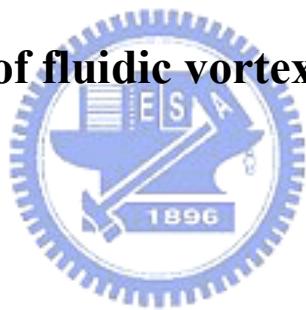


國 立 交 通 大 學
機 械 工 程 學 系
碩 士 論 文

渦流式微二極管分析

Analysis of fluidic vortex microdiodes



研 究 生：李 俊 岩

指 導 教 授：崔 燕 勇 博 士

中 華 民 國 九 十 七 年 七 月

渦流式微二極管分析

Analysis of fluidic vortex microdiodes

研究 生：李 俊 岩

Student : Chun-Yen Li

指 導 教 授：崔 燕 勇

Advisor : Yeng-Yung Tsui

國立交通大學

機械工程研究所

碩士論文



Submitted to Institute of Mechanical Engineering

Collage of Engineering

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the degree of

Master of Science

In

Mechanical Engineering

July 2008

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

渦流式微二極管分析

研究生 李俊岩

指導教授 崔燕勇 博士

國立交通大學機械工程學系

摘要

渦流式二極管為工業上會使用到的流體元件之一，目前已可利用微機電技術將其微小化。本文是以計算流體力學的方法分析渦流式微二極管作為流體元件時之壓力場與流場。計算時使用非結構性網格，對壓力與速度的偶合採用 PISO 演算法。考慮其應用於微幫浦系統，在模擬時入口與出口端給予固定壓力作為邊界條件，計算所能達到的淨流量，並和噴嘴/擴散器式微幫浦做比較。

首先考慮單一渦流式微二極管的靜態分析，參考 Anduze et. al. [8] 模擬之尺寸建立模擬網格並加以測試，考慮不同壓力差與流量的關係。之後將此元件修改為適合接上微幫浦之尺寸，比較其沿順流與逆流方向流動時不同流量與壓力損失的關係，可以知道該元件形狀所造成的壓力損失。與噴嘴/擴散器元件之結果加以比較，並探討其作為入口端元件時兩端不同截面積造成的影响。

本文討論之渦流式微二極管連接的微幫浦以 Ollison[1]的單腔式微幫浦為參考對象，首先按照實際尺寸建立模擬網格，然後將其入口端噴嘴/擴散器元件換成渦流式二極管。分析不同背壓下的流量。當增加出口背壓時，流量與效率也會隨之減少。

Analysis of fluidic vortex microdiodes

Student : Chun-Yen Li

Advisor : Prof. Yeng-Yung Tsui

Institute of Mechanical Engineering

National Chiao Tung University

ABSTRACT

The vortex diode is one of the valveless fluidic elements used in industrial application, which can be made to a level of micrometer by MEMS. In this thesis, CFD is used to analysis pressure and velocity field of a vortex microdiode as a fluidic element. Unstructured meshes are adapted when computed, and the PISO algorithm is used to take the pressure-velocity coupling. When the vortex diode used in a micropump system, we fixed the pressure at inlet and outlet as boundary conditions, and computed the net flowrates, then compared the results with Nozzle/Diffuser micropumps.

First we considered the steady state analysis of one vortex diode, the simulation dimensions in the vortex diode [8] is used in this test, and find the relation of pressure difference and flowrates. This element changed dimension to fit the size of a micropump. Compared the relation of flowrates and pressure difference in forward and reverse flow, we can calculate the pressure loss by form drag. Compared the results with Nozzle/Diffuser elements, and we changed the area size of the inlet of a micropump.

In this thesis, a vortex diode connected to a single chamber micropump pump [1] is analyzed. We build the mesh use the real size, then changed the inlet Nozzle/Diffuser element to a vortex diode. We analyzed the flowrates in different back pressures. When the outlet back pressure increased, the flowrate and pumping efficiency of the micropump would be decrease.

誌 謝

待在交大的這兩年，我接觸了許多新的東西，在這裡每天都有不同的發現，讓我獲得了許多寶貴的經驗。身為熱流組的一員，我加入了計算流力研究的行列。在跑模擬的這段期間，也讓我重新認識了流體力學。

這次我能夠順利畢業首先要感謝崔燕勇老師，如果沒有老師的督促，我可能一直都在原地踏步。也謝謝家人們全力支持我的課業，因為有家人的支持，我才能全心投入研究之中。在此也要感謝之前修課時的各位授課老師，在作報告以及收集資料的過程中我也學到了許多東西。

謝謝胡育昌學長在我剛來這時帶領我們熟悉環境，引導我習慣這個地方。在研究方面不順利時，也多虧有吳欣恩、林仕文他們幫我打氣，讓我再振作起來。碩一的三位學弟都非常認真，令我不由得期許自己可以做好榜樣。實驗室的大家彼此互相砥礪、精益求精，讓我過了非常充實的兩年。

總之能夠認識你們真是太好了，謝謝各位！



目 錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	vii
圖目錄	viii
符號說明	x
第一章 緒論	1
1.1 前言	1
1.2 微流體系統簡介	1
1.2.1 微幫浦簡介	1
1.2.2 Nozzle/Diffuser 簡介	3
1.2.3 涡流式二極管簡介	4
1.3 文獻回顧	5
1.4 研究目的	7
第二章 數學模式	8
2.1 基本假設	8
2.2 統御方程式	8
2.3 壓電薄膜振動的近似	8
2.4 邊界條件	9
2.4.1 壓電薄膜的邊界條件	9
2.4.1 入口與出口的邊界條件	9
2.4.2 固定壁面的邊界條件	9

第三章 數值方法	10
3.1 動量方程式離散化(Discretization)	10
3.1.1 有限體積法 (Finite Volume Method)	10
3.1.2 有限體積法的離散	10
3.1.3 計算邊界上的壓力	13
3.2 代數方程式	13
3.3 PISO演算法	14
3.3.1 PISO 演算法的簡介.....	14
3.3.2 壓力與速度的偶合關係式	14
3.3.3 解壓力修正方程式	15
3.4 邊界條件的給定	19
3.4.1 進出口壓力邊界的流量計算	19
3.4.2 進出口壓力邊界的速度計算	20
3.4.3 固定壁面邊界條件	20
3.5 PISO演算流程	21
3.6 代數方程式的求解方式	21
第四章 結果與討論	22
4.1 Vortex diode穩態測試	22
4.1.1 文獻之Vortex diode測試	22
4.1.2 連接微幫浦之Vortex diode元件測試	23
4.2 不同背壓下的3D模擬結果	24
4.2.1 不同元件之網格模型	25
4.2.1 不同元件之網格模型	25
4.2.2 薄膜振動假設流量	26
4.2.3 流場結構分析	26

第五章 結論	28
參考文獻	29



表目錄

表 1.1 機械式微幫浦的分類	3
表 3.1 兩步驟之壓力修正方程式的源項	18



圖目錄

圖 1.1	渦流型二極管外型[4]	31
圖 1.2	流體在渦流型二極管中流動情形 [4]	31
圖 1.3	流體在渦流型微二極管中流動情形[9]	31
圖 1.4	M. Anduze et al. 模擬之渦流型微二極管尺寸[8]	32
圖 1.5	二極管、Tesla 閥門及 Diffuser 之效率比較圖[8]	32
圖 1.6	Tesla 閥門[11]	33
圖 1.7	Tesla 閥門模擬[11]	33
圖 3.1	非結構性網格(Unstructured Grid)	34
圖 3.2	Over-Relax Approach	34
圖 3.3	出口壓力邊界示意圖	35
圖 3.4	出口壓力邊界流量的計算	35
圖 4.1	Vortex diode 建立之網格[8]	36
圖 4.2	模擬測試之速度場	37
圖 4.3	壓力邊界條件下之(流量-壓力差)關係圖	38
圖 4.4	壓力邊界條件下之(效率-壓力差)關係圖	38
圖 4.5	微幫浦入口端元件之幾何形狀	39
圖 4.6	入口端 Type A1 元件尺寸	40
圖 4.7	入口端 Type A2 元件尺寸	41
圖 4.8	入口端 Type B1 元件尺寸	42
圖 4.9	入口端 Type B2 元件尺寸	43
圖 4.10	Type A 元件之壓力差與流量關係圖	44
圖 4.11	Type B 元件之壓力差與流量關係圖	44
圖 4.12	Type A 元件之 Eu 數與流量關係圖	45
圖 4.13	Type B 元件之 Eu 數與流量關係圖	45
圖 4.14	Type A2 以不同網格數模擬之(壓力差-流量)關係圖	46
圖 4.15	Type A1 之壓力場及截面圖	47
圖 4.16	Type A2 之壓力場及截面圖	48
圖 4.17	Type B1 之壓力場及截面圖	49
圖 4.18	Type B2 之壓力場及截面圖	50
圖 4.19	Type A1 之流場圖($z=0.11115\text{mm}$)	51
圖 4.20	Type A2 之流場圖($z=0.11115\text{mm}$)	51
圖 4.21	Type B1 之流場圖($z=0.11115\text{mm}$)	52
圖 4.22	Type B2 之流場圖($z=0.11115\text{mm}$)	52
圖 4.23	微幫浦入口端接上不同 Type A 流體元件後之幾何形狀	53
圖 4.24	微幫浦入口端接上不同 Type B 流體元件後之幾何形狀	54
圖 4.25	入口端 Nozzle/Diffuser 元件之微幫浦幾何尺寸	55
圖 4.26	入口端 Vortex diode 元件之微幫浦幾何尺寸	56

圖 4.27 兩端流量隨時間變化 (a)Model A1 , (b)Model A2	57
圖 4.28 兩端流量隨時間變化 (a)Model B1 , (b)Model B2	58
圖 4.29 背壓=0Pa , Model A 出口端流量隨時間變化 (一個週期) ...	59
圖 4.30 背壓=5900Pa , Model A 出口端流量隨時間變化 (一個週期)	59
圖 4.31 Model B1 入口與出口端流量隨時間變化 (一個週期)	60
圖 4.32 Model B2 入口與出口端流量隨時間變化 (一個週期)	60
圖 4.33 背壓=0 Pa , 各模型在每個週期下的淨流量	61
圖 4.34 各模型之微幫浦之(淨流量-背壓)關係圖	61
圖 4.35 以不同網格數模擬之 Model A2 之(淨流量-背壓)關係圖	62
圖 4.36 Model A1 , 背壓=0Pa , t=0.25T , 壓力場分佈圖	63
圖 4.37 Model A1 , 背壓=0Pa , t=0.75T , 壓力場分佈圖	63
圖 4.38 Model A2 , 背壓=0Pa , t=0.25T , 壓力場分佈圖	64
圖 4.39 Model A2 , 背壓=0Pa , t=0.75T , 壓力場分佈圖	64
圖 4.40 排水模式(t=0.25T) , Model A1 之壓力場與流場截面圖...	65
圖 4.41 吸水模式(t=0.75T) , Model A1 之壓力場與流場截面圖...	66
圖 4.42 排水模式(t=0.25T) , Model A2 之壓力場與流場截面圖...	67
圖 4.43 吸水模式(t=0.75T) , Model A2 之壓力場與流場截面圖...	68
圖 4.44 排水模式 , Model A1 在不同時間下之流場圖	69
圖 4.45 吸水模式 , Model A1 在不同時間下之流場圖	70
圖 4.46 排水模式 , Model A2 在不同時間下之流場圖	71
圖 4.47 吸水模式 , Model A2 在不同時間下之流場圖	72
圖 4.48 排水模式 , Model B1 在不同時間下之流場圖	73
圖 4.49 吸水模式 , Model B1 在不同時間下之流場圖	74
圖 4.50 排水模式 , Model B2 在不同時間下之流場圖	75
圖 4.51 吸水模式 , Model B2 在不同時間下之流場圖	76

符號說明

- r_0 : 壓電薄膜半徑
 r_1 : 振動腔體半徑
 d_{MAX} : 壓電薄膜中心點最大位移量
 f : 壓電薄膜的振動頻率
 P_{pump} : 背壓
 \dot{m} : 質量流率
 P : 壓力項
 Re : 雷諾數
 Eu : 尤拉數
 η : 效率
 u : X 方向之速度項
 v : Y 方向之速度項
 w : Z 方向之速度項
 \vec{V} : 速度向量
 ρ : 密度
 μ : 分子黏滯係數
 t : 時間
 D_H : 水力直徑



第一章 緒論

1.1 前言

近代的工程科技趨勢正往兩個方向發展：一是維持傳統的作法，製作出更大尺寸的產品，另一方面是設法將原本大尺度的物件利用半導體製程技術製作出大小僅是微米等級、但功能仍與原物件相同的產品。其中後者的發展目前已日趨成熟，微機電系統(Micro electro mechanical System, MEMS)就是這種把產品縮小到微米等級的產業，這是一種整合機械工程與微電子工程，並結合光學、材料、控制、物理、化學、生醫等各種不同技術領域的微小化系統製造技術。因其包含的領域十分多元，故應用範圍也很廣，包括資訊、通訊、電子、生醫等各方面都有很大的發展空間，尤其在生醫方面的應用更是目前許多相關研究的重點，而其中生物晶片及血管支架等研究都需運用到微流體系統(microfluidics system)的相關技術，隨著這些方面的應用越來越受到人們重視，微流體系統的研究也日趨重要。

1.2 微流體系統簡介



微流體系統是微機電系統中的一個領域，主要是運用各種微流體元件控制並操作微量流體使其完成預定的感測或分析之技術。這些元件包括微流道(micro-channel)、微閥門(micro-valve)、微幫浦(micro-pump)、微感測器(micro-senser)、微致動器(micro-actuator)、微噴嘴(micro nozzle)、微混合器(micro-mixer)等，並可利用半導體技術整合成各種不同功能的智慧型微流體晶片。

隨著化學合成、化學檢測、微生物學、生物檢測、藥品的臨床分析以及微電子儀器上的熱傳等各方面的應用，微流體系統這個領域在微機電系統裡的重要性日益增加，而幫浦系統仍是驅動流體的重要手段之一，因此微幫浦在微流體系統中是不可或缺的重要元件。

1.2.1 微幫浦簡介

微幫浦是微流體系統的基本元件之一，各種微流體相關研究或多或少都會使用

到，故其應用也涵蓋了各種不同的領域：

熱傳方面：在微幫浦冷卻元件中，使用壓電式微幫浦將冷卻液導入熱交換區，使其沿蝕刻通道在晶片上以循環流動的方式達到冷卻效果。當液體溫度升高時便由微幫浦送到液態冷卻器冷卻，使液體維持在低溫，再將低溫液體導入熱交換區，形成一個循環。

燃料電池：也可應用在燃料電池中，例如在甲醇燃料電池(DMFC)中可使用微幫浦及風扇把甲醇及空氣提供給燃料電池，並形成一個迴圈，這種電池雖然構造複雜但容易得到較大的電力。

生物晶片：生物晶片一般包含前處理、雜交與檢測三種過程，這些過程必須透過微流體系統，藉以達到驅動、傳輸、混合、反應、分離等目的。而在此之前必須先用微機電技術將樣本置於微流道上，接著再利用微幫浦驅動流體控制檢體與試劑混合。

醫學方面：可以應用在冠狀動脈繞道移植上。心臟在人體中相當於一個推動全身血液的幫浦，當冠狀動脈阻塞時，血液的流場會被打亂，即使動完手術也有很高的機率再度阻塞。如在完成繞道手術後加上微幫浦的支持，則可使血液保持在較好的血液動力學狀態和心肌收縮性。



微幫浦依其驅動流體的方式可分為機械式和非機械式這兩類。其中機械式微幫浦主要包含兩個部分，一是致動腔室(actuating chamber)，另一個部分則是微閥門系統(micro-valve system)。腔室上有一作週期性振動的薄膜，依此膜不同的致動方式又可分為壓電式(Piezoelectric)、形狀記憶合金式(shape memory alloy, SHA)、靜電式(electrostatic)、電磁式(electromagnetic)、氣動式(pneumatic)、熱氣動式(thermopneumatic)、熱驅動式(Thermomechanic)等數種如表 1.1。機械式微幫浦的原理即是透過此振動薄膜或其它可動元件(moving part)週期性的運動以達成輸送流體的目的。

至於非機械式微幫浦則是運用感應電場來驅動流體，不需要用到可動元件。其通道中涵蓋數百個電極，每個通道以產生流動電場的方式接收變化的電壓脈衝，流場中會產生離子或帶電原子和分子，然後利用離子和電場的相互作用來促使流體流動。

機械式微幫浦的分類	
致動方式	腔室
壓電式(Piezoelectric)	單腔(single chamber)
形狀記憶合金式(SHA)	移動體積(moving volumes)
靜電式(electrostatic)	蠕動型(peristaltic)
電磁式(electromagnetic)	
氣動式(pneumatic)	
熱氣動式(thermopneumatic)	
熱驅動式(Thermomechanic)	

表 1.1 機械式微幫浦的分類

微幫浦根據其閥門的有無又可分為有閥式微幫浦和無閥式微幫浦這兩種，一般來說，有閥式微幫浦的製造及應用技術比較成熟，但其存在加工尺寸限制和使用壽命的問題；反之無閥式微幫浦的運作原理與傳統幫浦不同，構造也相對比較簡單，因此比有閥式更適合往微型化發展，目前微幫浦的相關研究也大多以無閥式為主。

無閥式微幫浦主要是把入口與出口端所使用之微閥門結構換成無閥式流體元件，目前最常用的是 Nozzle/Diffuser 元件，此外還有同為 2D 結構的 Telsa diode、3D 結構的 vortex diode 以及將入口與出口管道設計為不同長度之雙向微幫浦 (bi-directional)等，接下來將分別介紹 Nozzle/Diffuser 元件與本研究探討主題之 vortex diode 元件。

1.2.2 Nozzle/Diffuser 簡介

無閥式微幫浦通常是利用噴嘴/擴散器(Nozzle/Diffuser)來取代原本使用的微閥門，其原理是利用此 Nozzle/Diffuser 的幾何形狀關係：當流體流過 Nozzle 方向時壓力損失大，流量較小；反之由 Diffuser 方向流出時壓力損失小，流量較大。將 Nozzle/Diffuser 取代原本微幫浦上的微閥門，再配合腔體上薄膜的振動，即可控制流體輸送方向。以壓電式微幫浦為例，在吸水模式(Supply Mode)時，壓電薄膜向上移

動，入口端為 Diffuser 方向，出口端為 Nozzle 方向，故流體由入口處流入腔體的流量較大；反之在排水模式(Pump Mode)時，腔體內被壓縮而體積變小，入口端為漸縮方向，出口端為漸擴方向，則流體由出口處流出的流量較大。

1.2.3 涡流式二極管簡介

渦流式二極管(Vortex diode)是除 Nozzle/Diffuser 外，其他無閥式流體元件之一，是為不可動元件(no-moving part)的其中一種流動控制裝置，和 Nozzle/Diffuser 最大的不同在於其幾何形狀為 3D 結構，且入口和出口兩端並不在同一平面上，Vortex diode 元件外型如圖 1.1。大尺度之 Vortex diode 經常被應用在核能工業上，例如當氣冷式核子反應爐的冷卻劑意外漏失時可作為限制其流動的限制器。且因為不需要用到可動元件、耐久性高、流體不易外漏等特徵，時常被作為在人類不願靠近的環境下，例如核燃料再處理工廠中輸送溶液的手段。其工作原理與 Nozzle/Diffuser 相似，當流體沿順流(forward flow)方向流過時會有較大的流量，反之逆流(reverse flow)方向的流量則會小很多。當其微小化以後，因為其二極管的特性，可以視為一個不可動的整流元件。



渦流式二極管原理

渦流式二極管是一種在流經一個方向時有低阻力，且當流動方向相反時有高阻力的無閥式流體元件，如圖 1.2 及圖 1.3。

順流(Forward flow)：

當流體從渦流形腔體中央軸心入口流入此幫浦，並從切線位置的出口流出，流體會受到低很多的阻抗，此阻抗是因其流動時以直角轉向而產生的，壓力損失小，故流量較大。相當於流體流過一 Diffuser。

逆流(Reverse flow)：

當流體沿切線位置的入口以反方向流入二極管則會產生強烈的封閉螺旋形渦流，這會讓流動受到一高阻抗作用，因壓力損失大，流量較小。相當於流體從一 Nozzle 流入。

1.3 文獻回顧

此文獻回顧主要為無閥式微幫浦的相關實驗及理論建立，以及無閥式微幫浦常用之 Nozzle/Diffuser 元件的研究發展。Vortex diode 的部分則先回顧工業上之大尺度應用，再探討目前於微小尺度之研究。最後介紹其他流體元件之二維或三維模型的相關模擬和實驗。

1998 年，Olsson et al. [1] 以熱壓法製造圓形的單腔微幫浦，並以 7° 張角之 Nozzle/Diffuser 元件連接腔體與入、出口。此後無閥式微幫浦相關研究大多以此 Nozzle/Diffuser 式微幫浦之尺寸為參考對象。

1996 年，Olsson et al. [2] 利用等向濕蝕刻的方式在矽晶圓上做出各種不同尺寸的擴散器元件(diffuser element)，以水與甲醇為工作流體，再將實驗結果與解析比較，分析上把 Diffuser 元件分成三部分，入口及出口區之壓降係數可由查表得到，中間的區域可由水力半徑及阻力係數推導出壓降之方程式，不同形狀的截面代入不同的係數。

1997 年，Olsson et al. [3] 對各幫浦之漸擴元件及 Nozzle 元件做 CFD 模擬（在二維模型分析常會利用對稱面縮短軟體計算的時間），由連續方程式和伯努力定理可知，Diffuser 會讓流體的流速降低且壓力也會隨之增加。比較模擬及實驗結果可知 Diffuser 導向流體能力比 Nozzle 好，且較符合實驗結果。

接下來則是前人以工業上大尺度之 Zobel 型 Vortex diode 實驗使用不同流體以及考慮各部同狀況下所做的相關研究。

1987 年，Motamed-Amini and Owen[4] 在實驗時用大尺度之 Zobel 型 Vortex diode 以可壓縮水蒸氣作為工作流體，並比較以過熱蒸氣(inlet/outlet 壓力比在 30 以內) 及濕蒸氣(乾度已知) 實驗所求得之可壓縮效率與濕度效率。

1982 年，G. H. Priestman and J. R. Tippetts [5] 實驗 Zobel 型 Vortex diode，考慮空蝕現象對 vortex diode 效率之影響，並以壓降計算 Euler number(Eu 數)，且發現上游發生空蝕現象時，下游流量將不受到上游壓力的影響。

1989 年，Yoshitomi [6][7] 提出了兩篇有關大尺度 Vortex diode 之研究，考慮腔體之入口與出口皆裝上 Vortex diode 的情形，推導流量與效率之關係，並由實驗驗證不同壓力比對流量與體積係數之影響。

接著我們參考過去以微機電製程所製造出之微米尺度的 Vortex microdiode 及其他流體元件的模擬。

2001 年，Anduze et al. [8] 以數值模擬方法分析微流體二極管 (fluidic microdiode) 的設計，慣性和黏性效率間複雜的關係會得到矛盾的結果：例如增加黏性會影響流量的增加，由矽晶圓以方形蝕刻作出的微二極管之實驗量測結果可用來證實模擬的結果。並與 Tesla 式微二極管 (Tesla diode) 之結果一併加以比較。

2003 年，Haakh [9] 在文中推導管道系統接上渦流式二極管腔體，利用能量平衡和水鎚 (water-hammer) 方程式的數值運用來計算暫態流的理論解，並由各不同例子之實驗解提供尺寸概念。

2007 年，Kulkarni et al. [10] 使用漏式止回閥 (leaky non-return valves) 取代原本使用可動元件的閥門，用了很多不同設計和操作參數作 CFD 模擬，比較用五種不同的 diode 尺寸所得的壓力差 ΔP 之預測和實驗結果，模擬結果逆流會形成渦流造成較大的壓力差，腔體截面上軸向速度梯度，順流時流體會呈放射狀再由切線部位流出，有較低的壓力差。由此分析可看出二極管會受幾何、尺寸、比例、管道及雷諾數影響，管的擴張部之張角在 7° 時會有比小角度 (5°) 更高的二極性 (diodicity)。

2001 年，Turowski et al. [11] 用 CFD-Micromesh 程式建立三維的網格，並用 CFD-ACE+ 來加以模擬。在此模擬的對象是 Tesla diode，Tesla diode 是不可動元件閥門中的一種，可用於微機電裡的微幫浦。在相同的壓降下，可看出順流方向的流量會比逆流方向來得多，並將這個結果與實驗值做比較加以驗證。

2003 年，Hayamizu et al. [12] 所研究之 bi-directional 無閥式微幫浦利用入口與出口的 Diffuser 長度不同會有不同的阻力之特性，其入口長度很短而出口長度則長得多，使入口處易形成紊流。隨著壓力差增大，流體流過入口的阻力會比出口來得大。

1.4 研究目的

本文是以計算流體力學的方法分析 Vortex diode 作為流體元件時壓力場與流場變化。考慮其接於微幫浦之入口端取代 Nozzle/Diffuser 元件，在入口與出口端給予固定壓力作為邊界條件，計算其淨流量，並和 Nozzle/Diffuser 式微幫浦之結果比較。

考慮單一 Vortex diode 的靜態分析，參考 Anduze et. al. [8] 模擬之尺寸，如圖 1.4，建立模擬網格並測試不同壓力差與流量的關係。

之後將此元件修改為適合接上微幫浦之尺寸，將其入口端元件定義為 Type A1 及 Type A2，比較各入口端元件沿順流與逆流方向流動時流量與壓力損失的關係。我們也定義入口端元件兩端不同截面積時為 Type B1 及 Type B2，並模擬其壓力損失。

另外，本文討論之渦流式微二極管連接的微幫浦以 Ollison[1]的單腔式微幫浦為參考對象，首先按照實際尺寸建立模擬網格，然後將其入口端 Nozzle/Diffuser 元件換成 Vortex diode。分析不同背壓下的流量，兩端背壓的壓差從 0 到 5900Pa，振動頻率 $f=2200\text{Hz}$ ，分別比較其壓力場與流場之變化。此外也討論以三種不同網格數加以模擬對流量的影響。



第二章 數學模式

2.1 基本假設

本研究流場的基本假設如下：

1. 三維(3-Dimensional)、穩態(steady)、不可壓縮流(incompressible flow)。
2. 層流(laminar flow)、恆溫流場(isothermal flow)。
3. 忽略重力(body force)。
4. 假設密度(density)及黏滯力(viscosity)皆為常數。
5. 壁面與流體之間無滑移(no-slip)現象存在。

2.2 統御方程式

由以上的假設，我們可以推得以下之統御方程式：

連續方程式(Continuity Equation)

$$\nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.1)$$

動量方程式 (Navier-Stokes Equation)

$$\frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla P + \nabla(\mu \nabla \vec{V}) \quad (2.2)$$

其中 \vec{V} 為速度， ρ 為密度， P 為壓力， μ 為黏滯係數

2.3 壓電薄膜振動的近似

在本研究中可採用兩種不同的曲線[14]來對壓電薄膜之振動位移加以近似，分別有梯形以及二次曲線。由先前之測試結果可知以兩種曲線得到的結果差別並不大，故本研究只以梯形曲線來加以模擬。薄膜隨時間而上下振動，其位移則參考 Euler Beam 將其假設為三角函數：

梯形曲線(Trapezoid Curve)：

$$Z_2(r, t) = \begin{cases} -d_{MAX} \cdot \cos(2\pi f \cdot t) & , IF r < r_1 \\ -\frac{r_0 - r}{r_0 - r_1} \cdot d_{MAX} \cdot \cos(2\pi f \cdot t) & , IF r_1 < r < r_0 \end{cases} \quad (2.3)$$

其中 r_0 為腔體半徑， r_1 為壓電薄膜的半徑。 d_{MAX} 為中心點由水平至上死點的最大位移量，本文假設 $d_{MAX} = 1.0 \mu\text{m}$ 。 f 為振動頻率，依其實驗設定為 $f = 2200\text{Hz}$ 。

2.4 邊界條件

2.4.1 壓電薄膜的邊界條件

原本壓電薄膜之邊界會隨著薄膜振動而移動，此移動邊界在計算時原本也應該以移動網格來加以模擬。參考文獻[14]中，呂在模擬時以進口速度來表示薄膜之振動，當振幅小於 1000nm 且振動頻率低於 3000Hz 之下，其結果與利用動態網格來模擬薄膜的移動邊界相比，兩者的誤差尚在可接受的範圍內。因此在本文的研究中是以一進口速度取代此壓電薄膜之振動。

此進口速度即為壓電薄膜的振動速度，可由方程式(2.3)對時間微分後得到：

梯形曲線(Trapezoid Curve)：

$$V_2(r,t) = \begin{cases} 2\pi f \cdot d_{MAX} \cdot \sin(2\pi f \cdot t), & IF r < r_1 \\ 2\pi f \cdot \frac{r_0 - r}{r_0 - r_1} \cdot d_{MAX} \cdot \sin(2\pi f \cdot t), & IF r_1 < r < r_0 \end{cases} \quad (2.4)$$

2.4.2 入口與出口的邊界條件

本研究將壓電式微幫浦之入口部分換成一渦流型微二極管，出口部分則維持原 Nozzle/Diffuser。而在模擬時此兩端均視為出口，且固定兩端邊界之壓力，並考慮兩端出口在不同壓力差之情況下流量的變化。

2.4.3 固定壁面的邊界條件

壁面必須滿足無滑移條件，壁面上流體速度等於壁面速度，而在固定壁面時壁面速度 $\vec{V}_b = 0$ ，此時流速 $\bar{u} = \bar{v} = \bar{w} = 0$ 。

第三章 數值方法

3.1 動量方程式離散化 (Discretization)

3.1.1 有限體積法 (Finite Volume Method)

流體力學發展至今，求解流場的方法大致可分為理論求解、數值方法以及作實驗，因為過去電腦並不像現在這麼發達，因此流體力學的研究一直是以理論推導與實驗為主，但由於近年來電腦的運算處理速度大幅度的提升，數值模擬以及實驗逐漸成為現在的主流。常用來求解偏微分方程式的方法如有限差分法(FDM)、有限元素法(FEM)、有限體積法(FVM)等。而在本文是採用有限體積法來加以離散，因為在求解 Navier-Stokes 方程式時，有限體積法比其他數值方法更具有物理意義，另外還可將其應用在非結構性網格上(非結構性網格如圖 3.1)。下面將會一一說明如何將有限體積法應用於非結構性網格：

3.1.2 有限體積法的離散

我們可以利用數值方法將統御方程式轉換為代數方程式，以方便數值計算，由第二章的動量方程式(2.2)，可寫成一個包含了非穩態項、對流項、擴散項以及源項的通式：

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \phi dV + \iiint_V \nabla \cdot (\rho \vec{V} \phi) dV = \iiint_V \nabla (\mu \nabla \phi) dV + \iiint_V S_\phi dV \quad (3.1)$$

其中 ϕ 為欲計算之性質， \vec{V} 為流速， ρ 為流體密度， μ 為黏滯係數， S_ϕ 為源項。

經由高斯散度定理(Gauss divergence theorem)將體積分轉換為面積分，方程式(3.1)可以整理成：

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho \phi dV + \iint_S \rho \vec{V} \phi \cdot d\vec{S} = \iint_S \mu \nabla \phi \cdot d\vec{S} + \iiint_V S_\phi dV \quad (3.2)$$

上式由左至右依序為非穩態項、對流項、擴散項和源項，接下來分別對此四項進行離散化：

非穩態項(unsteady term)

方程式(3.2)中的等號左邊第一項是非穩態項，在有移動邊界的不可壓縮流中，網格的體積會隨著時間而改變。因此非穩態項可離散成：

$$\iiint_{\forall} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV = \frac{\rho \cdot \Delta V}{\Delta t} (\phi - \phi^o) \quad (3.3)$$

其中 ϕ 為這一個時間所要求解之變數的值， ϕ^o 為前一個時間之變數的值。

對流項(convective term)

將方程式(3.2)中等號左邊第二項的對流項用以下方式近似：

$$\iint_S (\rho \vec{V} \phi) \cdot d\vec{S} \approx \sum_f \rho_f \vec{V}_f \phi_f \cdot \vec{S}_f = \sum_f F_f^C \quad (3.4)$$

其中 S_f 為面上之法向量， F_f^C 為通過控制體積面上的對流通量(convective flux)定義如下：

$$F_f^C \equiv \dot{m}_f \phi_f \quad (3.5)$$

其中 \dot{m}_f 為面上的質量流率(mass flowrate)。

對流項的求解是採用將上風差分法(upwind scheme)以及中央差分法(central scheme)混合之 deferred correction 方法，用此方法將方程式(3.5)整理如下：

$$F_f^C = (F_f^{UD}) + \gamma (F_f^{CD} - F_f^{UD})_{old} \quad (3.6)$$

其中 F_f^{UD} 為上風差分法所得之對流通量， F_f^{CD} 為中央差分法所得之對流通量。

γ 為一平衡因子，表示求解對流項時 UD 以及 CD 的混合比例，其值介於 0 與 1 之間 ($\gamma = 0$ ：純上風差分； $\gamma = 1$ ：純中央差分)。本研究中採用的 $\gamma = 0.9$ 。

在一階上風法中， ϕ_f 的值取決於其上游：

\dot{m}_f 由主格點流向外部 ($\dot{m}_f > 0$)： $\phi_f = \phi_P$

\dot{m}_f 由外部流向主格點 ($\dot{m}_f < 0$)： $\phi_f = \phi_C$

在中央差分法中， ϕ_f 的值則為其相鄰網格的內差，其表示如下：

$$\phi_f = (1-w)\phi_P + w\phi_C \quad (3.7)$$

其中 w 為權重係數，其值介於 0 和 1 之間。

因此方程式(3.6)式最後可寫成：

$$F_f^C = [\max(\dot{m}_f, 0)\phi_P + \max(-\dot{m}_f, 0)\phi_C] + \gamma[\dot{m}_f[(1-w)\phi_P + w\phi_C] - \max(\dot{m}_f, 0)\phi_P - \max(-\dot{m}_f, 0)\phi_C] \quad (3.8)$$

擴散項(diffusion term)

方程式(3.2)中等號右邊第一項的擴散項經過高斯散度定理的轉換，用和方程式(3.4)相同的方法加以離散可得：

$$F^d = \iint_S \mu \nabla \phi \cdot d\bar{S} = \sum_f \mu_f (\nabla \phi_f) \cdot \bar{S}_f = \sum_f F_f^d \quad (3.9)$$

其中 F_f^d 為通過控制體積面上的擴散通量(diffusion flux)

在非結構性網格中，採用 over-relaxed approach 的方法來近似。如圖 3.2 所示， $\bar{\delta}$ 為主格點 P 至相鄰格點 C 的距離向量，並將方程式(3.9)中之 \bar{S}_f 表示成：

$$\bar{S}_f = \bar{d} + (\bar{S}_f - \bar{d}) \quad (3.10)$$

其中 \bar{d} 為沿著 $\bar{\delta}$ 方向的向量，定義如下：

$$\bar{d} = \frac{|\bar{S}_f|^2}{\bar{\delta} \cdot \bar{S}_f} \bar{\delta} \quad (3.11)$$

此正交向量 \bar{d} 的值決定數值計算擴散量的大小，其值會影響計算的穩定性。

將(3.10)式代入(3.9)式中整理後可得擴散項的近似如下：

$$F_f^d = \frac{\mu_f |\bar{S}_f|^2}{\bar{\delta} \cdot \bar{S}_f} (\phi_C - \phi_P) + \mu_f \nabla \phi_f \cdot (\bar{S}_f - \bar{d}) \quad (3.12)$$

在上式中，等式右邊的第二項因具有較大的擴散係數，因此置於源項中將有助於疊代時的穩定性。

源項(source term)

對於方程式(3.2)中等號右邊第二項的源項 S_ϕ 對其做體積分：

$$Q = \iiint_V S_\phi dV \approx S_\phi \Delta V \quad (3.13)$$

其中源項來源為壓力梯度 $-\nabla P$

3.1.3 計算邊界上的壓力

非結構性網格求解壓力梯度項時需用到邊界上的壓力值，可用以下方式計算：

$$P_b - P_p = \nabla P \cdot \bar{\delta} \quad (3.14)$$

其中 P_b 為在邊界上的壓力， $\bar{\delta}$ 為沿主格點 P 到邊界上中點位置 b 的距離。

壓力梯度可由以下式子加以近似：

$$\nabla P = \frac{1}{\Delta V} \sum_f P_f \vec{S}_f = \frac{1}{\Delta V} \left(P_b \vec{S}_b + \sum_{f \neq b} P_f \vec{S}_f \right) \quad (3.15)$$

將(3.15)式代入(3.14)式中整理可得邊界上的壓力：

$$P_b = \frac{\left(P_p + \frac{1}{\Delta V} \sum_{f \neq b} P_f \vec{S}_f \cdot \bar{\delta} \right)}{\left(1 - \frac{1}{\Delta V} \vec{S}_b \cdot \bar{\delta} \right)} \quad (3.16)$$

3.2 代數方程式

將前面離散後得到的非穩態項、對流項、擴散項、源項合併可得以下之線性代數方程式：

$$A_P \phi_P^n = \sum C A_C \phi_C + Q \quad (3.17)$$

其中 ϕ_P 及 ϕ_C 分別表示在主格點 P 上以及其鄰近格點 C 上的任意性質，其他係數分別表示為：

$$A_P = \sum C A_C + \frac{\rho \phi \cdot \Delta V}{\Delta t} \quad (3.18)$$

$$A_C = \frac{\mu_f |\vec{S}_f|^2}{\bar{\delta} \cdot \vec{S}_f} + \max(-\dot{m}_f, 0) \quad (3.19)$$

$$Q = \gamma \left[\dot{m}_f [(1-w)\phi_p + w\phi_c] - \max(\dot{m}_f, 0)\phi_p - \max(-\dot{m}_f, 0)\phi_c \right] - \sum_f \mu \nabla \phi_f \cdot (\vec{S}_f - \vec{d}) + \nabla P \cdot \Delta V + \frac{\rho \cdot \Delta V \phi^o}{\Delta t} \quad (3.20)$$

其中 A_C 項的值來自於對流項和擴散項。而源項 Q 則包含非穩態項、對流項和擴散項在前一次的疊代值。

3.3 PISO 演算法

3.3.1 PISO 演算法的簡介

PISO 演算法(Pressure Implicit with Splitting of Operator)的求解流程共包含兩個步驟，在接下來的文章裡將會敘述如何使用將其於非結構性網格的運算上。

3.3.2 壓力與速度的偶合關係式

在前面求解動量方程式時得出了速度場 \vec{V}^* ，而在求解前需要一個現有(guessed)壓力值 p^* ，為了滿足連續方程式，需先求得面上之質量流率，而要獲得面上之流量則須先計算面上之速度。方程式(3.17)將速度 \vec{V} 代入 ϕ 可得離散化的動量方程式如下：

$$A_p \vec{V}_p = \sum_c A_c \vec{V}_c + Q \quad (3.21)$$

將上式中的壓力項目自源項中提出，可得到主格點的速度：

$$\vec{V}_P^* = \bar{H}_P^*(\vec{V}_C^*) - \left(\frac{\Delta V}{A_P} \right)_P \nabla P_P^* \quad (3.22)$$

$$\text{其中 } \bar{H}_P^*(\vec{V}_C^*) = \frac{\sum_c A_c \vec{V}_c^* + Q}{A_P} \quad (3.23)$$

同理，格子面上之速度與壓力關係式可表示為：

$$\vec{V}_f^* = \bar{H}_f^*(\vec{V}^*) - \left(\frac{\Delta V}{A_P} \right)_f \nabla P_f^* \quad (3.24)$$

其中 $\bar{H}_f^* = \vec{V}_f + \left(\frac{\Delta V}{A_P} \right)_f \overline{\nabla P}_f$ ，將其代入方程式(3.22)可得：

$$\vec{V}_f = (\bar{\vec{V}}_f + \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \bar{\nabla P}_f) - \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f^* \quad (3.25)$$

在方程式(3.24)中 $\left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f$ 的計算，是以面上相鄰的兩格點取平均值，即：

$$\left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_P + \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_C \right] \quad (3.26)$$

因此面上的質量流率可改寫為：

$$\begin{aligned} \dot{m}_f^* &= \rho_f \cdot \vec{V}_f^* \cdot \vec{S}_f \\ &= \rho_f \cdot \bar{\vec{V}}_f \cdot \vec{S}_f - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f (\nabla P_f^* - \bar{\nabla P}_f) \cdot \vec{S}_f \\ &\approx \rho_f \cdot \bar{\vec{V}}_f \cdot \vec{S}_f - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f (\nabla P_f^* - \bar{\nabla P}_f) \cdot \vec{d} \\ &= \rho_f \cdot \bar{\vec{V}}_f \cdot \vec{S}_f - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \frac{|\vec{S}|^2}{\delta r \cdot \vec{S}} \right)_f [(P_C - P_P) - \nabla P_f \cdot \vec{\delta r}] \end{aligned} \quad (3.27)$$

3.3.3 解壓力修正方程式

第1次修正步驟(1st Corrector Step)：

在前一個步驟中得到的速度 \vec{V}^* 和壓力 P^* 仍然需要修正，接下來會敘述如何計算這些修正量。於 PISO 演算法中，第一次修正步驟中主格點與相鄰格點速度與壓力關係式可表示為：

$$\vec{V}_P^{**} = \vec{H}_P(\vec{V}_c) - \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_P \nabla P_p^{**} \quad (3.28)$$

其中

$$\vec{V}^{**} = \vec{V}^* + \vec{V}' \quad (3.29)$$

$$P^{**} = P^* + P' \quad (3.30)$$

其中上標*和**表示修正前與修正後的值，上標*的值是由求解動量方程式得到，而上標' 則為所要修正的修正量。

將方程式(3.28)與(3.22)相減後，主格點之修正速度 \vec{V}_p' 和修正壓力梯度 $\nabla P'$ 的關係可表示為：

$$\vec{V}_p' = - \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_P \nabla P_{Pf}' \quad (3.31)$$

其中 $\nabla P_p' = \nabla P_p^{**} - \nabla P_p^*$

為了滿足連續方程式，於是對質量流率作修正：

$$\dot{m}_f^{**} = \dot{m}_f^* + \dot{m}_f' \quad (3.32)$$

其中 \dot{m}_f' 為質量流率的修正量，可表示成：

$$\begin{aligned} \dot{m}_f' &= -\rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f' \cdot \vec{S}_f \\ &= -\rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f' \cdot \vec{d} - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f' \cdot (\vec{S}_f - \vec{d}) \end{aligned} \quad (3.33)$$

其中 $\vec{d} = \frac{|\vec{S}_f|^2}{\vec{\delta} \cdot \vec{S}_f}$ ，同方程式(3.11)

將(3.33)式代入(3.32)整理可得

$$\dot{m}_f^{**} = \dot{m}_f^* - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f' \cdot \vec{d} - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right) \nabla P_f' \cdot (\vec{S}_f - \vec{d}) \quad (3.34)$$

為了滿足質量守恆，令修正後之質量流率滿足連續方程式，即 $\sum_f \dot{m}_f^{**} = 0$ 並將其代入(3.34)式，可得

$$A_p P_p' = \sum_f A_c P_c' + \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right) \nabla P_f' \cdot (\vec{S}_f - \vec{d}) - \sum_f \dot{m}_f^* \quad (3.35)$$

其中 $A_c = \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \frac{|\vec{S}_f|^2}{\vec{\delta} \cdot \vec{S}_f}$ (3.36)

$$A_p = \sum_f A_c \quad (3.37)$$

第 2 次修正步驟(2nd Corrector Step)：

由前面的步驟可以得到第一次修正後之速度 \bar{V}^{**} 和壓力 P^{**} ，接下來的步驟也將使用和先前類似的方法。在第 2 次修正中，主格點之速度與壓力的關係如下：

$$\vec{V}_p^{***} = \vec{H}_p^{**}(V_p^{**}) - \left(\frac{\Delta V^{**}}{A_p} \right)_P \nabla P_p^{***} \quad (3.38)$$

將方程式(3.38)與(3.28)相減後，可得速度修正量與壓力修正量的關係式如下：

$$\vec{V}_p'' = \vec{H}_p(\bar{V}') - \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_P \nabla P_p'' \quad (3.40)$$

同理，在面上的流量可表示為：

$$\dot{m}_f^{***} = \dot{m}_f^{**} + \dot{m}_f'' \quad (3.41)$$

其中 \dot{m}_f^{**} 在前一次的修正步驟中已求得。而質量流率的修正量 \dot{m}_f'' 可表示為：

$$\begin{aligned} \dot{m}_f'' &= -\rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f'' \cdot \vec{S}_f + \rho_f \frac{\sum_f A_c \vec{V}_c''}{A_p} \cdot \vec{S}_f \\ &= -\rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f'' \cdot \vec{d} - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f'' \cdot (\vec{S}_f - \vec{d}) + \rho_f \frac{\sum_f A_c \vec{V}_c''}{A_p} \cdot \vec{S}_f \end{aligned} \quad (3.42)$$

將方程式(3.42)代入(3.41)可得：

$$\dot{m}_f'' = \dot{m}_f^{**} - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f'' \cdot \vec{d} - \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f'' \cdot (\vec{S}_f - \vec{d}) + \rho_f \frac{\sum_f A_c \vec{V}_c''}{A_p} \cdot \vec{S}_f$$

(3.43)

與先前的方法相同，為了滿足連續方程式，可以將其表示成：

$$\sum_f \dot{m}_f^{***} = \sum_f \dot{m}_f'' = 0 \quad (3.44)$$

最後，將方程式(3.43)代入(3.44)中，可得到下面的線性代數方程式：

$$A_p P_P'' = \sum_f A_C P_C'' + \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \nabla P_f' \cdot (\vec{S}_f - \vec{d}) - \rho_f \frac{\sum_f A_C \vec{V}_C''}{A_p} \cdot \vec{S}_f \quad (3.45)$$

其中 $A_C = \rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right)_f \frac{|\vec{S}_f|^2}{\vec{\delta} \cdot \vec{S}_f}$ (3.46)

$$A_P = \sum_f A_C \quad (3.47)$$

在前面兩次的修正步驟中分別導出兩個壓力修正方程式(Pressure-Correction Equation)(3.35)及(3.45)，將其整理後可表示如下：

$A_p P_P'' = \sum_f A_C P_C'' + S_{p1} + S_{p2}$		
	S_{p1}	S_{p2}
修正步驟 1	$-\sum_f \dot{m}_f^* \nabla P_f' \cdot (\vec{S}_f - \vec{d})$	$\rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right) \nabla P_f' \cdot (\vec{S}_f - \vec{d})$
修正步驟 2	$\rho_f \frac{\sum_f A_C \vec{V}_C''}{A_p} \cdot \vec{S}_f$	$\rho_f \left(\frac{\Delta V}{A_p} \right) \nabla P_f' \cdot (\vec{S}_f - \vec{d})$

表 3.1 兩步驟之壓力修正方程式的源項

其中 S_{p2} 為非正交的源項，對於正交的網格， S_{p2} 為 0。

為了使結果更為可靠，因此在求解過程中，對於非結構性網格系統於每個修正步驟(Corrector Step)中，再將求解壓力修正方程式分成兩部份運算，第一部份之源項僅包含 S_{p1} ，而第二部份之源項則只包含 S_{p2} ，即可分為：

正交修正(non-orthogonal corrector)：

$$A_P P_P'^{(1)} = \sum_f A_C P_C'^{(1)} + S_{p1} \quad (3.51)$$

非正交修正(non-orthogonal corrector)：

$$A_P P_P^{(2)} = \sum_f A_C P_C^{(2)} + S_{p2}(P^{(1)}) \quad (3.52)$$

利用從方程式(3.51)求得之壓力修正 $P^{(1)}$ ，我們可以計算 S_{p2} 內之梯度。並以此求解

方程式(3.52)得到進一步的壓力修正 $P^{(2)}$ 。

另外，對於幾何外形較複雜的網格，可多重覆幾次非正交修正。

3.4 邊界條件的給定

3.4.1 進出口壓力邊界的流量計算

在本研究中入口與出口皆以壓力邊界為邊界條件，其給定方式為在該面設定壓力值，利用此壓力以修正進出口部份的流量。指定壓力邊界條件的作法如下：

首先，先在壓力邊界相鄰的網格壓力值設定為欲給定的壓力值。接著在求解兩次壓力修正方程式時，需設法將邊界相鄰網格的壓力修正值設為 0，如圖 3.3 所示，必須在解矩陣之前將矩陣調整以滿足 $P' = 0$ 。因此，需將壓力修正方程式的係數和源項做調整，即：

$$A_P P_P' = \sum_f A_C P_C' + S_{p1} + S_{p2} \quad (3.53)$$

且 $S_{p1} = S_{p2} = 0$ ， $A_C = 0$

在求解完壓力修正之後，需讓邊界相鄰的網格滿足質量守恆定理：

$$\oint_S \rho \vec{V} \cdot d\vec{S} = \sum_f \dot{m}_f = 0 \quad (3.54)$$

如圖 3.4 所示，便可透過上式求得邊界上質量流率為：

$$\dot{m}_{f,4} = -(\dot{m}_{f,1} + \dot{m}_{f,2} + \dot{m}_{f,3}) \quad (3.55)$$

3.4.2 進出口壓力邊界的速度計算

在壓力邊界進出口上的速度，則是透過對流邊界條件(Convection Boundary Condition)得來，其數學式為：

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_c \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (3.56)$$

經離散後可得：

$$\frac{\phi_B^n - \phi_B^o}{\Delta t} + u_c \frac{\phi_B^n - \phi_C^o}{\Delta z} = 0 \quad (3.57)$$

其中上標 n 和 o 分別表示新與舊的值，而 下標 B, C 則代表的是邊界與其相鄰的網格，故可將方程式整理成下式：

$$\phi_B^o = \frac{\phi_B^o + Cr\phi_c^n}{1 + Cr} \quad (3.58)$$

其中的 Cr 為 Courant Number，定義為 $Cr = \frac{u_c \Delta t}{\Delta z}$ 。

由方程式(3.58)便可得到邊界上的外插速度： $u_b \vec{i} + v_b \vec{j} + w_b \vec{k}$

接著，藉由前一節計算得到的壓力邊界上的流量來修正邊界上的速度：

$$\vec{V}_b = \frac{\dot{m}_{f,4}}{\rho(u_b S_x + v_b S_y + w_b S_z)} (u_b \vec{i} + v_b \vec{j} + w_b \vec{k}) \quad (3.59)$$

3.4.3 固定壁面邊界條件

壁面上之邊界條件為無滑移邊界條件，

$$\bar{u} = \bar{v} = \bar{w} = 0 \quad (3.60)$$

3.5 PISO 演算流程

對於本文中所採用的 PISO 方法其演算流程如下：

步驟 1：給定初始邊界值。

步驟 2：修正進口邊界上之速度及流量。

步驟 3：求解動量方程式，得到速度 \vec{V}^* 。

步驟 4：求解第一次壓力修正方程式以得到 P' ，並進而求出第一次修正過後的速度 \vec{V}^{**} 、壓力 P^{**} 和質量流率 \dot{m}^{**} 。

步驟 5：求解第二次壓力修正方程式以得到 P'' ，並進而求出第二次修正過後的速度 \vec{V}^{***} 、壓力 P^{***} 和質量流率 \dot{m}^{***} 。

步驟 6：計算壓力邊界上的流量。

步驟 7：步驟 2 至步驟 6 為一個完整的 Time step 的流程，因此重複步驟 2 至步驟 6 直到達到所給定的求解時間，最後輸出結果。

3.6 代數方程式的求解方式

在工程上，對於解矩陣的方式，大致可分為直接方式和疊代方式這兩種類型的方法。直接方式即是直接求解該矩陣，這需要較大的記憶體空間來儲存矩陣，而對於非結構性網格系統而言，其產生的係數矩陣為稀疏矩陣(Sparse Matrix)，其網格數量的大小會決定矩陣之行列數，當網格數量到達幾十萬時，電腦記憶體便無法負荷這麼龐大的矩陣；反之，疊代方式的求解則不需要如此大的記憶體空間。因此在本研究中採用疊代方式的 BICG 和 ICCG 來解矩陣。

第四章 結果與討論

本章將討論此研究之結果，在 4.1 節先對單一 Vortex diode 元件作穩態分析，並探討其與 Nozzle/Diffuser 元件之比較。4.2 節則是探討微幫浦接上 Vortex diode 元件之模擬結果，並分析流量與背壓之關係。

4.1 Vortex diode 穩態測試

4.1.1 文獻之 Vortex diode 測試

本文最初先探討連接微幫浦振動腔體入口端之 Vortex diode 元件，所建立之三維網格如圖 4.1 所示，此 Vortex diode 之尺寸是參考 Anduze et. al. [8] 模擬與實驗時所用的模型，計算網格之總格點數為 65061。並對此 Vortex diode 中流體流動之方向加以定義，流體由中心流入流體元件再沿切線方向流出為順流方向(Forward flow)，反之流體沿切線方向流入此元件並由中心流出則是逆流方向(Reverse flow)。

本測試先以文獻上所提供之實際尺寸加以模擬，給定元件入口及出口端壓力並維持固定壓力差使流體沿順流或逆流方向流動，同時觀察兩端壓力差與流量之關係，將兩者所得之結果與實驗值比較。圖 4.2 為此元件入口與出口兩端壓力差為 10^5Pa 之速度場，由此模擬出的速度場，我們可看出在逆流方向上流體在出口的速度與入口會有大幅度的落差，且流動時之速度大小較不穩定；而在順流方向上，流體的速度比較沒有太過劇烈的變動，與逆流相比其流動也相對較為穩定。圖 4.3 為模擬與實驗結果之比較，可看出當兩端壓力差較小時，所得結果較接近實驗值。圖 4.4 則是考慮在相同壓力差時順流與逆流方向所得流量的差值計算出效率 η ，並比較其與壓力差之關係，這裡的效率算法為

$$\eta = \frac{Q_f - Q_r}{Q_f} , \quad Q_f : \text{順流方向流量}, \quad Q_r : \text{逆流方向流量}$$

我們可以看出其效率會隨著壓力差增加而提升。

4.1.2 連接微幫浦之 Vortex diode 元件測試

考慮到接下來將 Vortex diode 接上微幫浦的情況，此 Vortex diode 之尺寸必須修正以滿足其與振動腔體之比例和原 Nozzle/Diffuser 元件不至於相差太多，如圖 4.5(a)。此測試模型包含入口腔體及 Nozzle/Diffuser 元件，並參考原 Vortex diode 之形狀，使元件之入口與出口端截面積相等，我們定義這種兩端面積相等的元件為 Type A，再依其形狀可否形成渦流分為 Type A1 及 Type A2，其中 Type A1 僅含 Nozzle/Diffuser 元件，其幾何尺寸如圖 4.6；而 Type A2 則混合 Vortex diode 與 Nozzle/Diffuser 元件，其尺寸如圖 4.7，為本次主要研究的對象，兩者模擬之網格數分別為 74000 及 80000，在相同條件下模擬並比較其結果，圖 4.10 模擬在兩元件入口與出口其中一端給定一固定流量，使其以順流方向或逆流方向流經元件，測試 Type A1 及 Type A2 隨流量增加所造成的壓力損失，很明顯逆流方向的壓力損失總是比順流方向大，原因就在於此元件形狀所造成不同流向的損失，且 Type A2 因為混合了 Vortex diode 與 Nozzle/Diffuser 元件，故流體流過此元件時壓力損失會比 Type A1 高。

此外考慮到文獻[1]中在模擬微幫浦時所使用之模型，我們嘗試將 Type A 之兩元件沿順流方向入口端放大為圓形，其截面積由原先之 $0.2223 \times 0.2223 \text{ mm}^2$ 增加為 $0.5^2 \pi \text{ mm}^2$ ，以期透過增大面積來增加更多流量，我們將形狀改變後之元件模型定義為 Type B，如圖 4.5(b)，並同前述將其分為僅考慮 Nozzle/Diffuser 元件之 Type B1，幾何尺寸如圖 4.8，以及混合 Vortex diode 與 Nozzle/Diffuser 元件之 Type B2 尺寸如圖 4.9，網格數分別為 174000 及 180000，重複上面步驟在元件其中一端給定一固定流量，使其以順流或逆流方向流經元件，並測試 Type B1 及 Type B2 隨流量增加所造成的壓力損失，如圖 4.11，我們發現雖然 Type B2 之壓力損失仍然比 Type B1 大，但兩元件沿順流方向流動之壓力損失與逆流方向的差別並不大，其原因在於 Type B 元件兩端之截面積不相等，必須考慮因入口與出口面積改變造成流速改變所產生的阻力，又因為順流方向面積由大到小反而使阻力增加，同理逆流方向阻力則會減少，受此影響使得最後順流與逆流之壓力阻力變得十分接近，相反的 Type A 因為兩端面積相等故壓力損失

只需考慮元件之形狀阻力。此外 Type A2 在順流方向的壓力損失與逆流方向的差距比 Type B2 的大，這是因為 Type B2 放大順流入口端截面積後雖然會減少流入時之壓力損失，但在其沿逆流方向流動時本應形成之渦流因為開口太大而不易形成，故其壓力損失並不會與 Type B1 相差太多，因此若想完全發揮 Vortex diode 之功效，其順流方向之入口就不能太大。

接著我們由前面所得到的壓力損失計算其 Euler number ($Eu = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho u^2}$)，同樣畫出其隨著入口流量增加之變化，如圖 4.12 及 4.13。

在此亦測試在相同條件下以不同網格數模擬之 Type A2，使用之網格數分別為 39500、80000、110000，圖 4.14 為改變不同網格數模擬所得到之流量與壓力損失的關係，在流量較大時，網格越密模擬所得之壓力損失也較大。

圖 4.15 到圖 4.18 為上述四種不同類型之入口端元件在流量= $1 \times 10^{-7} m^3/s$ 時之壓力場及其截面圖，並考慮其沿順流方向及逆流方向之變化，在圖 4.16(b)中可明顯看出 Type A2 沿逆流方向流動所形成之渦流造成的壓力損失，而圖 4.18(b)中 Type B2 在相同流量下此壓力損失並不明顯。

圖 4.19 到圖 4.22 則是這些元件在流量= $1 \times 10^{-7} m^3/s$ 時之流場圖，其中圖 4.20 (a)可以看到 Type A2 沿順流方向流經 Vortex diode 元件與 Nozzle/Diffuser 元件之間時會經過一個轉角，且因為轉彎使得靠近轉角外側的流速較快，並在內側形成一迴流，此迴流甚至一直延伸到出口導致壓力損失增加，所以在相同流量時其壓力損失會比僅有 Nozzle/Diffuser 元件的 Type A1 大。同樣的情形也發生在圖 4.22(a)之 Type B2 元件。

4.2 不同背壓下的 3D 模擬結果

本研究的模擬幾何是先以 1997 年 Ollison[1]所實驗的微幫浦為參考對象，並按照其實際尺寸建立模擬網格，圖 4.23 和圖 4.24 為參考其幾何尺寸所建立之網格，並將其入口端換成前述之元件建立出本次模擬之微幫浦模型。圖 4.25 為 Model A1 及 Model B1 之幾何尺寸，兩模型之不同點只在於入口與出口端面積大小。同理，圖 4.26 為 Model

A2 及 Model B2 之幾何尺寸，兩者之入口端皆為 Vortex diode 元件。

本章節主要是探討本來單純使用 Nozzle/Diffuser 元件之微幫浦模型，以及把入口端之 Nozzle/Diffuser 元件改以 Vortex diode 元件取代，再對此模型加以模擬。這些模型同樣都在直徑 6mm 之振動腔體上放置一直徑 4mm 之圓形壓電薄膜，且入口與出口兩端皆以長度 1mm 之 Nozzle/Diffuser 元件連結，其角度為 7 度、喉部寬度 0.1mm，不同點在於入口端須多考慮 Vortex diode 元件，我們在模擬中把腔體中央壓電薄膜的振動用進口速度取代，而入口與出口端則設為固定壓力邊界條件。

4.2.1 不同元件之網格模型

本研究首先探討微幫浦腔體入口端連接不同流體元件後所建立之幾何模型，以相同幾何尺寸之振動腔體分別接上前一節所討論的各類型入口端元件可得到四種不同的模式，此時出口端仍維持原先之 Nozzle/Diffuser 元件，圖 4.17 中 model A1 及 model A2 之網格數分別為 224000 和 230000，而 model B1 和 model B2 網格數為 424000 和 430000，其中為了統一流量而使出口端截面積與入口端相同，故 model A1 及 model A2 兩端截面積皆為 $0.2223 \times 0.2223 \text{ mm}^2$ ，同樣 model B1 和 model B2 兩端截面積皆為 $0.5\pi \text{ mm}^2$ 。

在模擬時我們將一個週期分為 400 Time Steps。因為一個週期所需時間為 1 秒，故在模擬中的真實時間 Δt 為

$$\Delta t = \frac{1}{400f} \text{ s} , \quad \text{此壓電片的振動頻率 } f=2200\text{Hz} .$$

本文研究中將針對不同背壓分析各模型之流量變化，背壓的定義為出口端與入口端之壓力差，分別考慮兩端背壓為 0、1180、2950、3540、5310、5900 Pa 時各模型之模擬情形。且每組背壓均計算五個週期。

4.2.2 薄膜振動假設流量

本文在模擬時以進口速度來表示壓電薄膜之振動，此速度是以三角函數來假設，因此入口與出口兩端的流量變化也會類似三角函數的曲線，圖 4.27 和 4.28 分別為 Model A 及 Model B 在背壓 0 時入口與出口端流量隨時間的變化。圖 4.29 和圖 4.30

為取最後一個週期，同時比較 Model A1 及 Model A2 在背壓為 0 及 5900 Pa 時流量隨時間的變化，在這裡兩模型出口端流量都會隨背壓增加而減少。圖 4.31 和圖 4.32 則是在背壓 0 的情況下，比較 Model B1 及 Model B2 之入口與出口端流量隨時間變化，我們可以看到在吸水模式時 Model B2 的入口與出口流量相當接近，即此時入口端 Forward flow 方向阻抗與出口端之 Nozzle 方向阻抗相當，因此放大兩端截面積後淨流量反而會減少。

對一個週期內的出口端流量 Q_2 積分可得到一個週期內的出口淨流量：

$$Q_{net} = \int_0^T Q_2 dt \quad \text{其中 } T \text{ 為一個週期所需時間}$$

圖 4.33 為各模型對每個週期積分所得的一個週期內之淨流量，共五個週期，由圖中可知，四個模型在前幾個週期的淨流量尚未達到一個準確的值，大約第三個週期以後的淨流量才會達到穩定的結果，因為這樣本文中淨流量均是採用第五個週期的淨流量值。上面提到壓電薄膜振動是假設入口速度為函數，我們參考文獻[14]將此函數假設為(2.4)式之梯形曲線，以此模擬各不同入口端之微幫浦網格模型，並將計算出之淨流量與背壓的關係做比較。

圖 4.34 為各模型淨流量與背壓之關係，背壓越大其出口淨流量越小，我們發現 model B1 出口淨流量很大但 model B2 淨流量卻是最小的。雖然 model B 因兩端截面積較大流量也應該比 model A 來得多，但 model B2 在背壓 0 時淨流量甚至比 model A2 還低，其原因在前面的穩態分析時也有提到，因為入口端截面積放大的關係，在排水模式時應該在 vortex diode 元件出現的渦流變得不易形成，使其效率不如預期的好。

本文也考慮在不同背壓下網格數對流量的影響，圖 4.35 分別以 114500、230000 及 300000 三種不同網格數模擬 model A2 之微幫浦，同樣比較其淨流量與背壓之關係，但在這裡不同網格數對結果的影響並不大。

4.2.3 流場結構分析

圖 4.36 與圖 4.37 為微幫浦入口端接上 Type A1 元件在不同時間下之 3D 壓力場分佈圖，分別取 $t=0.25T$ 及 $t=0.75T$ 時之壓力分佈，在這裡一個週期 T 為 400 Time Steps。考慮到實際的物理現象，當 $t=0.25T$ 時為排水模式，振動腔體壓力會大於兩端入出口

的壓力；而當 $t=0.75T$ 時為吸水模式，此時則是兩端壓力大於振動腔體壓力。同上，圖 4.38 與圖 4.39 分別為微幫浦入口端接上 Type A2 元件並取 $t=0.25T$ 及 $t=0.75T$ 在背壓 0 Pa 時之 3D 壓力場分佈圖。接下來我們對 model A1 取 $z=0.11115$ mm 之截面，以觀察在不同情況下入口與出口端之流場與壓力場變化，圖 4.40 為排水模式 $t=0.25T$ 的情況，圖 4.41 為吸水模式 $t=0.75T$ 。之後同樣對 model A2 取 $z=0.11115$ mm 之截面，並依排水與吸水模式分別比較其流場與壓力場之變化，如圖 4.42 及圖 4.43。我們看到在排水模式下振動腔體壓力會大於入口與出口端壓力，反之在吸水模式下兩端壓力比振動腔體大，與先前假設的相同。

圖 4.44 到圖 4.51 為背壓 0 時取各網格模型在一個週期內入口與出口端元件的流場變化，我們發現在吸水模式下，各模型振動腔體內靠近入口側的地方會產生回流區，靠近出口側的回流則是 model A2 與 model B2 較為明顯，且其發生位置和大小會隨時間變化而改變。而在排水模式下，此回流則會發生在入口與出口端元件中。



第五章 結論

本研究主要在分析 Vortex diode 元件在微幫浦上之運作情形，並將其結果與 Nozzle/Diffuser 元件比較，由上一章之結果得到以下結論：

比較 Model A 與 Model B 微幫浦網格之模擬結果，其中入口端僅考慮 Nozzle/Diffuser 元件之 Model A1 在入口與出口面積放大為 Model B1 之尺寸時，其淨流量也隨之增加；但考慮 Vortex diode 元件之 Model A2 其兩端面積放大為 Model B2 之尺寸時淨流量卻不增反減。由其流量與時間關係圖我們發現此時 Model B2 入口與出口流量非常接近，即入口端 Forward flow 方向阻抗與出口端之 Nozzle 方向阻抗相當。因此 Vortex diode 元件在使用上形狀仍有一定的限制，否則無法完全發揮其功效。

在穩態分析時，Type A1 及 Type A2 入口與出口面積相同，故最後求得之壓力損失不受入出口形狀影響，完全是元件本身之形狀阻抗。又因為 Vortex diode 會受其形狀的影響，在逆流方向會產生渦流，而順流方向則會產生回流，這些損耗使其阻抗比單純使用 Nozzle/Diffuser 元件來得高。

Vortex diode 之工作原理是以逆流方向產生之渦流使其阻力比順流方向來得大，所以在渦流不易形成的情況下其效率便大幅降低，這就是其形狀上的限制。但在滿足其工作條件下 Vortex diode 效率並不比 Nozzle/Diffuser 元件差。故仍可藉由改良形狀，例如在轉彎處加入導圓角避免回流以提升效率。

参考文献

- [1] A. Ollson, O. Larsson, J. Holm, L. Lundbladh, O. Ohman, G. Stemme, "Valve-less diffuser micropumps fabricated using thermoplastic replication", Sensors and Actuators A, vol. 64, pp. 63-68, 1998.
- [2] A. Ollson, G. Stemme, E. Stemme, "Diffuser-element design investigation for valve-less pumps", Sensors and Actuators A, vol. 57, no. 2, pp. 137-143, 1996.
- [3] A. Ollson, G. Stemme, E. Stemme, "Simulation studies of diffuser and nozzle elements for valve-less micropumps", International Conference on Solid-State Sensors and Actuators, vol. 2, pp. 1039-1042, 1997.
- [4] A. Motamed-Amini, I. Owen, "The expansion of wet steam through a compressible confined vortex in fluidic vortex diode", International Journal of Multiphase Flow, vol. 13, no. 6, pp. 845-856, 1987.
- [5] G. H. Priestman, J. R. Tippetts, "Cavitation in vortex diodes and its significance in diode pumps", Journal Mechanical Engineering Science, vol. 24, no. 4, 1982.
- [6] H. Yoshitomi, T. Wada, T. Koizumi, K. Muroyama, "Effects of design parameters on vortex diode pump performance", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part B, vol. 55, no. 513, pp. 1386-1391, 1989.
- [7] H. Yoshitomi, T. Wada, T. Koizumi, K. Muroyama, "Effects of design parameters on vortex diode pump performance. (2nd Report, on the cascade connection of a pump with a discharge tank)", Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part B, vol. 55, no. 519, pp. 3434-3440, 1989.
- [8] M. Anduze, S. Colin, R. Caen, H. Camon, V. Conedra, T. D. Conto, "Analysis and testing of a fluidic vortex microdiode", Journal of Micromechanics and Microengineering, vol. 11, no. 2, pp. 108-112, 2001.
- [9] F. Haakh, "Vortex chamber diodes as throttle devices in pipe systems. Computation of transient flow", vol. 41, no. 1, pp. 53-60, 2003.

- [10] A. A. Kulkarni, V. V. Ranade, R. Rajeev, S. B. Koganti, "CFD Simulation of Flow in Vortex Diodes", American Institute of Chemical Engineers, 2007.
- [11] M. Turowski, Z. Chen, A. Przekwas, "Automated generation of compact models for fluidic microsystems", Analog Integrated Circuits and Signal Processing, vol. 29, no. 1-2, pp. 27-36, October/November, 2001.
- [12] S. Hayamizu, K. Higashino, Y. Fujii, Y. Sando, K. Yamamoto, "Development of a bi-directional valve-less silicon micro pump controlled by driving waveform", Sensors and Actuators A, vol. 103, no. 1, pp. 83-87, 2003.
- [13] 柯伯翰,「剪力流流經正方阻塊之數值分析」,國立交通大學,碩士論文,民國 95 年。
- [14] 呂學霖,「噴嘴／擴散器式微幫浦之數值模擬及理論分析」,國立交通大學,碩士論文,民國 96 年。



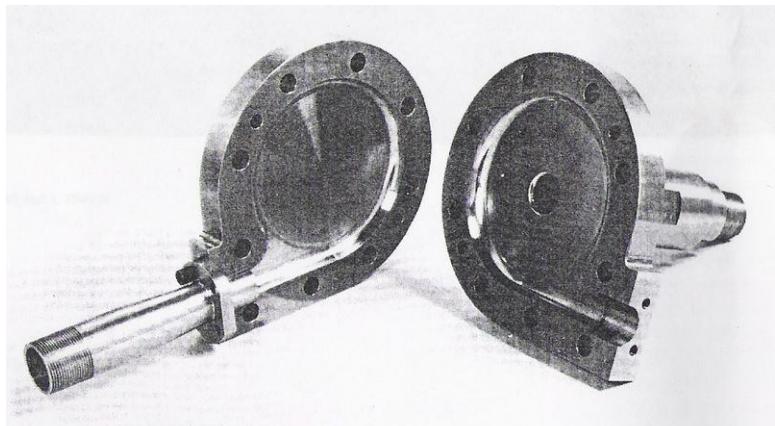


圖 1.1 Motamed-Amini and Owen[4]實驗之渦流型二極管(Vortex diode)外型

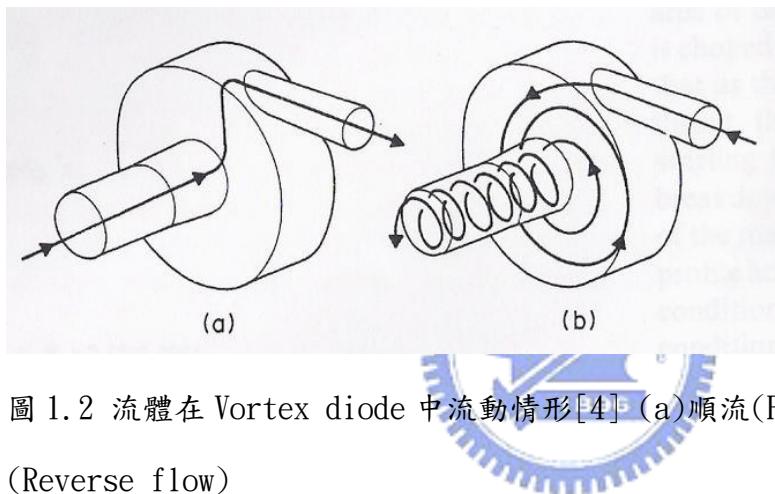


圖 1.2 流體在 Vortex diode 中流動情形[4] (a)順流(Forward flow) , (b)逆流(Reverse flow)

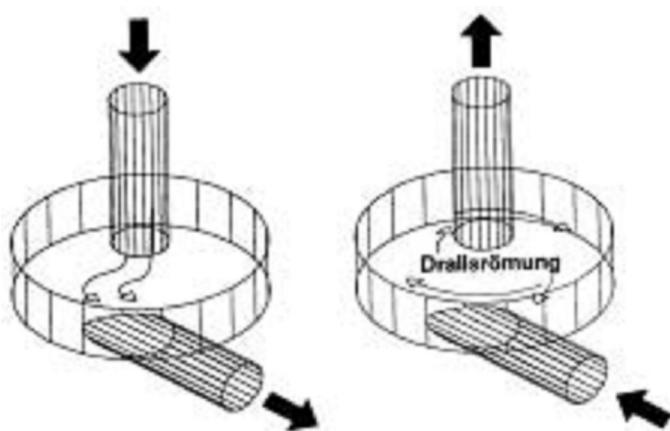


圖 1.3 流體沿 Vortex microdiode 流動情形[9] 左：順流方向；右：逆流逆流

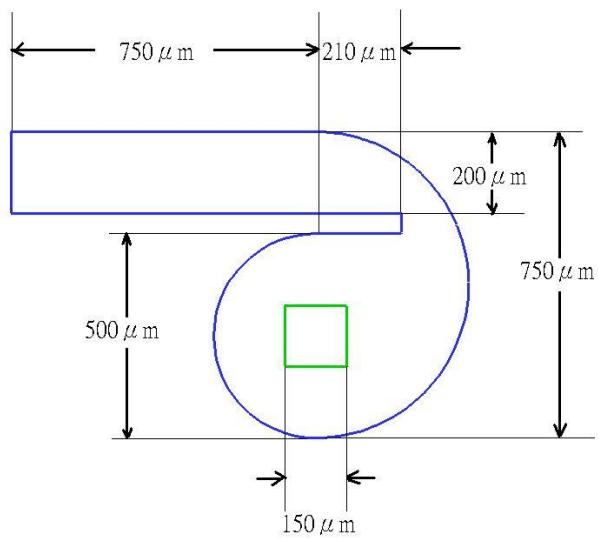


圖 1.4 Anduze et al. [8] 模擬之渦流型微二極管(Vortex diode)尺寸

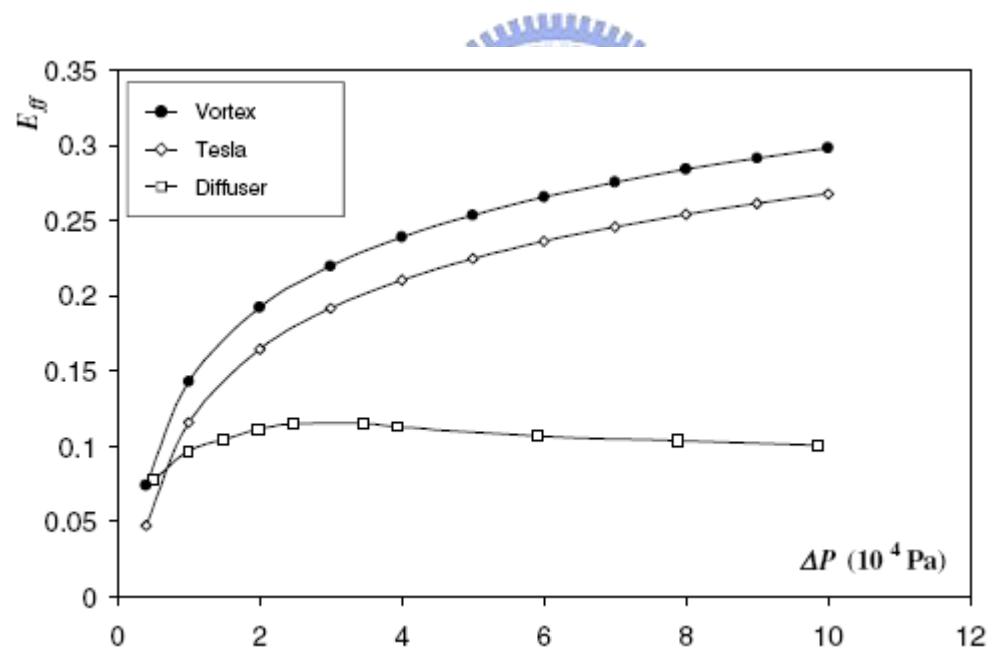


圖 1.5 Anduze et al. [8]以軟體模擬各流體元件之效率比較圖

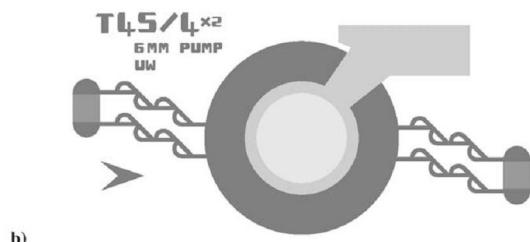
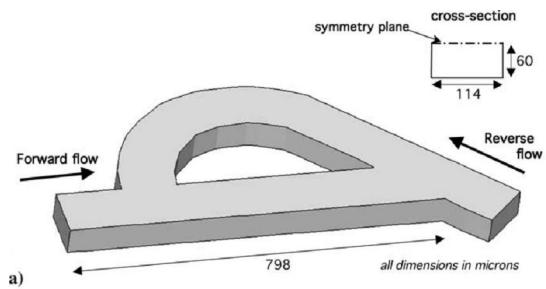


圖 1.6 Turowski et al. [11] 模擬之 Tesla diode (a) 幾何外型，(b)進出口採用 Tesla diode 的微幫浦系統

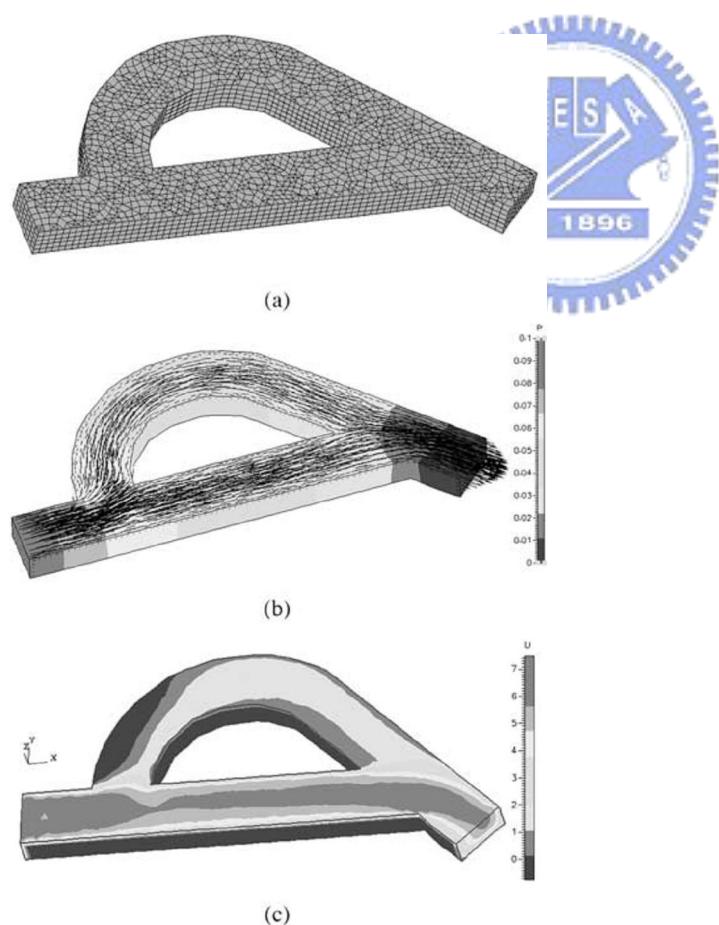


圖 1.7 Turowski et al. [11] 模擬 Tesla diode 之流場 (a)三維非結構性網格，(b)順流方向之速度向量與壓力，(c)沿 X 軸方向之 U 速度分量

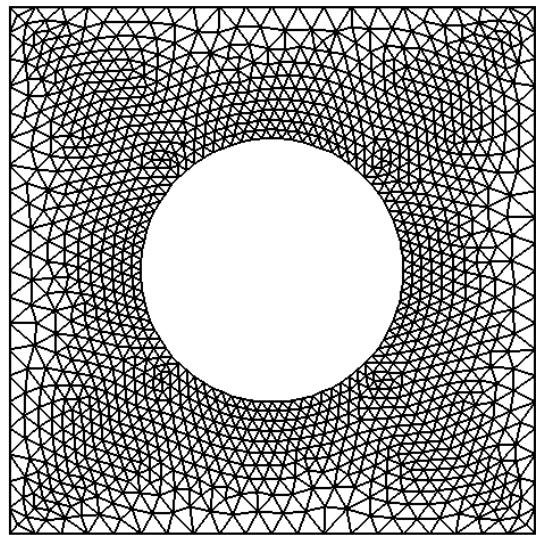


圖 3.1 非結構性網格(Unstructured Grid)

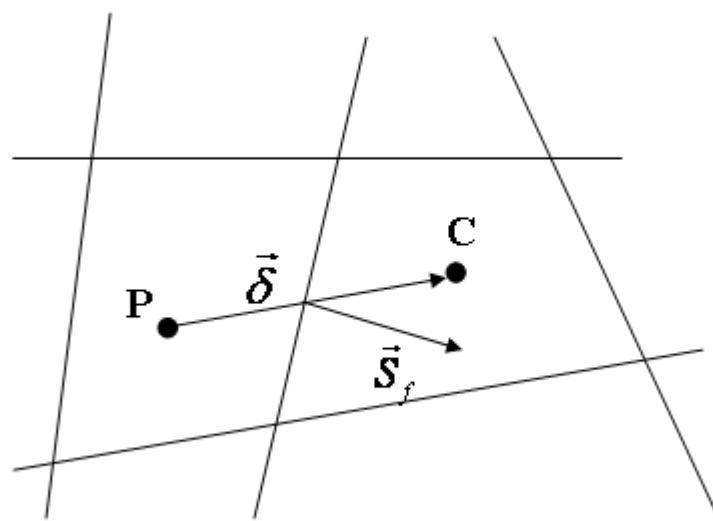


圖 3.2 Over-Relax Approach

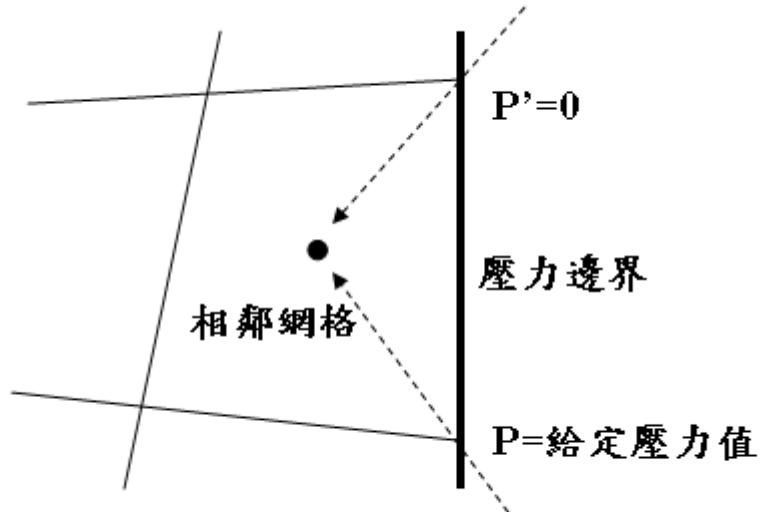


圖 3.3 出口壓力邊界示意圖

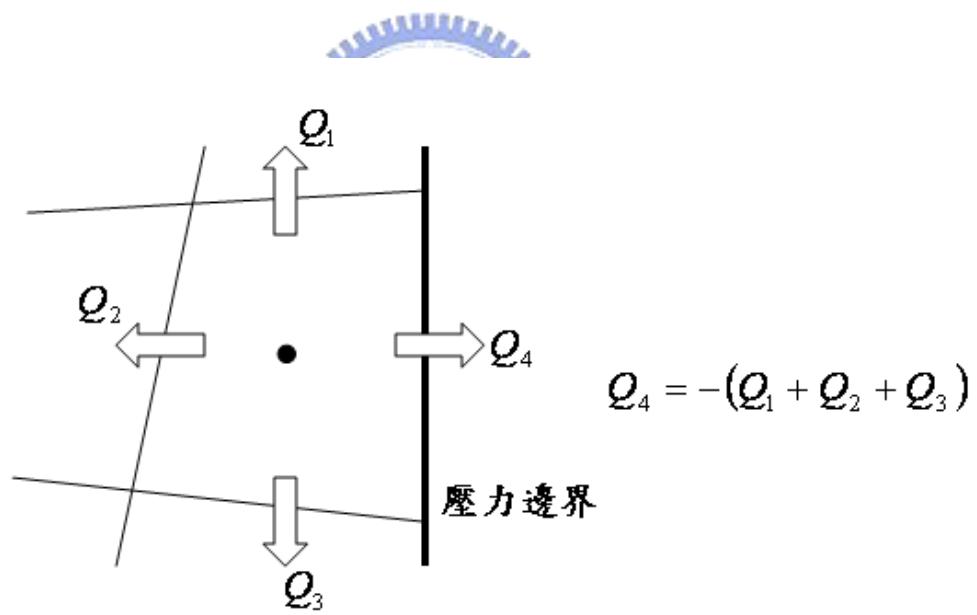
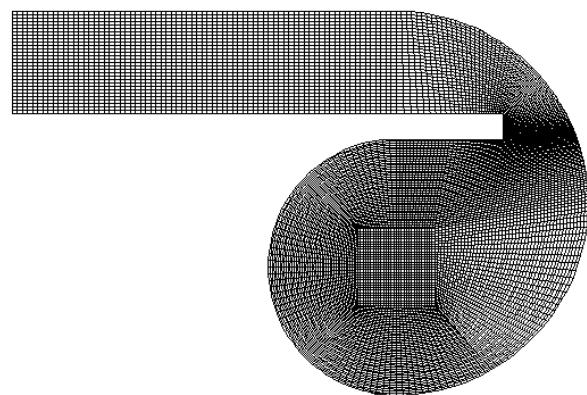
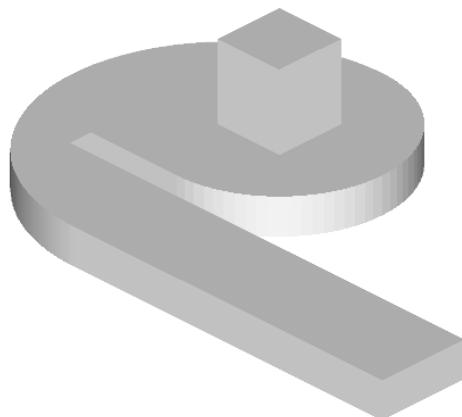


圖 3.4 出口壓力邊界流量的計算

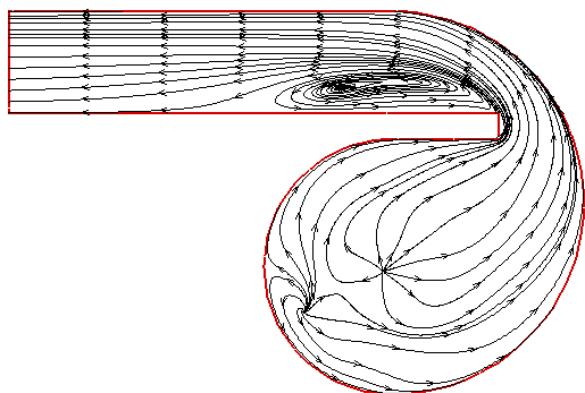


(a)模擬網格俯視圖

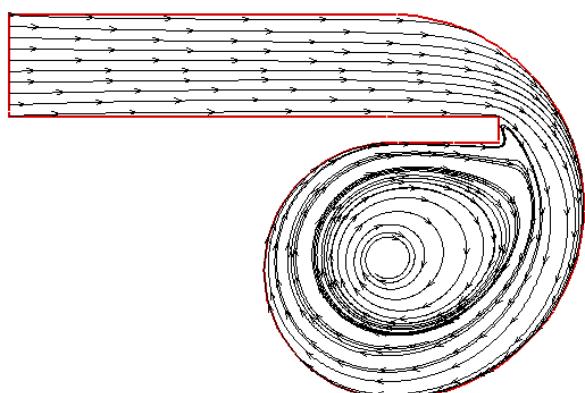


(b)3D 幾何模型

圖 4.1 參考文獻[8]之 Vortex diode 幾何模型尺寸所建立之網格



(a)順流方向(Forward flow)



(b)逆流方向(Reverse flow)

圖 4.2 模擬之速度場($\Delta P=10^5$ Pa)：(a) 逆流方向，(b)順流方向

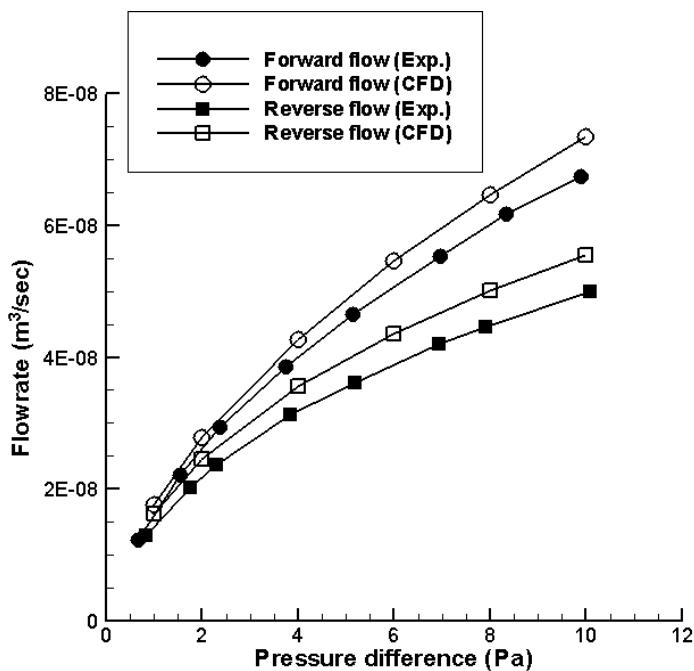


圖 4.3 3D 模擬分析壓力邊界條件下之順流及逆流方向之 流量-壓力差 關係圖。

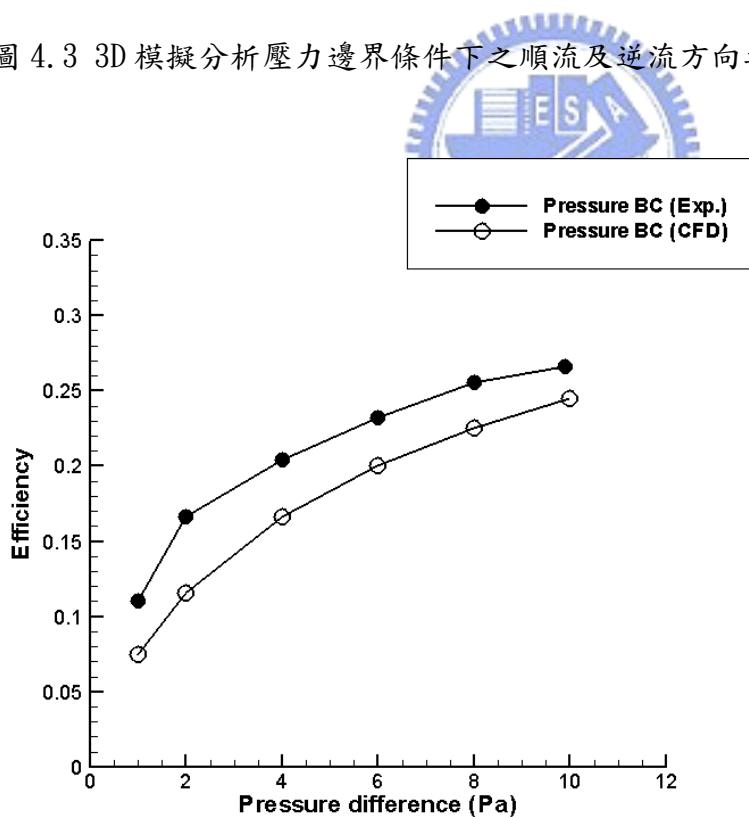
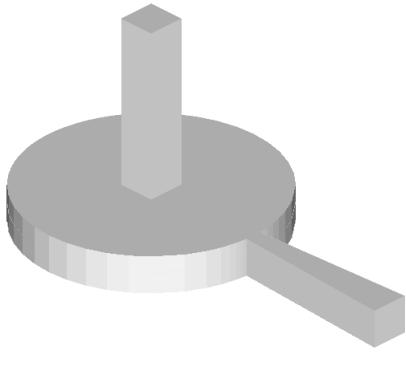
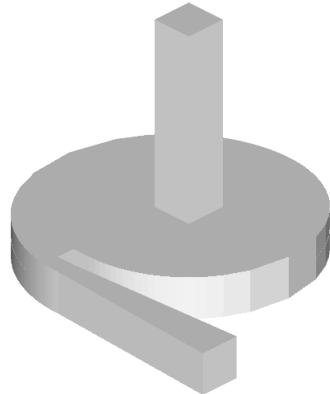


圖 4.4 壓力邊界條件之 效率-壓力差 關係圖

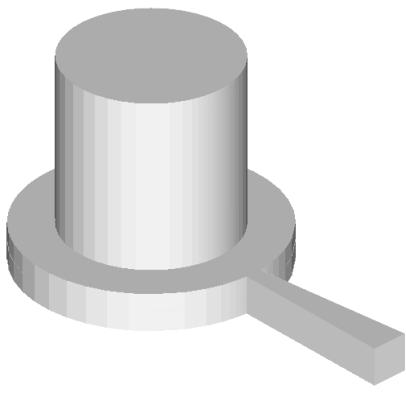


Type A1

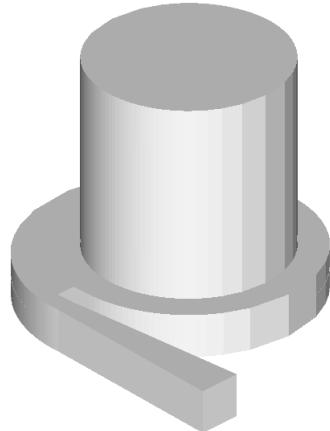


Type A2

- (a) 定義 Type A 元件之入口與出口面積相等(截面積 $A = 0.2223 \times 0.2223 \text{ mm}^2$)，
Type A1：入口端接 Nozzle/Diffuser，Type A2：入口端接 Vortex diode



Type B1



Type B2

- (b) Type B 元件是將 Type A 順流方向之入口放大為圓形(截面積 $A = 0.5^2 \pi \text{ mm}^2$)，
Type B1：入口端接 Nozzle/Diffuser，Type B2：入口端接 Vortex diode

圖 4.5 定義微幫浦入口端元件之幾何形狀

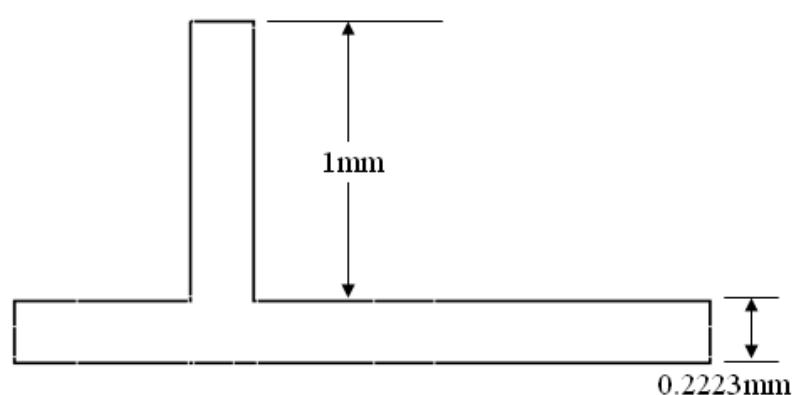
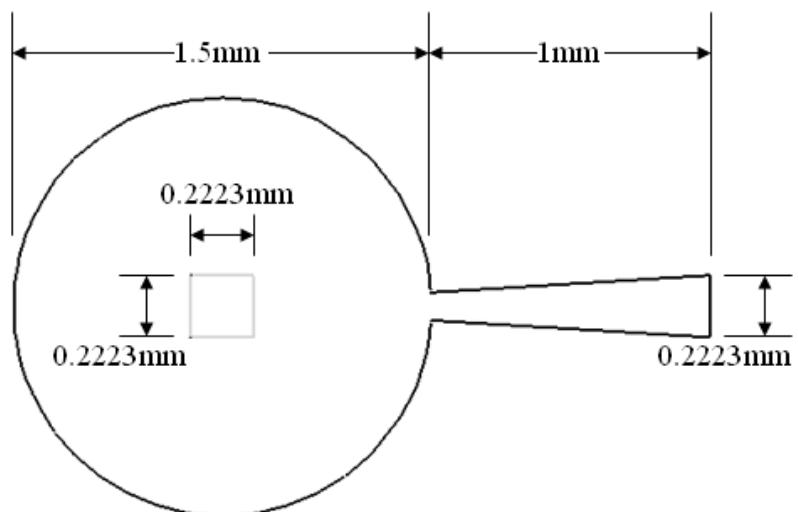


圖 4.6 入口端 Type A1 元件尺寸

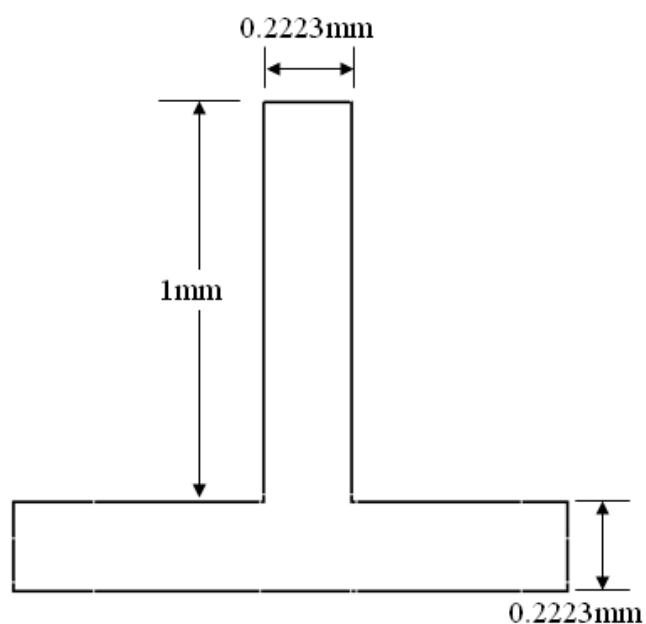
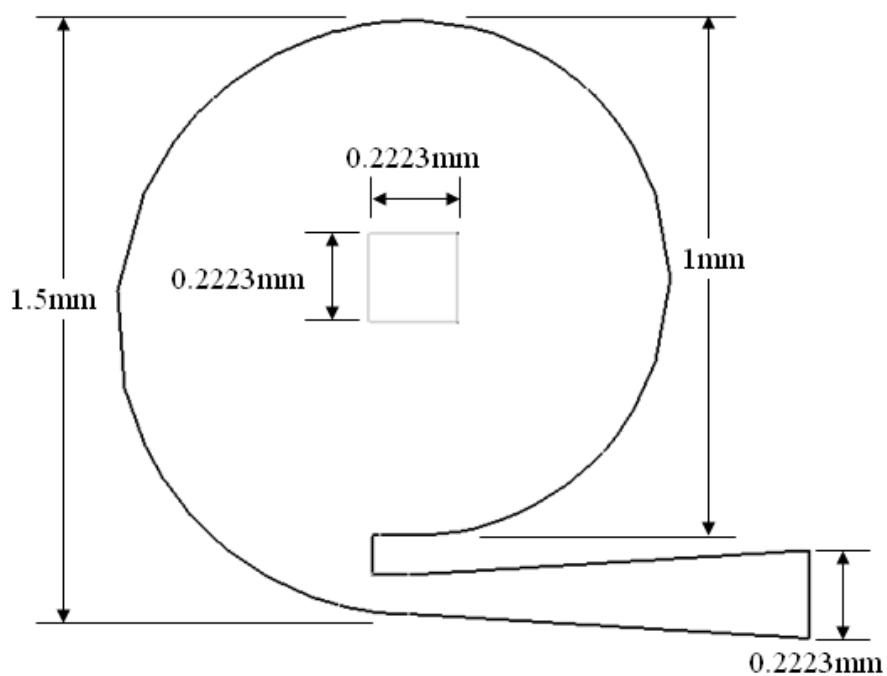


圖 4.7 入口端 Type A2 元件尺寸

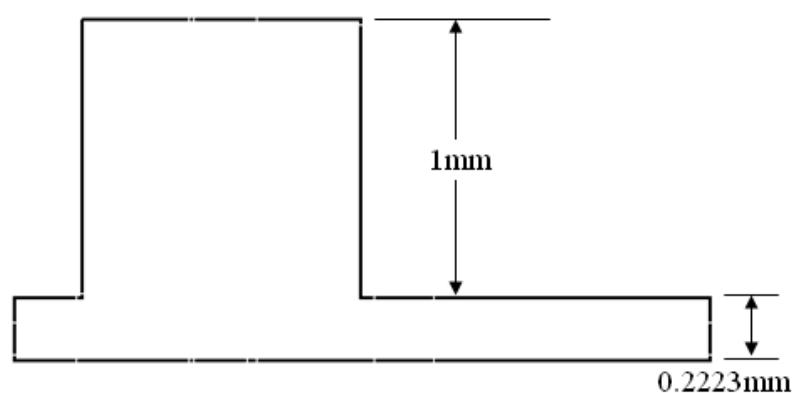
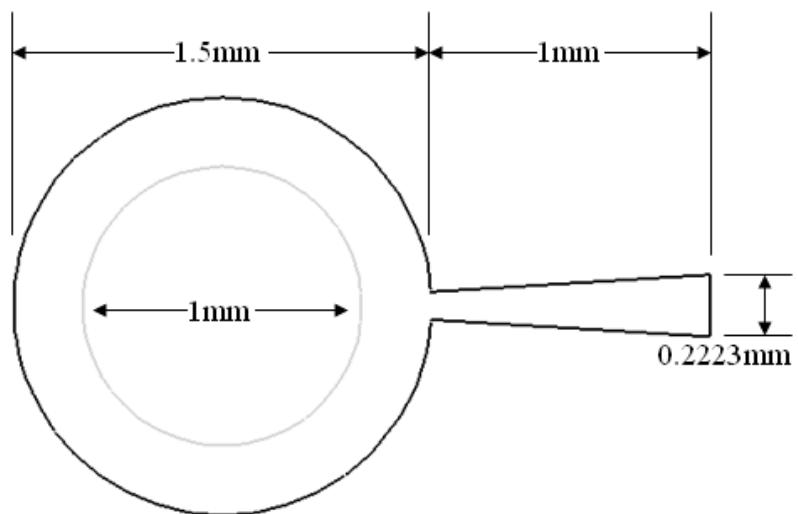


圖 4.8 入口端 Type B1 元件尺寸

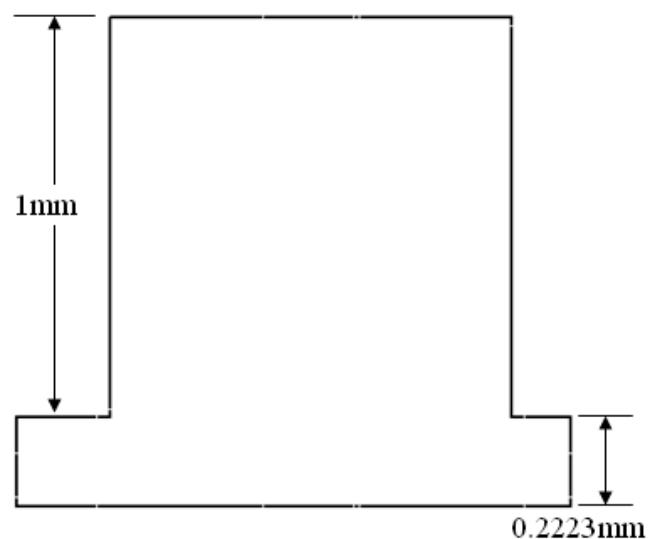
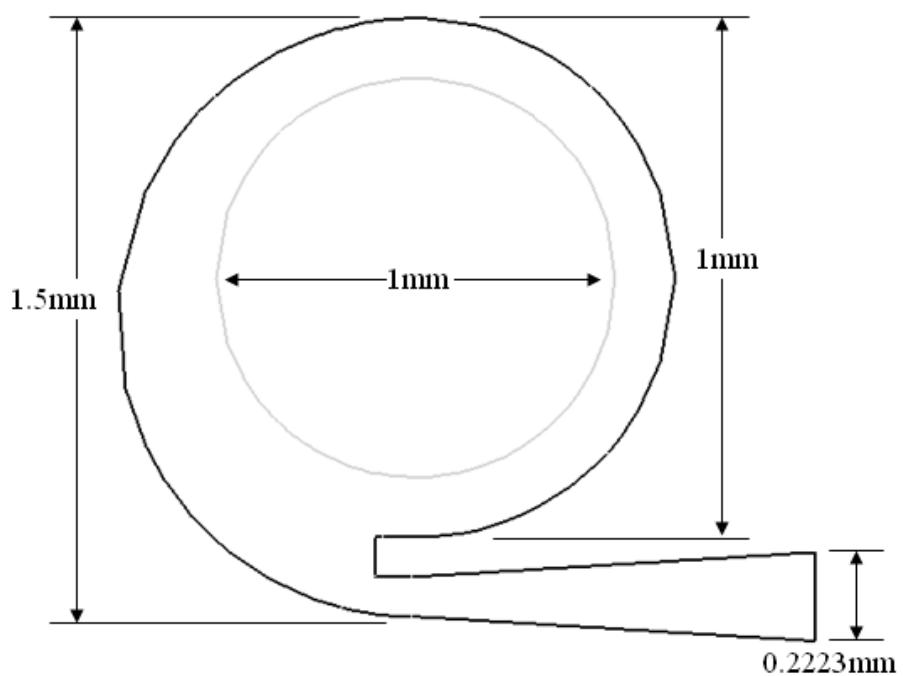


圖 4.9 入口端 Type B2 元件尺寸

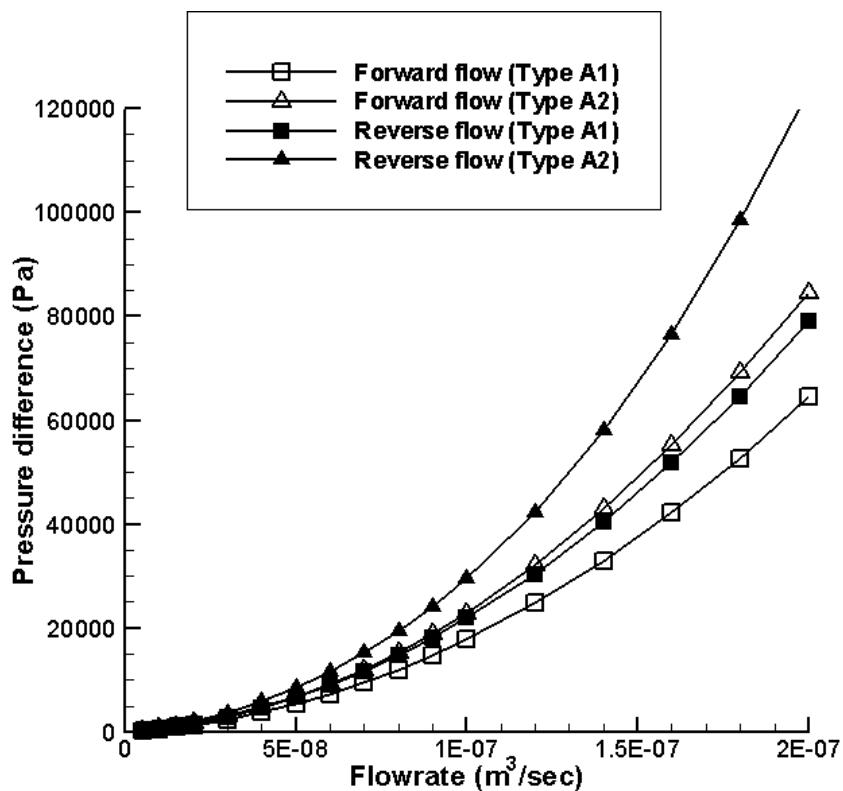


圖 4.10 Type A 元件之壓力差與流量關係圖

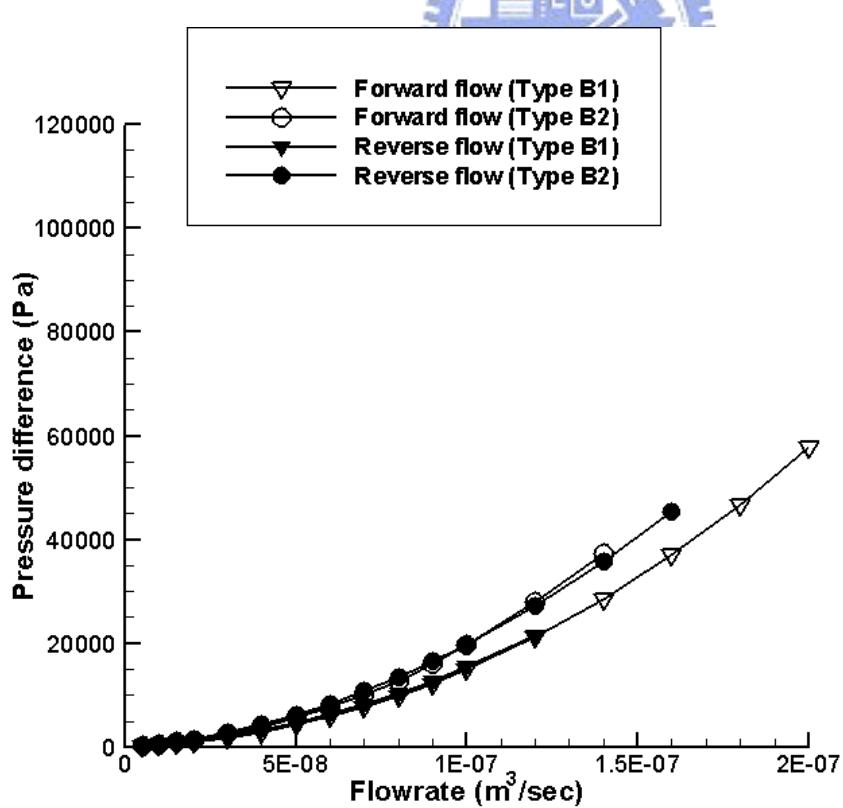


圖 4.11 Type B 元件之壓力差與流量關係圖

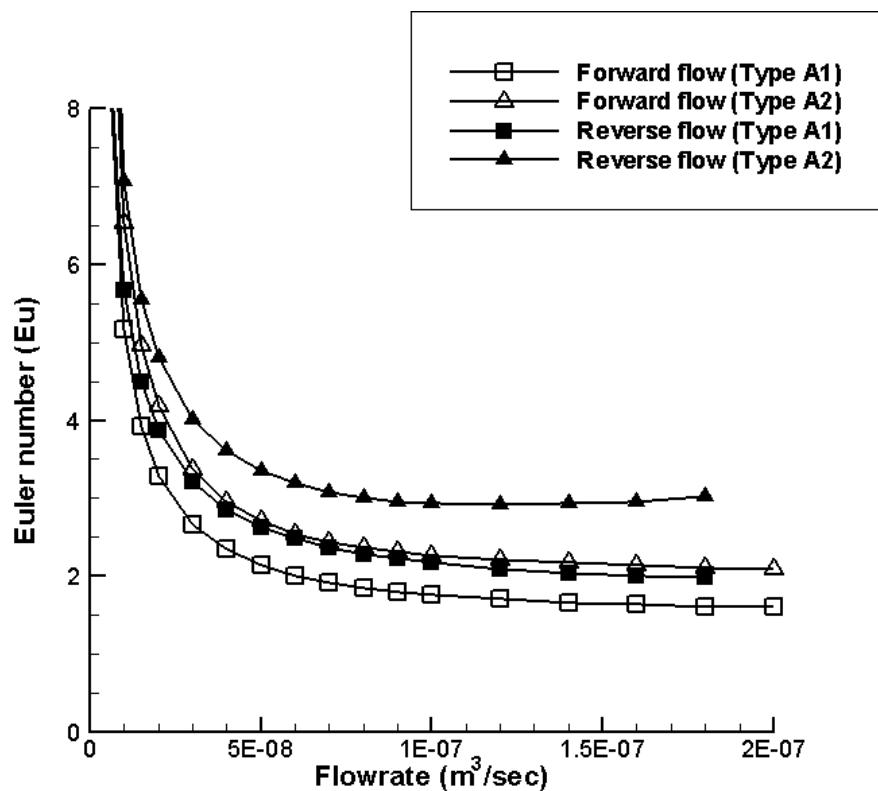


圖 4.12 Type A 元件之 Eu 數與流量關係圖

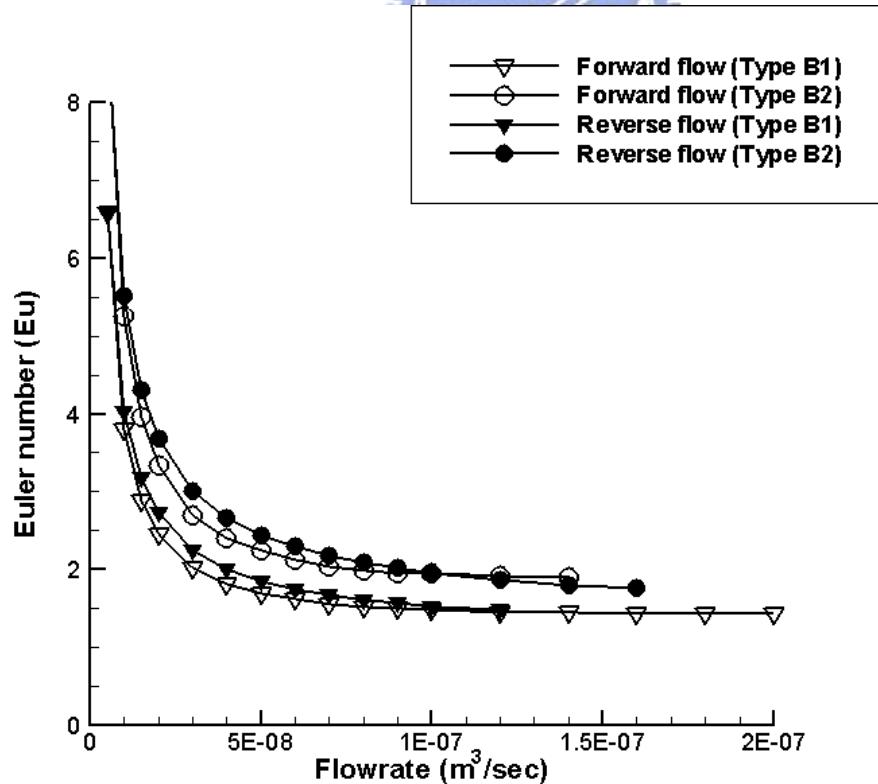


圖 4.13 Type B 元件之 Eu 數與流量關係圖

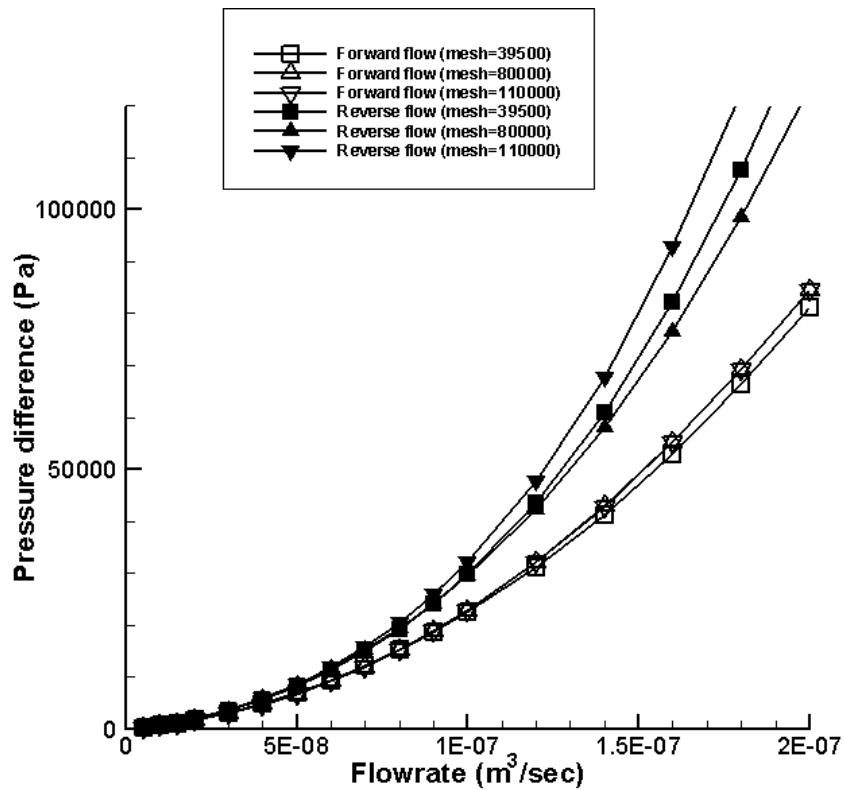
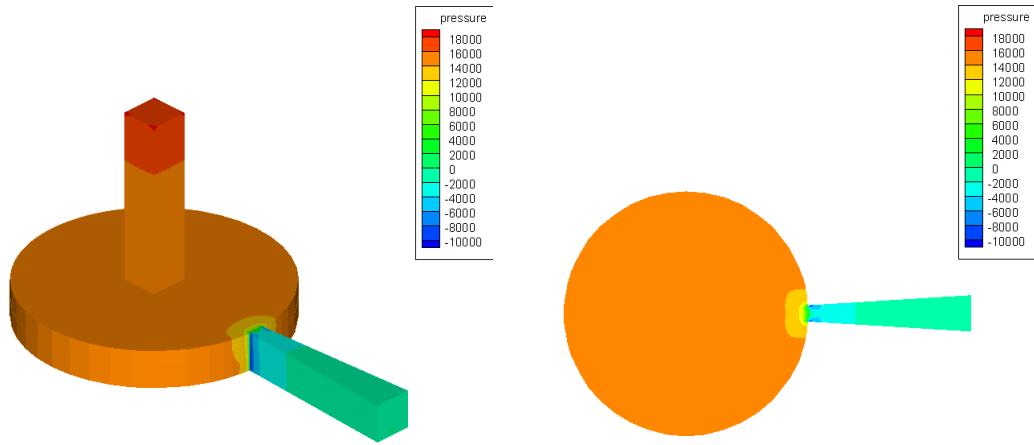
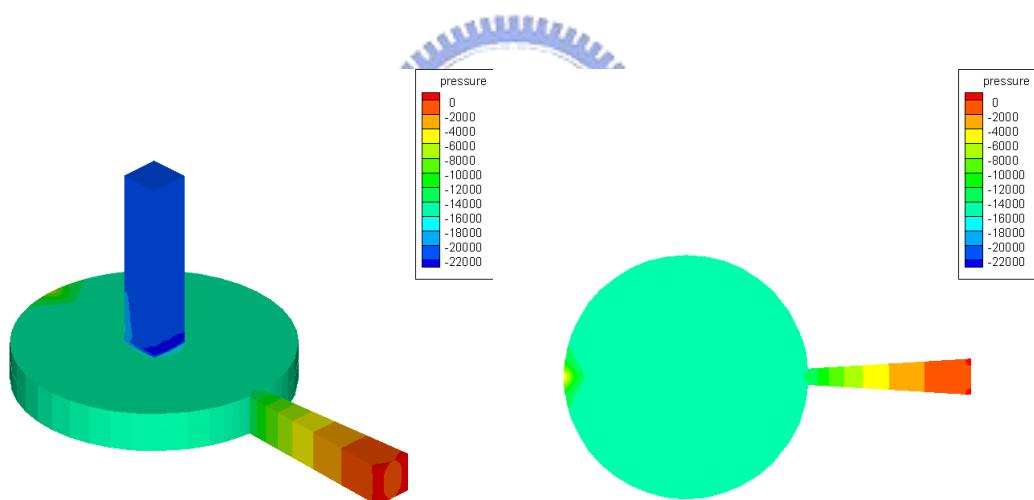


圖 4.14 比較 Type A2 元件以不同網格數模擬之壓力差與流量關係圖



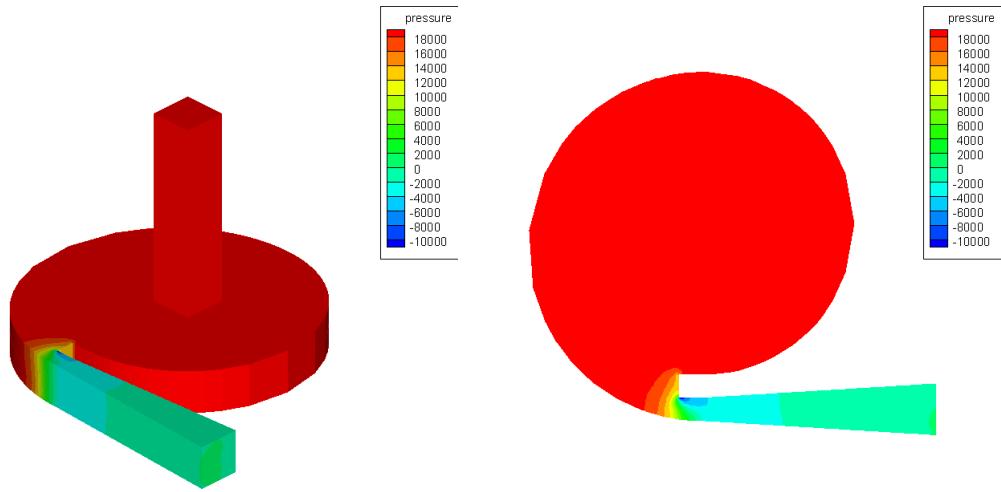


(a) Type A1 (Forward flow)

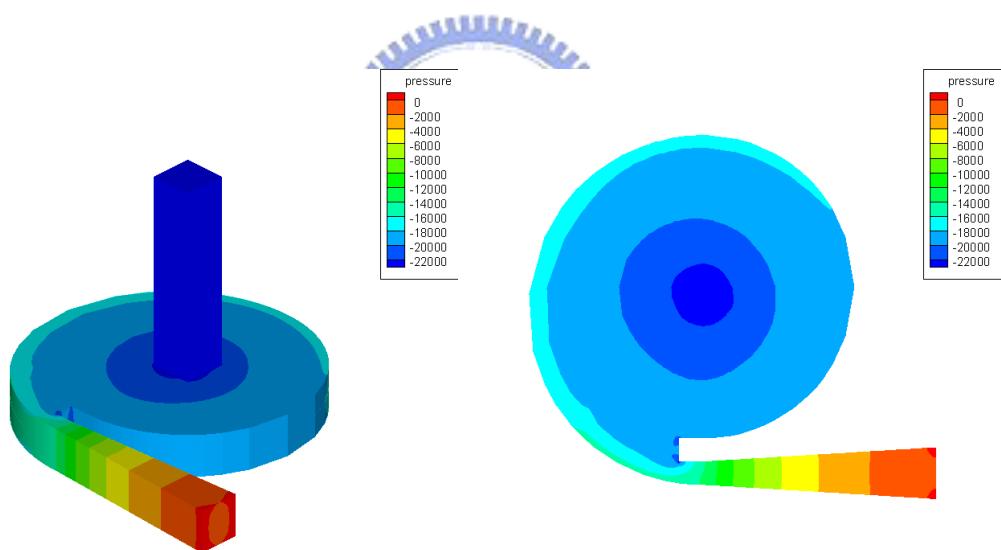


(b) Type A1 (Reverse flow)

圖 4.15 Type A1 在流量= $1 \times 10^{-7} m^3/s$ 時之壓力場及截面圖

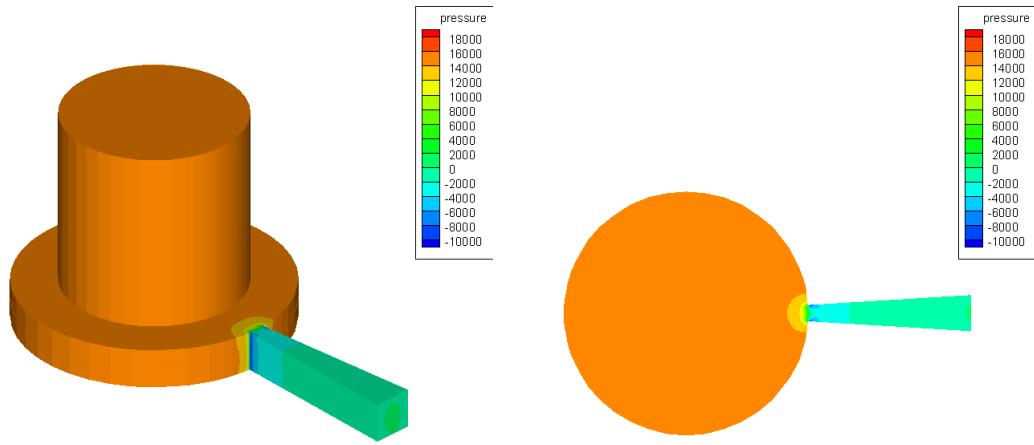


(a) Type A2 (Forward flow)

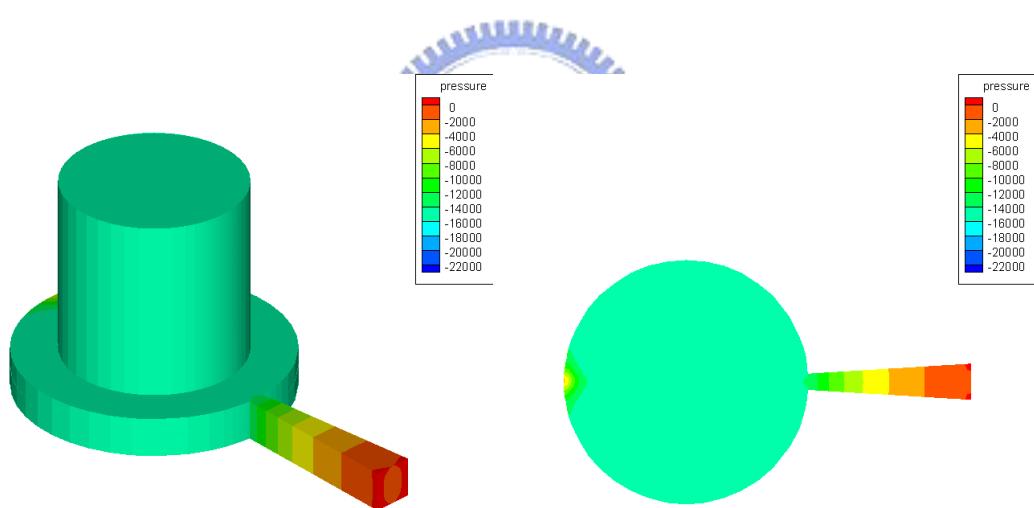


(b) Type A2 (Reverse flow)

圖 4.16 Type A2 在流量 = $1 \times 10^{-7} m^3/s$ 時之壓力場及截面圖

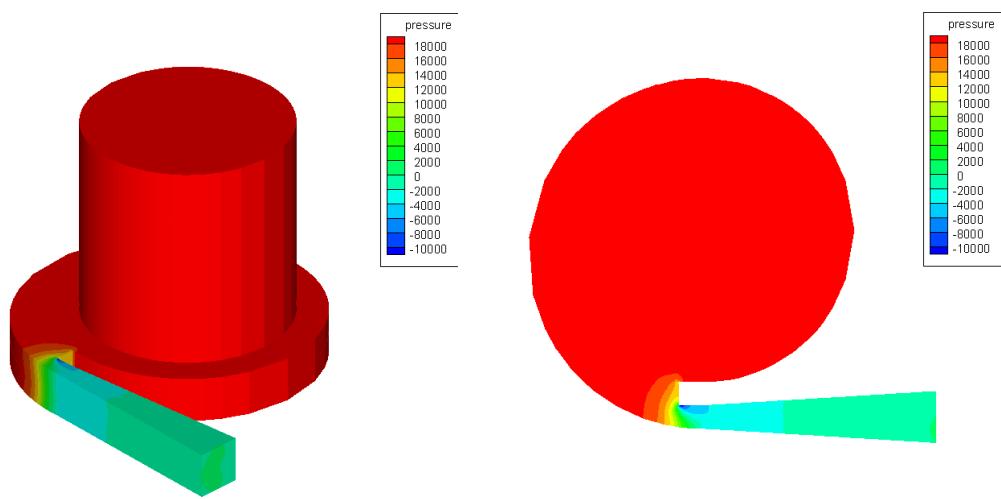


(a) Type B1 (Forward flow)

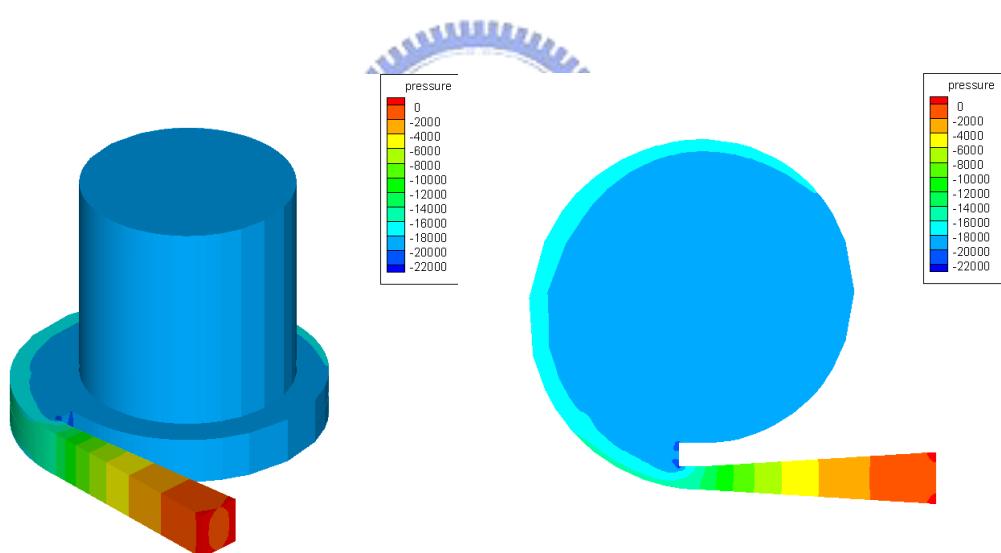


(b) Type B1 (Reverse flow)

圖 4.17 Type B1 在流量= $1 \times 10^{-7} m^3/s$ 時之壓力場及截面圖

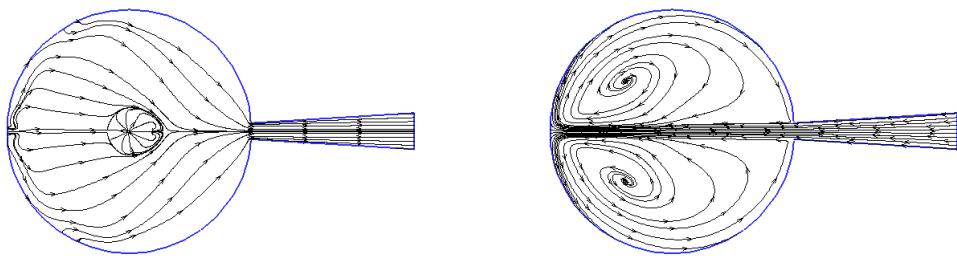


(a) Type B2 (Forward flow)



(b) Type B2 (Reverse flow)

圖 4.18 Type B2 在流量 = $1 \times 10^{-7} m^3/s$ 時之壓力場及截面圖

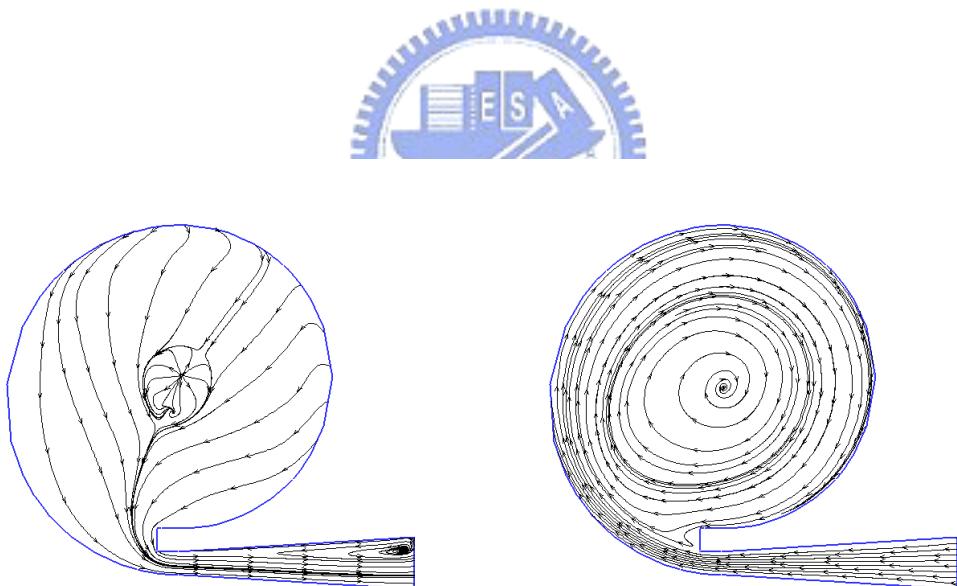


Type A1

(a) Forward flow

(b) Reverse flow

圖 4.19 Type A1 在流量= $1 \times 10^{-7} m^3/s$ 時之流場圖($z=0.11115\text{mm}$)

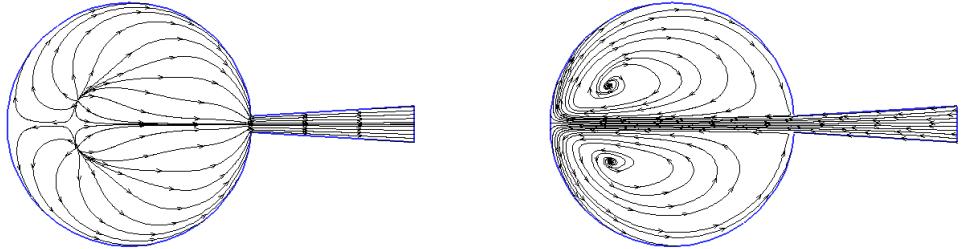


Type A2

(a) Forward flow

(b) Reverse flow

圖 4.20 Type A2 在流量= $1 \times 10^{-7} m^3/s$ 時之流場圖($z=0.11115\text{mm}$)

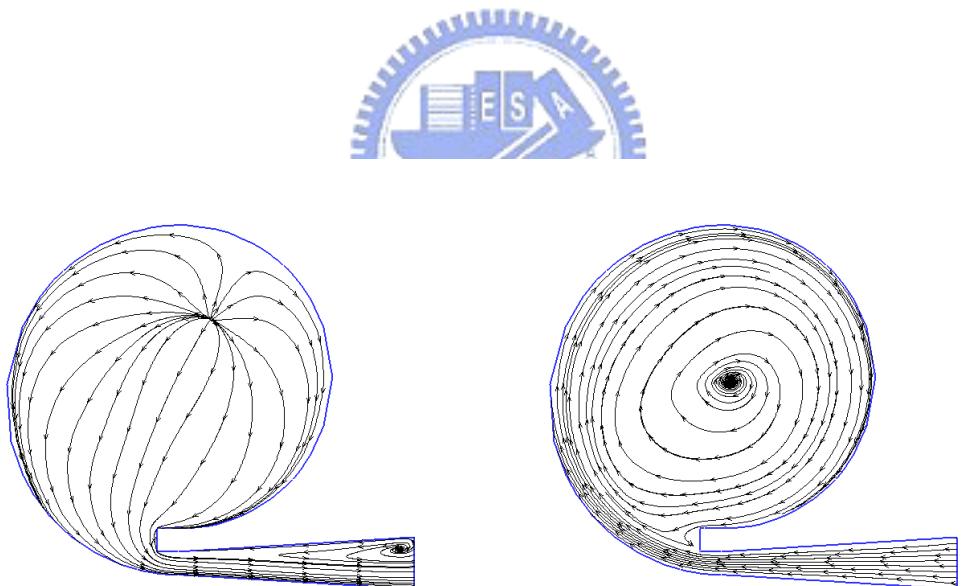


Type B1

(a) Forward flow

(b) Reverse flow

圖 4.21 Type B1 在流量= $1 \times 10^{-7} m^3/s$ 時之流場圖($z=0.11115\text{mm}$)

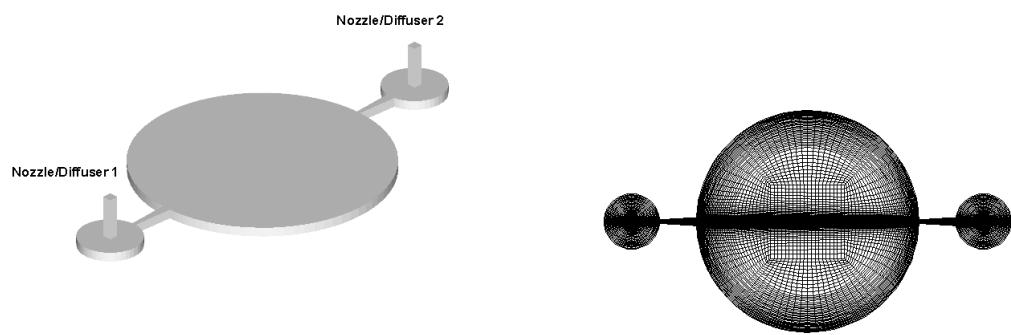


Type B2

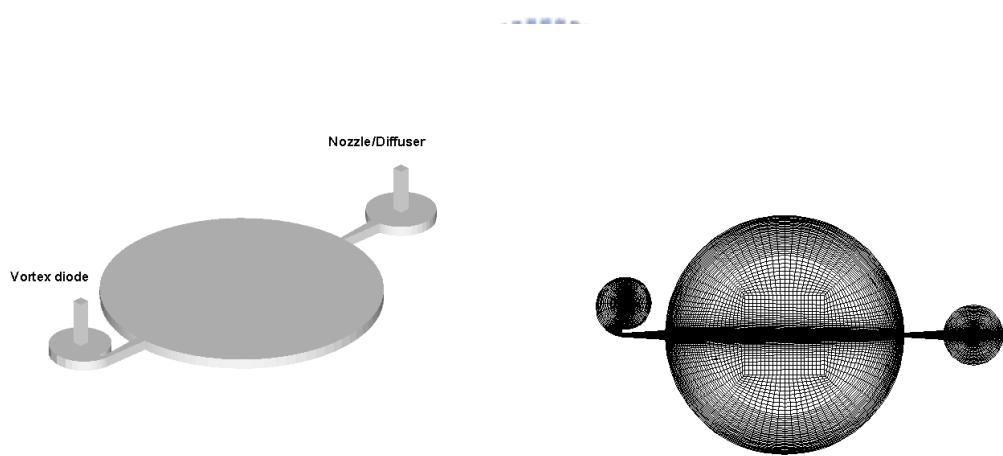
(a) Forward flow

(b) Reverse flow

圖 4.22 Type B2 在流量= $1 \times 10^{-7} m^3/s$ 時之流場圖($z=0.11115\text{mm}$)

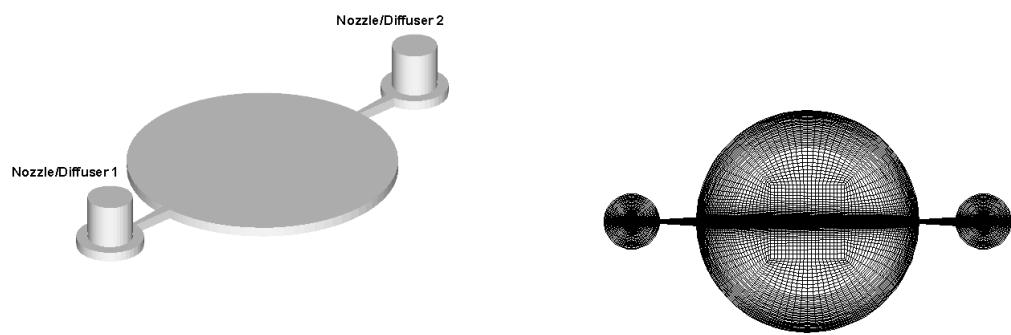


(a)Model A1：入口端接 Type A1 之類型，出口與入口截面積相同

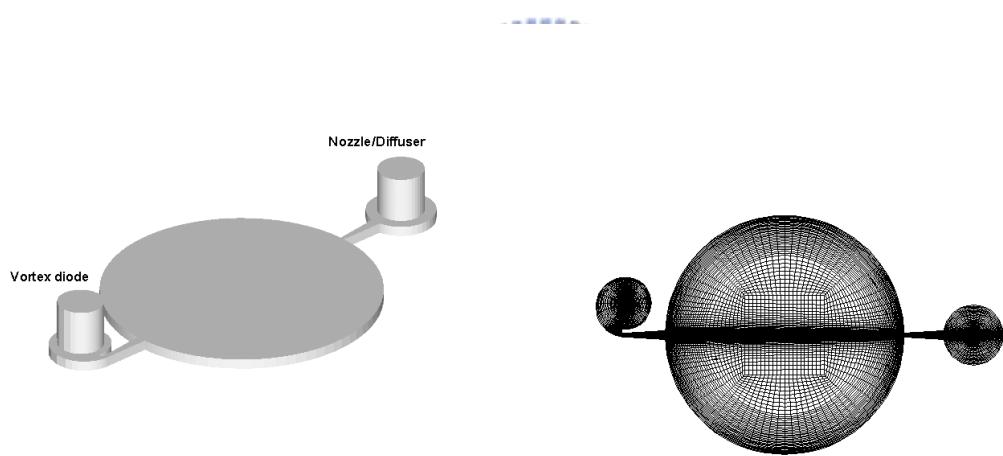


(b)Model A2：入口端接 Type A2 之類型，出口與入口截面積相同

圖 4.23 定義微幫浦入口端接上不同 Type A 流體元件後之幾何形狀(出口截面積 Model B > Model A)

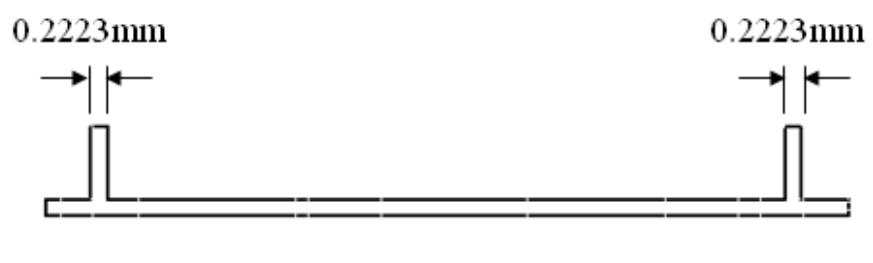
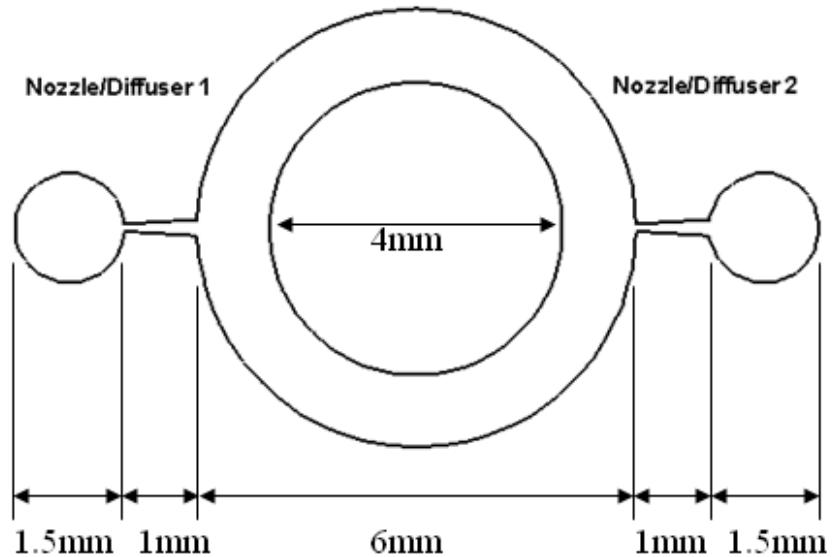


(a)Model B1：入口端接 Type B1 之類型，出口與入口截面積相同



(b)Model B2：入口端接 Type B2 之類型，出口與入口截面積相同

圖 4.24 定義微幫浦入口端接上 Type B 流體元件後之幾何形狀(出口截面積 Model B > Model A)

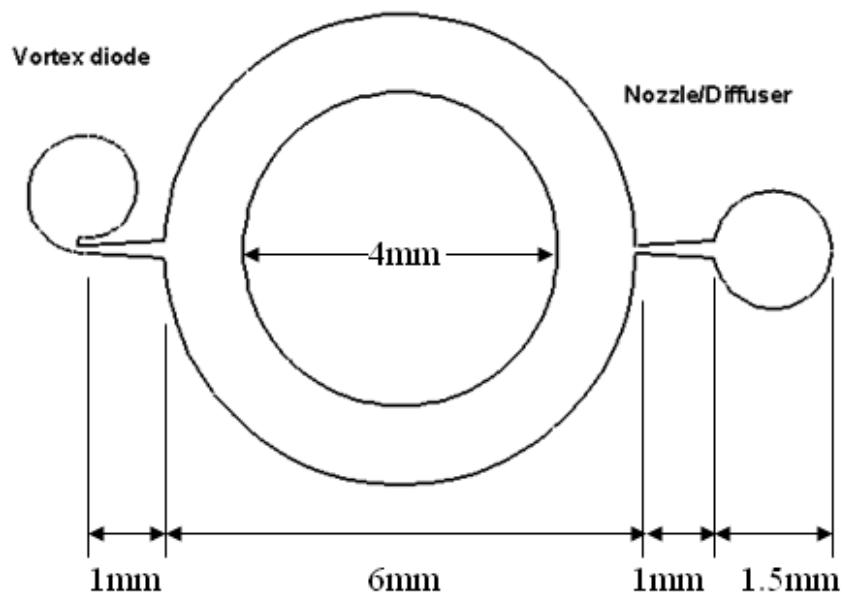


(a)Model A1



(b)Model B1

圖 4.25 入口端 Nozzle/Diffuser 元件之微幫浦幾何尺寸，(a)Model A1，(b)Model B1

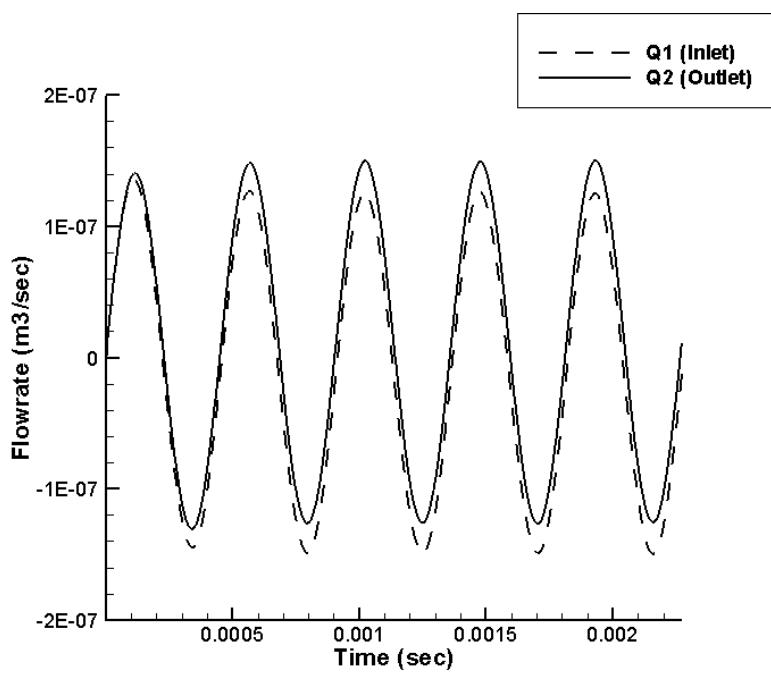


(a)Model A2

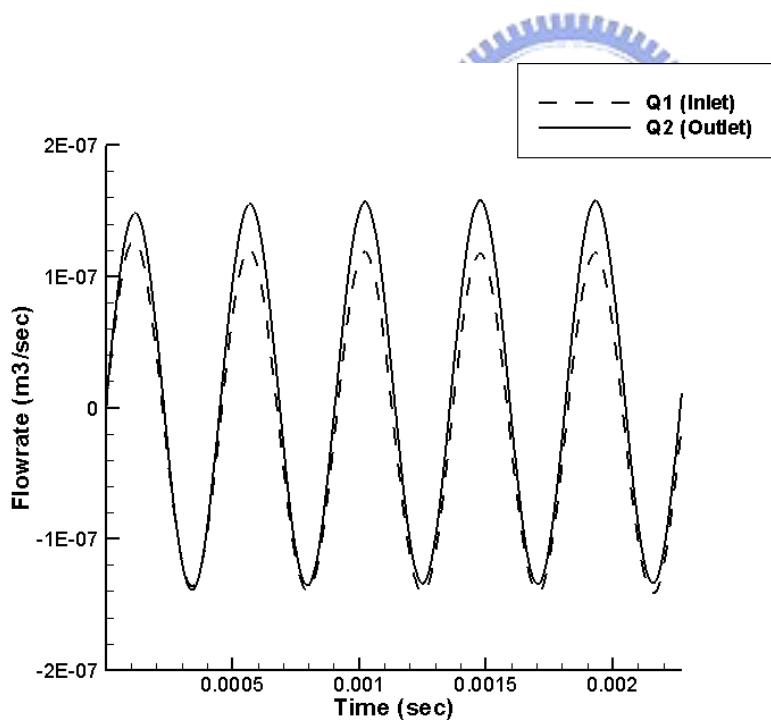


(b)Model B2

圖 4.26 入口端 Vortex diode 元件之微幫浦幾何尺寸，(a)Model A2，(b)Model B2

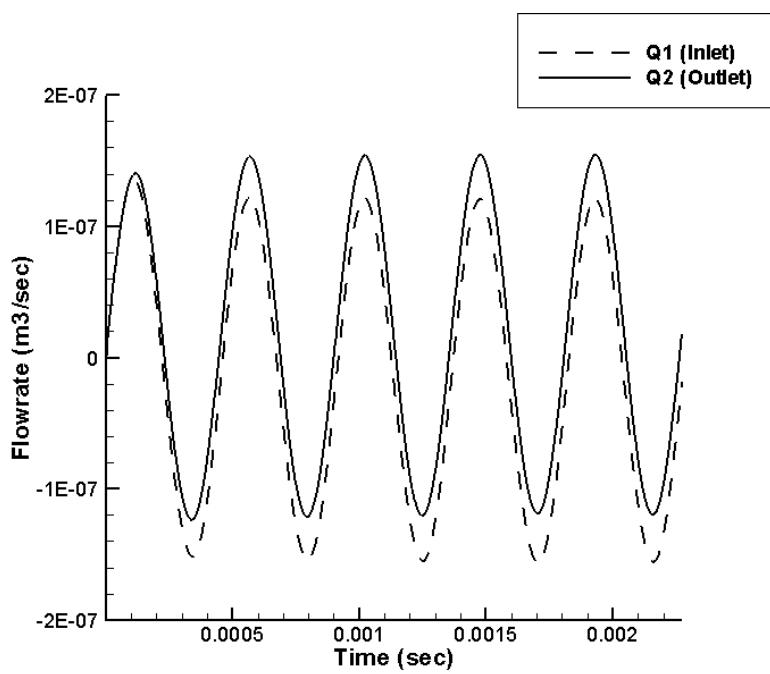


(a)Model A1

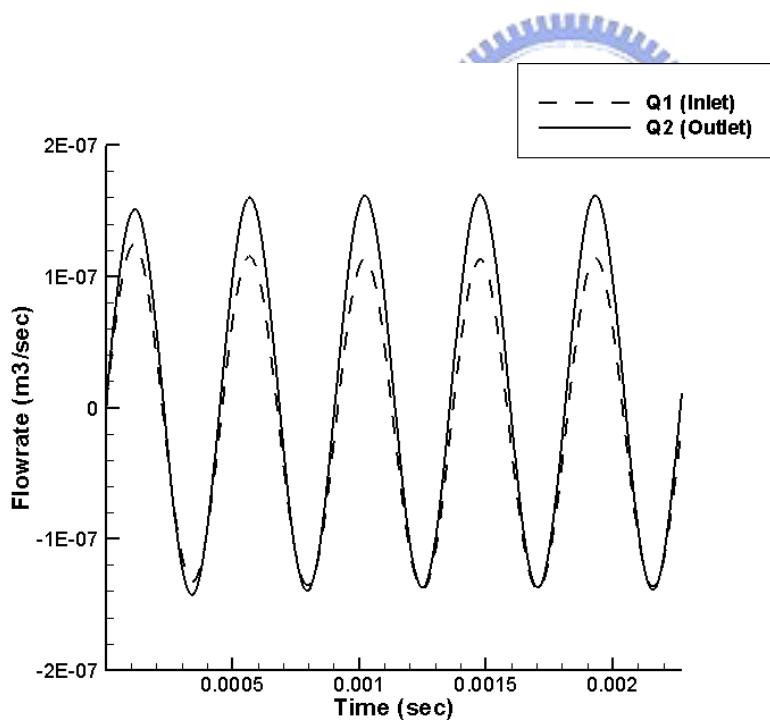


(b)Model A2

圖 4.27 背壓 = 0 Pa，兩端流量隨時間變化：(a)Model A1，(b)Model A2



(a)Model B1



(b)Model B2

圖 4.28 背壓 = 0 Pa，兩端流量隨時間變化：(a)Model B1，(b)Model B2

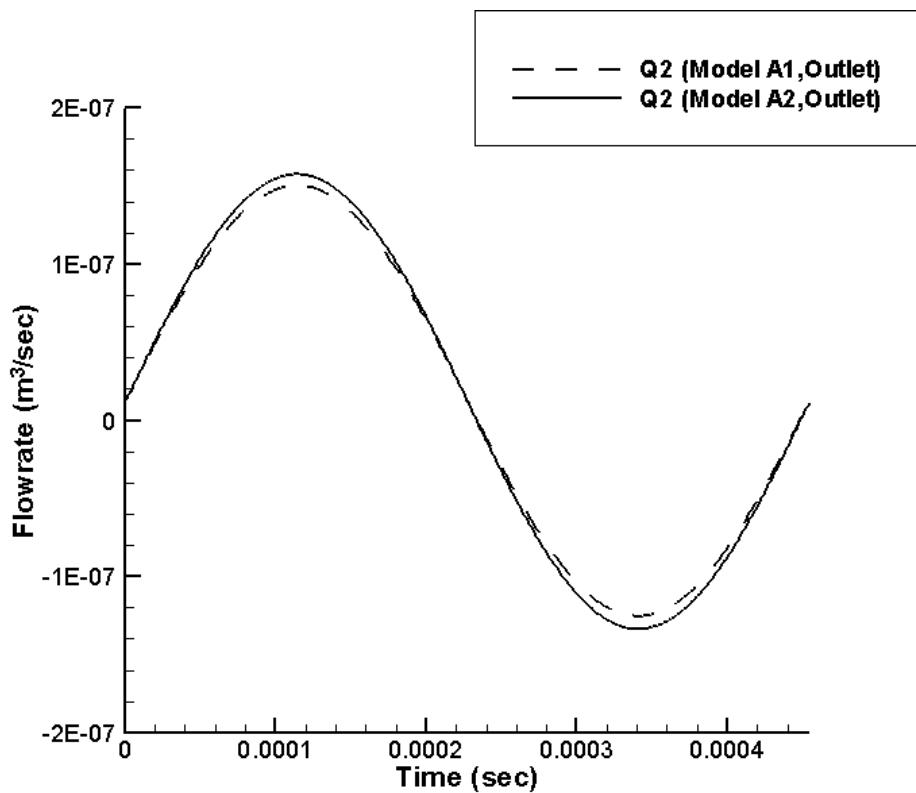


圖 4.29 背壓 = 0 Pa，比較 Model A 出口端流量隨時間變化（一個週期）

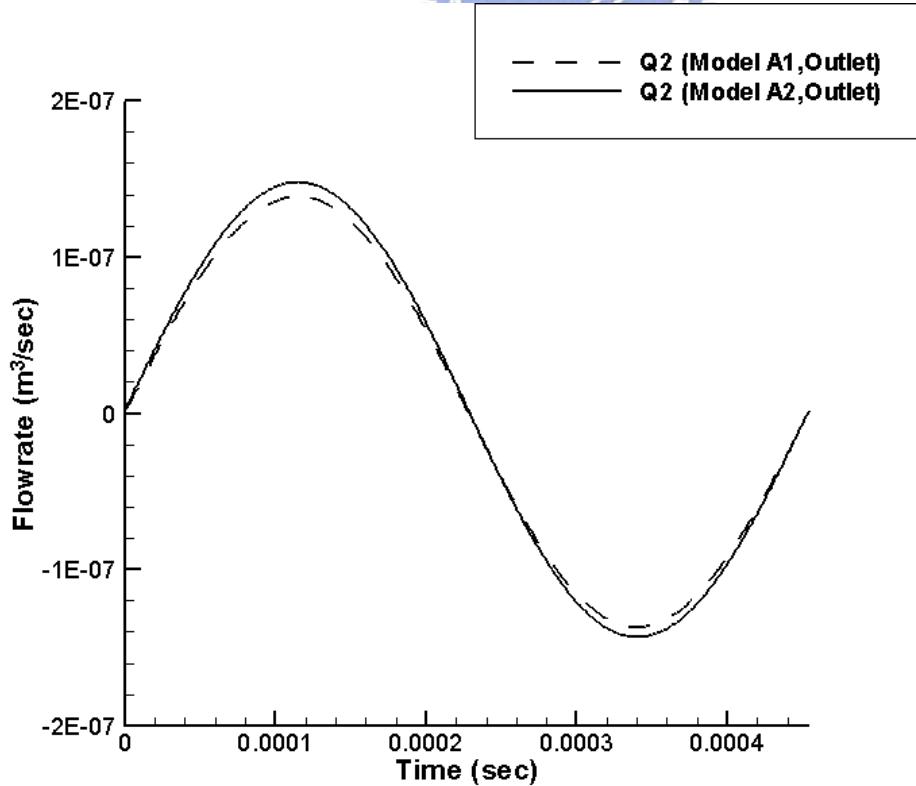


圖 4.30 背壓 = 5900 Pa，比較 Model A 出口端流量隨時間變化（一個週期）

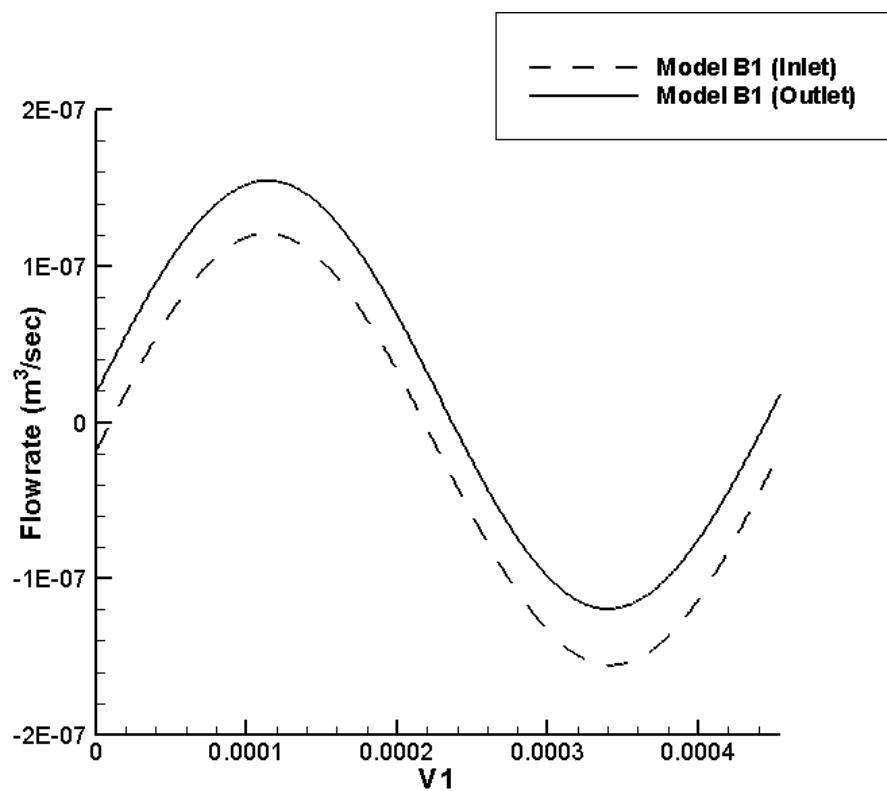


圖 4.31 背壓 = 0 Pa , Model B1 入口與出口端流量隨時間變化 (一個週期)

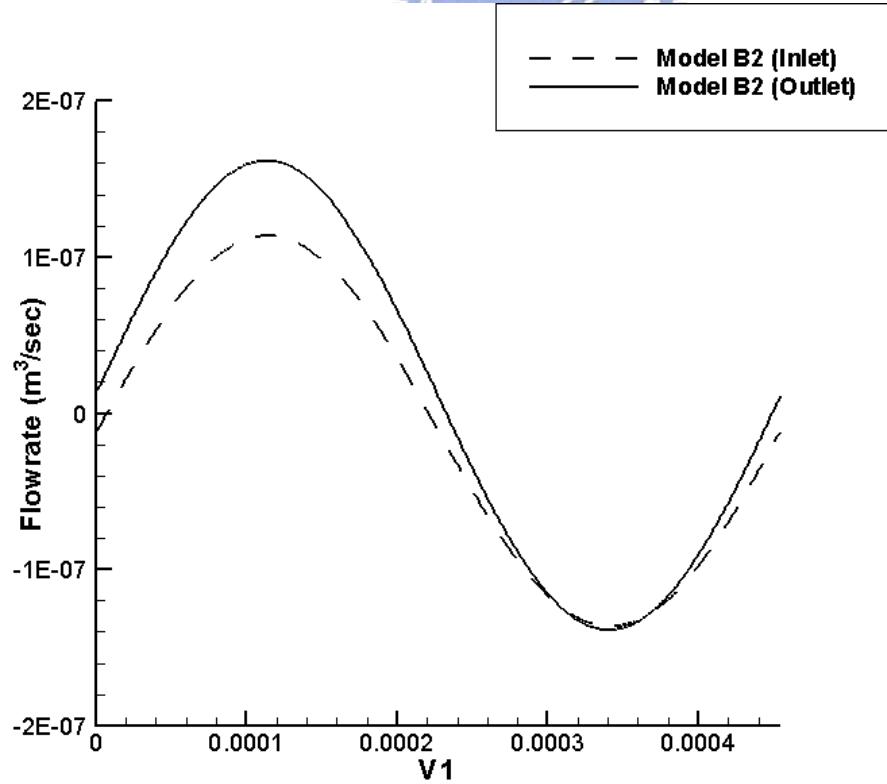


圖 4.32 背壓 = 0 Pa , Model B2 入口與出口端流量隨時間變化 (一個週期)

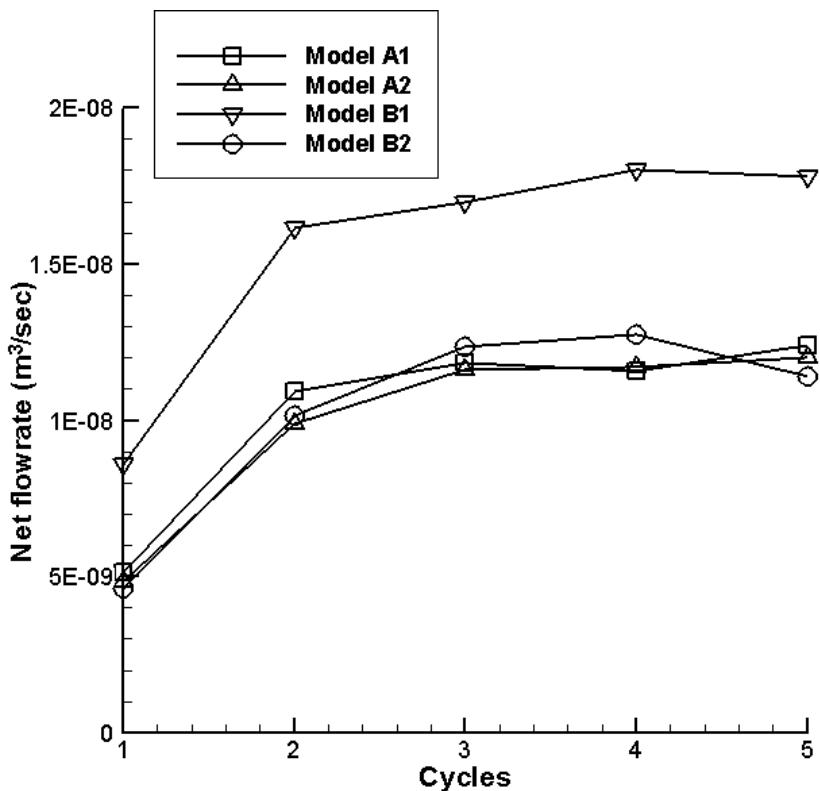


圖 4.33 背壓 = 0 Pa，各模型在每個週期下的淨流量

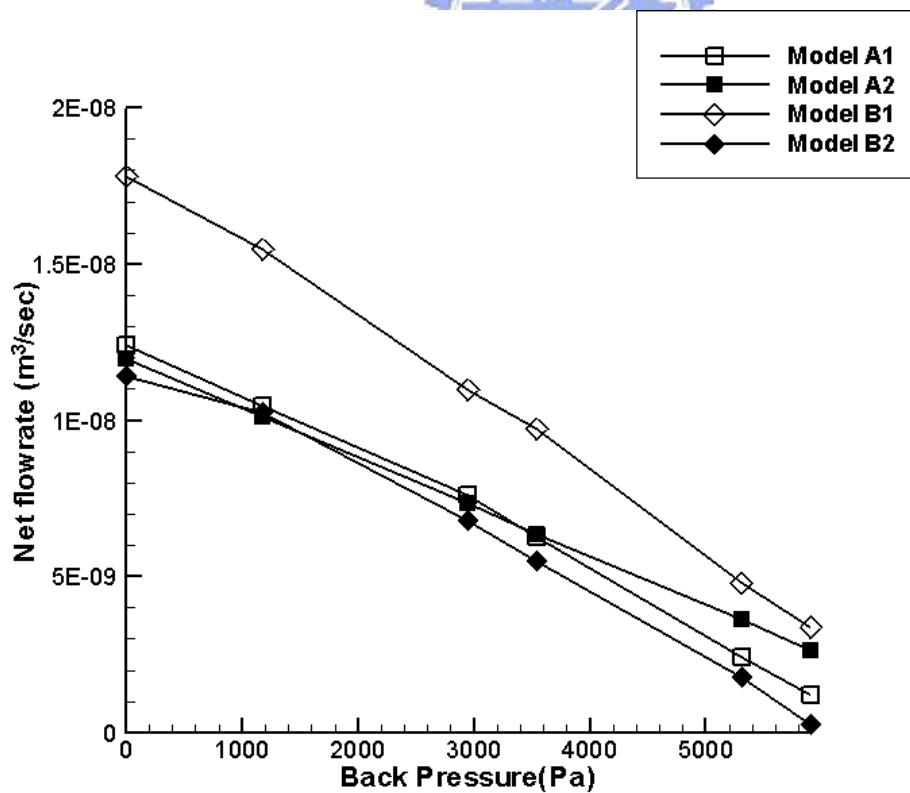


圖 4.34 各模型之微幫浦其淨流量與背壓關係圖

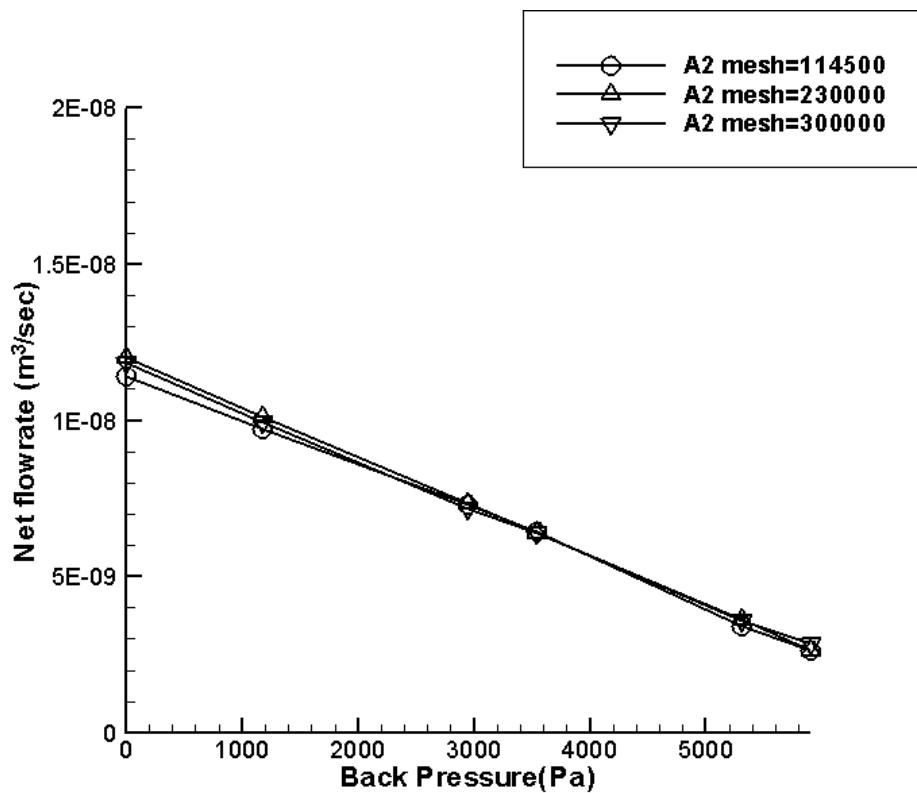


圖 4.35 以不同網格數模擬之 Model A2 其淨流量與背壓關係圖



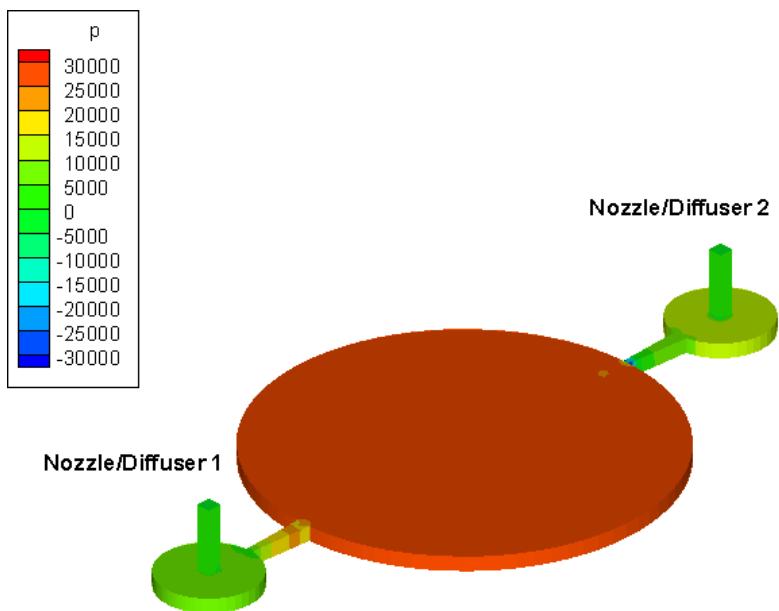


圖 4.36 Model A1，背壓=0Pa， $t=0.25T$ ，壓力場分佈圖

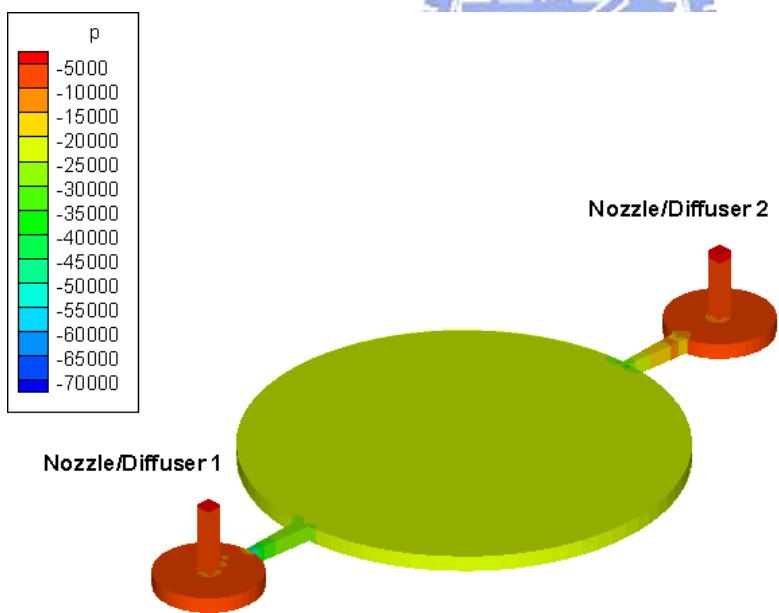


圖 4.37 Model A1，背壓=0Pa， $t=0.75T$ ，壓力場分佈圖

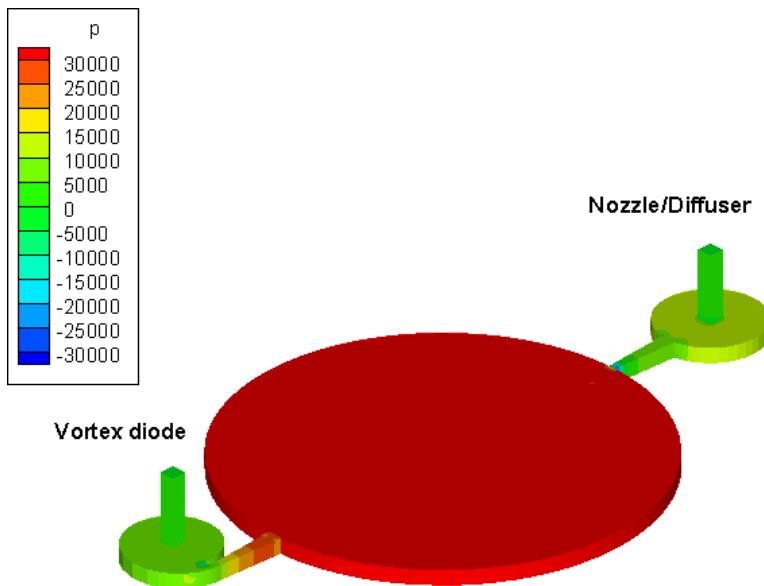


圖 4.38 Model A2，背壓=0Pa， $t=0.25T$ ，壓力場分佈圖

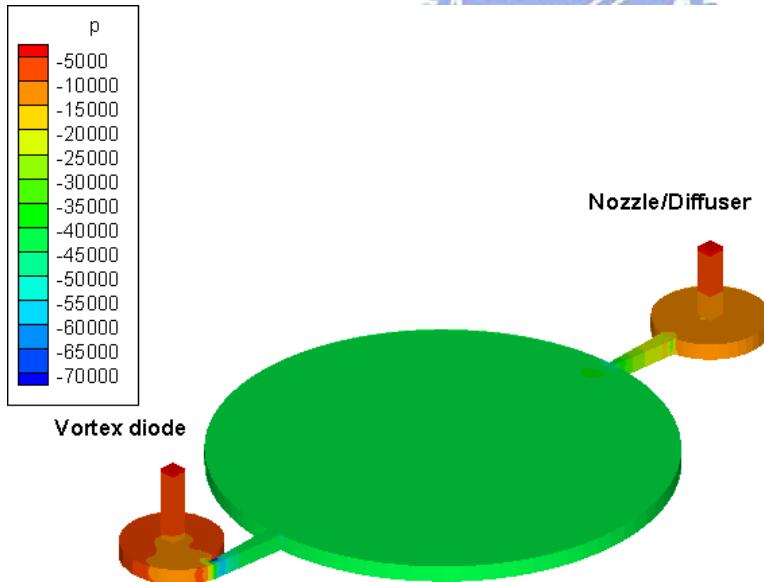


圖 4.39 Model A2，背壓=0Pa， $t=0.75T$ ，壓力場分佈圖

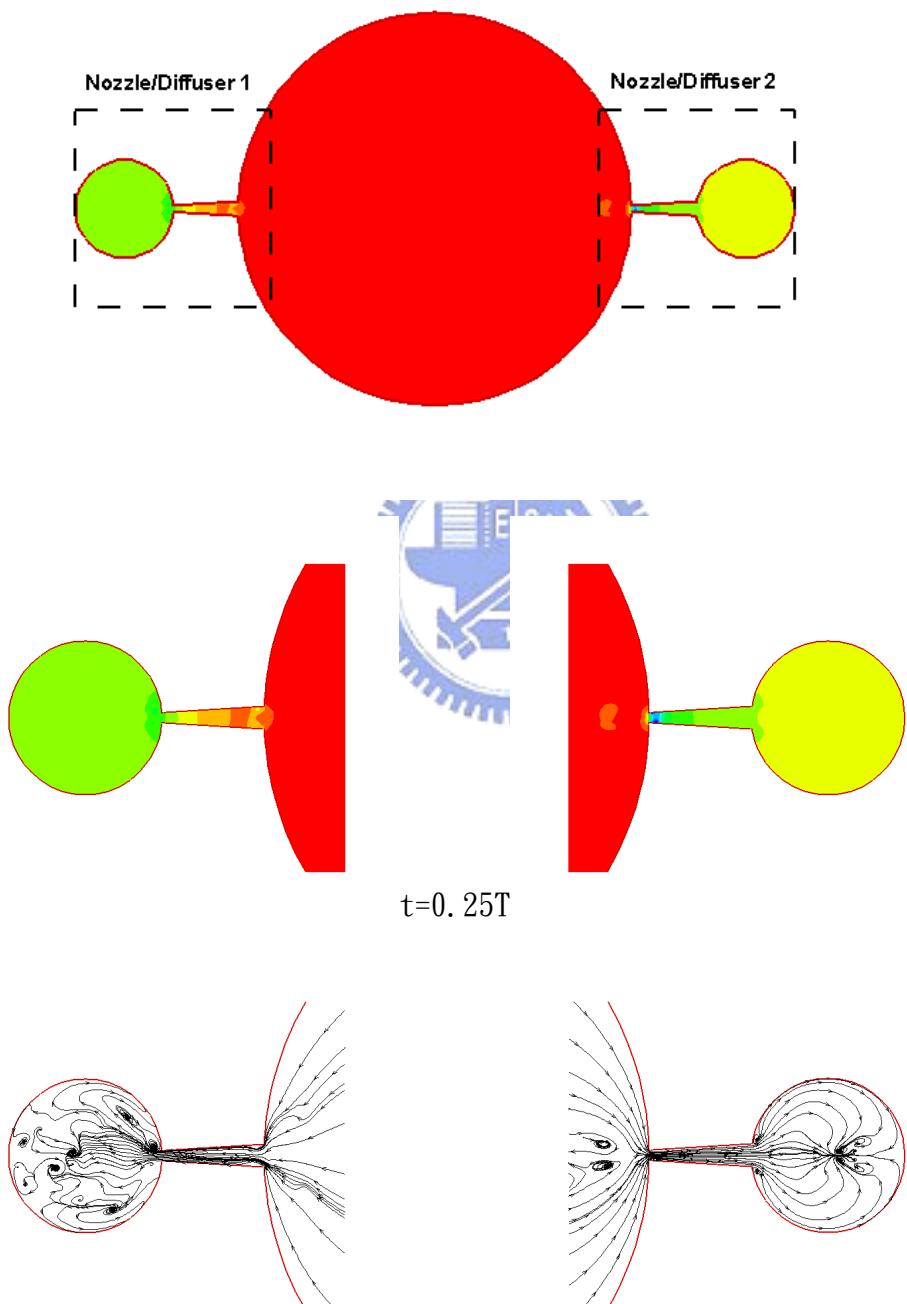
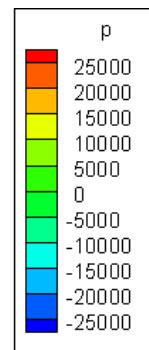


圖 4.40 背壓=0，排水模式($t=0.25T$)，Model A1 之壓力場與流場截面圖($z=0.11115\text{mm}$)

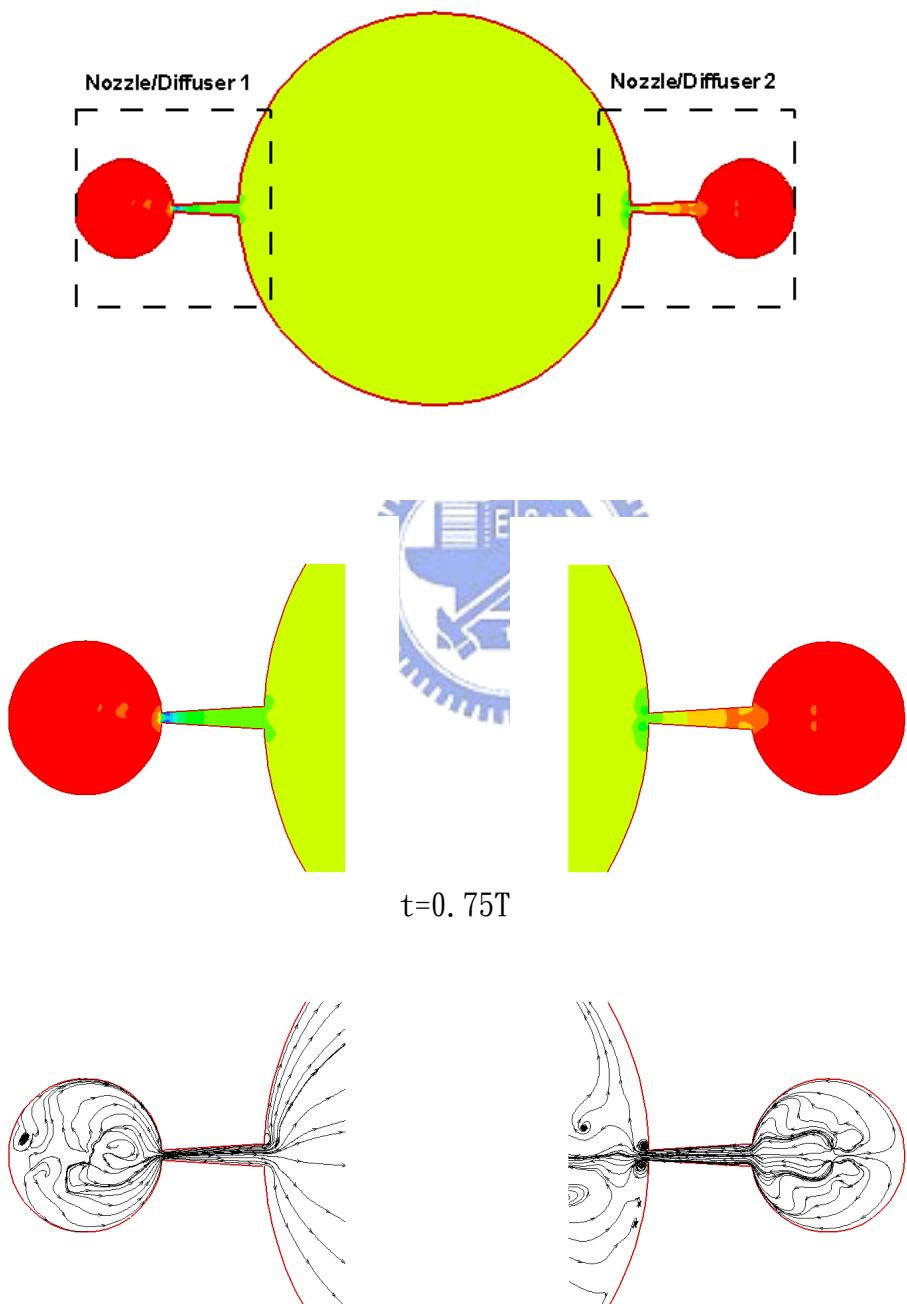
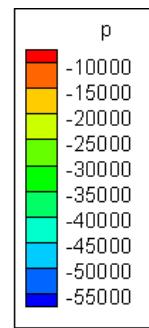


圖 4.41 背壓=0，吸水模式($t=0.75T$)，Model A1 之壓力場與流場截面圖($z=0.11115\text{mm}$)

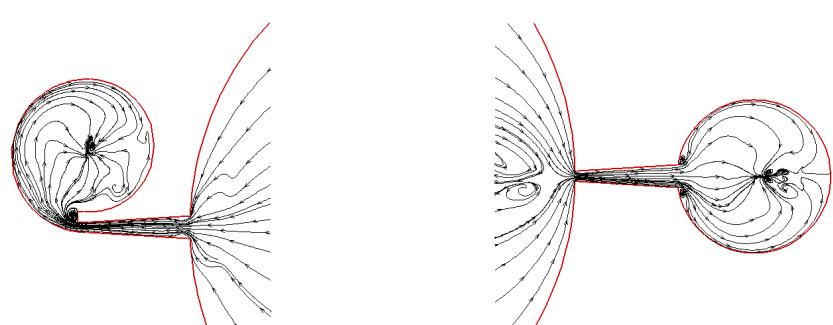
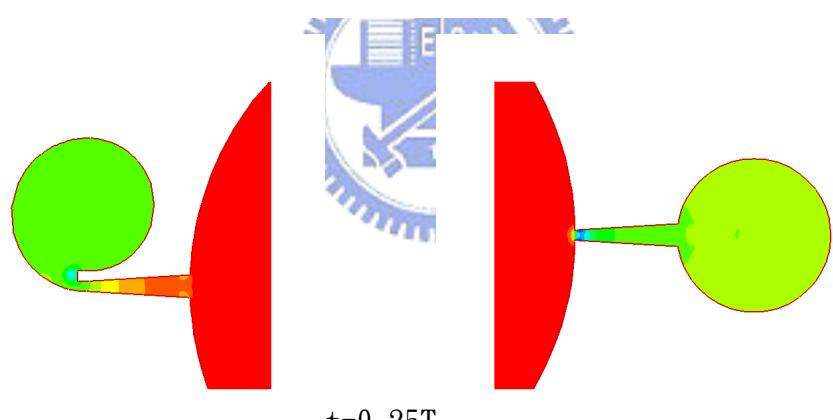
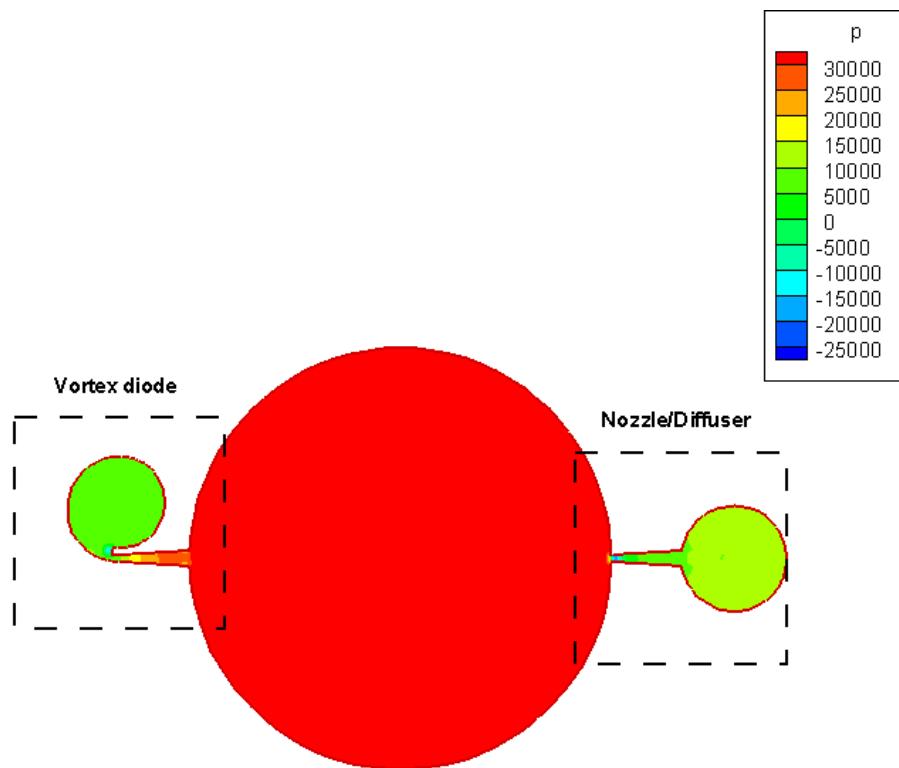


圖 4.42 背壓=0，排水模式($t=0.25T$)，Model A2 之壓力場與流場截面圖($z=0.11115\text{mm}$)

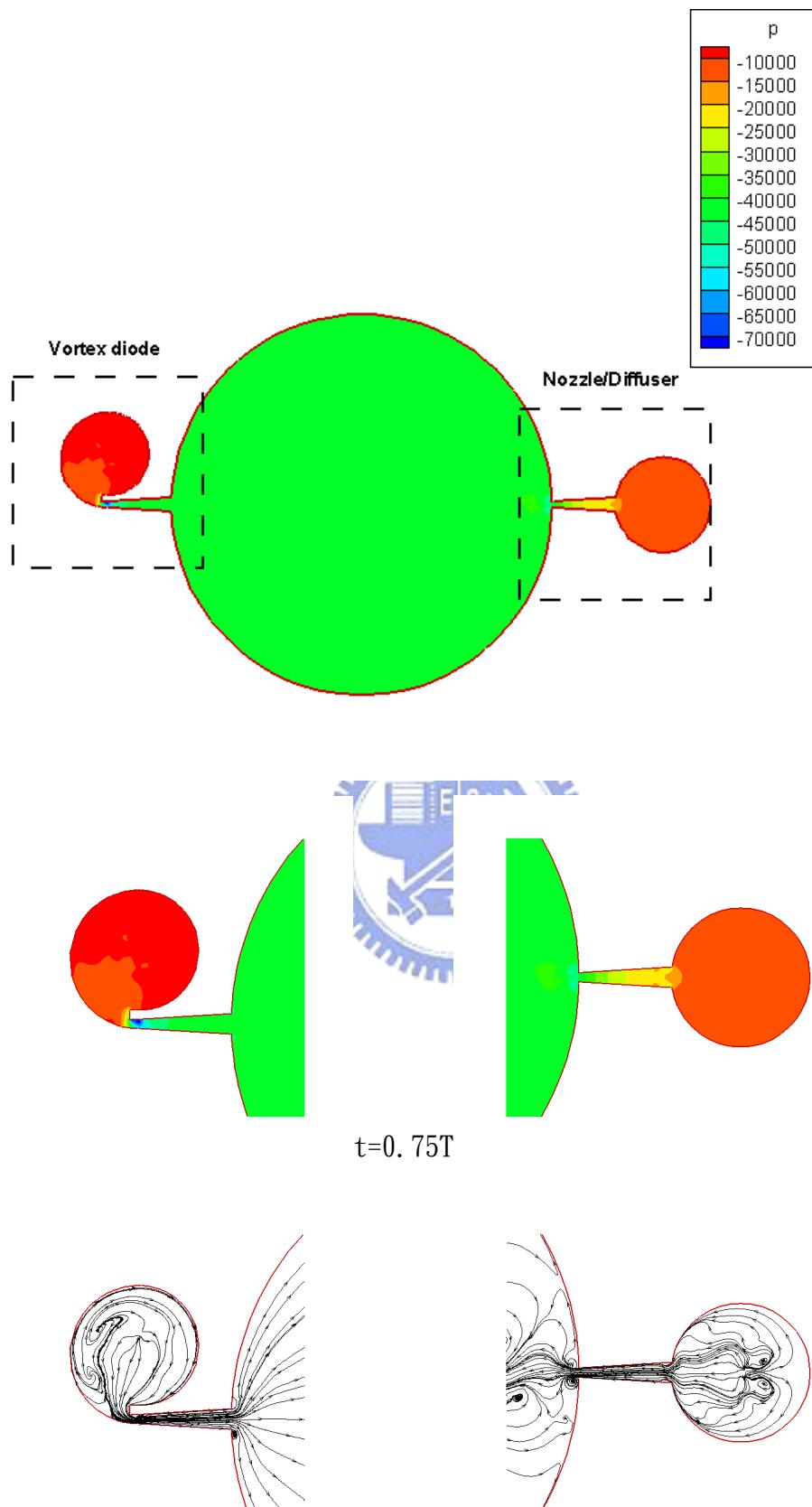
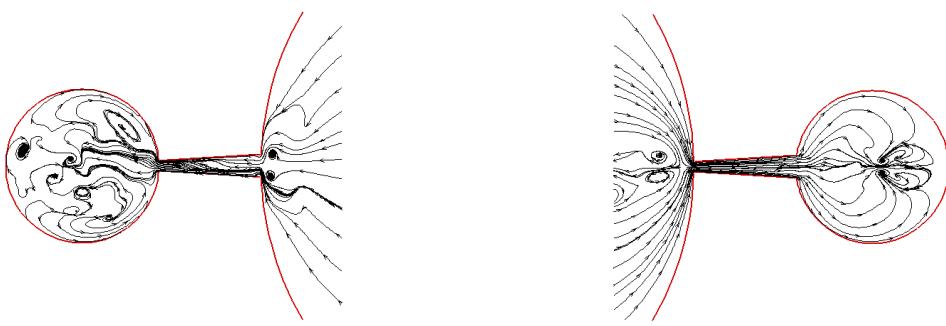
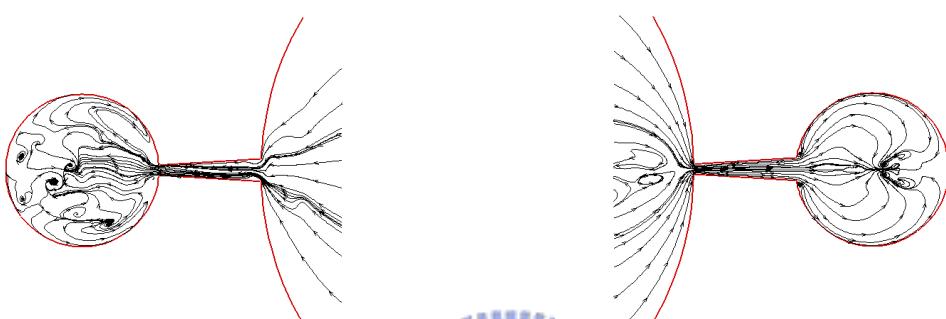


圖 4.43 背壓=0，吸水模式($t=0.75T$)，Model A2 之壓力場與流場截面圖($z=0.11115\text{mm}$)



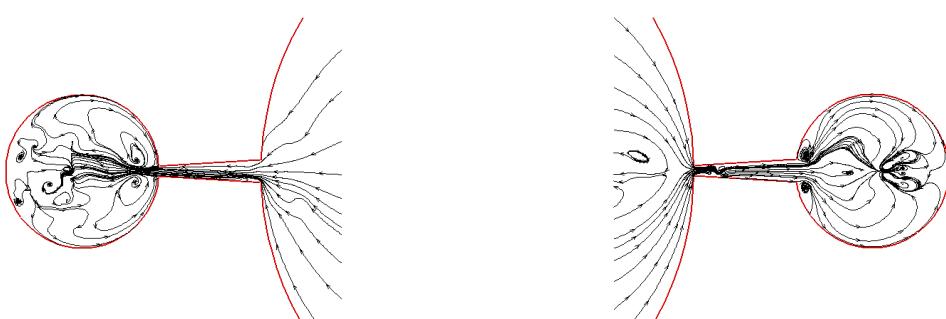
(a) $t=0.1T$



(b) $t=0.2T$

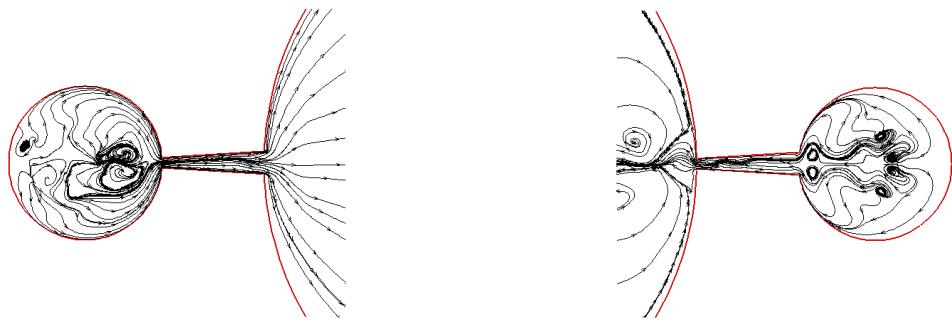


(c) $t=0.3T$

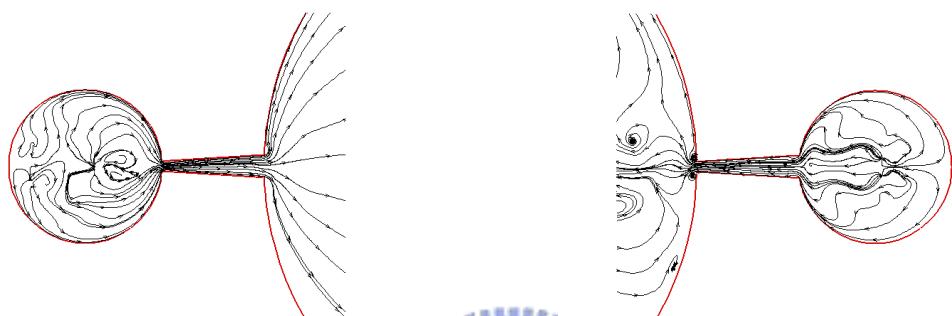


(d) $t=0.4T$

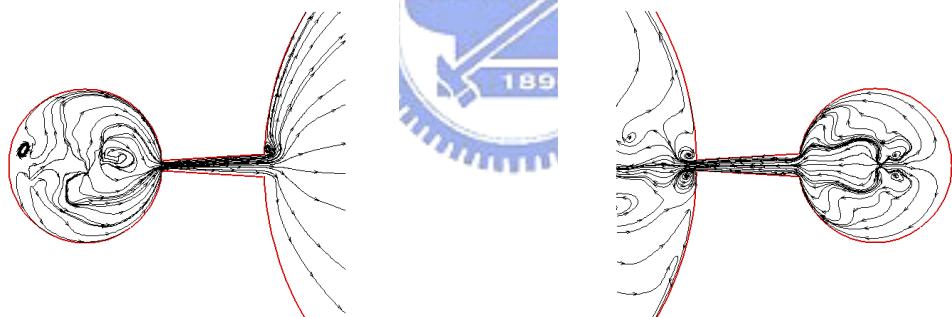
圖 4.44 背壓 = 0 Pa，排水模式，Model A1 在不同時間下之流場圖 ($z=0.11115\text{mm}$)



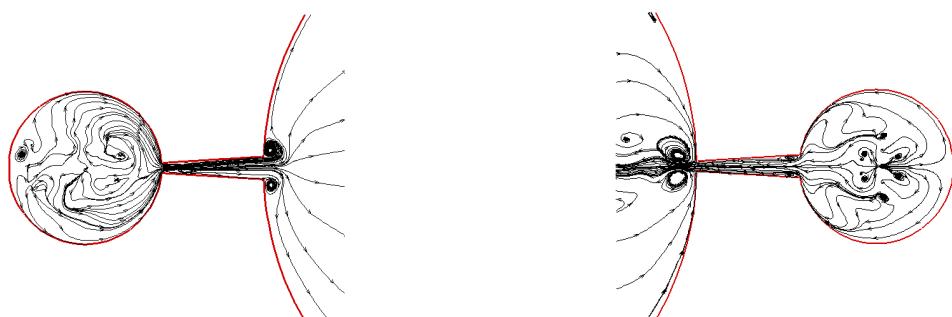
(a) $t=0.6T$



(b) $t=0.7T$

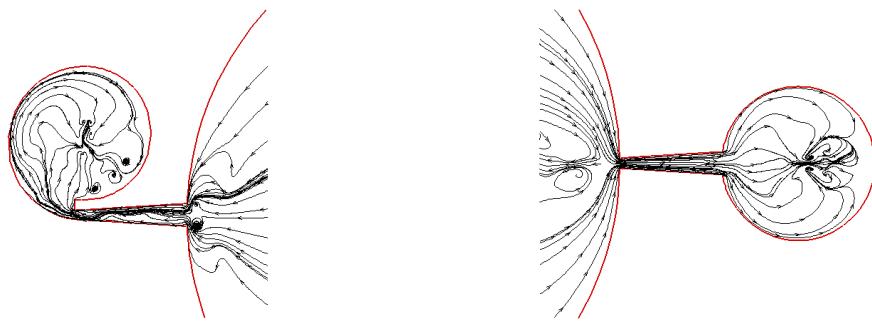


(c) $t=0.8T$

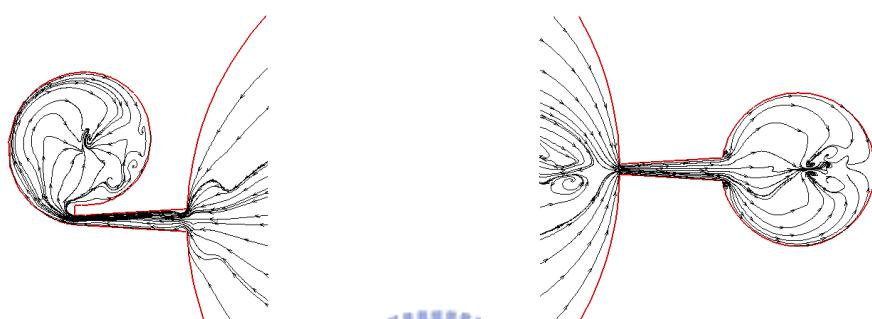


(d) $t=0.9T$

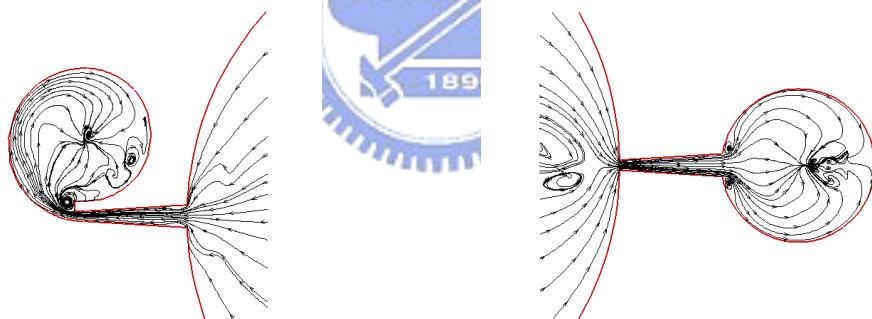
圖 4.45 背壓 = 0 Pa，吸水模式，Model A1 在不同時間下之流場圖 ($z=0.11115\text{mm}$)



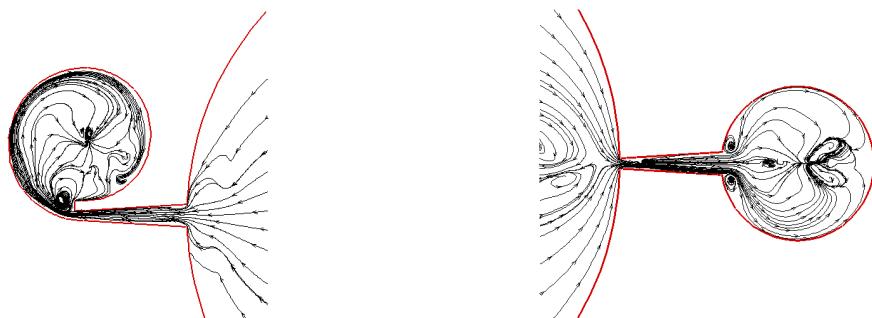
(a) $t=0.1T$



(b) $t=0.2T$

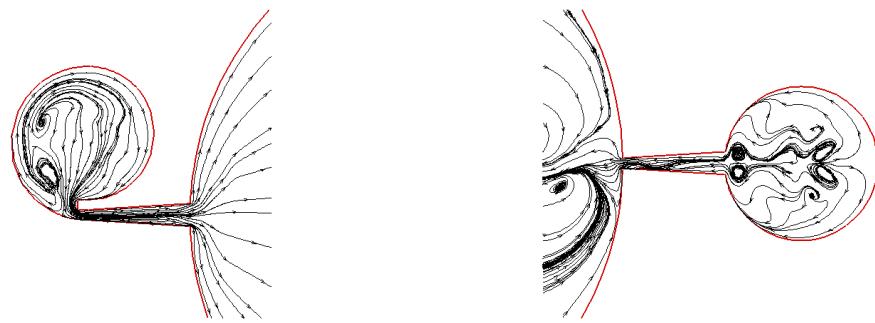


(c) $t=0.3T$

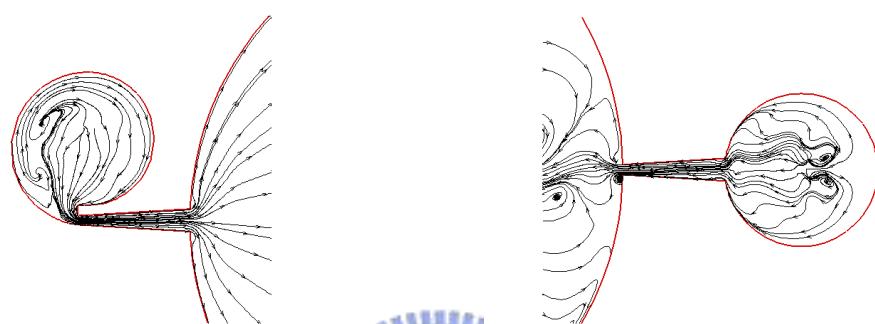


(d) $t=0.4T$

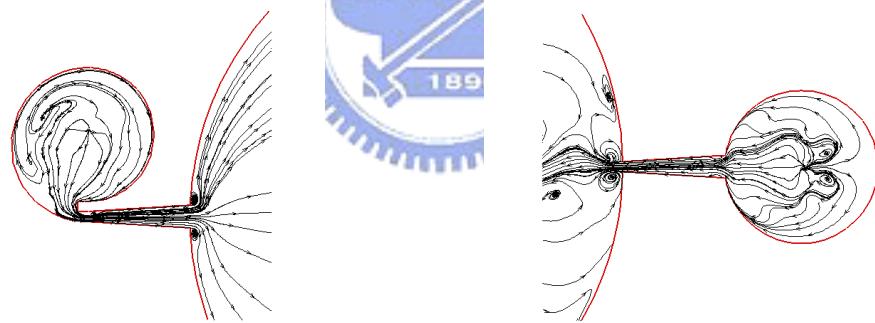
圖 4.46 背壓 = 0 Pa，排水模式，Model A2 在不同時間下之流場圖 ($z=0.11115\text{mm}$)



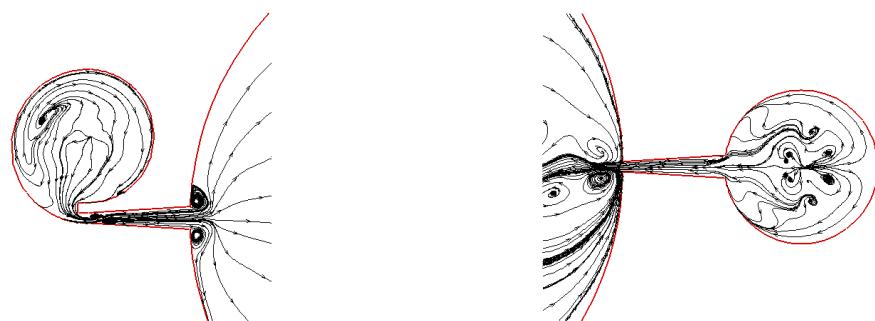
(a) $t=0.6T$



(b) $t=0.7T$

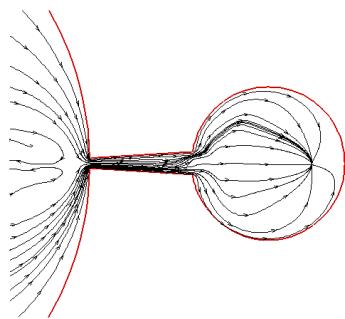
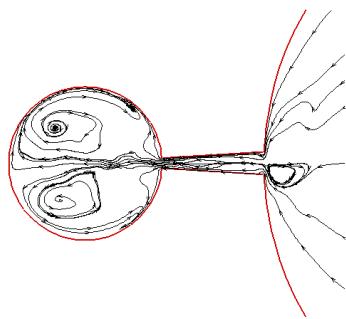


(c) $t=0.8T$

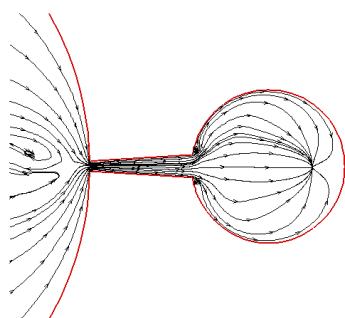
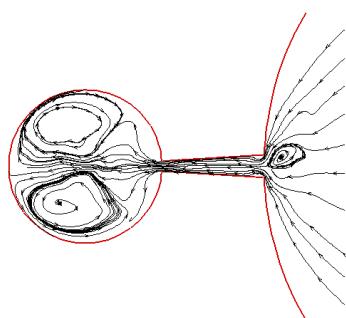


(d) $t=0.9T$

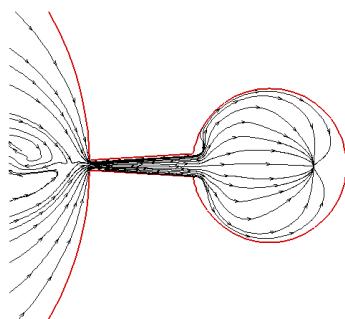
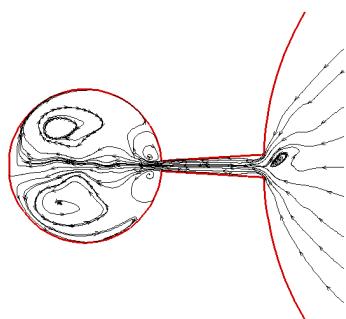
圖 4.47 背壓 = 0 Pa，吸水模式，Model A2 在不同時間下之流場圖($z=0.11115\text{mm}$)



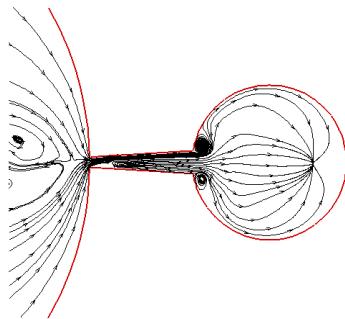
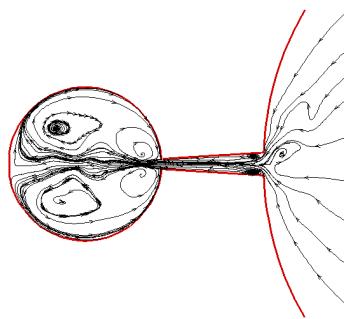
(a) $t=0.1T$



(b) $t=0.2T$

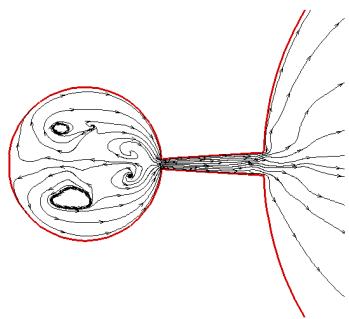


(c) $t=0.3T$

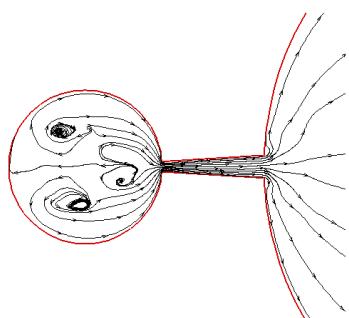
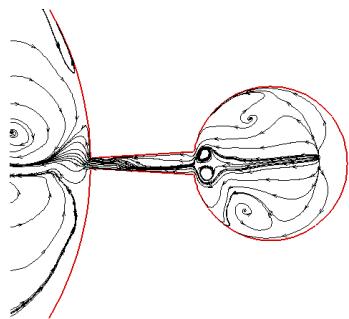


(d) $t=0.4T$

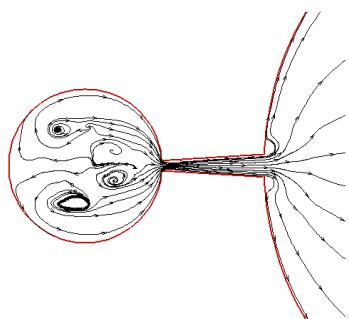
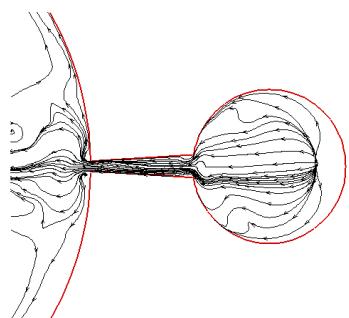
圖 4.48 背壓 = 0 Pa，排水模式，Model B1 在不同時間下之流場圖 ($z=0.11115\text{mm}$)



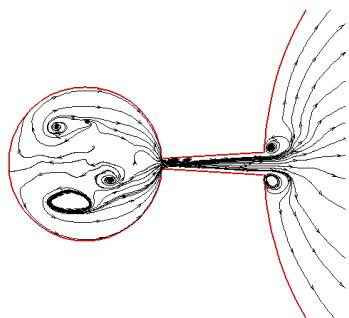
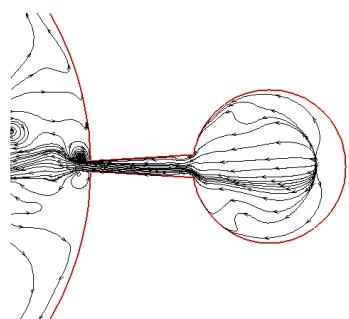
(a) $t=0.6T$



(b) $t=0.7T$



(c) $t=0.8T$



(d) $t=0.9T$

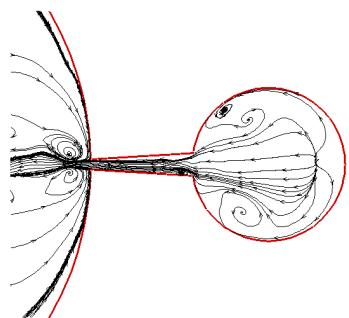
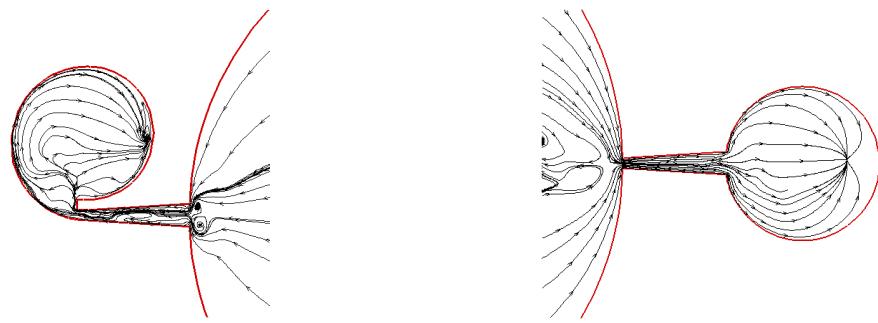
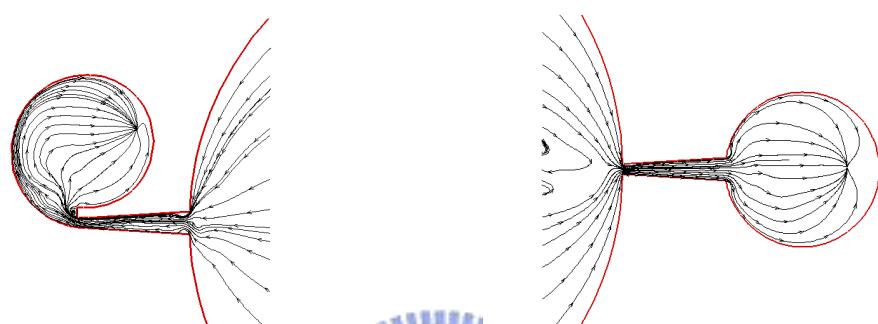


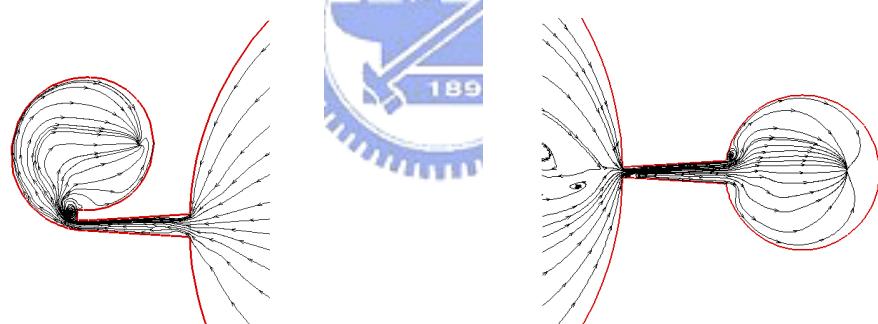
圖 4.49 背壓 = 0 Pa，吸水模式，Model B1 在不同時間下之流場圖 ($z=0.11115\text{mm}$)



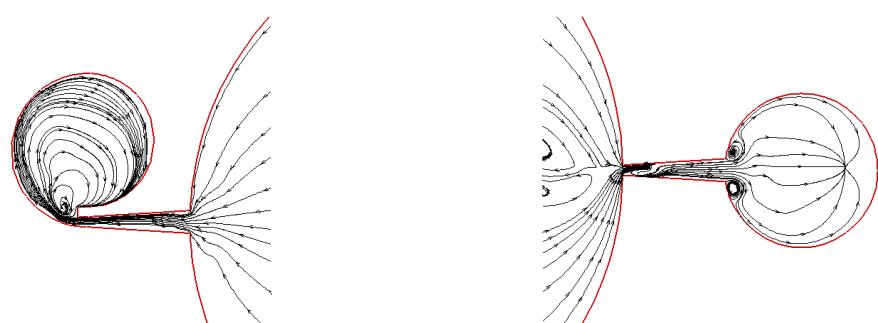
(a) $t=0.1T$



(b) $t=0.2T$

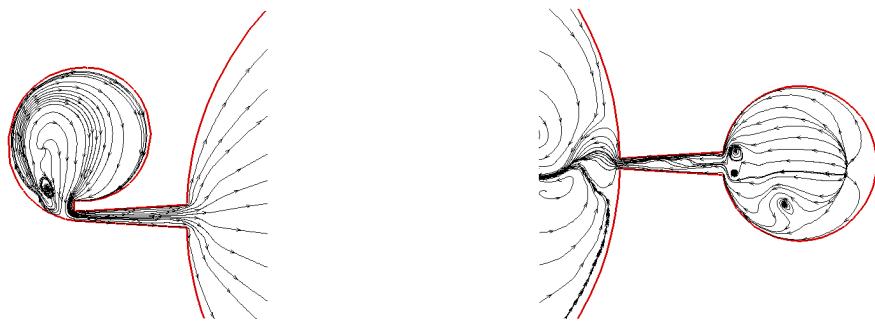


(c) $t=0.3T$

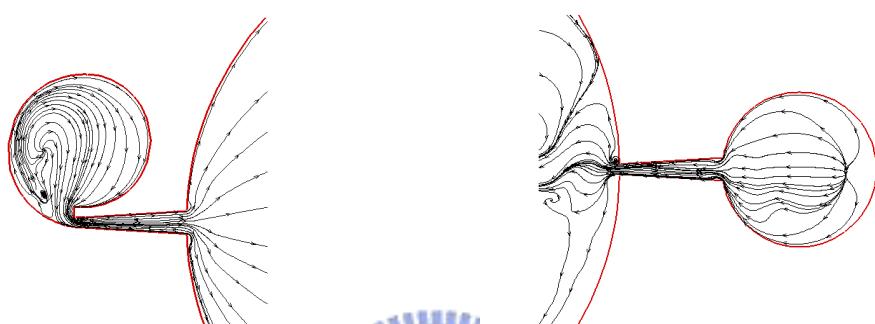


(d) $t=0.4T$

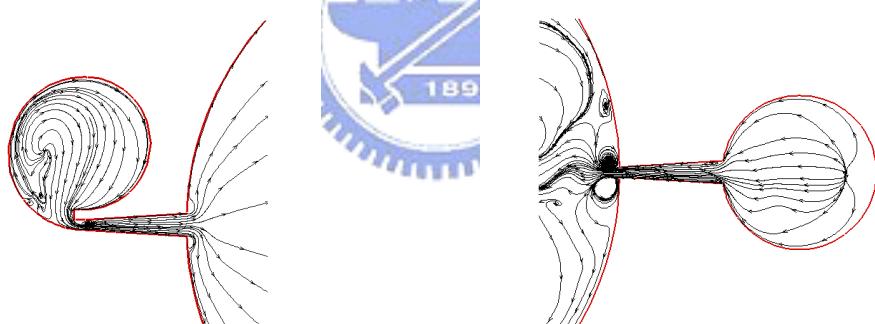
圖 4.50 背壓 = 0 Pa，排水模式，Model B2 在不同時間下之流場圖($z=0.11115\text{mm}$)



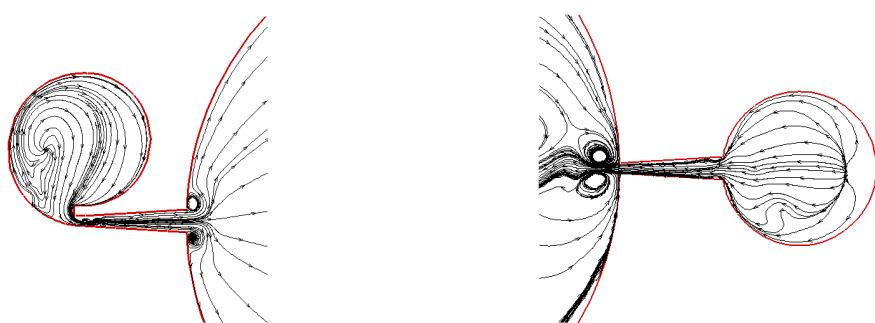
(a) $t=0.6T$



(b) $t=0.7T$



(c) $t=0.8T$



(d) $t=0.9T$

圖 4.51 背壓 = 0 Pa，吸水模式，Model B2 在不同時間下之流場圖 ($z=0.11115\text{mm}$)