

國立交通大學

電信工程學系

碩士論文

並排微帶線的遠場輻射快速預測方法

A Fast Method for Estimating Radiated  
Emission from Parallel Microstrip Signal

Traces



研究生：龍蕙翠

指導教授：吳霖堃

中華民國九十八年二月

# 並排微帶線的遠場輻射快速預測方法

學生：龍蕙翠

指導教授：吳霖堃 博士

國立交通大學電信工程學系碩士班

## 摘 要

本論文針對印刷電路板上的微帶線產生電磁輻射做數值化分析。首先對於單一微帶線，我們利用傳輸線理論及遠場 Green's function 推導出遠場電場的 closed-form solution，接著考慮天線理論中陣列因子的概念，將問題延伸到並排微帶線。如此一來，只要知道印刷電路板的材質、微帶線的尺寸及電路源與負載端的阻抗，就可以快速計算不同頻率時，空間上半平面各處的遠場電場。差模與共模輻射理論模式的準確性則由 HFSS 模擬軟體加以證實。

# **A Fast Method for Estimating Radiated Emission from Parallel Microstrip Signal Traces**

Student : Hui-Tsui Lung

Advisor : Dr. Lin-Kun Wu

Department of Communication Engineering

National Chiao Tung University

## **ABSTRACT**

An analytical study of the unintentional electromagnetic radiation of the parallel microstrip signal traces is presented. Based on transmission-line theory and far-field Green's function, a closed-form solution for electric field radiated by a single microstrip line is developed. When the structure changes to parallel microstrip lines, we apply the concept of array factor in antenna theory to solve this problem. It allows calculating frequency and angular response of far-field radiation emission of upper half plane, depending on the PCB's material and dimension parameters and termination load impedance. The differential- and common-mode radiated emission models are validated by the commercial full-wave simulation package HFSS.

## 誌謝

在研究所的這段期間我由衷地感謝指導教授 吳霖堃博士，學業上不厭其煩地給予我指點提攜、生活上的關心照顧以及人生規劃的建議與幫忙。遇見這樣慈愛的長輩，是我來交通大學最幸運的一件事！

謝謝實驗室的卓銘祥學長，他在忙碌工作之餘還抽空給予我許多論文研究的寶貴意見，還有就業的經驗分享。

另外，感謝父母親多年來無私地支持，使我免去許多惱人的生活雜事，讓求學生涯無後顧之憂。

最後謝謝我的大學同學洪玉仁，他在我心情不好時，耐心地聽我抱怨、陪我吃飯逛街，使碩士班生活不那麼孤單。



# 目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
致謝.....	iii
目錄.....	iv
表目錄.....	v
圖目錄.....	vi
第一章 序論.....	1
1-1 簡介與研究動機.....	1
1-2 論文大綱.....	2
第二章 研究方法.....	4
2-1 問題敘述.....	4
2-2 單端線路的輻射模型.....	5
2-2.1 導線上的電流分布.....	5
2-2.2 遠場 Dyadic Green's Function.....	6
2-2.3 輻射模型.....	8
2-3 差模訊號和共模訊號的遠場輻射模型.....	10
2-3.1 差模訊號的遠場輻射.....	12
2-3.2 共模訊號的遠場輻射.....	13

2-4	差模電路與共模電路的輻射特性.....	14
2-4.1	不同模態的特性阻抗.....	14
2-4.2	傳輸特性與特性阻抗的關係.....	17
2-5	兩種終端電路.....	19
2-5.1	T型電路.....	19
2-5.2	$\pi$ 型電路.....	20
第三章	模擬結果和討論.....	28
3-1	單端線路遠場輻射公式與模擬結果的比較.....	28
3-2	雙線傳輸對的遠場輻射.....	29
3-2.1	共模電路的遠場輻射.....	30
3-2.2	差模電路的遠場輻射.....	30
第四章	結論.....	40
	參考文獻.....	41



# 表目錄

表 3-1 FCC 對 Class B 裝置的輻射規範.....32



## 圖目錄

圖 2-1	單條微帶線在印刷電路板上.....	22
圖 2-2	傳輸線電路模型.....	22
圖 2-3	雙線的遠場輻射合成.....	23
圖 2-4	雙線橫截面.....	24
圖 2-5 (a)	單線.....	24
圖 2-5 (b)	雙線.....	24
圖 2-5 (c)	差模對.....	24
圖 2-6	不同結構的平行微帶線，其差模和共模的特性阻抗。介質層厚度 10mils, 金屬層厚度 0.7mils。.....	25
圖 2-7	單條微帶線介電常數的結構分布.....	26
圖 2-8	偶模和奇模的電磁場分布.....	26
圖 2-9	T 型電路.....	27
圖 2-10	$\pi$ 型電路.....	27
圖 3-1	單一微帶線在 HFSS 模擬結構.....	33
圖 3-2	單一微帶線負載端短路時，遠場電場以預測公式計算與全波分析模 擬結果在電路正上方( $\theta = \phi = 0^0$ )的比較圖。.....	34
圖 3-3	單一微帶線負載端短路時，遠場電場以預測公式計算與全波分析模 擬結果在橫向位置( $\theta = \phi = 90^0$ )的比較圖。.....	35

圖 3-4	將預測公式計算中的短路負載端加上 0.5nH 電感與全波分析模擬結果在橫向位置( $\theta = \phi = 0^\circ$ )的比較。	36
圖 3-5	單一微帶線不同長度與波長比值在三種負載情形時的三維輻射場型圖。	37
圖 3-6	共模微帶線的遠場電場以預測公式計算與全波分析模擬結果在電路正上方( $\theta = \phi = 0^\circ$ )的比較圖。	38
圖 3-7	差模微帶線的遠場電場以預測公式計算與全波分析模擬結果在電路上方( $\theta = \phi = 45^\circ$ )的比較圖。	39



# 第一章

## 序論

### 1-1 簡介與研究動機

隨著數位時代的不斷革新，幾乎生活中所有的資訊都與電子產品有關。為了減少傳遞資料的時間、增加資料的傳輸量，提高操作頻率和利用多條訊號線都是常用的方法。對於尺寸日益縮小的電子產品而言，這兩種作法都會大幅度增加電磁干擾(electromagnetic interference, EMI)的問題，加上低的邏輯臨界電壓，現今的電路更容易受到雜訊干擾，訊號完整度(signal integrity)為從事電路設計的人必須重視的[1]。

差模訊號(differential signal)是在兩條線路上傳送大小相等、相位差 $180^\circ$ 的兩訊號，這一對線路也稱為差模傳輸對(differential pair)或是平衡傳輸對(balanced pair)。兩訊號有彼此互相參考的能力，不易受到接地面(ground)或是其他雜訊擾動的影響，因此具有較佳的雜訊抑制能力，使訊號不易失真(distortion)。因此被廣泛的利用在高速資料傳輸，像是USB 2.0、Serial ATA和HDMI等等[3]。但訊號上升與下降時間不同、訊號線因為彎角造成長度不相等及阻抗不匹配等種種原因，差模訊號發生模態轉換(mode conversion)形成共模電流(common mode current)[2]，這會造成嚴重的輻射

問題，並且無法以電路設計完全避免。

共模輻射效應隨頻率與線路長度的乘積成正比，差模則和頻率平方與迴路面積的乘積成正比。由於線與線的間距通常很小，在頻率為百萬赫茲(MHz)時，共模電流對輻射的影響比差模電流大數千倍，所以討論輻射問題時，大多將共模視為主要的來源。現今電路的操作頻率已到十億赫茲(GHz)等級，差模電路的輻射效應也就變得不可忽視。因此，高速差模傳輸的差模與共模輻射特性皆需特別加以評估。

在討論印刷電路板上差模電路及共模電路的輻射問題時，因為彼此之間以及對接地面的耦合(coupling)會隨著介質的介電常數、厚度和訊號線的寬度而有不同，一般是用全波分析軟體做數值方法的模擬計算，但這樣的方法往往耗時甚鉅。本論文針對差模傳輸對上的差模與共模信號發展一套解析解以提升計算效率，並透過 HFSS 驗證其準確度。

## 1-2 論文大綱

本論文從單一微帶線遠場輻射的closed-form公式[4]開始，了解印刷電路板上微帶線的尺寸、負載阻抗以及操作頻率對遠場輻射(far-field radiation)的影響。接著考慮一對耦合的微帶線(coupled microstrip pair)所構成的差模傳輸對的輻射問題。依天線理論將兩條訊號線視為一天線陣列(array)，分

別得到差模與共模模態的陣列因子(array factor)。再利用傳輸線理論找出個別模態的微帶線特性阻抗(characteristic impedance)、傳播常數(propagation constant)如何隨著線寬與距離改變。結合單一微帶線的輻射模型(即element pattern)，即可獲得快速分析差模電流與共模電流的遠場輻射模型。此一解析模型亦可考慮現實電路可能會有的不同的負載情形對與遠場輻射造成的影響。



## 第二章

### 研究方法

#### 2-1 問題敘述

本研究探討如何快速地預測印刷電路板上的微帶線在遠場的輻射。首先考慮單一微帶線，在印刷電路板的介質厚度與微帶線寬度皆遠小於波長時，可得一解析的輻射模型[4]。

接著延伸討論由一對微帶線所構成的差模傳輸對，訊號可分為差模訊號及共模訊號。差模訊號是在一對線上傳送大小相等、方向相反的兩訊號，訊號由一端去從另一端回來，這兩線路也可稱為差模傳輸對或平衡傳輸對。共模訊號不同於差模訊號只在傳輸方向，是兩個擁有同相位的訊號。這兩種訊號有不同的耦合機制，特性阻抗傳播常數(propagation constant)也因而不同。

在第三章中，我們將利用 ANSOFT 公司的三維全波分析軟體 HFSS(High Frequency Structure Simulator)計算相同情況，以確認這些模型之可靠性。

#### 2-2 單端線路的輻射模型

電流流經一表面面積為 $S$ 的導體，產生的輻射電場為

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int_S \mathbf{J}_s(\mathbf{r}') \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS \quad (2-1)$$

其中  $\mathbf{J}_s$  為電流密度， $\bar{\mathbf{G}}$  為與問題結構相關之 dyadic Green's function。

## 2-2.1 導線上的電流分布

如圖 2.1 所示，一背面為金屬材質的印刷電路板上的微帶線，當橫截面尺寸相對訊號波長而言夠小的話，微帶線上的電流波可視為 quasi-TEM 模態，操作頻率的上限可用下列公式判定[5]

$$f_{g,stat} \approx \frac{21.3}{(w+2h)\sqrt{\epsilon_r+1}} \quad (2-2)$$

上式中，頻率上限( $f_{g,stat}$ )的單位為 GHz，導線寬度( $w$ )與介質層厚度( $h$ )的單位為公厘(mm)。當  $w$  和  $h$  都小於 1 公厘，相對介電常數  $\epsilon_r$  低於 5 時，頻率上限在幾十億赫茲，因此本論文採用 quasi-TEM 模態的近似是合理的。

在印刷電路板設計中，滿足 quasi-TEM 模態的電流訊號可用傳輸線理論做近似計算，如圖 2.2。左端訊號源採用戴維寧(Thévenin)等效電源模型，其開路電壓為  $V_s$ ，輸出阻抗為  $Z_s$ ，右邊負載端的輸入阻抗為  $Z_L$ 。 $Z_C$  為傳輸線的特性阻抗，而相位常數(phase constant)  $\beta$  會隨有效介電常數(effective dielectric constant)  $\epsilon_{r,eff}$  改變，其與相速(phase velocity)  $v_{ph}$  間的關係為

$$\beta = \frac{\omega}{v_{\text{ph}}} = k_0 \sqrt{\epsilon_{r,\text{eff}}} \quad (2-3)$$

$$k_0 = \omega/c \quad (2-4)$$

$\omega$  表示角頻率， $c$  為真空中光速， $k_0$  為真空中的波數(wave number)

忽略所有的損耗，則  $Z_C$  和  $\beta$  皆為實數。

藉由傳輸線路分析，傳輸線上的電流分布可寫作

$$I(x) = \frac{V_s}{Z_s + Z_C} \frac{1}{1 - \rho_s \rho_L e^{-j\beta 2l}} \left( e^{-j\beta x} - \rho_L e^{-j\beta 2l} e^{j\beta x} \right) \quad (2-5)$$

$\rho_{s,L}$  為電源端及負載端的反射係數

$$\rho_{s,L} = \frac{Z_{s,L} - Z_C}{Z_{s,L} + Z_C} \quad (2-6)$$

## 2-2.2 遠場 Dyadic Green's Function

圖 2.1 中，金屬背板的介電層上方存在一微帶線，微帶線兩端的信號源與負載則透過嵌入介電層的貫孔(via)與接地的金屬背板相連。整個電路可分為微帶線上僅存在的  $x$  方向電流，以及通過貫孔的  $z$  方向電流。

在遠場區，和  $x$  方向、單位 dipole moment 的電偶極天線有關的 dyadic Green's function 可寫成[6]

$$\mathbf{G}_x = \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \mathbf{F}_x \quad (2-7)$$

其中

$$R_v = \frac{1 - j \frac{v}{\varepsilon_r \cos\theta} \tan(k_0 v h)}{1 + j \frac{v}{\varepsilon_r \cos\theta} \tan(k_0 v h)} \quad (2-8)$$

$$R_h = \frac{1 + j \frac{v}{\cos\theta} \cot(k_0 v h)}{1 - j \frac{v}{\cos\theta} \cot(k_0 v h)} \quad (2-9)$$

$$v = \sqrt{\varepsilon_r - \sin^2 \theta} \quad (2-10)$$

$$\mathbf{F}_x = (R_v - 1) \cos\theta \cos\phi \mathbf{e}_\theta + (R_h + 1) \sin\phi \mathbf{e}_\phi \quad (2-11)$$

$\mathbf{e}_\theta$  和  $\mathbf{e}_\phi$  為球面座標系中  $\theta$  和  $\phi$  方向的單位向量。在我們的問題中，介質層的厚度  $h$  相對波長而言很薄，即  $k_0 h \ll 1$ ，利用正切和餘切函數的近似解代入(2-8)、(2-9)，上式可寫為

$$\mathbf{F}_x \approx 2jk_0 h \left[ \left( \frac{\sin^2 \theta}{\varepsilon_r} - 1 \right) \cos\phi \mathbf{e}_\theta + \cos\theta \sin\phi \mathbf{e}_\phi \right] \quad (2-12)$$

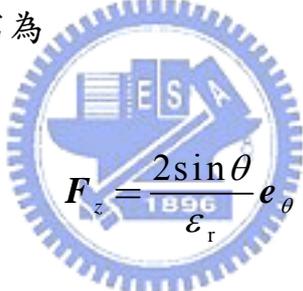
位於貫孔( $0 \leq z' \leq h$ )、指向  $z$  方向、單位 dipole moment 的電偶極天線於遠場區所產生的 dyadic Green's function 則可由下式表示[6]

$$\mathbf{G}_z = \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \cos(k_0\nu z') \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \mathbf{F}_z \quad (2-13)$$

其中

$$\mathbf{F}_z = \frac{(R_\nu + 1)\sin\theta}{\varepsilon_r \cos(k_0\nu h)} \mathbf{e}_\theta \quad (2-14)$$

同樣  $k_0 h \ll 1$ ，上式可改寫為



$$\mathbf{F}_z = \frac{2\sin\theta}{\varepsilon_r} \mathbf{e}_\theta \quad (2-15)$$

上述模型假設地面與介質基板皆為無窮大，因此(2-7)和(2-13)中的 Green's function 只在上半平面有定義，有限大小電路板的邊緣繞射效應則被忽略。

### 2-2.3 輻射模型

(2-1)可分為水平方向(長度  $\ell$ )，以及在兩端點的垂直方向(長度  $h$ )的積分。對遠場的觀察點而言，導線寬度  $w$  相對波長而言非常小( $k_0 w \ll 1$ )，導線上的電流積分可視為線積分。此外，由於介質層很薄，電流在兩端點的垂直變化可忽略。因此，(2-1)可改寫成

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = & \int_{\ell} I(x') \mathbf{G}_x e^{jk_0 \mathbf{r}' \cdot \mathbf{e}_r} dx' \\ & + \int_h \mathbf{G}_z I(0) e^{jk_0 \mathbf{r}' \cdot \mathbf{e}_r} dz' - \int_h \mathbf{G}_z I(\ell) e^{jk_0 \mathbf{r}' \cdot \mathbf{e}_r} dz' \end{aligned} \quad (2-16)$$

$\mathbf{e}_r$  是球面座標  $r$  方向的單位向量，考慮圖 2.1 的座標系統，在  $x$  軸和  $z$  軸的積分部份， $\mathbf{r}'$  分別為  $\mathbf{e}_x x'$  和  $\mathbf{e}_z z'$ ，因此

$$\mathbf{r}' \cdot \mathbf{e}_r = x' \sin \theta \cos \phi + z' \cos \theta \quad (2-17)$$

再代入(2-7)的  $\mathbf{G}_x$  和(2-13)的  $\mathbf{G}_z$ ，即可得

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = & \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \left\{ F_x \int_{\ell} I(x') e^{jk_x x'} dx \right. \\ & \left. + F_z \int_h [I(0) - I(\ell) e^{jk_x \ell}] \cos(k_0 v z') e^{jk_z z'} dz' \right\} \end{aligned} \quad (2-18)$$

其中

$$k_x = k_0 \sin \theta \cos \phi \quad (2-19)$$

$$k_z = k_0 \cos \theta \quad (2-20)$$

將(2-5)代入(2-18)，可得括號中第一部分的積分

$$\begin{aligned} & \int_{\ell} \left( e^{-j(\beta-k_x)x'} - \rho_L e^{-j\beta 2\ell} e^{j(\beta+k_x)x'} \right) dx' \\ &= \frac{1 - e^{-j(\beta-k_x)\ell}}{j(\beta-k_x)} + \rho_L e^{-j\beta 2\ell} \frac{1 - e^{j(\beta+k_x)\ell}}{j(\beta+k_x)} \end{aligned} \quad (2-21)$$

由於  $k_0 h \ll 1$ ，第二部分的積分為

$$\int_h \cos(k_0 v z') e^{jk_z z'} dz' \approx h \quad (2-22)$$

代回(2-18)即可得到單一微帶線的遠場輻射公式[4]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{\omega \mu_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \frac{V_S}{Z_S + Z_C} \frac{1}{1 - \rho_S \rho_L e^{-j\beta 2\ell}} \\ &\times \left\{ \mathbf{F}_x \left[ \frac{1 - e^{-j(\beta-k_x)\ell}}{\beta - k_x} + \rho_L e^{-j\beta 2\ell} \frac{1 - e^{j(\beta+k_x)\ell}}{\beta + k_x} \right] + jh \mathbf{F}_z \left[ 1 - \rho_L e^{-j\beta 2\ell} - (1 - \rho_L) e^{-j(\beta-k_x)\ell} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2-23)$$

上式適用於有明確負載阻抗的微帶線電路。

### 2-3 差模訊號和共模訊號的遠場輻射模型

如圖 2.3 的一對傳輸線電路可看成在  $y$  軸間隔為  $p$  的兩個元素(element)所組成的陣列天線。總共輻射電場可表示成

$$\mathbf{E}_{\text{total}} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 \quad (2-24)$$

下標表示來源為  $I_1$  或  $I_2$ 。考慮  $I_2 = \pm I_1$ ，並利用(2-23)的遠場輻射公式，可得

$$\mathbf{E}_{\text{total}}(\mathbf{r}) = \left( \frac{e^{-jk_0 r_1}}{r_1} \pm \frac{e^{-jk_0 r_2}}{r_2} \right) \frac{\omega \mu_0 V_S}{4\pi Z_S + Z_C} \frac{1}{1 - \rho_S \rho_L e^{-j\beta 2\ell}} \times \left\{ \mathbf{F}_x \left[ \frac{1 - e^{-j(\beta - k_x)\ell}}{\beta - k_x} + \rho_L e^{-j\beta 2\ell} \frac{1 - e^{j(\beta + k_x)\ell}}{\beta + k_x} \right] + jh\mathbf{F}_z \left[ 1 - \rho_L e^{-j\beta 2\ell} - (1 - \rho_L) e^{-j(\beta - k_x)\ell} \right] \right\} \quad (2-25)$$

±由  $I_1$ 、 $I_2$  為同向或反向決定。

如圖 2.4， $p$  為兩線中點的距離



$$p = s + w \quad (2-26)$$

圖 2.3 中對遠場的觀察點而言， $r_1$  和  $r_2$  與  $r$  的關係為

$$r_1 = r + d \quad (2-27a)$$

$$r_2 = r - d \quad (2-27b)$$

其中

$$d = \left( \mathbf{e}_x \frac{p}{2} \right) \cdot \mathbf{e}_r = \frac{p}{2} \sin \theta \sin \phi \quad (2-28)$$

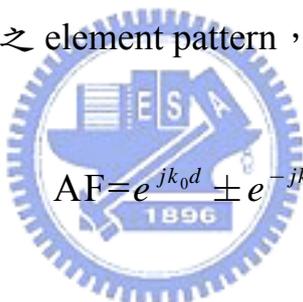
利用(2-27)和(2-28)，並忽略  $d$  對大小的影響，即可得下列遠場近似關係式

$$\frac{e^{-jk_0r_1}}{r_1} \pm \frac{e^{-jk_0r_2}}{r_2} = \frac{e^{-jk_0(r+d)}}{r_1+d} \pm \frac{e^{-jk_0(r-d)}}{r_2-d} \approx \frac{e^{-jk_0r}}{r} (e^{-jk_0d} \pm e^{jk_0d}) \quad (2-29)$$

將之代入(2-25)，總共場即可以 pattern multiplication 原理的數學型式表現如下

$$\mathbf{E}_{\text{total}}(\mathbf{r}) = \text{AF} \times \mathbf{E}(r) \quad (2-30)$$

其中  $\mathbf{E}(r)$  為由(2-23)表示之 element pattern，而 AF 為陣列因子(array factor)



$$\text{AF} = e^{jk_0d} \pm e^{-jk_0d} \quad (2-31)$$

### 2-3.1 差模電路的遠場輻射

如果圖 2.3 為一差模電路，則

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_D \quad (2-32a)$$

$$\mathbf{I}_2 = -\mathbf{I}_D \quad (2-32b)$$

差模陣列因子

$$AF_{DM} = e^{jk_0d} - e^{-jk_0d} = j2\sin(k_0d) \quad (2-33)$$

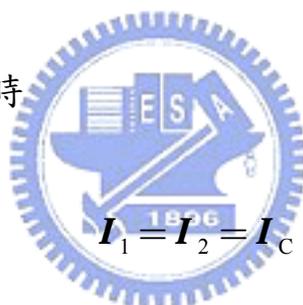
遠場輻射電場

$$E_{DM}(\mathbf{r}) = j2\sin(k_0d) \times \frac{e^{-jk_0r}}{r} \frac{\omega\mu_0}{4\pi} \frac{V_S}{Z_S + Z_C} \frac{1}{1 - \rho_S\rho_L e^{-j\beta 2\ell}} \quad (2-34)$$

$$\times \left[ \mathbf{F}_x \left( \frac{1 - e^{-j(\beta - k_x)\ell}}{\beta - k_x} + \rho_L e^{-j\beta 2\ell} \frac{1 - e^{j(\beta + k_x)\ell}}{\beta + k_x} \right) + jh\mathbf{F}_z \left( 1 - \rho_L e^{-j\beta 2\ell} - (1 - \rho_L) e^{-j(\beta - k_x)\ell} \right) \right]$$

### 2-3.2 共模電路的遠場輻射

當圖 2.3 為共模電路時



$$I_1 = I_2 = I_C \quad (2-35)$$

共模陣列因子

$$AF_{CM} = e^{jk_0d} + e^{-jk_0d} = 2\cos(k_0d) \quad (2-36)$$

遠場輻射電場

$$E_{CM}(\mathbf{r}) = 2\cos(k_0 d) \times \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \frac{\omega\mu_0}{4\pi} \frac{V_s}{Z_s + Z_c} \frac{1}{1 - \rho_s \rho_L e^{-j\beta 2\ell}} \times \left[ \mathbf{F}_x \left( \frac{1 - e^{-j(\beta - k_x)\ell}}{\beta - k_x} + \rho_L e^{-j\beta 2\ell} \frac{1 - e^{j(\beta + k_x)\ell}}{\beta + k_x} \right) + jh\mathbf{F}_z \left( 1 - \rho_L e^{-j\beta 2\ell} - (1 - \rho_L) e^{-j(\beta - k_x)\ell} \right) \right] \quad (2-37)$$

## 2-4 差模電路與共模電路的傳輸特性

### 2-4.1 不同模態的特性阻抗

圖 2.5(a)為一般的單端線路，它的特性阻抗 $Z_0$ ，書[7]中介紹不同結構的計算方法。當微帶線寬度與介電層厚度滿足 $w \leq 2h$ ，特性阻抗為[9]

$$Z_0 = \frac{87}{\sqrt{\epsilon_r + 1.41}} \ln \left[ \frac{5.98h}{0.8w + t} \right] \quad (2-49)$$

(最大誤差約百分之三)。

假設線路上電流 $i$ ，則電壓 $v = Z_0 \times i$ 。結構變成兩條線時，如圖 2-5(b)，第一條線特性阻抗為 $Z_{11}$ ，即 $Z_0$ ，電流 $i_1$ ；另一線為 $Z_{22}$ 和 $i_2$ ，當兩線互相靠近時，彼此間會產生耦合現象，耦合係數(coupling coefficient) $k$ 可表示耦合量的多寡。

$$k = \frac{Z_{12}}{Z_{11}} = \frac{Z_{21}}{Z_{22}} \quad (2-38)$$

$Z_{12}$ 、 $Z_{21}$  是等效的耦合阻抗，兩線上電壓對電流的關係可以寫成

$$\begin{cases} v_1 = Z_{11}i_1 + Z_{11}i_2k = Z_{11}i_1 + Z_{12}i_2 \\ v_2 = Z_{22}i_2 + Z_{22}i_1k = Z_{22}i_2 + Z_{21}i_1 \end{cases} \quad (2-39)$$

上式可擴展到任意數目的線路，並且寫成矩陣型式。

透過適當的設計使兩線完全對稱，則  $Z_{11} = Z_{22} = Z_0$ 。考慮奇模(odd mode)  $i_1 = -i_2$ ，代入(2-39)式

$$\begin{cases} v_1 = Z_0i_1(1-k) = i_1(Z_{11} - Z_{12}) \\ v_2 = -Z_0i_1(1-k) \end{cases} \quad (2-40)$$

可以得到奇模的特性阻抗

$$Z_{\text{odd}} = \frac{v_1}{i_1} = Z_0(1-k) = Z_{11} - Z_{12} \quad (2-41)$$

差模時，兩線路串聯相接，電壓和電流關係為

$$\begin{cases} v_{\text{DM}} = v_1 - v_2 = 2v_1 \\ i_{\text{DM}} = i_1 = -i_2 \end{cases} \quad (2-42)$$

差模的特性阻抗

$$Z_{\text{DM}} = \frac{v_{\text{DM}}}{i_{\text{DM}}} = 2Z_{\text{odd}} = 2Z_0(1-k) \quad (2-43)$$

對偶模(even mode)而言，電流的關係變為  $i_1 = i_2$ ，(2-39)式變成

$$\begin{cases} v_1 = Z_0 i_1 (1+k) = i_1 (Z_{11} + Z_{12}) \\ v_2 = Z_0 i_1 (1+k) \end{cases} \quad (2-44)$$

即可得偶模阻抗

$$Z_{\text{even}} = v_1 / i_1 = Z_0 (1+k) = Z_{11} + Z_{12} \quad (2-45)$$

共模則可想成是兩線路連在同一電壓源上，電壓和電流關係為

$$\begin{cases} v_{\text{CM}} = v_1 = v_2 \\ i_{\text{CM}} / 2 = i_1 = i_2 \end{cases} \quad (2-46)$$

則共模的特性阻抗為

$$Z_{\text{CM}} = v_{\text{CM}} / i_{\text{CM}} = v_1 / 2i_1 = Z_{\text{even}} / 2 = Z_0 (1+k) / 2 \quad (2-47)$$

簡單來說，奇模與偶模阻抗是指單邊的等效傳輸線看到的阻抗，差模和偶模阻抗則是直接從兩傳輸線間看到的阻抗。差模阻抗為奇模阻抗的 2 倍，共模阻抗則是偶模阻抗的 1/2 倍。

從上面的討論可以看出差模和共模阻抗都受到耦合係數  $k$  的影響。兩條線距離相當遠的時候，耦合效應很小， $k$  趨近於零，此時差模阻抗為最大值  $2Z_0$ ，共模阻抗為最小值  $Z_0/2$ 。當兩條線互相靠近，耦合量開始增加，

$k$  變大，則差模阻抗變小，共模阻抗變大。 $k$  值在 0 到 1 之間，隨幾何結構中兩線距離  $s$  與介電層厚度  $h$  改變，可用 2-D 的有限元素法(finite element method, FEM)、動差法(method of moment, MoM)等數值方法作有效的預測。透過經驗歸納，也可以獲得快速的計算公式，如微帶線在  $0.2 \leq s/h \leq 3$  時，耦合係數  $k$  為[9]

$$k = 0.48 \times e^{-0.96(s/h)} \quad (2-48)$$

圖 2.6 為不同  $s/h$  時，對應的  $Z_{DM}$  和  $Z_{CM}$ 。

在設計電路時，可以利用快速計算公式得到特性阻抗與耦合係數，進一步整理出不同模式的等效介電常數以及相位常數。



## 2-4.2 傳輸特性與特性阻抗的關係

在不同模式時。電流分布的特性以及介質層對輻射的影響都不一樣[10]。  
 依據傳輸線理論，橫截面如圖 2.7 的單條微帶線的特性阻抗為

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2-49)$$

$L$  和  $C$  分別是單位長度的電感與電容。將介質用空氣取代， $\epsilon_r = 1$ ，特性阻抗變成

$$Z_{01} = \sqrt{\frac{L}{C_1}} \quad (2-50)$$

$L$  由磁場決定，所以不改變。

從(2-49)、(2-50)及有效介電常數( $\epsilon_{r,\text{eff}}$ )的定義

$$\epsilon_{r,\text{eff}} = \frac{C}{C_1} = \frac{Z_{01}}{Z_0} \quad (2-51)$$

而相速為

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{r,\text{eff}}}} = c \frac{Z_0}{Z_{01}} \quad (2-52)$$

$c$  為真空中的光速( $c = 2.99793 \times 10^8$  m/s)。從相位常數與相速間的關係可以得到

$$\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{r,\text{eff}}} = \frac{\omega}{v_p} = \frac{\omega Z_{01}}{c Z_0} \quad (2-53)$$

配合前一小節得到的特性阻抗公式，可以獲得奇模與偶模的等效介電常數、相速和相位常數

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{r,\text{eff}_{\text{odd}}} = \left( \frac{c}{v_{p_{\text{odd}}}} \right)^2 = \left( \frac{Z_{01_{\text{odd}}}}{Z_{0_{\text{odd}}}} \right)^2 \\ \varepsilon_{r,\text{eff}_{\text{even}}} = \left( \frac{c}{v_{p_{\text{even}}}} \right)^2 = \left( \frac{Z_{01_{\text{even}}}}{Z_{0_{\text{even}}}} \right)^2 \end{array} \right. \quad (2-54)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{p_{\text{odd}}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{r,\text{eff}_{\text{odd}}}}} = c \frac{Z_{0_{\text{odd}}}}{Z_{01_{\text{odd}}}} \\ v_{p_{\text{even}}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{r,\text{eff}_{\text{even}}}}} = c \frac{Z_{0_{\text{even}}}}{Z_{01_{\text{even}}}} \end{array} \right. \quad (2-55)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_{\text{odd}} = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{r,\text{eff}_{\text{odd}}}} = \frac{\omega}{v_{p_{\text{odd}}}} = \frac{\omega Z_{01_{\text{odd}}}}{c Z_{0_{\text{odd}}}} \\ \beta_{\text{even}} = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_{r,\text{eff}_{\text{even}}}} = \frac{\omega}{v_{p_{\text{even}}}} = \frac{\omega Z_{01_{\text{even}}}}{c Z_{0_{\text{even}}}} \end{array} \right. \quad (2-56)$$

共模訊號和差模訊號的電磁場分布分別與偶模和奇模的電磁場分布相同，如圖 2.8(a)、圖 2.8(b)，所以它們的這三者是一樣的。

## 2-5 兩種終端電路

本節討論在兩種電路相接方式，分別對應到不同模態時的意義。

### 2-5.1 T 型電路

如圖 2.9，兩線分別接上  $R_1$  與  $R_2$ ，共同接  $R_3$  到地。奇模時兩線訊號方向相反，中間可視作虛擬接地，則

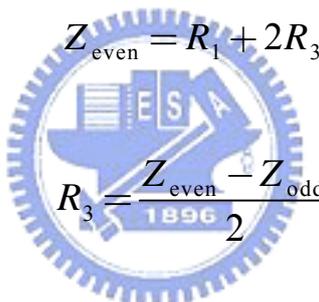
$$R_1 = R_2 = Z_{\text{odd}} \quad (2-57)$$

對差模而言，兩條線串聯相接

$$Z_{\text{DM}} = 2Z_{\text{odd}} = R_1 + R_3 \quad (2-58)$$

偶模時兩訊號方向相同，中間等同於開路，故

$$Z_{\text{even}} = R_1 + 2R_3 \quad (2-59)$$



$$R_3 = \frac{Z_{\text{even}} - Z_{\text{odd}}}{2} \quad (2-60)$$

共模阻抗

$$Z_{\text{CM}} = \frac{1}{2}Z_{\text{even}} = \frac{1}{2}R_1 + R_3 \quad (2-61)$$

## 2-5.2 $\pi$ 型電路

圖 2.10 為另一種電路接法，兩線上跨接  $R_3$ ，對地分別接  $R_1$  與  $R_2$ 。

偶模和共模時因為沒有電流流經  $R_3$ ， $R_3$  可以移除

$$R_1 = R_2 = Z_{\text{even}} = \frac{1}{2} Z_{\text{CM}} \quad (2-62)$$

奇模時中間等同接地，從訊號線對地看， $R_1$ 並聯 $R_3$

$$Z_{\text{odd}} = \frac{R_1 R_3}{R_3 + 2R_1} \quad (2-63)$$

從(2-62)和(2-63)得到 $R_3$

$$R_3 = \frac{2Z_{\text{even}}Z_{\text{odd}}}{Z_{\text{even}} - Z_{\text{odd}}} \quad (2-64)$$

差模阻抗



$$Z_{\text{DM}} = 2Z_{\text{odd}} \quad (2-65)$$

$$Z_{\text{DM}} = 2Z_{\text{odd}} \quad (2-65)$$

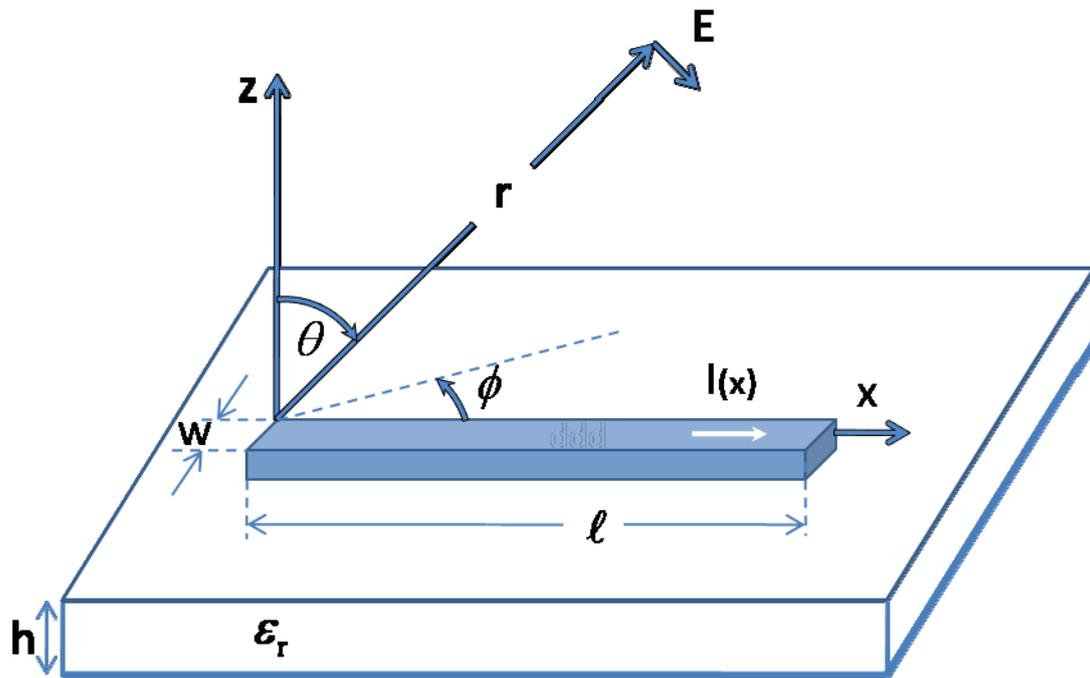


圖 2-1 單條微帶線在印刷電路板上

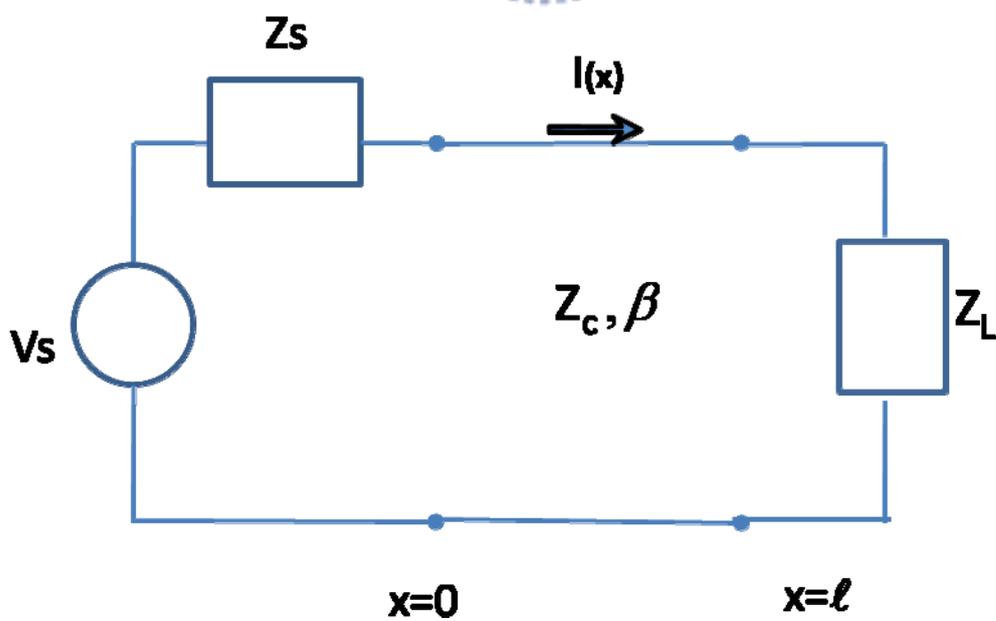


圖 2-2 傳輸線電路模型

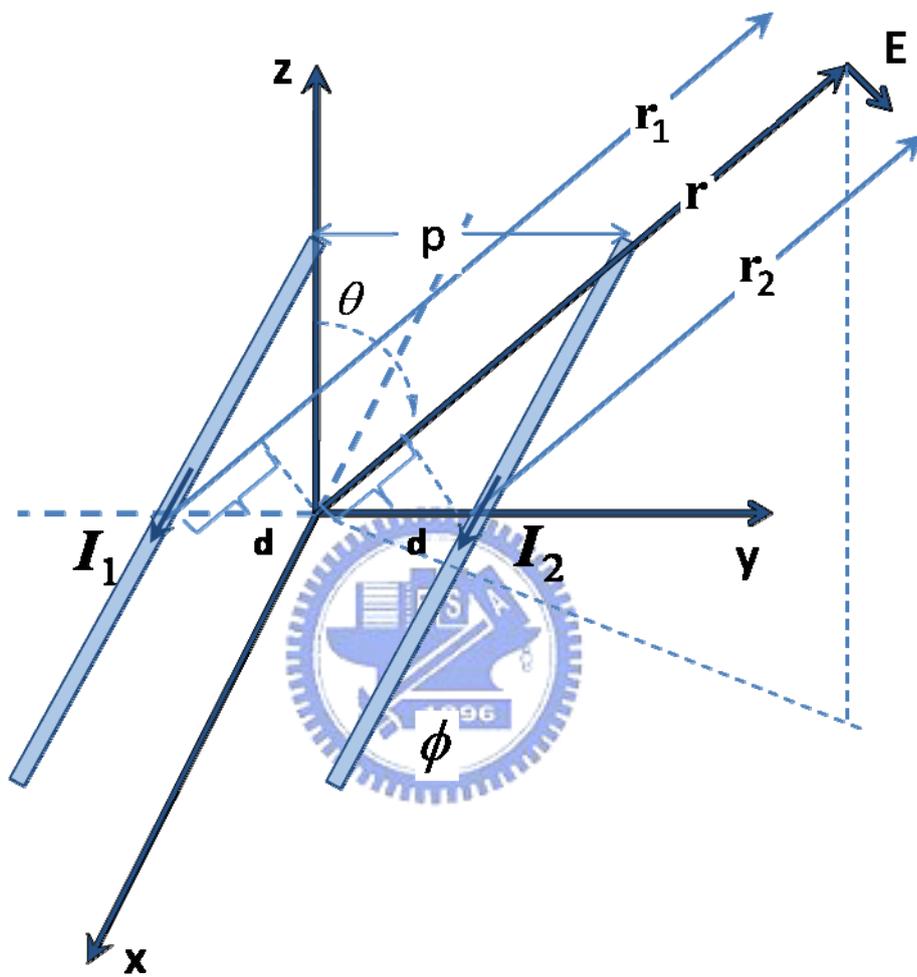


圖 2-3 雙線的遠場輻射合成

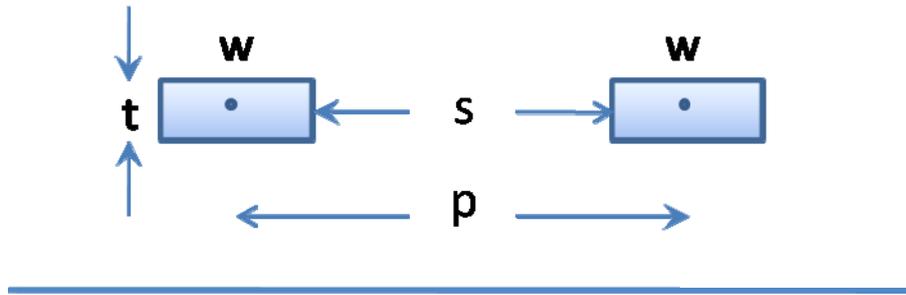
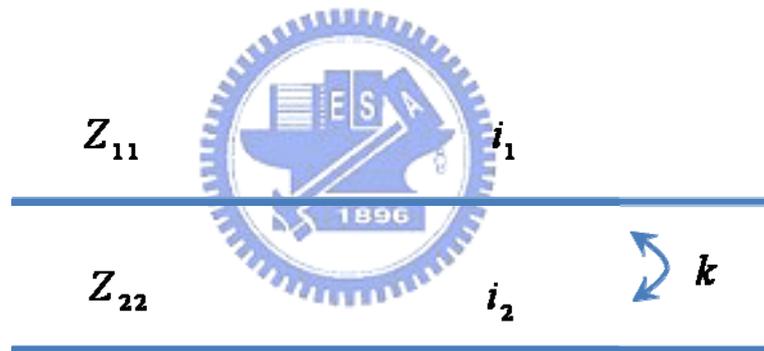


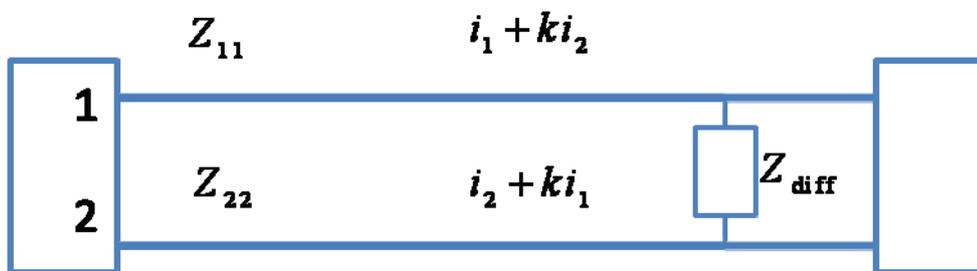
圖 2-4 雙線橫截面



(a)



(b)



(c)

圖 2-5 (a)單線 (b)雙線 (c)差模對

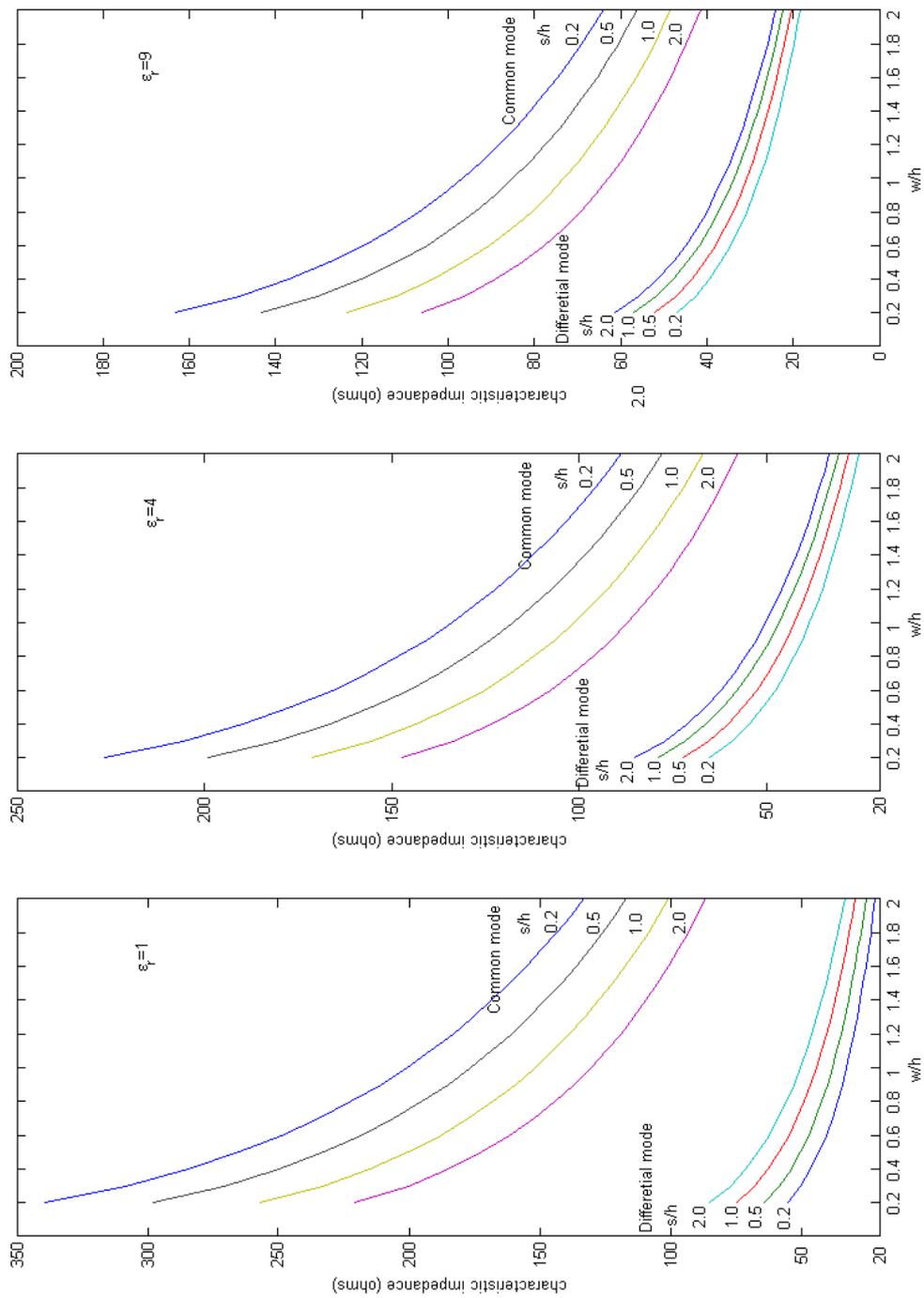


圖 2-6 不同結構的平行微帶線，其差模和共模的特性阻抗。介質層厚度 10mils, 金屬層厚度 0.7mils。



圖 2-7 單條微帶線介電常數的結構分布



 **E-field**  
 **H-field**



(a) even mode



(b) odd mode

圖 2-8 偶模和奇模的電磁場分布

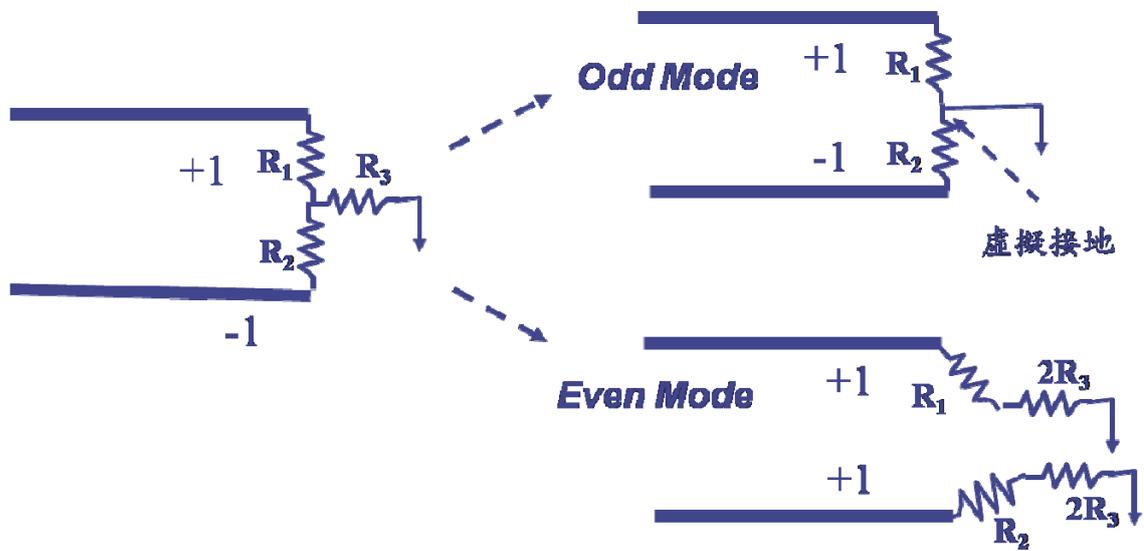


圖 2-9 T 型電路

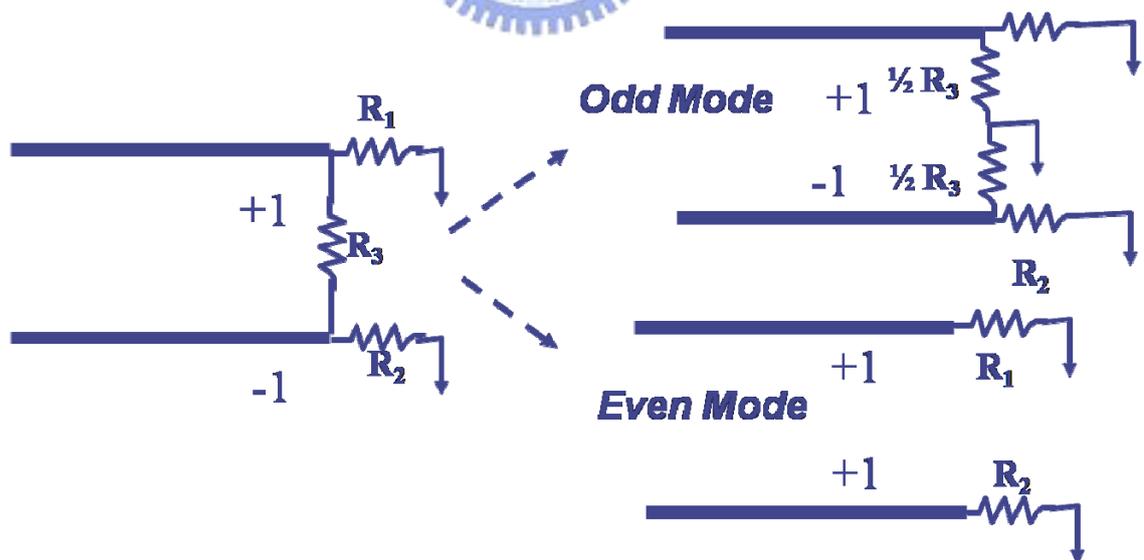


圖 2-10  $\pi$  型電路

## 第三章

### 模擬結果和討論

#### 3-1 單端線路遠場輻射公式與模擬結果的比較

在第二章中，我們介紹了微帶線電路在遠場輻射時的快速預測公式，本節將討論在不同負載阻抗的情況下，公式與實際模擬結果的比較。以及不同頻率時，波長與微帶線長度的關係對輻射造成的影響。為了驗證(2-23)的正確性，我們利用 HFSS 進行單一微帶線的模擬。電路結構如圖 3-1，微帶線的長度( $l$ )和寬度( $w$ )分別為 4000 mil、18 mil，介質層的介電常數( $\epsilon_r$ )為 4，厚度( $h$ )是 10 mil。介質基板的長寬尺寸相對微帶線而言可視作無窮大，因此有效介電常數

$$\epsilon_{r,\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left( 1 + 10 \frac{h}{w} \right)^{-\frac{1}{2}} \approx 3.08 \quad (3-1)$$

特性阻抗  $Z_c = 50 \Omega$ 。電壓源  $V_s = 1V$ ，其輸出阻抗  $Z_s = 50 \Omega$ 。依照美國聯邦通信委員會(Federal Communications Commission, FCC) 對無線電頻率範圍(9 KHz ~ 3000 GHz)的規範[12]，依Class B裝置在距離三公尺處量測輻射電場強度可見表 3-1。

圖 3-2 和圖 3-3 為(2-23)式的計算結果與 HFSS 模擬相比較。設定負載端為短路，量測點分別選擇電路正上方( $\theta = \phi = 0^\circ$ )和橫向位置( $\theta = \phi = 90^\circ$ )。圖 3-2 中最小值發生頻率為 800 MHz。此時，長度與波長的比值為 0.476，接近半波長共振頻率，座標軸原點左右兩邊的線電流程線近乎反對稱的分布狀況，因此在電路正上方為輻射零點。

在此結構中，負載端短路並非完全理想，考量物理尺寸，在信號與接地面間會產生一微小的電感性阻抗。因此，在數值計算中將負載端加上 0.5 nH 電感，可得到更接近 HFSS 模擬的結果，見圖 3-4。

為了進一步驗證(2-23)式的正確性，圖 3-5 列出在負載為短路( $\rho_L = -1$ )、匹配( $\rho_L = 0$ )與開路( $\rho_L = 1$ )三種情況下，特定長度與波長比值的三維輻射場型圖。當負載為短路，長度與波長的比值為 0.5，即半波長共振頻率點，如第一列中間的圖，在傳輸線垂直正上方為一零點，如同在圖 3-2 中 800 MHz 為最小值，此時輻射強度主要集中於傳輸線橫向位置( $\theta = 90^\circ$ )。

高頻時，微帶線長度可為信號波長的數倍(如  $l/\lambda = 3$  的例子)，對任意的負載情形而言，輻射特性變的複雜許多。因此，計算整個上半平面的輻射最大值可避免低估了輻射強度。

### 3-2 雙線傳輸對的遠場輻射

由上一節的討論得知單端微帶線電路的遠場輻射可利用一 closed form 公式作快速的預測。本節考慮在實際應用時為了節省空間，常是多條線路並排存在，對於不同訊號線的互相影響，我們討論最基本的情況，即兩條微帶線的遠場輻射。

將圖 3-1 單條微帶線結構改為雙條線並排，兩線間隔( $s$ )為 5 mil，兩線中點距離( $p$ )為 23 mil，從(2-48)式得到耦合係數  $k = 0.297$ 。從圖 2-6 得到共模和差模特性阻抗， $Z_{CM} = 32.4 \Omega$  和  $Z_{DM} = 70.3 \Omega$ 。

### 3-2.1 共模電路的遠場輻射

共模時，兩線電壓源極性和大小皆相同。在頻率範圍為 100 MHz 到 1 GHz 內，式(2-36)餘弦函數括弧中  $k_0 d$  的值非常小，因此共模陣列因子為一固定值，遠場輻射強度為單條微帶線的 2 倍(6dB)。

圖 3-6 為當負載端開路時，數值計算與 HFSS 模擬所得電路正上方的遠場輻射結果，其輻射場型如圖 3-5 中第三列( $\rho_L = 1$ )。單一微帶線與共模的數值計算結果在圖中分別以實心圓形及實心菱形標示，共模的 HFSS 模擬結果則用空心菱形。由圖中可知，共模時的數值計算與 HFSS 的結果差異在 2dB 之內。所以，利用數值計算來大略預測共模電路的遠場輻射是可信賴的。

### 3-2.2 差模電路的遠場輻射

差模時，兩線電壓源大小相同，極性相反。對式(2-33)的正弦函數而言，在 100 MHz 到 1 GHz 內，括弧中  $k_0d$  的值非常小，因此  $\sin(k_0d) \approx k_0d$ ，由此可知，差模陣列因子隨頻率成正比，並依空間位置改變。

圖 3-7 為當負載端匹配時，位置在  $\theta = \phi = 45^\circ$  處，數值計算與 HFSS 模擬所得的遠場輻射結果。差模陣列因子在此頻率範圍內依 20dB/decade 的斜率增加，即使如此，差模電路相較單端電路而言，仍然大幅降低了遠場輻射。



Frequency	30-88 MHz	88-216 MHz	216-960 MHz	>960 MHz
$\mu\text{V/m}$	100	150	200	500
$\text{dB}\mu\text{V/m}$	40	43.5	46	54

表 3-1 FCC 對 Class B 裝置的輻射規範



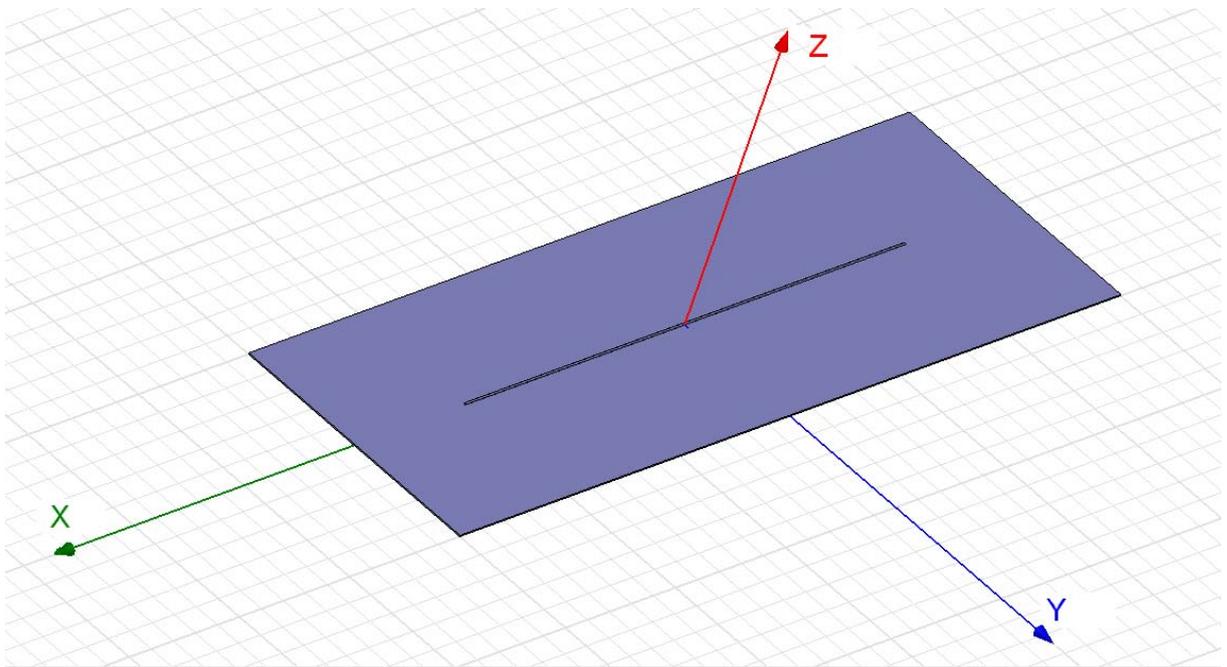


圖 3-1 單一微帶線在 HFSS 模擬結構

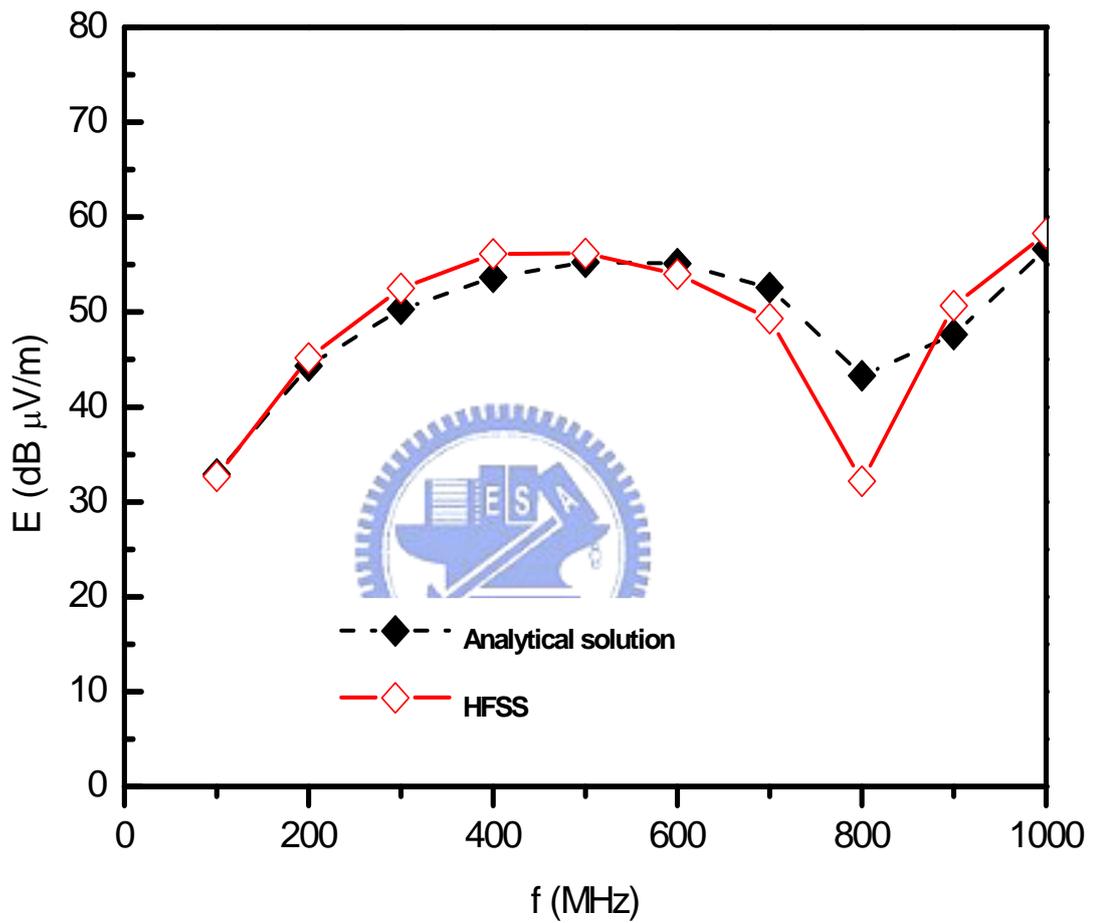


圖 3-2 單一微帶線負載端短路時，遠場電場以預測公式計算與全波分析模

擬結果在電路正上方( $\theta = \phi = 0^0$ )的比較圖。

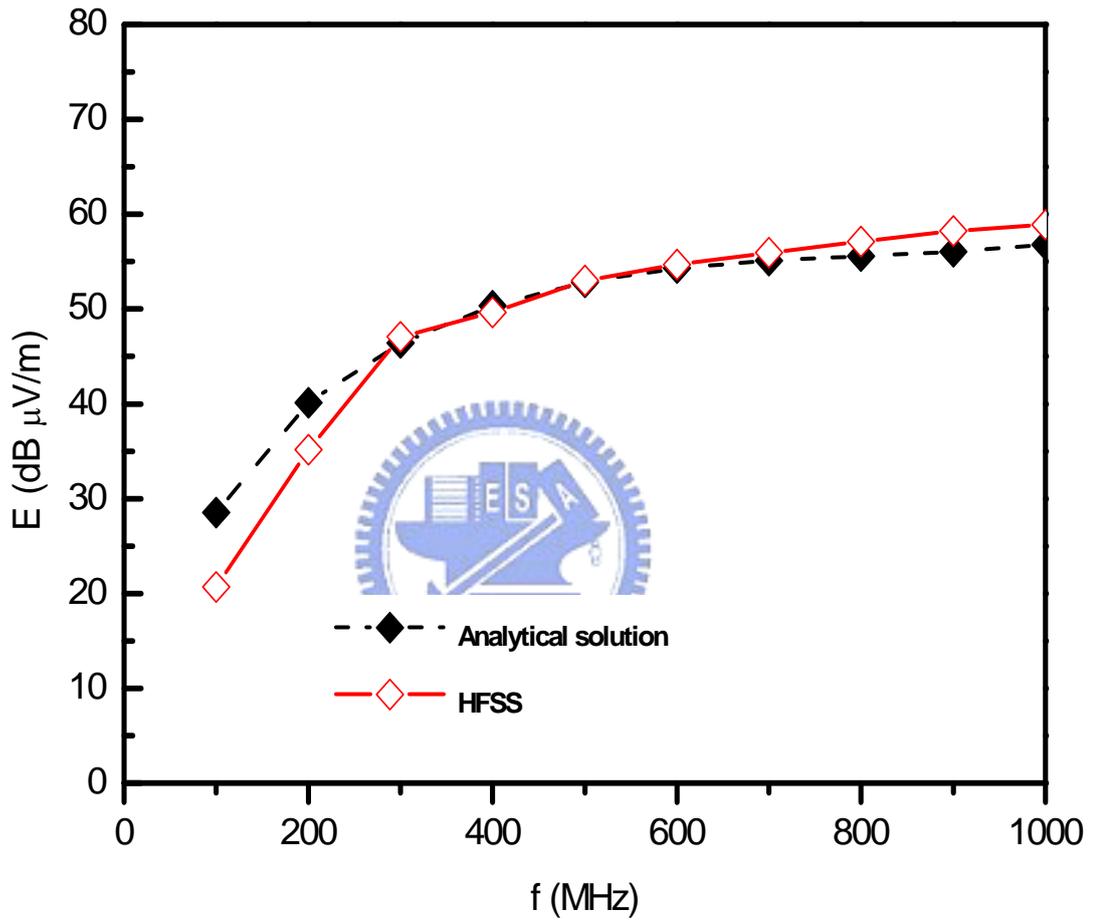


圖 3-3 單一微帶線負載端短路時，遠場電場以預測公式計算與全波分析模

擬結果在橫向位置( $\theta = \phi = 90^0$ )的比較圖。

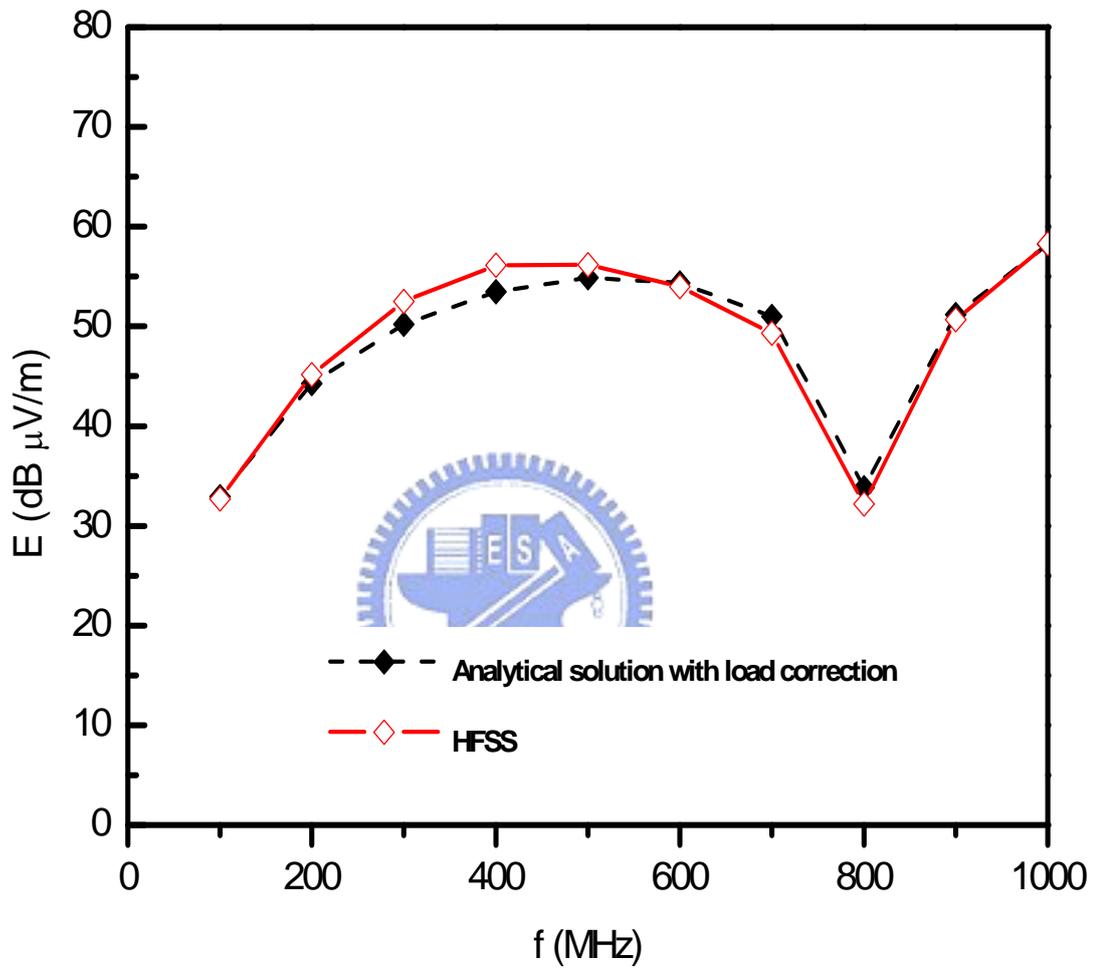


圖 3-4 將預測公式計算中的短路負載端加上 0.5nH 電感與全波分析模擬結

果在橫向位置( $\theta = \phi = 0^0$ )的比較。

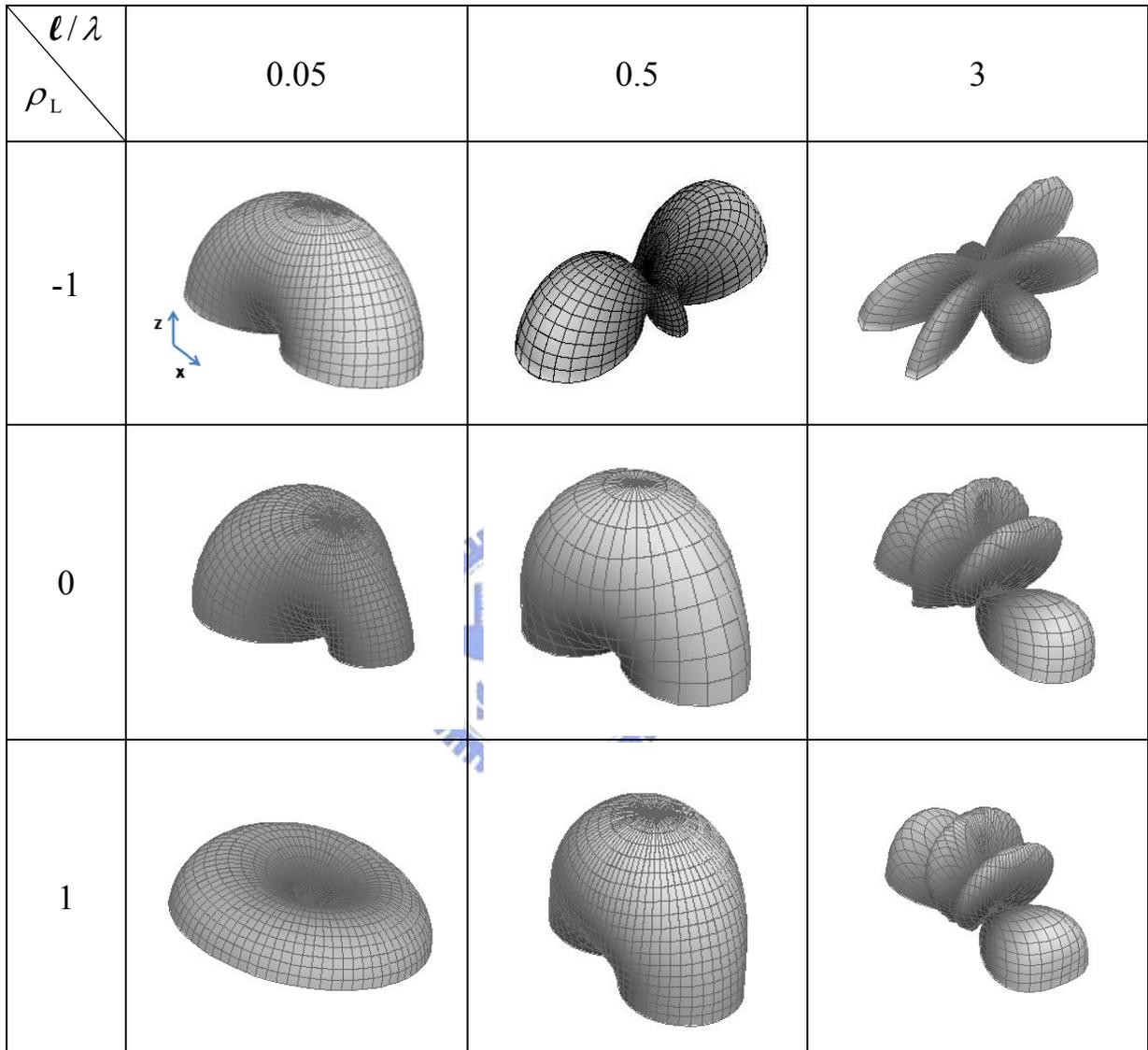


圖 3-5 單一微帶線不同長度與波長比值在三種負載情形時的三維輻射場型

圖。

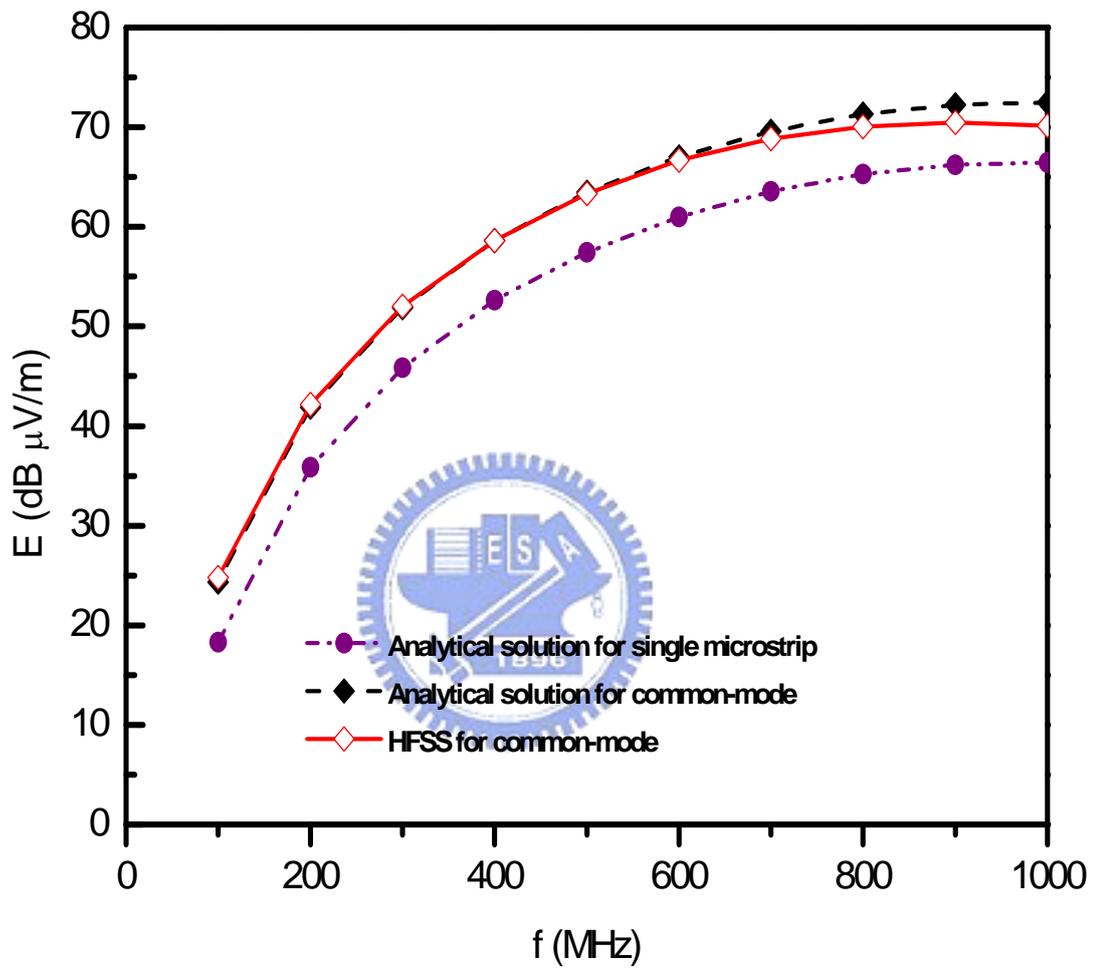


圖 3-6 共模微帶線的遠場電場以預測公式計算與全波分析模擬結果在電路

正上方( $\theta = \phi = 0^\circ$ )的比較圖。

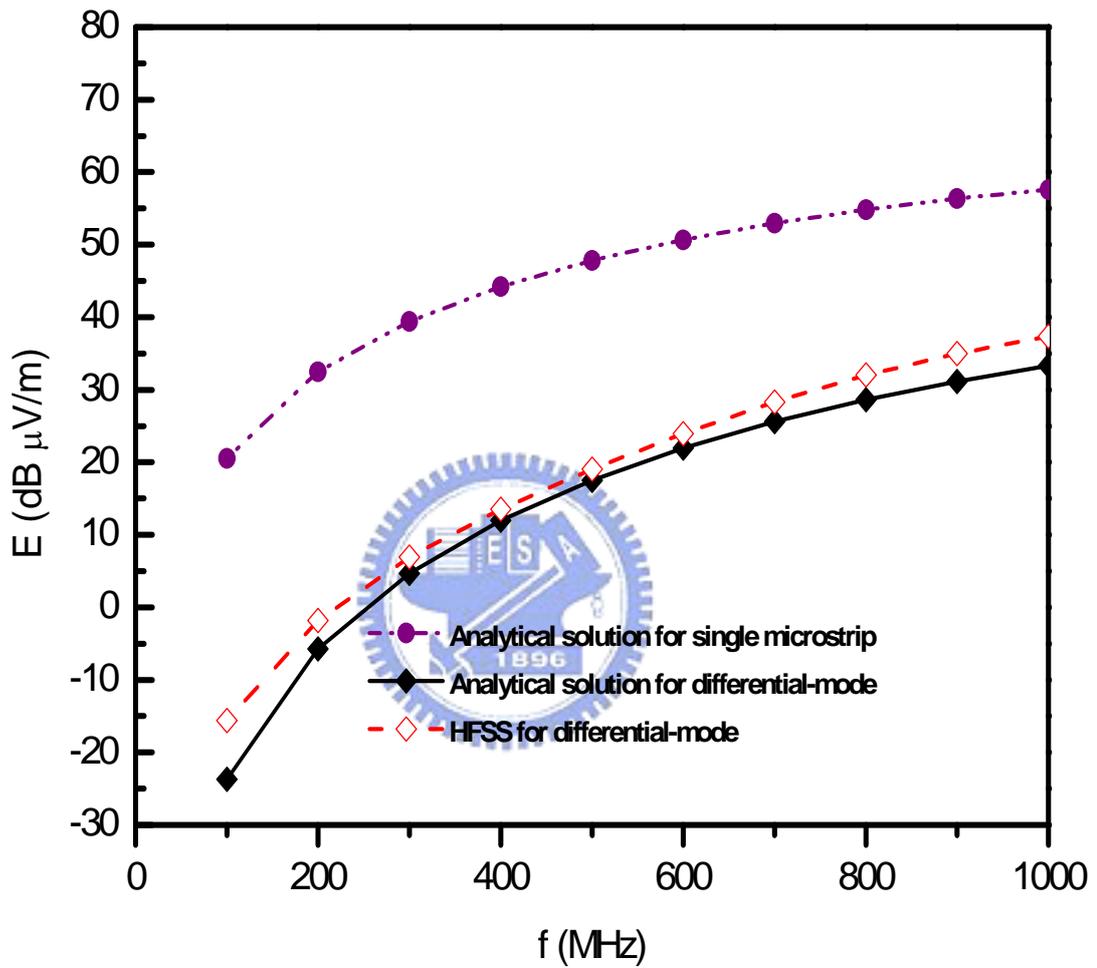


圖 3-7 差模微帶線的遠場電場以預測公式計算與全波分析模擬結果在電路

上方( $\theta = \phi = 45^\circ$ )的比較圖。

## 第四章

### 結論

差模電路因為抵抗雜訊及干擾的能力較佳，因此在現今的高速電路設計中被廣泛的應用。實際情形中，由於訊號上升及下降時間的不同(slew rate)以及訊號線因為彎角等設計時的考量造成線路長度不平衡，原本的差模訊號會轉換成共模訊號。雖然共模電流小於差模電流，但其遠場電場輻射卻是遠大於差模電流，因此許多研究皆致力探討抑制共模電流發生。

本論文針對典型印刷電路板的雙線微帶線結構下，共模與差模電流對遠場電場輻射機制造成的影響，提供設計者一快速的分析及預測。



## 參考文獻

- [1] C. R. Paul, *Introduction to Electromagnetic Compatibility*. Wiley, New York, 1992.
- [2] K. B. Hardin and C. R. Paul, “Decomposition of radiating structures using the ideal structure extraction methods (ISEM),” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 35, no. 2, pp. 264-273, May 1993.
- [3] 吳霖堃 教授, 電磁相容, 國立交通大學電信工程研究所, 2007.
- [4] M. Leone, “Closed-Form Expression for the Electromagnetic Radiation of Microstrip Signal Traces,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 49, no. 2, pp. 322-328, May 2007.
- [5] R. K. Hoffmann, *Handbook of Microwave Integrated Circuits*. Artech House, MA, 1987.
- [6] D. A. Hill, D. G. Camell, K. H. Cavcey, and G. H. Koepke, “Radiated emissions and immunity of microstrip transmission lines: Theory and reverberation chamber measurements,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 38, no. 2, pp. 165-172, May 1996.
- [7] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 3rd ed. New York, Wiley, 2005.
- [8] D. Brooks, *Signal Integrity Issues and Printed Circuit Board Design*. Prentice Hall, NJ, 2003.
- [9] J. A. Mears, “Transmission Line RAPIDESIGNER Operation and Application Guide,” National Semiconductor Co., Applicat. Note 905, Santa Clara, CA, May, 1996
- [10] T. C. Edwards, *Foundations for Microstrip Circuit Design*, 2nd ed. Knaresborough, UK, Wiley, 1992.
- [11] S. Daijavid, J. Janak, H. Heeb, A. Ruehli, and D. McBride, “A fast method of computing radiation from printed circuited boards,” in *Proc. IEEE Int. Symp. Electromagn. Compat.*, Washington, DC, Aug. 21-23, 1990, pp. 300-304.
- [12] *Code of Federal Regulations, Title 47 (47 CFR). Part 15, Subpart B: “Unintentional Radiators.”*