

# 國立交通大學

## 電機與控制工程學系

### 碩士論文

機器人實驗平台的建構與控制方法的實驗比較

Construction of the Robotic Platform and Experimental Comparison  
of the Control Methods

研究生：余宗明

指導教授：蕭得聖 博士

中華民國九十七年七月

機器人實驗平台的建構與控制方法的實驗比較

Construction of the Robotic Platform and Experimental Comparison  
of the Control Methods

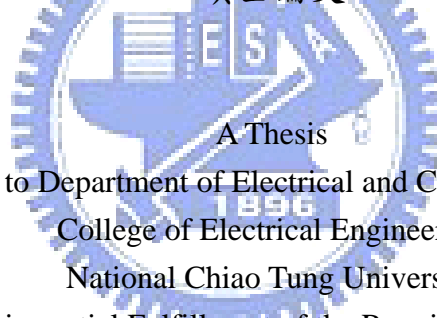
研究生：余宗明

指導教授：蕭得聖 博士

Student : Tsung-Ming Yu

Advisor : Dr. Te-Sheng Hsiao

國立交通大學  
電機與控制工程學系  
碩士論文



A Thesis

Submitted to Department of Electrical and Control Engineering

College of Electrical Engineering

National Chiao Tung University

in partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

In

Electrical and Control Engineering

July 2008

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年七月

# 機器人實驗平台的建構與控制方法的實驗比較

學生：余宗明

指導教授：蕭得聖博士

國立交通大學電機與控制工程學系碩士班

## 摘要

本研究建立一個兩軸平面的機械手臂，利用這個實驗平台去估測模型參數、設計控制器以及測試控制器的強健性。推導出包含致動器的機械手臂動力學模型，並以線性最小平方參數估測法求得機械手臂動力學模型中的參數。接著設計出三種控制器：計算力矩的控制器、具有背隙和低速補償的適應性控制器及不需要速度估測的控制器。第一種設計是一個已經被廣泛運用的控制器，可以作為和其他控制器比較的基準。第二種設計能夠補償在本研究中特別明顯的背隙(backlash)現象，並且也能夠降低死區(dead-zone)在低速時所造成的影響。第三種設計是一個新的方法，它只需要角度的量測，就能夠完成控制器的設計。避免使用差分的方式去求得角速度。差分得到的角速度有大幅度震盪，會造成控制器增益調太高時使得機械手臂劇烈震動。實驗的結果顯示第二種設計消除了背隙現象並且縮小追蹤誤差。第三種設計也能得到不錯的追蹤誤差。這三種控制器的強健性也在實驗中被證實。

# Construction of the Robotic Platform and Experimental Comparison of the Control Methods

Student : Tsung-Ming Yu

Advisor : Dr. Te-Sheng Hsiao

Department of Electrical and Control Engineering  
National Chiao Tung University

## ABSTRACT

This thesis sets up a two-joint planar robotic platform and experimentally evaluates the performance and robustness of various kinds of controllers on this platform. The dynamic model of the robotic platform consists of the rigid body motion of the mechanical links as well as the dynamics of the actuators. The linear least square method is applied to find out the unknown parameters of the model. Then we design three kinds of the controllers: the computed-torque controller, the adaptive controller with backlash and low speed compensation, and the controller without velocity estimation. The first controller has been used extensively. It serves as the baseline controller in this thesis. The second controller can compensate the backlash phenomenon which diminishes the performance of the control system. It also can reduce the influence caused by the dead-zone of the actuators at the low speed region. The aforementioned two controllers use backward difference method to estimate angular velocities, resulting in large variations in the estimated values. As a consequence, the robotic arms start vibrating in the case of high controller gains. To overcome this problem, the third controller which needs no velocity estimation is proposed. Experiments are conducted for these three controllers on the robotic platform and the results show that the second controller eliminates the backlash phenomenon and decreases the tracking errors. The third controller also can get good tracking errors. These three kinds of controllers are all robust and have been verified in the experiments.

## 致 謝

本論文能順利完成首先要感謝恩師蕭得聖博士，老師不斷督促我們在學術領域上持續向前，並且在論文研究期間給悉心指導。同時也要感謝口試委員的批評與建議，讓論文內容更加充實與完整。

感謝所有教授於我專業知識的教誨，你們拓展了我在學術領域的視野，讓我的專業知識更為精進。兩年的研究所求學期間經歷了很多事情，謝謝 AVIRLAB 的成員永洲、毅泓、昭明、暉鈞、茂樵、東欣，以及共用同一間實驗室的同學清彥、煜傑、士翔，在有困難時相互協助，並在我遭遇挫折時給我鼓勵，有你們這些讓人感到溫馨的同學，是我研究所最大的收穫。

另外要感謝在求學生活中一直在身後默默支持我的父母和家人，謝謝父母多年來的養育與栽培，有您們在生活及精神上的支持，我才能在求學階段無任何後顧之憂。



余宗明 謹識

于交通大學電機與控制工程研究所

中華民國九十七年七月

# 目 錄

中文摘要 .....	i
英文摘要 .....	ii
致 謝 .....	iii
目 錄 .....	iv
圖目錄 .....	vi
表目錄 .....	ix
一、 緒論 .....	1
1.1 研究背景 .....	1
1.2 研究動機 .....	1
1.3 研究目的 .....	2
1.4 研究貢獻 .....	2
1.5 研究架構 .....	2
二、 相關研究 .....	4
2.1 機械手臂的參數估測法 .....	4
2.1.1 線性最小平方參數估測法(Linear Least Square Parameter Estimation)..	4
2.1.2 適應性參數估測法 .....	5
2.2 機械手臂控制方法 .....	6
2.2.1 計算力矩之控制法 .....	6
2.2.2 適應性控制法 .....	7
三、 機械手臂硬體之建構 .....	9
3.1 機械手臂設計概要 .....	9
3.2 馬達 .....	11
3.3 馬達驅動器 .....	11
3.3.1 馬達驅動器動作原理 .....	12

3.4	編碼器 .....	13
3.5	數位訊號處理器與開發工具 .....	14
四、	機械手臂模型建立與參數估測 .....	15
4.1	機械手臂的動力學模型 .....	15
4.2	包含致動器的機械手臂動力學模型 .....	15
4.3	機械手臂參數估測 .....	17
五、	控制器的設計 .....	21
5.1	計算力矩的控制器 .....	21
5.2	具有背隙(Backlash)和低速補償的適應性控制器 .....	22
5.2.1	背隙(Backlash)補償 .....	23
5.2.2	低速補償 .....	23
5.3	不需要速度估測的控制器 .....	24
5.3.1	線性控制器的設計程序 .....	27
5.3.2	狀態回授增益的選擇 .....	30
六、	實驗結果與討論 .....	31
6.1	測試環境 .....	31
6.2	實驗結果討論 .....	32
6.2.1	計算力矩的控制器結果分析 .....	32
6.2.2	具有背隙(Backlash)和低速補償的適應性控制器結果分析 .....	34
6.2.3	不需要速度估測的控制器結果分析 .....	36
6.2.4	強健性測試 .....	40
七、	結論 .....	44
7.1	研究總結 .....	44
7.2	未來展望 .....	45
	參考文獻 .....	46

## 圖目錄

圖 1 計算力矩的控制方塊圖 .....	7
圖 2 兩軸機器人實驗平台 .....	9
圖 3 實驗平台整體系統方塊圖 .....	10
圖 4 馬達驅動器外觀，左側為第一軸的驅動器 .....	12
圖 5 H電橋結構 .....	13
圖 6 旋轉編碼器 .....	13
圖 7 直流馬達示意圖，摘錄自[11].....	16
圖 8 上圖為第一軸的輸入電壓，下圖為第二軸的輸入電壓 .....	19
圖 9 上圖為第一軸的轉動角度，下圖為第二軸的轉動角度 .....	20
圖 10 有考慮馬達的計算力矩控制方塊圖 .....	21
圖 11 適應性控制器方塊圖 .....	22
圖 12 背隙(backlash)現象的示意圖，下圖為局部放大圖。 .....	23
圖 13 馬達死區(dead-zone)的示意圖 .....	24
圖 14 要求和差分的角速度，下圖為局部放大圖。 .....	25
圖 15 不需要速度估測的控制器方塊圖 .....	25
圖 16 增大的受控廠，摘錄自[17] .....	27
圖 17 兩軸平面旋轉機械手臂 .....	31
圖 18 數位訊處理器(左側)與馬達驅動器(右側).....	32
圖 19 計算力矩的控制器實驗結果，上圖為第一軸的轉動角度，下圖為第二軸的轉動角 度。 .....	33
圖 20 計算力矩的控制器實驗結果，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤 差。 .....	33
圖 21 計算力矩的控制器實驗結果，上圖為第一軸的輸入電壓，下圖為第二軸的輸入電 壓。 .....	34



圖 22 具有背隙和低速補償的適應性控制器實驗結果，上圖為第一軸的轉動角度，下圖為第二軸的轉動角度。 .....	35
圖 23 具有背隙和低速補償的適應性控制器實驗結果，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。 .....	35
圖 24 具有背隙和低速補償的適應性控制器實驗結果，上圖為第一軸的輸入電壓，下圖為第二軸的輸入電壓。 .....	36
圖 25 不需要速度估測的控制器實驗結果，上圖為第一軸的轉動角度，下圖為第二軸的轉動角度。 .....	37
圖 26 不需要速度估測的控制器實驗結果，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。 .....	37
圖 27 不需要速度估測的控制器實驗結果，上圖為第一軸的輸入電壓，下圖為第二軸的輸入電壓。 .....	38
圖 28 計算力矩的控制器、具有背隙和低速補償的適應性控制器和不需要速度估測的控制器，這三種控制器的追蹤誤差比較，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。 .....	38
圖 29 計算力矩的控制器、具有背隙和低速補償的適應性控制器和不需要速度估測的控制器，這三種控制器的第一軸輸入電壓比較，下圖為局部放大圖。 .....	39
圖 30 計算力矩的控制器、具有背隙和低速補償的適應性控制器和不需要速度估測的控制器，這三種控制器的第二軸輸入電壓比較，下圖為局部放大圖。 .....	39
圖 31 使用計算力矩的控制器，在機械手臂的第二節末端距離第二軸軸心 0.26 公尺處加上不同的重量的追蹤誤差比較，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。 .....	40
圖 32 使用具有背隙和低速補償的適應性控制器，在機械手臂的第二節末端距離第二軸軸心 0.26 公尺處加上不同的重量的追蹤誤差比較，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。 .....	41
圖 33 使用不需要速度估測的控制器，在機械手臂的第二節末端距離第二軸軸心 0.26 公	

尺處加上不同的重量的追蹤誤差比較，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。 .....	41
圖 34 計算力矩的控制器、具有背隙和低速補償的適應性控制器和不需要速度估測的控制器，這三種控制器第一軸的追蹤誤差頻譜比較，下圖為局部放大圖。 .....	43
圖 35 計算力矩的控制器、具有背隙和低速補償的適應性控制器和不需要速度估測的控制器，這三種控制器第二軸的追蹤誤差頻譜比較，下圖為局部放大圖。 .....	43



## 表目錄

表 1 機械手臂的規格 .....	10
表 2 機械手臂致動器的規格 .....	11
表 3 馬達正反轉真值表 .....	12
表 4 編碼器的規格 .....	13



# 一、緒論

## 1.1 研究背景

自 1970 年代始，機器人即大量運用於工業製造生產上，例如汽車、機械與半導體等產業。儘管受限於當時的技術，機器人只能執行反覆單調的生產裝配等任務，但是人類對於創造更靈巧、更人性化的機器人的夢想從未中斷過。歷經數十年的科技躍進，攸關智慧型機器人的感測、認知、控制與通訊技術愈趨成熟。在科技日益精進的同時，人類社會亦發生結構上的改變。在已開發或開發中國家中，人口老化的程度日趨嚴重，但是出生率卻不斷地降低。由高齡化社會衍生出種種的問題，如：照顧行動不便的老人、獨居老人等等，加速驅動服務用智慧型機器人的發展。

## 1.2 研究動機

對機器人運動控制的設計和分析已經到了一個成熟的階段，理論上令人滿意的結果也被提出了。例如機器人的適應性控制(adaptive control)，它可以達到整體的穩定和誤差收斂。在大部分的適應性演算裡，都假設速度是可量測到的。但是量測速度的轉速計(tachometer)通常帶有比較大的雜訊，而且使用轉速計也會增加機器人的成本。如何在沒有速度的資訊下維持控制的效能將是一個值得研究的問題。

精確的機器人控制需要一個精確的機器人動力學模型。如計算力矩的控制(computed-torque control)就是建立在機器人的模型上，它的效能也直接和模型的精確有關。利用實驗的方式是有效產生精確機器人模型的方法。它在機器人實驗中，可以從輸入響應和輸出響應去估測模型的參數。

另外在發展演算法時，常使用電腦模擬的方式來證明。但模擬時常會忽略實際的觀點，如：感測器的雜訊、關節的柔韌性(flexibility)及參數的不確定等。因此建

立一個實驗平台是必要的。它將提供更實際且有力的證明，幫助確認演算法可行性。

### 1.3 研究目的

建構一個兩軸的平面機器手臂為實驗平台，以此實驗平台為基礎完成以下目的：

1. 建立機械手臂的動力學模型。
2. 模型的參數估測及控制器的設計。
3. 各種實驗結果的分析比較。

### 1.4 研究貢獻

本研究首先建立了一個兩軸平面的機械手臂，選擇適當的致動器負責傳送力矩，高解析的編碼器讓角度的量測更為準確，以高效能的數位訊號處理晶片為實現控制器的基礎，在未來能夠負荷更多的演算法運算。

實際的將參數估測、計算力矩的控制和適應性控制法則應用到實驗平台上，並在適應性控制器的設計中加入了低速和背隙(backlash)的補償。另外還提出了一個不需要速度估測的控制器，比較各個控制器設計的優缺點，為未來的研究建立良好的基礎。

### 1.5 研究架構

論文各章節的編排如下：

- 一、緒論：描述本研究的背景、動機與目的。
- 二、文獻探討：針對與本論文相關的研究，如：機械手臂的參數估測法、控制方法，進行探討與分析。
- 三、機械手臂硬體之建構：描述硬體建構的相關細節。

四、機械手臂模型建立與參數估測：建立包含致動器的機械手臂動力學模型並估測出模型參數。

五、控制器的設計：控制器設計的相關推導

六、實驗結果與討論：在建立起的實驗平台上做測試的結果及其討論。

七、結論：總結本研究，提出本研究的貢獻以及未來可更深入發展的方向。



## 二、 相關研究

本章節描述與本研究相關的參考文獻，其中所提到的一些方法也會實際的在實驗平面上做測試與討論。

### 2.1 機械手臂的參數估測法

一個  $n$  個自由度的機械手臂的動力學方程式可以使用Lagrangian Equation[11]去描述如下

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{B}(\dot{\mathbf{q}}) \quad (1)$$

其中  $\mathbf{q}$  是  $n$  維的向量，表示各軸的角度。 $\boldsymbol{\tau}$  是  $n$  維的向量，表示各軸的致動器的力矩。 $\mathbf{M}(\mathbf{q})$  是  $n \times n$  的轉動慣量矩陣。 $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}$ 、 $\mathbf{G}(\mathbf{q})$  和  $\mathbf{B}(\dot{\mathbf{q}})$  都是  $n$  維的向量，分別代表向心力與科氏力的作用、重力的影響和摩擦力。這些矩陣和向量中包含了機械手臂的參數，如：質量、質量的中心位置和轉動慣量。這些參數並不是都是已知的。參數的估測方法能夠估測出未知的參數，得到一個完整的動力學方程式。

本節將講述機械手臂的參數估測方法，精確參數將使得在控制上得到更佳的性能。

#### 2.1.1 線性最小平方參數估測法(Linear Least Square Parameter Estimation)

在做參數估測時，通常會把(1)式改寫成線性參數化形式[6][7][8]

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\tau} \quad (2)$$

$\mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$  是  $n \times p$  回歸矩陣，此矩陣和各軸的角度、速度和加速度相關。 $p$  是機械手臂獨立參數的個數。 $\boldsymbol{\Theta}$  是  $p$  維的向量，包含了未知的參數。

從(2)式，一個簡單的最小平方估測[1][2][3][4]可得到

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{X} \quad (3)$$

$$\text{其中 } \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}(\mathbf{q}_m(1), \dot{\mathbf{q}}_m(1), \ddot{\mathbf{q}}_m(1)) \\ \vdots \\ \mathbf{Y}(\mathbf{q}_m(N), \dot{\mathbf{q}}_m(N), \ddot{\mathbf{q}}_m(N)) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_m(1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}_m(N) \end{bmatrix}, \text{ 下標 } m \text{ 表示其為量測值,}$$

大寫  $N$  表示其為第  $N$  筆的實驗資料， $\hat{\boldsymbol{\Theta}}$  是估測到的參數。

## 2.1.2 適應性參數估測法

### 1 直接的梯度估測器(Direct gradient estimator)[5][6][7]

這是一個產生  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}$  最簡單的方法，它是追蹤誤差驅動的梯度適應方法 (tracking-error-driven gradient adaptation method)

$$\frac{d}{dt} [\hat{\boldsymbol{\Theta}}(t)] = \Gamma_0 \mathbf{Y}^T(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) \mathbf{s} \quad (4)$$

其中  $\Gamma_0 = \Gamma_0^T > \mathbf{0}$  是一個常數的適應增益。下標  $d$  表示其為要求的(desired) 值。這個適應法則是由誤差訊號  $\mathbf{s}$  來驅動， $\mathbf{s}$  是在各軸運動的速度追蹤誤差和角度追蹤誤差的加權的和，如(5)式所示

$$\mathbf{s} = \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \boldsymbol{\alpha} \tilde{\mathbf{q}} \quad (5)$$

$\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$  表示角度的誤差， $\boldsymbol{\alpha}$  是一個常數正定矩陣。

### 2 混合的梯度估測器(Composite gradient estimator) [6][7]

混合參數適應法則是由在各軸運動的追蹤誤差和在各軸力矩的預測誤差所驅動。給定估測的參數  $\hat{\boldsymbol{\Theta}}$ ，則一個預測的力矩  $\hat{\boldsymbol{\tau}}$  為

$$\hat{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) \hat{\boldsymbol{\Theta}} \quad (6)$$

然後從(2)(6)，輸入力矩的預測誤差  $\boldsymbol{\varepsilon}$  可以給定

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\tau} - \hat{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{Y}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) \tilde{\boldsymbol{\Theta}} \quad (7)$$

$\boldsymbol{\varepsilon}$  的產生需要加速度的量測，然而使用濾波器可以消除加速度的訊號 (如：[7][8][9])，得到一個濾波過後的預測誤差  $\boldsymbol{\varepsilon}_f$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_f = \boldsymbol{\tau}_f - \hat{\boldsymbol{\tau}}_f = \mathbf{W}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \tilde{\boldsymbol{\Theta}} \quad (8)$$

其中



$$\begin{aligned} \mathbf{W}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) &= h(t) * \mathbf{Y}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t), \ddot{\mathbf{q}}(t)) \\ \hat{\boldsymbol{\tau}}_f &= \mathbf{W}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) \hat{\boldsymbol{\Theta}}(t) \\ \boldsymbol{\tau}_f &= h(t) * \boldsymbol{\tau}(t) \end{aligned} \quad (9)$$

這裡的\*表示兩個時間訊號的迴旋積分(convolution)，而 $h(t)$ 是 $H(s)$ 的脈衝響應。

$$H(s) = \frac{\omega}{s + \omega} \quad (10)$$

$\omega > 0$  是一個常數。

這個濾波後的預測誤差可以利用來和(4)式結合產生混合的梯度估測器

$$\frac{d}{dt} [\hat{\boldsymbol{\Theta}}(t)] = \Gamma_0 [\mathbf{Y}^T(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) \mathbf{s} + \mathbf{W}^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{R} \boldsymbol{\varepsilon}_f] \quad (11)$$

其中 $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T > \mathbf{0}$ 是一個 $n \times n$ 權重矩陣，這個矩陣使用來影響預測誤差和追蹤誤差的貢獻。

## 2.2 機械手臂控制方法

本節將對本研究會使用到的控制方法作分析討論。

### 2.2.1 計算力矩之控制法

數個著作(如：[10][11])對機械手臂採用計算力矩的控制器。這個方法牽涉非線性項的計算和消除，化簡系統成為一個線性的系統，以下簡述之。

考慮如(1)式所示的動力學方程式，計算力矩的控制法則給定如下

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{M}(\mathbf{q})[\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}}] + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{B}(\dot{\mathbf{q}}) \quad (12)$$

其中 $\mathbf{K}_v$ 和 $\mathbf{K}_p$ 為對稱正定的矩陣， $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$ 表示角度的誤差。

計算力矩的機械手臂控制方塊圖如圖 1所示。

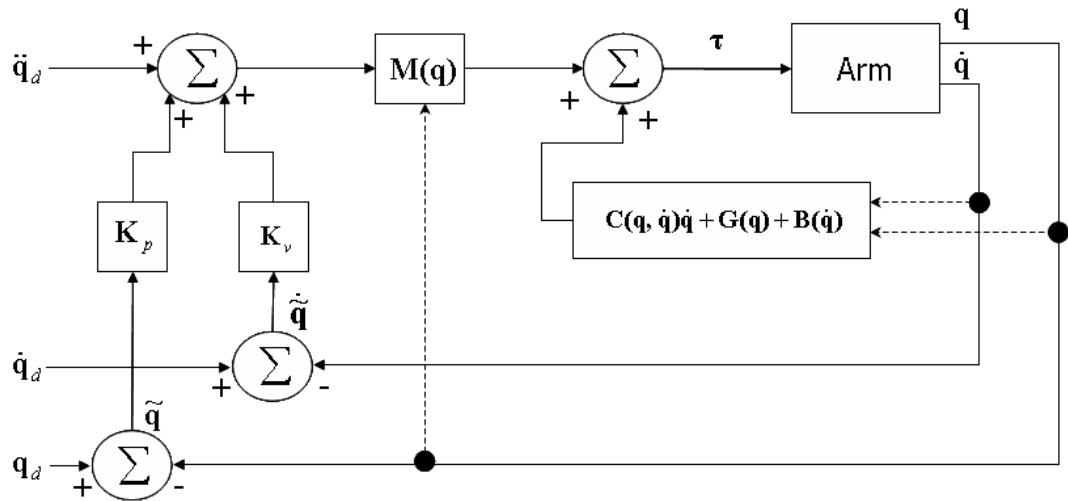


圖 1 計算力矩的控制方塊圖

將(1)式帶入(12)式可得

$$\ddot{\tilde{q}}_d + K_v \dot{\tilde{q}} + K_p \tilde{q} = 0 \quad (13)$$

適當的選擇  $K_v$  和  $K_p$  這兩個增益值，調整控制的效能。

### 2.2.2 適應性控制法

適應性控制器在參數的不確定之下，能夠達到整體誤差收斂。它能夠依據給定的適應性參數估測法則，得到參數，對無法準確知道動力學模型的參數是一個可行的辦法。適應性控制器設計的問題在於：給定要求的路徑，量測各軸的角度和速度，並且有一些或全部未知的參數，推導出對致動器力矩的一個控制法則和對未知參數的一個估測法則，使得各軸的角度能接近地追蹤到要求的路徑。

在[5]中使用各軸追蹤運動的追蹤誤差去驅動參數的適應，而且證明了適應的前饋控制加比例微分控制器的整體追蹤收斂性，它不需要加速度的量測，並且利用電腦模擬與實際實驗驗證其可行性。

在[12]裡提出一個以計算力矩為基礎的適應性控制器，但是它需要加速度的量測，而且要計算估測慣量矩陣的反矩陣，如此可能會限制實際的應用性。像[13]中使用在各軸濾波後力矩的預測誤差去產生參數的估測以及一個修正的計算力矩的控制器並且避免掉矩陣的逆轉換。

[6][7]同時使用各軸追蹤運動的追縱誤差和各軸濾波後力矩的預測誤差去驅動參數的適應，之後建立以模型為基礎的控制器並證明其比傳統的比例微分控制器有較好的效能。



### 三、 機械手臂硬體之建構

本章將介紹實驗平台的架構與設計的考量，將每一部分作分析介紹。

#### 3.1 機械手臂設計概要

本研究建構的實驗平台為一平面機械手臂，經由旋轉關節來連結兩節，這兩節被兩個裝在“肩膀”和“手肘”的直流馬達驅動，兩個旋轉關節上裝有編碼器量測轉動角度，其示意圖如圖 2 所示。 $l_1$ 和 $l_2$ 是兩節的長度， $m_1$ 和 $m_2$ 是質量， $l_{c1}$ 和 $l_{c2}$ 是質量的中心位置， $I_1$ 和 $I_2$ 是質量的中心對旋轉軸的轉動慣量，角度 $q_1$ 是從平行的 $x$ 軸來量測，角度 $q_2$ 是從第一節朝向第二節的延伸來量測，而且都是以逆時針方向為正。

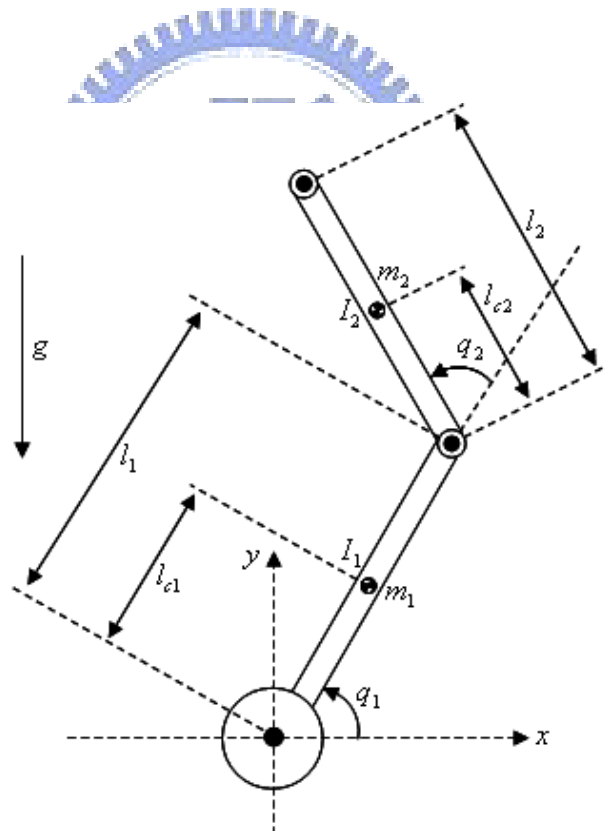


圖 2 兩軸機器人實驗平台

這個機械手臂是由密度為 2.7 公噸/立方米的鋁合金所構成，第一節和第二節的長度 $l_1$ 和 $l_2$ 都是 0.26 公尺，第一節手臂的質量包括了手臂本體、驅動第二軸的馬達和量測第二軸角度的編碼器，全部加起來，一共是 3.885 公斤，第二節手臂的重量則為

0.867 公斤。其參考規格如表 1 所示。

表 1 機械手臂的規格

種類	表示符號	數量	單位
第一節的長度	$l_1$	0.26	m
第二節的長度	$l_2$	0.26	m
第一節的質量	$m_1$	3.885	kg
第二節的質量	$m_2$	0.867	kg
第一節質量的中心位置	$l_{c1}$	未知	m
第二節質量的中心位置	$l_{c2}$	未知	m
第一節質量的中心對旋轉軸的轉動慣量	$I_1$	未知	kg-m <sup>2</sup>
第二節質量的中心對旋轉軸的轉動慣量	$I_2$	未知	kg-m <sup>2</sup>
重力加速度	g	9.81	m/s <sup>2</sup>

本實驗平台的控制系統則是使用數位晶片實現。該晶片除了做為控制器，計算兩軸馬達所需的力矩之外，未來還必須執行所有的錯誤診斷法則，計算量相當龐大，因此將採用高效能的數位訊號處理晶片做為系統核心，並配合適當的周邊模組，例如解碼器和馬達驅動器等等。整體系統方塊圖表示於圖 3。

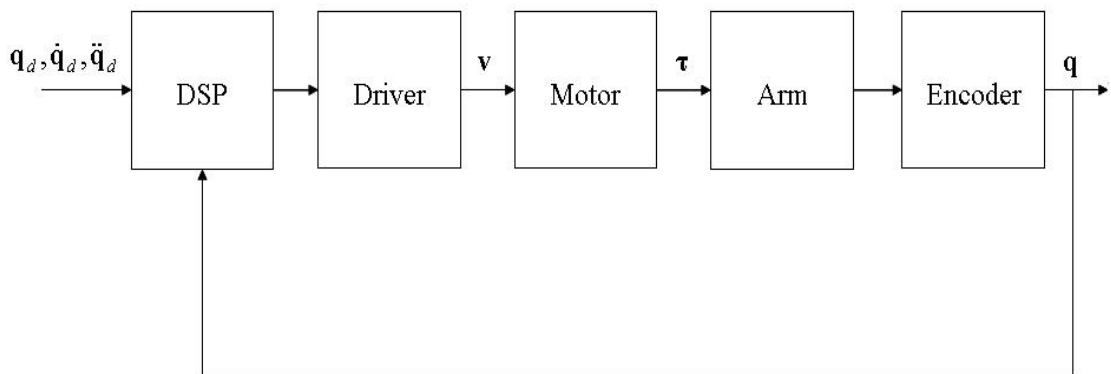


圖 3 實驗平台整體系統方塊圖

### 3.2 馬達

機械手臂轉軸上的致動器都是永磁式直流馬達，並有搭配一個減速機構以提昇扭力，考量到手臂的重量和所需要的馬達輸出扭力，選擇如(14)式要求的軌跡帶入機械手臂的動力學模型去計算其需要的扭力分別是 4.77 和 0.44 牛頓-米，考慮到暫態時可能需要較大的扭力，所以取其五倍左右，選擇這兩軸的馬達規格如表 2 所示。至於選擇這個軌跡來做測試是因為它包含一個正弦項，可隨著週期性運轉去評估控制器的效能，並且還有一個緩慢增加的項去帶著機械手臂到運作點而不會使得馬達飽和。

$$\begin{bmatrix} q_{1d} \\ q_{2d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\pi/2 + b_1(1 - e^{-2.0t^3}) + c_1(1 - e^{-2.0t^3})\sin(\omega_1 t) \\ b_2(1 - e^{-2.0t^3}) + c_2(1 - e^{-2.0t^3})\sin(\omega_2 t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中  $b_1 = \pi/4$  [rad]、 $c_1 = \pi/9$  [rad]和  $\omega_1 = 4$  [rad]是第一軸要求的軌跡的參數， $b_2 = \pi/3$  [rad]、 $c_2 = \pi/6$  [rad]和  $\omega_2 = 3$  [rad]是第二軸要求的軌跡的參數。

表 2 機械手臂致動器的規格

	電壓(Volts)	齒輪比	轉速(rpm)	扭力(N-m)
第一軸	24	1:50	50	25
第二軸	24	1:104	60	1.96

### 3.3 馬達驅動器

本研究的馬達驅動器分別是跟美商TECEL和台商颯機器人專賣店所購買，第一軸驅動器型號為D200，第二軸型號為U6206，這兩款驅動器是都由一對高和低電位的訊號來控制馬達的轉向，並由一脈波寬度調變的訊號來控制轉速。因為馬達在啟動時需要一個大電流的原因，所以選擇這兩款驅動器主要是依據電流的規格來決定的，因此選擇第一軸的驅動器最大電流為 45 安培，第二軸為 30 安培，。這兩個驅動器的外觀如圖 4 所示。表 3 是決定機械手臂正反轉的真值表。

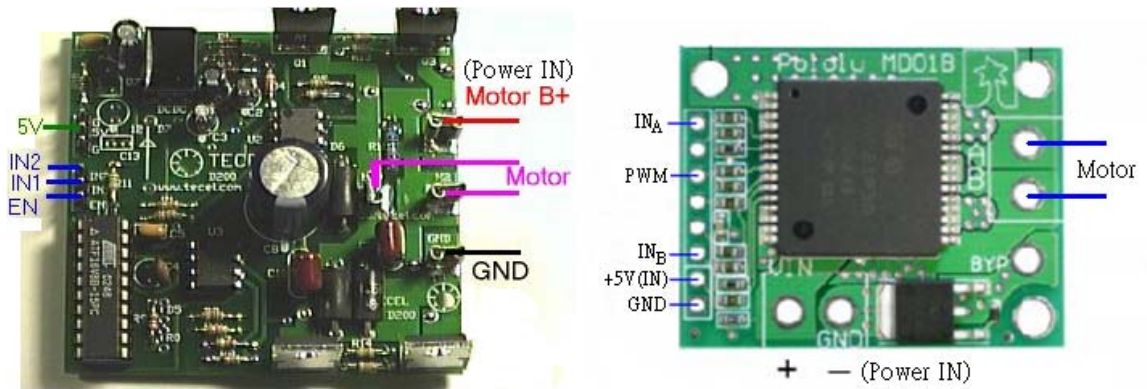


圖 4 馬達驅動器外觀，左側為第一軸的驅動器

表 3 馬達正反轉真值表

IN1	IN2	Robot
IN <sub>A</sub>	IN <sub>B</sub>	
0	0	Stop
0	1	反轉
1	0	正轉
1	1	Stop



### 3.3.1 馬達驅動器動作原理

脈波寬度調變驅動直流馬達的方法乃是藉由變化脈波責任週期達到直流馬達之速度控制。

本研究所使用的驅動器都是H電橋，主要提供了馬達雙極性電源輸入，使馬達可以順時針與逆時針旋轉。其主要是以四個電晶體組合而成，如圖 5 所示，當 Q1 與 Q3 導通而 Q2 與 Q4 截止時，電流由一方向流動；反之 Q2 與 Q4 導通而 Q1 與 Q3 截止時，電流則有相反方向流動，如此促成了馬達正反轉所需的兩種極性。

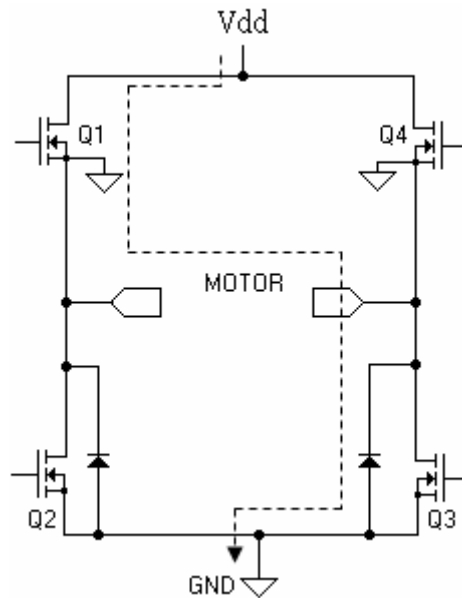


圖 5 H 電橋結構

### 3.4 編碼器

本研究使用旋轉式的增量型編碼器來量測角度，它能產生A、B兩個相位差 1/4 週期的脈波，通過比較A相在前還是B相在前，以判別編碼器的正轉與反轉，並因其產生的脈波數來判斷轉動的角度。編碼器的外觀如圖 6所示，規格如表 4所示。



圖 6 旋轉編碼器

表 4 編碼器的規格

輸出波形	方波
解析度 <sup>1</sup>	2000
輸出相	AB 相
電路特性	電壓型

使用這個款式的編碼器是為了要和下一節介紹的數位訊號處理器相互配合，這款數位訊號處理器內建一個QEP(Quadrature-Encoder Pulse)電路，它能偵測出編碼器的旋轉方向，並且計時器會因兩個輸入訊號的上升或下降的邊緣增加或減少計數。

<sup>1</sup>此處指的解析度是指編碼器每轉一圈產生的脈波數目。



### 3.5 數位訊號處理器與開發工具

數位訊號處理器是當作控制器使用，負責計算輸入到馬達驅動器的脈波責任週期來控制速度及送出一組高或低電位的訊號到驅動器以控制馬達正反轉，並且其內建的 QEP(Quadrature-Encoder Pulse) 電路偵測編碼器的訊號得到角度的量測，這個角度做為控制器的回授訊號進而完成角度的追蹤控制。

本研究使用的數位訊號處理器是由美商Spectrum Digital所生產的eZdsp<sup>TM</sup> F2812 [14]，其上裝有德州儀器生產的TMS320F2812[15]數位訊號處理晶片，此晶片每秒能夠運行 150 百萬條指令。為簡化程式發展和縮短除錯的時間，提供了C2000<sup>2</sup>的工具軟體Code Composer driver[16]，可以在其上做組合語言和C語言<sup>3</sup>的編輯和除錯，並將寫好的程式載入數位訊號處理晶片中作測試。



<sup>2</sup> 德州儀器對其生產的數位訊號處理器做分類，C2000 是其中一個系列，TMS320F2812 就屬於這個系列。

<sup>3</sup> The international Organization for Standardization(ISO) C

## 四、機械手臂模型建立與參數估測

本章節把馬達的模型也加入考慮，推出機械手臂的動力學模型。利用線性最小平方參數估測法得到模型的參數。

### 4.1 機械手臂的動力學模型

考慮如圖 2 所示的兩軸平面機械手臂，應用Lagrangian Equation[11]，得到同(1)式的機械手臂的動力學方程式

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_{c2}^2 + 2m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_1 + I_2 & m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_2 \\ m_2 l_{c2}^2 + m_2 l_1 l_{c2} \cos(q_2) + I_2 & m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}(\mathbf{q})} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2 & -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos(q_1) + m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2) \\ m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}(\mathbf{q})} \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \dot{q}_1 + f_{c1} \text{sign}(\dot{q}_1) \\ b_2 \dot{q}_2 + f_{c2} \text{sign}(\dot{q}_2) \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}(\dot{\mathbf{q}})}
 \end{aligned} \tag{15}$$

其中  $\tau_1$  和  $\tau_2$  是在兩軸上的致動器傳送的力矩。

此處假設摩擦力  $\mathbf{B}(\dot{\mathbf{q}})$  為庫倫摩擦力與黏滯摩擦力，黏滯摩擦力為黏滯摩擦力係數  $\mathbf{b}$  乘上角速度，庫倫摩擦力為庫倫摩擦力係數  $\mathbf{f}_c$  乘上角速度的方向性，在此摩擦力係數皆假設為常數。

### 4.2 包含致動器的機械手臂動力學模型

機械手臂受到的扭力是經由致動器來傳送，在本研究中實驗平台的致動裝置則是由直流馬達來傳送扭力。通常直流馬達可以由一個二階的線性微分方程式來表示其動力學模型，因此一個加到馬達電樞的輸入電壓  $v$  到經由馬達傳送的輸出力矩  $\tau$

的關係可以如(16)式所示[11]，馬達的示意圖則顯示於圖 7。

$$J_m \ddot{q} + f_m \dot{q} + \frac{K_a K_b}{R_a} \dot{q} + \frac{\tau}{r^2} = \frac{K_a}{r R_a} v \quad (16)$$

其中

$J_m$ : 轉子的轉動慣量( $kg \cdot m^2$ )

$K_a$ : 馬達力矩常數( $N \cdot m/A$ )

$R_a$ : 電樞電阻( $\Omega$ )

$K_b$ : 反電動勢常數( $V \cdot s/rad$ )

$f_m$ : 轉子的摩擦係數( $N \cdot m$ )

$\tau$ : 在齒輪組後的負載軸力矩( $N \cdot m$ ), 即機械手臂力矩

$q$ : 負載軸的角度( $rad$ )

$r$ : 齒輪減速比率

$v$ : 電樞電壓( $V$ )

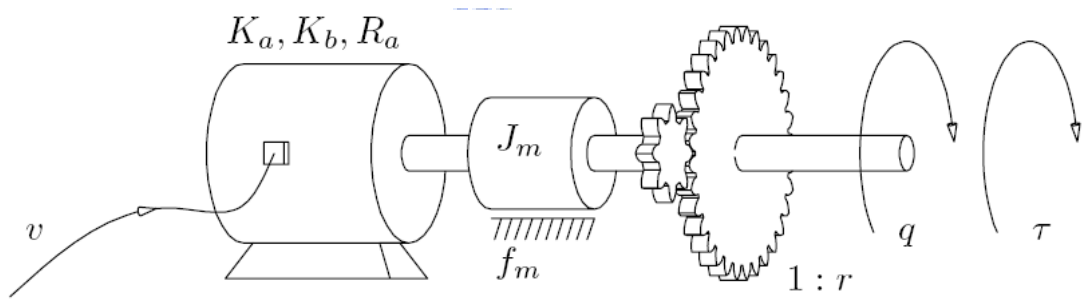


圖 7 直流馬達示意圖，摘錄自[11]

若考慮  $n$  軸，且每一軸都是由直流馬達驅動，則從(16)可以得

$$\mathbf{J} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{F} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{R} \tau = \mathbf{K} v \quad (17)$$

其中

$$\mathbf{J} = \text{diag}\{J_{m_i}\}$$

$$\mathbf{F} = \text{diag}\left\{f_{m_i} + \left(\frac{K_a K_b}{R_a}\right)_i\right\} = \text{diag}\{f_i\}$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}\left\{\frac{1}{r_i^2}\right\} \quad (18)$$

$$\mathbf{K} = \text{diag}\left\{\left(\frac{K_a}{R_a}\right)_i \frac{1}{r_i}\right\} = \text{diag}\{K_i\}$$

下標  $i$  表示其為第  $i$  軸的參數。

因此，將(15)式帶入(17)式可得到在兩個軸裝上直流馬達的完整機械手臂動力學模型，如(19)式所示。

$$(\mathbf{RM}(\mathbf{q}) + \mathbf{J})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{RC}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{RG}(\mathbf{q}) + \mathbf{RB}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{Kv} \quad (19)$$

### 4.3 機械手臂參數估測

準確的機械手臂控制需要一個準確的動力學模型，如計算力矩的控制器就是以模型為基礎來做設計的，它的效能直接和模型的準確有關。所以在控制器設計之前，找到準確的模型是必要的。

首先使用第二章提到的線性最小平方參數估測法來做模型的參數估測，這個估測法使用簡易的矩陣運算，得到最佳近似解。把(19)式改寫成如(2)式的型式，即

$$\Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\Theta = \mathbf{v} \quad (20)$$

$\Theta$  是未知的參數，如下所示。

$$\begin{aligned} \theta_1 &= [(I_1 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2) \frac{1}{r_1^2} + J_{m_1}] \frac{1}{K_1} \\ \theta_2 &= (I_2 + m_2 l_{c2}^2) \frac{1}{K_1} \\ \theta_3 &= l_{c2} \frac{1}{K_1} \\ \theta_4 &= (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \frac{1}{r_1^2} \frac{1}{K_1} \\ \theta_5 &= (f_1 + b_1 \frac{1}{r_1^2}) \frac{1}{K_1} \\ \theta_6 &= f_{c1} \frac{1}{r_1^2} \frac{1}{K_1} \\ \theta_7 &= (I_2 + m_2 l_{c2}^2) \frac{1}{K_2} \\ \theta_8 &= l_{c2} \frac{1}{K_2} \\ \theta_9 &= J_{m_2} \frac{1}{K_2} \\ \theta_{10} &= (f_2 + b_2 \frac{1}{r_2^2}) \frac{1}{K_2} \\ \theta_{11} &= f_{c2} \frac{1}{r_2^2} \frac{1}{K_2} \end{aligned} \quad (21)$$

在使用這個方法時，需要求出  $\Phi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ ，而為了得到這一項就必須有角度、角速度和角加速度的資訊。角度可以使用編碼器量測到，角速度利用差分的方式得到，即(22)式

$$\dot{q} \approx \frac{q(t) - q(t - \Delta t)}{\Delta t} \quad (22)$$

，但加速度在這裡是量測不到的，所以使用如[7][8][9]中所提到的，利用濾波器消除加速度的訊號。

重寫(19)式，得到(23)式

$$\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) + \bar{\mathbf{B}}(\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{v} \quad (23)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) &= \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{R}\mathbf{M}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}) \\ \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \mathbf{K}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \\ \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) &= \mathbf{K}^{-1}\mathbf{R}\mathbf{G}(\mathbf{q}) \\ \bar{\mathbf{B}}(\dot{\mathbf{q}}) &= \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{R}\mathbf{B}(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}\dot{\mathbf{q}}) \end{aligned} \quad (24)$$

將(23)式兩側同時跟  $h(t)$  作迴旋積分(convolution)得到(25)式， $h(t)$  為(10)式的脈衝響應。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_f &= h(t) * \mathbf{v}(t) = h(t) * [\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}(t))\ddot{\mathbf{q}}(t) + \bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))\dot{\mathbf{q}}(t) + \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q}(t)) + \bar{\mathbf{B}}(\dot{\mathbf{q}}(t))] \\ &= h(t) * \left[ \frac{d}{dt}(\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}(t))\dot{\mathbf{q}}(t)) - \dot{\bar{\mathbf{M}}}(\mathbf{q}(t))\dot{\mathbf{q}}(t) + h(t) * [\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))\dot{\mathbf{q}}(t) + \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q}(t)) + \bar{\mathbf{B}}(\dot{\mathbf{q}}(t))] \right] \\ &= h(t) * \frac{d}{dt}(\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}(t))\dot{\mathbf{q}}(t)) + h(t) * [\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))\dot{\mathbf{q}}(t) + \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q}(t)) + \bar{\mathbf{B}}(\dot{\mathbf{q}}(t)) - \dot{\bar{\mathbf{M}}}(\mathbf{q}(t))\dot{\mathbf{q}}(t)] \end{aligned} \quad (25)$$

從(25)式中發現第一項有角加速度，令  $\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$  為  $\mathbf{u}(t)$ ，其拉式轉換為  $\mathbf{U}(s)$ ，則

$$h(t) * \dot{\mathbf{u}}(t) = H(s)(s\mathbf{U}(s) - \mathbf{u}(0)) = [sH(s) - h(0)]\mathbf{U}(s) + h(0)\mathbf{U}(s) - H(s)\mathbf{u}(0) \quad (26)$$

將(26)式反拉式轉換，得到(27)式

$$\begin{aligned} &h(t) * \frac{d}{dt}(\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}(t))\dot{\mathbf{q}}(t)) \\ &= \dot{h}(t) * (\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}(t))\dot{\mathbf{q}}(t)) + h(0) \cdot \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}(t))\dot{\mathbf{q}}(t) - h(t) \cdot \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}(0))\dot{\mathbf{q}}(0) \end{aligned} \quad (27)$$

將(27)式代回(25)式，得到(28)式，式中已消除了加速度項。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_f &= h(t) * \mathbf{v}(t) \\ &= \dot{h}(t) * (\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}(t))\dot{\mathbf{q}}(t)) + h(0) \cdot \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}(t))\dot{\mathbf{q}}(t) - h(t) \cdot \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}(0))\dot{\mathbf{q}}(0) \\ &\quad + h(t) * [\bar{\mathbf{C}}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))\dot{\mathbf{q}}(t) + \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{q}(t)) + \bar{\mathbf{B}}(\dot{\mathbf{q}}(t)) - \dot{\bar{\mathbf{M}}}(\mathbf{q}(t))\dot{\mathbf{q}}(t)] \\ &\equiv \Phi_f(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))\Theta \end{aligned} \quad (28)$$

將(28)式代入線性最小平方參數估測法中就可得到最佳近似解 $\hat{\Theta}$ 。

依據上述方式，給定方波輸入，量測機械手臂的轉動角度，求出 $\hat{\Theta}$ 。輸入的方波如圖 8 所示，其週期呈現亂數的分佈，使得這個輸入訊號包含多種的頻率，能夠提供充分的資訊。使得在使用這個參數估測法時，矩陣 $\Phi_f(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))$ 為滿秩(full rank)，故反矩陣 $(\Phi_f^T(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))\Phi_f(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)))^{-1}$ 存在。另外使用方波的輸入，也可避免馬達輸入電壓落在死區(dead- zone)，發生無法轉動的現象。有關死區的說明將在下一個章節討論。

$$\hat{\Theta} = [0.4487741; 2.0439; 0.67257; 2.949748; 2.235239; 4.828955; 63.79541; 300.8494; 0.075146; 0.169445; 3.439623] \quad (29)$$

將(29)式和已知的輸入電壓代入(20)式，使用MATLAB[18]中的函式「ODE45」解出機械手臂的轉動角度。從圖 9 中可以觀察到模擬和量測值並沒有完全吻合，但差異性不會很大，可以使用控制的方法作補償。

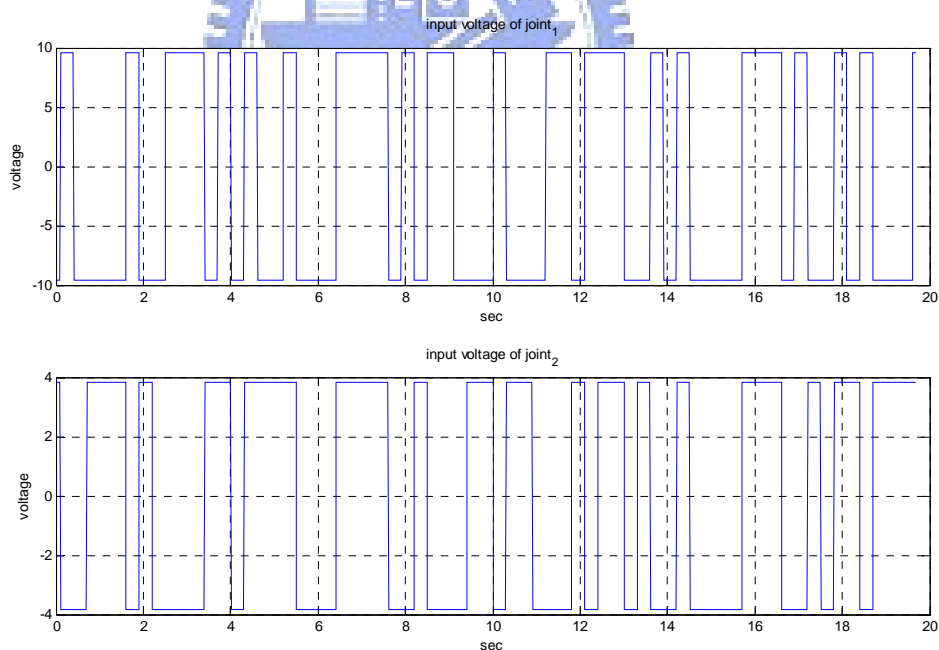


圖 8 上圖為第一軸的輸入電壓，下圖為第二軸的輸入電壓

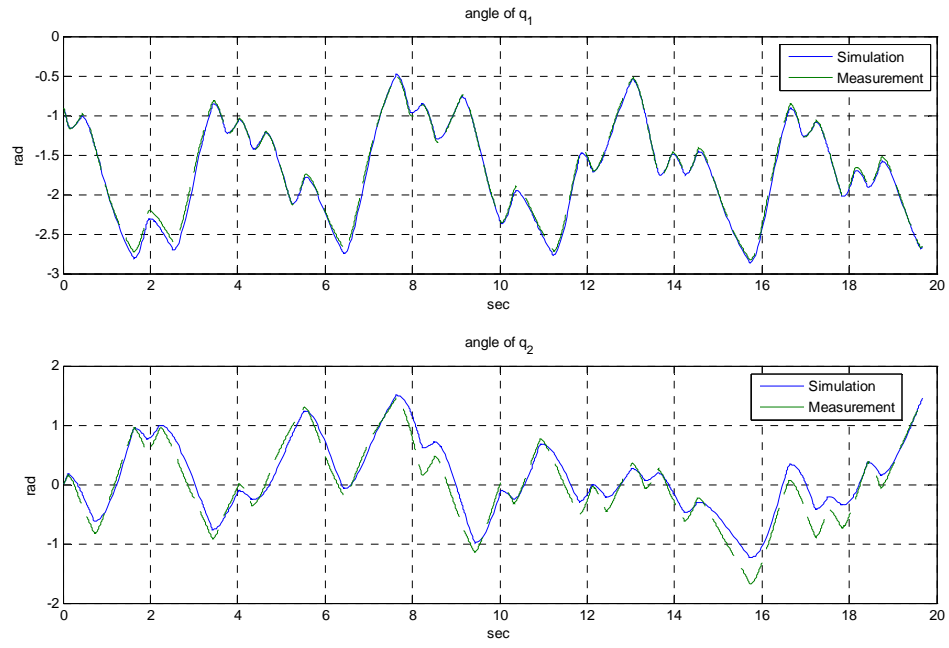


圖 9 上圖為第一軸的轉動角度，下圖為第二軸的轉動角度



## 五、控制器的設計

本節將設計三種控制器，計算力矩的控制器、具有背隙(Backlash)和低速補償的適應性控制器以及不需要速度估測的控制器。第一種是一個已經被廣泛運用的控制器[10][11]，可以作為相互比較的基準。第二種設計能夠補償在本研究中特別明顯的背隙(backlash)現象，並且也能夠降低死區(dead-zone)在低速時所造成的影響，參數的適應改善了參數估測不準確對控制器性能的影響。第三種設計是一個新的方法，它只需要角度的量測，就能夠完成控制器的設計。避免使用差分的方式去求得角速度。差分得到的角速度有大幅度震盪，會造成控制器增益調太高時使得機械手臂劇烈震動。在下一個章節，將使用實驗平台測試這些控制器。

### 5.1 計算力矩的控制器

考慮(23)式的動力學方程式，計算力矩的控制法則給定如下

$$\mathbf{v} = \overline{\mathbf{M}}(\mathbf{q})[\ddot{\mathbf{q}}_d + \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_I \int \tilde{\mathbf{q}} dt] + \overline{\mathbf{C}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{q}) + \overline{\mathbf{B}}(\dot{\mathbf{q}}) \quad (30)$$

其方塊圖如圖 10 所示，圖中的「 $\frac{1}{s}$ 」表示一個積分器。

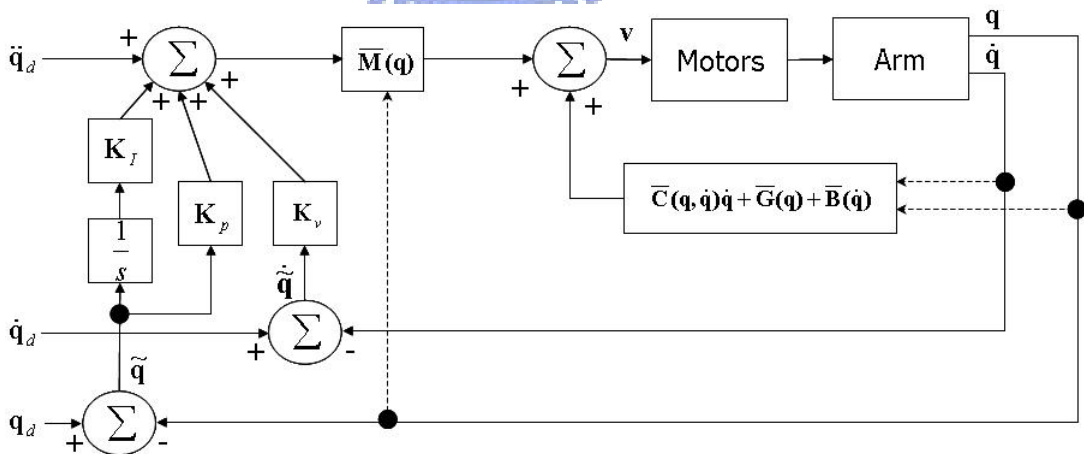


圖 10 有考慮馬達的計算力矩控制方塊圖

將(23)式代入(30)式可得到(31)式

$$\ddot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_v \dot{\tilde{\mathbf{q}}} + \mathbf{K}_p \tilde{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_I \int \tilde{\mathbf{q}} dt = \mathbf{0} \quad (31)$$



其中  $\mathbf{K}_v$ 、 $\mathbf{K}_p$  和  $\mathbf{K}_I$  為對稱正定的矩陣，在實現這個控制器時，會調整  $\mathbf{K}_v$ 、 $\mathbf{K}_p$  和  $\mathbf{K}_I$  的值，將這些參數調大會加速誤差的收斂，改善控制器的效能，但如果調的太大則會有超越(overshoot)現象，使得機械手臂發生震動，所以必須在兩者之間取一個平衡點。

## 5.2 具有背隙(Backlash)和低速補償的適應性控制器

這裡使用的適應性控制器是建立在計算力矩的控制器之上，控制器中模型的參數會依據一個適應性的法則做調整，其方塊圖如圖 11 所示。

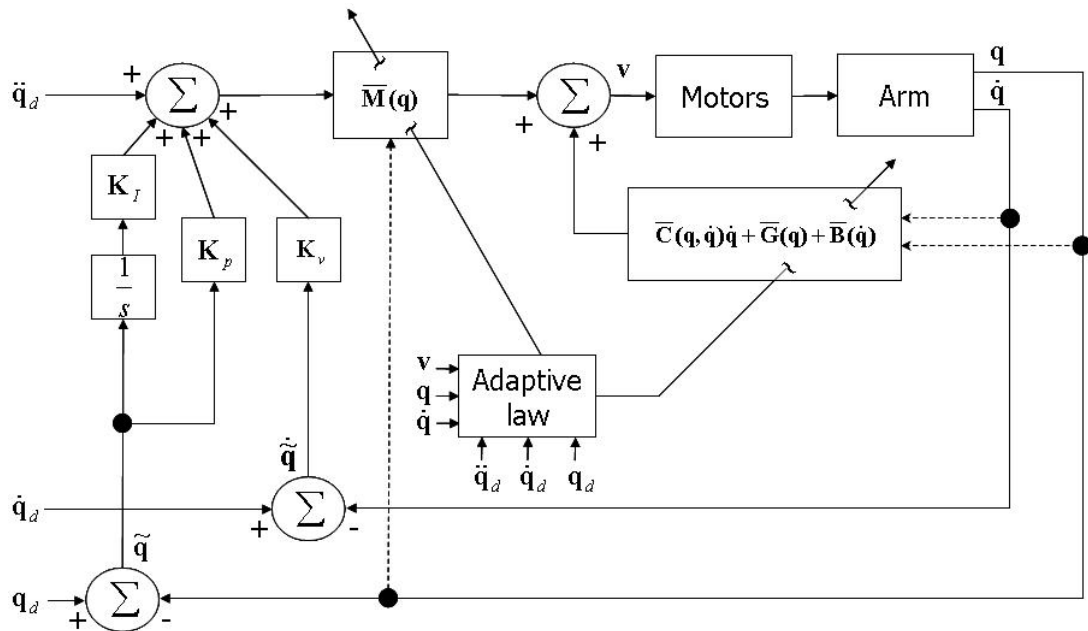


圖 11 適應性控制器方塊圖

參考(11)式，給定適應性法則如下

$$\frac{d}{dt}[\hat{\Theta}(t)] = \Gamma_0 [\Phi^T(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) \mathbf{s} + \mathbf{Z}^T(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \mathbf{R} \mathbf{E}_f] \quad (32)$$

其中

$$\mathbf{E}_f = \mathbf{v}_f - \hat{\mathbf{v}}_f$$

$$\mathbf{Z}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) = h(t) * \Phi(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t), \ddot{\mathbf{q}}(t))$$

$$\hat{\mathbf{v}}_f = \mathbf{Z}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) \hat{\Theta}(t)$$

$$\mathbf{v}_f = h(t) * \boldsymbol{\tau}(t)$$

$\Gamma_0 = \Gamma_0^T > \mathbf{0}$  是一個常數的適應增益

$\mathbf{R} = \mathbf{R}^T > \mathbf{0}$  是一個  $n \times n$  的權重矩陣

(33)

## 5.2.1 背隙(Backlash)補償

在本研究中所出現的背隙(backlash)現象如圖 12所示，圖中顯示在機械手臂改變方向時，會先停住一小段時間。這是由於裝在機械手臂馬達是經過一組減速的齒輪來達到較大扭力的輸出，但是因為齒輪間隙的關係，在機械手臂正反轉切換時，每一個齒輪需要先轉動一定的角度才能再次接觸到相鄰的齒輪，馬達才能夠驅動到機械手臂。這個現象在動力學模型中是沒有表現出來的，所以需要一個外加的力量來克服。

補償的方法即是在每次正反轉切換時加入一定的電壓，這個電壓值由實驗得到，如此將會強迫馬達快速的轉動一個角度，克服馬達間隙的問題。

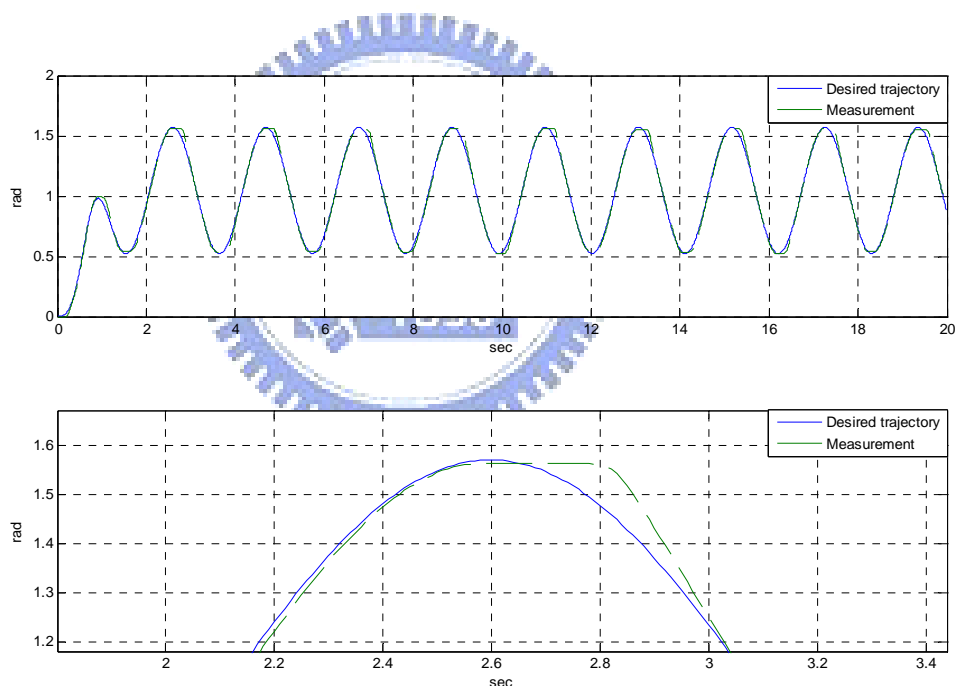


圖 12 背隙(backlash)現象的示意圖，下圖為局部放大圖。

## 5.2.2 低速補償

馬達在某個電壓之下是不會動的，此即為馬達的死區(dead-zone)，其示意圖如圖 13所示，在 $|\pm v_b|$ 這個電壓之間速度為零，這個區域同樣的沒有表現在動力學模型中，使得機械手臂在低速時不能準確控制。這個補償的方法是在低

速且控制器輸入電壓落在死區時，由死區的邊界電壓和角度追蹤誤差的加權的和去取代控制器算出的電壓，即

$$\mathbf{v} = \mathbf{K}_c \tilde{\mathbf{q}} + \text{sign}(\dot{\mathbf{q}}_d) \cdot \mathbf{v}_b \quad (34)$$

其中  $\mathbf{K}_c$  為對稱正定的常數矩陣， $\pm \mathbf{v}_b$  為死區的邊界。

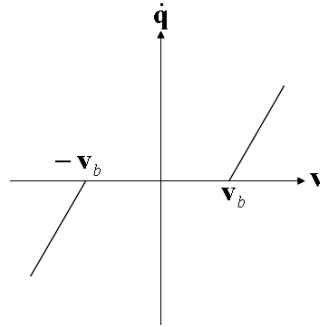


圖 13 馬達死區(dead-zone)的示意圖

### 5.3 不需要速度估測的控制器

利用差分的方式產生的角速度會有大幅度的震盪，如圖 14 所示。這與實際的角速度相差甚遠，限制控制增益的調整，降低了控制器的效能，當增益調整過大時甚至會使得機械手臂出現震動的現象。下面提出一種在機械手臂的研究中未使用過的方法。這個方法將機械手臂的動力學方程式中的線性項分離出來，利用[17]中提出的設計位置回授控制器的方式，設計出關於線性項部份的控制器。其餘的非線性項部份則代入要求的角速度和角加速度以及量測所得的角度資訊，所算出的值加上線性控制器得到的結果，如此完成整個控制器的設計，設計的過程中僅需要角度的量測值。整個控制器的方塊圖如圖 15 所示。

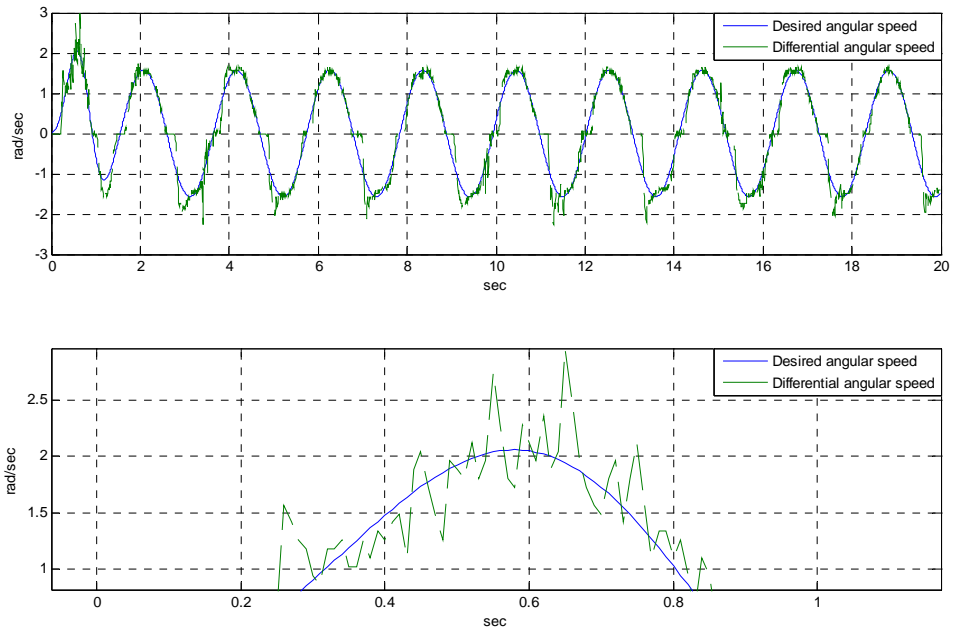


圖 14 要求和差分的角速度，下圖為局部放大圖。

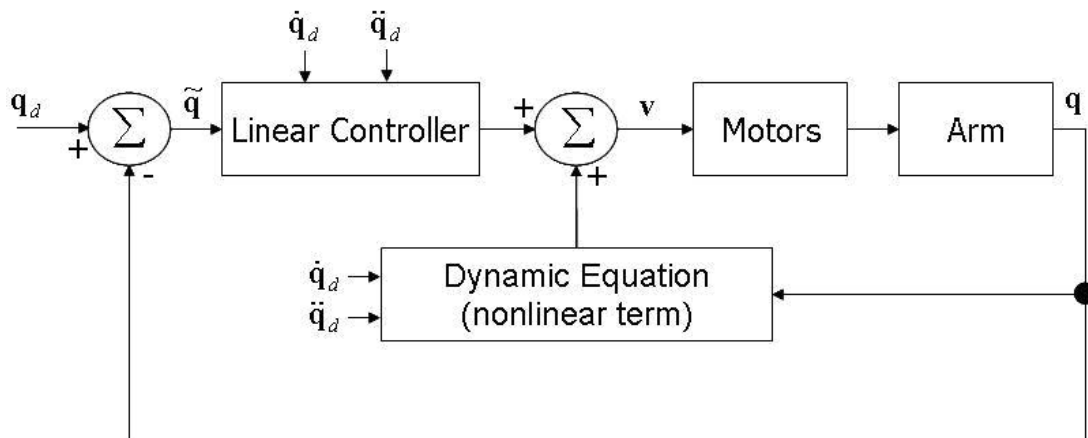


圖 15 不需要速度估測的控制器方塊圖

以下是將機械手臂的動力學方程式中的線性項，寫成狀態空間表示，並設計出線性控制器。從(23)式展開得到(35)與(36)式

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{K_1} \frac{1}{r_1^2} (I_1 + I_2 + m_2 l_{c2}^2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + r_1^2 J_{m1}) \dot{q}_1 + \frac{1}{K_1} \frac{1}{r_1^2} (I_2 + m_2 l_{c2}^2) \dot{q}_2 + \frac{1}{K_1} \frac{1}{r_1^2} (b_1 + r_1^2 f_1) \dot{q}_1 \\
 & + \frac{1}{K_1} \frac{1}{r_1^2} m_2 l_1 l_{c2} [2 \cos(q_2) \ddot{q}_1 + \cos(q_2) \ddot{q}_2 - \sin(q_2) (\dot{q}_2)^2 - 2 \sin(q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2] \\
 & + \frac{1}{K_1} \frac{1}{r_1^2} [m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2) + m_1 l_{c1} g \cos(q_1) + m_2 l_1 g \cos(q_1)] \\
 & + \frac{1}{K_1} \frac{1}{r_1^2} f_{c1} \text{sign}(\dot{q}_1) = v_1
 \end{aligned} \tag{35}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} (I_2 + m_2 l_{c2}^2) (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) + \frac{1}{K_2} J_{m2} \ddot{q}_2 + \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} (b_2 + r_2^2 f_2) \dot{q}_2 \\
& + \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} m_2 l_1 l_{c2} [\cos(q_2) \ddot{q}_1 + \sin(q_2) (\dot{q}_1)^2] \\
& + \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2) \\
& + \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} f_{c2} \text{sign}(\dot{q}_2) = v_2
\end{aligned} \tag{36}$$

將(35)式乘上  $\frac{r_1^2 K_1}{r_2^2 K_2}$  減掉(36)式得到(37)式

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} (I_1 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + r_1^2 J_{m1}) \ddot{q}_1 - \frac{1}{K_2} J_{m2} \ddot{q}_2 + \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} (b_1 + r_1^2 f_1) \dot{q}_1 - \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} (b_2 + r_2^2 f_2) \dot{q}_2 \\
& + \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} m_2 l_1 l_{c2} [\cos(q_2) (\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) - \sin(q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2] \\
& + \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos(q_1) \\
& + \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} f_{c1} \text{sign}(\dot{q}_1) - \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} f_{c2} \text{sign}(\dot{q}_2) = \frac{r_1^2 K_1}{r_2^2 K_2} v_1 - v_2
\end{aligned} \tag{37}$$

觀察(36)和(37)式，可以發現方程式的第一行都是線性組合，其狀態空間的表示如(38)式。另外非線性項部份則會代入要求的角速度和角加速度以及量測所得的角度資訊，和接下來設計出的線性控制器的結果加起來，得到控制的電壓。

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\bar{\mathbf{v}} \\
\mathbf{y} &= \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \mathbf{C}\mathbf{x}
\end{aligned} \tag{38}$$

其中  $y_1 = q_1$ ， $y_2 = q_1 + q_2$ ， $\bar{\mathbf{v}}$  是線性組合部份得到的電壓。

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} &= [y_1 \quad y_2 \quad \dot{y}_1 \quad \dot{y}_2]^T \\
\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & & -\mathbf{I}^{-1}\mathbf{B}_1 \\ 0 & 0 & & \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \mathbf{I}^{-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{I} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} (I_1 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_1^2 + r_1^2 J_{m1}) + \frac{1}{K_2} J_{m2} & -\frac{1}{K_2} J_{m2} \\ -\frac{1}{K_2} J_{m2} & \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} (I_2 + m_2 l_{c2}^2) + \frac{1}{K_2} J_{m2} \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}_1 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} (b_1 + r_1^2 f_1 + b_2 + r_2^2 f_2) & -\frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} (b_2 + r_2^2 f_2) \\ -\frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} (b_2 + r_2^2 f_2) & \frac{1}{K_2} \frac{1}{r_2^2} (b_2 + r_2^2 f_2) \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{39}$$

因為控制器設計的目的是角度的追蹤，所以將(38)式中所選定的狀態  $\mathbf{x}$  改成角度的追蹤誤差  $\mathbf{x} = [\bar{y}_1 \quad \bar{y}_2 \quad \dot{\bar{y}}_1 \quad \dot{\bar{y}}_2]^T$ ，其中  $\bar{y}_1 = q_{1d} - q_1$ ， $\bar{y}_2 = (q_{1d} + q_{2d}) - (q_1 + q_2)$ ，線性組合部份的電壓  $\bar{\mathbf{v}}$  改成  $\tilde{\mathbf{v}}$ ，即  $\tilde{\mathbf{v}} = \bar{\mathbf{v}}_d - \bar{\mathbf{v}} = [\tilde{v}_1 \quad \tilde{v}_2]^T = [\bar{v}_{1d} - \bar{v}_1 \quad \bar{v}_{2d} - \bar{v}_2]^T$ 。新的狀態空間表示如(41)式所示，其中線性組合部份的要求電壓  $\bar{\mathbf{v}}_d$  如(40)式所示

$$\bar{\mathbf{v}}_d = [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{I}] \begin{bmatrix} \dot{q}_{1d} \\ \dot{q}_{1d} + \dot{q}_{2d} \\ \ddot{q}_{1d} \\ \ddot{q}_{1d} + \ddot{q}_{2d} \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{v}} \\ \bar{\mathbf{y}} &= \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{C}\bar{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (41)$$

### 5.3.1 線性控制器的設計程序

採用[17]中所提出的位置回授控制器設計，這個控制器是應用在車輛橫向運動的控制。文中說明在設計狀態回授控制器時，觀察器沒有被考慮進去，外加的觀察器改變了原來的狀態回授控制系統，因而不能保證控制器的強健。這個控制器設計提出兩個步驟的設計程序，將狀態回授控制器轉換到一個輸出回授的控制器而不會改變閉迴路的特性。在此控制器的設計中，首先在(41)式所表示的受控廠前加上一個濾波器使其成為一個增大的受控廠，這個濾波器的作用主要是將增大的受控廠利用LQ方法(Linear quadratic methods)得到一個真分(proper)的輸出回授控制器。

步驟一

假設 $G(s)$ 是機械手臂動力學方程式有關於線性項(41)的轉移矩陣。加入一個濾波器 $\Lambda(s)$ 到電壓輸入端以增大受控廠 $G(s)$ 。如圖 16所示。

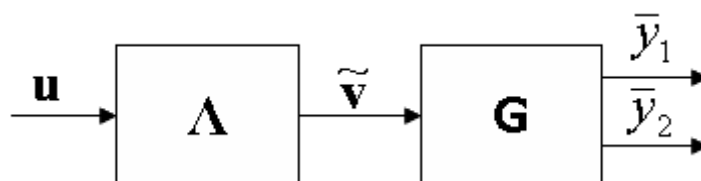


圖 16 增大的受控廠，摘錄自[17]

其中

$$\mathbf{\Lambda}(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{D(s)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{D(s)} \end{bmatrix}, \quad D(s) = s^r + \lambda_{r-1}s^{r-1} + \dots + \lambda_1s + \lambda_0 \quad (42)$$

係數  $\lambda_i$  是設計的參數。將  $\mathbf{\Lambda}$  寫成如(43)式的可控制典型式(controllable canonical form)。

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & -\lambda_2 & \dots & -\lambda_{r-1} \\ & & & & 0 \\ & & & & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & & & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & & & -\lambda_0 & -\lambda_1 & -\lambda_2 & \dots & -\lambda_{r-1} \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (43)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}$$

$\boldsymbol{\eta} = [\tilde{v}_1 \quad \dot{\tilde{v}}_1 \quad \dots \quad \tilde{v}_1^{(r-1)} \quad \tilde{v}_2 \quad \dot{\tilde{v}}_2 \quad \dots \quad \tilde{v}_2^{(r-1)}]^T$ ,  $\tilde{v}_1^{(i)}$  和  $\tilde{v}_2^{(i)}$  分別表示  $\tilde{v}_1$  和  $\tilde{v}_2$  的第  $i$  次微分。

如果  $r > 1$ , 則必須計算  $\tilde{\mathbf{v}}_d$  的微分, 如此會大大增加計算的負荷。因此選擇  $r = 1$ , 則  $D(s) = s + \lambda_0$ , 所以(43)式可以化簡為(44)式, 其中  $\boldsymbol{\eta} = [\tilde{v}_1 \quad \tilde{v}_2]^T$ 。

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} -\lambda_0 & 0 \\ 0 & -\lambda_0 \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u} = \mathbf{A}_\eta \boldsymbol{\eta} + \mathbf{B}_\eta \mathbf{u} \quad (44)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta}$$

這個增大的受控廠的輸入是  $\mathbf{u}$ , 輸出是  $\bar{y}_1$  和  $\bar{y}_2$ 。從(38)式和(44)式, 可以得到它的狀態空間的表示為

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{\mathbf{x}}} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{BC}_\eta \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \boldsymbol{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_\eta \end{bmatrix} \mathbf{u} = \mathbf{A}_a \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \boldsymbol{\eta} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_a \mathbf{u} \quad (45)$$

$$\bar{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \boldsymbol{\eta} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_a \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \boldsymbol{\eta} \end{bmatrix}$$

觀察(45)式, 可以很容易的看到這個增大的系統從  $\mathbf{u}$  是可控制的。因此選擇適當的狀態回授增益, 可以任意分配閉迴路的特徵值。

然後為這個增大的受控廠設計一個狀態回授控制器。在這裡應用 LQ 方法 (Linear quadratic methods) 決定。因此狀態回授控制器的增益為

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= -\begin{bmatrix} \mathbf{K}_x & \mathbf{K}_\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{x}} \\ \boldsymbol{\eta} \end{bmatrix} = -\mathbf{K}_x \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{K}_\eta \boldsymbol{\eta} = -\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \dot{\bar{y}}_1 \\ \dot{\bar{y}}_2 \end{bmatrix} - \mathbf{K}_\eta \boldsymbol{\eta} \\ &= -\begin{bmatrix} k_{11} & k_{13} \\ k_{21} & k_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \dot{\bar{y}}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{12} & k_{14} \\ k_{22} & k_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{y}_2 \\ \dot{\bar{y}}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{\eta 11} & k_{\eta 12} \\ k_{\eta 21} & k_{\eta 22} \end{bmatrix} \boldsymbol{\eta} = -\mathbf{K}_{x1} \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \dot{\bar{y}}_1 \end{bmatrix} - \mathbf{K}_{x2} \begin{bmatrix} \bar{y}_2 \\ \dot{\bar{y}}_2 \end{bmatrix} - \mathbf{K}_\eta \boldsymbol{\eta} \end{aligned} \quad (46)$$

增益矩陣  $[\mathbf{K}_{x1}, \mathbf{K}_{x2}, \mathbf{K}_\eta]$  會因為控制器效能、致動器的限制等條件去選擇。在下一節將會討論如何應用 LQ 方法去決定增益矩陣。

## 步驟二

因為並不是所有的狀態都可以量測的到，狀態回授法則必須轉換成輸出回授的形式。讓  $\hat{\mathbf{u}}$ 、 $\hat{\mathbf{v}}$  和  $\hat{\boldsymbol{\eta}}$  分別表示  $\mathbf{u}$ 、 $\tilde{\mathbf{v}}$  和  $\boldsymbol{\eta}$  的拉氏轉換。從圖 16 中，可以發現  $\hat{\mathbf{v}} = \Lambda \hat{\mathbf{u}}$ ，而且  $\hat{\boldsymbol{\eta}} = \hat{\mathbf{v}}$ ，所以(46)式的拉氏轉換可以表示為

$$\hat{\mathbf{v}} = -\Lambda(s) \left( \mathbf{K}_{x1} \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ s\hat{y}_1 \end{bmatrix} + \mathbf{K}_{x2} \begin{bmatrix} \hat{y}_2 \\ s\hat{y}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{K}_\eta \hat{\mathbf{v}} \right) \quad (47)$$

應用(42)到(47)式，可以得到輸出狀態回授控制法則(48)式

$$\hat{\mathbf{v}} = -[\Lambda^{-1}(s) + \mathbf{K}_\eta]^{-1} \left( \mathbf{K}_{x1} [1 \quad s]^T \hat{\mathbf{y}}_1 + \mathbf{K}_{x2} [1 \quad s]^T \hat{\mathbf{y}}_2 \right) \quad (48)$$

將(48)式展開可得到(49)式

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \end{bmatrix} &= \frac{1}{s^2 + (2\lambda_0 + k_{\eta 11} + k_{\eta 22})s + (\lambda_0 + k_{\eta 11})(\lambda_0 + k_{\eta 22}) - k_{\eta 12}k_{\eta 21}} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \end{bmatrix} \\ a_{11} &= k_{13}s^2 + [k_{11} + k_{13}(\lambda_0 + k_{\eta 22}) - k_{\eta 12}k_{23}]s + k_{11}(\lambda_0 + k_{\eta 22}) - k_{\eta 12}k_{21} \\ a_{12} &= k_{14}s^2 + [k_{12} + k_{14}(\lambda_0 + k_{\eta 22}) - k_{\eta 12}k_{24}]s + k_{12}(\lambda_0 + k_{\eta 22}) - k_{\eta 12}k_{22} \\ a_{21} &= k_{23}s^2 + [k_{21} + k_{23}(\lambda_0 + k_{\eta 11}) - k_{\eta 21}k_{13}]s + k_{21}(\lambda_0 + k_{\eta 11}) - k_{\eta 21}k_{11} \\ a_{22} &= k_{24}s^2 + [k_{22} + k_{24}(\lambda_0 + k_{\eta 11}) - k_{\eta 21}k_{14}]s + k_{22}(\lambda_0 + k_{\eta 11}) - k_{\eta 21}k_{12} \end{aligned} \quad (49)$$

從(46)式到(48)式的轉換只有使用到運動學上的關係，同時也不需要用到觀察器或速度估測器。完成了這個線性控制器，再配合將量測的角度、要求的角速度和要求的角加速度代入機械手臂的動力學方程式中包含非線性項算



出的電壓值，即可得到整個控制器的控制電壓，完成控制器的設計。

### 5.3.2 狀態回授增益的選擇

考慮如圖 16 增大的受控廠，機械手臂的狀態為  $\bar{x}$ ，濾波器  $\Lambda$  的狀態為  $\eta$ 。

LQR(Linear quadratic regulator)控制器的成本函數(cost function)為

$$J = \int_0^{\infty} \left( \begin{bmatrix} \bar{x}^T(t) & \eta^T(t) \end{bmatrix} \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ \eta(t) \end{bmatrix} + \mathbf{u}^T \mathbf{D} \mathbf{u} \right) dt \quad (50)$$

其中  $\mathbf{Q} \in R^{6 \times 6}$  是半正定矩陣， $\mathbf{D}$  是正定矩陣，狀態回授的增益可以經由最小化  $J$  而產生。這個最佳化的增益  $[\mathbf{K}_x \quad \mathbf{K}_\eta] = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{B}_a^T \mathbf{P}$ ， $\mathbf{P}$  是正定矩陣，滿足 Riccati equation

$$\mathbf{A}_a^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_a - \mathbf{P} \mathbf{B}_a \mathbf{D}^{-1} \mathbf{B}_a^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (51)$$

若選擇  $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_x & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_\eta & 0 \\ 0 & 0 & 0_{r-1} \end{bmatrix}$ ， $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix}$ ，其中  $\mathbf{Q}_x \in R^{4 \times 4}$ ， $\mathbf{Q}_\eta \in R^{2 \times 2}$ ， $d_1 > 0$ ，

$d_2 > 0$ ，則成本函數可以重寫為

$$J = \int_0^{\infty} \left( \bar{x}^T \mathbf{Q}_x \bar{x} + \tilde{\mathbf{v}}^T \mathbf{Q}_\eta \tilde{\mathbf{v}} + d_1 (\dot{\tilde{\mathbf{v}}}_1^2 + 2\lambda_0 \tilde{\mathbf{v}}_1 \dot{\tilde{\mathbf{v}}}_1 + \lambda_0^2 \tilde{\mathbf{v}}_1^2) + d_2 (\dot{\tilde{\mathbf{v}}}_2^2 + 2\lambda_0 \tilde{\mathbf{v}}_2 \dot{\tilde{\mathbf{v}}}_2 + \lambda_0^2 \tilde{\mathbf{v}}_2^2) \right) dt \quad (52)$$

觀察(52)式，選擇  $d_1$  和  $d_2$  可以調整電壓變化率在成本函數的貢獻，從實驗結果中可以發現較大的  $d_1$  和  $d_2$  會使得輸入的電壓波形較為平滑。調整  $d_1 \lambda_0^2$  和  $d_2 \lambda_0^2$  則會影響電壓的大小。

## 六、 實驗結果與討論

本章節描述完成的實驗平台，使用這個實驗平台測試前面介紹的三種控制器：計算力矩的控制器、具有背隙(Backlash)和低速補償的適應性控制器以及不需要速度估測的控制器，討論各個控制器的實驗結果。

### 6.1 測試環境

建立的實驗平台如圖 17和圖 18所示。圖 17中顯示機械手臂的本體，在兩個旋轉軸右側裝有搭配減速機構的永磁式直流馬達，左側裝上編碼器量測機械手臂的旋轉角度。



圖 17 兩軸平面旋轉機械手臂

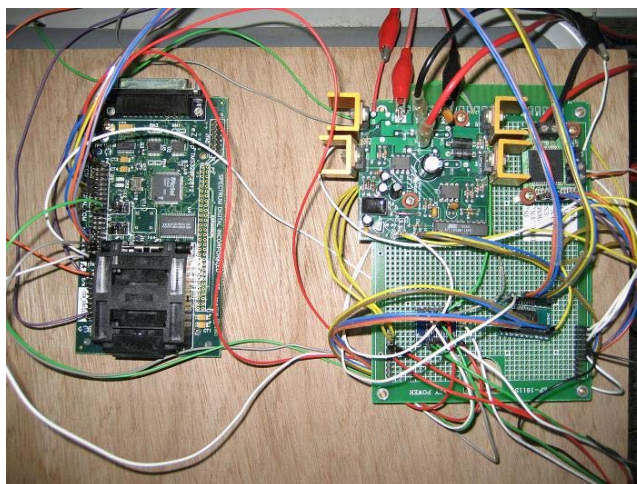


圖 18 數位訊處理器(左側)與馬達驅動器(右側)

## 6.2 實驗結果討論

以下實驗使用的軌跡都是採用(14)式所提出的軌跡。實驗時間為 20 秒，每 0.01 秒取一筆資料。

### 6.2.1 計算力矩的控制器結果分析

計算力矩的控制器實驗結果如圖 19、圖 20和圖 21所示。其控制增益分別為  $\mathbf{K}_v = \text{diag}\{31.91, 44\}$ 、 $\mathbf{K}_p = \text{diag}\{479.6, 709\}$  和  $\mathbf{K}_I = \text{diag}\{1.411, 0.3879\}$ 。在圖 19中可以看到第二軸在變換方向時，有明顯的背隙現象。這是因為在機械手臂變換方向時，輸入電壓沒有快速的切換到一個較大的電壓值去補償因齒輪間隙造成的背隙現象，而使得追蹤誤差變得比較大。

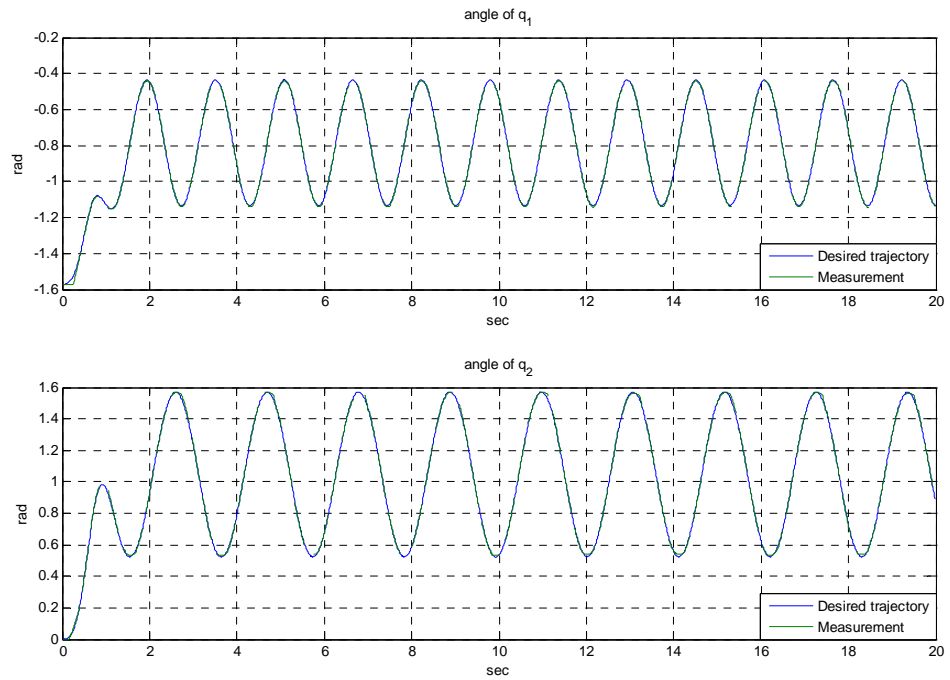


圖 19 計算力矩的控制器實驗結果，上圖為第一軸的轉動角度，下圖為第二軸的轉動角度。

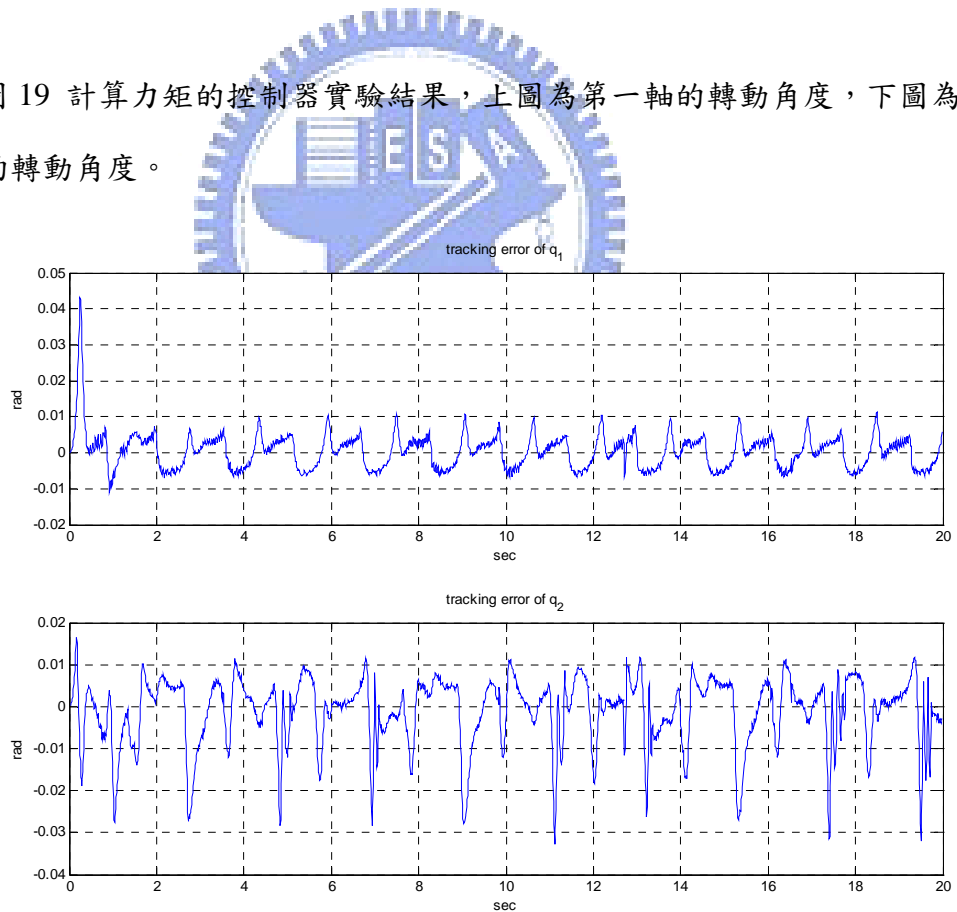


圖 20 計算力矩的控制器實驗結果，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。

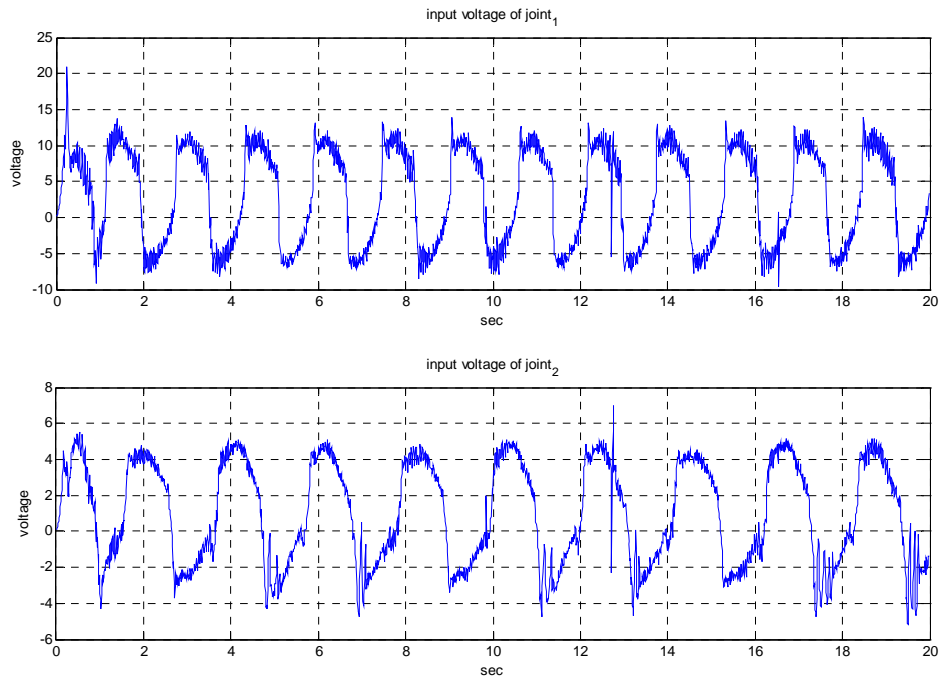


圖 21 計算力矩的控制器實驗結果，上圖為第一軸的輸入電壓，下圖為第二軸的輸入電壓。

## 6.2.2 具有背隙(Backlash)和低速補償的適應性控制器結果分析

因第二軸的誤差甚大，所以將背隙和低速補償及參數適應的方法應用在第二軸，第一軸仍然採用計算力矩的控制器。實驗的結果如圖 22、圖 23 和圖 24 所示。其控制增益分別為  $\mathbf{K}_v = \text{diag}\{31.91, 44\}$ 、 $\mathbf{K}_p = \text{diag}\{479.6, 709\}$  和  $\mathbf{K}_f = \text{diag}\{1.411, 0.3879\}$ 。誤差訊號  $s$  中的增益  $\alpha = 20$ ，權重  $R = 1$ ，適應增益  $\Gamma_0 = \text{diag}\{120000, 120000, 0.0005, 0.1, 0.1\}$ 。經由實驗得到背隙補償為在轉換方向時，加上 2.88 伏特的電壓。低速補償的增益  $K_c = 400$ ，死區電壓  $v_b = 1.6$  伏特。

從圖 22 中可以發現在計算力矩的控制器中出現的背隙現象已經明顯的消失了，並且整體的追蹤誤差也比較小。追蹤誤差的比較如圖 28 所示。

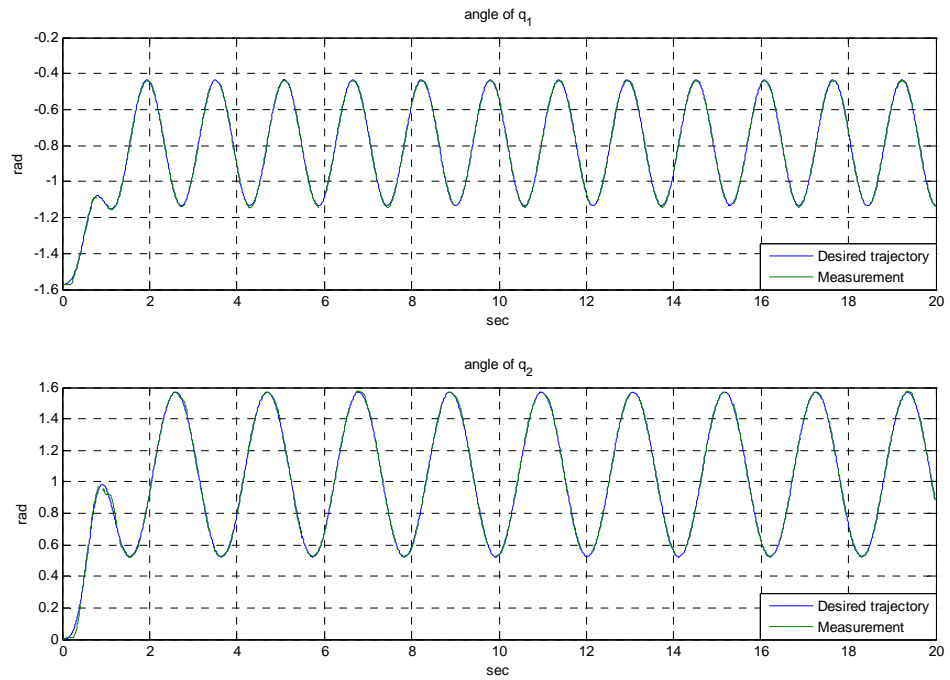


圖 22 具有背隙和低速補償的適應性控制器實驗結果，上圖為第一軸的轉動角度，下圖為第二軸的轉動角度。

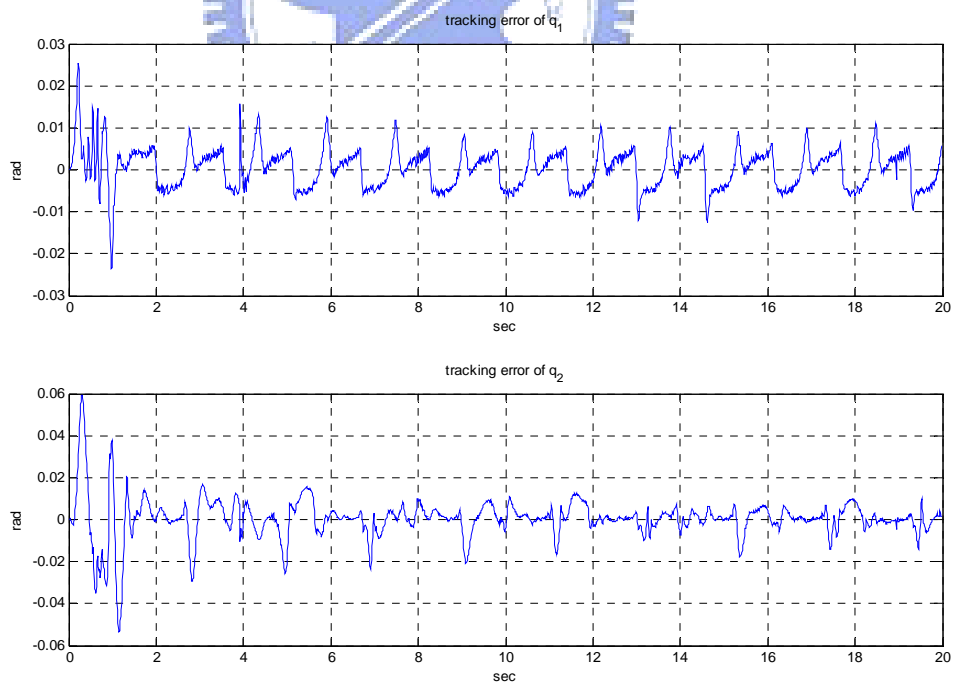


圖 23 具有背隙和低速補償的適應性控制器實驗結果，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。

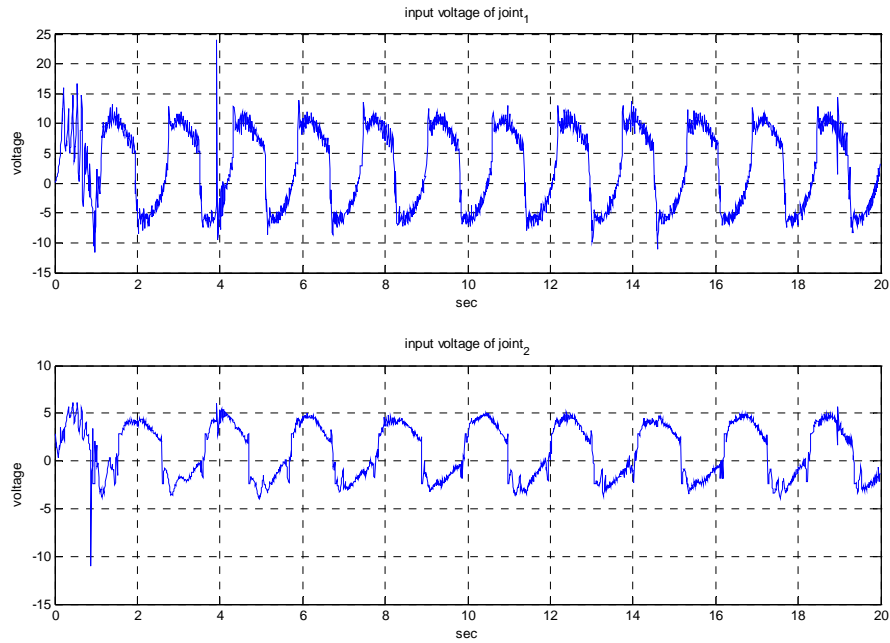


圖 24 具有背隙和低速補償的適應性控制器實驗結果，上圖為第一軸的輸入電壓，下圖為第二軸的輸入電壓。

### 6.2.3 不需要速度估測的控制器結果分析

不需要速度估測的控制器實驗結果如圖 25、圖 26 和圖 27 所示。其設計的參數為  $D(s) = s + 10$ ， $\mathbf{D} = \text{diag}\{0.01, 0.01\}$ ，

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 200000 & -100000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -100000 & 100000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

利用 LQ 方法決定的增益矩陣為

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_x & \mathbf{K}_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4471.0897 & -2187.1786 & 199.8019 & -123.6006 & 79.3556 & 33.072 \\ -96.7324 & 2283.911 & -68.336 & 161.0276 & 33.072 & 65.2008 \end{bmatrix}$$

因為在機械手臂轉換方向時，此控制器能快速的給定一個較大的電壓，如圖 27 和圖 30 所示，所以從圖 25 可以看到沒有背隙現象。此外由於非線性項沒有代入實際的角速度和角加速度，非線性項得到的結果和實際沒有完全相同，造成整體的追蹤誤差較大，降低控制器的效能。追蹤誤差的比較如圖 28 所示。

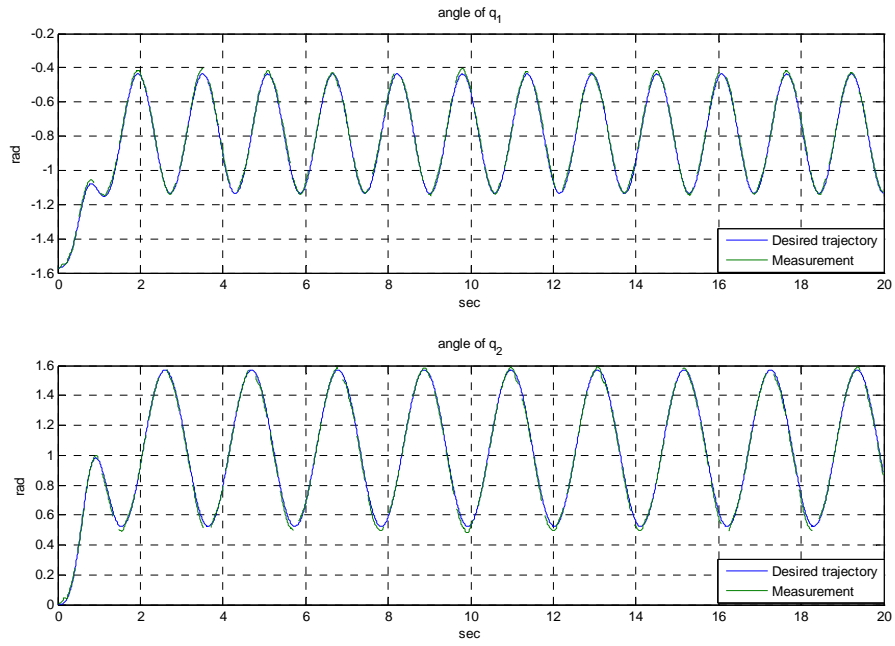


圖 25 不需要速度估測的控制器實驗結果，上圖為第一軸的轉動角度，下圖為第二軸的轉動角度。

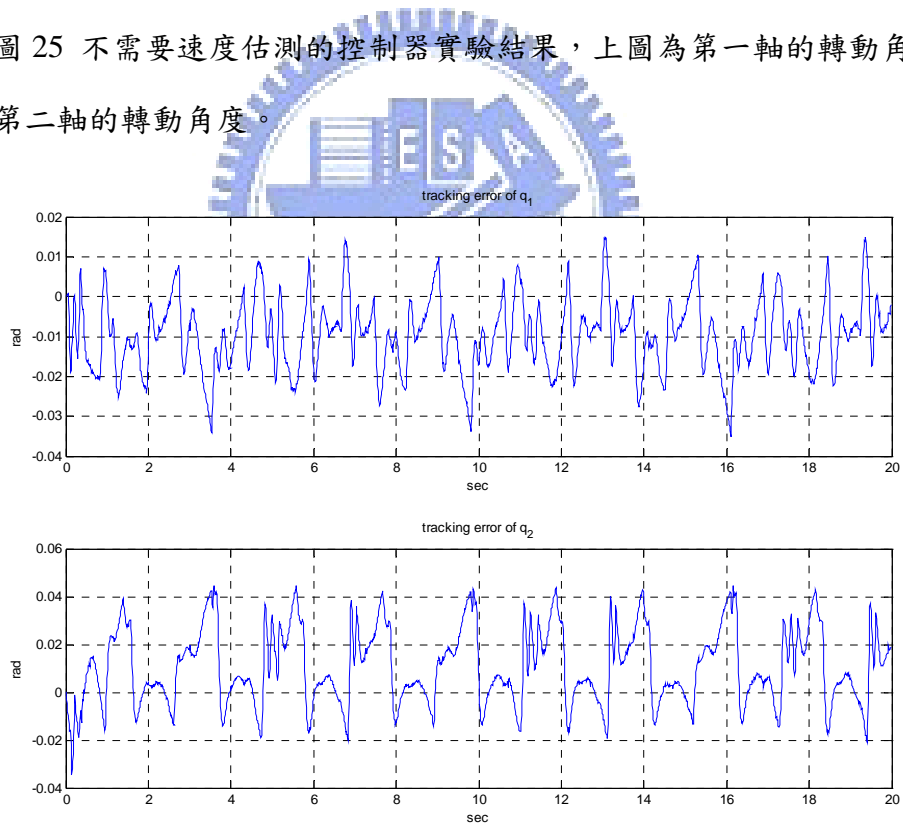


圖 26 不需要速度估測的控制器實驗結果，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。



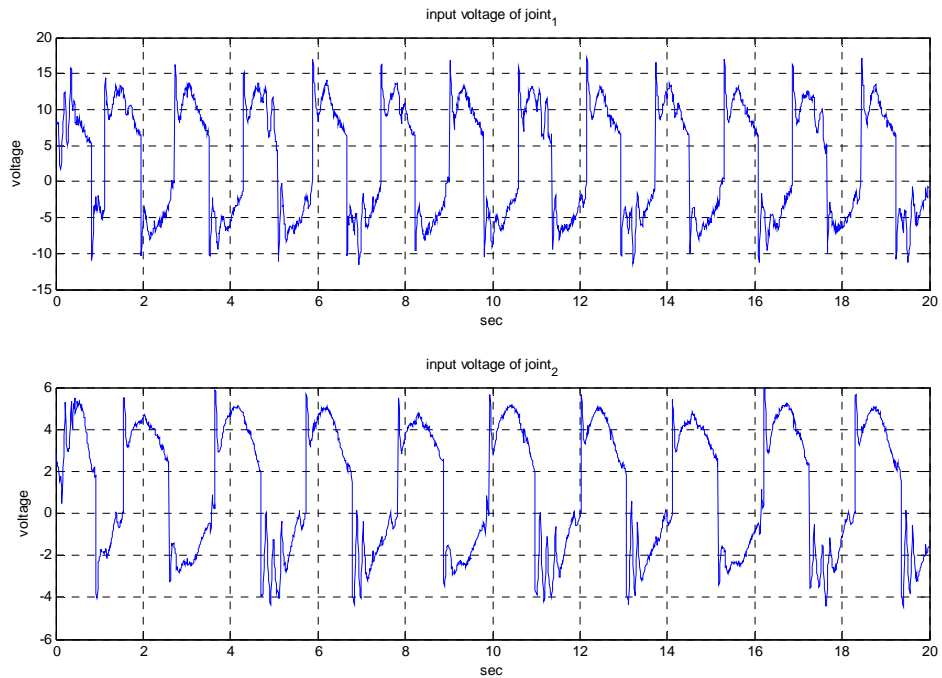


圖 27 不需要速度估測的控制器實驗結果，上圖為第一軸的輸入電壓，下圖為第二軸的輸入電壓。

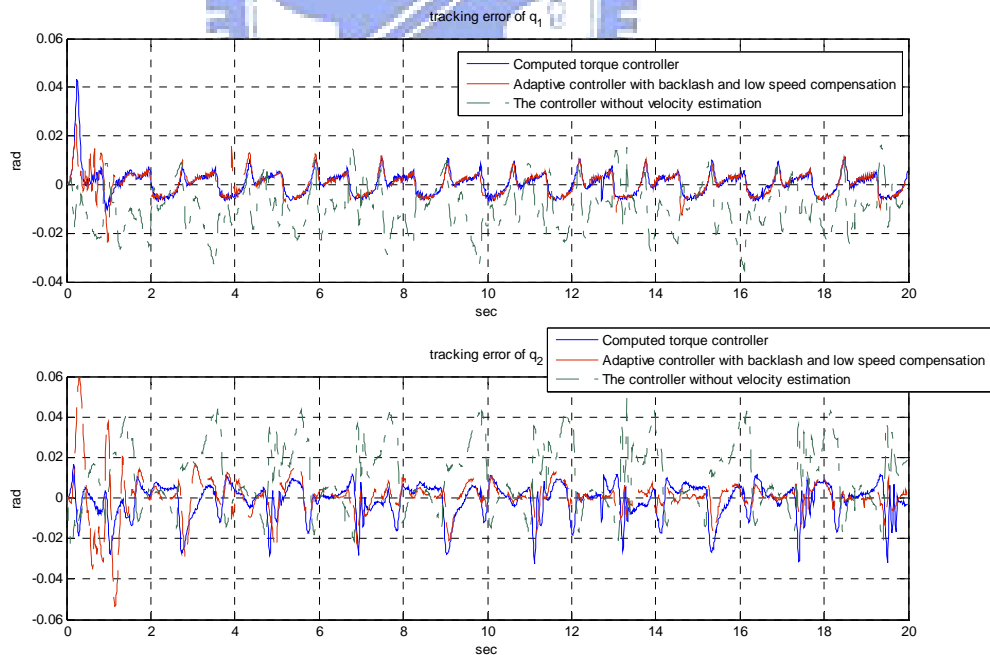


圖 28 計算力矩的控制器、具有背隙和低速補償的適應性控制器和不需要速度估測的控制器，這三種控制器的追蹤誤差比較，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。

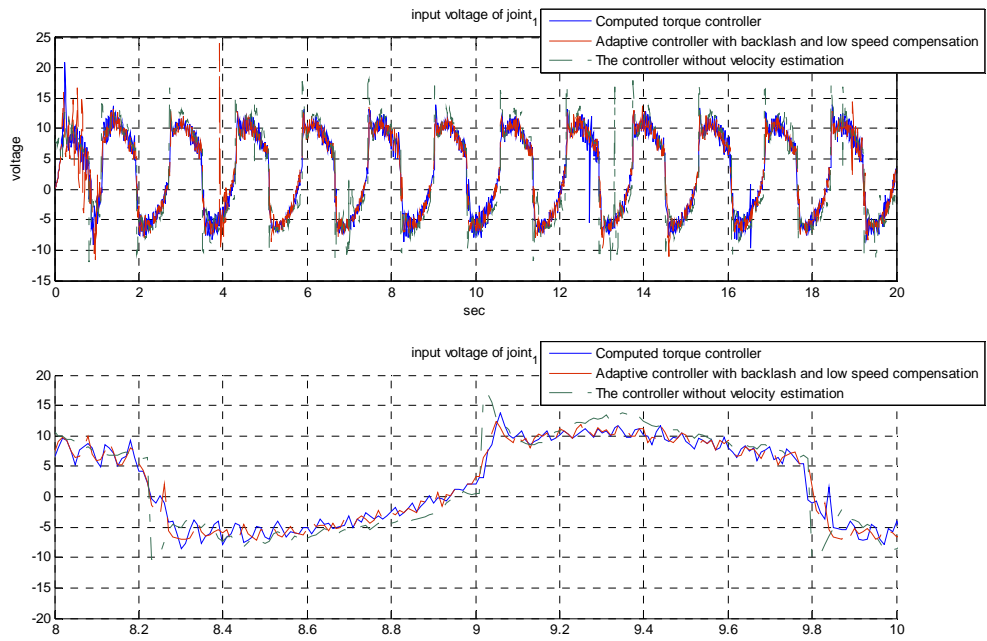


圖 29 計算力矩的控制器、具有背隙和低速補償的適應性控制器和不需要速度估測的控制器，這三種控制器的第一軸輸入電壓比較，下圖為局部放大圖。

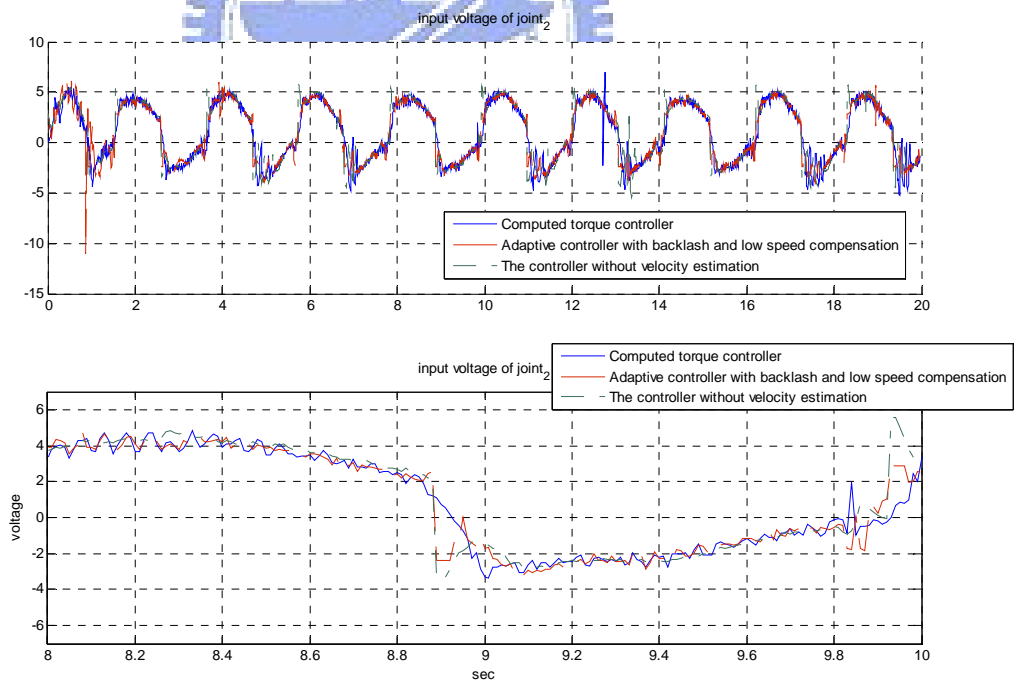


圖 30 計算力矩的控制器、具有背隙和低速補償的適應性控制器和不需要速度估測的控制器，這三種控制器的第二軸輸入電壓比較，下圖為局部放大圖。

## 6.2.4 強健性測試

在機械手臂的第二節末端距離第二軸軸心 0.26 公尺處加上 147 公克和 294 公克兩個不同重量的負載，測試三種控制器的強健性，其追蹤誤差比較如圖 31、圖 32 和圖 33 所示。從圖中可以看到這三種控制器都有不錯的強健度，看起來具有背隙和低速補償的適應性控制器最好，計算力矩的控制器次之，不需要速度估測的控制器最差，但如果從追蹤誤差的變化比例來看，實際上三種控制器的變化比例差別不大。

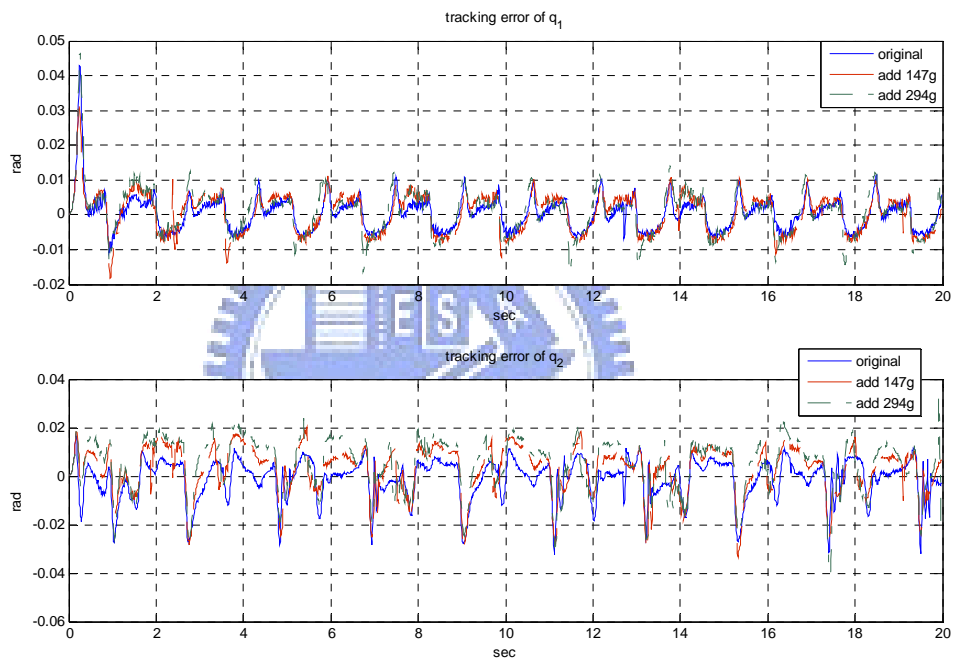


圖 31 使用計算力矩的控制器，在機械手臂的第二節末端距離第二軸軸心 0.26 公尺處加上不同的重量的追蹤誤差比較，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。

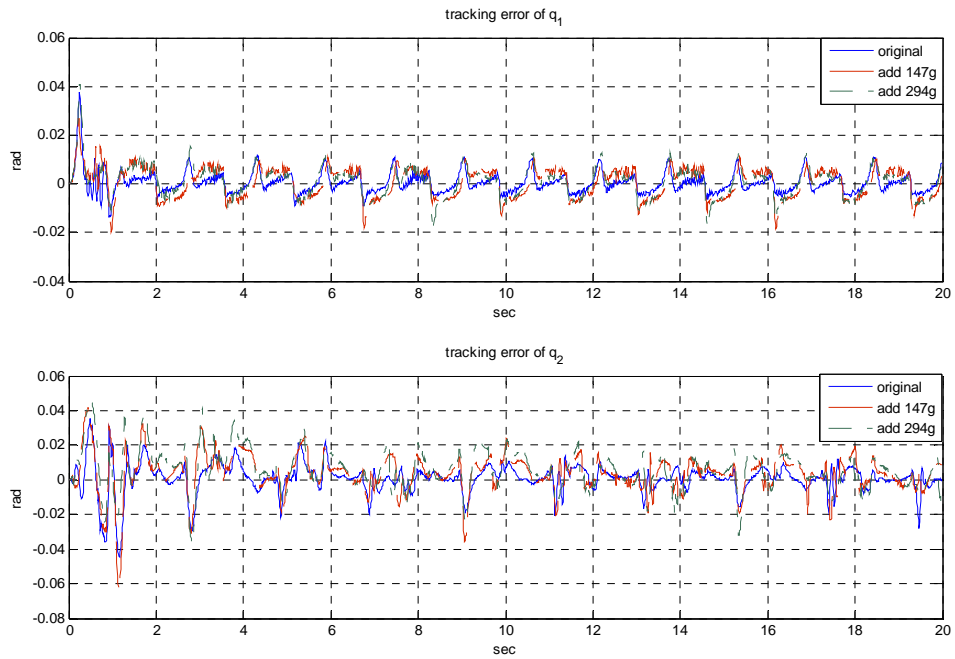


圖 32 使用具有背隙和低速補償的適應性控制器，在機械手臂的第二節末端距離第二軸軸心 0.26 公尺處加上不同的重量的追蹤誤差比較，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。

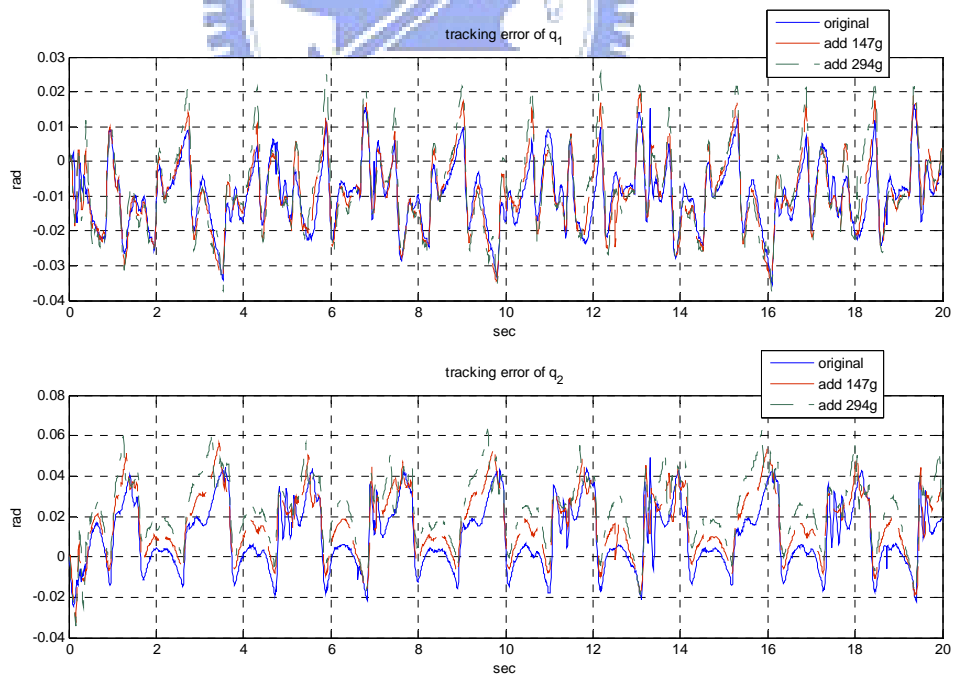


圖 33 使用不需要速度估測的控制器，在機械手臂的第二節末端距離第二軸軸心 0.26 公尺處加上不同的重量的追蹤誤差比較，上圖為第一軸的追蹤誤差，下圖為第二軸的追蹤誤差。

討論：

計算力矩的控制器對於第一軸可以得到不錯的追蹤誤差，但在第二軸會有背隙的現象，其追蹤誤差也稍嫌偏大。這個控制器相對於其它兩種，計算量比較少一些。

為了克服計算力矩的控制器中第二軸明顯的背隙現象，因此針對第二軸採用具有背隙和低速補償的適應性控制器，第一軸仍維持計算力矩的控制器設計。補償的結果相當不錯，可以看到第二軸的背隙現象被消除了，並且降低追蹤誤差，同時第一軸還是保持原來的效能。

在前兩種控制器設計時，都使用差分的方式去得到角速度。這和實際的角速度相差甚遠，連帶著影響了控制器效能。從圖 29和圖 30中，可以看到由於前兩種控制器都使用差分的方式去得到角速度，造成輸入電壓較劇烈的波動，第三種的輸入電壓波形就較為平滑，機械手臂的運動軌跡也會比較平滑。其在第二軸沒有背隙現象，但整體的追蹤誤差較大。

本研究使用如(14)式的測試軌跡，其第一軸軌跡的頻率為 0.63Hz，第二軸軌跡的頻率為 0.48Hz。從圖 34和圖 35中，可以發現在第三種控制器第一軸追蹤誤差的頻譜中，第二軸運動軌跡的一倍頻明顯地出現在頻譜中。此外因第一軸運動軌跡的三倍頻和第二軸運動軌跡的四倍頻是同一個頻率，受到第二軸運動軌跡的影響，使得第一軸追蹤誤差的頻譜中，第一軸運動軌跡的三倍頻明顯變大。這表示第二軸的運動經由機器人動力學方程式非線性項影響到第一軸的運動。在第二軸追蹤誤差的頻譜中，第一軸運動軌跡的頻率並不明顯，主要是第二軸運動軌跡的一倍頻和三倍頻較大，第二軸的運動較不會受到第一軸的影響。由以上資料觀察，對第三種控制器而言，第二軸控制較不精準，連帶影響到第一軸的準確度。

從強健性測試中，可以發現這三種控制器都有不錯的強健度，追蹤誤差不會隨著質量改變而有大幅度的變動。

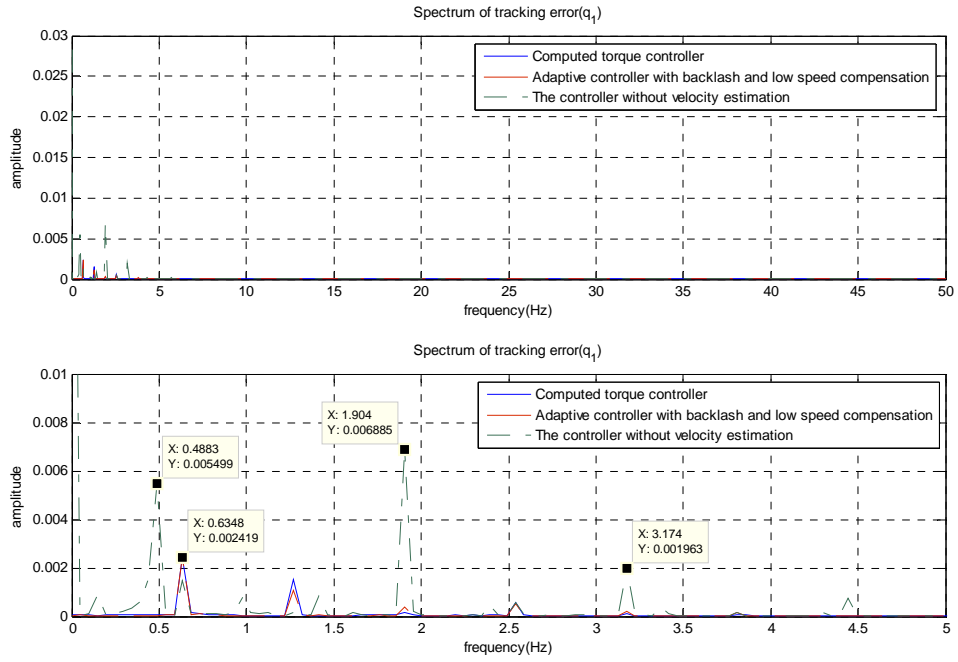


圖 34 計算力矩的控制器、具有背隙和低速補償的適應性控制器和不需要速度估測的控制器，這三種控制器第一軸的追蹤誤差頻譜比較，下圖為局部放大圖。

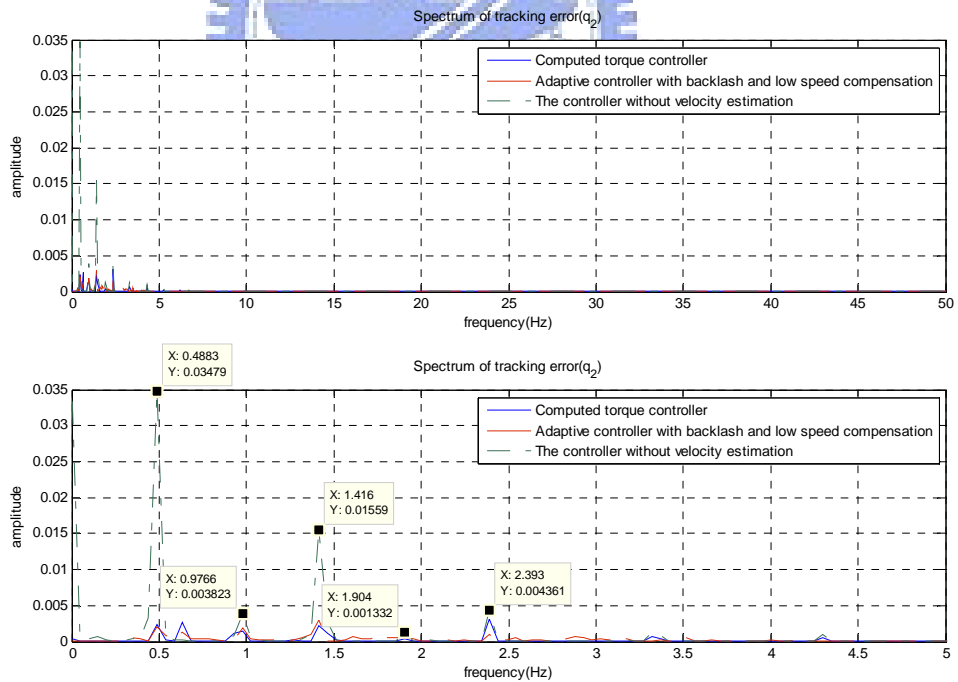


圖 35 計算力矩的控制器、具有背隙和低速補償的適應性控制器和不需要速度估測的控制器，這三種控制器第二軸的追蹤誤差頻譜比較，下圖為局部放大圖。

## 七、 結論

### 7.1 研究總結

本研究建立一個兩軸平面的機械手臂，以此實驗平台實現參數估測、位置的控制以及測試控制器的強健性。首先建構包含致動器的機械手臂動力學模型，並以線性最小平方參數估測法求得模型中的參數。接著設計出計算力矩的控制器、具有背隙和低速補償的適應性控制器及不需要速度估測的控制器，並測試控制器的強健性。

計算力矩的控制器對於第一軸可以得到不錯的追蹤誤差，但在第二軸會有背隙的現象，其追蹤誤差也稍嫌偏大。這個控制器相對於其它兩種，計算量比較少一些。

為了克服計算力矩的控制器中第二軸明顯的背隙現象，因此針對第二軸採用具有背隙和低速補償的適應性控制器，第一軸仍維持計算力矩的控制器設計。補償的結果相當不錯，可以看到第二軸的背隙現象被消除了，並且降低追蹤誤差，同時第一軸還是保持原來的效能。

在前兩種控制器設計時，都使用差分的方式去得到角速度。這和實際的角速度相差甚遠，連帶著影響了控制器效能。不需要速度估測的控制器僅需要角度的量測就能夠完成整個控制器的設計。這個控制器以機械手臂動力學方程式中的線性項設計出一個線性的控制器，搭配非線性項的補償，完成整個控制器的設計。其在第二軸沒有背隙現象，但整體的追蹤誤差較大。這是由於兩軸的運動因機械手臂動力學方程式非線性項彼此相互影響造成的結果。

在控制器的強健性測試中，明確的看到這三種控制器都有不錯的強健度，其追蹤誤差不會因模型參數的變動而有劇烈的變化。

## 7.2 未來展望

本研究使用的控制器在實驗平台上實驗都可以得到不錯的結果，但仍有一些需要加強的地方。

在背隙和低速補償只專門為本實驗平台去設計，如果馬達的間隙和死區電壓的不同，則這個方法必須要作調整，需要有一個更全面的方法來克服這個問題。

不需要速度估測的控制器雖然僅使用角度的資訊去設計控制器，但其追蹤誤差不能得到明顯的改善，這和非線性項沒有代入實際的角速度和角加速度有不小的關係，未來需提出一個更有效的近似方法取代。

在本研究中對於摩擦力沒有深入的研究，只簡單的假設其為庫倫與黏滯摩擦力。建立一個完整的摩擦力模型將有助於提升控制器的效能。





## 参考文献

- [1] C. G. Atkeson, C. H. An, J. M. Hollerbach, “Estimation of inertial parameters of manipulator loads and links,” The International Journal of Robotics Research, 5, pp.101-119, 1986.
- [2] M. Gautier, W. Khalil, “On the identification of the inertial parameters of robots,” Proceedings of the 27th Conference on Decision and Control, pp. 2264-2269, Austin, Texas, December 6-9, 1988.
- [3] F. Xi, “Effect of non-geometric errors on manipulator inertial calibration,” IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1808–1813, Nagoya, Japan, May 21–26, 1995.
- [4] J. Swevers, C. Ganseman, D. B. Tukel, J. DeSchutter, H. VanBrussel, “Optimal robot excitation and identification,” IEEE Transactions on Robotics and Automation, 13, pp.730–740, 1997.
- [5] J. J. E. Slotine, and W. Li. “On the adaptive Control of Robot Manipulators,” The International Journal of Robotics Research, 6, pp. 49-59, 1987.
- [6] J. J. E. Slotine, and W. Li. “Composite Adaptive Control of Robot Manipulators,” Automatica, 25, pp. 509-519, 1989.
- [7] H. Berghuis, H. Roebbers, H. Nijmeijer. “Experimental Comparison of Parameter Estimation Methods in Adaptive Robot Control,” Automatica, 31, pp. 1275-1285, 1995.
- [8] M. A. Arteaga, “Robot Control and Parameter Estimation with Only Joint Position Measurements,” Automatica, 39, pp. 67-73, 2003.
- [9] R. H. Middleton, and G. C. Goodwin. “Adaptive Computed Torque Control for Rigid Link Manipulators,” System & Control Letter, 10, pp. 9-16, 1988.
- [10] J. J. Craig, Introduction to Robotics-Mechanics and Control, Third Edition, Pearson Prentice Hall, New Jersey, 2005.

- [11] R. Kelly, V. Santibanez and A. Loria, Control of Robot Manipulators in Joint Space, Springer, London, 2005.
- [12] J. J. Craig, P. Hsu and S. Sastry, “Adaptive Control of Mechanical Manipulators,” The International Journal of Robotics Research, 6, pp. 16-28, 1987.
- [13] W. Li, J. J. E. Slotine, “An Indirect Adaptive Robot Controller,” System & Control Letter, 12, pp. 259-266, 1989.
- [14] eZdsp™ F2812 Technical Reference, Spectrum Digital Inc., 2003.
- [15] TMS320F2812 Digital Signal Processors Data Manual, Texas Instruments, 2006.
- [16] Code Composer Studio IDE Getting Started Guide, Texas Instruments, 2005.
- [17] Tesheng Hsiao, Masayoshi Tomizuka, “Design of Position Feedback Controllers for Vehicle Lateral Motion,” Proceedings of the 2006 American Control Conference, pp. 5855-5860, Minneapolis, Minnesota, June 14-16, 2006.
- [18] 張智星，MATLAB程式設計與應用，清蔚科技，台北，民國八十九年。

