

國立交通大學
機械工程學系
碩士論文

具加勁揚聲板之最佳化設計

**Optimum Design of Stiffened Composite Sound Radiating
Panels**



研究生：游政霖

指導教授：金大仁

中華民國九十七年七月

具加勁揚聲板之最佳化設計

Optimum Design of Stiffened Composite Sound Radiating Panels

研究生：游政霖

Student : Cheng-Lin Yu

指導教授：金大仁 博士

Advisor : Tai-Yan Kam

國立交通大學

機械工程學系



A Thesis

Submitted to Department of Mechanical Engineering
College of Engineering

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Mechanical Engineering

September 2008

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年七月

具加勁揚聲板之最佳化設計

研究生：游政霖

指導教授：金大仁 博士

國立交通大學機械工程研究所

摘要

本文首先探討不同彈性支承及板的剛性對複合材料揚聲板之聲壓曲線的影響，其中分別利用波浪型與 L 型的支承來製作揚聲器，由所量得的聲壓曲線得知彈性支承對本文所討論的揚聲板的聲壓並無太大影響，但板的剛性卻對中音谷的發生有重要的影響，故本文在改善中音谷的方法為使用複合材料來加勁振動板。板在振動時，不良的振形會導致在某些頻段下，聲壓的輸出產生落差。本文應用驗證過的 ANSYS 有限元素模型對揚聲板作分析，並找出這些不良的振形。在這些變型量較大的振形上採取加勁的方式，並利用最佳化設計方法設計加勁條的尺寸以抑制板的變形，同時考慮不同設計模型，藉加上權重函數並在維持一定的聲壓感度下，求出適當的加勁條大小，使揚聲器能有更好的聲壓曲線表現。本文亦用實驗驗證所提設計方法的可行性。

Optimum Design of Stiffened Composite Sound Radiating Panels

Student : Cheng-Lin Yu

Advisor : Dr. Tai-Yan Kam

Department of Mechanical Engineering
National Chiao Tung University

ABSTRACT

In this thesis, the first part studies the effects of elastic suspensions and panel rigidity on the sound pressure level (SPL) curves of composite sound radiating panels. The SPL curves measured by the used of wave-type suspensions and L-type suspensions in loudspeakers have shown that these effects are minimal. But, the effects of panel rigidity are too significant to be neglected. In order to improve the smoothness of SPL curve, composite stiffeners are added to the radiating plate to suppress the mid-frequency dip of the SPL curve. In the theoretical study, some mode shapes of the radiating plate that may have adverse influences on the sound radiation in certain frequency ranges are determined using a verified ANSYS FEA model. An optimal design method is proposed to determine the dimensions of the stiffeners for different stiffening patterns. For each stiffening pattern, the optimal stiffener sizes are determined to suppress the detrimental modes which are harmful to sound radiation and make the SPL curve smoother and the speaker possess higher sensitivity. Experiments are performed to verify the feasibility of the proposed design of the loudspeaker.

誌謝

在這短短的兩年碩士求學過程，充滿許多難忘的回憶，對我的人生影響重大，要感謝我的老師、家人、女友、同學及朋友對我求學的全力支持，讓我可以無憂無慮地完成我的學業。

感謝指導教授金大仁博士的耐心指導，讓我能完成學業及論文外，學習到正確的求學態度及做人處世的道理。感謝偉芬學姐、學長志明、清榮、昌毅、于昇、崧任、國真、永立、聖傑、魁原、和宗鴻的照顧，提供我許多學業上及生活上的協助，並在我遇到困難時，提供寶貴的意見。

感謝同窗好友宏銘、建儒、志傑、捷凱在這兩年來的互相勉勵，讓我在學習過程中不會感到孤單，感謝學弟致翔、奕樵、秉達、恩寶讓我的生活充滿歡樂，僅以此文獻給所有關心我的人

政霖 2008.7 于交大

目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	vi
圖目錄	vii
一、	緒論.....	1
1-1	前言.....	1
1-2	研究方法.....	2
1-3	文獻回顧.....	3
二、	揚聲板的振動分析.....	5
2-1	一階剪變形平板理論.....	5
2-1.1	基本假設.....	5
2-1.2	應力應變關係.....	6
2-1.3	構成方程式(governing equation).....	8
2-2	揚聲板的彈性支承.....	9
2-3	應變能與動能.....	10
2-4	特徵值與特徵向量.....	11
2-5	受外力的振動系統.....	12
三、	ANSYS 有限元素分析與聲壓計算.....	15
3-1	ANSYS 有限元素模型之建立.....	15
3-1.1	模擬元素的選擇.....	15
3-1.2	ANSYS 模型建立步驟.....	16
3-2	ANSYS 模擬分析中各參數的取得.....	19
3-2.1	系統質點元素的參數.....	19
3-2.2	系統彈簧元素的參數.....	19
3-2.3	激振力的給定.....	20
3-2.4	阻尼比的給定.....	20
3-3	聲壓的計算及應用.....	21
3-3.1	聲壓波動方程式.....	21
3-4	ANSYS 聲壓模擬之驗證.....	24
四、	平面揚聲器之研製及各項實驗.....	25
4-1	揚聲器之製作.....	25
4-1.1	具複合材料加勁振動板之製作.....	25
4-1.2	懸邊之製作.....	26

4-1.3	玻纖支承之製作.....	26
4-2	揚聲器之組裝.....	26
4-3	揚聲器各種實驗程序.....	27
4-3.1	阻尼量測實驗.....	27
4-3.2	聲壓實驗.....	28
4-3.3	阻抗量測實驗.....	29
4-3.4	參數量測實驗.....	29
五、	最佳化總域極小化理論.....	30
5-1	最佳化設計.....	31
5-2	區域極小化程序.....	32
5-3	廣義拉格蘭吉乘子方法.....	35
六、	揚聲板加勁之最佳設計.....	36
6-1	彈性支承對聲壓曲線影響.....	36
6-2	加勁條之最佳化設計.....	37
6-3	最佳化方法之建立.....	38
6-4	加勁最佳化結果與實驗結果.....	40
七、	結論與未來研究方向.....	44
7-1	結論.....	44
7-2	未來研究方向.....	45
參考文獻	46



表 目 錄

表 6-1	材料常數表.....	48
表 6-2	第一組隨機起始與給予起始之最佳化結果比較表.....	48
表 6-3	第二組增加權重函數之最佳化結果比較表.....	49
表 6-4	不同加勁平板在中音谷與聲壓感度比較表.....	49



圖目錄

圖 1-1	錐盆式揚聲器.....	50
圖 1-2	平面式揚聲器.....	50
圖 2-1	複合材料積層板座標系統.....	51
圖 2-2	複合材料積層板沿厚度方向之合力與合力矩.....	52
圖 2-3	複合材料三明治板之邊界條件.....	53
圖 2-4	頻率-位移圖.....	53
圖 2-5	Rayleigh Damping.....	54
圖 3-1	ANSYS 模擬 MODEL.....	54
圖 3-2	純巴沙木振動板揚聲器阻抗曲線.....	55
圖 3-3	純巴沙木振動板揚聲器參數值.....	55
圖 3-4	以雷射測速儀量測振動板中心點的位移響應.....	56
圖 3-5	聲壓距離示意圖.....	57
圖 3-6	中間具加勁 4mm 玻纖條之平板.....	57
圖 3-7	純巴沙木平板揚聲器實驗與模擬聲壓曲線比較圖.....	58
圖 3-8	中間具加勁 4mm 玻纖條揚聲器實驗與模擬聲壓曲線比較圖.....	58
圖 4-1	振動板之振形.....	59
圖 4-2	揚聲器結構圖.....	59
圖 4-3	疊層順序.....	60
圖 4-4	熱壓機.....	60
圖 4-5	複合材料積層板之加熱加壓硬化成型製程.....	61
圖 4-6	揚聲器振動板.....	61
圖 4-7	彈性絹布懸邊製作.....	62
圖 4-8	玻纖波浪支承.....	62
圖 4-9	揚聲器製作完成品.....	63
圖 4-10	阻尼比量測實驗架設圖.....	63
圖 4-11	聲壓量測實驗架設圖.....	64
圖 5-1	能量守恆觀點最小值示意圖.....	64
圖 6-1	L 型碳纖彈性支承.....	65
圖 6-2	以 L 型碳纖為彈性支承之揚聲器完成品.....	65
圖 6-3	兩種不同彈性支承之聲壓曲線比較.....	66
圖 6-4	純巴沙木平板在 1230Hz 之振動模態.....	66
圖 6-5	純巴沙木平板在 1860Hz 之振動模態.....	67
圖 6-6	第一組平板最佳化加勁圖.....	67
圖 6-7	第一組最佳化模型隨機起始點之目標函數收斂圖.....	68
圖 6-8	第一組最佳化模型給予起始點之目標函數收斂圖.....	68

圖 6-9	第二組平板最佳化加勁圖.....	69
圖 6-10	第二組最佳化模型未增加權重函數之目標函數收斂圖.....	69
圖 6-11	第二組最佳化模型增加權重函數之目標函數收斂圖.....	70
圖 6-12	第一組與第二組最佳化結果之聲壓曲線比較.....	70
圖 6-13	有無增加權重函數之第二組最佳化模型之聲壓曲線比較.....	71
圖 6-14	最佳化理論結果與實驗結果之聲壓曲線比較.....	71
圖 6-15	最佳化實驗結果與具 4mm 玻纖條加勁平板之聲壓曲線比較	72
圖 6-16	中間具 4mm 加勁條平板在中音谷頻率之振動形態.....	72
圖 6-17	最佳化加勁平板在中音谷頻率之振動形態.....	73
圖 6-18	最佳化實驗結果與碳纖三明治板之聲壓曲線比較圖.....	73



第一章 緒論

1-1 前言

複合材料為一非等向性材料，可藉由不同的疊層角度、編織方式與成分比例，來達到所需求的強度，比起傳統的厚重的金屬材料，具有強度高、質量輕以及抗彎性佳的特性，其中以纖維強化的複合材料應用較廣，此種材料在纖維方向具有相對於同等密度之材料較高強度、高勁度之特性，所以可以透過不同疊層的角度或不同的疊層方式之設計來達到實際需求上具備輕質量、高強度、設計上變化性大的材料。目前複合材料已被廣泛的應用在航太、造船、飛彈、汽車、休閒運動器材等對於重量敏感及有高強度需求的結構上。

平面揚聲器主要是由音圈在激振磁場中推動振動板，藉由振動板擺動而推動空氣來產生聲音。近年來，許多揚聲器的揚聲板也逐漸由單一材料構成之振動板，改以複合材料板取代。一個好的揚聲器必須在聲壓曲線的表現上要越平滑越好。而影響聲壓曲線最主要為揚聲板的製作，優異的揚聲板必須有兩大特點，一為高剛性，使振動過程中之板變形量十分微小，進而產生平穩之聲壓值；二為重量輕，能夠以較小之出力產生相同或更高之輸出功率，即可減少輸入訊號之功率，而達到低耗電量、省電的優勢。

本文內容包括製作出符合揚聲器系統的彈性支承，使整體揚聲器系統在 f_0 下降時，仍能保持振動板穩定的往復運動；利用最佳化設計方法，在既定的規格尺寸下，尋求最佳的加勁方式，使加勁振動板在振動及揚聲行為，有一好的聲壓表現，以提高揚聲器的聲壓位準及其平滑程度。

1-2 研究方法

近年來，受到電視與顯示器的平面化影響，所搭配的揚聲器也由傳統錐盆式揚聲器（圖 1-1）改為平面式揚聲器（圖 1-2）。

平面式揚聲器因振動板在第一自然頻率 F_0 之後，板在振動過程會伴隨發生彎曲變形，在中音域會出現一明顯之落差，稱之為中音谷。為改善中音谷問題，以往提高對振動板剛性的加勁方式是在整面巴沙木板上下個熱壓上一層碳纖預浸材，此種由兩層碳纖夾一層巴沙木的結構一般稱之為三明治結構，但是由於加勁的面積及質量太大使得揚聲器感度下降，降低了整個揚聲器的增益。

本文即是使用最佳化程式設計出適當的加勁振動板，使揚聲器在聲壓曲線上有一良好的表現。研究方法首先針對純巴沙木板作探討，利用 ANSYS 有限元素分析軟體，找出聲壓位準產生落差的頻率，並找出該頻率下巴沙木板的振動模態，在減少加勁面積的同時仍能抑制板的變形，維持聲壓曲線的平滑，並提高聲壓感度。

實驗方面，根據既定尺寸 76.4x26.4mm 之揚聲板（圖 1-2），利用最佳化程式所得的加勁方法，完整組裝後再由 LMS 聲壓測試系統量測聲壓、阻抗及其它參數，再利用 PULSE 訊號分析儀及 Polytec OFV350 雷射測速儀量測揚聲器系統自然頻率。

分析方面，利用 ANSYS 有限元素分析軟體建立一個與實體幾何相同的模型，進而分析結構之自然頻率、模態，將分析出來的自然頻率與實驗數值比較，驗證模型的正確性及探討其收斂性；接著再進行簡諧激振分析，計算出不同激振頻率下振動板所有節點之振幅及相位角，輸入由聲壓公式所寫成的 Fortran 程式計算聲壓並由 LMS 聲壓軟體繪製出模擬聲壓曲線，將模擬曲線與實驗結果相對照，以驗證模擬的正確性。當整個模型驗證無誤之後，開始嘗試不同加勁方式，探討振形與聲壓之關係，以求平滑之聲

壓曲線，再由實驗驗證是否與分析吻合。

1-3 文獻回顧

在分析平板的理論方面，從古典板理論(Classical Plate Theory，簡稱 CPT)[1]改進而成的古典積層板理論(Classical Plate Laminated Theory)，對於複合材料薄板的力學分析已能得到不錯的結果，但只適用於長厚比大於 80 之平板；對於厚板而言，由於複合材料積層板之側向剪力模數(Shear modulus)比沿纖維方向的楊氏係數(Young's modulus)低很多，且在厚度上較薄板高出許多，因此容易產生側向剪變形，所以古典板理論不適合分析較厚之複合材料板。為此，Mindlin 提出了一階剪變形理論(The First-order Shear Deformation Theory，簡稱 FSDT)[2]，首先將側向剪力的影響加以考慮，但是因為假設側向剪力分布為常數，並不符合實際的情況，於是 Whitney[3、4]便提出了剪力修正因子來加以修正，此種理論比較適合用在長厚比大於 15 的結構上；之後，學者又提出了各種高階剪變形的理論，雖有提高理論值與實際狀況相比之準確性，但其計算上比較複雜許多，而本文中使用的複合材料結構板仍以一階剪變形理論為主，來分析振動板之變形行為。

在研究三明治板的文獻方面，Reissner[5]推導 governing eqn.應用在小變形、等向性的三明治板，文獻假設面層像薄膜，而且忽略了中心層平行面層的應力。從此，許多文獻也在三明治板的理論慢慢的變化。後來 Liaw and Little[6]根據 Reissner 理論解出了多層三明治結構彎曲的問題。Azar[7]延伸 Liaw and Little 的結果來討論非等向性面層。O'Connor[8]提出用有限元素來分析三明治結構，他用平面彈性元素來構建中心層，樑元素來構建面層。Kanematsu[9]用 Ritz method 來分析矩型板的彎曲和振動。M. Chiba[10]與 P.M. Ciancio[11]也是利用 Ritz method 模擬具附加質量之 cantilever plate 模態行為。

對於聲學與聲壓計算方面，Morse[12]中推導出了聲源在空氣中傳遞之聲壓方程式，在 Takeo[13]中引用出有限元素之聲壓方程式，而 Tan[14]中討論了藉由促動器(actuator)主動控制對平板之聲場的影響。

文獻[15]中陳述了關於揚聲器量測的各參數的討論，文獻[16]中則討論了傳統半圓型或波浪型的彈性懸邊的設計及研製過程。文獻[17]中探討改變加勁方法可以改變平板系統的自然頻率，文獻[18]中陳述了使用複合材料對聲壓曲線的改善，文獻[19]討論了最佳化方法使用在求解複合材料積層板的材料常數。



第二章 揚聲板的振動分析

本章探討揚聲板的振動分析。由於本文揚聲板厚度為 1mm，因此使用一階剪變形平板理論來進行分析。在 ANSYS 模擬軟體中，選擇殼元素 SHELL91 做為模擬元素，在有加勁部分的區塊，加勁部分為一三明治疊層結構，則打開 SHELL91 的三明治選項，以模擬出揚聲板真實振動行為。

2-1 一階剪變形平板理論

2-1.1 基本假設

一階剪變形理論 FSDT(The First Order Shear Deformation Theory)來作為積層板分析的基礎，其基本假設如下：

- 1.板的長、寬為板的厚度的 15 倍以上。
- 2.板的截面變形後仍保持平面。
- 3.厚度仍保持不變，即 $\varepsilon_z=0$ 。
- 4.板的變形量 u, v, w 很小。

其位移場的假設如下：

$$\begin{aligned}u &= u_0(x, y, t) + z\theta_x(x, y, t) \\v &= v_0(x, y, t) + z\theta_y(x, y, t) \\w &= w(x, y, t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

其應變場如下：

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} = u_{0,x} + z\theta_{x,x} = \varepsilon_1^0 + z\kappa_1^0 \\ \varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial y} = v_{0,y} + z\theta_{y,y} = \varepsilon_2^0 + z\kappa_2^0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_4 &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = w_{,y} + \theta_y \\ \varepsilon_5 &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = w_{,x} + \theta_x \\ \varepsilon_6 &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = (u_{0,y} + v_{0,x}) + z(\theta_{x,y} + \theta_{y,x}) = \varepsilon_6^0 + z\kappa_6^0\end{aligned}\quad (2.2)$$

其中 u 、 v 、 w 分別代表積層板在 x 、 y 、 z 方向之位移量， t 代表時間， u_0 、 v_0 分別代表積層板中間面在 x 、 y 方向上的位移，而 $\theta_x = -\frac{\partial w}{\partial x}$ 、 $\theta_y = -\frac{\partial w}{\partial y}$ 是

剪應變所產生之旋轉量(Shear Rotation)。

而中間面之曲率為

$$\begin{aligned}\kappa_1^0 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \kappa_2^0 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \kappa_6^0 &= -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\end{aligned}$$



2-1.2 應力應變關係

複合材料積層板是由多層薄片(Lamina) 疊合而成的，而每一層的纖維排列方向與積層板主軸方向夾一 θ^n 角(如圖 2-1)，則在材料座標系 $X'Y'Z'$ 座標的構成方程式(Constitutive Equation)為：

$$\bar{\sigma}_{5 \times 1} = \bar{Q}_{5 \times 5}^n \bar{\varepsilon}_{5 \times 1}\quad (2.3)$$

其中

$$\underline{\bar{Q}}_{5 \times 5}^n = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^n & \bar{Q}_{12}^n & 0 & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12}^n & \bar{Q}_{22}^n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66}^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44}^n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{55}^n \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

且

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11}^n &= \frac{E_1^n}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} & \bar{Q}_{12}^n &= \frac{E_2^n \nu_{12}}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} \\ \bar{Q}_{22}^n &= \frac{E_2^n}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} & \bar{Q}_{66}^n &= G_{12}^n \\ \bar{Q}_{44}^n &= G_{23}^n & \bar{Q}_{55}^n &= G_{13}^n \end{aligned} \quad (2.5)$$

其中 \bar{Q}_{ij}^n 為彈性係數， E_i^n 為楊氏模數， ν_{ij} 為蒲松比， G_{ij}^n 為剪力模數。

由座標轉換的關係，求出積層平板主軸方向 XYZ 座標系的應力及應變關係

$$\underline{\sigma}_{5 \times 1}^n = (\underline{T}^n)^{-1} \underline{\bar{Q}}_{5 \times 5}^n [(\underline{T}^n)^{-1}]_{5 \times 5}^t \underline{\varepsilon}_{5 \times 1}^n = \underline{Q}_{5 \times 5}^n \underline{\varepsilon}_{5 \times 1}^n \quad (2.6)$$

其中

$$(\underline{T}^n)^{-1}_{5 \times 5} = \begin{bmatrix} C^2 & S^2 & -2SC & 0 & 0 \\ S^2 & C^2 & 2SC & 0 & 0 \\ SC & -SC & C^2 - S^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & S \\ 0 & 0 & 0 & -S & C \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

其中

$$C = \cos(\theta^n) \quad S = \sin(\theta^n)$$

而

$$\underline{Q}_{5 \times 5}^n = \begin{bmatrix} Q_{11}^n & Q_{12}^n & Q_{16}^n & 0 & 0 \\ Q_{12}^n & Q_{22}^n & Q_{26}^n & 0 & 0 \\ Q_{16}^n & Q_{26}^n & Q_{66}^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44}^n & Q_{45}^n \\ 0 & 0 & 0 & Q_{45}^n & Q_{55}^n \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

其中 $\underline{\bar{Q}}_{5 \times 5}^n$ 矩陣與 $\underline{Q}_{5 \times 5}^n$ 矩陣間之關係為：

$$\begin{aligned} Q_{11}^n &= \bar{Q}_{11}^n C^4 + 2(\bar{Q}_{12}^n + 2\bar{Q}_{66}^n) C^2 S^2 + \bar{Q}_{22}^n S^4 \\ Q_{12}^n &= (\bar{Q}_{11}^n + \bar{Q}_{22}^n - 4\bar{Q}_{66}^n) C^2 S^2 + \bar{Q}_{12}^n (C^4 + S^4) \\ Q_{22}^n &= \bar{Q}_{11}^n S^4 + 2(\bar{Q}_{12}^n + 2\bar{Q}_{66}^n) C^2 S^2 + \bar{Q}_{22}^n C^4 \\ Q_{16}^n &= (\bar{Q}_{11}^n - \bar{Q}_{12}^n - 2\bar{Q}_{66}^n) C^3 S + (\bar{Q}_{11}^n - \bar{Q}_{12}^n + 2\bar{Q}_{66}^n) C S^3 \\ Q_{26}^n &= (\bar{Q}_{11}^n - \bar{Q}_{12}^n - 2\bar{Q}_{66}^n) C S^3 + (\bar{Q}_{11}^n - \bar{Q}_{12}^n + 2\bar{Q}_{66}^n) C^3 S \\ Q_{66}^n &= (\bar{Q}_{11}^n + \bar{Q}_{22}^n - 2\bar{Q}_{12}^n - 2\bar{Q}_{66}^n) C^2 S^2 + \bar{Q}_{66}^n (C^4 + S^4) \\ Q_{44}^n &= \bar{Q}_{44}^n C^2 + \bar{Q}_{55}^n S^2 \\ Q_{45}^n &= \bar{Q}_{55}^n C S - \bar{Q}_{44}^n C S \\ Q_{55}^n &= \bar{Q}_{44}^n S^2 + \bar{Q}_{55}^n C^2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

2-1.3 構成方程式(governing equation)

因複合材料積層板與一般平板理論有所差異，其差異性在於複合積層平板必須考慮到每一層薄片的力學性質，然後再將它們累加起來，始可得到合應力及合應力矩(Stress and Moment Resultants) (如圖 2-2)，複合積層平板之應力與應力矩為

$$N_i = \sum_{n=1}^N \int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_{ij}^n \varepsilon_{ij} dz = \sum_{n=1}^N \int_{Z_n}^{Z_{n+1}} Q_{ij}^n (\varepsilon_j^0 + z \kappa_j^0) dz = A_{ij} \varepsilon_j^0 + B_{ij} \kappa_j^0$$

$$M_i = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} z Q_{ij}^n \varepsilon_{ij} dz = \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} Q_{ij}^n (z \varepsilon_j^0 + z^2 \kappa_j^0) dz = B_{ij} \varepsilon_j^0 + D_{ij} \kappa_j^0 \quad (2.10)$$

其中

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^n dz = \sum_{n=1}^N Q_{ij}^n (z_{n+1} - z_n) \\ B_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^n z dz = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N Q_{ij}^n (z_{n+1}^2 - z_n^2) \\ D_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^n z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^N Q_{ij}^n (z_{n+1}^3 - z_n^3) \end{aligned} \quad (i,j=1,2,6) \quad (2.11)$$

其中 z_n 為第 n 層薄板之表面到中間面的距離， A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} ($i,j=1,2,6$) 分別代表拉伸、偶合、彎曲勁度矩陣(Extensional Stiffness Matrix、Coupling Stiffness Matrix、Bending Stiffness Matrix)，將合力及合力矩寫成矩陣形式如下：

$$\begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{0,x} \\ v_{0,y} \\ u_{0,y} + v_{0,x} \\ \theta_{x,x} \\ \theta_{y,y} \\ \theta_{x,y} + \theta_{y,x} \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

2-2 揚聲板的彈性支承

對於在平板邊界上有彈性支承的情況，可模擬成如圖2-3所示，邊界之彈性支承以橫向(Translation)及旋轉(Rotation)彈簧加以表示，而其所引起的應變能為：

$$U_T = \frac{1}{2} \int_S V_n w dS \quad (2.13)$$

$$U_R = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{2} \int_S M_n \phi^{(i)} dS \quad (2.14)$$

其中， U_T 為橫向彈簧所引起的應變能， U_R 為旋轉彈簧所引起的應變能， S 為彈性支承的邊界， V_n 為橫向力， M_n 為彎矩。

橫向力 V_n 及彎矩 M_n 可分別表示為：

$$V_n = K_{Ln} w \quad (2.15)$$

$$M_n = \sum_{i=1}^3 K_{Rn} \phi^{(i)} \quad (2.16)$$

將式(2.15)和(2.16)代入式(2.13)及(2.14)可將應變能表示為：

$$U_T = \frac{K_{L1}}{2} \int_0^b w^2 \Big|_{x=0} dy + \frac{K_{L2}}{2} \int_0^b w^2 \Big|_{x=a} dy + \frac{K_{L3}}{2} \int_0^a w^2 \Big|_{y=0} dx + \frac{K_{L4}}{2} \int_0^a w^2 \Big|_{y=b} dx \quad (2.17)$$

$$U_R = \sum_{i=1}^3 \left[\frac{K_{R1}}{2} \int_0^b (\phi_x^{(i)})^2 \Big|_{x=0} dy + \frac{K_{R2}}{2} \int_0^b (\phi_x^{(i)})^2 \Big|_{x=a} dy + \frac{K_{R3}}{2} \int_0^a (\phi_y^{(i)})^2 \Big|_{y=0} dx + \frac{K_{R4}}{2} \int_0^a (\phi_y^{(i)})^2 \Big|_{y=b} dx \right] \quad (2.18)$$

其中， K_{Ln} 為平板四邊的橫向剛性(Translational stiffness)， K_{Rn} 為平板四邊的旋轉剛性(Rotational stiffness)。

2-3 應變能與動能

考慮任一個單層複合材料層板，應變能可表示為：

$$U_p^{(i)} = \frac{1}{2} \int_V [\sigma^{(i)}]^T [\varepsilon^{(i)}] dV \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.19)$$

應用上式與(2.14)、(2.19)式，可求得 $U_p^{(1)}$ 、 $U_p^{(2)}$ 及 $U_p^{(3)}$ ，複合材料層板彎曲的應變能為：

$$U_p = \sum_{k=1}^3 U_p^{(k)} \quad (2.20)$$

總應變能 U 為複合材料層板彎曲的應變能 (U_p) 與彈性支承引起的應變能 (U_T 、 U_R) 之總和。

$$U = U_p + U_T + U_R \quad (2.21)$$

每一單層板的動能 $T^{(i)}$ 為：

$$T^{(i)} = \frac{\rho^{(i)}}{2} \iint \left[\left(\frac{\partial u_0^{(i)}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0^{(i)}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] dx dy$$

$$+ \frac{\rho^{(i)}}{2} \iint \left[\left(\frac{\partial \phi_x^{(i)}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_y^{(i)}}{\partial t} \right)^2 \right] dx dy \quad ; i = 1, 2, 3 \quad (2.22)$$

應用上式與(2.14)式，可求得 $T^{(1)}$ 、 $T^{(2)}$ 及 $T^{(3)}$ ，複合材料層板的最大動能為：

$$T = \sum_{i=1}^3 T^{(i)} \quad (2.23)$$

複合材料層板的總能量泛函 Π 可表示為：

$$\Pi = U - T \quad (2.24)$$

2-4 特徵值與特徵向量

一般探討結構系統的基本模態，係假設為無阻尼狀態下的自由振動模態，其運動方程式可寫為：

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = 0 \quad (2.25)$$

其中， $[M]$ 為質量矩陣； $[K]$ 為勁度矩陣； $\{X\}$ 為位移向量；而對任何線性結構系統而言(該系統之受力與變形關係為線性)，上式中之 $[M]$ 、 $[K]$ 均為實數對稱(Real Symmetric)矩陣。

求解任何線性結構系統時，通常假設在結構系統中，各不同部位之振動為簡諧運動，且其振頻與相位均為相同，即

$$\{X\} = \{\Phi\} e^{i\omega t} \quad (2.26)$$

$$\{\ddot{X}\} = -\omega^2 \{X\} = -\lambda \{X\} \quad (2.27)$$

其中 $\{\Phi\}$ 為實向量； ω 為簡諧運動之角頻率； $\lambda = \omega^2$ 。

代回式(2.36)可得：

$$([K] - \omega^2 [M]) \{\Phi\} e^{i\omega t} = \{0\} \quad (2.28)$$

上式中 $\{\Phi\}$ 有非零解之條件為 $[K] - \omega^2 [M]$ 為奇異性(Singular)，亦即為：

$$\det |[K] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (2.29)$$

上式即為此系統之特徵方程式， ω_r 為系統之第 r 各自然頻率，而相對應之 $\{\Phi\}_r$ 為特徵向量，寫成矩陣型式為：

$$\begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & \omega_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}, [\Psi] = [\{\Phi\}_1 \cdots \{\Phi\}_r \cdots]$$

2-5 受外力的振動系統



假設此系統具有比例阻尼(Proportional Damping)

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (2.30)$$

其中 α 、 β 將以下述之 Bandwidth Method 和 Rayleigh Damping 取得：

(一) Bandwidth Method

如圖 2-4 所示為一振動板中心之頻率-響應圖，其中 Peak response 為某一共振頻率相對應之振幅， f_1 及 f_2 為曲線和 $peak/\sqrt{2}$ 之交點。利用下式求得共振頻率之阻尼比：

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (2.31)$$

ξ 為此共振頻率之阻尼比。

(二)Rayleigh Damping

由 Bandwidth Method 得到每一共振頻率相對應之阻尼比後，可從任二組共振頻率響應得到系統阻尼比(如圖 2-5 所示)。利用下式可以求得系統 α -damping 和 β -damping：

$$\xi_i = \alpha / (2\Omega_i) + \beta(\Omega_i/2) \quad (2-32)$$

ξ_i ：第 i 個模態之阻尼比

Ω_i ：第 i 個模態之角自然頻率

α ：與質量矩陣有關的阻尼比

β ：與勁度矩陣有關的阻尼比

振動系統之運動方程式可寫為：

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\}\sin\omega t \quad (2.33)$$

因為 $[M]$ 、 $[K]$ 、 $[C]$ 為實對稱矩陣，所以我們將其對角化為：

$$[\Psi]^T[M][\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & m_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}$$

$$[\Psi]^T[K][\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & k_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$[\Psi]^T[C][\Psi] = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & c_r^2 & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}$$

我們將 $\{X\} = [\Psi]\{x\}$ 代入(2.43)式並乘上 $[\Psi]^T$ 可改寫成為：

$$[m_r]\{\ddot{x}\} + [c_r]\{\dot{x}\} + [k_r]\{x\} = [\Psi]^T\{F\}\sin\omega t \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (2.35)$$

即可求得

$$x_r = \frac{F_r}{k_r} \left(\frac{1 - \eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + (2c_r \eta)^2} + j \frac{2c_r \eta}{(1 - \eta^2)^2 + (2c_r \eta)^2} \right) \quad (2.36)$$

其中 $\eta = \bar{\omega} / \omega_r$

因此，系統響應 $\{X\}$ 可得：

$$\{X\} = [\Psi] \{x\} = \sum_{r=1}^n \{\Phi\}_r x_r \quad (2.37)$$



第三章 ANSYS 有限元素分析與聲壓計算

本章敘述 ANSYS 模擬元素的選擇、模型的建立步驟、實驗上分析參數的取得，介紹計算揚聲器聲壓曲線的聲壓公式。最後驗證模型的正確性。

3-1 ANSYS 有限元素模型之建立

3-1.1 模擬元素的選擇

平面揚聲器之揚聲板通常為一複合材料疊層結構，中心層為巴沙木材料，表層熱壓上碳纖預浸材或玻纖預浸材。為了使揚聲板在 ANSYS 有限元素分析軟體中，能有一個真實的模擬分析，且符合一階剪變形平板理論，故可以選擇 ANSYS 中的殼元素 SHELL91 元素或 SHELL99 元素，兩種元素最主要的差異在於 SHELL91 元素可用在非線性的結構且具有三明治選項。SHELL91 具有 6 個自由度，每個元素有 8 個節點，常被用來模擬具疊層之殼狀結構或三明治結構。當心層厚度遠大於面層及心層強度遠小於面層時，即為三明治結構。而在開啟三明治選項時，必需要遵守心層厚度大於疊層總厚度的 $5/7$ ，最好大於 $5/6$ ，且面層的楊氏系數大於心層楊氏系數 4 倍，最好是超過 100 倍。

在本文中所探討的加勁振動板，在加勁部份為三明治結構，故本文在模擬揚聲板的振動行為，選用 SHELL91 元素做為模擬元素，並在加勁區塊開起三明治選項，以符合揚聲器真實情況。

而音圈及懸邊對振動板的變形影響較小，所以僅用 mass21 元素來模擬音圈的質量效應，另外以 spring-damper14 彈簧元素模擬系統的等效支承。

3-1.2 ANSYS 模型建立步驟

前處理部分：

1. Preprocessor → Element type：選擇振動板 shell91，彈簧元素 spring-damper 14，附加物質量點 mass21。
2. Preprocessor → Real constant：設定元素之參數，如彈簧常數等。
3. Preprocessor → Material Props → Material Models：設定各元素材料性質。
4. Preprocessor → Modeling：由點、線、面建立振動板的模型外觀。
5. Preprocessor → MeshTool：選擇元素參數、材料性質、各元素之尺寸大小，並分割元素。
6. Preprocessor → Modeling → Copy → Nodes：將必須建立懸邊(彈簧)的地方偏移複製，偏移之距離即為彈簧之長度。
7. Preprocessor → Modeling → Create → Elements → Auto Numbered →

Thru Nodes：逐一點選以兩個節點為一組之節點來建立彈簧元素，亦可由迴圈程式輔助完成此重複性動作。

8. Preprocessor → Modeling → Create → Keypoints → on Node：逐一點選音圈、支承部份的位置建立 Keypoints。

9. Preprocessor → MeshTool：選擇音圈、支承的元素參數。

10. Preprocessor → Coupling/Ceqn → Coincident Nodes：將音圈元素與振動板模型上相同位置之節點設定成具有相同的自由度，來模擬振動板上附加音圈的真實狀況。建立完成的模型(如圖 3-1 所示)。到此前處理即算完成，接下來可以做模態分析或是聲聲分析部分。

首先說明模態分析部分：

11. Solution → Analysis Type → New Analysis：選擇分析型態，自然頻率模態分析點選“Modal”。

12. Solution → Analysis Type → Analysis Options：No. of modes to extract 為要分析的模態個數。

13. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Displacement → On Nodes：限制彈簧元素另一端節點的全部自由度。

14. Solution → Solve → Current Ls：求解。

15. General Postproc → Results Summary：列出所有的自然頻率。

16. General Postproc → Read Results → By Pick：選出想看 Mode Shapes 的

自然頻率。

17. General Postproc → Plot Results → Contour Plot → Nodal Solu：再選

Nodal Solution → Z-Component of displacement，列出 Z 方向的位移。

即可得到自然頻率及模態。

如果要分析聲壓，在 ANSYS 部分如下：

11. Solution → Analysis Type → New Analysis：選擇分析型態，簡諧頻率

響應分析點選“Harmonic”。

12. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Displacement → On

Nodes：限制彈簧元素另一端節點的全部自由度。

13. Solution → Define Loads → Apply → Structural → Force/Moment → On

Nodes：在位於音圈位置上的節點施予 Z 方向且相角為零之推力。

14. Solution → Load Step Opts → Time/Frequenc → Damping：輸入系統阻

尼 α 、 β 的值。

15. Solution → Load Step Opts → Time/Frequenc → Freq and Substps：輸入

欲分析頻率響應之頻寬。

16. Solution → Solve → Current Ls：求解。

17. TimeHist Postpro → List Variables：輸出振動板模型全部節點的振幅及

相角。

由上面簡諧激振分析可得到以下資料：

1. 節點編號 NodeNo(i) 及位置 $x(i), y(i), z(i)$

2. 第 i 節點在第 j 頻率的振幅 $\text{Amplitude}(i,j)$ 及相角 $\text{phase}(i,j)$

3-2 ANSYS 模擬分析中各參數的取得

ANSYS 分析模擬的質點元素、彈簧元素的各參數和模擬音圈激振的施力皆可由實驗取得。如圖 3-2、圖 3-3 為純巴沙木振動板揚聲器的阻抗圖和參數值，以下先討論參數值中的 M_{ms} 、 C_{ms} 及 BL 值，其實驗過程將在第四章中作敘述。而系統的 α -damping 和 β -damping 也可由阻尼量測實驗來取得。

3-2.1 系統質點元素的參數



振動板、音圈、支承的質量可直接以電子秤量測而得，然後將振動板、音圈、支承材料的所有質量加總再和參數值中的 M_{ms} 值作比較和驗證，量測加總的質量和 M_{ms} 的值是吻合的，其中 M_{ms} 值是揚聲器振動板系統之等效質量，將其扣除振動板的質量後，即為有限元素模型中質點元素所需給定的質量。

3-2.2 系統彈簧元素的參數

彈簧元素方面，彈簧常數的給定可由參數中的 C_{ms} 值計算出來。 C_{ms} 係指系統每牛頓施力產生的位移。由參數中 $C_{ms}=660.177u$ ，所以系統的等效彈簧彈性係數 $k=1/C_{ms}=1/660.177u=1514.75\text{ N/m}$ 。

3-2.3 激振力的給定

激振力計算公式為 $F=BLI$ ， BL 值可由參數中取得，其中 I 值為流過激振器線圈的電流， B 為磁通密度， L 為線圈長度，由於線圈阻抗 R 可由三用電錶量出，而本文量測聲壓時使用標準的量測功率為一瓦，再由公式 $W=I^2R$ (其中 W 為功率， I 為電流， R 為阻抗) 即可計算出 I 值，因此激振力即可計算出來。

3-2.4 阻尼比的給定

根據文獻[20]指出，改變 α -damping 對聲壓曲線造成的最大影響是 f_0 的部份，至於高頻部分幾乎沒什麼改變，改變 β -damping 對低頻部分影響相當的小，高頻部分才看的出其差異，因此本文取了兩個頻率來計算 α -damping 和 β -damping，取低頻區的第一個自然頻率（如圖 3-4a）且忽略 β -damping 的影響來計算 α -damping，還有在高頻區 10KHz 之後找一個明顯的突起（如圖 3-4b）並忽略 α -damping 的影響來計算 β -damping。在第一個自然頻率忽略 β -damping 的影響來計算 α -damping 可得：

$$\xi=(185-120)/(185+120)=\alpha/(2\times 2\times 3.14\times 152.5)$$

$$\alpha=408.2$$

在 10KHz 後自然頻率忽略 α -damping 的影響來計算 β -damping 由式 2-42、2-43 可得：

$$\xi=(15200-14450)/(15200+14450)=(\beta\times 2\times 3.14\times 14950)/2$$

$$\beta=5.39\times 10^{-7}$$

3-3 聲壓的計算及應用

將所建立的 ANSYS 模型做簡諧激振分析，可以得到振動板上各節點的座標和各頻率下各節點的振幅、相角(如 3-1.2 節中的結果所述)，將以上 ANSYS 模擬得到的數據代入本節所推導的聲壓公式，可得到振動板在受外力於各頻率下激振所產生的聲壓。

3-3.1 聲壓波動方程式

對平面波而言，一維波動方程式為

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

其中 c 為聲音之速度，在常溫 24°C 時， $c=343\text{m/s}$ 。利用特徵曲線法(method of characteristics)可求得

$$p(x,t) = f_1(x - ct) + f_2(x + ct),$$

f_1, f_2 為任意函數，對於諧波聲場，可直接求解

$$\frac{d^2 \tilde{p}}{dx^2} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \tilde{p} = 0 \quad (3.2)$$

令 $k = \omega/c$ ，為波數(wave number)，可求得

$$\tilde{p}(x) = \tilde{A}e^{-ikx} + \tilde{B}e^{ikx} \quad (3.3)$$

還原成時間域的代表法

$$p(x,t) = \tilde{A}e^{i(\omega t - kx)} + \tilde{B}e^{i(\omega t + kx)} \quad (3.4)$$

其中 \tilde{A} ， \tilde{B} 為未定複數，對於點聲源而言，3-D 波動方程式在球面座標(spherical coordinate)為

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \tan \theta} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.5)$$

因為點聲源是一個完全對稱的聲源，所以我們可以預期它所產生的聲場應該不會有方向性，所以可忽略與角度相關的項，所以式(3.5)可以簡化成

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (3.6)$$

其中 r 為點聲源距量測點的距離

上式可改寫成

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rp) = \frac{1}{r c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (rp)$$

故

$$\frac{\partial^2 (rp)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (rp)}{\partial t^2} \quad (3.7)$$

觀察(3.7)式的形式，可以發現它的形式和前面的一維波動方程式是一樣的，所以其解為

$$rp = f_1(r - ct) + f_2(r + ct)$$

所以

$$p(r, t) = \frac{1}{r} f_1(r - ct) + \frac{1}{r} f_2(r + ct) \quad (3.8)$$

而一個點聲源只會發出外傳波(outgoing wave)，

$$p(r, t) = \frac{1}{r} f_1(r - ct) \quad (3.9)$$

對於簡諧球面波(harmonic spherical wave) 而言

$$p(r, t) = \frac{\bar{A}}{r} e^{i(\omega t - kr)} \quad (3.10)$$

對面積為 δs 的微小振動板而言，距離振動板 r 的聲壓可由 Rayleigh' s first integral 計算出來，積分形式如下

$$p(r, t) = \left(\frac{i\omega\rho_{\text{air}} u_d \delta s}{2\pi r} \right) e^{[i(\omega t - kr)]} \quad (3.11)$$

對一塊振動板而言，聲壓

$$p(r, t) = \frac{i\omega\rho_{\text{air}}}{2\pi} e^{i\omega t} \int_s \frac{u_d(r, t)e^{-ikr}}{r} dS \quad (3.12)$$

設 $A_d(r, t) = Ae^{i(\omega t - kr)}$

則 $u_d(r, t) = i\omega Ae^{i(\omega t - kr)} = i\omega A_d(r, t)$

所以

$$p(r, t) = \frac{-\omega^2\rho_{\text{air}}}{2\pi} e^{i\omega t} \int_s \frac{A_d(r, t)e^{-ikr}}{r} dS \quad (3.13)$$

$$p(r, t) = \frac{-\omega^2\rho_{\text{air}}}{2\pi} \sum_i A_d(r_i, t) \times e^{i(\omega t - kr_i)} \frac{\Delta S}{r_i} \quad (3.14)$$

$$p(r, t) = \frac{-\omega^2\rho_{\text{air}}}{2\pi} \sum_i (A_d(r_i, t) \times \cos(\omega t - kr_i)) \frac{\Delta S}{r_i} \quad (3.15)$$

現在假設聲源的力是簡諧激振的模式，並且其簡諧激振響應的解採用穩態解。並考慮聲音接收處是位於垂直中心點 r 處，接收時間考慮使用的頻率區間，則：

$$P(\text{frequency}) = \frac{-\omega^2\rho_{\text{air}}}{2\pi} \sum_i (A(x_i, y_i) \times \cos(\theta_i - kr_i)) \frac{\Delta S}{r_i} \quad (3.16)$$

其中 $p(r, t)$ 為量測點與振動板距離 r 處的聲壓， ρ_{air} 為空氣密度， $u_d(r, t)$ 為振動板表面元素之速度大小， $A(x_i, y_i)$ 為振動板表面元素之振幅大小， ω 為當時之激振頻率， θ_i 為板子當時之相位角， r_i 為量測點與振動板表面元素 ΔS 之距離(如圖 3-5)， k 為波數($\frac{\omega}{c}$)， $j = \sqrt{-1}$ 。

其中 $A(x_i, y_i)$ 、 θ_i 、 r_i 的結果可由有限單元分析軟體 ANSYS 進行簡諧激振響應分析得到。

在實務上，通常量測聲音使用的尺度是分貝(decibel)符號是(dB)，它基本上是一個對數尺度(log scale)，採對數尺度主要原因是聲音的動態範圍非常之大，同時人耳對音量的感覺也是比較接近對數尺度。

聲壓位準(Sound Pressure Level)

$$\text{SPL} = 20 \log\left(\frac{|P_{\text{rms}}|}{P_{\text{ref}}}\right) (\text{dB}) \quad (3.17)$$

P_{rms} 為量測點聲壓之均方根值為

$$P_{\text{rms}} = \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |p(r, t)|^2 dt \right]^{1/2} \quad (3.18)$$

聲壓參考值 $P_{\text{ref}} = 2 \times 10^{-5} \text{ pa}$

一般在測量聲壓的儀器看到的聲壓曲線即為頻率響應曲線，縱軸為 (dB)，橫軸為激振頻率。

3-4 ANSYS 聲壓模擬之驗證

聲壓模擬的驗證分成 ANSYS 理論模擬與實驗兩方面。ANSYS 模擬分析方面，依照上述方法建立揚聲器的實體模型(如圖 3-1)所示，其中振動板與加勁用的玻纖材料常數(如表 3-1)所示。接著製作出振動板分別為純巴沙木與 4mm 玻纖加勁板(如圖 3-6)等兩個平面揚聲器，將兩揚聲器實驗所得的數據依照 3.2 節的關係式，代入模擬所需要的參數項來進行簡諧激振分析，最後將 ANSYS 分析所得到振動板的所有點(Nodes)座標及在不同激振頻率下的振幅(Amplitude)、相位角(Phase angle)的資料存取，並套入 Fortran 程式編寫的聲壓公式計算不同頻率下之聲壓值。將分析與實驗所得的聲壓圖比較(如圖 3-7)、(圖 3-8)所示，可得知實驗和分析模擬出來的兩條聲壓曲線有相同的趨勢，由此可驗證此 ANSYS 模型是具參考價值的，往後將以此模型進行分析。

第四章 平面揚聲器之研製及各項實驗

本章將介紹平面揚聲器的製作過程，以及揚聲器各項實驗的程序。平面揚聲器結構包括振動板、音圈、激振器、懸邊、支承及外框。激振器與音圈負責提供系統外力，推動振動板而發出聲音，由於振動板之振形有凹有凸(如圖 4-1)，所以產生之空氣速度亦有正有負，因此聲壓才有高低起伏的現象。而懸掛系統包含彈性支承及懸邊，提供系統的回復性及穩定性。揚聲器結構圖(如圖 4-2)。

4-1 揚聲器之製作

4.1.1 具複合材料加勁振動板之製作

使用材料為玻纖預浸材與巴沙木，製作步驟如下：

- (1) 製作前先從冷凍庫中取出玻纖預浸材，並在室溫下回溫 12~14 小時。
- (2) 將玻纖預浸材裁剪出所需之大小及角度。
- (3) 將巴沙木裁剪成所需的尺寸，依本文為 76.4mm*26.4mm。
- (4) 將裁剪好的玻纖預浸材依所設計的加勁方式、角度、層數黏貼於巴沙木上。
- (5) 在鐵板上依序放置輔助材及振動板半成品(如圖 4-3)，並送上熱壓機(如圖 4-4)，依加溫時間-溫度關係及溫度-壓力關係(如圖 4-5)來控制振動板成型條件。
- (6) 熱壓完成後，使鐵板自然冷卻到室溫，再將振動板取出，即製作完成。(如圖 4-6)

4.1.2 懸邊之製作

使用絹布材料，依照以下的方法將絹布熱壓形成彈性懸邊。

- (1) 裁剪適當大小的絹布，於中央位置劃開 X 形狀。
- (2) 將絹布放入鋁制懸邊製具，以壓力 300psi、溫度 150°C 熱壓 30 秒鐘，放在室溫下讓其自然冷卻即為絹布彈性懸邊，在將其裁剪成所要大小(如圖 4.7)。

4.1.3 玻纖支承之製作

利用玻纖預浸材配合 PE 薄膜製作彈性支承，其製作過程如下：

- (1) 製作前先從冷凍庫中取出玻纖預浸材，並在室溫下回溫 12~14 小時。
- (2) 將玻纖預浸材依需要角度和大小剪裁。
- (3) 將裁剪好的玻纖預浸材上下兩面各加一層 PE 薄膜。
- (4) 將黏貼好 PE 薄膜的玻纖預浸材放置在模具上，再將模具送上熱壓機，依加溫時間-溫度關係及溫度-壓力關係來控制彈性支承成型條件。
- (5) 熱壓完成後，使模具自然冷卻到室溫，再將彈性支承片取出。
- (6) 將彈性支承片依所需寬度切好，即完成彈性支承(如圖 4-8)。

4-2 揚聲器之組裝

- (1) 製作完振動板、絹布懸邊、玻纖支承，即可開始組裝平面揚聲器。
- (2) 將振動板和框架放置在定位器中，再將玻纖支承黏貼於振動板與框架上。

- (3) 將絹布懸邊黏貼於振動板與框架上，等待黏著劑乾燥固定。
- (4) 利用音圈定位器將音圈黏貼於振動板上即完成揚聲器製作。(如圖 4-9)。

4-3 揚聲器各種實驗程序

4-3.1 阻尼量測實驗

本實驗使用 B&K 的 PULSE 頻譜分析儀和雷射測速儀進行振動板之頻率-響應量測，並藉由 Bandwidth Method 來計算各激振頻率之系統阻尼比。

(一) 基本設備有：

- (1) PULSE 信號收集及處理器
- (2) PULSE 軟體
- (3) Polytec OFV350 雷射測速儀
- (4) Polytec OFV2500 測速儀控制器
- (5) 個人電腦
- (6) 組裝好之平面揚聲器

將儀器(如圖 4-10)所示般架設。

(二) 實驗程序

- (1) 將待測之平面揚聲器放置在一固定台上。
- (2) 啟動 PULSE 程式，設定好量測頻寬、解析度、激發方式、訊號模擬方法等。



- (3)先將 OFV2500 控制器接上 OFV350 雷射測速儀對平面揚聲器進行對焦，盡量使控制器接受訊號強度達到最大，再將 PULSE 訊號分析儀之訊號(輸出電壓)經電纜線接到激振器上。
- (4)驅動激振器，並將傳回的訊號分析處理，由於所傳回之訊號為振動板之速度，需要將訊號對時間做一次積分以便得到振動板的位移響應。
- (5)利用 Bandwidth Method 處理振動板之位移響應，以得到某自然頻率之阻尼比。

4-3.2 聲壓實驗

聲壓量測以 LINEARX 公司出的 LMS 聲壓測試系統。

設備介紹如下：

- (1)LMS 聲壓測試系統(內含寬頻雜訊產生器、聲壓頻譜分析)
- (2)桌上型電腦
- (3)訊號放大器(Amplifier)
- (4)麥克風



將揚聲器(如圖 4-11)所示架設於障板上。

量測步驟如下：

- (1)將揚聲器架設妥當。
- (2)軟體內部校正及外部校正，並將環境設定完成(如：測試頻寬、測試速度、解析度)。
- (3)麥克風放置在離揚聲器中心一公尺外之同一高度腳架上。
- (4)待一切準備就緒，啟動電腦發出訊號，由麥克風接收聲壓訊號，傳回電腦。

(5)將曲線平滑處理，平滑的參數是 1/3(Octave Width to Smooth By 0.3333)，即可得出頻率響應之聲壓分貝圖。

4-3.3 阻抗量測實驗

同上使用 LMS 系統，經過校正後，可量測出揚聲器系統的阻抗圖，圖中阻抗曲線第一個突起的頂峰頻率就是整個揚聲器系統的第一個自然頻率 f_0 。

4-3.4 參數量測實驗

同阻抗量測試驗，量測出第一條同上未加質量時的阻抗曲線，再附加額外的質量黏著在板子中央處，所附加的質量要讓附加質量後量測出的阻抗曲線的第一個突起頂峰頻率較第一條阻抗曲線的第一個突起頂峰的頻率值減少 20%~50%才可計算出準確的參數值，一般來說所附加的質量接近振動板的質量即可在此範圍內。

量測出兩條阻抗曲線後，輸入振動板的面積和附加的質量即可計算出所要的參數。

第五章 最佳化理論

最佳化方法為找出問題最好的解決方法。此法已被廣泛運用在解決工程、生物科技、商業和管理等領域的最佳化問題上，例如在工程上，考量產品尺寸選用材料組合、成本、強度等因素；在商業和管理上，有關排班表、投資組合、人員與物流管理等，都是最佳化的問題。另外，在有些領域上的問題是沒有解析解的，或是問題同時有太多的考量因素與條件時，都可以將這些棘手的問題轉換變成數學模式的最佳化問題，再藉由電腦的計算和模擬，而獲得解答，文章將簡明地敘述這個方法及最佳化演算法的基本概念。



傳統有關求解最佳化模型的數值方法，可以沒有限制條件和有限制條件來區分。首先考慮「沒有限制條件」：(一) 單變數函數最小值搜尋，這是多變數目標函數最小值演算法的基礎，而其方法有解析解方法求函數一次微分為零的解；若一次微分很難求得、不存在或不連續時，應用數值迭代方式直接求解的零次方法，如二分法的「費邦那西搜尋」(Fibonacci Search)、「黃金分割搜尋」(Golden Section Search) 和割線法 (Secant Method)；或使用二次方法的多項式近似法之「牛頓法」等。(二) 多變數函數最小值搜尋，其方法有「零次方法」的隨機搜尋法、前面提到的「費邦那西搜尋」、「黃金分割搜尋」；或使用一次、二次之直線搜尋 (Line Search) 法，如「準牛頓法」(Quasi-Newton Method)、「牛頓法」(Newton Method)。

接下來則是考慮「有限制條件」：(一) 單變數函數最小值搜尋，其方法有直接搜尋法（多項式近似法、費邦那西搜尋法與黃金分割搜尋法）；或懲罰函數（Penalty Function）法配合循序無限制（Sequential Unconstrained）條件最小化技巧，將問題轉換為無限制條件最佳化問題。(二) 多變數函數最小值搜尋，其方法有「直接搜尋法」的可行方向法、梯度投影法；應用「懲罰函數法配合循序無限制條件最小化技巧」將原先的有限制條件的非線性問題，轉換成一系列的無限制條件最佳化問題；線性規畫法（Linear Programing, LP）；或是循序線性規畫法（Sequential Linear Programing, SLP）與循序非線性規畫法（SNLP）等。



5-1 最佳化設計

在工程設計上，整個設計的流程包含了迴圈形式的迭代過程。設計者經由不斷地深入了解問題，思考解決方法、而產生了各種新的方案，再藉由不斷的試驗評估其可行性，最後在有限的時間和資源條件限制下，找出一個最好的解決方案，而這其實就正是最佳化設計的流程。最佳化設計乃是尋找一組變數 x ，而 $x \in X \subset R^n$ ，使得在受某些限制條件下或在不受限制條件的系統模式（目標函數） $F(x)$ 能夠達到最佳性能（目標函數之最大值或最小值）。最佳化設計的程序，是先經由有系統的整理相關領域知識後，再將實際問題建立成正確的最佳化數學模型，再以數值方法求解最佳

的解，數值方法概以沿著搜尋軌跡做反覆迭代來改變設計變數的值以達到目標函數之最佳解。而最佳化設計其數學標準形式描述如下：

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimize} && F(x) = F(x_1, x_2, \dots, x_n) \\
 &\text{s.t.} && h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, p \\
 &&& g_k(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad ; \quad k = 1, 2, \dots, m \\
 &&& x_{il} \leq x_i \leq x_{iu} \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

其中 n 、 p 和 m 分別為設計變數、等式限制條件及不等式限制條件之數目， x_{il} 和 x_{iu} 則為設計變數之合理上、下限制容許值 (Lower Bound and Upper Bound)。

而本文研究之揚聲板加勁條大小的設計，牽涉到相當多的變數，且目標函數為非線性，都增加了收斂的困難及不可靠度。因此，文中將應用廣義拉格蘭吉乘子法 (Augmented Lagrange Multiplier Method) 將原始受限制條件問題先轉變成無限制條件的問題，再配合隨機起始點的方法所發展的演算法進行最佳化設計。此演算法是基於運動質點在保守力場中能量守恆觀點，在無限制條件下的目標函數 $F(x)$ (即位能值)，應用起始點搜尋最小位能 (如圖 5.1)。

5-2 區域極小化程序

由隨機起始點之方式，找出初始值 x ，而 $x \in X \subset R^n$ ，使用搜尋軌跡

方式是基於單位質量的質點在 n 維保守力場中的運動方程式及初始條件而來，如下所示：

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) &= -\nabla F(x(t)) \\ x(0) &= x_0 ; \quad \dot{x}(0) = 0\end{aligned}\tag{5.2}$$

然後以能量守恆的觀念來計算出目標函數值，其中 $F(x(t))$ 為質點位能，也是計算中的目標函數（如圖 5-1 所示）， \dot{x} 、 \ddot{x} 分別表示質點在 n 維空間上的速度與加速度。

將 (5.2) 式乘以 $\dot{x}(t)$ ，可以得到

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \|\dot{x}(t)\|^2 \right) = -\nabla F^T(x(t)) \dot{x}(t)\tag{5.3}$$

再將 (5.3) 式對時間 t 做積分，範圍從 0 到 t ，便可得到能量守恆關係式。

如下列式子所示：

$$\frac{1}{2} \|\dot{x}(t)\|^2 + F(x(t)) = \frac{1}{2} \|\dot{x}(0)\|^2 + F(x(0)) = F(x_0)\tag{5.4}$$

下列以三個條件來判別質點行進方向或停止搜尋：

(1) 當條件式 $-\nabla F^T \dot{x} > 0$ 成立時：

當質點的加速度與速度分量乘積合為正時，可視為加速度與速度是同方向，表示質點將沿著搜尋軌跡下降最快的方向移動。此時位能減少，則動能持續增加，而目標函數值將會降低，質點行進方向以迭代法來改變，所以 x 值經過 k 次迭代後的改變值如下：

$$x_{k+1} = x_k + \dot{x}_k \Delta t$$

$$\dot{x}_{k+1} = \dot{x}_k - \nabla F(x_{k+1})\Delta t \quad (5.5)$$

其中； x_0 ， \dot{x}_0 及時間步階 Δt 皆已給定。所以由上式亦可滿足近似之能量守恆關係：

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\|\dot{x}_{k+1}\|^2 + F(x_{k+1}) &= \frac{1}{2}\|\dot{x}_k\|^2 + F(x_k) + \frac{1}{2}\|\nabla F(x_{k+1})\|^2 (\Delta t)^2 \\ &\quad - \frac{1}{2}(\Delta x_k)^T H(\tilde{x})\Delta x_k \end{aligned} \quad (5.6)$$

其中； $H(\tilde{x})$ 為黑森矩陣 (Hessian Matrix)。

$$\tilde{x} = x_{k+1} - \Delta x_k r \quad (0 \leq r \leq 1) \quad (5.7)$$

(2) 若條件式 $-\nabla F^T \dot{x} < 0$ 成立時：

表示質點的加速度與速度是反方向，此時表示質點位能增加，則動能減少，所以質點軌跡移動的方向應往相反方向搜尋。

(3) 臨界點的判斷：

若以 F_t 當做在此搜尋軌跡中所找到的最低位能，且目標函數滿足下列兩個條件之一時，就得終止搜尋軌跡，並將此軌跡當做區域最小值的變數值。其目標函數滿足的兩個條件之一如下：

$$\begin{aligned} F(x(t)) - F_t &> \alpha(F(x_0) - F_t) \\ T = \frac{1}{2}|\dot{x}_{k+1}|^2 &< (1 - \alpha)(F(x_0) - F_t) \end{aligned} \quad (5.8)$$

其中 α 為給定之參數值，而在本文中 α 值為 0.95。

5-3 廣義拉格蘭吉乘子方法

廣義拉格蘭吉乘子法 (Augmented Lagrange Multiplier Method) (簡稱 A. L. M.) 主要的目的是要將原始問題中的等式及不等式的限制條件先加上放鬆變數，再與等式限制條件，各別乘上一個拉格蘭吉乘子，加入原始的目標函數中，如此原始具限制條件的目標函數 $F(x)$ ，將變成無限制條件的新目標函數 $\underline{\Psi}(x, \underline{\mu}, \underline{\eta}, \gamma_p)$ 。本文研究將其運用在揚聲板加勁條的設計。



第六章 揚聲板加勁之最佳設計

揚聲器在第一個自然頻率 f_0 之後，因為振動板的振動模態變形，造成振動板推動的空氣有正有負互相抵消，使得聲壓會有某一段突然下降，稱之為中音谷。傳統對振動板的加勁方式是在整面巴沙木板上下各加一片碳纖維板，但是由於加勁的面積造成質量增加太大，進而影響整個揚聲器的效率。故本文採用部份加勁的方法，先利用 ANSYS 模擬分析軟體，找出音谷落差較大的模態，在模態變型較大的位置上，加上玻纖加勁條，以抑制揚聲板的變形，本章即要探討揚聲器加勁的最佳設計，使得揚聲器有平滑的聲壓曲線及高感度的表現。

6-1 彈性支承對聲壓曲線影響



本節討論不同彈性支承對聲壓曲線的影響。本文先嘗試以複合材料來製作彈性支承，使用玻璃纖維預浸材料，配合在纖維上下兩面加上 PC 薄膜，再依所需的形狀製作模具壓製成型，將其裁成 22mm 寬度的大小，並組裝在揚聲器上，如圖(4-9)所示。此做法雖然可以降低系統 F_0 ，但是由於在製作過程中，可能因為玻璃纖維的纖維方向在壓製或是裁切的過程中，造成纖維方向的不等向，使得揚聲器在受較大瓦數的情況下，會有受力不均勻的問題，造成揚聲器在作動時會有不穩定的聲音產生。為了改善此種不穩定的情況，本文改製作出一 L 型的碳纖維彈性支承，如圖(6-1)所示，將其裁切成 20mm 寬度的大小並黏貼於揚聲板後，在利用泡棉條連結黏貼於外框上，如圖(6-2)所示為一實品揚聲器圖。此種做法不會有前述所提的不等向性問題，使得揚聲器在較大瓦數下，仍然穩定的作動。

本文接著將此兩種不同彈性支承的揚聲器，使用同樣的碳纖三明治板做聲壓曲線的測量，所得聲壓曲線如圖(6-3)所示，由圖中可以發現使用不

同的彈性支承，在聲壓曲線上並沒有太大的變化。故本文所既定尺寸的揚聲板，在改用不同彈性支承情況下，對聲壓曲線並不會有太大的影響。故本文改善的重點在於揚聲板的加勁，利用最佳化程式求出最佳的加勁條長寬大小，以改善揚聲板在作動時所造成不良模態對聲壓曲線的影響。

6-2 加勁條之最佳化設計

揚聲器之所以能夠發出聲音是由於激振器產生不同頻率之推力帶動揚聲板產生振動，透過揚聲板之運動而擠壓空氣產生聲音，一般而言，平板結構剛性愈弱則由變形所產生的位移量將高於剛體運動所產生的位移量愈多，因而振動板之變形對於振幅的影響也愈顯著，若振動板在正、負方向均有產生變形時，因為兩個方向之變形位移所產生的聲壓在振動板附近將有互相抵銷的現象，所以實際傳遞出去之聲壓也將比只產生單一方向變形的情況還低。

本文針對既定尺寸 76.4x26.4mm 之揚聲板，先利用 ANSYS 有限元素分析軟體，驗證純巴沙木做成之揚聲器的聲壓曲線，由圖 3-7 可以看出，純巴沙木揚聲器的聲壓曲線在 1230Hz 與 1860Hz 聲壓會有明顯的落差，利用 ANSYS 軟體，將此兩個頻率下的振動模態抓出(如圖 6-4、6-5)，由圖示可知，頻率在 1230Hz 時的振動模態為板子兩側有彎曲的變形產生，而頻率在 1860Hz 時的振動模態為板子的彎曲模態(Bending mode)，為了改善這兩個頻率的聲壓落差，本文選擇部份加勁設計來增加平板結構之剛性、抑制振動板之變形，進而使激振器之推力能夠更有效地作用到整個振動板，以提高平板剛體運動在振動板受激振運動時的效應，甚至因為平板結構的變化而改變原本系統之自然頻率分佈，使系統於激振頻率範圍內的共振頻率點之間距縮小來避免聲壓值嚴重低落而得到較平緩之聲壓曲線。

6-3 最佳化方法之建立

本文的最佳化設計方法，為既定尺寸 76.4x26.4mm 厚度為 1mm 之揚聲板加勁最佳設計，使其在有效頻率範圍內之聲壓曲線平滑化為目標。首先建立目標函數，以在有效頻率範圍內之數個選定之頻率的聲壓值與平均聲壓值的差值平方作為最佳化目標函數，以演算法搜尋此目標函數之最小值的方式進行。

揚聲板最佳化設計之數學模式，可以表示為

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & e(\mathbf{x}) = (\mathbf{P}^*)'(\mathbf{P}^*) \\ \text{Subject to} \quad & x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (6-1)$$

其中 $e(\mathbf{x})$ 為最佳化之目標函數， \mathbf{x} 為最佳化設計程序之設計變數。本文在考慮平板的加勁最佳設計問題，將設計變數設為加勁條的長度與寬度； x_i^L 、 x_i^U 為設計變數之下限以及上限。利用隨機起始點搜尋方法，在下限與上限範圍內，產生一組設計變數之起始點，並開始搜尋數值最佳化之極小值，接著利用給予固定起始點的方法，搜尋出第二次數值最佳化之極小值。

本文考慮之平板揚聲系統的設計頻率範圍，設定為在 20-5K Hz，因此最佳化目標為將此範圍內的聲壓曲線平滑化，所以目標函數就是在此有效頻率範圍內，選擇數個頻率的聲壓值與平均聲壓值的差值平方，如式(6-2)所示，頻率的選擇方式為參考尚未加勁之平板的聲壓曲線，有出現較大聲

壓值差異的數個頻率區間，由這些區間中，選定數個頻率的聲壓值，代入目標函數中，進行最佳化程序。

$$P_i^* = \frac{P_i - P_{avg}}{P_{avg}} \quad i = 1, \dots, N \quad (6-2)$$

其中 N 為所選擇之頻率數量， P_i 為第 i 個頻率之聲壓值， P_{avg} 為 N 個頻率之平均聲壓值。

在完成目標函數建立之後，利用廣義拉格蘭吉乘子方法(A.L.M.)將上述之有限制條件之最佳化問題，轉變為無限制條件之最佳化問題，同時可以得到一個新的目標函數 $\bar{\Psi}$ ，如式(6-3)所示，同時以此新目標函數，來搜尋無限制條件之極小值。

$$\bar{\Psi}(\tilde{x}, \underline{\mu}, \underline{\eta}, r_p) = e(\tilde{x}) + \sum_{j=1}^n [\mu_j z_j + r_p z_j^2 + \eta_j \phi_j + r_p \phi_j^2] \quad (6-3)$$

其中

$$\begin{aligned} z_j &= \max \left[g_j(\tilde{x}_j) - \frac{\mu_j}{2\gamma_p} \right], \quad g_j(\tilde{x}_j) = \tilde{x}_j - \tilde{x}_j^U \leq 0 \\ \phi_j &= \max \left[H_j(\tilde{x}_j) - \frac{\eta_j}{2\gamma_p} \right], \quad H_j(\tilde{x}_j) = \tilde{x}_j - \tilde{x}_j^L \leq 0 \end{aligned} \quad j = 1, \dots, n \quad (6-4)$$

其中 μ_j, η_j, γ_p 為拉格蘭吉乘子； $\max[*]$ 表示取括號中之最大值。而拉格蘭吉乘子疊代方程式如下：

$$\begin{aligned} \mu_j^{k+1} &= \mu_j^k + 2r_p^k z_j^k \\ \eta_j^{k+1} &= \eta_j^k + 2r_p^k \phi_j^k \end{aligned} \quad j = 1, \dots, n$$

$$r_p^{k+1} = \begin{cases} \gamma_0 r_p^k & \text{if } r_p^{k+1} < r_p^{\max} \\ r_p^{\max} & \text{if } r_p^{k+1} \geq r_p^{\max} \end{cases} \quad (6-5)$$

k 表示疊代次數，而各個疊代起始值，經由多次理論模擬分析得到最佳的設定值如下：

$$\begin{aligned} \mu_j^0 &= 1.0 & \eta_j^0 &= 1.0 & j &= 1, \dots, n \\ r_p^0 &= 0.4 & \gamma_0 &= 2.5 & r_p^{\max} &= 100 \end{aligned} \quad (6-6)$$

由上述之數值最佳化方法，同時結合隨機起始點搜尋方法，以此演算法來進行揚聲板加勁之最佳設計，來達到揚聲板在有效頻率範圍內的聲壓曲線平滑化之目標。



6-4 加勁最佳化結果與實驗結果

本文建構兩組最佳化模型，第一組分析方法，先在板的邊緣加上長度為 50mm，寬度為 1mm 的玻纖加勁條，以抑制平板的兩側變形，接著在板的中間加上一塊矩形玻纖加勁條，加勁方式如圖(6-6)所示。中間矩形加勁條則藉由數值最佳化方法，將加勁條的長度與寬度作為設計變數，設計變數的上、下限，如式(6-7)所示，

$$\begin{aligned} 30 \leq x_1 \leq 72 \times 10^{-3} m \\ 2 \leq x_2 \leq 14 \times 10^{-3} m \end{aligned} \quad (6-7)$$

其中 x_1 為板子中間加勁條長度之設計變數， x_2 為板子中間加勁條寬度之設

計變數。

加勁條及心層平板的材料常數為表 6-1，選擇激振頻率為 1000、2000、3000、4000、5000 Hz 的聲壓值與其平均聲壓值之差值平方作為設計變數，如式(6-2)所示，建立一個有受限制條件之數值最佳化數學模型，並以 A.L.M. 將此有受限制條件之最佳化問題，轉換為無限制條件之最佳化問題，如式(6-3)~(6-5)所示。首先，利用隨機起始點搜尋方法，透過極小值演算法的搜尋過程，找到此最佳化問題之目標函數的極小值；接著，第二次做法為給予固定的起始值，透過極小值演算法的搜尋過程，找到另一組極小值，兩種不同起始方法其起始點與計算所得之最佳化結果為表 6-2，由表可知，以隨機產生起始點方法，經過極小值演算法的搜尋，找到的最佳化結果與給予固定起始值方法，經過極小值演算法的搜尋，所找到一組極小值的設計變數之最佳化結果，兩組數據相差並不大。將兩組帶入最佳化程式的數據與目標函數所得之值，繪成如圖 6-7，6-8，由圖可知，所得之最佳化結果有一收斂過程，將此最佳化結果進行聲傳模擬分析，則可以得到平板加勁最佳設計的頻譜聲壓曲線。

接著，本文將第一組最佳化分析模型中，兩側長 50mm，寬度為 1mm 之玻纖加勁條，固定其 1mm 寬度，將長度改為設計變數，使得最佳化模型成為一個中間加勁條長度與寬度、及兩側加勁條長度之三個設計變數之最佳化模型，加勁方式如圖(6-9)所示。目標函數如式(6-1)所示，而其設計變

數如式(6-8)所示，

$$\begin{aligned} 30 &\leq x_1 \leq 72 \times 10^{-3} m \\ 2 &\leq x_2 \leq 14 \times 10^{-3} m \\ 20 &\leq x_3 \leq 50 \times 10^{-3} m \end{aligned} \quad (6-8)$$

其中 x_1 為板中間加勁條長度之設計變數， x_2 為板中間加勁條寬度之設計變數， x_3 為兩側加勁條長度之設計變數。

另外，考慮在第二組的最佳化模型中，在式(6-2)中多加了一個權重函數 w ，目的在於，在音谷落差較大的頻率給於較大的權重比例，如式(6-9)所示，此做法針對本文中音谷的頻率在最佳化搜尋過程中，預期獲得更好的最佳解。將式(6-9)代入目標函數式(6-1)，而其設計變數如式(6-8)所示，

$$P_i^* = W_i \left(\frac{P_i - P_{avg}}{P_{avg}} \right) \quad I=1, \dots, N \quad (6-9)$$

$$\underline{W} = [1, 1.5, 1.5, 1, 1]$$

利用上述之最佳化分析方法，分別將有無增加權重函數之第二組最佳化模型，代入最佳化程式中，將其起始點與最佳化結果如表 6-3 所示，並將此最佳化結果的收斂過程由圖 6-10、6-11 表示。將此最佳化結果進行聲傳模擬分析，則可以得到第二組平板加勁最佳設計的頻譜聲壓曲線。將所得第二組最佳化結果之聲壓曲線與第一組做比較，如圖 6-12 所示。由圖可知，第二組最佳化結果的聲壓曲線，中音谷部份稍微往後移，音谷落差也較小。接著，將有無增加權重之最佳化結果，進行聲傳模擬分析，將所得結果如

圖 6-13 所示，由圖可知，有增加權重之聲壓曲線在第一個落差較大的頻率位置，落差相對減少，而在第二個落差較大的頻率位置，也提高了聲壓的落差，故在有增加權重函數的條件下，本文可以得到一條更加平滑的聲壓曲線。故本文以第二組有增加權重函數之最佳化結果為最佳解。並將所得最佳解，實際與實驗做比對，可以得到一相似趨勢的聲壓曲線，如圖 6-14。

將最佳化設計結果與中間具玻纖加勁 4mm 之平板的聲壓曲線作比較，如圖 6-15 所示，比較兩條曲線可以發現，中音谷影響獲得明顯地改善，在有效頻率範圍內的聲壓曲線，整體也較中間具玻纖加勁 4mm 平板的聲壓曲線平滑許多，觀察最佳化加勁後在 1320 Hz 以及 1860 Hz 處，受到改善音谷之平板激振變形，如圖 6-16、6-17 所示，其中最佳化加勁後的平板變形模態，相對於中間具玻纖加勁 4mm 之平板有明顯的改善，表示本文所使用的數值最佳化方法，的確可以改善音谷在聲壓曲線的影響，並且同時達到聲壓曲線平滑化之目標。

再將此最佳化結果的聲壓曲線與碳纖三明治板的聲壓曲線比較，如圖 6-18 所示，可以發現在中音谷落差不大的情況下，使得整體聲壓感度提升。表 6-4 為最佳化結果與其他加勁板的聲壓感度與中音谷落差之比較，可以發現明顯改善中音谷發生的頻率與落差所造成的影響，且具有較高的聲壓感度，使得利用最佳化加勁後的平板之聲壓曲線可以達到平滑化之目標。

第七章 結論與未來研究方向

7-1 結論

本文所既定尺寸的揚聲板，在改用不同彈性支承情況下，對聲壓曲線並不會有太大的影響。透過有限元素分析軟體 ANSYS 的簡諧激振分析以及頻譜聲壓計算方程式，模擬平板的揚聲行為以及聲壓曲線的表現，進一步找出聲壓曲線產生音谷的問題。在過去以三明治結構補強平板強度，抑制平板不良的振動變形產生之方式，雖然可以達到改善音谷的目標，但是由於加勁的面積及質量太大使得揚聲器感度下降，降低了整個揚聲器的增益。因此本文藉由部分加勁的方式，使得平板不良的振動變形受到抑制，使其所造成的音谷影響，在聲壓曲線上減小。

從 ANSYS 的簡諧激振分析以及頻譜聲壓計算方程式，可以找出平板需要加勁的位置，其加勁條的幾何大小尺寸，則可以利用數值最佳化方法，以隨機起始點、廣義拉格蘭吉乘子以及極小值演算法，建立一個有受限制條件的最佳化數學模型，同時將此模型轉換為無受限制條件之數學模型，進行極小值的搜尋，最後可以得到一組平板的加勁最佳設計，以此最佳設計之結果，所得到的聲壓曲線與其他加勁平板的聲壓曲線作比較，則可以發現明顯改善在無加勁的平板之聲壓曲線中音谷所造成的影響，使得加勁後的平板之聲壓曲線可以達到平滑化之目標。

7-2 未來研究方向

本文所做加勁平板聲壓曲線最佳化，是針對中音谷的頻率範圍，選擇激振頻率為 1000、2000、3000、4000、5000 Hz 的聲壓值與其平均聲壓值之差值平方作為設計變數，目的在改善中音谷聲壓的落差。往後可以考慮從全音域的方向做平板加勁最佳化的設計，考慮高頻聲壓落差的影响，使揚聲器在高頻範圍也有好的揚聲行為。但若選擇太多的激振頻率數量，則會影響數值最佳化的運算時間，所需運算時間會增加，同時對於電腦硬體的需求也會增加，因此在改善運算時間，提高最佳化運算速度，也是未來需要研究改善的課題。



参考文献

1. Reddy, J. N., Energy and Variational Methods in Applied Mechanics, Junuthula Narasimha, 1945.
2. Mindlin, R. D., Influence of Rotatory Inertia and Shear Deformation on Flexural Motion of Isotropic, Elastic Plates, J. Applied Mechanics, Vol. 18, pp. 33-38, 1951.
3. Whitney, J. M., Shear Correction Factor Laminates Under Static Load, J. Applied Mechanics, Vol. 40, pp.302-304, 1973.
4. Whitney, J. M., Stress Analysis of Thick Laminated Composite and Sandwich Plates, J. Applied Mechanics, 40, pp.302-304, 1973.
5. Reissner, E., Finite deflection of sandwich plates J. Aeronaut. Sci., pp.435-440, 1948.
6. Liaw, B. D. and Little, R. W., Theory of bending multiplayer sandwich plates, AAIA J., Vol. 5, pp.301-304, 1967.
7. Azar, J. J., Bending theory of multiplayer orthotropic sandwich plates, AIAA J., Vol. 6, pp.2166-2169, 1968.
8. O'Connor, D. J., A finite element package for the analysis of sandwich construction, Compos. Struct., Vol. 8, pp.143-161, 1987.
9. Kanematsu, H. H., Hirano, Y. and Iyama, H., Bending and vibration of CFRP-faced rectangular sandwich plates, Compos. Struct., Vol. 10, pp.145-163, 1988.
10. Chiba M., Sugimoto T., Vibration characteristics of a cantilever plate with attached spring-mass system, J. Sound and Vibration, Vol. 260, pp.237-263, 2003.
11. Ciancio P.M., Rossit C.A., Approximate study of the free vibrations of a cantilever anisotropic plate carrying a concentrated mass, J. Sound and Vibration, Vol. 302, pp.621-628, 2007.
12. Morse, P. M. and Ingard, K. U., Theoretical Acoustics, McGraw-Hill, NY,

- 1968, rpt. Princeton University Press, NJ, pp.375-379, 1986.
13. Shindo, T., Yashima, O. and Suzuki, H., Effect of Voice-Coil and Surround on Vibration and Sound Pressure Response of Loudspeaker Cones, Journal of the Audio Engineering Society, Vol. 28, No.1, pp. 31-51, 1997.
 14. Tan, C. C. and Hird, C. I., Active Control of the Sound Field of a Constrained Panel by an Electromagnetic Actuator-an Experimental Study, Applied Acoustics, Vol. 52, pp.31-51, 1997.
 15. Leach, W. JR., Schafer, R., Barnwell, T., Time-Domain Measurement of Loudspeaker Driver Parameters, IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing Vol. 27, No.6, pp.734-739, 1979.
 16. Satoh, K. Takewa, H. Iwasa, M. Kikkawa, T. A High Fidelity Small-Size Loudspeaker, IEEE Transactions on Consumer Electronixs, Vol. 43, No.3, AUGUST 1977.
 17. Barrette, M. Berry, A. and Beslin, O. Vibration of stiffened plates using hierarchical trigonometric functions, Journal of Sound and Vibration, Vol. 235, No.5, pp.727-747, 2000.
 18. Yu, X., Rajamani, R., Stelson, K.A. and Cui, T. Carbon nanotube-based transparent thin film acoustic actuators and sensors, Sensors and Actutators, Vol. 132, pp.626-631, 2006.
 19. Lee, C.R., Kam T.Y., Identification of mechanical properties of elastically restrained laminated composite plates using vibration data, Journal of Sound Vibration, Vol. 295, pp.999-1016, 2006.

表 6-1 材料常數表

	玻纖材料	巴沙木
E_1	30 GPa	3.7 GPa
E_2	8.24 GPa	0.055 GPa
G_{12}	4.14 GPa	0.01 GPa
G_{23}	0.69 GPa	0.00167 GPa
ν_{12}	0.26	0.2
ν_{23}	0.3	0.5
ρ	1680 kg/m ³	125kg/m ³
t(thick)	0.125mm	1mm

表 6-2 第一組隨機起始與給予起始之最佳化結果比較表

	起始點	中間加勁條長度 X_1 (mm)	中間玻纖條寬度 X_2 (mm)	疊代次數
隨機起始	X_1 : 6.4822 X_2 : 1.0357	69.642	11.972	11
給予初始	X_1 : 3.0000 X_2 : 0.3000	69.713	11.983	13

表 6-3 第二組增加權重函數之最佳化結果比較表

	起始點	中間玻纖 條長度 X ₁ (mm)	中間玻纖 條寬度 X ₂ (mm)	兩旁玻纖 條長度 X ₃ (mm)	疊代 次數
未加權重函數	X ₁ : 3.2681 X ₂ : 0.3184 X ₃ : 2.0154	69.732	11.976	36.428	11
增加權重函數	X ₁ : 6.1861 X ₂ : 0.7471 X ₃ : 2.1647	68.121	12.036	38.637	13

表 6-4 不同加勁平板在中音谷與聲壓感度比較表

	中音谷發生 頻率(Hz)	中音谷聲壓 落差(db)	平均聲壓 感度(db)
中間具玻纖加勁 4mm	1284	15.432	77.3
碳纖三明治	1650	8.507	75
最佳化加勁	1367	10.233	76.6

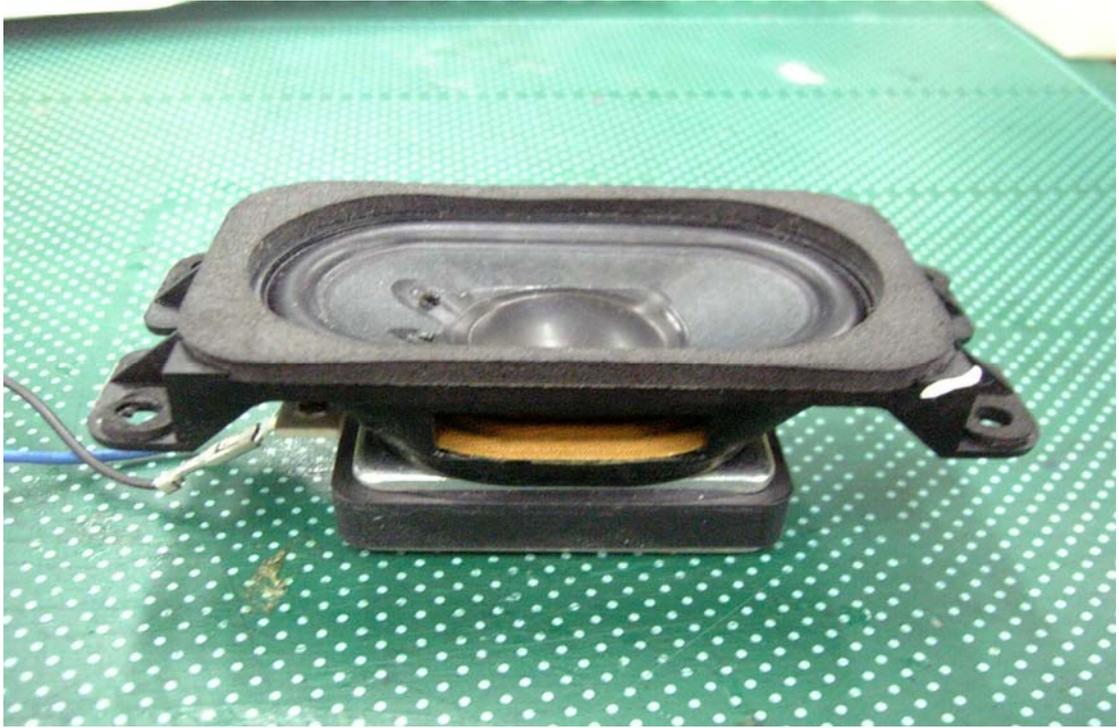


圖 1-1 錐盆式揚聲器



圖 1-2 平面式揚聲器

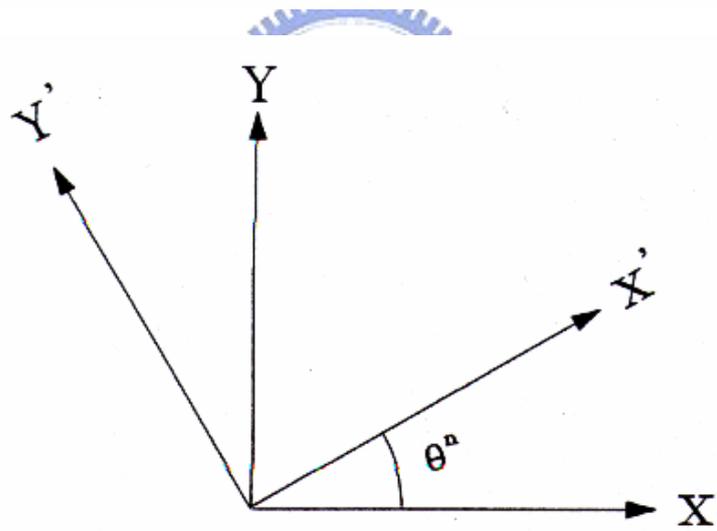
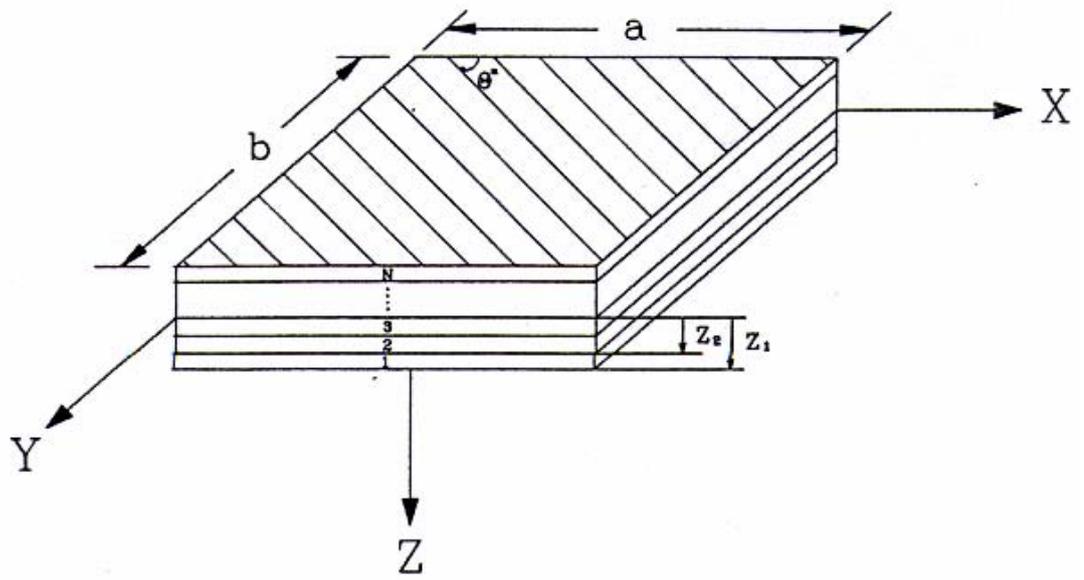
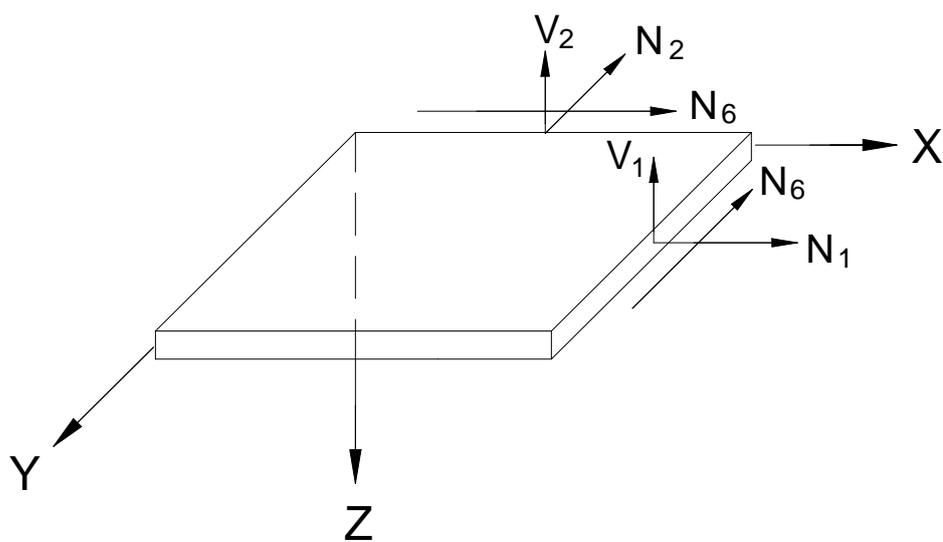


圖 2-1 複合材料積層板座標系統



平板所受應力的合力圖

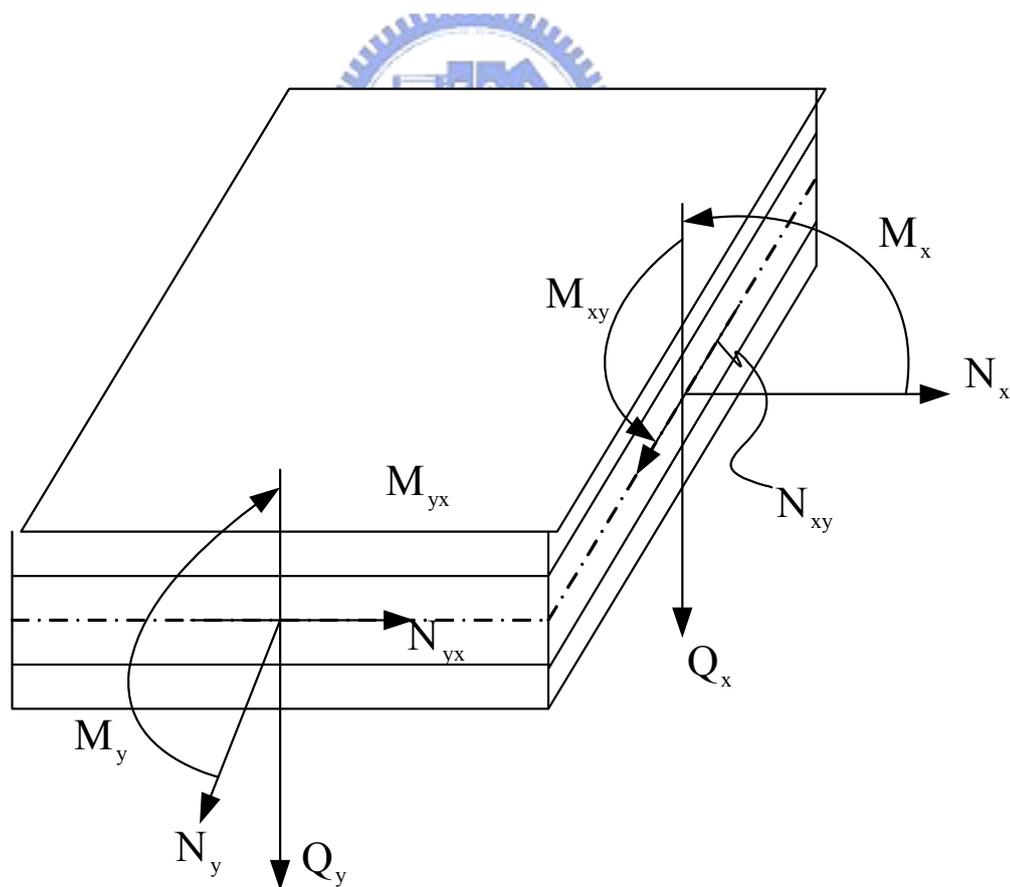


圖 2-2 複合材料積層板沿厚度方向之合力與合力矩

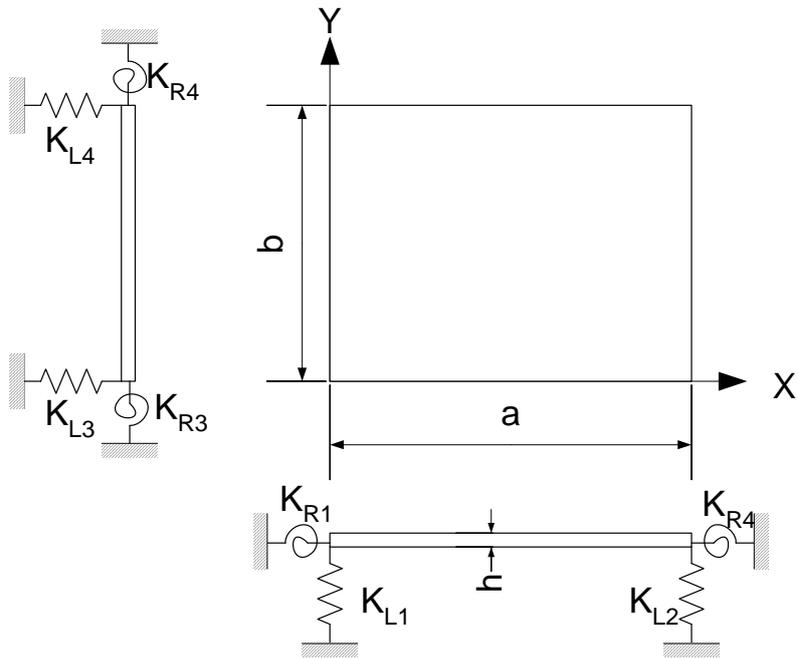


圖 2-3 複合材料三明治板之邊界條件

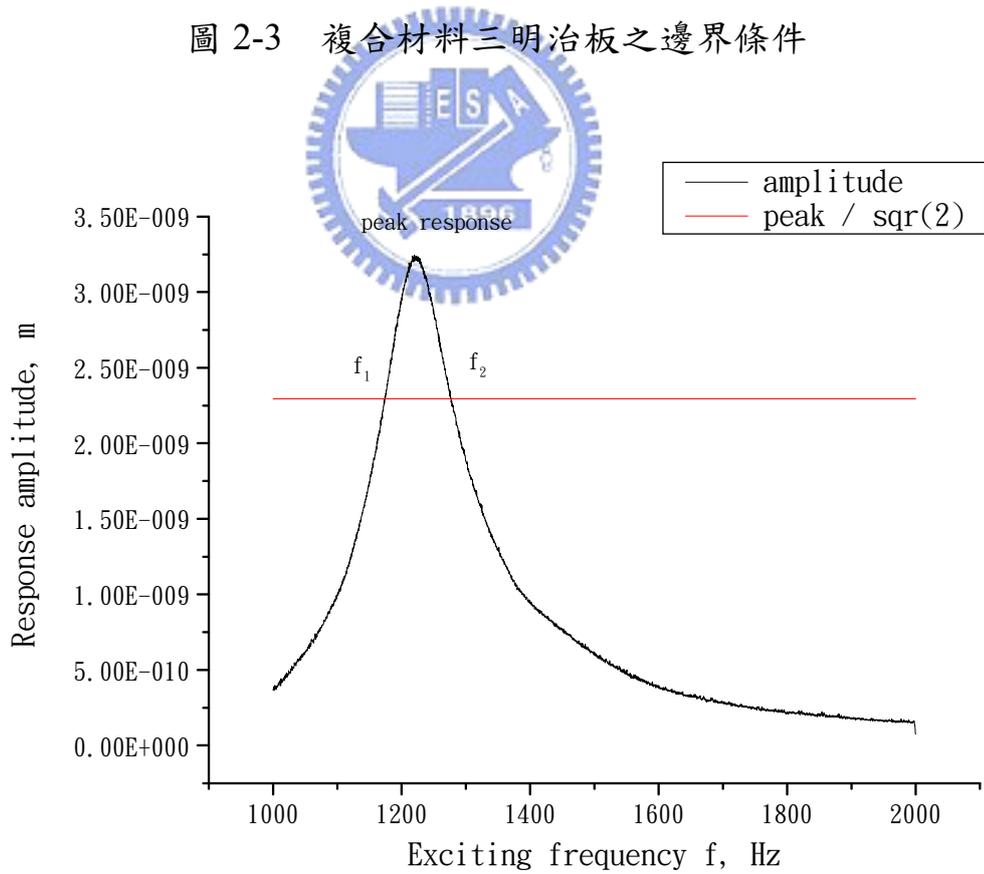


圖 2-4 頻率-位移圖

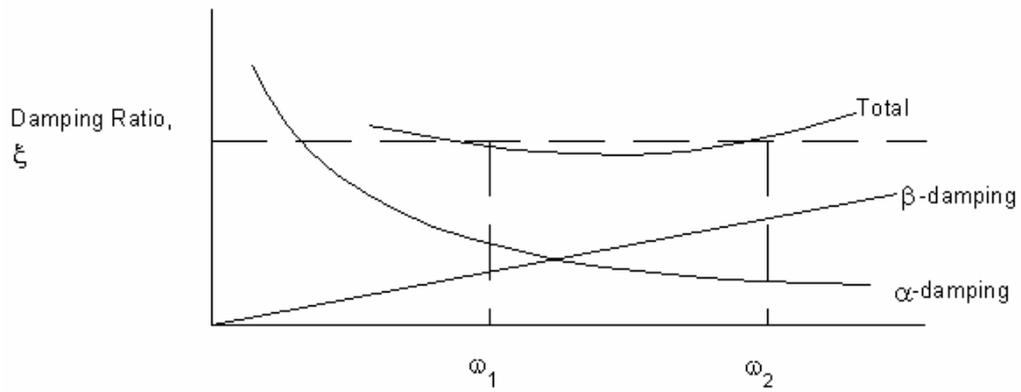


圖 2-5 Rayleigh Damping

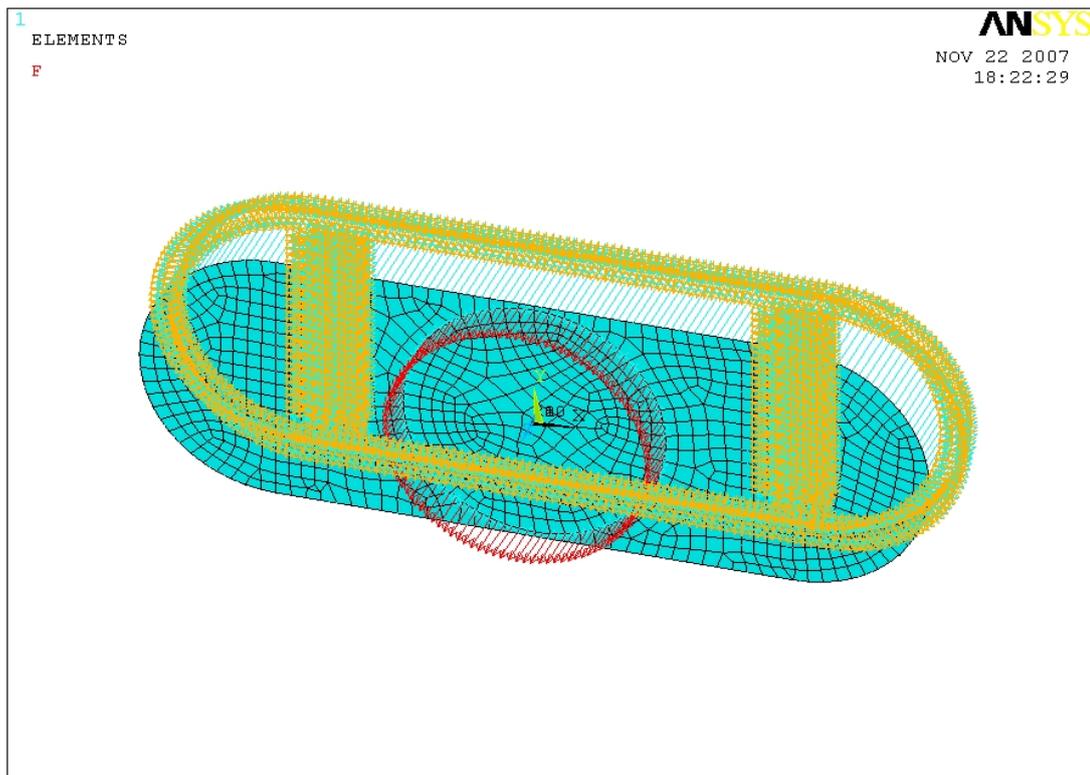


圖 3-1 ANSYS 模擬 MODEL

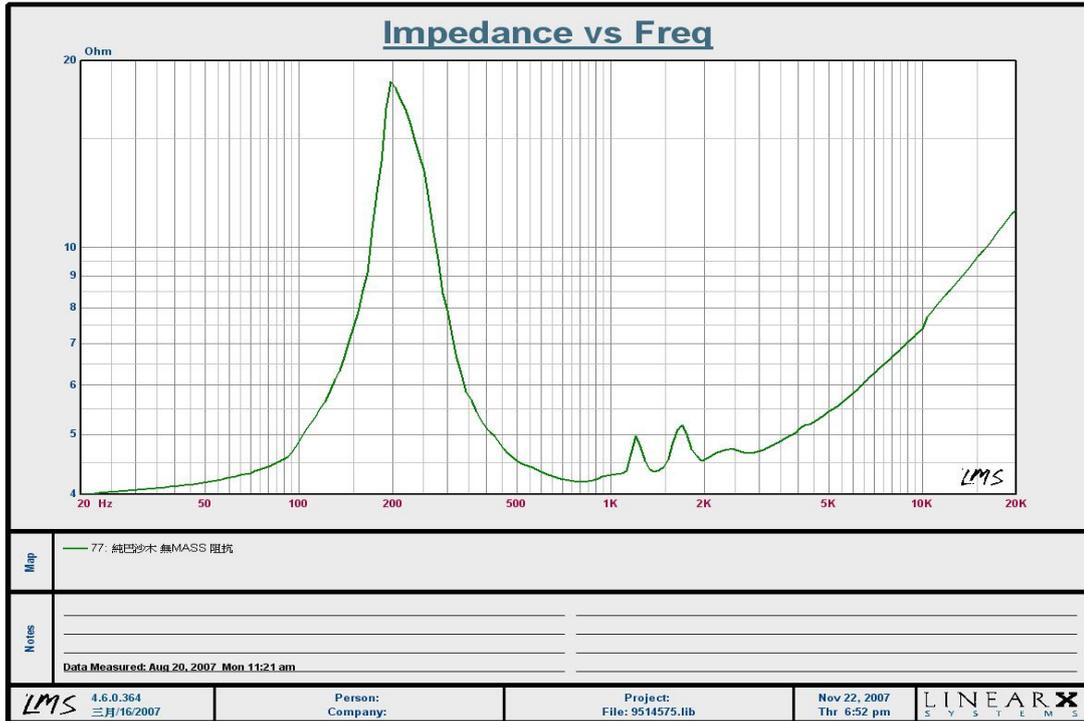


圖 3-2 純巴沙木振動板揚聲器阻抗曲線

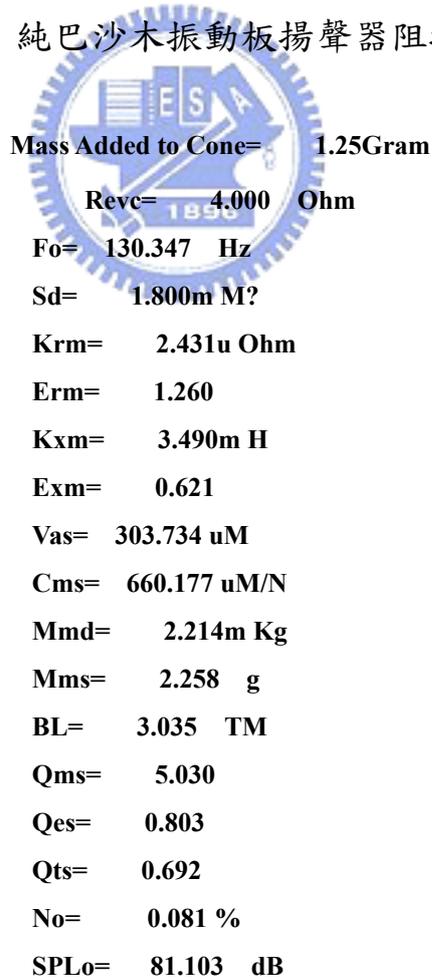
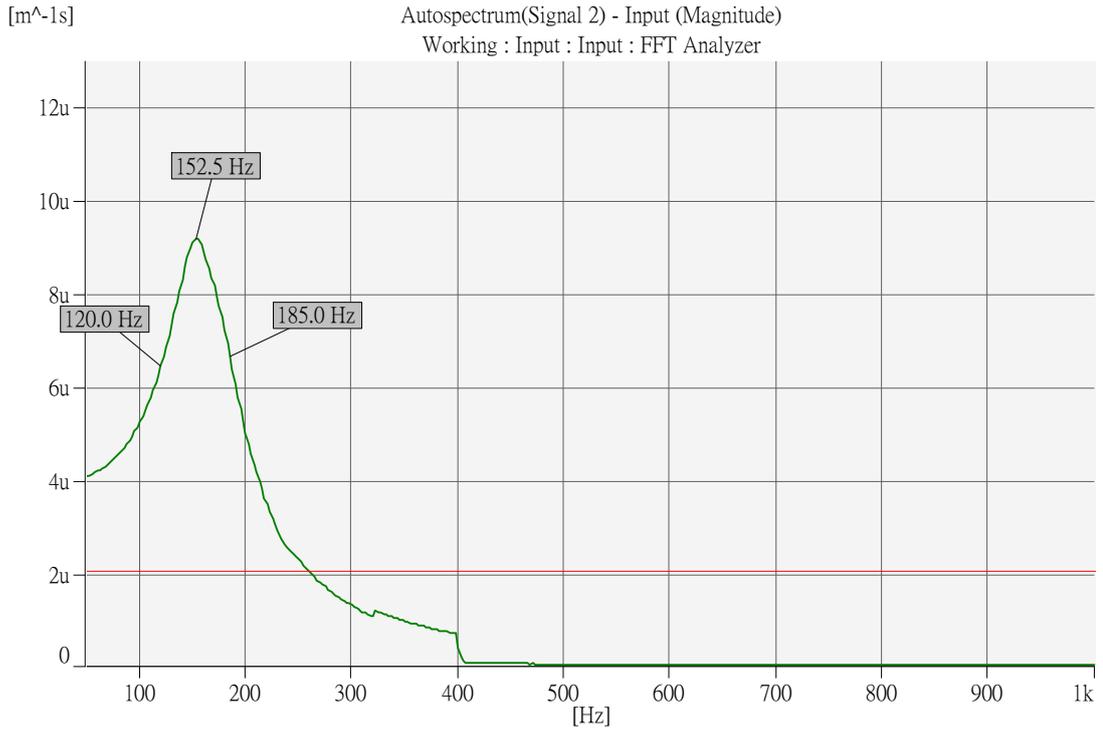
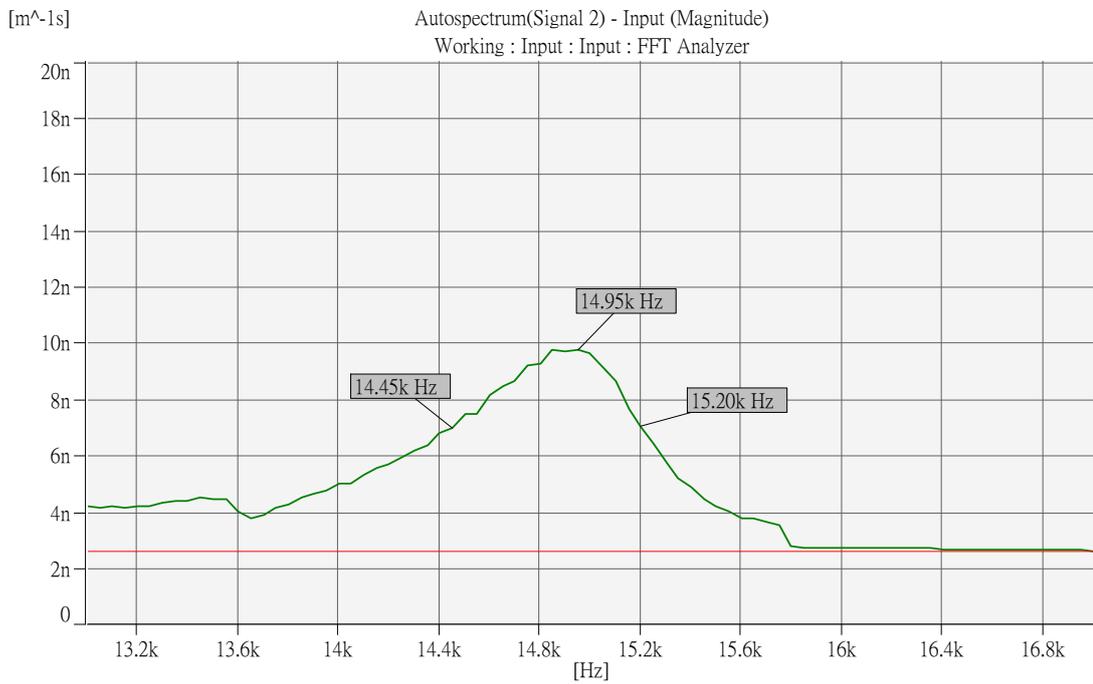


圖 3-3 純巴沙木振動板揚聲器參數值



(a) 低頻部份之位移響應



(b) 高頻部份之位移響應

圖 3-4 以雷射測速儀量測振動板中心點的位移響應

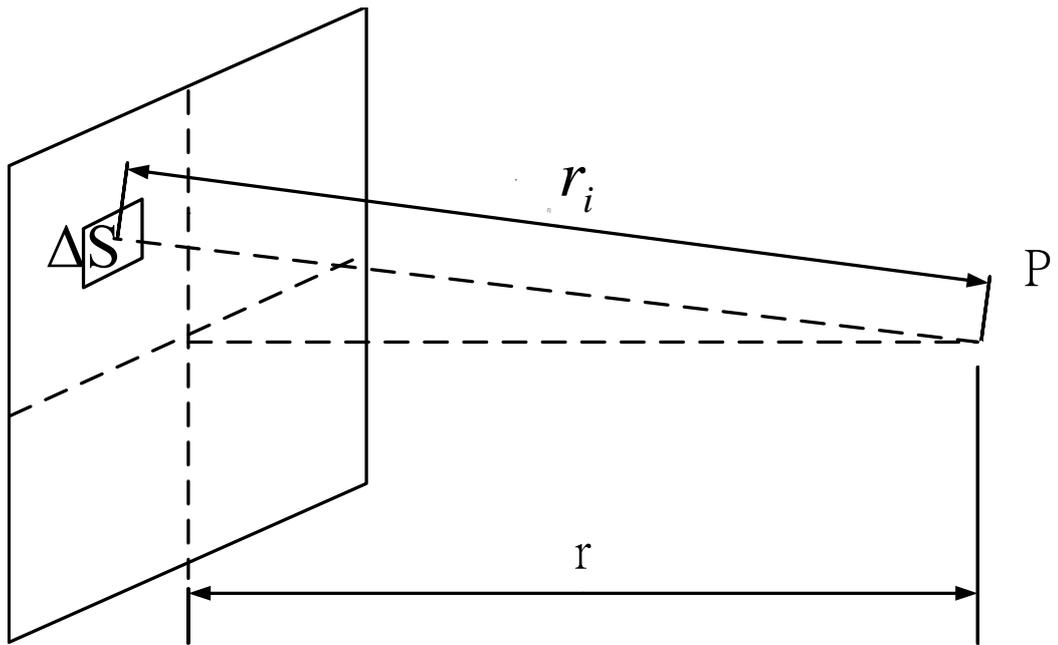


圖 3-5 聲壓距離示意圖

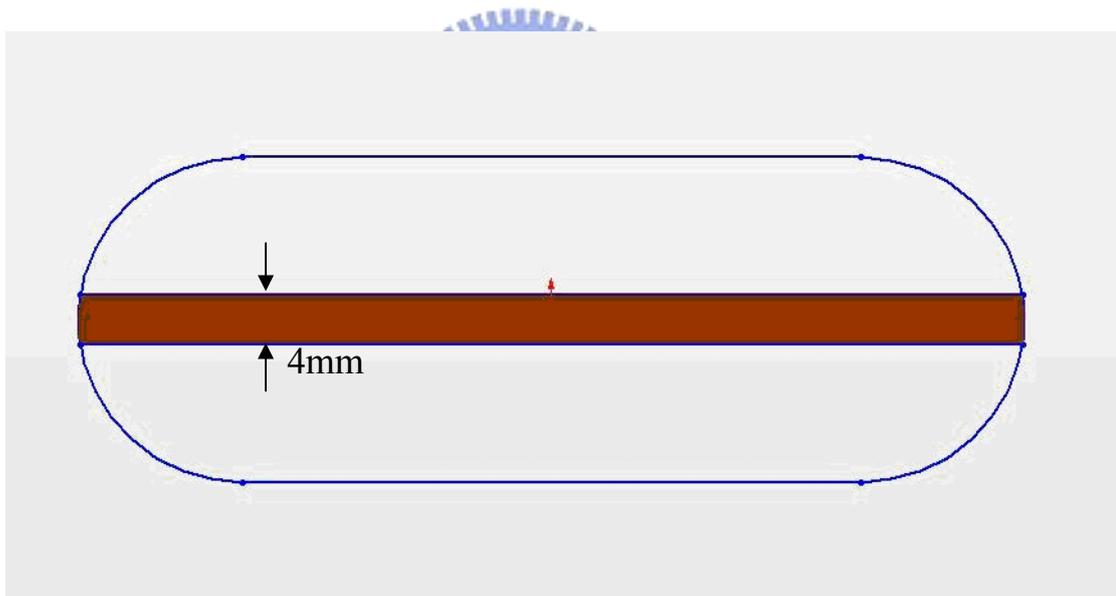


圖 3-6 中間具加勁 4mm 玻纖條之平板



圖 3-7 純巴沙木平板揚聲器實驗與模擬聲壓曲線比較圖



圖 3-8 中間具加勁 4mm 玻纖條揚聲器實驗與模擬聲壓曲線比較圖

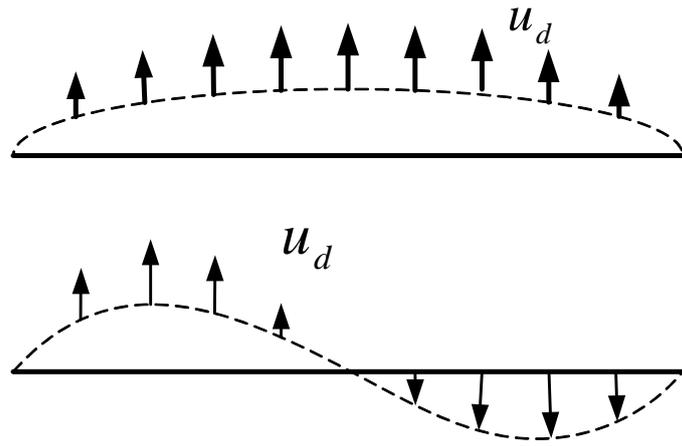


圖 4-1 振動板之振形

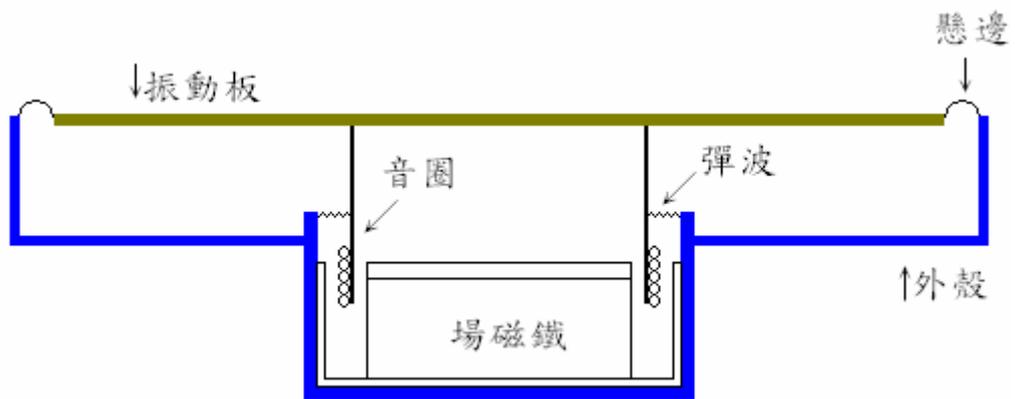


圖 4-2 揚聲器結構圖

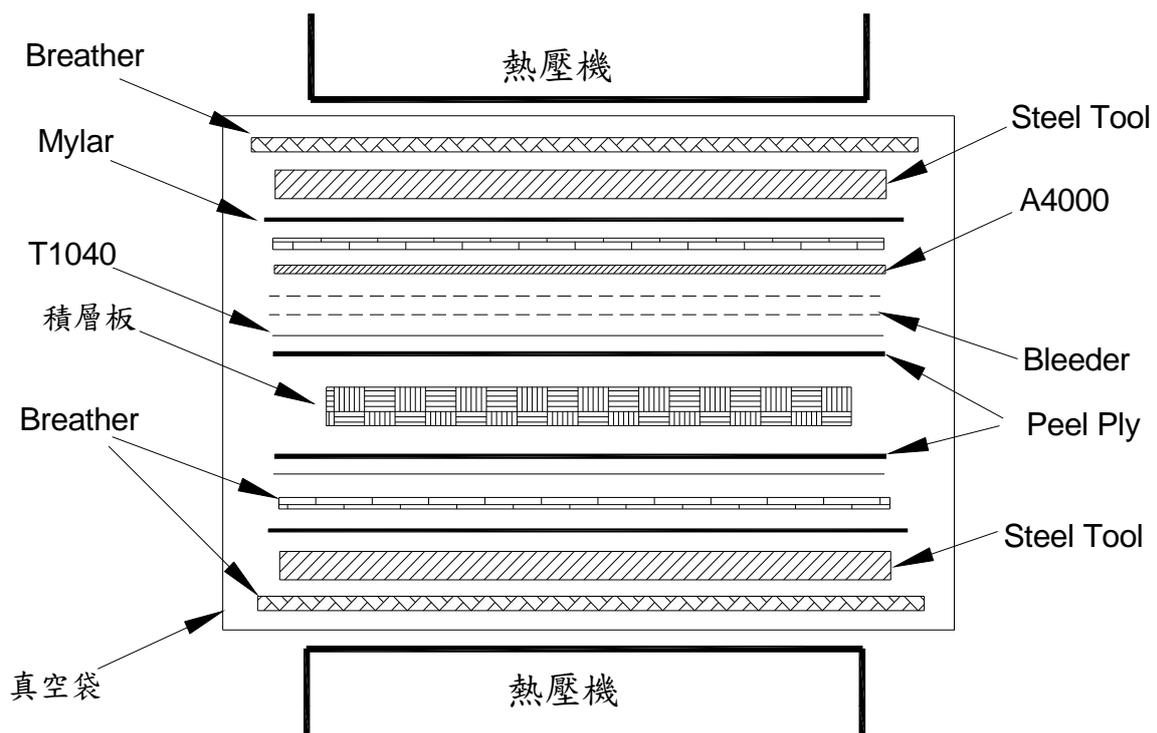


圖 4-3 疊層順序



圖 4-4 熱壓機

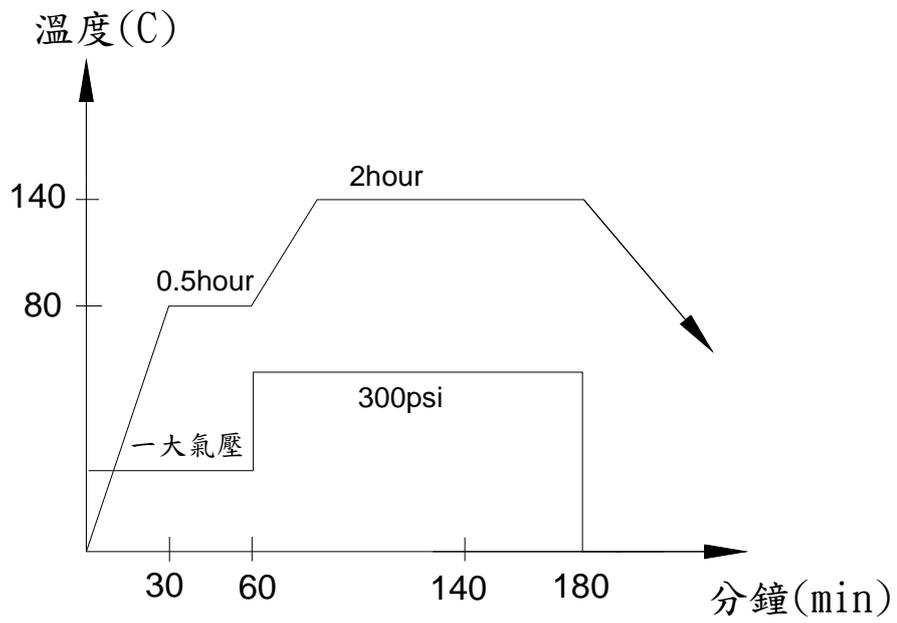


圖 4-5 複合材料積層板之加熱加壓硬化成型製程

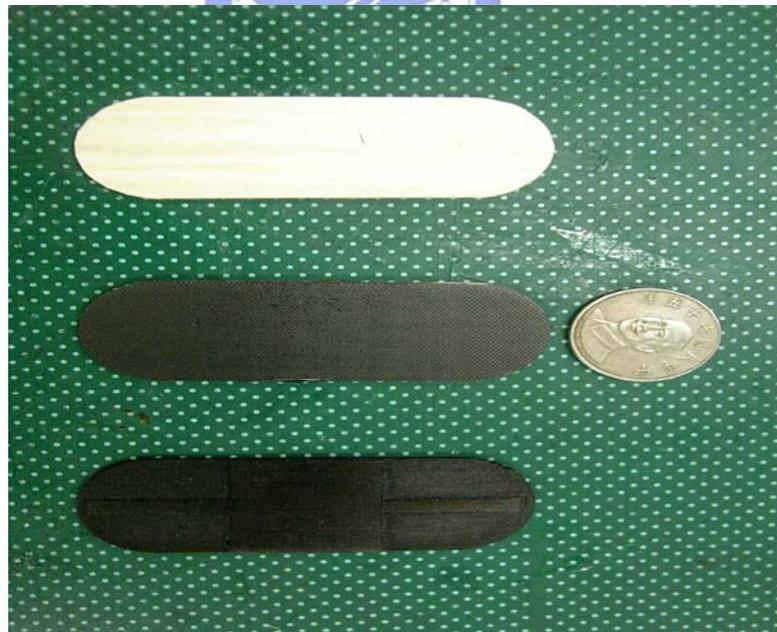


圖 4-6 揚聲器振動板



圖 4-7 彈性絹布懸邊製作

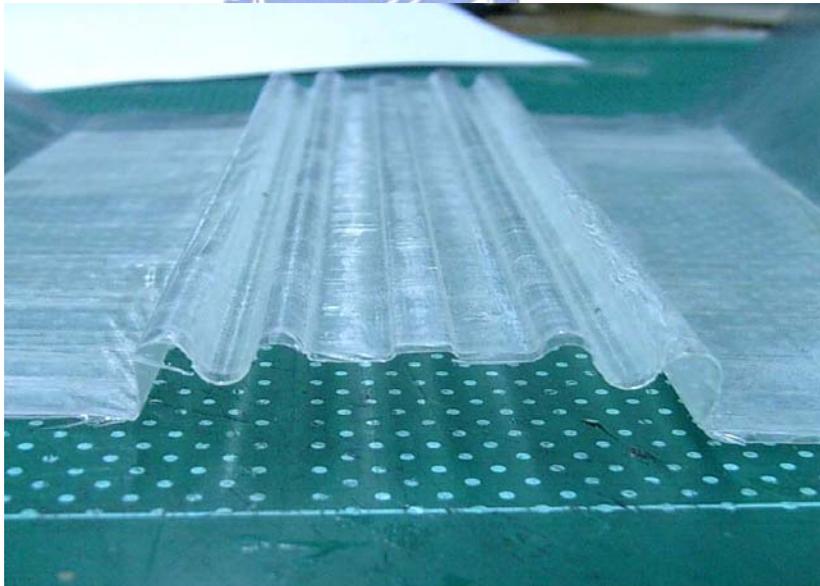


圖 4-8 玻纖波浪支承

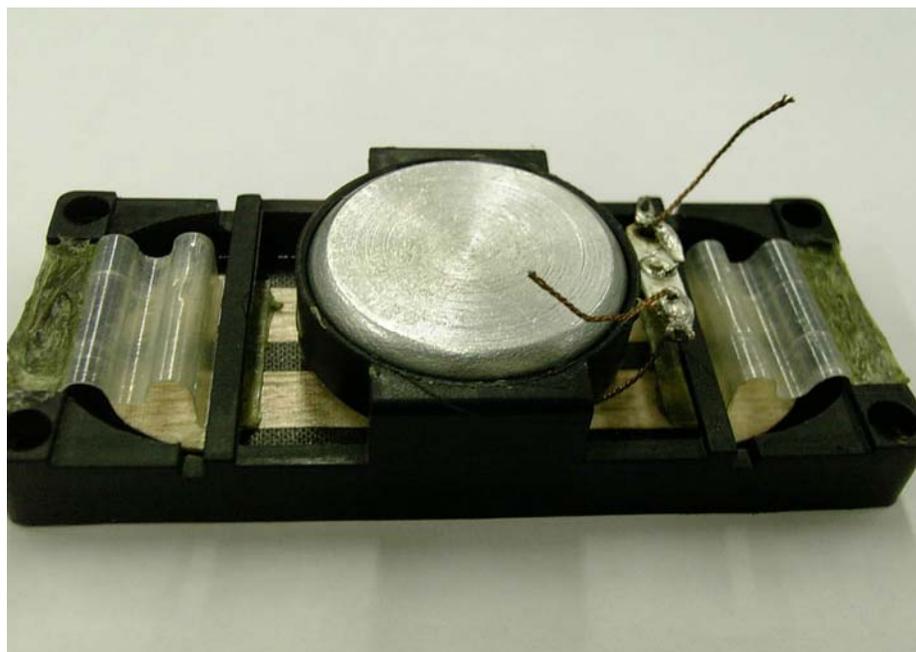


圖 4-9 揚聲器製作完成品

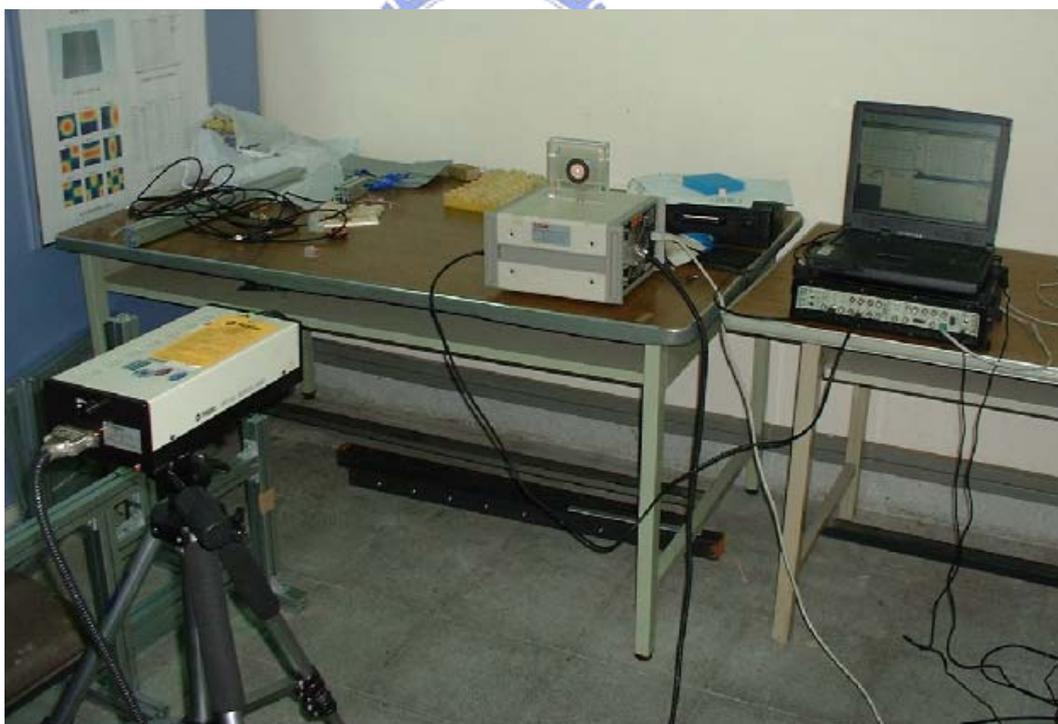


圖 4-10 阻尼比量測實驗架設圖



圖 4-11 聲壓量測實驗架設圖

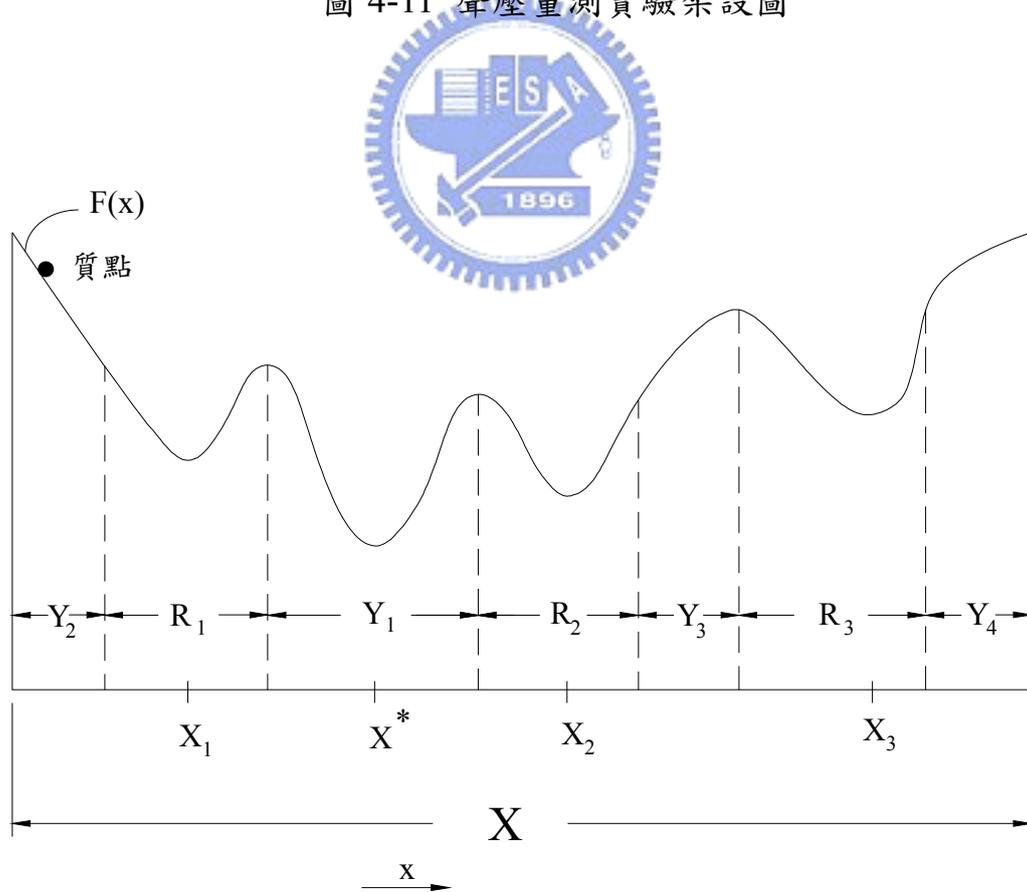


圖 5-1 能量守恆觀點最小值示意圖



圖 6-1 L 型碳纖彈性支承



圖 6-2 以 L 型碳纖為彈性支承之揚聲器完成品

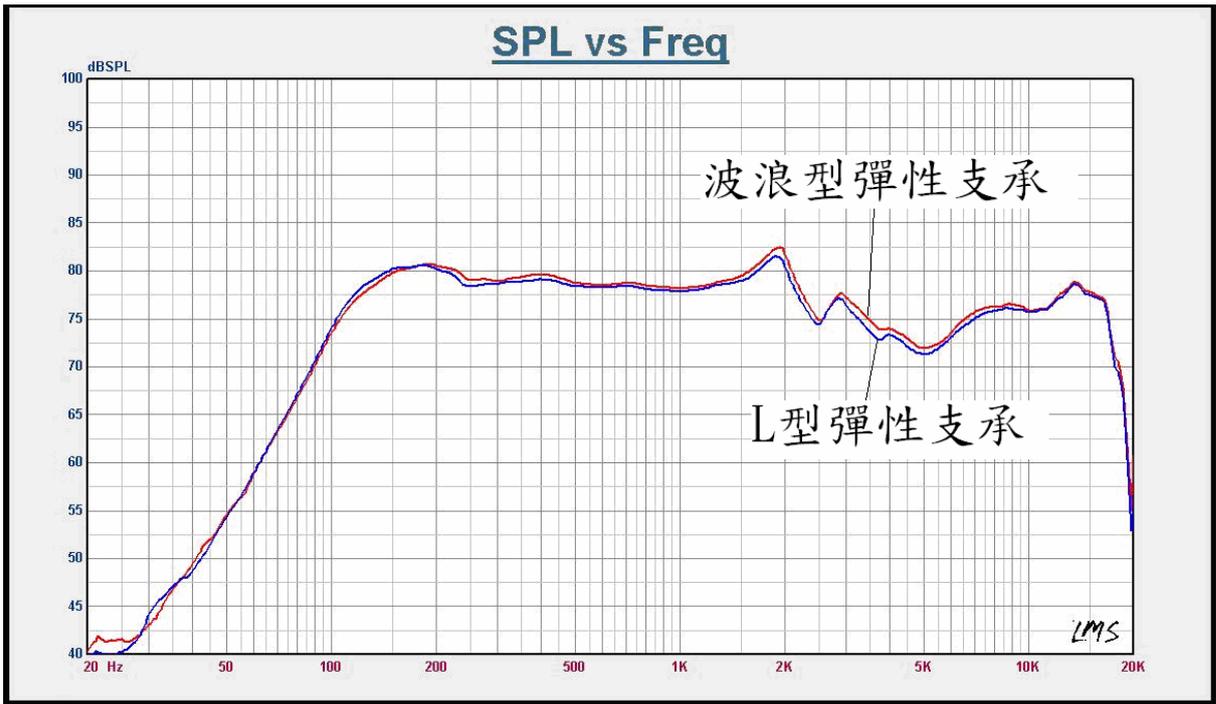


圖 6-3 兩種不同彈性支承之聲壓曲線比較

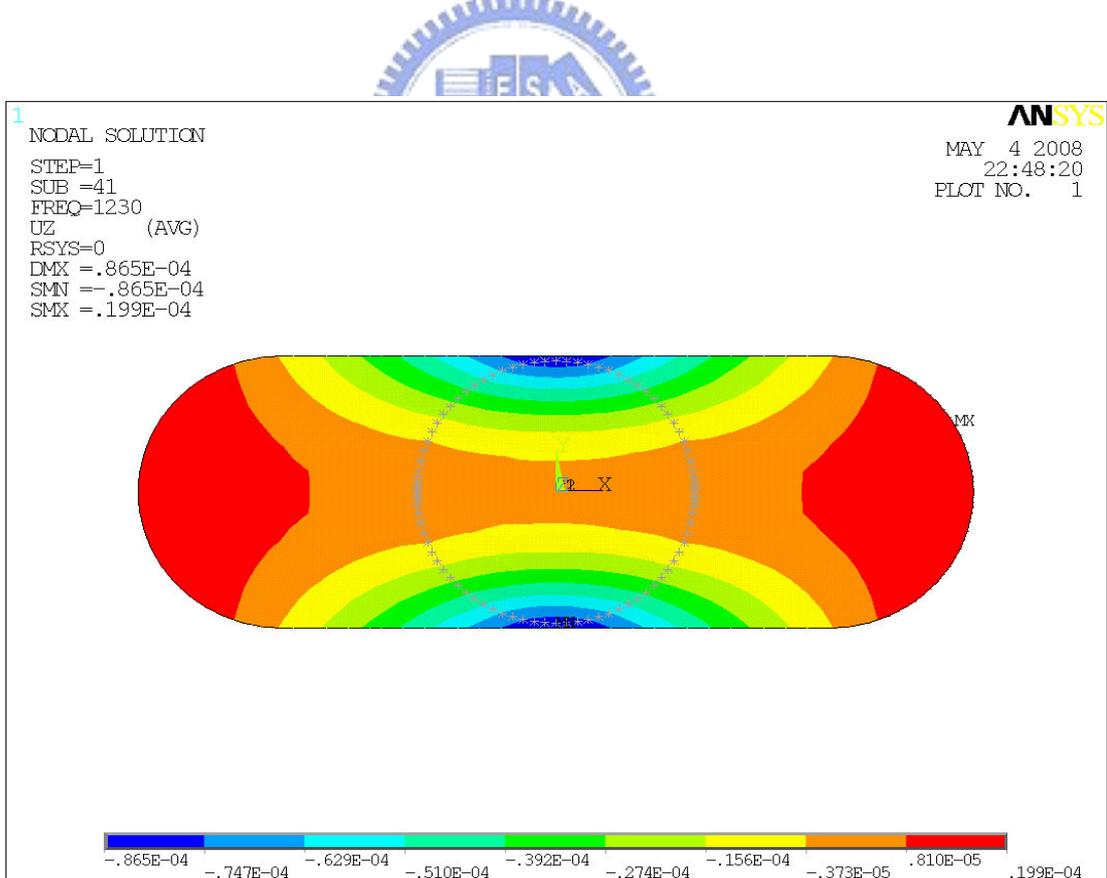


圖 6-4 純巴沙木平板在 1230Hz 之振動模態

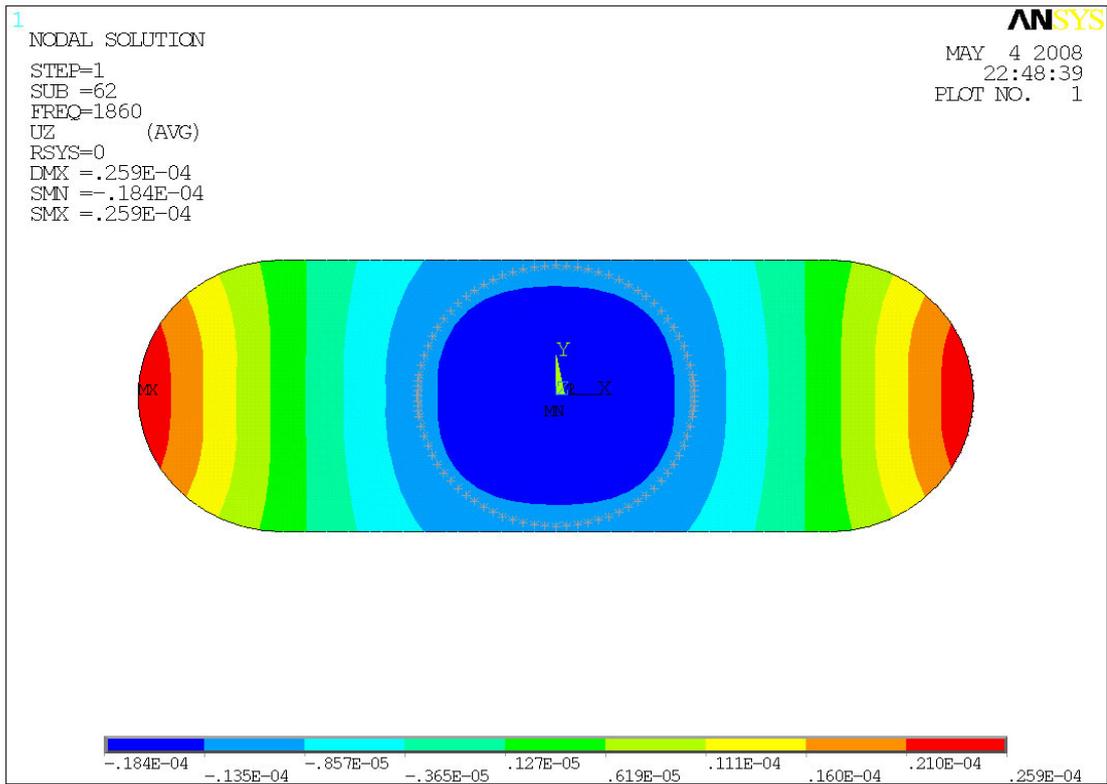


圖 6-5 純巴沙木平板在 1860Hz 之振動模態

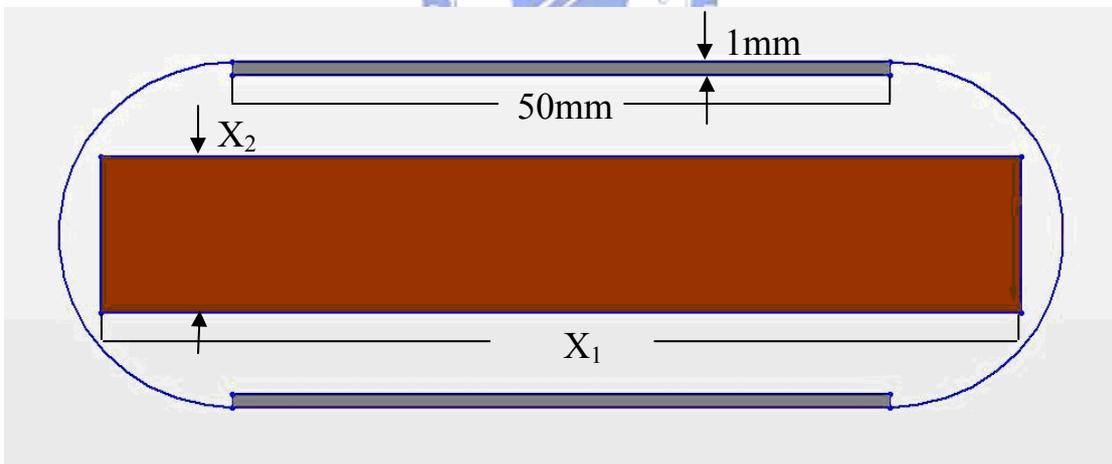


圖 6-6 第一組平板最佳化加勁圖

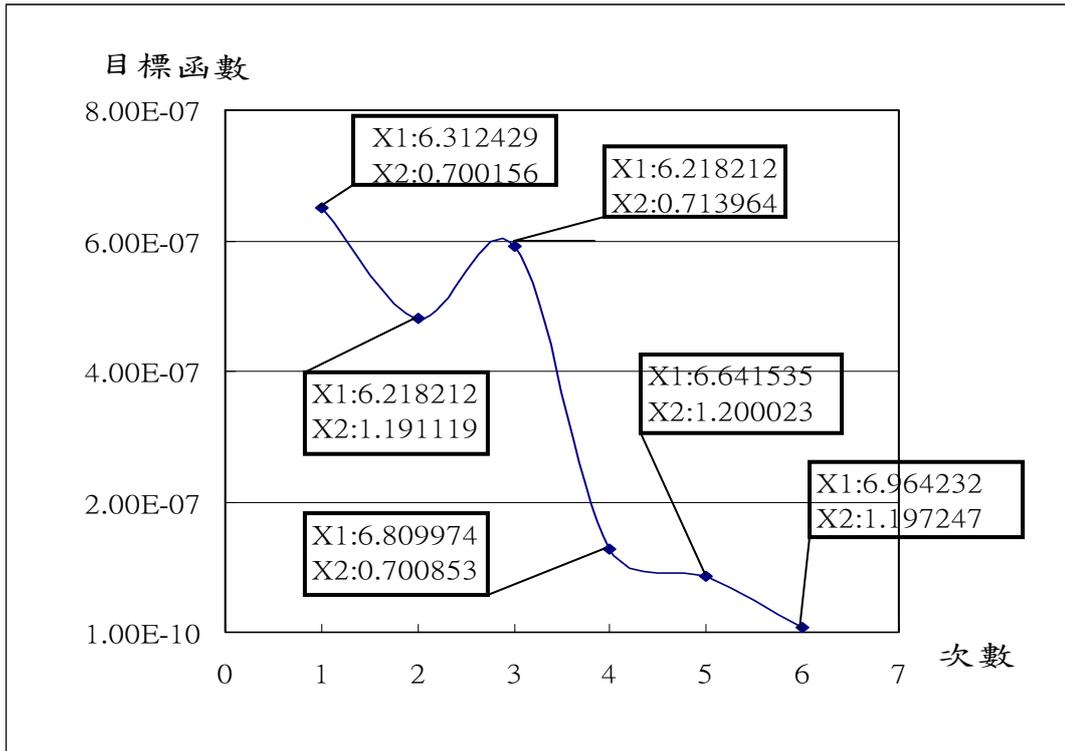


圖 6-7 第一組最佳化模型隨機起始點之目標函數收斂圖

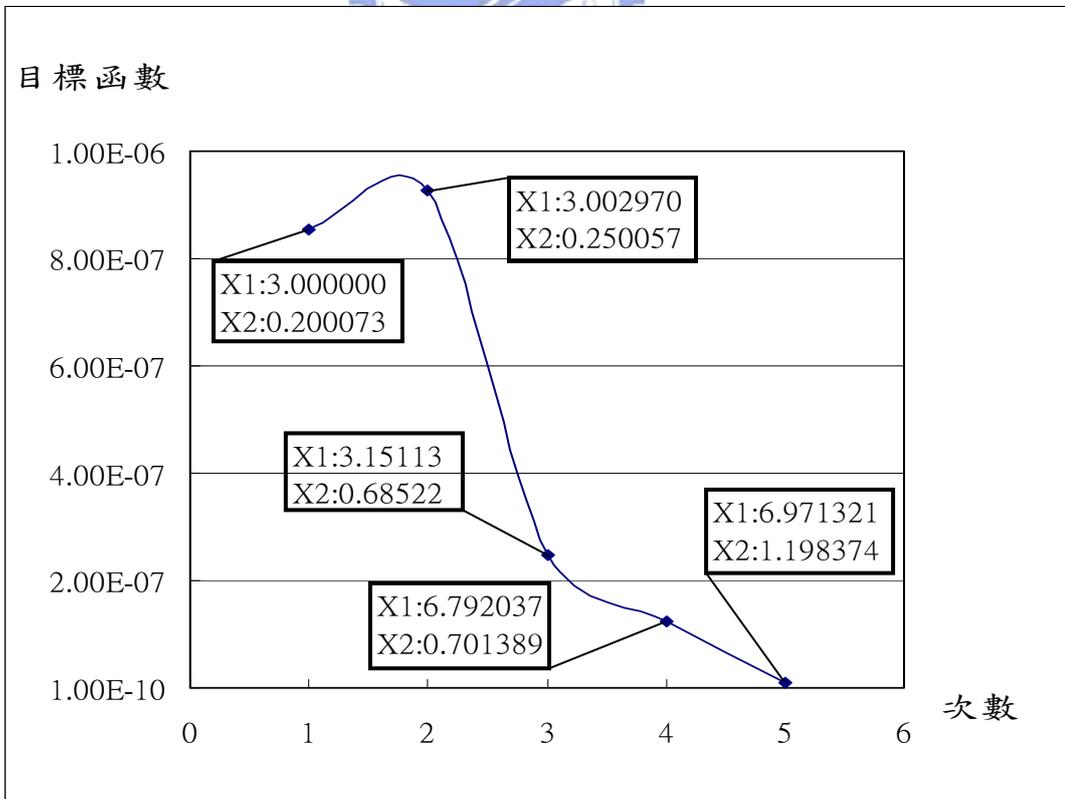


圖 6-8 第一組最佳化模型給予起始點之目標函數收斂圖

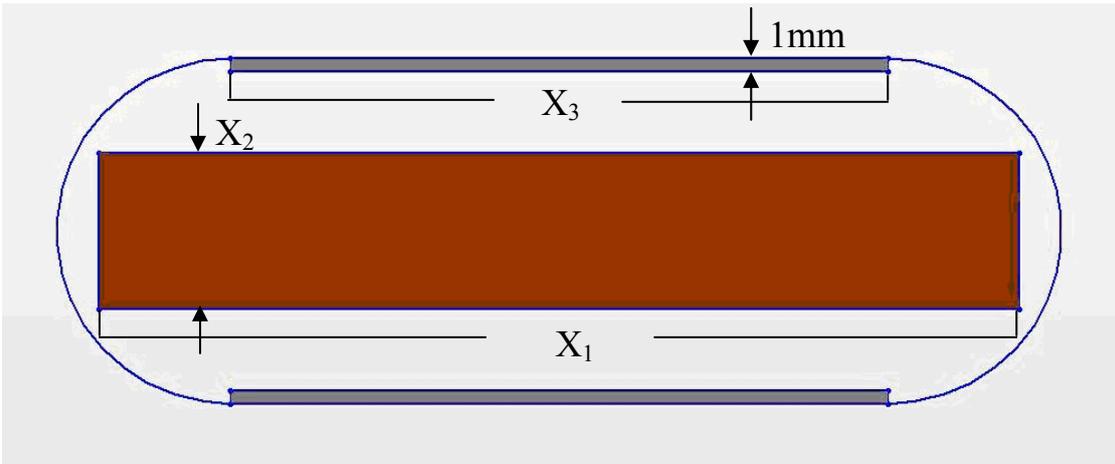


圖 6-9 第二組平板最佳化加勁圖

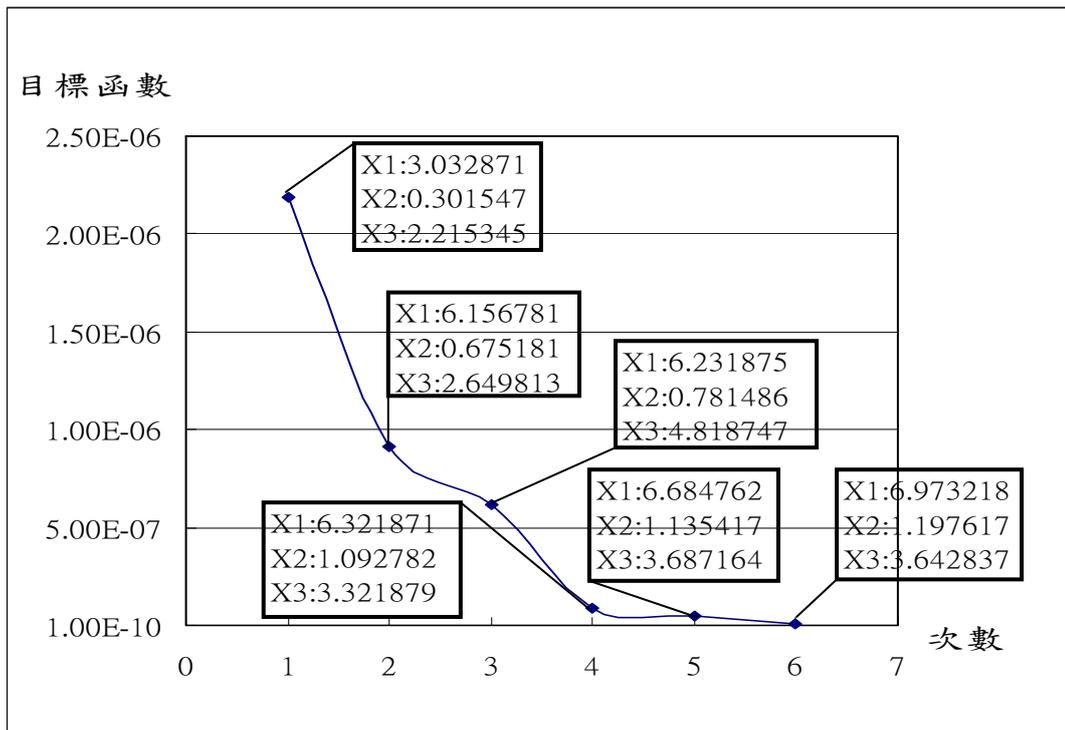


圖 6-10 第二組最佳化模型未增加權重函數之目標函數收斂圖

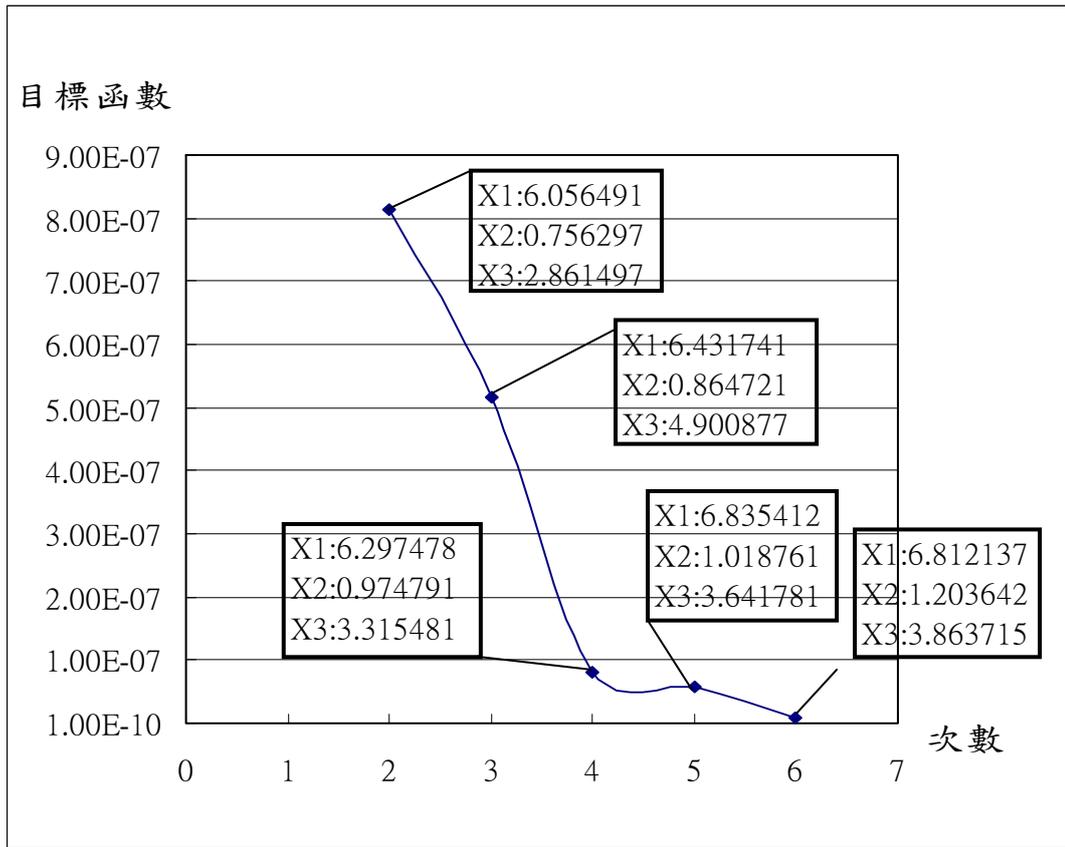


圖 6-11 第二組最佳化模型增加權重函數之目標函數收斂圖

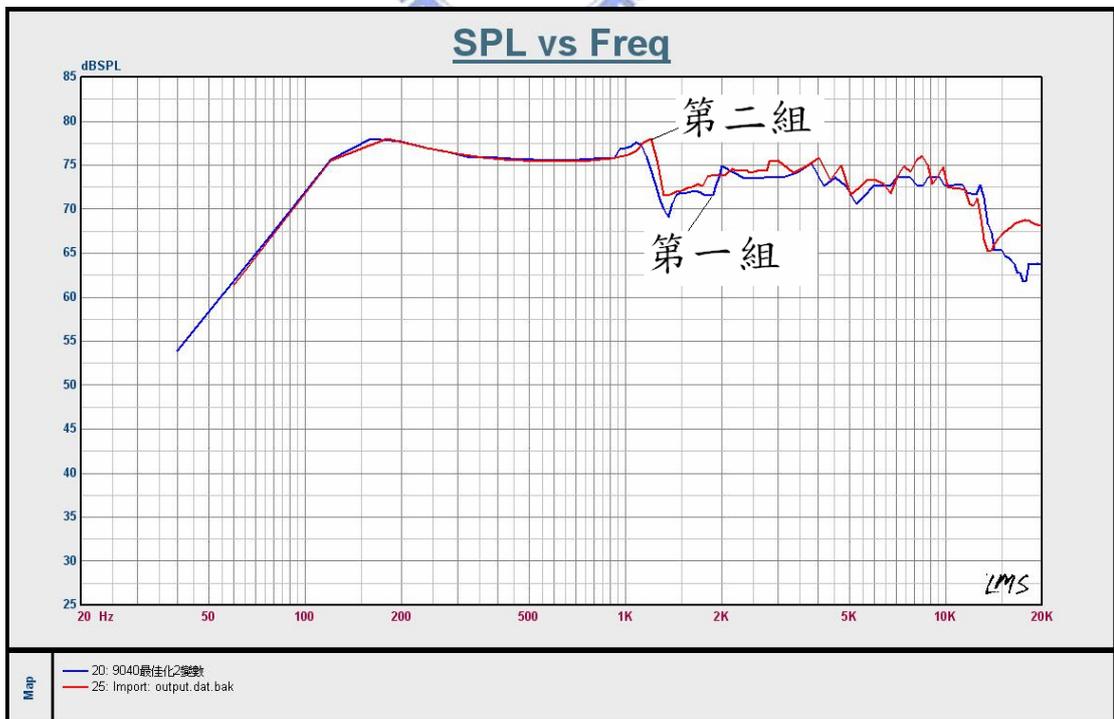


圖 6-12 第一組與第二組最佳化結果之聲壓曲線比較

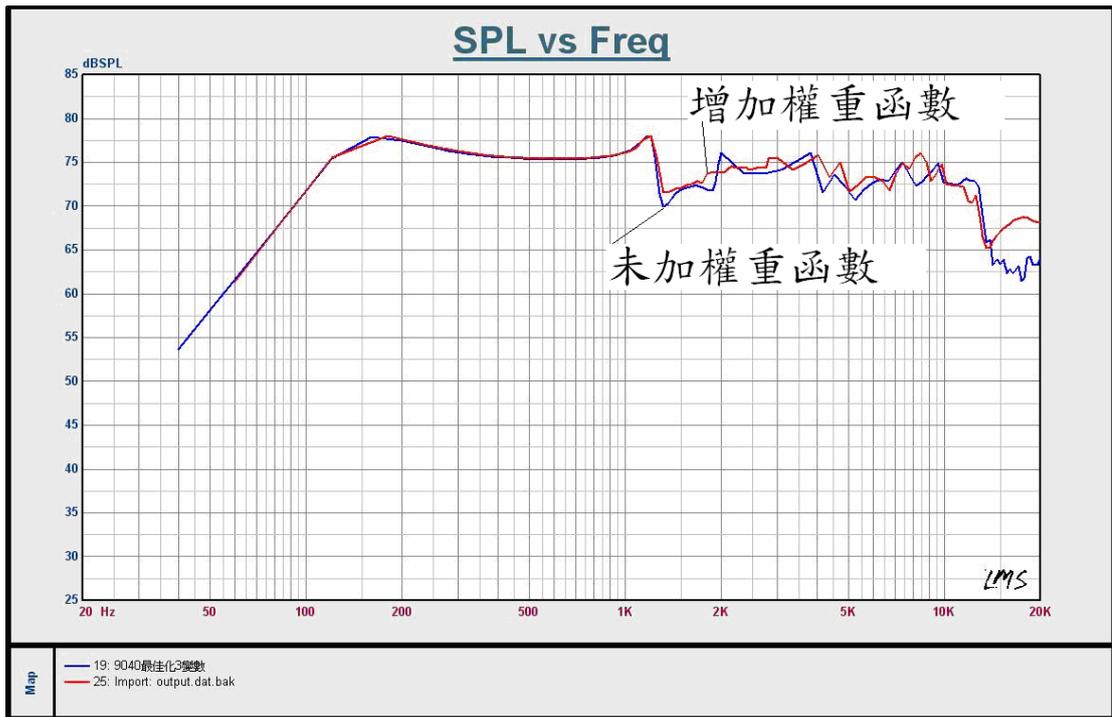


圖 6-13 有無增加權重函數之第二組最佳化模型之聲壓曲線比較

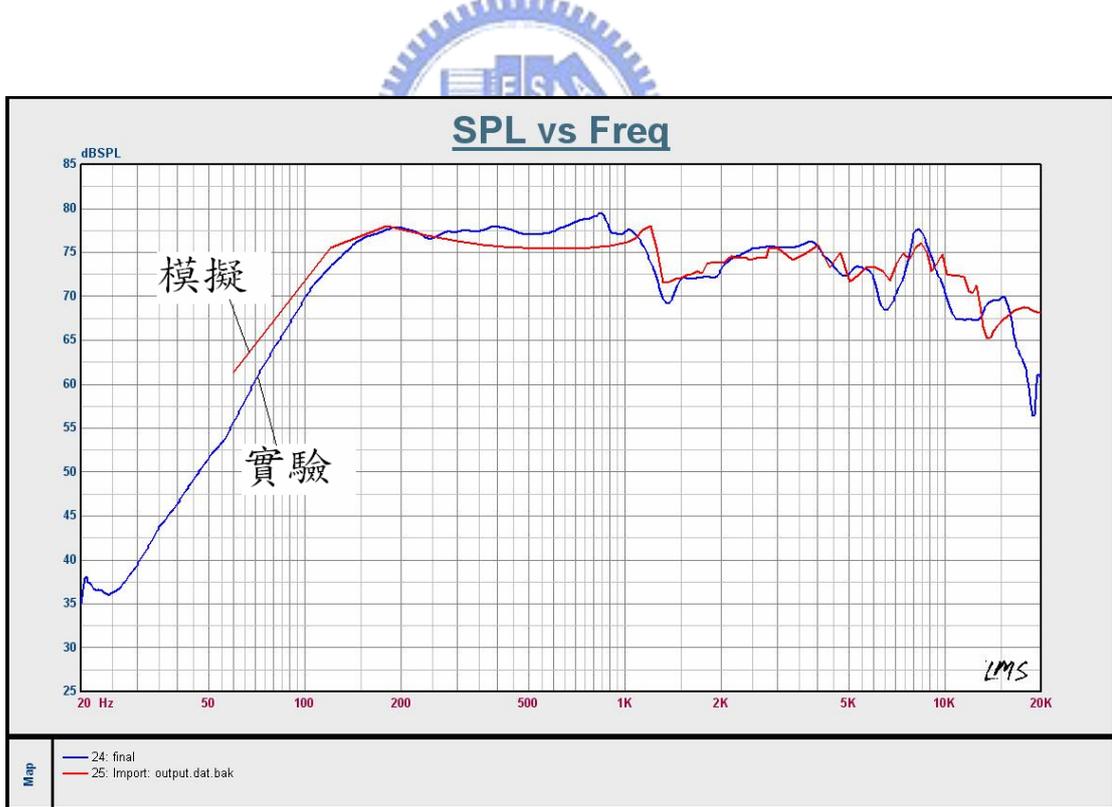


圖 6-14 最佳化理論結果與實驗結果之聲壓曲線比較



圖 6-15 最佳化實驗結果與具 4mm 玻纖條加勁平板之聲壓曲線比較

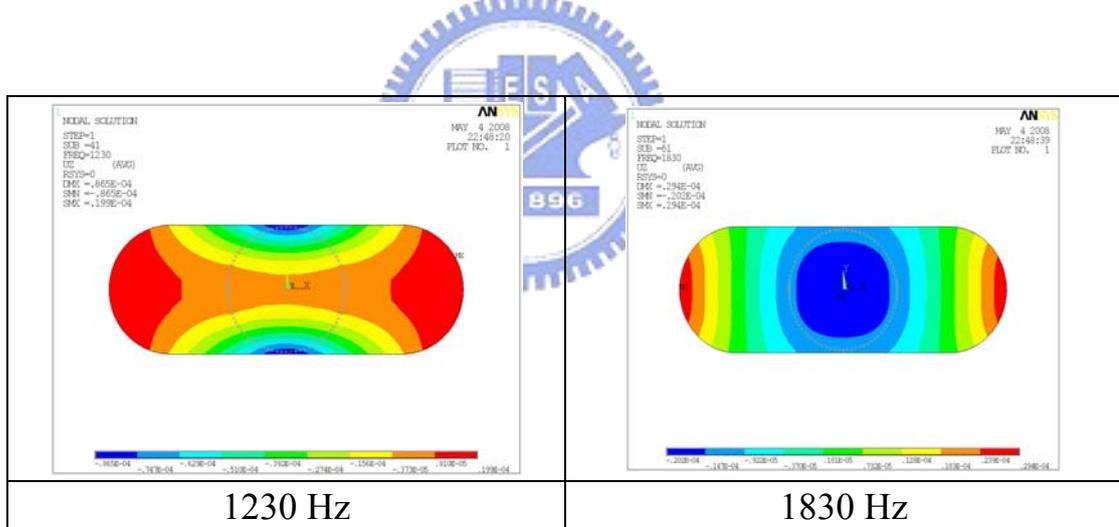


圖 6-16 中間具 4mm 加勁條平板在中音谷頻率之振動形態

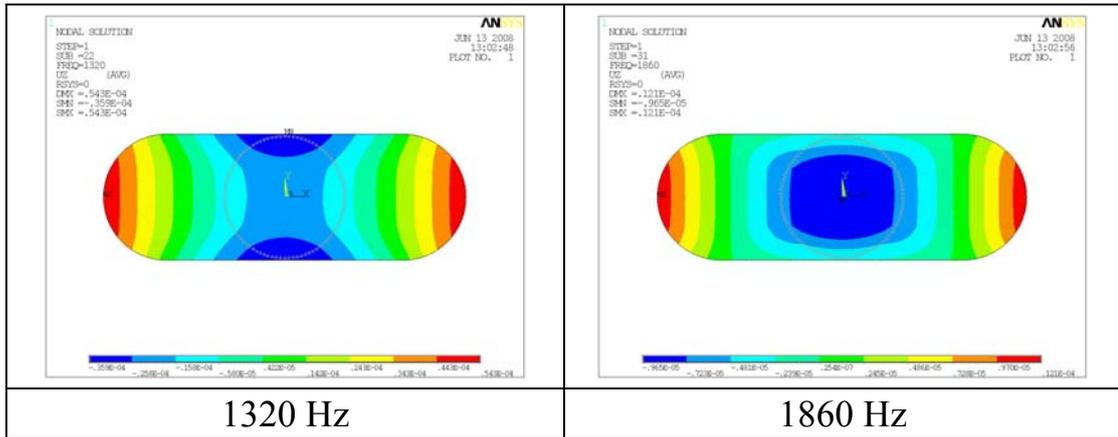


圖 6-17 最佳化加勁平板在中音谷頻率之振動形態

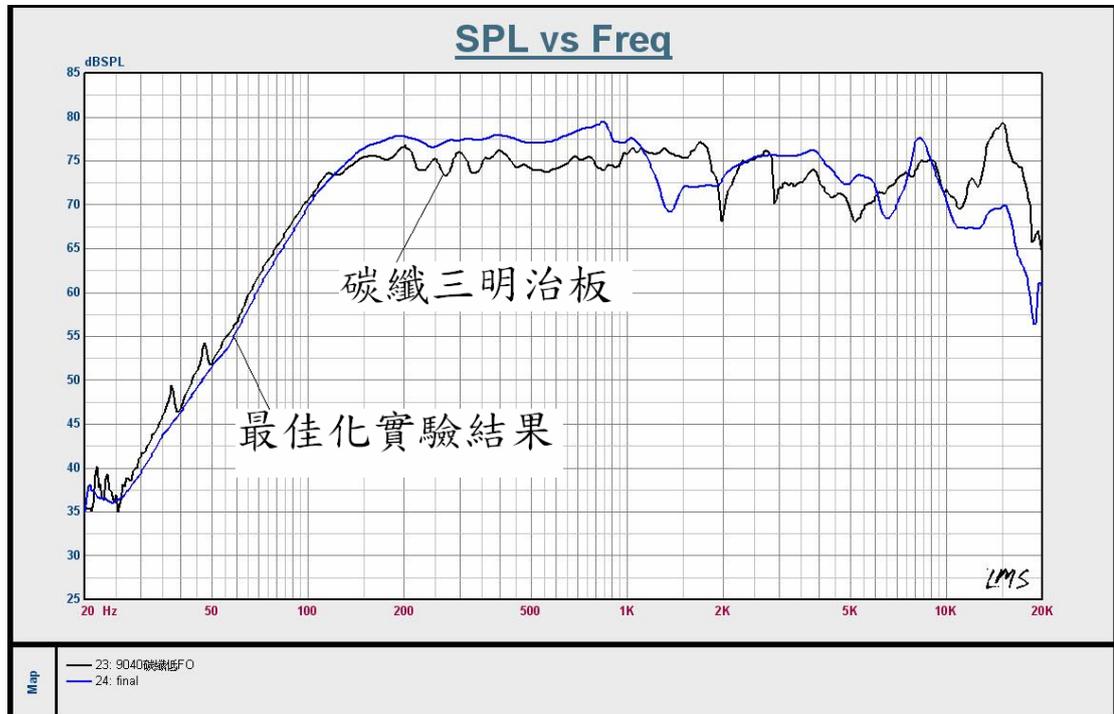


圖 6-18 最佳化實驗結果與碳纖三明治板之聲壓曲線比較圖