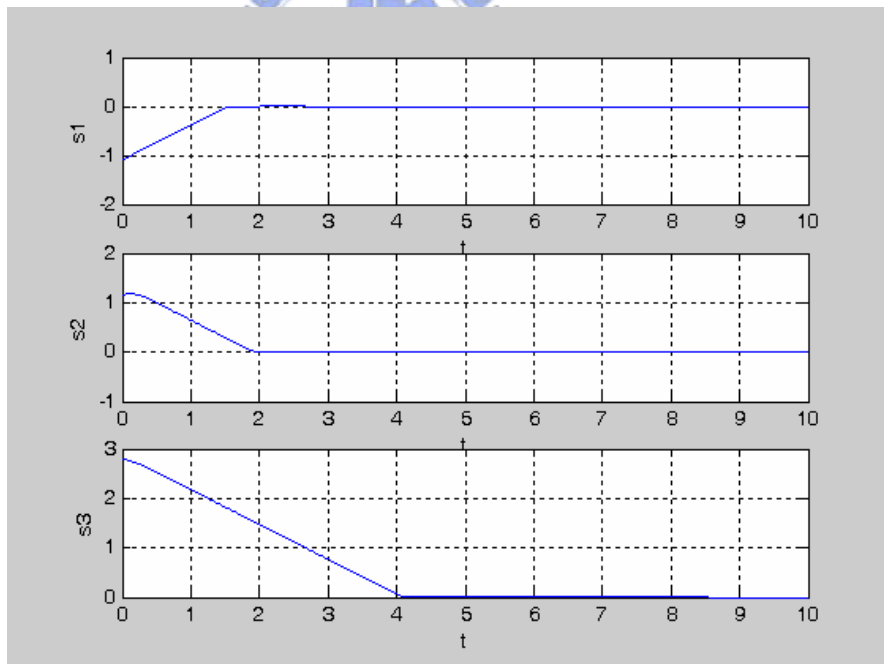


圖 4.36 使用主動式可靠度控制器在 u_3 故障時之平滑函數響應圖

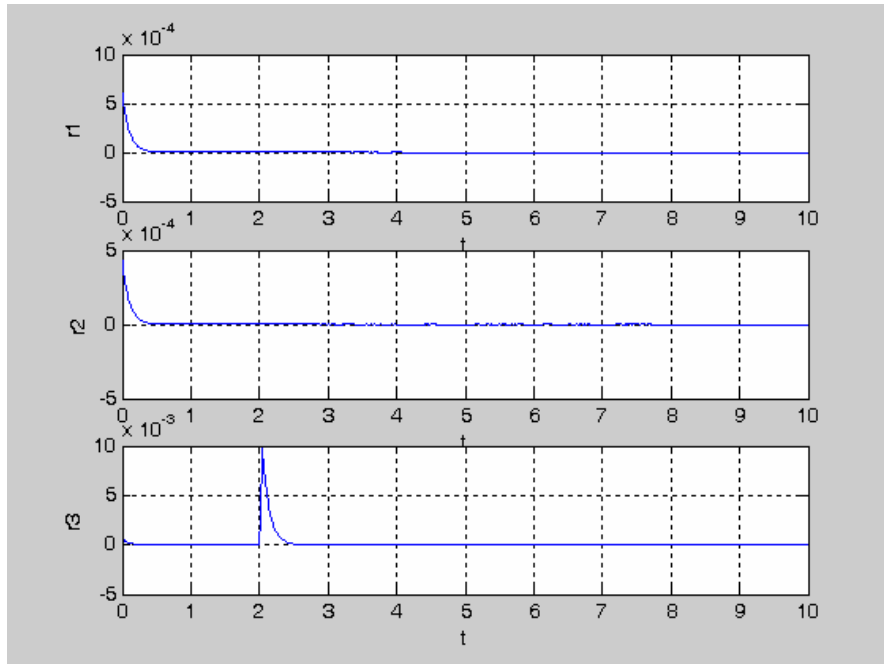


圖 4.37 使用主動式可靠度控制器在 u_3 故障時之殘留訊號響應圖

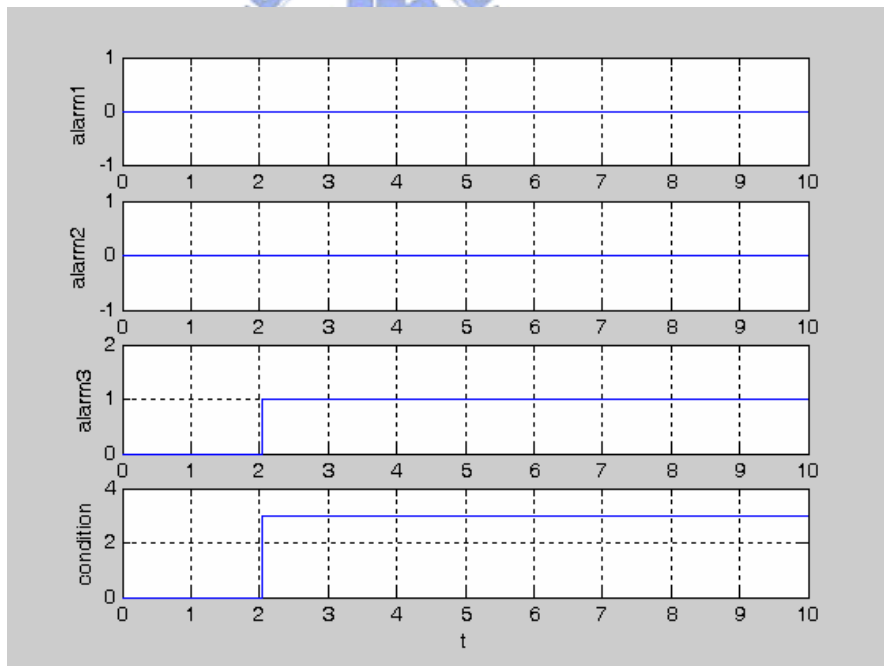


圖 4.38 使用主動式可靠度控制器在 u_3 故障時之警報訊號響應圖

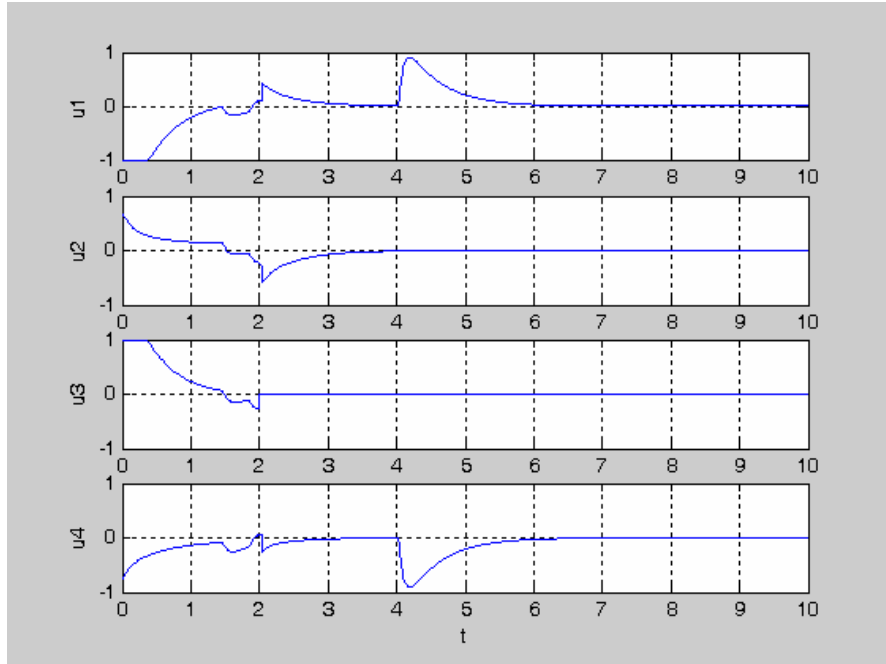


圖 4.39 使用主動式可靠度控制器在 u_3 故障時之控制輸入響應圖

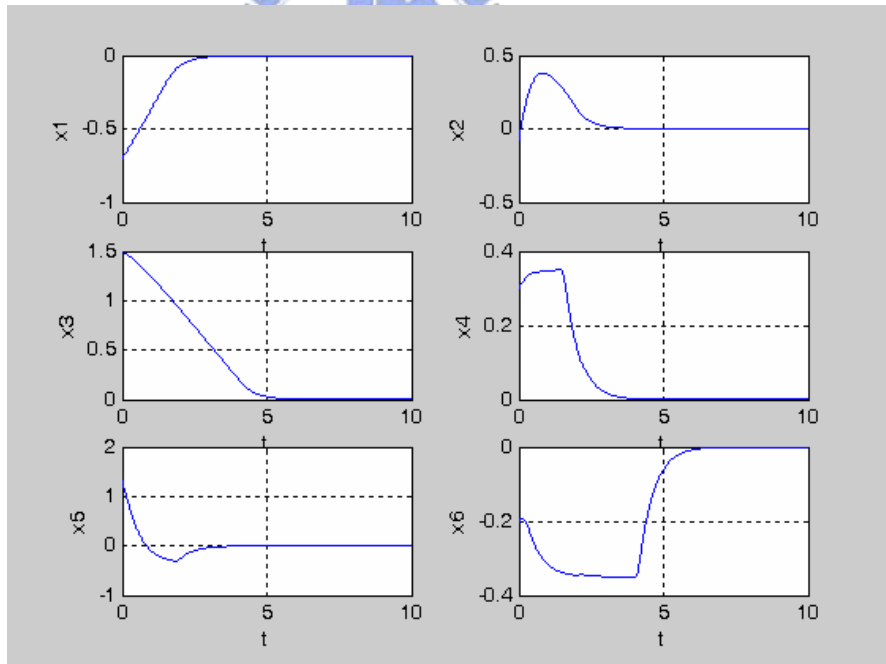


圖 4.40 使用主動式可靠度控制器在 u_4 故障時之系統狀態響應圖

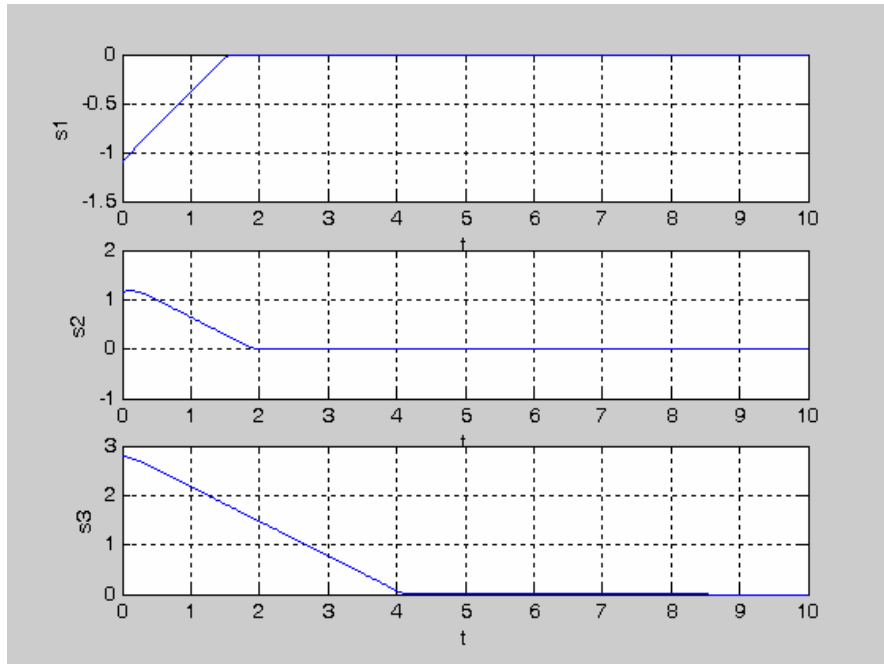


圖 4.41 使用主動式可靠度控制器在 u_4 故障時之順滑函數響應圖

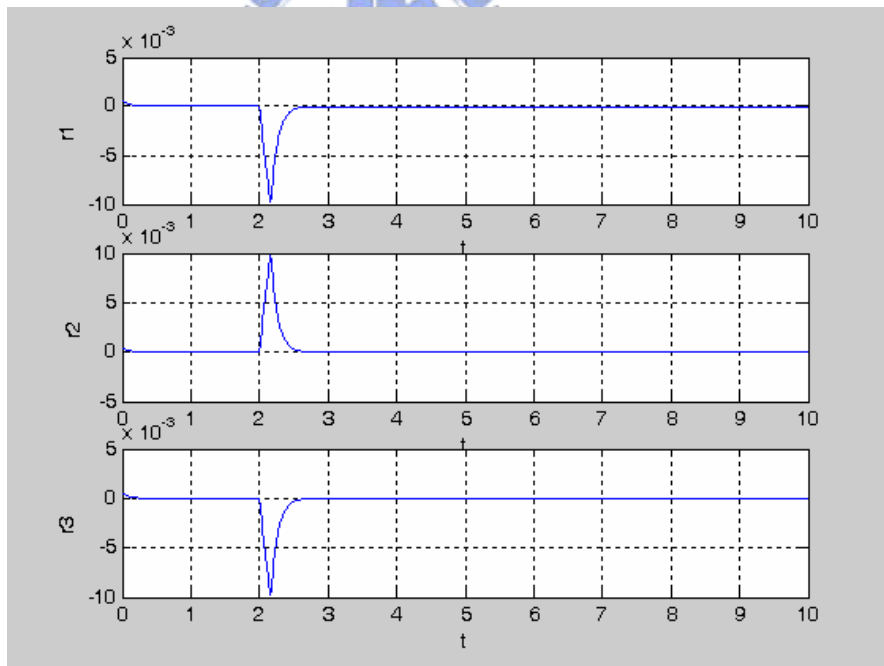


圖 4.42 使用主動式可靠度控制器在 u_4 故障時之殘留訊號響應圖

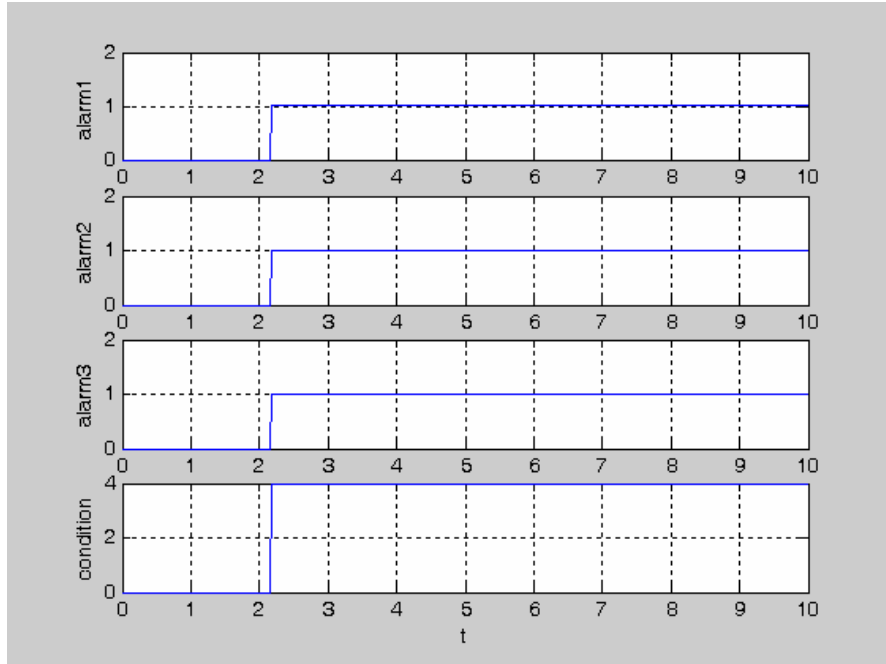


圖 4.43 使用主動式可靠度控制器在 u_4 故障時之警報訊號響應圖

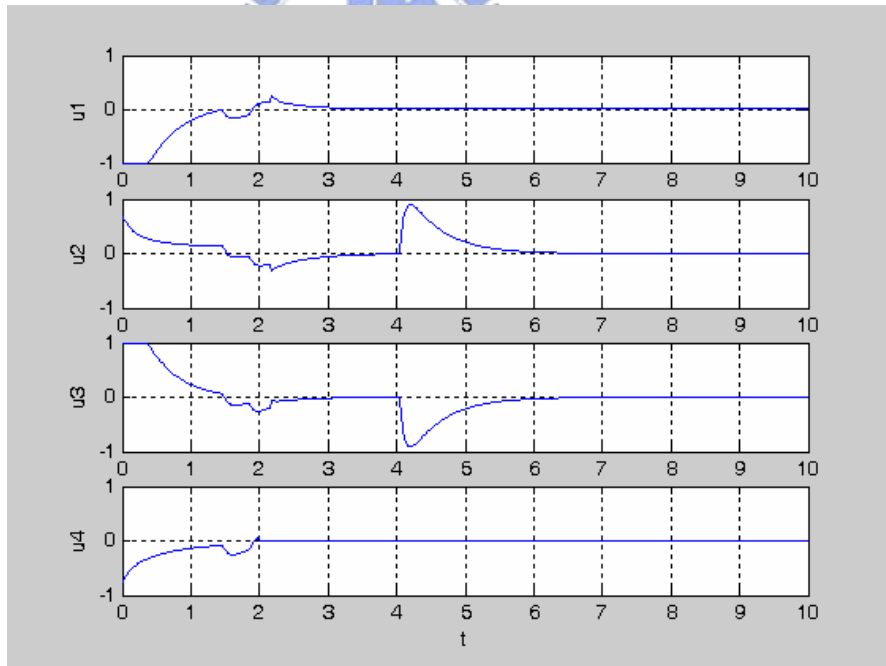


圖 4.44 使用主動式可靠度控制器在 u_4 故障時之控制輸入響應圖

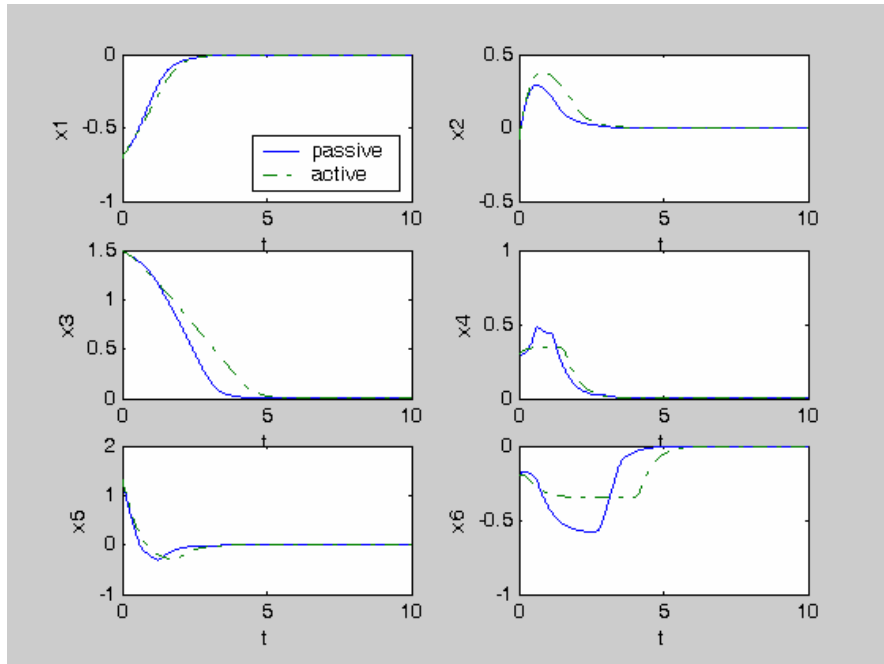


圖 4.45 在正常運作時被動式與主動式控制器之系統狀態比較圖

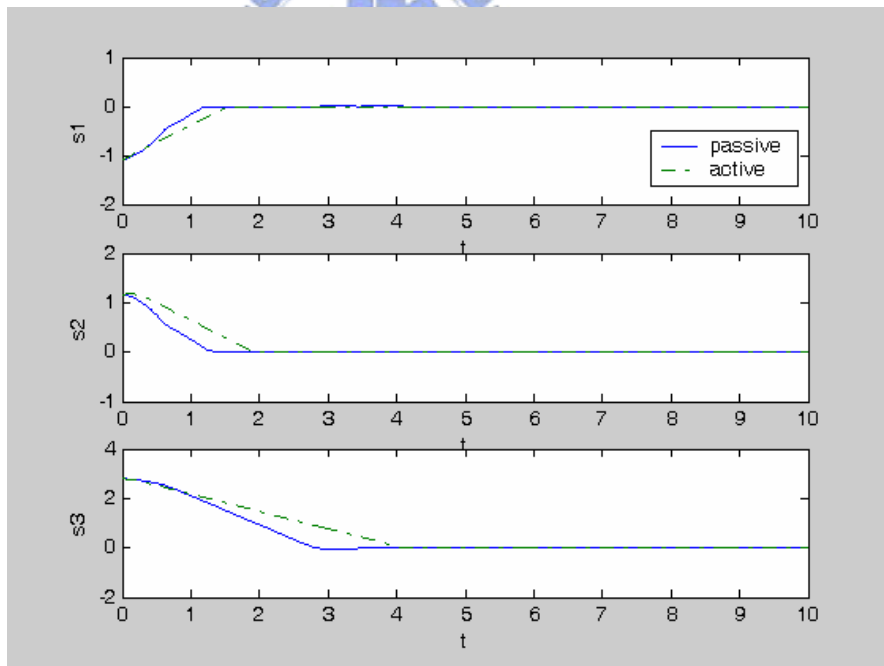


圖 4.46 在正常運作時被動式與主動式控制器之順滑函數比較圖

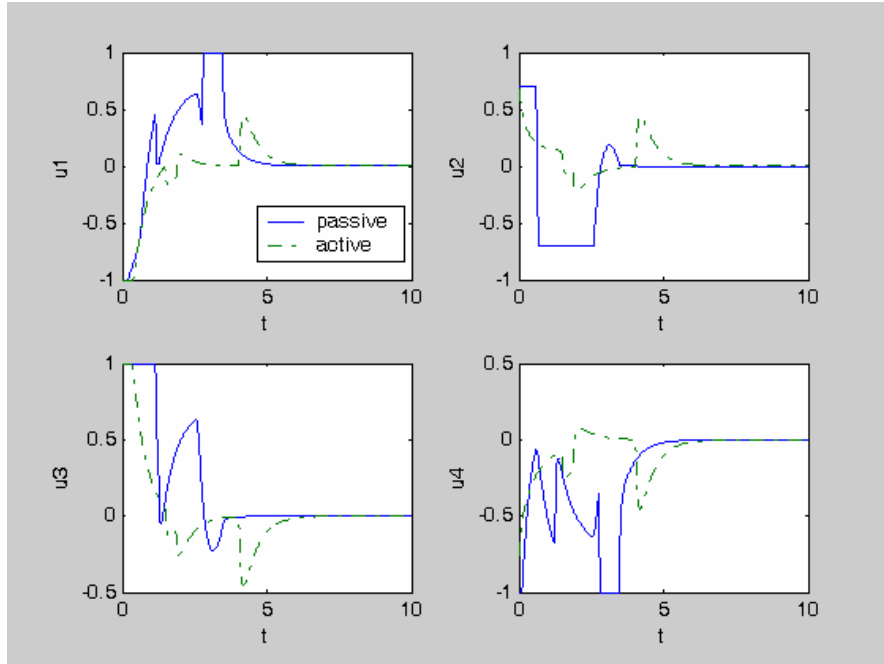


圖 4.47 在正常運作時被動式與主動式控制器之控制輸入比較圖

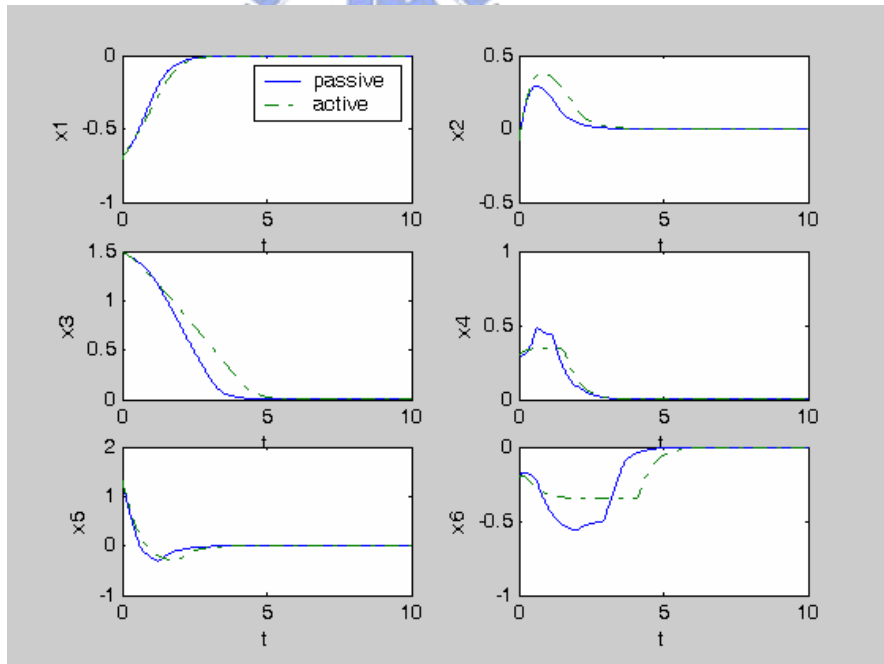


圖 4.48 在 u_2 故障時被動式與主動式控制器之系統狀態比較圖

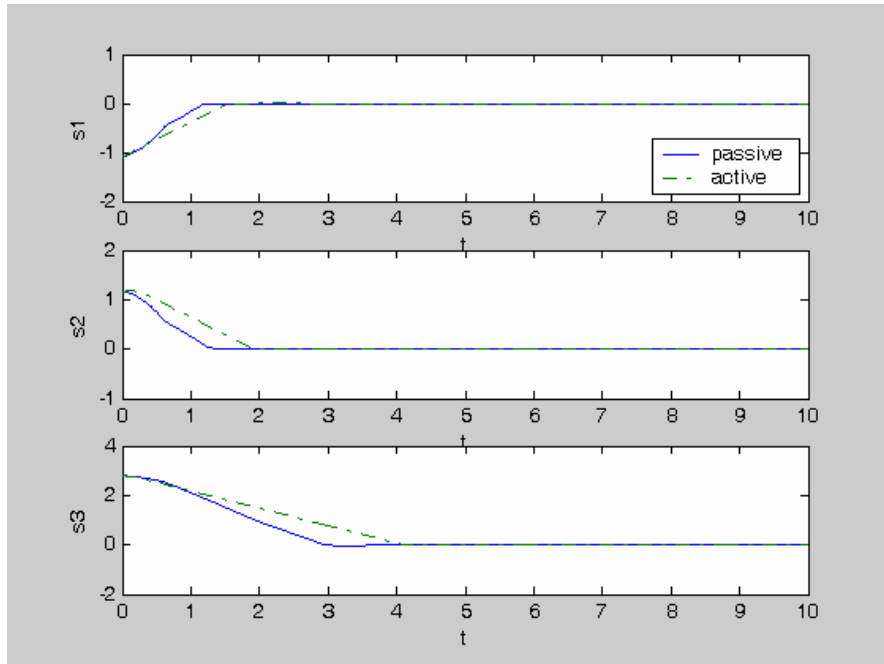


圖 4.49 在 u_2 故障時被動式與主動式控制器之順滑函數比較圖

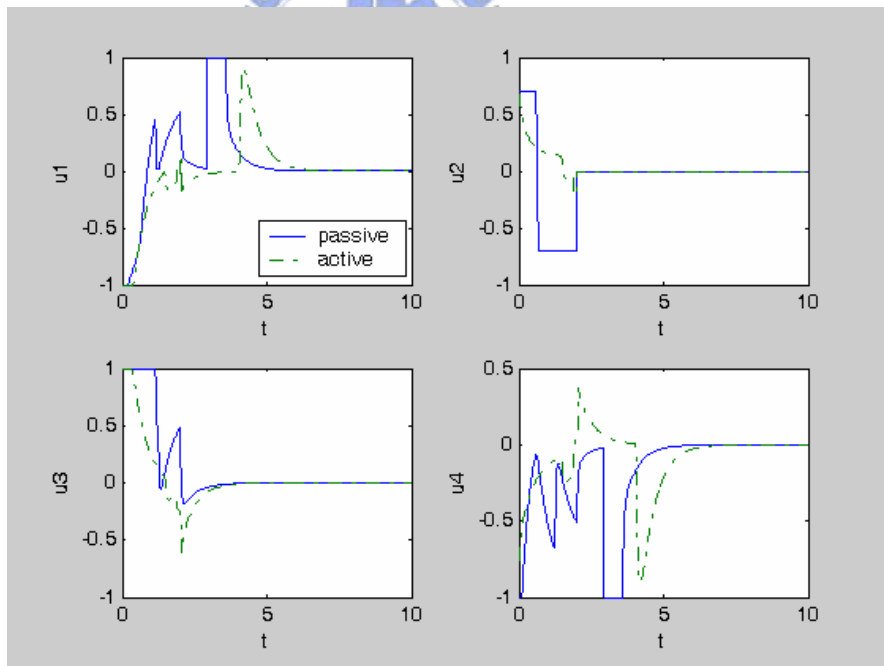


圖 4.50 在 u_2 故障時被動式與主動式控制器之控制輸入比較圖

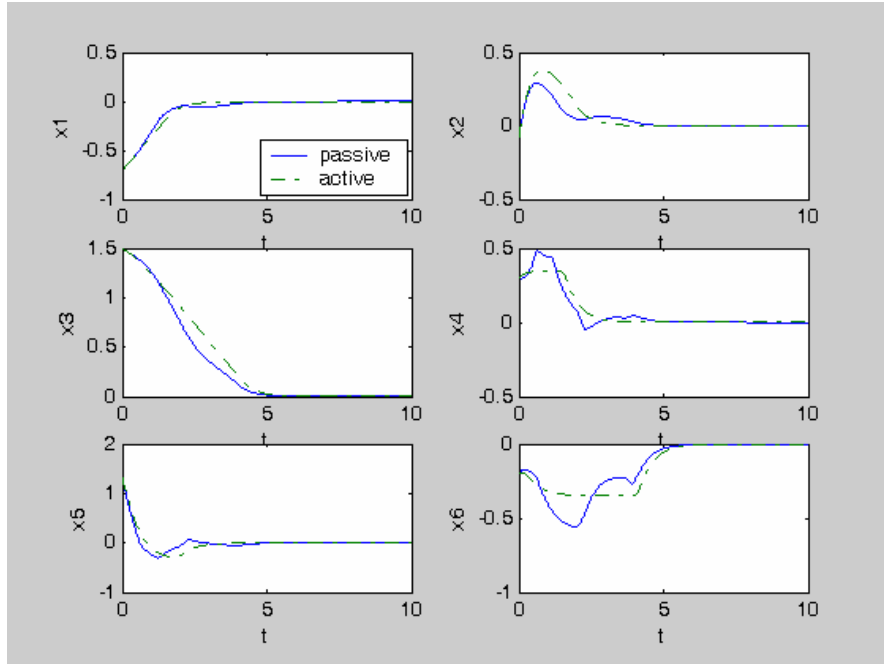


圖 4.51 在 u_3 故障時被動式與主動式控制器之系統狀態比較圖

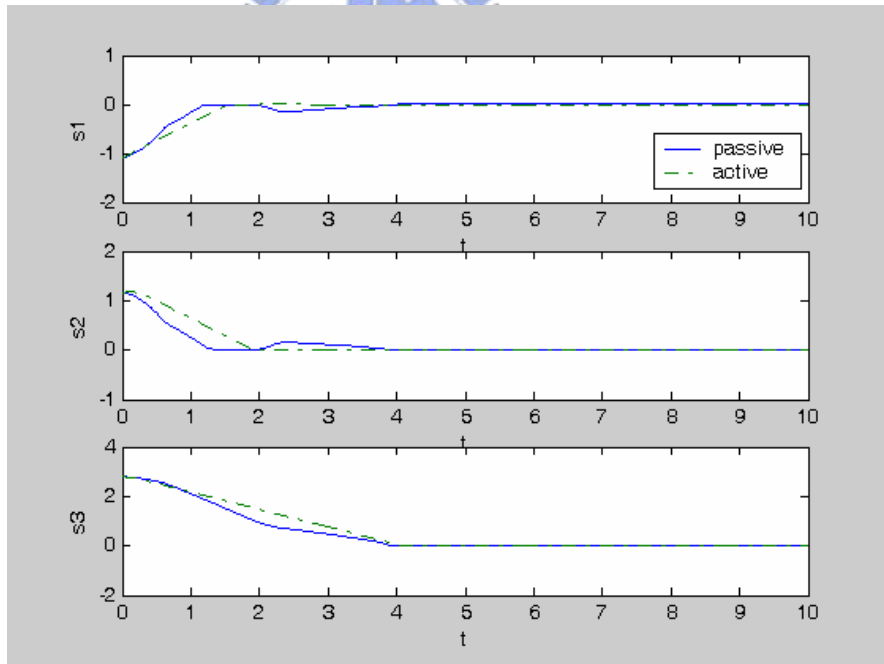


圖 4.52 在 u_3 故障時被動式與主動式控制器之順滑函數比較圖

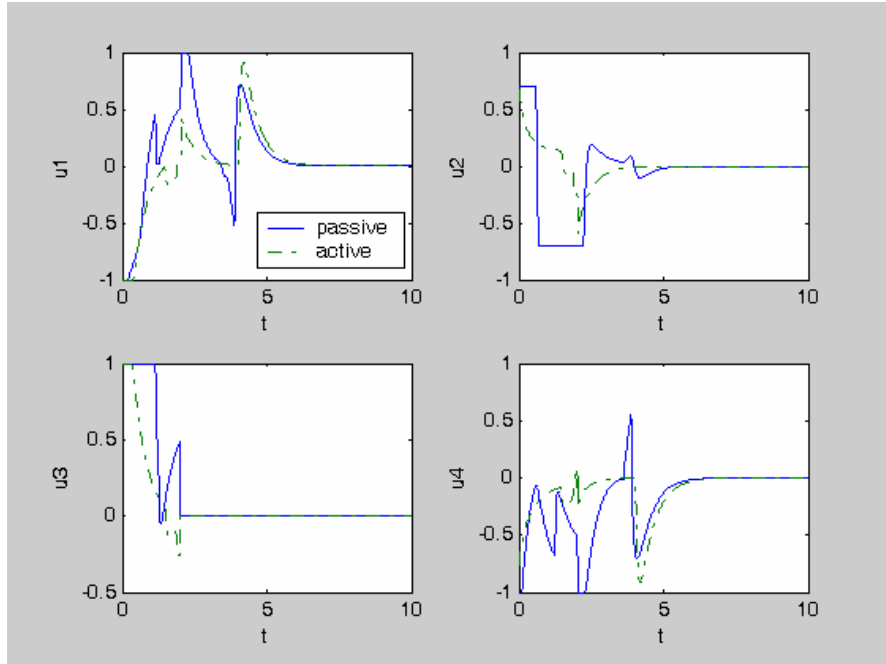


圖 4.53 在 u_3 故障時被動式與主動式控制器之控制輸入比較圖

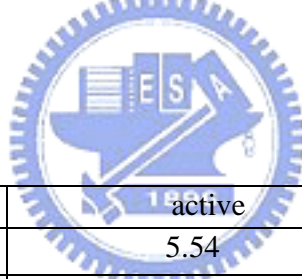


condition	active	passive
$t_{reach}(x_i \leq 0.01)$	5.54	4.36
$\max_t u_i(t) , i = 1, 2, 3, 4$	1.00,0.6741,1.00,0.7532	1.00,0.7,1.00,1.00
$\ \mathbf{u}\ _\infty$	1.7383	1.8682
$\int \mathbf{u}^T \mathbf{u}$	1.8537	5.8536

表 4.1 正常運作時主動式與被動式控制器的性能指標

condition	active	passive
$t_{reach}(x_i \leq 0.01)$	5.53	X
$\max_t u_i(t) , i = 1, 2, 3, 4$	1.00,0.9048,1.00,0.7532	X
$\ \mathbf{u}\ _\infty$	1.7383	X
$\int \mathbf{u}^T \mathbf{u}$	2.2157	X

表 4.2 u_1 故障時主動式與被動式控制器的性能指標



condition	active	passive
$t_{reach}(x_i \leq 0.01)$	5.54	4.46
$\max_t u_i(t) , i = 1, 2, 3, 4$	1.00,0.6741,1.00,0.9016	1.00,0.7,1.00,1.00
$\ \mathbf{u}\ _\infty$	1.7383	1.8682
$\int \mathbf{u}^T \mathbf{u}$	2.2639	4.7425

表 4.3 u_2 故障時主動式與被動式控制器的性能指標

condition	active	passive
$t_{reach}(x_i \leq 0.01)$	5.54	5.21
$\max_t u_i(t) , i = 1, 2, 3, 4$	1.00,0.6741,1.00,0.9087	1.00,0.7,1.00,1.00
$\ \mathbf{u}\ _\infty$	1.7383	1.8682
$\int \mathbf{u}^T \mathbf{u}$	2.2808	4.8940

表 4.4 u_3 故障時主動式與被動式控制器的性能指標

condition	active	passive
$t_{reach}(x_i \leq 0.01)$	5.55	X
$\max_t u_i(t) , i = 1, 2, 3, 4$	1.00, 0.9014, 1.00, 0.7532	X
$\ \mathbf{u}\ _\infty$	1.7383	X
$\int \mathbf{u}^T \mathbf{u}$	2.2076	X

表 4.5 u_4 故障時主動式與被動式控制器的性能指標



第五章

結論與未來研究方向

5.1 結論

在本篇論文中，我們利用 T-S 模糊模型與變結構控制理論針對兩軸機器手臂系統設計出一個強健控制器，並將這些概念延伸應用到衛星姿態可靠度控制上。

在第三章中，我們結合了 T-S 模糊模型與變結構控制理論並且應用在兩軸機器手臂系統上。這種結合應用的方法有以下三種特性。第一，這種方法可以大量地減輕即時計算的負擔，這是因為使用 T-S 模糊模型來近似原來的非線性系統的關係，大部分 T-S 模糊模型的系統參數都可以事先被計算出來，在過程中利用查表(look-up table)的方式將這些參數帶入即可。第二，這種方法具有響應快速以及強健的特性，這是因為使用變結構控制理論可以消除原始非線性模型與 T-S 模糊模型之間的系統不確定性以及外部干擾。最後，增加模糊法則的數量可以降低控制輸入的大小，也就是說將系統操作區間劃分多一點會使得控制輸入變小以至於在實際應用上有控制輸入大小限制時能夠輕易地實現。同時，增加模糊法則地數量並不會造成額外的計算負擔。由模擬的結果顯示，這種結合 T-S 模糊模型與變結構控制的方法同樣可以完成任務，而且在使用的能量上有可能會比典型變結構控制方法來得少。

在第四章中，我們將第三章的方法延伸到衛星姿態控制系統並且針對系統的可靠度做探討，設計出兩種控制律：被動式可靠度控制器與主動式可靠度控制器。對被動式可靠度控制器而言，我們事先選定容易故障的推進器並且針對此情形進行控制律設計，所設計出來的控制律具有容忍錯誤的特性，也就是說在整個過程中控制律不做切換，當推進器故障時系統還能繼續完成任務並保有可接受的性能。其優點是在衛星姿態控制中當推進器故障時勢必要維修，其維修工作通常也是一項需要耗費很多人力、

資金以及時間的重大工程。如果設計出來的控制律可以在某些推進器故障的情況下系統還是能完成任務，勢必可以減少很多時間與成本。其缺點是需要事先預定容易故障的推進器來進行設計。如果實際上故障的不是事先所預期的推進器，控制律則有可能會無法完成任務。對主動式可靠度控制器而言，這種方法具有錯誤偵測與診斷機制可以在偵測出錯誤時對控制律進行重組。其優點是不管哪一個推進器故障都能被錯誤偵測與診斷機制所偵測出來而進行控制律重組以完成任務。在強健性方面的表現比被動式可靠度控制器來得好。其缺點是錯誤偵測與診斷機制有可能會發生誤報的情況，產生誤報的原因有可能是因為外部的干擾等等。整體而言，本論文已將 T-S 模糊模型與變結構控制結合並且發展出被動式與主動式可靠度控制律，從模擬的結果可以驗證被動式與主動式可靠度控制器具有以上的特性。

5.2 未來研究方向

1. 在兩軸機器手臂控制中，往後的研究可以考慮將此控制律應用到更為複雜的機器手臂系統，讓模擬的結果更接近實際的狀況以便於實現。
2. 在可靠度控制方面，往後的研究可以考慮推進器其他故障的情況，例如：同時有多個推進器故障。
3. 在錯誤偵測與診斷設計方面，往後的研究可以考慮將加入外部的干擾的因素來探討殘留訊號受外部干擾的影響並且設計其他的警報系統來解決可能的誤報現象。
4. 往後的研究可以考慮將 T-S 模糊模型與其他的控制理論作結合，例如：切換式控制等等。

參考文獻

- [1] Y. W. Liang, D. C. Liaw, and T. C. Lee, "Reliable control of nonlinear systems," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 45, no. 4, pp. 706-710, 2000.
- [2] J. Jiang and Q. Zhao, "Design of reliable control systems possessing actuator redundancies," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, no. 4, pp. 706-710, 2000.
- [3] F. Liao, J. L. Wang, and G. H. Yang, "Reliable robust flight tracking control: an LMI approach," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, no. 1, pp. 76-89, 2002.
- [4] G. Bajpai, B. C. Chang, and A. Lau, "Reconfiguration of flight control systems for actuators failures," *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, vol. 16, no. 9, pp. 29-33, 2001.
- [5] Y. W. Liang, S. D. Xu, T. C. Chu, and C. C. Cheng, "Reliable output tracking control for a class of nonlinear systems," *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communication, and Computer Sciences*, vol. E87-A, no. 9, pp. 2314-2321, 2004.
- [6] D. D. Moerder, N. Halyo, J. R. Broussard, and A. K. Caglayan, "Application of precomputed control laws in a reconfigurable aircraft flight control systems," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 12, no. 3, pp. 325-333, 1989.
- [7] J. D. Boskovic, and R. K. Mehra, "A decentralized scheme for accommodation of multiple simultaneous actuator failures," in *Proc. Amer. Contr. Conf.*, pp. 5098-5103, 2002.
- [8] V. A. Chobotov, *Spacecraft Attitude Dynamics and Control*, Krieger Publishing Company, 1991.
- [9] C. C. Teng, C. C. Chiou, and D. C. Liaw, "Design and analysis for the controller of ROCSAT-2 attitude control system," NSPO Technical Report, NSC-NSPO(A)-PC-FA06-01, 2001.
- [10] M. W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, New York, Wiley, 1989.
- [11] G. H. Yang, J. L. Wang, and Y. C. Soh, "Reliable guaranteed cost control for uncertain nonlinear systems," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 45, no. 11, pp. 2188-2192, 2000.
- [12] Y. W. Liang, S. D. Xu, and C. L. Tsai, "Study of VSC reliable designs with application to spacecraft attitude stabilization," *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 15, no. 2, pp. 332-338, 2007.

- [13] R. J. Veillette, J. V. Medanic, and W. R. Perkins, "Design of reliable control systems," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 37, no. 3, pp. 290-304, 1992,
- [14] R. J. Veillette, "Reliable linear-quadratic state-feedback control," *Automatica*, vol. 31, no. 1, pp. 137-143, 1995.
- [15] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, vol. SMCB-15, no. 1, pp. 116-132, 1985.
- [16] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality*, John Wiley & Sons, 2001.
- [17] C. S. Tseng, B. S. Chen, and H. J. Uang, "Fuzzy tracking control design for linear systems via T-S fuzzy model," *IEEE Trans. Fuzzy System*, vol. 9, no. 3, pp. 381-392, 2001.
- [18] G. Feng, "A survey on analysis and design of model-based fuzzy control systems," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 14, no. 5, pp. 676-697, 2006.
- [19] F. H. Hsiao, J. D. Hwang, C. W. Chen, and Z. R. Tsai, "Robust stabilization of nonlinear multiple time-delay large-scale systems via decentralized fuzzy control," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 13, no. 1, pp. 152-163, 2005.
- [20] F. H. Hsiao, C. W. Cheng, Y. W. Liang, S. D. Xu, and W. L. Chiang, "T-S fuzzy controllers for nonlinear interconnected systems with multiple time delays," *IEEE Trans. Circuits and Systems, Part I*, vol. 52, no. 9, pp. 1883-1893, 2005.
- [21] C. L. Hwang, "A novel Takagi-Sugeno-based robust adaptive fuzzy sliding-mode controller," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 12, no. 5, pp. 676-687, 2004.
- [22] S. Khoo, Z. Man, and S. Zhao, "Sliding mode control of fuzzy dynamics systems," *Proc. of International Conference on Control, Automation, Robotics, and Vision (ICARCV)*, Singapore, Dec. 5-8, 2006.
- [23] C. H. Sun and W. J. Wang, "An improved stability criterion for T-S fuzzy discrete systems via vertex expression," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, vol. 36, no. 3, pp. 672-678, 2006.
- [24] X. Yu, Z. Man, and B. Wu, "Design of fuzzy sliding-mode control systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 95, no. 3, pp. 295-306, 1998.
- [25] F. Zheng, Q. G. Wang, and T. H. Lee, "Output tracking control of MIMO fuzzy nonlinear systems using variable structure control approach," *IEEE Trans. Fuzzy*

- Systems, vol. 10, pp. 686-697, 2002.
- [26] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control*, Prentice-Hall, New Jersey, 1991.
- [27] V. I. Utkin, *Sliding Modes and Their Applications to Variable Structure Systems*, MIR Publishers, Moscow, Russia, 1978.
- [28] C. C. Chuang, S. F. Su, and S. S. Chen, "Robust TSK fuzzy modeling for function approximation with outliers," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 9, pp. 810-821, 2001.
- [29] C. C. Hsiao, S. F. Su, T. T. Lee, and C. C. Chuang, "Hybrid compensation control for affine TSK fuzzy control systems," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, vol. 34, pp. 1865-1887, 2004.
- [30] R. J. Wang, W. W. Lin, and W. J. Wang, "Stabilizability of nonlinear quadratic state feedback for uncertain fuzzy time-delay systems," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, vol. 34, pp. 1288-1292, 2004.
- [31] F. H. Hsiao, C. W. Chen, Y. W. Liang, S. D. Xu, and W. L. Ching, "T-S controllers for nonlinear interconnected systems with multiple time delays," *IEEE Trans. Circuits and Systems, Part I*, vol. 5, pp. 1883-1893, 2005.
- [32] F. H. Hsiao, Y. W. Liang, S. D. Xu, and G. C. Li, "Decentralized stabilization of neural network linearly interconnected systems via T-S fuzzy control," *ASME Journal of Dynamics, Measurement, and Control*, v. 129, n. 3, May, pp. 343-351, 2007.
- [33] Y. W. Liang, and S. D. Xu, "Reliable control of nonlinear systems via variable structure scheme," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 51, no. 10, pp 1721-1725, 2006.
- [34] R. A. Decarlo, S. H. Zak, and G. P. Matthews, "Variable structure control of nonlinear multivariable systems: A tutorial," *Proc. IEEE*, vol. 76, no. 3, pp. 212-232, 1988.
- [35] D. C. Liaw, Y. W. Liang, and C. C. Cheng, "Nonlinear control for missile terminal guidance," *J. Dyn. Syst. Meas., Contr.*, vol. 122, pp. 663-668, 2000.
- [36] H. K. Khalil, "Performance recovery under output feedback sampled-data stabilization of a class of nonlinear systems," *IEEE Trans. Autom. Contr.*, vol. 49, no. 12, pp. 2173-2184, 2004.