

# 國立交通大學

土木工程學系

碩士論文

降雨引發坡地淺崩塌之區域性風險分析研究

Investigation of Regional Risk Analysis for Rainfall-Triggered  
Shallow Landslide

研究生：林仙蕓

指導教授：楊錦釗 博士

張胤隆 博士

中華民國九十七年七月

降雨引發坡地淺崩塌之區域性風險分析研究

Investigation of Regional Risk Analysis for Rainfall-Triggered  
Shallow Landslide

研究生：林仙藝  
指導教授：楊錦釗  
張胤隆

Student: Hsien-Yun Lin  
Advisor: Jinn-Chuang Yang  
Yin-Lung Chang



Submitted to Department of Civil Engineering  
College of Engineering  
Nation Chiao Tung University  
in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of  
Master  
in  
Civil Engineering  
July 2008  
Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年七月

# 降雨引發坡地淺崩塌之區域性風險分析研究

學生：林仙莢

指導教授：楊錦釗 博士

張胤隆 博士

國立交通大學土木工程學系碩士班

## 摘要

降雨引致之淺崩塌為常見之大規模天然災害之一。以格網點為計算單元並基於無限邊坡理論與可靠度分析所建立之邊坡穩定分析方法，由於具有根基於力學基礎且同時考量地質參數不確定性等優點，近年來已廣泛地應用於相關研究中(Baum et al. 2002)。然對於具數個格網點之分析區域而言，多數研究皆僅探討各格網點之可靠度而忽略鄰近格網點之影響，並無法定量地評估分析區域之整體崩塌潛勢，因此本研究將考慮各格網點間之空間相關性，以系統之觀點提出區域可靠度之分析方法。

依據蘇歆婷(2007)，本研究選定凝聚力、摩擦角、土壤飽和單位重與飽和水力傳導係數等為具不確定性地質參數，並假設地質參數之空間變異性符合二階定常性且共變異函數為指數型態據以計算各地質參數在不同格網點間之相關係數。接著再以 Tsai and Yang(2006)所發展之「降雨引發坡地淺崩塌定率評估模式」為基礎，配合一階二次矩法計算各格網點安全係數之統計特性，包含期望值、標準差與相關係數等。最後再假設安全係數之結合機率函數為多變量常態分佈，進一步利用串聯系統之概念求解坡地穩定之區域可靠度。

為了評估區域可靠度分析方法之正確性，本研究以假設之案例配合蒙地卡羅模擬進行測試。測試結果顯示無論地質參數之不確定性程度為何，

安全係數之結合機率函數皆可合理地假設為屬於多變量常態分佈，且一階二次矩法與蒙地卡羅模擬所計算之區域可靠度差異不大，顯示本研究利用一階二次矩法評估區域性崩塌風險之合理性。

經測試後，本研究以石門水庫集水區進行實際案例之探討。模擬結果顯示，相較於傳統僅計算單一格網點可靠度之邊坡穩定分析方法，本研究提出之區域可靠度因同時考慮區域內地質參數之空間變異性與各格網點可靠度之分散程度，故更能呈現區域整體之崩塌趨勢。此外，依據區域可靠度之不同，其亦可作為決策者擬定各區域治理工程優先順序之參考。

**關鍵字:**降雨引發坡地淺崩塌、二階定常性、一階二次矩法、區域可靠度



# Investigation of Regional Risk Analysis for Rainfall-Triggered Shallow Landslide

Student : hsien-Yun Lin

Advisors : Jinn-Chuang Yang

Yin-Lung Chang

Department of Civil Engineering

National Chiao Tung University

## Abstract

Rainfall-triggered shallow landslide is one of the major natural hazards. Recently, the infinite slope theory combining reliability analysis was widely applied to assess the grid-based regional slope stability (Baum et al. 2002). The advantages of above method are based on sound physical mechanic and accounting the uncertainties of hydrogeological parameters, simultaneously. However, for a specified region consisting of several grid points, most researches accounted for the slope reliability of each individual point, and ignored the influence of its neighboring points, thus, the overall landslide potential for whole region cannot be quantified. In this study, a framework to evaluate the regional reliability during rainstorm event is presented which explicitly incorporating the spatial correlation between each grid points.

According to Su (2007), the cohesion ( $c$ ), friction angle ( $\phi$ ), unit weight of saturated soil ( $\gamma_{sat}$ ), and saturated hydraulic conductivity ( $K_{sat}$ ) are considered as the random hydrogeological parameters in this study. Based on the assumption that the spatial variability of random hydrogeological parameters are second-order stationary with exponential covariance function, the spatial correlation of uncertain parameters between each grid points inside the pre-specified region are accounted firstly. From the “Rainfall-Triggered Shallow

Landslide Model” developed by Tsai and Yang (2006) along with the first-order second-moment method (FOSM), the statistical properties of safety factor ( $FS$ ), including expectation, standard deviation, and correlation coefficients, are quantified. Furthermore, based on the assumption that the joint probability function for safety factors is multivariate normal distribution, the concept of “series system” is adopted to obtain the regional reliability (i.e. the reliability that all the grid points do not failure during rainstorm event).

To examine the accuracy of proposed framework, a hypothetical example is utilized. The examination is conducted through the comparison of the regional reliability calculated by the proposed framework and Monte Carlo simulation (MCS). The results indicate that the multivariate normal distribution assumption of safety factors and the FOSM are applicable for risk assessment of landslide, regardless of the uncertainties degrees of hydrogeologic parameters.

After the proposed framework has been examined, it is applied to the Shihmen reservoir watershed. From the application results, comparing with the traditional methods which determine the reliabilities for each individual grid points, the regional reliability is more suitable to assess the overall landslide potential for whole region because it incorporate the spatial variability of hydrogeological parameters and the spread of reliabilities among all the grid points simultaneously. Thus, the proposed framework could assist the engineers outline the management priorities for different regions according to various degrees of regional reliabilities.

***Keywords: rainfall-triggered shallow landslide, second-order stationary, First-Order Second-Moment Method, regional reliability***

## 誌 謝

承蒙恩師楊教授錦釗於生活上無微不至之照顧，並於研究期間之諄諄教誨，僅此致上衷心謝忱。感謝張博士胤隆包容拙者於研究過程所犯之種種錯誤並匡正拙者觀念之偏差，指引正確研究方向，俾使拙者順利完成論文，至此獻上誠摯之謝意。感謝湯教授有光提供諸多寶貴意見，使拙者獲益良多。於論文審查期間，感謝口試委員虞教授國興、黃教授文政及吳博士祥禎惠賜卓見，精進本論文內涵，謹致萬分謝意。

再者，感謝東霖學長、德勇學長、夢祺學長、昇學學長、曉萍學姊、世偉學長、環宇學長、秀容學姊、峰志學長、力璋學長、昭文學長、弘恩學長、仲達學長、浩榮學長、欣瑜學姐、宣汝學姊、歆婷學姐、建華學長、宗明學長、雅婷學姐、柏宏學長、偉國學長及宥達學長，於各方面之指導與幫助，尤其感謝歆婷學姐熱心相助與指點迷津。感謝同窗好友鏡如與拙者度過艱澀之研究生活，於課業上相互切磋、指教，以及同學俊哲、冠顯、仁凱、思廷、誠達與佑民在此愉悅相處兩年，亦感謝學弟妹全謚、歆淳、振家與俊宏之諸多幫忙。

特別感謝家盛於程式撰寫上之細心指導，並且包容與支持我完成論文。此外，感謝好友們睿彥、志椿、仲強、炫琦、彥廷、幸嬋、琮瑋、小魚及冷媒在我意志消沉時，不間斷地為我打氣。

最後，感謝外婆、父親、母親、二姐、弟弟、*cheese* 以及在天上之外公，謝謝你們的關愛與無悔付出，感激之情溢於言表，謹以此論文獻予你們並分享我的喜悅與榮耀。

# 目 錄

摘要 .....	I
Abstract .....	III
誌謝 .....	V
目錄 .....	VI
表目錄 .....	IX
圖目錄 .....	X
符號說明 .....	XIII
<b>第一章 緒論 .....</b>	<b>1</b>
1.1 研究動機與目的 .....	1
1.2 文獻回顧 .....	2
1.2.1 邊坡穩定分析方法 .....	2
1.2.2 邊坡穩定可靠度分析 .....	4
1.2.3 系統可靠度 .....	7
1.3 研究方法 .....	8
1.4 章節介紹 .....	9
<b>第二章 理論基礎及分析方法建置 .....</b>	<b>10</b>
2.1 降雨引發坡地淺崩塌定率模式簡介 .....	10
2.2 區域性風險分析方法建立 .....	12
2.2.1 地質參數特性分析 .....	12
2.2.2 地質參數空間變異性分析 .....	14
2.2.3 安全係數統計特性及其空間變異性分析 .....	15
2.2.4 區域可靠度分析 .....	21
2.3 小結 .....	23



<b>第三章 區域性風險分析方法測試</b> .....	<b>24</b>
3.1 案例設定.....	24
3.2 蒙地卡羅模擬.....	26
3.2.1 參數取樣方法與前處理.....	26
3.2.2 參數取樣次數探討.....	27
3.2.3 區域可靠度判定.....	28
3.3 區域性風險分析方法輸入資料修正.....	29
3.4 區域性風險分析方法模擬結果.....	30
3.5 區域性風險分析方法測試.....	32
3.5.1 多變量常態分佈假設探討.....	32
3.5.2 一階二次矩法適用性探討.....	33
3.6 區域可靠度之延伸應用.....	35
<b>第四章 應用案例探討分析</b> .....	<b>38</b>
4.1 石門水庫優先治理區.....	38
4.1.1 區域選取.....	38
4.1.2 分析方法設定.....	38
4.1.3 砂崙仔模擬結果分析.....	40
4.1.4 下文光模擬結果分析.....	41
4.2 治理工程優先順序評估.....	42
4.2.1 治理工程選擇與分析方法設定.....	42
4.2.2 模擬結果與分析.....	43
<b>第五章 結論與建議</b> .....	<b>45</b>
5.1 結論.....	45
5.2 建議.....	47
<b>參考文獻</b> .....	<b>49</b>

附錄A	拉丁超立方取樣方法.....	55
附錄B	正交轉換.....	56



## 表 目 錄

表2-1	地質參數統計特性整理表 .....	59
表2-2	地質參數變異係數比較表 .....	60
表2-3	地質參數統計資料歸納 .....	60
表3-1	不同地質水平相關尺度資料彙整表 .....	61
表3-2	測試案例不確定性地質參數之變異性數表 .....	62
表3-3	格網點(2,4)安全係數期望值比較.....	62
表3-4	格網點(2,4)安全係數之標準差比較.....	63
表3-5	安全係數相關係數之比較 .....	63
表3-6	區域可靠度比較 .....	64
表3-7	區域崩塌機率比較 .....	64
表4-1	石門水庫集水區主要地層地質參數表 .....	65
表4-2	不同案例變異係數表 .....	65
表4-3	案例一總降雨量為200mm時砂崙仔之可靠度 .....	66
表4-4	案例二總降雨量為200mm時砂崙仔之可靠度 .....	66
表4-5	案例一總降雨量為200mm時下文光之可靠度 .....	67
表4-6	案例二總降雨量為200mm時下文光之可靠度 .....	68
表4-7	本研究選用三項二階段治理工程相關資料 .....	69
表4-8	治理工程位置與地層資料 .....	69
表4-9	案例一總降雨量為200mm時可靠度隨時間之變化.....	70
表4-10	案例二總降雨量為200mm時可靠度隨時間之變化.....	71
表4-11	案例一步同降雨量下第144個小時各工程之可靠度 .....	72

## 圖目錄

圖1-1	研究步驟流程圖 .....	73
圖2-1	研究方法建構流程 .....	74
圖2-2	降雨引發入滲之示意圖 .....	75
圖3-1	土體斜面示意圖 .....	75
圖3-2	模擬案例平面圖 .....	76
圖3-3	概念化降雨雨型示意圖 .....	76
圖3-4	高度變異程度時凝聚力取樣值組體圖 .....	77
圖3-5	低度變異程度時凝聚力取樣值組體圖 .....	77
圖3-6	參數取樣組數測試(凝聚力).....	78
圖3-7	參數取樣組數測試(飽和水力傳導係數).....	78
圖3-8	蒙地卡羅模擬流程圖 .....	79
圖3-9	格網點(2,4)不同案例安全係數期望值變化圖(U-FOVE) .....	80
圖3-10	格網點(2,4)不同案例壓力水頭期望值變化圖(U-FOVE) .....	80
圖3-11	格網點(2,4)不同案例安全係數標準差變化圖(U-FOVE) .....	81
圖3-12	不同案例區域可靠度變化圖(U-FOVE).....	81
圖3-13	安全係數期望值與標準差對可靠度影響示意圖 .....	82
圖3-14	不同案例相關係數變化圖 .....	82
圖3-15	格網點(2,4)不同案例安全係數期望值變化圖(M-FOVE) .....	83
圖3-16	格網點(2,4)不同案例安全係數標準差變化圖(M-FOVE) .....	83
圖3-17	不同案例區域可靠度變化圖(M-FOVE) .....	84
圖3-18	高度變異程度各格網點安全係數組體圖 .....	84
圖3-19	中度變異程度各格網點安全係數組體圖 .....	85
圖3-20	低度變異程度各格網點安全係數組體圖 .....	85
圖3-21	中度變異程度案例多變量常態分佈趨勢檢測 .....	86

圖3-22	低度變異程度案例多變量常態分佈趨勢檢測 .....	86
圖3-23	高度變異程度凝聚力取樣經前處理之多變量常態分佈趨勢檢 測 .....	87
圖3-24	高度變異程度凝聚力取樣未經前處理之單點安全係數組體圖 .....	87
圖3-25	高度變異程度凝聚力取樣未經前處理之多變量常態分佈趨勢 檢測 .....	88
圖3-26	不同案例安全係數期望值與MCS之相對誤差 .....	88
圖3-27	不同案例安全係數標準差與MCS之相對誤差 .....	89
圖3-28	不同案例安全係數相關係數與MCS之相對誤差 .....	89
圖3-29	不同案例區域可靠度與MCS之相對誤差 .....	90
圖3-30	不同案例區域崩塌機率與MCS之相對誤差 .....	90
圖3-31	允許最多破壞點數之可靠度隨時間變化情形 .....	91
圖4-1	探討案例概念圖 .....	91
圖4-2	石門水庫集水區六大優先治理區分佈概況圖 .....	92
圖4-3	砂崙仔立體圖 .....	93
圖4-4	砂崙仔平面圖 .....	93
圖4-5	下文光立體圖 .....	94
圖4-6	下文光平面圖 .....	94
圖4-7	砂崙仔地層分佈 .....	95
圖4-8	下文光地層分佈 .....	95
圖4-9	砂崙仔地區(案例一)可靠度隨降雨量之變化 .....	96
圖4-10	砂崙仔地區，案例一之單點可靠度隨降雨量變化情形 .....	96
圖4-11	砂崙仔地區，兩案例之可靠度隨降雨量變化情形 .....	97
圖4-12	下文光地區單點可靠度隨降雨量之變化 .....	97

圖4-13	下文光，可靠度隨降雨量之變化 .....	98
圖4-14	三項治理工程現地位置 .....	98
圖4-15	編號16治理工程其可靠度隨降雨量之變化 .....	99
圖4-16	三項治理工程區域可靠度隨不同降雨之變化(案例一) .....	99



## 符號說明

$a$  = 相關尺度(Correlation Scale) ;

$C(\psi) = d\theta / d\psi$  ;

$C_0$  = 土壤含水層隨壓力水頭之最小變化率 ;

$C$  = 土壤凝聚力(Cohesion) ;

$C_0$  = 土壤含水層隨壓力水頭之最小變化率 ;

$Corr[\cdot]$  = 相關係數矩陣(Correlation) ;

$COV[\cdot]$  = 共變異數(Covariance) ;

$COV$  = 變異係數(Coefficient Of Variation) ;

$D_0$  = 水力擴散度(hydraulic diffusivity) ;

$D_x$  = 水平間隔大小 ;

$D_y$  = 垂直間隔大小 ;

$d_z$  = 初始地下水位(Groundwater Table) ;

$d_{LZ}$  = 坡地土層厚度 ;

$E[\cdot]$  = 平均值 ;

$FS$  = 安全係數(Safety Factor) ;

$g$  = 重力加速度 ;

$H$  = 平均水深 ;

$I_z$  = 降雨強度(Rainfall Intensity) ;

$K_{sat}$  = 飽和水力傳導係數(Hydraulic Conductivity) ;

$L$  = 載重(Load) ;

$P[\cdot]$  = 機率 ;

$R$  = 阻抗(Resistance) ;

$t$  = 時間 ;



$T_d$ =降雨延時(Rainfall Duration)；

$Var[\cdot]$ =變異數(Variance)；

$Z$ =垂向深度；

$\alpha$ =邊坡坡度(Slop Angle)；

$\beta$ =下限；

$\gamma_{sat}$ =土壤飽和單位重(Saturated Unit Weight of Soil)；

$\gamma_w$ =地下水單位重(Unit Weight of Ground Water)；

$\varepsilon$ =三階以上之高階項；

$\theta$ =土壤含水量；

$\Phi[\cdot]$ =累積標準常態分佈值；

$\mu$ =期望值；

$\sigma$ =標準差；

$\phi$ =土壤內摩擦角(Friction Angle)；

$\psi$ =地下水之壓力水頭(Pressure Head)；

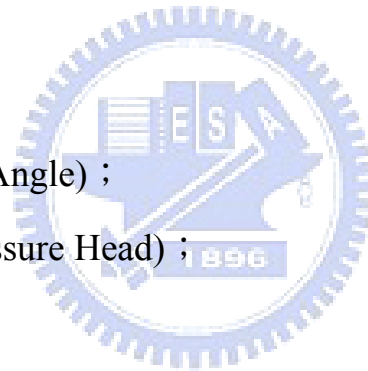
$\Delta K_{sat} = K_{sat}$ 之微小增量；

$\Delta t$ =時間間距；

$\Delta x$ =距離；

$\mathbf{V}$ =特徵向量(eigenvector)；

$\Lambda$ =特徵值(eigenvalue)組成之對角矩陣。





# 第一章 緒論

## 1.1 研究動機與目的

台灣屬於亞熱帶海島型氣候，年降雨量豐富但降雨分佈極不均勻，春夏兩季多發生暴雨事件；此外山坡地面積約佔全島三分之二，除了地質條件脆弱外，近年來隨著人口與經濟之發展，於平地資源有限下山坡地之開發漸增，致使部份坡地水土失去涵養。凡此種種現象，使得降雨引致之淺崩塌(shallow landslide)成為常見的大規模天然災害之一。坡地崩塌除了可能危害山區農業經濟發展與道路交通建設，造成建築物毀損以及民眾生命財產之損失外，崩塌後產生之大量土砂亦可能經由河川水力之運移而進入水庫庫區，致使庫容減少降低水資源可利用量。以 2004 年艾利颱風為例，石門水庫集水區二日平均降雨量高達 967 mm，造成大範圍崩塌與土砂災害，不僅水庫泥砂淤積量增加 2,788 萬 m<sup>3</sup>，高濁度之原水亦迫使桃園地區短缺供水達 18 日。

為了預測坡地崩塌之潛勢，邊坡穩定分析(slope stability analysis)已廣泛應用於評估坡地是否會因降雨而發生崩塌，而其中以無限邊坡理論(infinite slope)結合可靠度(reliability)分析所建立之方法由於具有根基於力學機制、計算快速易於應用、以及考慮地質參數不確定性(uncertainty)等優點，近年來已逐漸受到重視，其特點在於以小尺度(數十公尺)之格網點為基本單元(grid-based)，計算每一格網點之可靠度。然實務上對於山坡地保育治理而言，其通常關注於尺度達數公頃以上之區域(region)，在此情況下若能同時考慮區域內各格網點之相關性，評估每一區域在降雨期間不致發生淺崩塌之整體可靠度，則更能作為先期規劃(如工程位置與區域治理優先順序等)或疏散預警之參考依據。

綜上所述，本研究之目的為基於 Tsai and Yang (2006)所發展之「降雨引

發坡地淺崩塌定率評估模式」，進一步考慮地質參數之不確定性與空間變異性，建立以系統可靠度(system reliability)為考量之區域性風險分析方法，期能作為管理單位災害預警或擬定治理工程優先順序之決策工具。

## 1.2 文獻回顧

### 1.2.1 邊坡穩定分析方法

一般而言，坡地崩塌之型式依其移動方式，可分為落石(fall)、翻覆(topple)、滑動(slide)、側滑(spread)與流動(flow)等五種。而依據 Dai et al. (2002) 之研究，導致崩塌發生之影響因子可概分為兩類，即(1)潛在因子；(2)誘發因子。

(1) 潛在因子(preparatory variables)：即存在於現實條件之中，驅使邊坡處於臨界破壞之穩定狀況，包含地質構造、坡度、地質參數與植被等。

(2) 誘發因子(triggering variables)：致使呈臨界狀態之坡地發生實際崩塌，如地震或降雨等。

依據 Soeters and Van Westen (1996)及 Van Westen et al. (1997)之研究，邊坡穩定之分析方法可歸納為(1)歷年資料判別法(2)經驗法(3)解析法，以下分別針對此三方法作敘述。

#### 歷年資料判別法(Landslide Inventory):

藉由地質調查，將影響邊坡穩定之因素以及可能的破壞方式，搭配已變形之地質環境及其演化過程，建立歷年坡地崩塌破壞之資料庫，用以分析區域坡地再發生崩塌之密度與頻率。由於僅依據過往資料作人為判定，此方法無法定量(quantity)評估坡地是否會發生崩塌，因此，目前將歷年資料判別法用作量化災害與風險評估之前置作業。Korup (2005)運用此方法於紐西蘭西南方山區，進行崩塌面積在空間上分佈情形之調查。

### **經驗法(Heuristic and Statistical Method):**

根據以往崩塌相關資料，包含潛在因子與誘發因子等，藉由多變量回歸分析(multi-variables regression analysis)歸納出影響因子與邊坡穩定之相關性，以建立簡單經驗公式，計算坡地是否會發生崩塌。

Carrara (1988)與 Carrara et al. (1992)曾利用多變量統計分析(multivariate statistical analysis)配合地理資訊系統(geographic information system, GIS)，依據過往資料在區域內每一個格網上，對各項參數依破壞影響程度區分等級，分析坡地崩塌之發生。Van Westen et al. (1993)利用雙變數統計法(bivariate statistical methods)對各參數分別給定權重，並假設參數間相互獨立，用以評估坡地是否發生崩塌。Hovius (1997)利用冪次法(power law)探討崩塌之規模與頻率間之關係。而在國內相關研究方面，謝正倫(2002)引用打荻珠男(1971)推導之經驗公式，研究霧社水庫集水區之土砂生產量，並參考日本於集水區治理規劃上之經驗，推估單場暴雨造成崩塌地之土砂產量；而陳樹群(2003)以環境影響評估時常用之方法篩選崩塌相關因子，並給予各因子評分及權重方法，評估坡地是否會產生崩塌。

### **解析法(Deterministic Approach):**

主要以力學為基礎，考慮邊坡塊體之力學平衡計算安全係數(safety factor,  $FS$ )，以評斷坡地是否會發生崩塌。Huang and Yamaski (1993)曾利用有限元素法，計算出邊坡內任一位置之應力與應變值，並以應力場之局部安全係數作為邊坡穩定之判別。Harp and Jibson (1995)指出降雨所造成之崩塌多屬淺層邊坡滑動，因此若坡地水平向尺度遠大於崩塌深度，可假設平面為無限邊坡滑動，用以推求靜態之安全係數。

Iverson (2000)利用一維垂向近似飽和 Richards 方程式之簡單解析解，計算在不考慮超滲降雨作用下斜坡之入滲情形，並配合無限邊坡理論，建

立可模擬因地下水位上升引起之飽和含水層邊坡破壞分析模式。Iverson 模式由於具有簡單且實用之特點，再加上美國地質調查所(U.S. Geological Survey, USGS)於 2002 年將其擴充包裝後(Baum et al., 2002)，Iverson 模式已被許多研究採用為降雨引發坡地淺崩塌之模擬工具，例如 Baum et al. (2002)、Crosta and Frattini (2003)、Keim and Skauqset (2003)、Baum et al. (2003)、Frattini et al. (2004)、Lan et al. (2005)以及 Shou et al. (2005)等。

Iverson 模式為了方便求得壓力水頭之解析解，假設土壤之入滲能力在降雨過程中皆等於飽和水力傳導係數，Tsai and Yang (2006)進一步考慮土壤入滲能力之時變效應，以有限元素法(finite-element method)求解非線性系統，提供較準確之入滲估計量，增加模式之精確度。

## 小結

學理上而言，經驗法比起解析法較為不嚴謹，但是具有簡單性，因此廣泛應用於大範圍集水區尺度之坡地崩塌分析之中。然而經驗法不包含力學上之涵義，分析出之結果常因主觀意識而有所差異，導致應用上具有地區性之限制。反觀解析法因依循嚴謹之力學基礎，具有通用性與客觀性，不受區域之限制與人為因素影響。然對於解析法而言，其最大之應用限制在於需事先了解詳細之地質條件，始能獲得符合現地之模擬結果。

### 1.2.2 邊坡穩定可靠度分析

#### 參數不確定性

傳統上以計算安全係數為主之解析法，是一種有效之工程實用方法，然在實際應用上有時會存在相當之困難度，原因在於大量地質參數資料取得不易、難以確定潛在滑動面與地下水壓力監測資料不易取得等因素，導致分析為安全之坡地實際上卻發生崩塌(或相反)。Alonso (1976) 與 Vanmarcke (1977)提出地質參數之不確定性在邊坡穩定分析中，對模式之預

測有重大影響。Baecher (1985) 指出，由於採用固定安全係數並無直接處理不確定因素之變異量，使得每個估計量(estimate)趨於保守，以致很難明確了解真正之安全係數。羅文強(1999)說明由於邊坡系統的複雜性、模糊性等特點，無法得到其確定解與最佳解，因此不適用定率(deterministic)方法來描述，認為理想方式為基於數學模式及機率模式相結合而求得滿意解。

Chowdhury(1984)、Christian et al. (1992)與 Mostyn and Li(1993)皆提出機率分析所提供之資訊，即坡地崩塌之可靠度有助於設計者評估各項方案並進行策略規劃。Morgenstern (1997)更進一步說明因場址地理性質、地質參數、分析與設計中包含種種不確定性，故透過可靠度分析方法，可以了解地質參數之不確定性對崩塌問題所造成的影響程度。

### 可靠度分析方法

隨著準確度、所需之統計資料與問題複雜度之不同，可靠度分析方法亦有所不同。理想方法為利用解析法推導邊坡穩定分析模式輸出值(通常為安全係數)之機率密度函數(probability density function, PDF)，然此方法之缺點包含(1)須先行了解模式輸入參數之完整統計特性；以及(2)當模式具非線性(nonlinear)之特性或不為顯示(explicit)之數學式時，往往極難推導輸出值之機率密度函數。由於以上兩項缺點，導致解析法在實用上受到相當大之限制，工程實務上常以近似法(approximation methods)或蒙地卡羅(Monte Carlo Simulation, MCS)作為可靠度之分析方法。

在近似法中，一階二次矩法(first-order second-moment, FOSM)為較常運用於坡地穩定之可靠度分析方法，為 Meyer 於 1926 年建立，Cornell(1969)將此法應用到工程系統上，其藉由泰勒級數展開模式，並忽略展開式中二階以上之高階項，因此僅需知道各具不確定性參數之期望值(expectation)、變異數(variance)及共變異數(covariance)，即可推求模式輸出值之統計特性。一階二次矩法雖具有計算快速之優點，然其捨棄二階以上之高階項，

當模式非線性程度或參數之不確定性提高時，所求之結果會產生較大之誤差。

應用一階二次矩法分析邊坡穩定可靠度之研究包括 Wu and Kreft (1970)、Cornell (1971)、Li and Lumb (1974)、Alonso (1976)、Tang et al. (1976)、Venmarcke (1977)、Wolff (1985)、Barabosa et al. (1989)及 Christian et al. (1994)等，然而大部分研究僅探討土壤凝聚力(cohesion)與摩擦角(angle of friction)之不確定性於地下水位呈穩態(steady state)時對邊坡之影響，Sivakumar Babu and Mukesh (2003)進一步考慮壓力水頭之不確定性，分別探討穩態與地震時，喜馬拉雅山區邊坡穩定之可靠度，研究指出壓力水頭之微小變化對邊坡穩定造成很大之影響。而對於降雨引發之淺崩塌，蘇歆婷 (2007)依據 Tsai and Yang (2006)所發展之數值模式，首先利用敏感度分析(sensitivity analysis)獲得水力傳導係數(hydraulic conductivity)對於坡地發生淺崩塌之時間有重要影響之結論，接著再以一階二次矩法建立考慮凝聚力、摩擦角與水力傳導係數不確定性之「降雨引發坡地淺崩塌風險評估模式」，用以計算降雨期間坡地穩定可靠度之變化，並將所發展模式應用於石門水庫集水區之砂崙仔地區。

蒙地卡羅模擬法藉由統計取樣之技巧，重複執行邊坡穩定分析模式，以獲得模式輸出之樣本(sample)，再利用此樣本推估模式輸出值之統計特性。而執行蒙地卡羅時須事先了解具不確定性參數之機率密度函數，才能利用取樣技巧製造樣本，而樣本數之大小與其不確定性程度有正相關，取樣之樣本數越多，模式計算出之結果更符合現地情況，但亦同時增加計算時間。Hoek (1998)利用蒙地卡羅模擬法，考慮地質條件、張力裂縫深度、地下水位高度與水平地震力等參數之機率分佈，針對 Sau Mau Ping 處之公路進行邊坡危險程度之評估。而國內研究方面，王建峰(2001)經由現地調查與室內試驗，獲得影響邊坡穩定性因子之相關資料，隨後進行統計分析，

求出影響因子各自之機率分佈及其特徵參數，再利用蒙地卡羅模擬法針對九份二山順向坡之殘土作再滑動之風險評估。Liu and Wu (2007)利用 USGS 所擴充包裝之 Iverson 模式(Baum et al., 2002)配合蒙地卡羅模擬，分析南投武界之坡地降雨淺崩塌機率，並以 2001 年桃芝颱風後實測崩塌地進行模擬結果比較。

針對一階二次矩與蒙地卡羅模擬於坡地崩塌可靠度分析之差異，Husein Malkawi et al. (2000)利用極限平衡法計算坡地之安全係數，並考慮凝聚力、土壤飽和單位重與摩擦角為具不確定性參數後，利用一階二次矩法與蒙地卡羅模擬法計算邊坡穩定之可靠度，結果顯示當輸入值與輸出值間為顯式關係時，兩種方法之差異甚小。Chen et al. (2007)考慮土壤孔隙率、摩擦角、凝聚力、土層厚度、地表水深及坡度為具不確定性之參數，利用一階二次矩法與蒙地卡羅模擬法計算完全飽和之無限邊坡穩定可靠度，結果顯示當參數為常態分佈時，兩方法求得之結果僅微小差異。蘇歆婷(2007)蒐集過往相關研究資料，整理地質參數之可能範圍，並指出無論地質參數之不確定性程度為何，一階二次矩皆可獲得接近於蒙地卡羅模擬之可靠度分析結果，且安全係數之機率密度函數可合理地假設為常態分佈(normal distribution)。

### 1.2.3 系統可靠度

由 1.1 節之敘述可知，當山坡地治理關注於尺度達數公頃以上之區域性崩塌問題時，區域可靠度通常更能表達區域整體之崩塌潛勢。依據 Chowdhury and Xu (1995)對單一邊坡系統可靠度之敘述：「邊坡系統可靠度除了與每一種破壞型式之可靠度有關外，亦受不同破壞型式彼此間之相關性影響」；因此以相同之概念，若將區域性崩塌問題定義為一個系統，則針對以格網點為基本計算單元之「無限邊坡理論結合可靠度分析」方法而言，系統(或區域)可靠度將受區域內每一格網點各自之可靠度以及格網點彼此

間之相關性所影響。若區域內僅具有一個格網點，則系統可靠度即為該格網點之可靠度；然受限於地形或地質條件於空間分佈上之變異性，格網點大小通常不宜超過數十公尺，例如蘇歆婷(2007)與 Liu and Wu (2007)分別採用 40 m × 40 m 與 10 m × 10 m 之格網大小，在此情況下系統可靠度之評估將趨於繁複，付兵先(2006)即曾依據隨機場(random field)理論描述土壤參數之空間變異性，並指出參數之相關性對可靠度分析具不可忽視之重要性。

考慮地質參數空間相關性之系統可靠度分析常見於地下水管理之相關研究，例如 Chan (1994)以及 Feyen and Gorelick (2004)曾探討不同地下水整治方案下，整治區域內各控制點(control point)地下水污染物濃度均小於標準值之可靠度；而 Chang et al. (2007)直接考慮地層下陷量建立地下水量管理模式，其應用結果顯示，即使各別控制點地層下陷量小於要求值之可靠度皆超過 90%，但所有控制點地層下陷量皆小於要求值之系統可靠度則可能遠低於 90%，且與地質參數變異程度(variability)有關。

而在邊坡穩定相關研究方面，多數研究探討的是單一邊坡考慮各種潛在破壞面下之系統可靠度，而非考慮各格網點崩塌機率之區域性問題。Chowdhury and Xu (1995)利用極限平衡法與一階二次矩法同時考慮堤岸(embankment)各種潛在之弧形破壞面位置及其破壞機率，並據以計算堤岸整體之系統可靠度，其指出傳統上僅將最低可靠度所在深度視為滑移表面並不適當，且系統可靠度低於所有潛在破壞面之可靠度。

### 1.3 研究方法

由前節之敘述可知，過往邊坡穩定可靠度分析之研究僅計算單一格網點之可靠度，而未考量地質參數在空間上之相關性以及區域之整體可靠度。考量 FOSM 具有計算快速之優點，且在邊坡穩定可靠度分析上與蒙地卡羅模擬差異不大(蘇歆婷，2007)，故本論文將以 Tsai and Yang (2006)所發展之「降雨引發坡地淺崩塌定率評估模式」計算坡地之安全係數，同時分



析地質參數之不確定性與空間變異性，進一步利用 FOSM 評估不同格網點安全係數之統計特性與相關性，建立「降雨引發坡地淺崩塌之區域性風險分析方法」，以求解坡地穩定之區域可靠度。分析方法建立後將利用虛擬案例進行模擬並與蒙地卡羅模擬法進行比較，以測試 FOSM 之適切性與分析方法建立之合理性，最後再將所發展分析方法應用於石門水庫集水區，以展示其在山坡地治理工程規劃之價值，研究流程如圖 1-1 所示。

## 1.4 章節介紹

本論文分為五章，其整體架構如下所述：

第一章為緒論，闡述本論文之動機與目的，並回顧相關研究之進展。第二章為理論基礎及分析方法建置，簡要概述「降雨引發坡地淺崩塌定率評估模式」之理論，並詳述區域性風險分析方法建立之步驟與理論。第三章為區域性風險分析方法測試，藉由與蒙地卡羅作比較，探討可靠度分析方法之適用性與分析方法建立之正確性。第四章為應用案例探討分析，展現分析方法運用於評估治理優先順序之實用性。第五章為結論與建議，針對本論文作綜合性探討，並提出未來可進行研究之方向與建議。

## 第二章 理論基礎及分析方法建置

本章節敘述分析方法理論及建構流程，如圖 2-1。

### 2.1 降雨引發坡地淺崩塌定率評估模式簡介

對於一般豪雨所引發之坡地崩塌，大多以淺層崩塌為主，在評估淺層崩塌之可能性時，利用無限邊坡理論所建立之邊坡穩定分析模式已廣泛地被採用。無限邊坡理論乃假設坡地之破壞面平行於坡面，且崩塌深度遠小於坡地之縱向長度與寬度，如圖 2.2 所示，並依據莫爾庫倫破壞準則 (Mohr-Coulomb failure criteria)，以力平衡概念計算安全係數，作為判別坡地是否發生崩塌之依據，為一種簡易邊坡穩定分析方法。

邊坡破壞之標準可定義為對系統的載重 (loading,  $S$ ) 超過系統阻抗能力 (resistance,  $R$ )，應用於無限邊坡穩定分析時，土層重力所產生之下滑力與土壤剪力強度 (抗剪強度) 分別代表上述之載重與系統阻抗能力，當土層中某一臨界面其抗剪強度降低至小於下滑力，或其下滑力增加至大於抗剪強度，即產生邊坡斜面之滑動破壞。因此判定邊坡穩定之作業函數 (performance function) 可以兩種形式表示：(1) 土壤抗剪強度 ( $R$ ) 與下滑力 ( $L$ ) 之比值，即為安全係數 ( $FS$ )，當  $FS$  小於 1 時即代表坡地發生崩塌；(2) 土壤抗剪強度 ( $R$ ) 減下滑力 ( $L$ )，當其小於 0 時代表發生崩塌。上述兩種型式中，因為  $FS$  為無因次，故為一般工程上常使用之邊坡穩定判定方式。

利用莫爾庫倫理論所發展之無限邊坡穩定分析，配合時變壓力水頭之計算即可估計降雨入滲是否引發崩塌。安全係數計算方式可表示如下：

$$FS = \frac{\tan \phi}{\tan \alpha} - \frac{\psi(z, t) \times \gamma_w \times \tan \phi}{\gamma_{sat} \times Z \times \sin \alpha \times \cos \alpha} + \frac{c}{\gamma_{sat} \times Z \times \sin \alpha \times \cos \alpha} \quad (2.1)$$

其中， $FS$  為安全係數； $\phi$  為土壤內摩擦角； $\alpha$  為坡度； $\psi(z, t)$  為第  $t$  時刻位於地表下  $z$  公尺處之壓力水頭 (pressure head) ( $L$ )； $\gamma_w$  與  $\gamma_{sat}$  分別為地下水與飽

和土壤之單位重( $ML^{-2}T^{-2}$ );  $Z$  為垂向破壞深度(L);  $c$  為土壤凝聚力( $ML^{-1}T^{-2}$ )。降雨引發入滲之示意圖如圖 2-2。

在式(2.1)中壓力水頭之計算方面，假設土壤趨於飽和，坡地因降雨而產生入滲之控制方程式可表示為

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = D_0 \times \cos^2 \alpha \times \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} \quad (2.2)$$

$$D_0 = \frac{K_{sat}}{C_0} \quad (2.3)$$

式中， $K_{sat}$  為飽和水力傳導係數( $LT^{-1}$ );  $C_0$  表示  $C(\psi)$  之最小值，而  $C(\psi) = d\theta / d\psi$ ，表示含水量( $\theta$ )與壓力水頭之比值。求解式(2.2)入滲控制方程式所需之初始條件及邊界條件如下：

### 初始條件

$$\psi(z, 0) = (z - d_z) \times \cos^2 \alpha \quad (2.4)$$

式中， $d_z$  為初始地下水位(L)。

### 邊界條件

假設土層底部為一不透水邊界，則邊界條件可寫成：

$$\frac{\partial \psi(d_{LZ}, t)}{\partial Z} = \cos^2 \alpha \quad (2.5)$$

上式中， $d_{LZ}$  為坡地土層厚度(L)。

而在土層表面邊界條件方面，考量土壤入滲能力時變現象，首先假設降雨完全入滲，也就是入滲能力大於降雨強度，因此壓力水頭分佈可寫成：

$$\frac{\partial \psi(0, t)}{\partial Z} = -\frac{I_z}{K_{sat}} + \cos^2 \alpha \quad \text{if} \quad \psi(0, t) \leq 0 \quad \text{and} \quad t < T_d \quad (2.6)$$

其中， $T_d$ 為降雨延時(rainfall duration)； $I_Z$ 為降雨強度(rainfall intensity)。若壓力水頭在降雨延時內皆為小於或等於零，表示完全入滲的假設正確，並逐次計算下一時距；若壓力水頭大於零，表示產生窪蓄(pounding)現象，即降雨並非完全入滲，而模式不考慮窪蓄所造成漫地流(overland flow)的情況，因此改變地表邊界條件形式為：

$$\psi(0,t)=0 \quad \text{if} \quad \psi(0,t)>0 \quad \text{and} \quad t < T_d \quad (2.7)$$

若時間超過降雨延時，壓力水頭則隨坡度而變化：

$$\frac{\partial \psi(0,t)}{\partial Z} = \cos^2 \alpha \quad \text{if} \quad t > T_d \quad (2.8)$$

由於地表面降雨入滲邊界條件為非線性型式，無法利用解析方式求解壓力水頭，因此 Tsai and Yang (2006)利用有限元素法建立數值計算式，提高模式之準確度。

## 2.2 區域性風險分析方法建立

### 2.2.1 地質參數特性分析

邊坡穩定分析之成果與各項地質參數息息相關，受限於調查工作之困難，全面而完整之地質參數資料勢不可得，使得定率模式之輸入參數具有一定程度之不確定性存在，故邊坡穩定分析結果亦存在不確定性。因此風險分析方法建立之第一步即在分析各項地質參數之統計特性及其對安全係數之影響，以決定何項參數需視為風險因子(risk sources)。

由 2.1 節「降雨引發坡地淺崩塌定率評估模式」之簡介可知，定率模式中所包含之地質參數共有飽和水力傳導係數( $K_{sat}$ )、 $C_0$ 、土壤飽和單位重( $\gamma_{sat}$ )、凝聚力( $c$ )與摩擦角( $\phi$ )等，蘇歆婷(2007)曾彙整過往邊坡穩定分析相關研究中之地質參數資料，並利用敏感度分析探討對邊坡穩定具有重要影響

之參數，本研究將參考其研究成果，作為後續分析方法建立之依據，茲摘錄部分內容如下。

### 參數不確定性程度分析

不同之輸入參數其不確定性亦有差異，將不確定性相當低之參數納入風險分析之考量因子不僅對分析結果無益，且將大幅增加風險分析方法之複雜度。針對上述五個地質參數，由 Iverson (2000)之應用案例設定可知  $C_0$  之變異程度極小且可加以忽略；而依據過去相關研究，飽和水力傳導係數 ( $K_{sat}$ )、土壤飽和單位重 ( $\gamma_{sat}$ )、凝聚力 ( $c$ ) 與摩擦角 ( $\phi$ ) 等地質參數之統計特性可歸納整理如表 2-1 與表 2-2 所示。

依據表 2-1 與表 2-2 顯示，飽和水力傳導係數與凝聚力之變異程度最大，其中  $\ln K_{sat}$  之標準差變化範圍廣達 0.4~2.6，凝聚力之變異係數 (coefficient of variation, COV) 最大可達 0.9 (即期望值之 0.9 倍)；而土壤飽和單位重相對而言其變異係數較小，但亦可達 0.1。

另外在參數之機率密度函數方面，Gelhar (1993) 指出飽和水力傳導係數可假設為對數常態分佈 (log-normal)；而多數研究皆假設凝聚力與摩擦角為常態分佈。

依據 Chowdhury and Xu (1993)、Christian et al., (1994) 與 Husein Malkawi et al., (2000) 之研究，土壤飽和單位重、凝聚力與摩擦角間之相關性相當小而可加以忽略；Chen et al., (2007) 指出雖然凝聚力以及摩擦角與地下水位有關，但在地質參數間相關性資料缺乏之情況下，可合理視為相互獨立。故本研究假設土壤飽和單位重、凝聚力、摩擦角與飽和水力傳導係數間相互獨立，而無相關性存在。

### 參數敏感度分析

蘇歆婷 (2007) 曾分別利用局部 (local) 與整體 (global) 敏感度分析，探討土

壤飽和單位重、凝聚力、摩擦角與飽和水力傳導係數之變化對安全係數之影響。依據其研究成果顯示，若僅考慮穩態情況，則土壤飽和單位重、凝聚力與摩擦角之改變均對安全係數造成相當程度之影響，而其中安全係數對摩擦角之變化最為敏感，凝聚力次之，且兩者皆與安全係數呈正相關，土壤飽和單位重則與安全係數呈線性負相關。若考慮降雨入滲之動態情況(transient state)，則飽和水力傳導係數與安全係數間具有高度之非線性相關，當飽和水力傳導係數介於  $10^{-4} \sim 10^{-7}$  m/sec 間時，其對壓力水頭與安全係數之時變性具有非常重大之影響。

### 小結

綜合以上地質參數不確定性與敏感度分析之相關研究結果，吾人可歸納摩擦角、凝聚力與土壤飽和單位重之不確定性對邊坡穩定影響較大，而飽和水力傳導係數則影響壓力水頭之時變性以及坡地破壞發生之時刻，因此本研究於分析方法建立時將考量土壤飽和單位重、摩擦角、凝聚力與飽和水力傳導係數為風險因子。

### 2.2.2 地質參數空間變異性分析

由於地質環境演變過程複雜，造就地質狀況於空間上呈現異質性(heterogeneity)之特質，或稱其具有空間變異性(spatial variability)。傳統上地質參數之空間變異性分析皆假設符合二階定常性(second-order stationary)(Cressie, 1993)，代表具空間變異性之隨機變數其期望值於空間內任一點皆相等，且空間內任兩點之共變異數(covariance)僅與兩點間之距離以及方向有關，而與兩點所在之位置無關，以數學形式表示則為：

$$E[X(s)] = \mu_X \quad (2.9)$$

$$\text{Cov}[X(s_1), X(s_2)] = C(|s_1 - s_2|) \quad (2.10)$$

其中， $E[]$ 與  $Cov[]$ 分別代表期望值與共變異數運算子(operator)； $X$ 為具空間變異性之地質參數； $s$ 表示空間內之點位； $\mu_X$ 為  $X$ 之期望值； $C$ 為定常共變異函數(stationary covariance function)。若  $C(|s_1 - s_2|)$ 僅為兩點距離絕對值之函數，則稱此共變異函數具有等向性(isotropic)。

於實際案例之應用時，由於地質參數之異質性造成期望值往往不是定值，而會隨著不同位置而改變，本研究利用水平地質分區之概念，假設同一地層之凝聚力、摩擦角、土壤飽和單位重與對數水力傳導係數等參數其空間變異性符合二階定常性且定常共變異函數為指數型態(Wagner and Gorelick, 1989; Mylopoulus et al., 1999)，而不同地層則為線性獨立，亦即共變異數等於零，則同一地層內，式(2.9)與式(2.10)可改為：

$$E[X] = \mu_X \quad (2.11)$$

$$Cov[X_i, X_j] = \sigma_X^2 \times \exp\left\{-\frac{|\Delta x_{i,j}|}{a_X}\right\} \quad (2.12)$$

其中， $i$ 與  $j$ 代表空間中點位； $X$ 可代表凝聚力、摩擦角、土壤飽和單位重或對數水力傳導係數； $\mu_X$ 與  $\sigma_X$ 分別為期望值與標準差； $|\Delta x_{i,j}|$ 表示點  $i$ 與點  $j$ 之距離； $a_X$ 為水平相關尺度(correlation scale)。

對於區域內任兩點而言，只要知道不同地層其地質參數之期望值、標準差以及相關尺度，則該兩點間地質參數之共變異數即可由式(2.11)與式(2.12)獲得。

### 2.2.3 安全係數統計特性及其空間變異性分析

依據前節地質參數空間變異性之探討，本節將利用一階二次矩法分析安全係數之統計特性及其空間變異性。

#### 安全係數期望值

假設分析區域內共有  $K$  個格網點，若作業函數  $f$  之輸出  $\mathbf{FS}_{K \times 1}$  受  $N$  項地質參數  $\mathbf{X}_{N, K}$  所影響，則  $\mathbf{FS}_{K \times 1}$  可表示為：

$$\mathbf{FS} = [FS_1, \dots, FS_K]^T = f(\mathbf{X}_{N, K}) = f \begin{bmatrix} X_{1,1} & \cdots & X_{1,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{N,1} & \cdots & X_{N,K} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

由式(2.1)安全係數之計算式可知，任一格網點之安全係數僅與該格網點之地質參數有關，而與其他格網點之地質參數無關，因此對任一格網點  $k$  其安全係數  $FS_k$  可由式(2.13)簡化如下：

$$FS_k = f(\mathbf{X}_{N, k}) = f(X_{1, k}, \dots, X_{N, k}) \quad (2.14)$$

將  $FS_k$  以泰勒級數(Taylor series)在  $\mathbf{x}_0 = (x_{1, k}, \dots, x_{N, k})$  展開，可得下式：

$$FS_k = FS_{0, k} + \sum_{n=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial X_{n, k}} \right)_{\mathbf{x}_0} (X_{n, k} - X_{n0, k}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left( \frac{\partial^2 f}{\partial X_{i, k} \partial X_{j, k}} \right)_{\mathbf{x}_0} (X_{i, k} - X_{i0, k}) \times (X_{j, k} - X_{j0, k}) + \varepsilon \quad (2.15)$$

其中， $FS_{0, k} = f(\mathbf{x}_0)$ ； $\varepsilon$  代表三次以上之高階項。若忽略式(2.15)中二次以上之高階項，則可進一步簡化為：

$$FS_k \approx FS_{0, k} + \sum_{n=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial X_{n, k}} \right)_{\mathbf{x}_0} (X_{n, k} - X_{n0, k}) \quad (2.16)$$

式(2.16)為線性方程式，因此依據線性組合(linear combination)原理， $FS_k$  之期望值可表示為：

$$E[FS_k] \approx FS_{0, k} + \sum_{n=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial X_{n, k}} \right)_{\mathbf{x}_0} (\mu_{X_{n, k}} - X_{n0, k}) \quad (2.17)$$

其中， $\mu_{X_{n, k}}$  為第  $k$  格網點第  $n$  項地質參數之期望值。當展開點為



$$\mathbf{x}_0 = \boldsymbol{\mu}_X = \begin{bmatrix} \mu_{X_{1,1}} & \cdots & \mu_{X_{1,K}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{X_{N,1}} & \cdots & \mu_{X_{N,K}} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

將式(2.1)代入式(2.17)，則各格網點安全係數之期望值可表示為：

$$E[\mathbf{FS}] = [FS_{0,1}, \dots, FS_{0,K}]^T \quad (2.19)$$

$$FS_{0,k} = \frac{\tan(E[\phi_k])}{\tan \alpha_k} - \frac{E[\psi_k(z,t)] \times \gamma_w \times \tan(E[\phi_k])}{E[\gamma_{sat_k}] \times Z_k \times \sin \alpha_k \times \cos \alpha_k} + \frac{E[c_k]}{E[\gamma_{sat_k}] \times Z_k \times \sin \alpha_k \times \cos \alpha_k} \quad k = 1, \dots, K \quad (2.20)$$

### 安全係數共變異數

依據 2.2.2 節所述，由於同種地質參數在空間上存在相關性，致使不同格網點之安全係數彼此間亦存在相關性。根據共變異數之定義，區域內任二格網點  $i$  與  $j$  安全係數之共變異數可表示為：

$$Cov[FS_i, FS_j] = E[FS_i \times FS_j] - E[FS_i] \times E[FS_j] \quad (2.21)$$

式(2.21)等號右側第二項中，各格網點之期望值可直接利用式(2.20)推求；而等號右側第一項則可以式(2.16)進一步推導如下：

$$\begin{aligned} FS_i \times FS_j &= FS_{0,i} \times FS_{0,j} + FS_{0,i} \times \sum_{n=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial X_{n,j}} \right)_{\mathbf{x}_0} (X_{n,j} - X_{n0,j}) + \\ &FS_{0,j} \times \sum_{n=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial X_{n,i}} \right)_{\mathbf{x}_0} (X_{n,i} - X_{n0,i}) + \\ &\sum_{n=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial X_{n,i}} \right)_{\mathbf{x}_0} (X_{n,i} - X_{n0,i}) \times \sum_{n=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial X_{n,j}} \right)_{\mathbf{x}_0} (X_{n,j} - X_{n0,j}) \end{aligned} \quad (2.22)$$

隨後將式(2.22)取期望值：

$$\begin{aligned}
E[FS_i \times FS_j] &= \mu_{FS_i} \times \mu_{FS_j} + \mu_{FS_i} \times \sum_{n=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial X_{n,j}} \right]_{X_{0,j}} (\mu_{X_{n,j}} - X_{n_0,j}) \\
&+ \mu_{FS_j} \times \sum_{n=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial X_{n,i}} \right]_{X_{0,i}} (\mu_{X_{n,i}} - X_{n_0,i}) \\
&+ \sum_{n=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial X_{n,i}} \right]_{X_{0,i}} \sum_{n=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial X_{n,j}} \right]_{X_{0,j}} E[(X_{n,j} - X_{n_0,j}) \times (X_{n,i} - X_{n_0,i})]
\end{aligned} \tag{2.23}$$

當展開點  $x_{n_0,k}$  為  $\mu_{X_{n,k}}$ ，形式如下：

$$\begin{aligned}
E[FS_i \times FS_j] &= \mu_{FS_i} \times \mu_{FS_j} + \mu_{FS_i} \times \sum_{n=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial X_{n,j}} \right]_{X_{0,j}} (\mu_{X_{n,j}} - \mu_{X_{n,j}}) \\
&+ \mu_{FS_j} \times \sum_{n=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial X_{n,i}} \right]_{X_{0,i}} (\mu_{X_{n,i}} - \mu_{X_{n,i}}) \\
&+ \sum_{n=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial X_{n,i}} \right]_{X_{0,i}} \sum_{n=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial X_{n,j}} \right]_{X_{0,j}} Cov[X_{n,i}, X_{n,j}]
\end{aligned} \tag{2.24}$$

則安全係數之共變異數可表示為：

$$\begin{aligned}
Cov[FS_i, FS_j] &= E[FS_i \times FS_j] - E[FS_i] \times E[FS_j] \\
&= \sum_{n=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial X_{n,i}} \right)_{X_{n_0,i}} \left( \frac{\partial f}{\partial X_{n,j}} \right)_{X_{n_0,j}} Cov[X_{n,i}, X_{n,j}]
\end{aligned} \tag{2.25}$$

若區域內共有  $K$  個格網點，則安全係數之共變異數矩陣(covariance matrix)可表示如下：

$$\mathbf{C}[\mathbf{FS}] = \mathbf{S}' \mathbf{C}_X \mathbf{S} \tag{2.26}$$

其中， $\mathbf{C}_X$  為地質參數之共變異數矩陣； $\mathbf{S} = \nabla_{\mathbf{X}} f(\boldsymbol{\mu}_X)$ ，個別表示如下：

$$\frac{\partial f}{\partial \phi_k} = \left\{ \left( \frac{1}{\tan \alpha_k} - \frac{E[\psi_k(z,t)] \times \gamma_w}{E[\gamma_{sat_k}] \times Z_k \times \sin \alpha_k \times \cos \alpha_k} \right) \times (\sec^2 E[\phi_k]) \right\} \tag{2.27}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \gamma_{sat_k}} = \left( \frac{E[\psi_k(z,t)] \times \gamma_w \times \tan E[\phi_k] - E[c_k]}{E[\gamma_{sat_k}]^2 \times Z_k \times \sin \alpha_k \times \cos \alpha_k} \right) \tag{2.28}$$

$$\frac{\partial f}{\partial c_k} = \left( \frac{1}{E[\gamma_{sat_k}] \times Z_k \times \sin \alpha_k \times \cos \alpha_k} \right) \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \psi_k} = \left( -\frac{\gamma_w \times \tan E[\phi_k]}{E[\gamma_{sat_k}] \times Z_k \times \sin \alpha_k \times \cos \alpha_k} \right) \quad (2.30)$$

寫成轉置矩陣形式如下：

$$\mathbf{S}' = \left( \begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc} \frac{\partial f}{\partial \phi_1} & \dots & 0 & \frac{\partial f}{\partial \gamma_{sat_1}} & \dots & 0 & \frac{\partial f}{\partial c_1} & \dots & 0 & \frac{\partial f}{\partial \psi_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{\partial f}{\partial \phi_K} & 0 & \dots & \frac{\partial f}{\partial \gamma_{sat_K}} & 0 & \dots & \frac{\partial f}{\partial c_K} & 0 & \dots & \frac{\partial f}{\partial \psi_K} \end{array} \right) \quad (2.31)$$

而各地質參數之共變異數矩陣亦將其寫成矩陣形式如下：

$$\mathbf{C}_x = \left( \begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc} \phi_{1,1} & \dots & \phi_{1,K} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{K,1} & \dots & \phi_{K,K} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & \dots & 0 & \gamma_{sat_{1,1}} & \dots & \gamma_{sat_{1,K}} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \gamma_{sat_{K,1}} & \dots & \gamma_{sat_{K,K}} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & c_{1,1} & \dots & c_{1,K} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & c_{K,1} & \dots & c_{K,K} & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \psi_{1,1} & \dots & \psi_{1,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \psi_{K,1} & \dots & \psi_{K,K} \end{array} \right) \quad (2.32)$$

式(2.26)至式(2.32)安全係數共變異數矩陣之計算中，土壤飽和單位重、凝聚力與摩擦角等地質參數之期望值與變異數需事先給定；地質參數之共變異數矩陣可利用 2.2.2 節式(2.12)推求；而壓力水頭之期望值與共變異數則需進一步探討。

## 壓力水頭期望值與共變異數

由於坡地入滲控制方程式(式(2.2))中，僅飽和水力傳導係數為具有不確定性之地質參數，令壓力水頭  $\psi = g(K_{sat})$ ，其中函數  $g$  即代表式(2.2)至式(2.8)。相似於前段利用泰勒級數展開以分析安全係數統計特性之方法，壓力水頭之期望值及共變異數可表示如下式：

$$E[\psi_k(z, t)] = g(E[K_{sat_k}]) \quad (2.33)$$

$$Cov[\psi_i(z, t), \psi_j(z, t)] = \left( \frac{\partial g}{\partial K_{sat_i}} \right)_{E[K_{sat_i}]} \left( \frac{\partial g}{\partial K_{sat_j}} \right)_{E[K_{sat_j}]} Cov[K_{sat_i}, K_{sat_j}] \quad (2.34)$$

由於飽和水力傳導係數之期望值為已知，因此壓力水頭之期望值  $E[\psi_k(z, t)]$  可直接利用「降雨引發坡地淺崩塌定率評估模式」加以計算。而在壓力水頭共變異數之計算方面，以數值微分並利用一階中央差分法推求  $\partial\psi / \partial K_{sat}$ ，其差分式可表示為：

$$\frac{\partial g}{\partial K_{sat_k}} = \frac{g(E[K_{sat_k}] + \Delta K_{sat_k}) - g(E[K_{sat_k}] - \Delta K_{sat_k})}{2 \cdot \Delta K_{sat_k}} \quad (2.35)$$

其中， $\Delta K_{sat}$  表示  $K_{sat}$  之微小增量。

對數飽和水力傳導係數之共變異數為已知(式 2.12)，但式(2.34)計算壓力水頭之共變異數必需利用飽和水力傳導係數之共變異數，因此需藉由下三式進行轉換：

$$Corr[\ln(K_{sat_i}), \ln(K_{sat_j})] = \frac{Cov[\ln(K_{sat_i}), \ln(K_{sat_j})]}{\sigma_{\ln(K_{sat_i})} \times \sigma_{\ln(K_{sat_j})}} \quad (2.36)$$

$$Corr[K_{sat_i}, K_{sat_j}] = \frac{\exp\left\{Corr[\ln(K_{sat_i}), \ln(K_{sat_j})] \times \sigma_{\ln(K_{sat_i})} \times \sigma_{\ln(K_{sat_j})}\right\} - 1}{\sqrt{\exp[\sigma_{\ln(K_{sat_i})}^2] - 1} \times \sqrt{\exp[\sigma_{\ln(K_{sat_j})}^2] - 1}} \quad (2.37)$$

$$\text{Cov}\left[K_{sat_i}, K_{sat_j}\right] = \text{Corr}\left[K_{sat_i}, K_{sat_j}\right] \times \sigma_{K_{sat_i}} \times \sigma_{K_{sat_j}} \quad (2.38)$$

其中， $\text{Corr}[]$ 與  $\text{Cov}[]$ 為相關係數與共變異數。將轉換後之飽和水力傳導係數共變異數式(2.38)代入式(2.34)，即可計算出壓力水頭之共變異數矩陣。

## 2.2.4 區域可靠度分析

依據 Mays and Tung (1992)之定義，系統(system)是由多個彼此互相作用(interactive)之單元(component)所組成之集合，因此系統可靠度除了與每一個單元各自之可靠度有關外，亦受單元彼此間之相關性所影響。在系統可靠度之相關研究中，串聯(series)與並聯(parallel)系統為最基本之兩種型式，任何複雜之系統皆可以此兩種型式之複合加以表示。所謂串聯意謂系統內任何一個單元破壞即會導致整個系統的破壞；而並聯則表示若系統內所有單元皆發生破壞才會導致系統之破壞。針對區域性坡地崩塌問題，本研究定義系統為由一個以上格網點所構成之空間區域，且其系統可靠度(或稱區域可靠度)為區域內每一格網點皆不發生崩塌之機率，即串聯系統。

考慮一個由  $K$  個格網點組成之區域，若  $F_k$  表示第  $k$  個格網點發生崩塌，則此區域整體之崩塌機率為  $K$  個格網點中至少有一個產生崩塌之機率，可表示如下：

$$P_{f,sys} = p\left(F_1 \cup F_2 \cup \dots \cup F_K\right) = P\left(\bigcup_{k=1}^K F_k\right) \quad (2.39)$$

其中， $P_{f,sys}$  為區域整體之崩塌機率。換言之，區域可靠度( $P_{s,sys}$ )為所有格網點皆不發生崩塌之機率：

$$P_{s,sys} = p\left(F'_1 \cap F'_2 \cap \dots \cap F'_K\right) = P\left(\bigcap_{k=1}^K F'_k\right) \quad (2.40)$$

其中  $F'_k$  為  $F_k$  之互補事件(complementary event)，即不發生崩塌。由於坡地

崩塌係以安全係數是否小於 1 作為判定，因此式(2.40)可寫為：

$$P_{s,sys} = P(F'_1 \cap F'_2 \cap \dots \cap F'_K) = P(FS_1 > 1, FS_2 > 1, \dots, FS_K > 1) \quad (2.41)$$

由 2.2.3 節安全係數共變異數分析之成果可知，每個格網點安全係數並非相互獨立，因此區域可靠度亦可表示為：

$$\begin{aligned} P_{s,sys} &= P(F'_1) \times P(F'_2 | F'_1) \times P(F'_3 | F'_1, F'_2) \times \dots \times P(F'_K | F'_1, F'_2, \dots, F'_{K-1}) \\ &= P(FS_1 > 1) \times P(FS_2 > 1 | FS_1 > 1) \times P(FS_3 > 1 | FS_1 > 1, FS_2 > 1) \\ &\quad \times \dots \times P(FS_K > 1 | FS_1 > 1, FS_2 > 1, \dots, FS_{K-1} > 1) \end{aligned} \quad (2.42)$$

或以結合機率之型態表示：

$$P_{s,sys} = \int_1^\infty \int_1^\infty \dots \int_1^\infty f(FS_1, FS_2, \dots, FS_K) dFS_1 dFS_2 \dots dFS_K \quad (2.43)$$

其中  $f$  為所有格網點安全係數之結合機率密度函數(joint probability density function)。

欲利用式(2.43)計算區域可靠度必須知道結合機率密度函數  $f$  之型態，依據蘇歆婷(2007)之研究，單一格網點安全係數之機率密度函數近似於常態分佈，本研究進一步假設  $f$  屬於多變量常態分佈(multivariate normal distribution)，因此式(2.43)可改寫為：

$$P_{s,sys} = \frac{|C_{FS}^{-1}|^{\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{\frac{K}{2}}} \int_1^\infty \int_1^\infty \dots \int_1^\infty \exp \left[ -\frac{1}{2} (FS_k - \mu_{FS_k})' \times C_{FS}^{-1} \times (FS_k - \mu_{FS_k}) \right] dFS_1 dFS_2 \dots dFS_K \quad (2.44)$$

式(2.44)中，安全係數之期望值與共變異數矩陣可分別利用式(2.19)與式(2.26)求得，配合適當之數值積分技巧即可獲得區域可靠度。本研究採用 Alan Genz (1992)所建立，且目前廣泛應用於統計學領域之多變量標準常態分佈計算軟體，該軟體之特點在於可同時處理定積分(definite integral)與不

定積分(indefinite integral)，且能計算變數多達 500 個之積分值。

## 2.3 小結

藉由本章所建立之區域性風險分析方法，使用者可藉此評估邊坡之區域可靠度，以下整理分析方法建立時所需之設定條件及執行步驟：

- (1) 針對分析區域探討不同地層之分佈並建立模擬格網點，設定每一格網點之地形地文資料，如所屬地層、土層厚度、坡度、初始地下水位等。
- (2) 設定降雨條件，如總降雨量、降雨延時、觀測時間與雨型等。
- (3) 根據地質狀況設定具不確定性地質參數之統計特性，如期望值與標準差。
- (4) 依據式(2.12)，計算每一格網點地質參數之共變異數矩陣。
- (5) 利用「降雨引發坡地淺崩塌定率評估模式」配合一階二次矩法求取壓力水頭之期望值與共變異數，如式(2.33)與(2.34)。
- (6) 利用式(2.19)與式(2.26)，配合各格網點地質參數與壓力水頭之期望值與共變異數，計算安全係數之統計特性。
- (7) 利用式(2.44)配合前項步驟所求得之安全係數統計特性，以 Alan Genz 所發展之多變量標準常態分佈計算軟體計算區域可靠度。

## 第三章 區域性風險分析方法測試

第二章「區域性風險分析方法」之建立中，主要使用一階二次矩法計算安全係數之統計特性與空間變異性，並假設安全係數之結合機率密度函數為多變量常態分佈以推估區域可靠度。本章將利用虛擬案例進行測試，比較所發展之分析方法與蒙地卡羅模擬之計算結果，以評估一階二次矩法之適用性與多變量常態分佈假設之合理性。

### 3.1 案例設定

#### 區域幾何條件

給定一個底部堅實且不透水之砂土層，假設土體坡面為一斜面(圖 3-1)且土層底端為一滑動區塊，將一面積達 76,800 平方公尺(7.68 公頃)之平面區域(虛線部分)劃分為 3×4 共 12 個格網點(圖 3-2)，每一格網之面積為 80 m × 80 m。利用此 12 點，進行分析方法測試。

#### 降雨量、延時與雨型

為簡化複雜之氣候變化對雨量、延時及雨型之影響，陳弘恩(2005)將降雨組體圖以四種概念性時變降雨雨型表示，如圖 3-3 所示。依據其研究，在相同總降雨量與降雨延時下，前進型雨型最容易造成邊坡之崩塌，因此本論文測試案例中假設雨型為前進型，總降雨量為 300 mm，降雨延時為 15 小時。假設降雨結束後 30 小時其安全係數之變化已趨於穩定，因此總模擬時間為 45 小時，將其分為 270 個間距，則每一時間間距  $\Delta t$  為 600 秒。由於模擬區域較小，本研究假設同一時間內每一格網點之降雨量皆相等。

#### 不具不確定性之參數

##### 1. 土層厚度( $d_{LZ}$ )



土壤厚度常與坡度有關，Turner (1996)指出當坡度越緩其土層沉積深度有越深的情形。陳本康(2005)利用石門水庫集水區現場量測之土壤滑動厚度與坡度關係，經回歸後所得之經驗式為：

$$d_{LZ} = -0.0716 \times \alpha + 5.66 \quad (3.1)$$

本案例將依據式(3.1)給定每一格網點之土層厚度。

## 2. 初始地下水位( $d_z$ )

初始地下水位可能因高程、土壤性質、地層走向、植被狀況、水系距離以及臨前降雨量等因素而有所差異，目前並未有相關資料可供應用，因此假設初始地下水位為 2 公尺，若土層厚度小於 2 公尺，則初始地下水位自動修正為等於土壤厚度。

## 3. $C_0$

依據 Iverson (2000)針對降雨所引發崩塌評估之研究，其範圍為 0.05~0.1，本案例設定為 0.1。

## 4. 水單位重( $\gamma_w$ )

設定為  $9800 \text{ N/m}^3$ 。



## 具不確定性地質參數相關統計資料

### 1. 摩擦角( $\phi$ )

假設摩擦角為常態分佈，且期望值為 30 度( $^\circ$ )。

### 2. 凝聚力( $c$ )

假設凝聚力為常態分佈，且期望值為  $15,000 \text{ N/m}^2$ 。

### 3. 土壤飽和單位重( $\gamma_{sat}$ )

假設土壤飽和單位重為常態分佈，且期望值為  $26,000 \text{ N/m}^3$ 。

### 4. 飽和水力傳導係數( $K_{sat}$ )

假設飽和水力傳導係數為對數常態分佈，且期望值為  $1.0 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$ 。

## 5. 相關尺度( $a_X$ )

表 3-1 所列為常見土層其對數水力傳導係數之相關尺度範圍，由表 3-1 可知相關尺度可能因土層種類與位置等不同而有極大之差異，本案例假設相關尺度為 1200 公尺。

### 參數變異程度

由於一階二次矩法以及多變量常態分佈假設之正確性主要受地質參數之變異程度所影響，本研究參考 Chen et al. (2007) 中地質參數變異係數之範圍，共設計五個不同案例，同一地質參數在五個案例中之期望值皆相等，而變異係數則由案例一至案例五逐步遞減(後文將分別稱為高度、中高度、中度、中低度與低度變異程度案例)，以探討參數變異程度對研究方法計算結果之影響，詳細設定如表 3-2 所示。

## 3.2 蒙地卡羅模擬

### 3.2.1 參數取樣方法與前處理

由於地質參數為一具強烈空間關聯性之隨機變數，因此本研究利用特徵拆解法(spectral decomposition)，將取樣後不具空間相關性之地質參數進行正交轉換(orthogonal transformation)，成為具相關性且為標準常態分佈之隨機變數，如式(3.2)所示。

$$\mathbf{X}_{K \times 1} = \mu_X + \sigma_X \mathbf{V}_{K \times K} \mathbf{\Lambda}_{K \times K}^{\frac{1}{2}} \mathbf{Y}_{K \times 1} \quad (3.2)$$

其中， $K$  為同一地層內之總格網點數； $\mathbf{X}$  為各點地質參數值所組成之向量； $\mu_X$  與  $\sigma_X$  分別為地質參數之期望值與標準差； $\mathbf{V}$  為由  $\mathbf{R}(\mathbf{X})$  之特徵向量(eigenvector)組成之正規化矩陣； $\mathbf{\Lambda}$  代表由  $\mathbf{R}(\mathbf{X})$  之特徵值(eigenvalue)組成之對角矩陣； $\mathbf{R}(\mathbf{X})$  為  $\mathbf{X}$  之相關係數矩陣； $\mathbf{Y}$  為具有標準常態分佈之變數且不具有相關性。

由式(3.2)可知，吾人僅需分別對各格網點進行標準常態分佈之取樣，及可藉由式(3.2)將取樣值轉換為各格網點之參數值。本研究利用 LHS(Latin Hypercubic Sampling) (McKay, 1988)作為隨機變數取樣之方法，由於 LHS 具有以較少取樣次數達到取樣不偏移(unbiased)之特質，McKay et al. (2000) 提出其特別適合作為模式輸入參數取樣之工具。關於 LHS 之取樣步驟以及式(3.2)之推導詳如附錄 A 與附錄 B 所列。

利用式(3.2)可獲得分析區域各格網點上，每一項地質參數之取樣資料，研究中假設摩擦角、凝聚力、與土壤飽和單位重為常態分佈，因此當其變異程度過大時，將造成參數取樣值可能小於零之不合理現象。觀察表 3-2，摩擦角與土壤飽和單位重最大之變異係數分別為 0.24 與 0.03，尚不致造成取樣出不合理參數值之現象，然而凝聚力變異係數最大可達 0.9，代表約有 13.5%之機率取樣出小於零之數值，因此在蒙地卡羅模擬前，必須對凝聚力之取樣資料進行前處理之工作。本論文前處理工作係將小於零之凝聚力取樣值全部以零取代，則其機率密度函數將轉變為混合型態(mixed distribution)，亦即凝聚力大於零時為具有常態分佈之連續隨機變數，而等於零時則具有單點機率之離散隨機變數。

經前處理後，凝聚力之樣本期望值會變大(小於 0 部份往右移)，而標準差會變小，如圖 3-4 所示。若為低度變異程度，凝聚力取出負值之機會較低，混合型態不明顯，呈現常態分佈的情況如圖 3-5 所示。

### 3.2.2 參數取樣次數探討

以蒙地卡羅模擬而言，參數取樣次數越少越能簡化數值模擬時之繁複程度及縮短計算時間，然而當取樣次數過少時，可能會造成樣本資料無法代表參數實際統計特性之現象，尤其當參數變異程度越高時更為明顯，因此本研究將針對變異程度較高之凝聚力與飽和水力傳導係數，探討合理的取樣次數。

## 凝聚力

給定凝聚力之期望值 $\mu_c = 15,000 \text{ N/m}^2$ ，表 3-2 高度變異程度之案例中，變異係數為 0.9，因此標準差 $\sigma_c = 13,500 \text{ N/m}^2$ 。針對不同之取樣組數，觀察取樣後之樣本期望值及樣本標準差與原始設定之相對誤差，以期望值為例其相對誤差之計算式如下：

$$\text{期望值相對誤差} = \left( \frac{\text{樣本期望值} - \text{原始期望值}}{\text{原始期望值}} \right) \times 100\% \quad (3.3)$$

圖 3-6 所示為凝聚力期望值與標準差隨取樣次數變化之情形，由圖中可看出當取樣組數超過 2,000 組時，相對誤差已呈現穩定之狀態。

## 飽和水力傳導係數

給定飽和水力傳導係數之期望值 $\mu_{Ksat} = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$ ，表 3-2 高度變異程度之案例中，變異係數為 1.31，因此標準差 $\sigma_{Ksat} = 1.31 \times 10^{-6} \text{ m/sec}$ 。於前段分析流程相同，圖 3-7 所示為飽和水力傳導係數期望值與標準差隨取樣次數變化之情形，由圖中可看出當取樣組數超過 5,000 組時，相對誤差已呈現穩定之狀態。

## 小結

由前段凝聚力與飽和水力傳導係數之取樣結果可歸納出，當取樣組數超過 5,000 組時，所有地質參數之樣本統計特性皆可符合表 3-2 五種不同變異程度案例地質參數之實際統計特性，因此本研究後續進行蒙地卡羅模擬時，參數取樣組數將設定為 5,000 組。

### 3.2.3 區域可靠度判定

藉由 3.2.1 節與 3.2.2 節之分析，吾人可獲得飽和水力傳導係數、凝聚力、摩擦角與飽和土壤單位重之取樣值各 5,000 組，其中，1 組代表區域內

所有格網點地質參數取樣一次之值(random field)。將此 5,000 組參數利用「降雨引發坡地淺崩塌定率評估模式」進行蒙地卡羅模擬，若定義任一時刻  $t$  時，第  $m$  組參數是否會造成區域發生崩塌之判定指標為  $I_{m,t}$ ，由於本研究之區域可靠度係採用串聯系統之概念，則  $I_{m,t}$  可以下式表示：

$$I_{m,t} = \begin{cases} 1 & \text{if } FS_{1,m,t} < 1 \text{ or } FS_{2,m,t} < 1 \text{ or } \dots \text{ or } FS_{K,m,t} < 1 \\ 0 & \text{if } FS_{1,m,t} \geq 1 \text{ and } FS_{2,m,t} \geq 1 \text{ and } \dots \text{ and } FS_{K,m,t} \geq 1 \end{cases} \quad \forall m; \forall t \quad (3.4)$$

其中  $K$  為總格網點數； $FS_{k,m,t}$  為  $t$  時刻，利用第  $m$  組參數所模擬第  $k$  格網點之安全係數； $I_{m,t}$  等於 1 代表區域發生崩塌， $I_{m,t}$  等於 0 則否。利用式(3.4)計算任  $t$  時刻第  $m$  組參數之判定指標後，則任  $t$  時刻之區域可靠度可以下式計算：

$$P_{s,sys,t} = 1 - \frac{\sum_{m=1}^M I_{m,t}}{M} \quad \forall t \quad (3.5)$$

式(3.5)中， $M$  為取樣組數，本研究設定為 5,000。蒙地卡羅模擬整體之流程如圖 3-8 所示。

### 3.3 區域性風險分析方法輸入資料修正

依據第二章區域性風險分析方法之建立，在計算前必須要給定飽和水力傳導係數、凝聚力、摩擦角與土壤飽和單位重之期望值、標準差與相關尺度，然由 3.2.1 節敘述可知，凝聚力之取樣資料必須經過前處理之步驟，因此在參數變異程度較高之案例中，蒙地卡羅模擬過程所實際考慮之凝聚力統計特性將與案例設定值有所不同，故本論文後續區域性風險分析方法測試部分，針對凝聚力之統計特性將分別考慮以下兩種計算方法：(1) 凝聚力之期望值與標準差依據五個案例所給定之設定值(表 3-2)，後文將以 U-FOVE 代表；以及(2) 凝聚力之期望值與標準差依據混合型態隨機變數之

特性以下式修正：

$$E[\mathbf{X}] = \int_0^{\infty} x f_x(x) dx \quad (3.6)$$

$$Var[\mathbf{X}] = \sigma_x^2 = E[\mathbf{X}^2] - (E[\mathbf{X}])^2 = \int_0^{\infty} x^2 f_x(x) dx - \left(\int_0^{\infty} x f_x(x) dx\right)^2 \quad (3.7)$$

其中  $X$  為混合型態隨機變數，在本論文中即為凝聚力，後文將以 M-FOVE 代表。

### 3.4 區域性風險分析方法模擬結果

依據表 3-2 五個分析案例所設定之參數統計特性，分別考慮 U-FOVE 與 M-FOVE 等兩種情況，可利用區域性風險分析方法計算各格網點安全係數之期望值、標準差、相關係數以及區域穩定可靠度，茲就模擬結果分述如下：

#### U-FOVE

圖 3-9 與圖 3-10 所示分別為格網點(2,4)最深處安全係數與壓力水頭期望值隨時間之變化圖。圖中五個案例之變化曲線皆重合，其原因在於區域性風險分析方法係使用一階二次矩法所建立，因此安全係數與壓力水頭之期望值僅與各地質參數之期望值有關，而由於同一參數之期望值在五個案例皆相等，因此五個案例所計算之安全係數與壓力水頭期望值均相同。

圖 3-11 所示為格網點(2,4)最深處安全係數標準差隨時間之變化圖。由圖 3-11 可看出，隨著地質參數變異程度提高，安全係數之標準差亦逐漸增加。而圖 3-12 所示為不同案例區域可靠度隨時間之變化情形，由圖中可發現，整體而言五個案例之區域可靠度皆隨著降雨歷程而逐漸降低，而在第 36 小時前，地質參數於變異程度較高之案例其區域可靠度亦相對降低，然而約在第 36 小時後則呈現相反之趨勢，地質參數變異程度較高之案例其區

域可靠度反而相對增加。造成上述現象之原因在於安全係數之期望值約在第 36 小時由大於 1 降低至小於 1(圖 3-9)，當各點之安全係數期望值大於 1 時，由於地質參數變異程度越高之案例其安全係數之標準差越高，因此在五個案例安全係數期望值皆相同下，參數變異程度越高之案例其安全係數之機率密度函數小於 1 之面積越大，因此可靠度越低；相反地，當各點之安全係數期望值小於 1 時，參數變異程度越高之案例其安全係數之機率密度函數小於 1 之面積越小，因此可靠度越高，此現象可以圖 3-13 加以表示。

而在安全係數之相關係數方面，圖 3-14 所示為格網點(1,1)與(1,2)以及(1,1)與(3,4)間相關係數隨時間之變化圖。由圖中可發現相關係數於五個案例均相同，且亦不隨時間而變化，此因本研究假設地質參數符合二階定常性，因此安全係數之相關係數僅與格網點間之距離有關。

### M-FOVE

針對修正地質參數統計特性之 M-FOVE，圖 3-15 與圖 3-16 所示分別為格網點(2,4)最深處安全係數之期望值與標準差隨時間之變化圖。由於凝聚力修正後之期望值將會大於原始案例設定之值，且依據蘇歆婷(2007)安全係數之大小與凝聚力呈線性正比之關係，因此圖 3-15 中隨著地質參數變異程度提高，安全係數之期望值亦逐漸增加。而在安全係數之標準差方面，其仍隨者地質參數變異程度增加而增加，但在中高度與高度之案例中，其增加之幅度則較 U-FOVE 為緩。

圖 3-17 所示為不同案例區域可靠度隨時間之變化圖，整體而言五個案例之區域可靠度皆隨著降雨歷程而逐漸降低，然相同案例下其區域可靠度皆較 U-FOVE 為高，其原因在於 M-FOVE 所計算之安全係數期望值與標準差分別大於與小於 U-FOVE 之計算結果。

## 3.5 區域性風險分析方法測試

### 3.5.1 多變量常態分佈假設探討

本節首先將藉由蒙地卡羅模擬結果分析單一格網點安全係數為常態分佈假設之合理性，接著再進一步評估假設所有格網點安全係數之結合機率密度函數為多變量常態分佈之適用性。

#### 單一格網點安全係數機率密度函數

由模擬區域 12 個格網點中任取 4 點(1,1)、(1,2)、(2,4)與(3,4)，依照五個不同案例將此四個格網點最後一個模擬時刻之 5,000 個安全係數繪製其組體圖(histogram)，圖 3-18、圖 3-19 與圖 3-20 所示分別代表地質參數為高度、中度與低度案例時之安全係數組體圖。由此三張圖可看出，當地質參數變異程度不高時，安全係數之組體圖與常態分佈曲線幾近重合；而隨著地質參數變異程度提高，取樣之參數出現負值之機率提高，利用前處理消除負值之程序將使得接近 0 之安全係數出現次數增加，因此其組體圖在接近 0 之附近會出現突起，而在接近 1 及大於 1 之位置與常態分佈曲線重合。由於安全係數以 1 作為判斷崩塌與否之指標，而無論地質參數變異程度如何，在  $1 \sim \infty$  之範圍安全係數組體圖皆與常態分佈曲線重合，由此可說明單一格網點安全係數假設為具有常態分佈之合理性。

#### 所有格網點安全係數結合機率密度函數

雖然前段已說明單一格網點安全係數之機率密度函數可假設為常態分佈，然此並不代表所有格網點安全係數之結合機率密度函數為多變量常態分佈，本研究將利用統計軟體 SYSTAT<sup>®</sup> 中之多變量常態分佈測試模組繪製 Beta Q-Q plot，以檢視多變量常態分佈假設之合理性。

Beta Q-Q plot 為使用馬氏距離( Mahalanobis distance )計算各樣本之趨



勢與 Beta Quantile 呈現之理論常態分佈是否吻合於直線上，判斷樣本是否偏離多變量常態分佈。以圖形來看，若資料點在圖上越接近 45° 直線，則越符合多變量常態分佈。根據蒙地卡羅模擬所求得最後時刻 12 個格網點各 5,000 組之安全係數樣本，圖 3-21 與圖 3-22 所示分別代表地質參數為中度與低度案例時之 Beta Q-Q plot。由圖 3-21 至圖 3-22 可看出，當地質參數變異程度較低時，12 個格網點各 5,000 組安全係數之資料利用馬氏距離計算各樣本之趨勢，與常態分佈趨勢吻合。當變異程度提高時，Beta Q-Q plot 於上半部呈現些微偏離 45° 直線情形(如圖 3-23)，為探究其原因，將高度變異程度時之案例分為兩部份：(1)凝聚力未經修正時所畫單點與結合機率之常態分佈測試圖，以座標(3,4)所畫安全係數組體圖呈現與常態分佈曲線幾近重合狀況(圖 3-24)，且結合機率密度函數呈現多變量常態分佈趨勢，如圖 3-25；(2)凝聚力經修正後之單點與結合機率之常態分佈測試圖，以圖 3-18 之點(3,4)來看，凝聚力經前處理後消除小於 0 部份，使安全係數資料計算結果於 0 附近形成突起，而結合機率之常態分佈測試圖於上半部呈現偏離現象(圖 3-23)。由於本研究所計算區域可靠度，即安全係數大於等於 1 之機率，無論變異程度如何，範圍  $1 \sim \infty$  皆與常態分佈曲線重合，如此可說明安全係數之多變量常態分佈假設為合理。

### 3.5.2 一階二次矩法適用性探討

本節針對區域性風險分析方法與蒙地卡羅模式之計算結果進行比較，並定義相對誤差為  $[(FOVE - MCS) / MCS] \times 100\%$ ，其中 *FOVE* 與 *MCS* 分別代表區域性風險分析方法與蒙地卡羅模擬之計算結果。以下就安全係數之期望值、標準差、相關係數、以及區域可靠度與區域崩塌機率等進行探討。

#### 安全係數期望值

表 3-3 所示為格網點(2,4)最深處於第 1 與第 45 個小時之安全係數期望

值計算結果。由表 3-3 可看出，因 *MCS* 之凝聚力取樣值經過前處理，隨著變異程度提高，*MCS* 所計算之安全係數期望值也會增加；而 *M-FOVE* 亦同樣對凝聚力之統計特性進行前處理，因此兩者計算結果相近。*U-FOVE* 因不隨變異程度改變，因此在高度變異程度之案例其計算結果與 *MCS* 差異較大。

以高度變異程度時安全係數期望值之相對誤差來看，*M-FOVE* 與 *MCS* 結果相近，雖然 *U-FOVE* 比起 *M-FOVE* 之相對誤差為大，但最大相對誤差仍不超過-4%(圖 3-26)，因此可說明一階二次矩法確實適用於計算安全係數之期望值。

### 安全係數標準差

表 3-4 所示為格網點(2,4)最深處於第 1 與第 45 個小時之安全係數標準差計算結果；圖 3-27 則為相對誤差變化圖。由表 3-4 與圖 3-27 可看出，*M-FOVE* 與 *MCS* 之安全係數標準差計算結果非常相近，相對誤差最大不超過-0.9%。

另外在 *U-FOVE* 方面，因為其並未修正地質參數之統計特性，因此 *U-FOVE* 所計算之安全係數標準差皆超過 *MCS*，且其相對誤差隨著變異程度提高而有增加之趨勢。以高度變異程度來看，*U-FOVE* 與 *MCS* 相對誤差最多為 10.3%。

### 安全係數相關係數

在模擬區域內任取 3 個格網點(1,1)、(1,2)與(3,4)，進行相關係數之比較。表 3-5 所示為格網點(1,1)與(1,2)，以及(1,1)與(3,4)第 45 個小時安全係數之相關係數計算結果。圖 3-28 則為相對誤差變化圖。由表 3-5 與圖 3-28 可發現，因相關係數只與格網點間之距離有關，相距越近其相關係數越大，因此 *U-FOVE* 與 *M-FOVE* 之計算結果均非常接近 *MCS*，相對誤差最大僅為

2%。

### 區域可靠度與崩塌機率

表 3-6 所示為第 1 與第 45 個小時之區域可靠度計算結果。圖 3-29 則為相對誤差變化圖。整體而言，因 M-FOVE 經過地質參數統計特性前處理，因此其區域可靠度與 MCS 之相對誤差較小；而 U-FOVE 與 MCS 之相對誤差最大達 19.6%，由相對誤差來看兩者差異甚大，然由表 3-6 所列數值可知 U-FOVE 與 MCS 之區域可靠度相減結果最大差距僅約 6%；若以區域崩塌機率(即  $1 - \text{區域可靠度}$ ，代表區域內任一格網點發生崩塌之機率)加以表示，如表 3-7 與圖 3-30 所示，則 U-FOVE 以及 M-FOVE 所計算區域崩塌機率與 MCS 之相對誤差最大僅約 8.51%。

### 小結

依據以上安全係數期望值、標準差、相關係數以及區域可靠度計算結果之比較，可說明本研究應用一階二次矩法建立區域性風險分析方法之合理性；此外由於 U-FOVE 對於區域可靠度有較為低估之現象(相對誤差皆小於 0)，為保守考量，本研究後續針對石門水庫集水區之實際應用時，將不針對凝聚力之統計特性進行修正。

## 3.6 區域可靠度之延伸應用

本研究針對區域可靠度之定義為：「分析區域內每一格網點皆不發生崩塌之機率」，然事實上若考慮區域內共  $K$  個格網點發生崩塌與否之組合 (combinatorial)，則本研究所建立之分析方法尚可計算區域內僅  $k$  個以下格網點發生崩塌之可靠度(或稱允許最多崩塌格網點數為  $k$  之機率)，其中  $k \leq K$ ，以數學式表示則為：

$$P_k = \sum_{i=0}^k P(i) \quad k \leq K \quad (3.8)$$

其中， $P_k$ 代表區域內僅  $k$  個以下格網點發生崩塌之可靠度； $P(i)$ 代表區域內同時有  $i$  個格網點發生崩塌之機率， $P(0)$ 即為本研究所定義之區域可靠度。

圖 3-31 所示為不同  $P_k$  隨時間變化之情形。以本案例而言，隨著  $k$  之增加， $P_k$  亦隨之增加，然此現象並非絕對，而會依據單一格網點之可靠度以及格網點間之相關係數而變化。

針對  $P_k$  之分析對實際問題上之應用，本研究初步提出以下兩點作為未來思考之方向：

- (1) 坡地崩塌預警疏散：針對人民生命安全而言，坡地災害通常肇因於大面積之坡地崩塌，現考慮一部落為保全對象，將環繞部落周圍之山坡地區域依據地形與地質條件等劃分為  $K$  個面積相等之格網點，且區域總面積為  $K \times A$ 。若經過相關單位分析後發現，當該區域發生崩塌之面積超過總面積之 20% 時，將會對部落造成嚴重之災害，據此吾人可設定  $k = 0.2K$ ，並即時計算每個降雨時刻，該區域內僅  $k$  個以下格網點發生崩塌之可靠度，若可靠度下降至相關單位無法接受之底限，則可提早進行預警與疏散之工作。
- (2) 坡地治理整治率評估：若  $P_k$  代表區域內僅  $k$  個以下格網點發生崩塌之可靠度，則  $P_k' = 1 - P_k$  代表區域內超過  $k$  個格網點發生崩塌之機率。在山坡地治理工程方面，實務上常以整治率表達治理之成效，亦即(治理面積 / 崩塌區域面積)。假設一崩塌區域可劃分為  $K$  個面積相等之格網點，且區域總面積為  $K \times A$ ，若現況整治率為 0.6，代表已治理之面積為  $0.6 \times K \times A$ 。據此吾人可設定  $k = 0.6K$ ，並以工程治理前之地質條件計算  $P_k'$ ，也就是區域內發生崩塌面積超過  $0.6 \times K \times A$  之機率。若  $P_k'$  偏小則顯示目前之整治率已稱足夠；而若  $P_k'$  偏大則表示相關單位可再考慮增加該區域之治理面

積。然此處須強調的是，治理工程之位置通常是明確的，但  $P_k$  係考慮所有格網點之排列組合，因此  $P_k$  較適用於初步之快速評估。



## 第四章 應用案例探討分析

第三章已完成區域性風險分析方法測試，本章將以石門水庫集水區為例，首先針對六大優先治理區中之砂崙仔與下文光地區進行模擬並探討其區域可靠度；接著則再針對三處「石門水庫及其集水區整治計畫」第二階段執行計畫所擬定之治理工程位置，探討其區域可靠度以及治理優先順序，其概念如圖 4-1 所示。

### 4.1 石門水庫優先治理區

#### 4.1.1 區域選取

行政院農業委員會水土保持局依據工程規劃項目，將石門水庫集水區分為八大重點區，分別為：庫區、榮華、巴陵、三光、高義、玉峰、秀巒及新光，其中再依「石門水庫及其集水區整治計畫」所研訂之治理優先順序提出六大優先治理區，分別為：義興、蘇樂、砂崙仔、寶里苦、泰平溪及下文光，其位置如圖 4-2 所示。本研究以砂崙仔與下文光兩區為例進行再崩塌機率之探討。

#### 4.1.2 分析方法設定

##### 模擬格網點

本研究將石門水庫集水區以 80 m × 80 m 大小之網格進行劃分，每個格網點之模擬結果代表該格網點上下左右延伸 40 m 之矩形範圍內之可靠度。因此砂崙仔可切為 5 個格網點(圖 4-3 與圖 4-4)；下文光則可切為 18 個格網點(圖 4-5 與圖 4-6)。

##### 不具不確定性之地質參數

(1)坡度：依據內政部於 2006 年底完成之 DEM 資料，配合地理資訊系統軟

體 ArcGIS<sup>®</sup>求得每個格網點之坡度。

- (2) 土層厚度：採用陳本康(2005)所提出之經驗式(式 3.1)，計算不同格網點之土層厚度。
- (3) 初始地下水位：由於缺乏長期地下水觀測資料，因此假設地下水位為地表下 2 公尺，若土層厚度小於 2 公尺，初始地下水位自動修正為等於土壤厚度。

### 降雨條件

- (1) 降雨量：因所計算區域較小，在此不考慮降雨之空間變異性，假設區域內之格網點均有相同之降雨條件。設定 6 場降雨，分別為 200 mm、400 mm、600 mm、800 mm、1,000 mm、以及 1,200 mm，以探討不同降雨量對可靠度之影響。
- (2) 雨型：假設為中央型。
- (3) 降雨延時：設定為二日降雨(48 小時)，觀測時間設定為 96 小時。
- (4) 模擬時間：總模擬時間為 144 小時，時間間距  $\Delta t$  設定為 600 秒，共有 864 個間距。

### 具不確定性地質參數之統計特性

- (1) 期望值：根據陳本康(2005)所繪製之石門水庫集水區地層分佈圖，砂崙仔全區皆位於木山層(圖 4-7);下文光由左而右分別為石底層及大寮層(圖 4-8)。因此凝聚力、摩擦角與土壤飽和單位重可根據不同地層設定期望值。參考陳本康(2005)之地質調查資料，摩擦角、凝聚力與土壤飽和單位重之期望值如表 4-1 所示。楊錦釗(2007)曾依據艾利颱風前後期之崩塌資料，利用「降雨引發坡地淺崩塌定率評估模式」對石門水庫集水區之地質參數進行率定，本研究依據其飽和水力傳導係數於砂崙仔以及下文光之率定結果，設定砂崙仔與下文光之飽和水力傳導係數期望值分別為

$1.148 \times 10^{-6}$  m/sec 以及  $1.276 \times 10^{-6}$  m/sec。

(2) 標準差：地質參數之標準差來源為期望值乘上變異係數，本研究設定兩個不同變異程度之案例，即第三章中之中高及中低變異程度(以下將分別以案例一與案例二表示)，以探討變異程度對結果之影響，詳細設定如表 4-2 所示。

(3) 相關尺度：本研究設定相關尺度為 1200m。

### 4.1.3 砂崙仔模擬結果分析

表 4-3 與表 4-4 所示分別為案例一與案例二在總降雨量為 200 mm 時，砂崙仔區域各格網點之單點可靠度與區域可靠度。比較表 4-3 與表 4-4 可發現，當參數變異程度較低時(案例二)，區域可靠度幾乎等於所有格網點可靠度中之最小值；而當參數變異程度增加時(案例一)，除了各格網點可靠度均降低外，區域可靠度亦小於所有格網點可靠度中之最小值，然其差異並不明顯。造成區域可靠度相當接近最小單點可靠度之原因在於：(1)每一格網點之可靠度皆相當高而趨近於 1；(2)區域內僅包含一種地層，參數空間相關性高；以及(3)砂崙仔區域面積較小等因素。而由表 4-3 與表 4-4 可知，砂崙仔地區在 200 mm 之降雨量下其再崩塌之機率偏低，區域可靠度高達 82.9%。

圖 4-9 所示為案例一不同總降雨量下，區域可靠度隨時間之變化圖；圖 4-10 為案例一最後時刻之單點可靠度在不同降雨量下之分佈情形；而圖 4-11 則為二案例在不同總降雨量下，最後一個模擬時刻之區域可靠度。由圖 4-9 可看出對砂崙仔地區而言，降雨量大小對區域可靠度之影響並不明顯，隨著總降雨量增加其區域可靠度僅於第 48 小時後有些微降低趨勢；圖 4-10 其單點可靠度隨降雨量變化範圍窄；圖 4-11 呈現不同變異程度時其區域可靠度於降雨量 600mm 時漸趨穩定。究其原因在於砂崙仔地區之飽和水力傳導係數期望值約為  $1.148 \times 10^{-6}$  m/sec，根據陳爾義(2001)針對中橫台 14 甲線



公路所進行崩積土邊坡穩定分析之研究，提出當崩積土之水力傳導係數為  $5.4 \times 10^{-5}$  m/sec 時，地下水之滲流量隨降雨強度增加而增加；當崩積土之水力傳導係數為  $1 \times 10^{-5}$  m/sec 以下，即接近低滲透性土壤範圍( $<1.0 \times 10^{-6}$  m/sec)時，地下水之滲流量較不受降雨強度之影響。因此依據本案例之設定，即使降雨量持續增加，亦不易造成地下水位之變化，增加之雨量多形成地表逕流，在此情況下砂崙仔地區再崩塌之機率雖然偏低，但地表逕流增加造成土壤沖蝕(erosion)之現象可能將更為明顯。

#### 4.1.4 下文光模擬結果與分析

表 4-5 及 4-6 所示分別為案例一與案例二在總降雨量為 200 mm 時，下文光區域各格網點之單點可靠度與區域可靠度。圖 4-12 為案例一在不同降雨量下，最後模擬時刻之單點可靠度；圖 4-13 則為二案例在不同總降雨量下，最後一個模擬時刻之區域可靠度。其模擬結果與砂崙仔相似，案例二之區域可靠度皆較案例一為高，然而其區域可靠度則遠小於所有格網點可靠度中之最小值。以案例一第 48 小時為例，最小之單點可靠度為 72.2%，然而區域可靠度( $P_0$ )則僅約 15.9%，究其原因可分為以下數點：(1)下文光區域共包含兩種不同地層，本研究假設位於不同地層之格網點其地質參數互相獨立，導致安全係數之空間相關性降低進而影響區域可靠度；(2)下文光區域各格網之可靠度約介於 70.0%至 100.0%間，而非如砂崙仔案例皆趨近於 100.0%；以及(3)下文光區域面積達 19 公頃共包含 18 個格網點，在面積增大之情況下區域內不發生崩塌之可靠度自然較低。

由下文光之應用結果顯示，即使區域內每一格網點之可靠度皆超過 65.0%，然單點可靠度僅代表格網(80 m × 80 m)範圍內之可靠度，並無法呈現區域整體之崩塌潛勢；若考慮地質參數在空間上之變異性，則整體區域可靠度( $P_0$ )僅約 13.0%至 27.0%，代表下文光區域再發生崩塌之機率仍偏高。

## 4.2 治理工程優先順序評估

「石門水庫及其集水區整治計畫」共分二階段 6 年期間執行，其第一階段執行計畫中，共計規劃 178 項山坡地保育治理工程，且已於 2006 年至 2008 年間陸續完工；而第二階段(2009 年至 2011 年)執行計畫目前共計規劃 123 項山坡地保育治理工程。

由於治理工程優先順序評估屬於工程橫向間之比較，因此其關注的焦點應是每個工程區域整體之可靠度，而非詳細至每個工程區域內每一個格網點之可靠度，在此情況下，最簡單之作法可以每個工程區域之平均可靠度(區域內所有格網點可靠度之平均值)或單點最低可靠度(區域內單點可靠度最小者)作為工程橫向比較之依據。本節將以第二階段 123 項工程中之 3 項為例，探討以平均可靠度、單點最低可靠度以及區域可靠度於擬定優先治理順序可能造成之差異。

本研究治理優先順序評估僅以坡地崩塌之機率為考量因子作為分析方法功能之展示，並不考慮保護標的重要程度、工程治理對象與工程效益等其他因素，實際之工程治理優先順序仍需綜整考量各項因素使得加以訂定。

### 4.2.1 治理工程選擇與分析方法設定

#### 治理工程選擇

本研究選擇「卡拉溪下游左岸第二區崩塌地處理工程」、「卡拉溪上游第二區崩塌處理工程」、以及「玉峰村二鄰土石災害復育工程」等三項工程作為分析方法應用之案例，其相關資訊摘要如表 4-7 所列，圖 4-14 則為該三項工程於石門水庫集水區之位置圖。

#### 模擬區域

進行區域可靠度分析前需先決定模擬區域之範圍，由於相關工程資料

僅載明工程點位與工程內容，缺乏工程實際之施作範圍，故本研究假設三個工程之區域大小均相等，且其範圍為以工程點位為圓心，半徑 100 公尺內之圓形區域。

### 分析方法設定

分析方法設定部份採用與 4.1.2 節相同之設定，包含格網大小、降雨資料與地下水位等，並同樣考慮中高(案例一)及中低(案例二)變異程度等二案例。表 4-8 所示為此三個工程區域內之格網點數、坡度以及地層屬性；而飽和水力傳導係數之期望值則依據楊錦釗(2007)石門水庫集水區地質參數率定結果分別給定為  $2.045 \times 10^{-5}$  m/sec (編號 7 工程)； $3.16 \times 10^{-5}$  m/sec (編號 16 工程)；以及  $1.74 \times 10^{-5}$  m/sec (編號 42 工程)。

#### 4.2.2 模擬結果與分析

表 4-9 與表 4-10 所示分別為案例一與案例二在總降雨量 200 mm 時，三項治理工程之各種可靠度(各格網點、平均、單點最低以及區域可靠度)。表 4-11 所示為案例一第 144 個小時，三項工程在不同總降雨量時之各種可靠度。另外圖 4-15 為編號 16 治理工程在不同總降雨量下，其區域可靠度隨降雨歷程之變化；而圖 4-16 則為案例一第 144 個小時，三項工程區域可靠度隨不同總降雨量之變化。由模擬結果可發現，各種可靠度隨降雨歷程、降雨量或參數變異程度之變化趨勢與 3.4 節分析方法測試以及 4.1 節砂崙仔與下文光應用之成果相同，故本節將不再重覆探討，此處將針對平均可靠度、單點最低可靠度以及區域可靠度間之差異進行說明。

依表 4-9 所示以第 144 個小時為例，編號 7 治理工程所求出之單點可靠度介於 60%~100%之間極為分散之狀況，以三種可靠度方法來看，此區域之平均可靠度為 83.6%；單點最低可靠度為 67.8%；區域可靠度( $P_0$ )為 59.9%。編號 42 之治理工程其單點可靠度介於 90%~100%間，平均可靠度

為 96.2%；單點最低可靠度為 93.7%；區域可靠度( $P_0$ )為 91.6%。由於編號 42 之治理工程全區位於南港層(土壤強度大)，而編號 7 之治理工程全區位於大寮層(土壤強度較弱)，使得編號 42 治理工程其單點可靠度及區域可靠度皆高於編號 7 治理工程。編號 16 治理工程之單點可靠度範圍介於 60%~100%，平均可靠度為 80.2%；單點最低可靠度為 68.3%；區域可靠度( $P_0$ )為 38.0%。編號 7 與編號 16 之治理工程其期望值與標準差非常接近，求出之平均可靠度及最小可靠度僅些微差距，而區域可靠度卻相距甚遠，究其原因為編號 16 之治理工程全區位於乾溝層及大寮層內，地層之土壤強度較小，加以範圍內分為兩區增加空間變異性，致使整體區域可靠度偏低。

藉由分析結果可看出，平均可靠度並無法考慮區域內每個格網點可靠度之分散程度，因此並不適合作為治理優先順序評估之依據；另以單點最低可靠度而言，由於其並未同時考量區域內各格網點之可靠度，因此當地質條件變異程度增加時，其可能過於低估整體區域之崩塌風險。綜上所述，本研究發展分析方法所計算之區域可靠度由於能同時考量區域內各格網點之可靠度(分散程度與數值)且評估參數空間變異性，因此較適合作為治理優先順序評估之依據。

## 第五章 結論與建議

在第一章至第四章中，本研究已分別針對過去之邊坡穩定相關研究成果、本論文所發展區域性風險分析方法之理論與建置方法、以及分析方法之測試等做詳細之敘述，並將發展之分析方法應用於石門水庫集水區以展示其實用性。本章將對本論文之成果作一統整，並提出建議以為後續研究之參考。

### 5.1 結論

#### 分析方法之理論基礎與建立

1. 依據相關文獻資料，地質參數之不確定性與空間變異性對邊坡穩定分析之預測具舉足輕重之影響，然多數坡地崩塌風險評估之研究皆僅分析單一格網點之可靠度，並未考慮不同格網點間地質參數之空間相關性，因此本論文以系統之觀點提出區域可靠度之分析方法。
2. 本論文以 Tsai and Yang (2006)所發展之「降雨引發坡地淺崩塌定率評估模式」為基礎用以計算安全係數；在假設地質參數於空間上之變異性符合二階定常性以及存在指數共變異函數之條件下，利用一階二次矩法推估模擬區域每一格網點安全係數之期望值、標準差以及彼此間之相關性。
3. 本論文定義區域可靠度為「分析區域內每一格網點皆不發生崩塌之機率」，並在假設所有格網點安全係數之結合機率密度函數為多變量常態分佈後，利用 Alan Genz (1992)所建立之多變量標準常態分佈計算軟體推估區域可靠度。

#### 分析方法之應用限制

1. 本分析方法考慮降雨所引發之坡地淺崩塌，因此並無法應用於因深層塊體滑動或者地表土壤沖蝕等破壞機制所引起之崩塌。

2. 「降雨引發坡地淺崩塌定率評估模式」只適用於土層趨於飽和之狀態，無法適用未飽和之情形。

### 分析方法測試

1. 本論文分析方法之測試係藉由比較分析方法與蒙地卡羅模擬之計算結果，以評估本論文於區域性風險分析方法建立之合理性。
2. 依據蒙地卡羅模擬結果顯示，無論地質參數之不確定性程度為何，所有格網點安全係數之結合機率密度函數皆可合理假設為多變量常態分佈。
3. 依據分析方法與蒙地卡羅模擬之計算結果，分析方法所計算之安全係數期望值、標準差、相關係數與區域可靠度均與蒙地卡羅之結果相近，可說明本論文應用一階二次矩法建立區域性風險分析方法之合理性。

### 石門水庫集水區應用

1. 優先治理區：經由砂崙仔及下文光兩區之模擬結果，可歸納為幾點
  - (1)砂崙仔之區域可靠度高達 80.0%以上，意謂該區域再發生崩塌之潛勢偏低。
  - (2)下文光地區雖然其每一格網點之可靠度皆超過 65.0%，然因其區域面積達 19 公頃且地層狀況較為複雜，因此其區域可靠度僅約 13.0%至 27.0%，意謂下文光區域再發生崩塌之潛勢偏高。
2. 治理工程：
  - (1)依據分析結果顯示，對於包含超過一個格網點之區域而言，以各格網點可靠度之平均值或直接選取最小單點可靠度等方法皆可能過於高估整體區域之可靠度。
  - (2)當以崩塌風險或可靠度作為治理工程優先順序研判之依據時，相較於以單點可靠度進行平均或選取單點最小可靠度等方法，本論文所發展之區域性風險分析方法能提供工程區域整體之可靠度，並降低相關單

位進行後續評估之複雜度。

- (3) 本研究治理優先順序評估僅以坡地崩塌之機率為考量因子，並不考慮保護標的重要程度、工程治理對象、不同坡地破壞機制與工程效益等其他因素，實際之工程治理優先順序仍需綜整考量各項因素而加以訂定。

## 5.2 建議

1. 本研究假設地質參數之空間變異性具有指數型態之共變異函數，然而依據現地狀況之不同此假設並非永遠合適，後續可進一步探討當共變異函數為其他型態時(如球型等)，對於區域可靠度所造成之影響。
2. 本研究目前僅考慮地質參數為風險因子(不確定性參數)，然對於降雨引發淺崩塌之模擬仍有許多其他重要之條件或參數存在相當高之不確定性，例如初始地下水位與土壤厚度等，建議後續可將風險分析方法擴充考慮這些參數之不確定性。
3. 未來可以不同之不確定性分析方法計算安全係數之統計特性，例如改良一階二次矩法(Advanced first-order second-moment method)、羅森布魯斯點估計法(Rosenblueth's point estimation)或哈爾點估計法(Harr's point estimation)等，並比較不同方法應用於降雨引發坡地淺崩塌之適用性。
4. 不同格網點間安全係數之相關性主要包含兩項來源，即(1)地質參數在空間上之相關性；以及(2)格網點發生崩塌後，其造成之土砂流動或地形變化對鄰近格網點安定性之影響。本研究已針對前述第(1)項進行分析並用以評估區域可靠度，後續可進一步分析第(2)項因素。
5. 本研究所提出之分析方法可計算在不同整治率下區域可靠度不再發生崩塌之可靠度，建議後續可進一步考慮不同整治率所需之經濟成本，並評估區域可靠度與工程成本間之競合關係(trade-off curve)，以作為決策者擬定策略之參考。

6. 建議往後可進階考量水文條件之不確定性及不同降雨量下之重現期距，配合本研究所提出之分析方法評估區域之年崩塌機率(the annual probability of a landslide occurring)。





## 參考文獻

- 王建峰，(2001)，「九份二山順向坡滑動機制研究與殘坡風險評估」，國立中興大學土木工程研究所，碩士論文。
- 打荻珠男，(1971)，「ひと雨による山腹崩壊について」，新砂防。
- 付兵先、唐飛和趙峰，(2006)，「岩石參數的地基承载力模糊可靠性分析」，岩石工程技術，第 20 卷，第 2 期。
- 陳本康，(2005)，「石門水庫集水區崩塌特性及潛勢評估研究」，國立中興大學水土保持學研究所，博士論文。
- 陳弘恩，(2005)，「降雨引發坡地淺崩塌模式之建立與探討」，國立交通大學土木工程學研究所，碩士論文。
- 陳爾義，(2002)，「地下水浸潤及滲流對崩積土邊坡穩定影響之探討」，國立海洋大學河海工程學系，碩士論文。
- 陳樹群，(2003)，「水庫集水區土砂整治成效評估 2/2」，經濟部水利署。
- 楊錦釗、蔡東霖、黃安斌，(2007)，「石門水庫集水區崩塌與庫區淤積風險評估研究 2/3」，經濟部水利署。
- 謝正倫，(2002)，「流域土砂管理模式之研究 3/3」，經濟部水資源局。
- 羅文強、張倬元和黃潤秋，(1999)，「邊坡系統穩定性的可靠性研究」，地質科技情報，第 18 卷，第 2 期。
- 蘇歆婷，(2007)，「降雨引發坡地崩塌風險評估模式之建立與應用」，國立交通大學土木工程學研究所，碩士論文。
- Alonso, E. E. (1976) "Risk analysis of slopes and its application to slopes in

- Canadian sensitive clays.” *Geotechnique*, 26(3): 453-472.
- Baecher, G. B., (1993). “Recent developments in measurement and modeling of clay behavior for foundation design.” *Geotechnical Error Analysis* , Lecture Notes of MIT Special Summer Course 1.60s, August 5-9.
- Barabosa, M. R., Morris, D. V., Sarma, S. K.. (1989). “Factor of safety and probability of failure of rockfill embankments.” *Geotechnique*, 39(3): 471-483.
- Baum, R. L., Savage, W. Z., Godt, J. W., (2002). “TRIGRS-a Fortran program for transient rainfall infiltration and grid-based regional slope-stability analysis.” US Geological Survey Open file report, 402-424, Virginia.
- Carrara, A.,(1998). “Multivariate models for landslide hazard evaluation, a black-box approach.” Workshop on Natural Disasters in European Mediterranean Countries, 205-224, Perugia, Italy.
- Carrara, A., Cardinali, M., Guzzetti, F.,(1992). “Uncertainty in assessing landslide hazard risk.” *ITC Journal*, 1992-2: 172-183.
- Chang, Y.L., Tsai, T.L., Yang, J.C., M. ASCE, Tung, Y.K.,(2007). “Stochastically optimal groundwater management considering land subsidence.” *Journal of water resources planning and management-ASCE*, 133(6).
- Chen, J. C., Jan, C. D., Lee, M. H.,(2007) .“Probabilistic analysis of landslide potential of an inclined uniform soil layer of infinite length: theorem.” *Environmental Geology*, 51: 1239-1248.
- Chowdhury, R. N., Xu, D. W., (1995).”Geotechnical system reliability of slopes.” *Reliability Engineering and System Safety*,47:141-151,1995
- Chowdhury, R. N., Xu, D. W., (1984).“Rational polynomial technique in slope stability analysis.” *Journal of Geotechnical Engineering Division*, 119(12):

1910-1928.

Christian T. J., Ladd, C.C., Baecher, G. B., (1992).“Reliability and probability in stability analysis.” *Stability and performance of slopes and embankments II*, STP 31 :1071-1111.

Christian T. J., Ladd, C.C., Baecher, G. B.,(1994). “Reliability applied to slope stability analysis.” *Journal of Geotechnical Engineering Division*, 120(12): 2180-2207.

Cornell,C.A.,(1967). “Bounds on the Reliability of Structural Systems.” *Journal of the Structural Division* ,ASCE,Vol.93,No.ST1,pp.171-200.

Cornell, C. A.,(1971). “First-order uncertainty analysis of soils deformation and stability.” In: Proc. 1st Int. Conf. On Application of Statistics and Probability to Soil and Structural Engineering, 129-144, Hong Kong.

Cressie,N.A.C.(1993).Statistics for spatial data, J. Wiley ,New York.

Crosta, G. B., Frattini, P.,(2003). “Distributed modeling of shallow landslides triggered by intense rainfall.” *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 3: 81-93 .

Gelhar, L. W.,(1993). *Stochastic subsurface hydrology*, Prentice-Hall Inc., New Jersey.

Genz,A.(1992) “Numerical Computation of Multivariate Normal Probabilities.” American Statistical Association, Institute of Mathematical Statistics, and Interface Foundation of North America,1(2):141-149.

Frattini, P., Crosta, G. B., Fusi, N., Negro, P. D.,(2004). “Shallow landslides in pyroclastic soil : a distributed modeling approach for hazard assessment.” *Engineering Geology*, 73: 277-295.

Harp, E. L., Jibson, R. W.,(1995). “Inventory of landslides Triggered by the

- 1994 Northridge, California Earthquake.” In: US Geological Survey Open-File Report,17: 95-213.
- Hoek,E.,(1998),Rock Engineerint,pp.105-114.
- Hovius, N., Stark, C. P., Allen, P. A.,(1997). “Sediment flux from a mountain belt derived from landslide mapping.” *Geology*, 25: 231-234.
- Huang, S., L., Yamasaki, K.,(1993). “Slope failure analysis using local minimum factor-of-safe approach.” *Journal of Geotechnical Engineering*,ASCE,Vol.119,pp.1974-1990.
- Husein Malkawi, A. I., Hassan W. F., Abdulla F. A.,(2000). “Uncertainty and reliability analysis applied to slope stability.” *Structural Safety*, 22:161-187.
- Iverson, R. M., (2000).“Landslide triggering by rain infiltration.” *Water Resources Research*, 36: 1897-1910.
- Keim , R. F., Skaugset , A. E.,(2003). “Modeling effects of forest canopies on slope stability.” *Hydrological Processes*, 17: 1457-1467.
- Korup, O.,(2005). “Distribution of landslides in southwest New Zealand.” *Landslides*, 2:43-51.
- Lan, H. X., Lee, C. F., Zhou, C. H., Martin, C. D.,(2005). “Dynamic characteristics analysis of shallow landslides in response to rainfall event using GIS.” *Environmental Geology*, 47: 254-267.
- Li, K. S., Lumb, P., (1974).“Probabilistic design of slopes.” *Canadian Geotechnical Journal*, 24: 520-35.
- Liu, C.N., and Wu,C.C.,(2007). “Mapping susceptibility of rainfall-triggered shallow landslides using a probabilistic approach.” *Environ Geol*.
- Mays, L.W., and Tung, Y.K.,(1992). “ Hydrosystems engineering and

- management.” McGraw-Hill ,New York.
- Mckay, M. D., (1988).“Sensitivity and Uncertainty Analysis Using a Statistical Sample of Input Values”, *Uncertainty Analysis*, Y.Ronen,ed.,CRC Press,Inc., Boca Raton, FL.,145-186.
- Mckay,M.D., Beckman, R.J., and Conover,W.J.(2000). “A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code.”,*Technometrics*,42(1),55-61.
- Morgenstern, N. R., (1997).“Toward landslide risk assessment in practice.” In: Cruden and Fell (eds.) *Landslide risk assessment*, 15-24, Balkema, Rotterdam.
- Mostyn, G. R. and Li, K. S.,(1993). “Probabilistic slope analysis-State-of-Play.” Proceedings of the conference on probabilistic methods in geotechnical engineering, 89-110, Canberra, Australia.
- Mylopoulos, Y. A., Theodosiou, N.,and Mylopoulos, N. A .(1999). “A stochastic optimization approach in the design of an aquifer remediation under hydrogeologic uncertainty.” *Water Resources Management*,13(5),335-351.
- Shou, K. J., Chen, Y. L.,(2005). “Spatial risk analysis of Li-shan landslide in Taiwan.” *Engineering Geology*, 80: 199-213.
- Sivakumar Babu, G. L., Mukesh, M. D.,(2003). “Risk analysis of landslides-A case study.” *Geotechnical and Geological Engineering*, 21: 113-127.
- Soeters, R., Westen, C. J. van, (1996).“Slope stability recognition, analysis and zonation.” In: *Landslides investigation and mitigation*. (eds.) Turner, A. K., Schuster, R. L., Transportation Research Board, special report 247: 129-177, National Academy Press, Washington.

- Tang, W. H., Yucemen, M. S., Ang, AH-S.,(1976). "Probability-based short term design of slopes." *Canadian Geotechnical Journal*,13(3): 201-215.
- Tsai T. L. and Yang J. C.,(2006). "Modeling of rainfall-triggered shallow landslide." *Environmental Geology*, 50(4): 525-534.
- Van Westen, C. J., Van Duren, I., Kruse, H. M. G., Terlien, M. T. J., (1993). "GISSIZ: training package for geographic information systems in slope instability zonation." ITC publ 15(1) and (2) ,ITC, Enschede, The Netherlands.
- Van Westen, C. J., Rengers, and N., Terlien, M.T.J., Soeters, R., (1997). "Prediction of the occurrence of slope instability phenomena through GIS-based hazard zonation." *Geologische Rundschau*, 86: 404-414.
- Venmarcke, E. H., (1977). "Reliability of earth slopes." *Journal of Geotechnical Engineering Division*, ASCE, 103(11):1227-46.
- Wagner, B. J., and Gorelick, S. M. (1989). "Reliable Aquifer Remediation in the Presence of Spatially-Variable Hydraulic Conductivity - from Data to Design." *Water Resources Research*,25(10),2211-2225.
- Wolff, T. F.. (1985). "Analysis and design of embankment dam slopes: a probabilistic approach." Ph.D. thesis, Purdue University, West Lafayette.
- Wu, T. H., Kraft, L. M., (1970). "Safety analysis of slopes." *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, 96(2):609-630.

## 附錄 A 拉丁超立方取樣方法 (Latin Hypercubic Sampling ,LHS )

作業程序:

1. 在求解空間中，選取所需取樣之參數  $X$ ，及取樣組數  $K$ ，並決定輸入參數之機率分佈型態。
2. 將參數  $X$  可能的範圍劃分為  $K$  個區間，每個區間被取中的機率皆為  $\frac{1}{K}$ 。
3. 在劃分的  $K$  個區間內隨機取樣一個樣本值，可得到  $K$  個隨機樣本。
4. 任意排列此  $K$  個隨機樣本，即完成取樣。



## 附錄 B 正交轉換(Orthogonal Transformation)

正交轉換主要的功能為將具相關性之樣本空間轉為不具相關性之樣本空間，反之，為可逆的，如圖 B-1。

若有  $N$  個具相關之統計基本變數  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$ ，而期望值為  $\mu_x = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)'$ ，共變數為：

$$\text{Cov}(\mathbf{X}) = \mathbf{C}_X = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_{nn} \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

將變數標準化為  $X' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)'$  此形式，即  $X'_n = \frac{(X_n - \mu_n)}{\sigma_n}$ 。標準化後，期望值變為零、共變異數矩陣等於相關係數矩陣。相關係數矩陣形式為：

$$\text{Cov}(\mathbf{X}') = \text{Corr}(\mathbf{X}) = \mathbf{R}_X = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{21} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{12} & 1 & & \rho_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & \rho_{nn} \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

利用轉換矩陣  $T$  (transformation matrix)，將具相關性之標準統計變數  $X'$  轉為無相關性之標準統計變數  $Y$ 。

$$Y = T^{-1} \cdot X' \quad (\text{B.3})$$

此時  $Y$  矩陣之期望值為零、共變異數為單位矩陣  $I$ ，即  $\mathbf{C}_{X'} = \mathbf{R}_X = \mathbf{I}$ 。

由於相關係數矩陣為對稱且正定(positive definite)，利用 cholesky decomposition method 及特徵拆解法(eigenvector decomposition)將  $R_x$  進行拆



解：

$$R_X = TT^t \quad (\text{B.4})$$

$$C_{X'} = R_X = V \cdot \Lambda \cdot V^t \quad (\text{B.5})$$

其中， $\Lambda$  為特徵值 (eigenvalue) 組成之對角矩陣； $V$  為特徵向量 (eigenvector) 組成之正規化矩陣。

基於特徵矩陣作轉換，以達到客觀消除在標準統計基本變量  $X'$  之相關性，可寫成下式：

$$U = V^t \cdot X' \quad (\text{B.6})$$

統計變量  $U$  的轉換結果，有期望值與共變異數形式：

$$E[U] = E[V^t \cdot X'] = V^t \cdot E[X'] = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$C_U = E[(U_i - \mu_{U_i})(U_j - \mu_{U_j})] = E[U_i \times U_j^t] = V^t V C_{X'} = V^t V V \Lambda V^t = \Lambda \quad (\text{B.8})$$

新統計變數  $U$  為無相關性，將其標準化為：

$$\frac{U - \mu_U}{\sigma_U} = \Lambda^{-\frac{1}{2}} \cdot U = Y \quad (\text{B.9})$$

將(B.6)代入(B.9)得到：

$$Y = \Lambda^{-\frac{1}{2}} \cdot V^t \cdot X' \quad (\text{B.10})$$

又  $Y = T^{-1} \cdot X'$ ，所以：

$$T = V \cdot \Lambda^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{B.11})$$

而(B.4)可寫為：

$$R_X = TT^t = V \Lambda V^t \quad (\text{B.12})$$

因此，轉換矩陣可寫為：

$$X = \mu_X + \sigma_X \cdot V \cdot \Lambda^{\frac{1}{2}} \cdot Y \quad (\text{B.13})$$

式(B.13)為具相關性統計變數與無相關性統計變數之轉換式子。

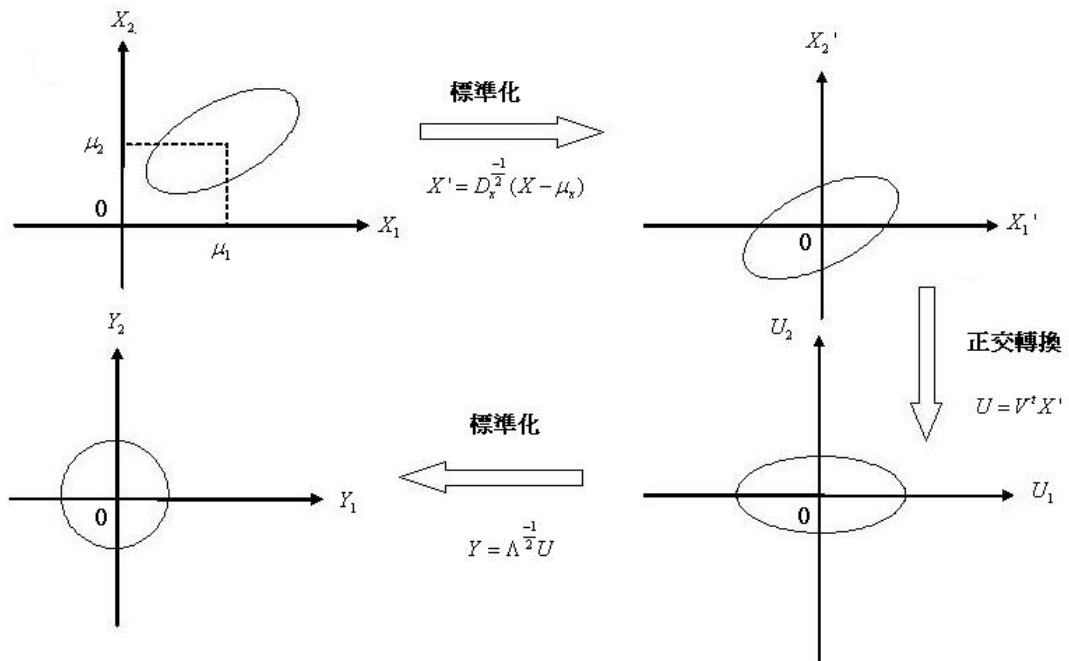


圖 B-1 正交轉換圖