

國立交通大學
土木工程學系碩士班
碩士論文

部分飽和土壤精簡力學模式於
不排水條件下之力學行為模擬

Undrained Mechanical Behavior of Partially Saturated Soil

Based on a Concise Constitutive Model

研究生：李聰吉

指導教授：潘以文 博士

中華民國九十七年七月

部分飽和土壤精簡力學模式於不排水條件下之力學行為模擬
Undrained Mechanical Behavior of Partially Saturated Soil Based on
a Concise Constitutive Model

研究生：李聰吉

Student：Tsung-Chi Li

指導教授：潘以文 博士

Advisor：Dr. Yii-Wen Pan

國立交通大學

土木工程學系碩士班

碩士論文

A Thesis

Submitted to Department of Civil Engineering

College of Engineering

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Civil Engineering

July 2008

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年七月

部分飽和土壤精簡力學模式於不排水條件下之力學行為模擬

學生：李聰吉

指導教授：潘以文 博士

國立交通大學土木工程學系碩士班

中文摘要

部分飽和土壤內部的吸力會提供土壤額外的內部穩定因素，提高土壤的勁度與剪力強度。現今處理部分飽和土壤之力學模型及土工相關問題，多僅描述其排水條件下之力學行為與工程問題，甚或更僅將土壤簡化為飽和土壤來分析之。欲正確考量土壤實際之狀態與行為，有必要發展兼顧部分飽和土壤於排水與不排水條件下之力學模型。

儘管有些學者業已提出力學模型以描述部分飽和土壤之力學行為，但對於部分飽和土壤的不排水力學行為則鮮有著墨。本研究旨在建構一個部分飽和力學精簡模型，嘗試能描述部分飽和土壤在不排水條件下之基本行為特性，以便描述部分飽和土壤於不排水條件下的力學行為，進而能用於土工相關問題之模擬分析。

本研究先建構所需之理論基礎、接著撰寫程式以模擬實驗室之力學試驗。為檢討本力學模型的效能，繼以過去學者所曾發表之部分飽和土壤不排水三軸試驗作為模擬對象，用於驗證此模型描述部分飽和土壤的不排水力學行為之能力。待驗證本力學模型效能後，再將此模型之計算程序移植成大地工程分析軟體 FLAC 的使用者自訂模式 (UDM) 副程式，以供分析模擬大地工程相關之邊界值問題。本研究最後並以基礎承載分析與無支撐開挖作為應用分析範例，以展示本模式於部分飽和土壤工程問題之可應用性。

關鍵詞：吸力；部分飽和土壤；力學模式；不排水；數值模擬

Undrained Mechanical Behavior of Partially Saturated Soil

Based on a Concise Constitutive Model

Student : Tsung-Chi Li

Advisor : Dr. Yii-Wen Pan

Department of Civil Engineering

National Chiao Tung University

ABSTRACT

Suction in a partially saturated soil can increase the stiffness and shear strength of the soil. In many cases, the effect of suction in a partially saturated soil is ignored at all; very often, the soil above the ground water table is simply treated as a dry soil or as a saturated soil. Most constitutive modeling for partially saturated soils focused on the mechanical behavior and engineering problems in drained conditions. Mechanical behavior and modeling of partially saturated soils under undrained condition has drawn much less attention. This thesis aims to develop a concise constitutive model for describing the mechanical behavior of partially saturated soils under undrained condition, at least qualitatively. First, model simulations of mechanical behavior for various stress paths in undrained condition are presented and compared with existing published experimental data for verification. Subsequently, a series of parametric study demonstrates the simulated mechanical behavior under various conditions. Finally, engineering behavior of various geotechnical problems are examined by using numerical stress analysis with the inclusion of the proposed model.

Keywords: Suction; Partially saturated soils; Undrained condition; constitutive model; Numerical simulation

誌謝

時間飛逝的很快，兩年的碩士研究生活轉眼就過去了。在這短短得研究生涯裡，最感謝的是潘以文老師的指導，謝謝潘老師，謝謝您教我怎麼樣做研究，讓我知道原來做研究是有趣的；謝謝潘老師，謝謝您給了我滿滿的知識，讓我的腦袋等級不斷提升；謝謝潘老師，謝謝您細心與耐心的指導，讓我能夠順利完成論文。此外也感謝廖志中老師在研究過程中的建議，讓我有更多不同的思考，使我的研究更加充實。

另外也要感謝口試時的口試委員田永銘老師、王承德老師還有董家鈞老師，謝謝你們給了我許多寶貴的建議，謝謝！

做研究總有不順心之時，在這裡要特別感謝鄒鄭翰學長，在我研究卡關時，適時的給了我溫暖的幫助。感謝大地組所有的同學與學弟們帶給我研究生活以外的娛樂。在這裡也謝謝我的研究夥伴永奇，在研究的路上和我一起討論、鼓勵打氣，一起面對兩個人都很頭大的大魔王 FLAC；還有謝謝國維學長給我在研究上與其他生活知識的分享、謝謝文凱給我很多的歡笑與娛樂、謝謝智仁總是不忘玩 game 時算我一份和我並肩作戰，謝謝你們在研究生生活中給了我豐富而精采的生活。

最後，最要感謝的是我的家人，謝謝你們在我從小到大求學過程中給我最大的包容，完全支持與尊重我的選擇並且讓我無須掛心家裡的事物，讓我享受到無慮的幸福求學生活。這份研究包含了家中每個人滿滿的愛與關心，僅把這份論文獻給我最親愛的家人。

目錄

中文摘要.....	i
英文摘要.....	ii
誌謝.....	iii
目錄.....	iv
表目錄.....	viii
圖目錄.....	ix
第一章 前言.....	1
1.1 研究動機.....	1
1.2 研究目的.....	2
1.3 論文架構.....	2
第二章 文獻回顧.....	4
2.1 部分飽和土壤的性質.....	4
2.1.1 吸力的成因.....	4
2.1.2 部分飽和土壤的特徵曲線.....	7
2.1.2.1 特徵曲線的推求方法.....	10
2.1.2.2 特徵曲線的阻滯現象.....	14
2.1.2.3 特徵曲線之影響因子.....	15
2.1.3 部分飽和土壤的有效應力.....	18
2.1.3.1 有效應力參數 χ	20
2.1.4 部分飽和土壤的剪力強度.....	23
2.1.5 部分飽和土壤的體積變化行為.....	27

2.2 部分飽和土壤的力學模型與模式	33
2.2.1 部分飽和土壤的物理行為與特徵.....	33
2.2.1.1 Schuurman (1966)理論.....	34
2.2.1.2 Wheeler(1988)理論.....	36
2.2.1.3 Fredlund & Rahardjo(1993)理論.....	37
2.2.1.4 Lu & Likos(2004)理論.....	42
2.2.2 部分飽和土壤的力學模型	43
2.2.2.1 Alonso, et al(1990)模型.....	44
2.2.2.2 Loret & Khalili(2000、2002)模型.....	47
2.2.2.3 Blatz & Graham(2003)模型.....	50
2.2.2.4 Chiu & Ng(2003)模型.....	50
2.2.2.5 Gallipoli,et al.(2003)模型.....	52
2.2.2.6 Sheng, et al.(2004)模型.....	53
2.2.2.7 Pereira, et al.(2005) & Russell & Khalili(2006)模 型.....	55
2.2.2.8 Li, X.S. (2007)模型.....	57
2.2.2.9 鄒鄭翰(2007)模型.....	60
2.2.3 力學模型應用比較.....	62
2.3 外部加載對部分飽和土壤的工程行為影響.....	64
第三章 研究方法.....	67

3.1 部分飽和土壤的力學模式.....	67
3.1.1 既有組合律的擴充.....	67
3.1.2 吸力的考量.....	68
3.1.3 孔隙氣壓與理想氣體.....	69
3.1.4 有效應力計算.....	71
3.1.5 吸力造成的硬化效應.....	72
3.2 計算方法.....	74
3.2.1 計算流程說明.....	75
3.2.1.1 Matlab 非數值計算撰寫與流程.....	75
3.2.1.2 FLAC 數值計算程式之撰寫與流程調整.....	78
3.2.1.3 模型驗證.....	85
3.3 擴充模型應用討論.....	89
第四章 力學行為模擬.....	90
4.1 多重條件下力學模擬.....	90
4.1.1 部分飽和不排水剪力強度.....	91
4.1.2 多重條件剪力強度.....	96
4.2 模擬 Knodel & Coffey(1966)試驗.....	103
4.3 模擬 Graham et al.(1995)試驗.....	111
4.4 力學模型延伸應用.....	118
4.4.1 不排水壓縮飽和.....	118
4.4.2 反水壓飽和.....	125

4.5 模型參數敏感度.....	128
4.6 模型表現與特性之討論.....	138
第五章 工程應用範例.....	140
5.1 土壤於飽和與部分飽和條件下之基礎承载力.....	140
5.2 基礎承载力與影響深度.....	154
5.3 無支撐開挖.....	162
5.4 工程應用範例綜合討論.....	177
第六章 結論與建議.....	178
6.1 結論.....	178
6.2 建議.....	179
參考文獻.....	181



表目錄

表 2.1	部分飽和土壤基本物理原則相關文獻	33
表 2.2	部分飽和土壤力學模型相關文獻簡介	43
表 2.3	各模型所需參數與優缺點比較	63
表 4.1	模擬不同條件下三軸試驗所需參數	91
表 4.2	模擬 Knodel-Coffey(1966)不排水三軸試驗所需參數	105
表 4.3	模擬 Graham et al. (1995、1998)不排水三軸試驗所需參數	114
表 4.4	不同預壓密應力條件之應力狀態初始值	121
表 4.5	模擬不同預壓密應力飽和試驗所需參數	121
表 5.1	基礎模擬所需土壤參數	141
表 5.2	基礎承载力與基礎正下方沉陷量模擬結果數據	161
表 5.3	開挖深度 3 公尺，側向開挖面最大水平位移與剪應變模擬 結果數據	175
表 5.4	開挖深度 4 公尺，側向開挖面最大水平位移與剪應變模擬 結果數據	175
表 5.5	開挖深度 5 公尺，側向開挖面最大水平位移與剪應變模擬 結果數據	175
表 5.6	開挖深度 6 公尺，側向開挖面最大水平位移與剪應變模擬 結果數據	175

圖目錄

圖 1.1	研究流程圖	3
圖 2.1	土壤顆粒間的毛細力(Kohgo et al., 1993).....	5
圖 2.2	毛細現象的簡單物理模型 (Fredlund & Rahardjo, 1993).....	5
圖 2.3	傳統土壤特徵曲線 (van Genuchten,1980)	8
圖 2.4	土壤特徵曲線三階段變化趨勢(Sillers, et al.,2001).....	8
圖 2.5	各階段水分與空氣在土壤孔隙中的分佈情形(Bear, 1979)...	10
圖 2.6	不同土壤的特徵曲線 (Gupta & Larson,1979).....	11
圖 2.7	特徵曲線的阻滯現象 (van Genuchten, 1980).....	14
圖 2.8	不同土壤種類的特徵曲線 (Sillers et al., 2001).....	15
圖 2.9	不同垂直應力條件下的特徵曲線 (Tarantino & Tombolato, 2005)	16
圖 2.10	受不同垂直應力條件下的特徵曲線與其阻滯現象 (a)Ng & Pang, 2000 (b) Ho et. al, 2006.....	17
圖 2.11	不同應力比對特徵曲線的影響 (Tse, 2007)	17
圖 2.12	χ 與吸力比的關係 (Khalili, et al., 2004).....	21
圖 2.13	不同理論式的 χ 與飽和度關係(Vanapalli & Fredlund, 2000).....	22
圖 2.14	部分飽和土壤的莫爾-庫倫破壞包絡面(Fredlund & RaHardjo, 1993)	24
圖 2.15	剪力強度對吸力的非線性變化 (Lu & Likos, 2004)	24
圖 2.16	淨應力為橫座標，破壞包絡線隨吸力增加而上升(改繪自 Fredlund & Rahardjo,1993).....	25

圖 2.17 不同吸力下臨界狀態線不改變(a)、(b)兩圖分別為兩種不同 土壤(Lu & Likos,2004 改繪自 Kahlili, et al.,2004 實驗數據 值)	26
圖 2.18 壓密曲線隨吸力變化的趨勢 (Futai & Almeida, 2005).....	28
圖 2.19 乾溼循環下土壤的體積變化：(a) Fleureau, <i>et al.</i> ,1993 (b)Khalili, et al.,2004 改繪自 Vicol,1990 實驗數據.....	29
圖 2.20 濕陷發生的原因 (Khalili, <i>et al.</i> , 2004).....	30
圖 2.21 土壤在反覆乾濕循環下的體積變化 (Sharma, 1998).....	31
圖 2.22 不排水條件下部分飽和土壤體積收縮行為(Rahardjo,1990)....	32
圖 2.23 氣泡中的氣壓、水壓的力學平衡(圖取自 Lu & Likos,2004)...	35
圖 2.24 氣、水介面模型(Wheeler, 1988).....	36
圖 2.25 孔隙氣泡壓力與液面彎曲方向(Wheeler, 1988).....	37
圖 2.26 流體壓縮性的定義(Fredlund & Rahardjo,1993).....	39
圖 2.27 部分飽和土壤排水加載與不排水加載體積變化關係(Fredlund & Rahardjo, 1993).....	41
圖 2.28 切線與割線孔隙壓力參數(Fredlund & Rahardjo,1993).....	41
圖 2.29 Alonso, <i>et al.</i> 模型的屈服面(a) 三維 p-q-s 上的形式(b) p-q 面 上(c) p-s 面上 (Alonso, <i>et al.</i> , 1990).....	45
圖 2.30 正常壓密線的移動與 P_c 的變化.....	48
圖 2.31 偏斜橢圓屈服面(Loret & Khalili, 2002).....	49
圖 2.32 f_s 與 f_c 屈服面(a)三維 p-q-s (b) 二維 p-q(Chiu & Ng,2003).....	52

圖 2.33	$p'-q-s$ 空間上的屈服面(Sheng, et al.2004).....	54
圖 2.34	阻滯現象的邊界與造成的塑性體積應變(Sheng,et al.,2004)...	55
圖 2.35	Modified CJS model 屈服面(Pereira, et al.,2005).....	56
圖 2.36	CSL 和 NCL 隨吸力變化情形(Russell & Khalili,2006).....	56
圖 2.37	$p-q$ 平面上的屈服面(Li, X.S. ,2007).....	58
圖 2.38	$p-q$ 面上的臨界狀態線(CSL)變化情形(Li, X.S. ,2007).....	59
圖 2.39	p_c 隨吸力的變化(鄒鄭翰,2007).....	61
圖 2.40	外部總應力加載所引起的孔隙壓力改變(Fredlund, 1982).....	64
圖 2.41	土壩築壩過程中的孔隙壓力 (a) 孔隙水壓分布 (b) 孔隙氣壓 分布(Fredlund, 1982).....	65
圖 3.1	飽和土壤($s=0$)與部分飽和土壤($s > 0$)之正常壓密曲線(NCL) 示意圖.....	73
圖 3.2-1	部分飽和力學模型運算流程圖(Matlab 程式).....	75
圖 3.2-2	部分飽和力學模型運算應力調整計算流程圖(Matlab 程式)	76
圖 3.3	應變控制下不排水等向加載，飽和度與吸力值對等向圍壓 關係圖.....	77
圖 3.4	應力控制下不排水等向加載，飽和度與吸力值對等向圍壓 關係圖.....	77
圖 3.5	FLAC 飽和時，數值計算流程	78
圖 3.6	FLAC 部分飽和下之數值計算流程.....	79
圖 3.7	修改後 FLAC 部分飽和時，數值計算流程(鄒鄭翰, 2007)..	80

圖 3.8	本研究擴充後 FLAC 部分飽和時計算流程.....	81
圖 3.9-1	FLAC 部分飽和模型副程式計算流程圖.....	83
圖 3.9-2	FLAC 部分飽和力學模型副程式應力調整計算流程圖	84
圖 3.10	飽和度與吸力對圍壓關係圖.....	85
圖 3.11	孔隙壓力對圍壓關係圖.....	86
圖 3.12	孔隙壓力對體積應變關係圖.....	86
圖 3.13	軸差應力對軸應變關係圖.....	87
圖 3.14	孔隙壓力對軸應變關係圖.....	87
圖 3.15	飽和度對軸應變關係圖	88
圖 3.16	吸力對軸應變關係圖	88
圖 4.1	圍壓 100kPa 下，軸差應力對軸應變模擬結果	92
圖 4.2	圍壓 100kPa 下，體積應變對軸應變模擬結果	92
圖 4.3	圍壓 400kPa 下，軸差應力對軸應變模擬結果	93
圖 4.4	圍壓 400kPa 下，體積應變對軸應變模擬結果	93
圖 4.5	圍壓 400kPa 下，孔隙水壓變化模擬結果.....	94
圖 4.6	圍壓 800kPa 下，軸差應力對軸應變模擬結果	95
圖 4.7	不同條件下，軸差應力對軸應變之模擬結果(圍壓 100kPa)	96
圖 4.8	不同條件下，體積應變對軸應變之模擬結果(圍壓 100kPa)	97
圖 4.9	不同條件下，軸差應力對軸應變之模擬結果(圍壓 400kPa)	97
圖 4.10	不同條件下，體積應變對軸應變之模擬結果(圍壓 400kPa)	98
圖 4.11-1	不同組合條件下軸差應力與體積應變對軸應變之模擬結果 比較(圍壓 100kPa).....	100
圖 4.11-2	不同組合條件下軸差應力與體積應變對軸應變之模擬結果	

比較(圍壓 400kPa).....	101
圖 4.12-1 Knodel-Coffey 不排水三軸試驗，應力對應變圖(Knodel & Coffey, 1966).....	103
圖 4.12-2 Knodel-Coffey 不排水三軸試驗，(a)孔隙壓力對圍壓 (b) 孔隙壓力對軸差應力 (Knodel & Coffey, 1966)	104
圖 4.13 Knodel-Coffey 三軸不排水試驗，孔隙壓力對圍壓之模擬結果	106
圖 4.14 Knodel-Coffey 三軸不排水試驗，孔隙壓力對軸差應力之模擬結果	106
圖 4.15 重新模擬 Knodel-Coffey 三軸試驗中孔隙壓力對軸差應力之變化	107
圖 4.16 Knodel-Coffey 三軸不排水試驗，體積飽和度、吸力對軸應變之模擬結果.....	108
圖 4.17 重新模擬 Knodel-Coffey 不排水試驗軸差段加載，體積飽和度、吸力對軸應變之模擬結果.....	108
圖 4.18 Knodel-Coffey 三軸不排水試驗，軸差應力對軸應變之模擬結果	109
圖 4.19 Knodel-Coffey 三軸不排水試驗，孔隙壓力對軸應變之模擬結果	109
圖 4.20 Knodel-Coffey 三軸不排水試驗，體積應變對軸應變之模擬結果	110
圖 4.21 Graham et al.之壓密試驗結果(Graham et al., 1995).....	111
圖 4.22 Graham et al.之特徵曲線(Graham et al., 2002)	112

圖 4.23 Graham et al.三軸試驗結果(一) (Graham et al., 1995).....	112
圖 4.24 Graham et al.三軸試驗結果(二) (Graham et al., 1998).....	113
圖 4.25 Graham et al. 三軸不排水試驗(圍壓 1MPa)，軸差應力對軸應 變之模擬結果.....	115
圖 4.26 Graham et al. 三軸不排水試驗 (圍壓 3MPa)，軸差應力對軸應 變之模擬結果.....	115
圖 4.27 Graham et al. 三軸不排水試驗(圍壓 1MPa)，孔隙水壓對軸應變 之模擬結果.....	116
圖 4.28 Graham et al. 三軸不排水試驗(圍壓 3MPa)，孔隙水壓對軸應變 之模擬結果.....	116
圖 4.29 不同預壓密壓力下， $p-v$ 平面上初始狀態.....	120
圖 4.30 模擬不同預壓密應力在不排水飽和下達飽和所需施加之等向圍 壓值	122
圖 4.31 不同初始飽和度在不排水飽和下達飽和所需施加之等向圍壓值 之模擬	123
圖 4.32 不同初始飽和度在不排水飽和下達飽和孔隙氣壓增量之模擬	124
圖 4.33 不同土壤種類在不排水飽和下達飽和所需施加之等向圍壓值 之模擬	125
圖 4.34 飽和反水壓試驗(Head, 1986)	126
圖 4.35 飽和度與土壤種類孔隙水壓參數 B_w 理論值(Black & Lee, 1973).....	126
圖 4.36 試體反水壓飽和時間理論值(Black & Lee, 1973)	126

圖 4.37 不同圍壓下，個別參數乘以 0.2 倍所造成之誤差變化量 (OCR=1).....	129
圖 4.38 不同圍壓下，個別參數乘以 0.5 倍所造成之誤差變化量 (OCR=1).....	130
圖 4.39 不同圍壓下，個別參數乘以 2 倍所造成之誤差變化量 (OCR=1).....	131
圖 4.40 不同圍壓下，個別參數乘以 5 倍所造成之誤差變化量 (OCR=1).....	132
圖 4.41 不同過壓密比下，個別參數乘以 0.2 倍所造成之誤差變化量 (圍壓 100kPa)	133
圖 4.42 不同過壓密比下，個別參數乘以 0.5 倍所造成之誤差變化量 (圍壓 100kPa)	134
圖 4.43 不同過壓密比下，個別參數乘以 2 倍所造成之誤差變化量 (圍壓 100kPa)	135
圖 4.44 不同過壓密比下，個別參數乘以 5 倍所造成之誤差變化量 (圍壓 100kPa)	136
圖 5.1 基礎網格.....	140
圖 5.2 三種基礎承載模擬地水位狀態.....	142
圖 5.3 土層飽和度模擬條件示意圖.....	142
圖 5.4 地水位於地表下 2 公尺的飽和度設定	143
圖 5.5 地水位於地表下 4 公尺的飽和度設定	143
圖 5.6 地水位於地表下 6 公尺的飽和度設定	143
圖 5.7 地下水位 2m-垂直位移分布	145

圖 5.8	地下水位 2m-剪應變移分布	146
圖 5.9	地下水位 2m-孔隙水壓分布	147
圖 5.10	地下水位 4m-垂直位移分布	148
圖 5.11	地下水位 4m-剪應變移分布	149
圖 5.12	地下水位 4m-孔隙水壓分布	150
圖 5.13	地下水位 6m-垂直位移分布	151
圖 5.14	地下水位 6m-剪應變移分布	152
圖 5.15	地下水位 6m-孔隙水壓分布	153
圖 5.16	地下水位 2m-位移向量圖與影響深度範圍.....	155
圖 5.17	地下水位 4m-位移向量圖與影響深度範圍.....	156
圖 5.18	地下水位 6m-位移向量圖與影響深度範圍.....	157
圖 5.19	不考慮吸力條件下，基礎承载力對基礎正下方沉陷量.....	159
圖 5.20	考慮吸力條件下，基礎承载力對基礎正下方沉陷量.....	160
圖 5.21	開挖深度 3m-剪應變分布	163
圖 5.22	開挖深度 3m-孔隙水壓分布	164
圖 5.23	開挖深度 4m-剪應變分布	165
圖 5.24	開挖深度 4m-孔隙水壓分布	166
圖 5.25	開挖深度 5m-剪應變分布	167
圖 5.26	開挖深度 5m-孔隙水壓分布	168
圖 5.27	開挖深度 6m-剪應變分布	169
圖 5.28	開挖深度 6m-孔隙水壓分布	170
圖 5.29	開挖深度 3m-水平位移向量圖	171
圖 5.30	開挖深度 4m-水平位移向量圖	172

圖 5.31 開挖深度 5m-水平位移向量圖173
圖 5.32 開挖深度 6m-水平位移向量圖174



第一章 前言

1.1 研究動機

在部分飽和土壤中，吸力(suction)的存在提供了土壤額外的應力使土壤的屈服剪力強度上升，對於部分飽和土壤的工程行為上有一定之影響。對於部分飽和土壤的工程問題，除了探討土壤邊坡因降雨入滲造成吸力喪失，發生邊坡淺層滑動等此類滲流與地下水所造成的「部分飽和排水」問題外；在無降雨入滲情況下，當地下水位不很深時，地表下地下水位以上土層常處部分飽和狀態，土壤內之吸力可提供額外之穩定性，一旦承受外載或受到開挖致使總應力發生變化，短期之內誘發之孔隙壓力（含孔隙水壓與孔隙氣壓）不及排除，處於「部分飽和不排水」狀態下，除了總應力之改變，吸力也必然有所變化，其土壤之力學行為與工程行為究竟如何，卻鮮存在相關文獻，頗值得深入探討。

部分飽和土壤的力學行為直接受到孔隙氣、水壓力影響，而外部總應力的改變亦會對孔隙壓力造成改變，進而影響工程行為。目前大多的大地工程問題如基礎開挖、基礎承載與土壩建造等問題多以「飽和不排水」亦或以「飽和排水」的方式進行問題設計分析。若考慮地層實際狀態與吸力的影響將可做更符合實際工程問題之分析。

多年來，許多學者提出有關於部分飽和土壤的力學模型以用於描述部分飽和土壤的力學行為及模擬大地工程相關問題；但對於描述部分飽和土壤的不排水力學行為上卻少有力學模型能有所著墨；因此，對於部分飽和土壤力學模型運用在不排水的力學行為模擬與分析上仍有許多值得討論與發展的潛在空間。

1.2 研究目的

本研究旨在以部分飽和土壤力學模型為架構，嘗試在不排水力學的條件下探討部分飽和土壤的剪力強度與體積變化等基本特性。本研究以鄒鄭翰(2007)所提出之部分飽和土壤精簡力學模式為基本架構，除了以此精簡力學模型為基礎進行擴充，並以 FLAC 數值模擬軟體為平台，將擴充後力學模型撰寫於使用者自訂模式(User-defined model, UDM)副程式中以用於模擬部分飽和土壤的不排水相關地工邊界值問題模擬。

經本研究擴充後之力學模型期能保有鄒鄭翰(2007)原模型之參數精簡精神同時希望能兼顧部分飽和土壤於排水與不排水條件下之定性力學行為模擬，以利實際大地工程運用。



1.3 論文架構

本論文共分六章。除本章介紹本研究的研究動機與研究目的以外，第二章為文獻回顧，回顧部分飽和土壤之行為特性；整理部分飽和土壤的物理行為與力學模型的理論發展，最後做部分飽和土壤在不排水條件加載下的工程力學行為相關文獻回顧。第三章為研究方法，說明本研究之力學模型之選擇與擴充建立方法並將模型撰寫於數值模擬軟體 FLAC 中以供後續工程邊界值問題模擬。第四章為模擬前人對於部分飽和土壤的不排水力學試驗，討論擴充後模型之模擬表現。第五章以基礎承載與無支撐開挖之問題為例，作為實際工程應用範例。第六章提出本研究之結論與建議。本研究流程圖如圖 1.1 所示。

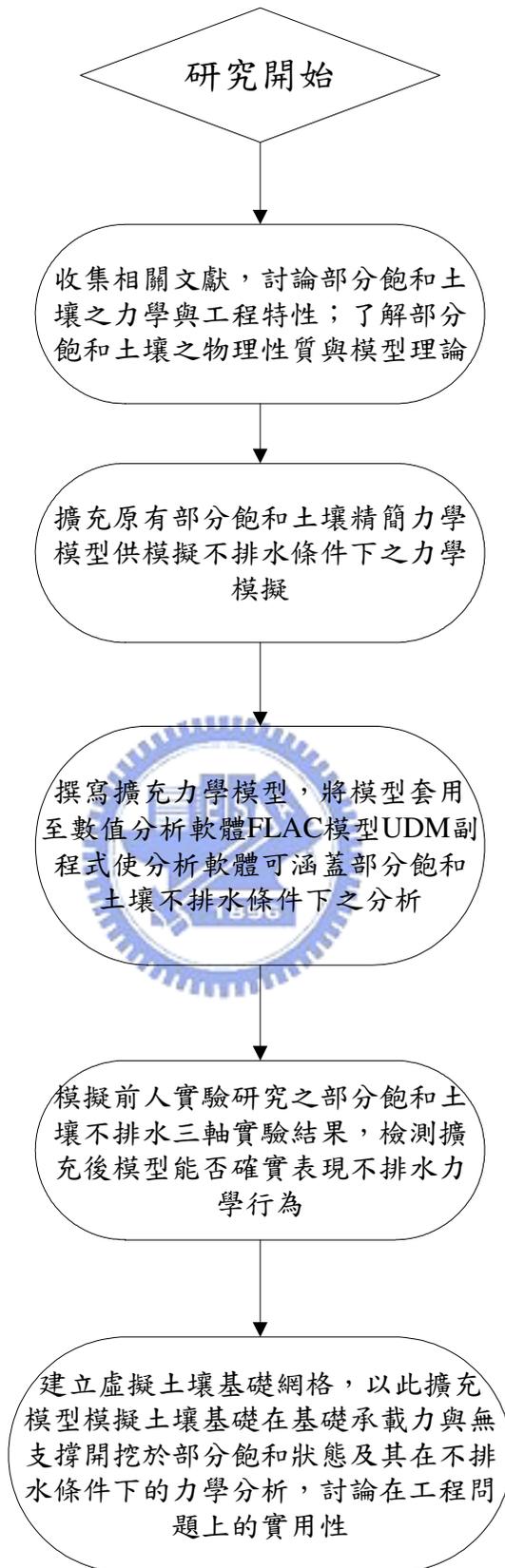


圖 1.1 研究流程圖

第二章 文獻回顧

部分飽和土壤的理論發展建立於力學、水力學與土壤結構間之介面物理學；對於大地工程而言，部分飽和土壤所關注的問題主要包含體積變化、剪力強度與地下水流動問題等三項。本研究主要關注乃針對部分飽和土壤在體積變化與剪力強度在不排水條件下的力學模擬，並嘗試以一精簡力學模式來探討此一議題對於部分飽和土壤的力學行為與機制。

本章整理與討論包含與本研究相關之文獻，內容包括：(一) 部分飽和土壤的各項力學特性、(二) 部分飽和土壤的模型組合律發展相關文獻，以及(三) 部分飽和土壤在工程問題上的現象與破壞機制。

2.1 部分飽和土壤的性質

現實工程環境中地水位以上土壤的真實狀態可能係處於部分飽和的狀態，其力學行為與傳統上的飽和土壤或是乾燥土壤有很大的力學行為差異。而部分飽和土壤更在體積變化與剪力強度上與飽和土壤或是乾燥土壤有明顯的差異，其肇因於部分飽和土壤中孔隙氣壓與孔隙水壓所造成的吸力現象(soil suction)。其次，部分飽和土壤在地下流動(或降雨滲流) 或受外部加載的過程中孔隙壓力的改變也明顯的與土壤飽和時的工程行為有所不同。

2.1.1 吸力的成因

吸力的成因即為毛細現象的產生。在部分飽和的土壤狀態下，水分和空氣會在土壤的顆粒與顆粒間的孔隙中發生毛細現象，如圖 2.1 所示。此毛細現象所造成的結果如同試管內的液面，將其用簡單的物理模型來呈現即

如圖 2.2 所示。

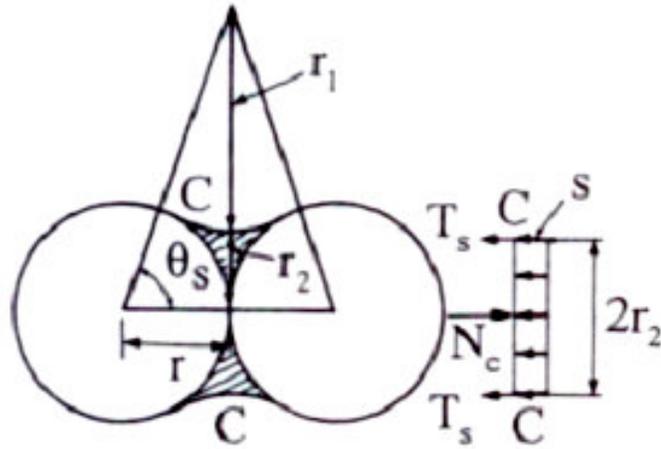


圖 2.1 土壤顆粒間的毛細力 (Kohgo et al., 1993)

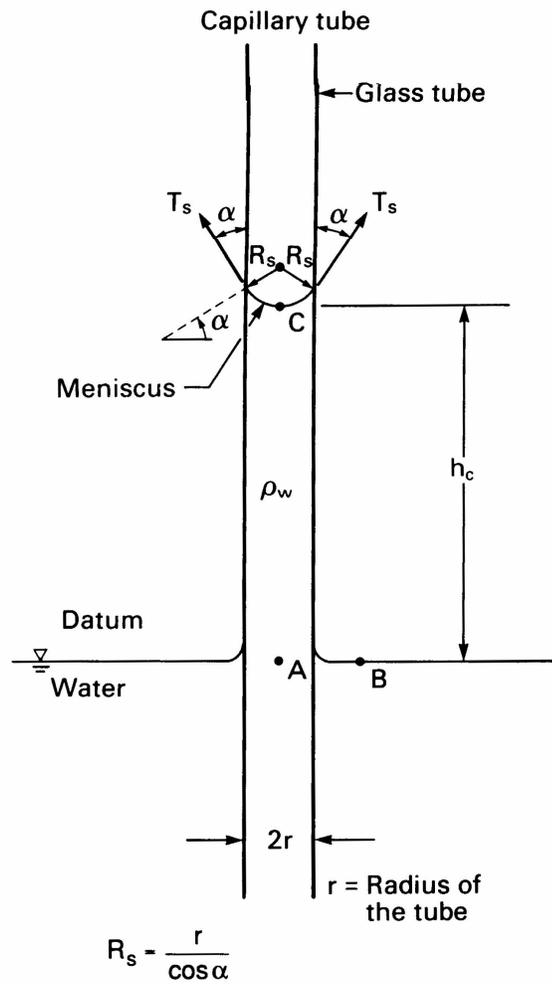


圖 2.2 毛細現象的簡單物理模型 (Fredlund & Rahardjo, 1993)

由簡單的物理模型來看（參考圖 2.2），在液面處由力平衡的關係可得：

$$2\pi r T_s \cos \alpha = \pi r^2 h_c \rho_w g \dots\dots\dots(2-1)$$

其中：

r ：試管半徑

T_s ：表面張力

α ：表面張力與試管之夾角

h_c ：試管高度

g ：重力加速度

由式(2-1)可得：

$$h_c = \frac{2T_s}{\rho_w g R_s} \dots\dots\dots(2-2)$$

其中 $R_s = r / \cos \alpha$ ，為液面之曲率半徑



圖中 A 點與 B 點之壓力等於大氣壓力 u_a ，因此，由 C 點的壓力的平衡

關係可知：

$$(u_a - u_w) = \rho_w g h_c \dots\dots\dots(2-3)$$

綜合式(2-2)與式(2-3)兩式：

$$(u_a - u_w) = \frac{2T_s}{R_s} \dots\dots\dots(2-4)$$

由式(2-5) 可知，液面處的表面張力將造成水壓低於氣壓，其差值與表面張力成正比，與 R_s 成反比(包括管徑與表面張力作用角度的影響)。

若考慮部分飽和土壤內的情況，則試管半徑尺寸相當於土壤內的孔隙大小，而大氣壓力相對於一大氣壓通常為零。因此，在有表面張力作用時，孔隙水壓將為負值，這種負孔隙水壓即為所謂的吸力，此一吸力又稱為基質吸力(matric suction)。

在實際情況中，吸力的成因來自於兩項分別為基質吸力(matric suction)，一為滲透吸力(osmotic suction)。(Fredlund & Rahardjo, 1993)。基質吸力與滲透吸力的總和稱為總吸力(total suction)，如式(2-5)所示：

$$\psi = (u_a - u_w) + \pi \dots\dots\dots(2-6)$$

其中：

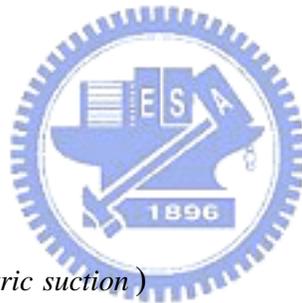
ψ ：總吸力

u_a ：氣壓

u_w ：水壓

$(u_a - u_w)$ ：基質吸力(matric suction)

π ：滲透吸力



在一般的工程問題中所指的吸力值皆指基質吸力。滲透吸力的大小會受到土壤中離子濃度的大小而有所改變，相對於基質吸力，滲透吸力的影響有限，除非土壤中的化學環境受到巨大的改變(例：化學污染)，此時才須謹慎考慮滲透吸力的影響。在本論文中後續所談及之吸力皆指基質吸力來作為對於部分飽和土壤的探討。

2.1.2 部分飽和土壤的特徵曲線

部分飽和土壤的吸力與土壤含水量有關，用以描述兩者間關係的稱之為土壤特徵曲線(Soil Water Characteristic Curve, SWCC)，或稱為土壤水分保

持曲線(Soil Water Retention Curve)。傳統的部分飽和土壤特徵曲線如圖 2.3 所示。

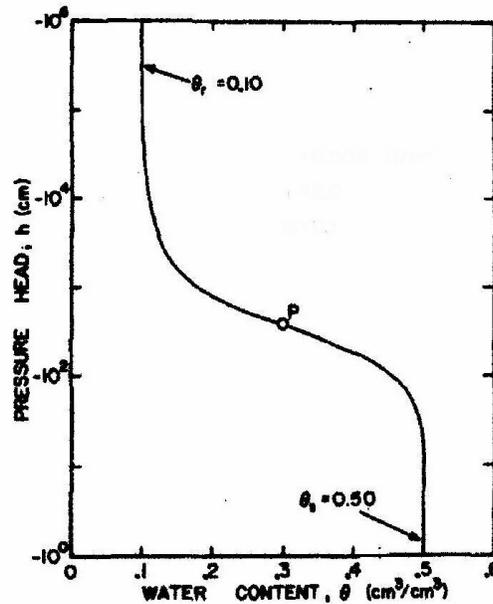


圖 2.3 傳統土壤特徵曲線 (van Genuchten,1980)

典型土壤特徵曲線的變化趨勢可分為幾個不同的階段，用以描述土壤在不同的飽和度下，水分在土壤顆粒孔隙間的分布情形。Sillers, *et al.*

(1998,2001) 對土壤特徵曲線分為三個階段來描述。如圖 2.4 所示。

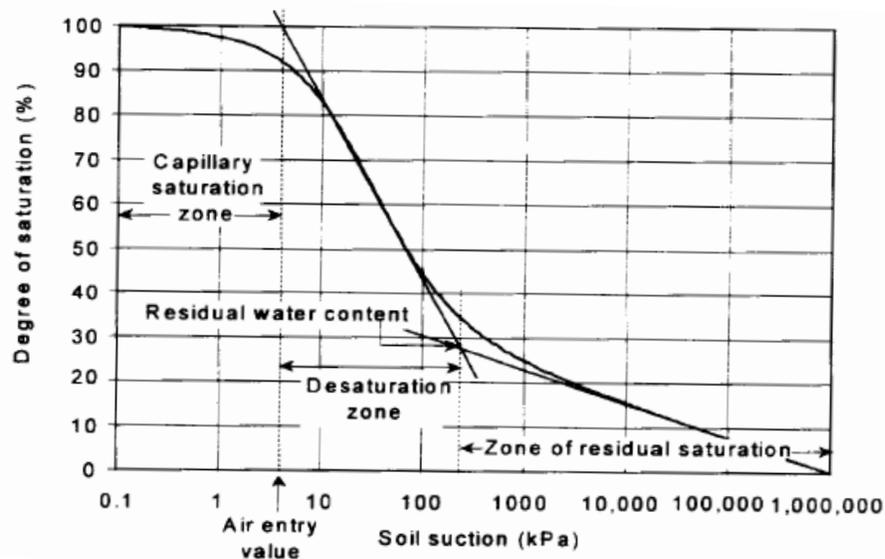


圖 2.4 土壤特徵曲線三階段變化趨勢(Sillers, *et al.*,2001)

Sillers, *et al.* (2001)對於排水土壤特徵曲線三個階段的定義為「毛細飽和階段」(capillary saturation zone)、「降飽和階段」(desaturation zone)、「殘餘飽和階段」(zone of residual saturation)。

Kohgo & Miyazaki(1993)則對不同的飽和程度下，水分在土壤孔隙間的分布情形提出說明。

在土壤排水的過程中，在毛細飽和階段，土壤趨近於飽和，空氣主要以氣泡(air bubbles)的方式分散存在於水中，如圖 2.5(c)，而氣、水界面存在著表面張力在此階段水分不易排出。

當吸力值逐漸增加達到一定程度，氣、水界面的表面張力不再維持力平衡水分開始被排出，空氣開始進入土壤孔隙中。這時的吸力值稱之為空氣進氣值(air entry value)或稱氣泡進氣壓力(bubbling pressure)。當吸力越過此一門檻值後即進入降飽和階段，飽和度持續下降，空氣體積逐漸轉變為連續狀態，如圖 2.5(b)。

當吸力值逐漸變大，飽和度持續下降，當飽和度下降到水分在土壤孔隙開始轉變為不連續而是依附於土壤的顆粒與顆粒之間(meniscus water)，如圖 2.5(a)所示，此時的水分再也難以排出，則特徵曲線進入殘餘飽和階段。此時的吸力值稱為殘餘吸力(residual suction)而相對於此時的含水量稱為殘餘含水比(residual water content)。

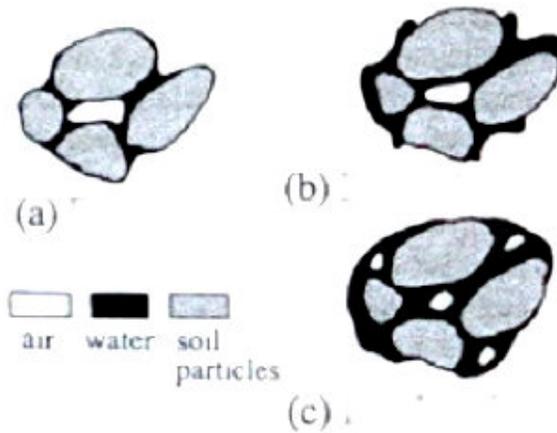


圖 2.5 各階段水分與空氣在土壤孔隙中的分佈情形(Bear, 1979)

2.1.2.1 特徵曲線的推求方法

雖然土壤的特徵曲線可經由實驗的量測得到，但有時受限於實驗的方式與兼顧欲求涵蓋大部分完整的土壤特徵曲線，許多利用常用土壤參數的方法被提出用以估計特徵曲線(Gupta & Larson,1979)，目前普遍的方法如下：

一、 點估計法(Point-based estimation methods)：

利用土壤的粒徑分布曲線，以土壤的砂土、粉土與黏土的百分比，有機物的含量與土壤統體密度(bulk density)為依據，用來推估建立相對應吸力值的體積含水量。此方法最早由 Gupta & Larson(1979)所提出。

$$\theta_p = a \times sand(\%) + b \times silt(\%) + c \times clay(\%) + d \times organic\ matter(\%) + e \times bulk\ density\left(\frac{g}{cm^3}\right) \dots\dots\dots(2-6)$$

其中：

θ_p ：相對應值下的體積含水量(cm^3/cm^3)

a、b、c、d、e：迴歸係數

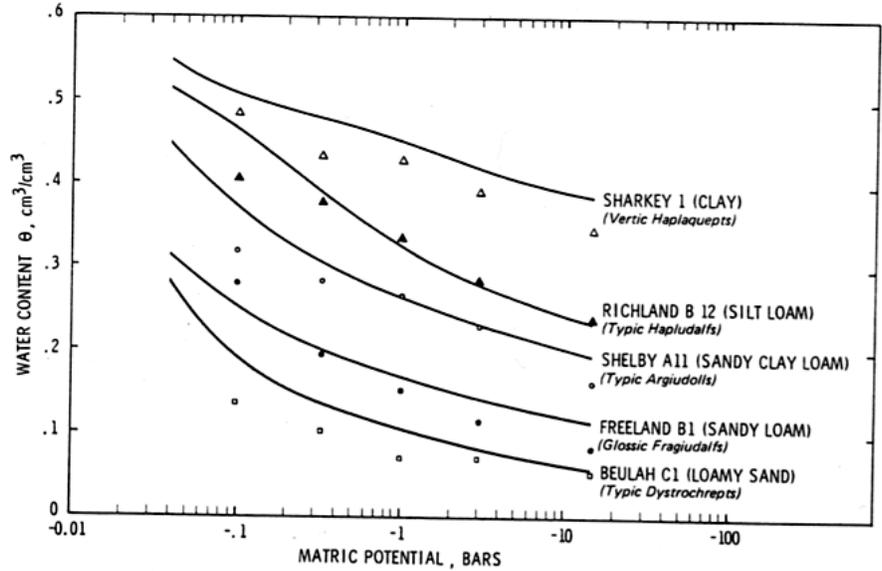


圖 2.6 不同土壤的特徵曲線 (Gupta & Larson,1979)

圖 2.6 為 Gupta & Larson(1979)所作之兩兩不同種類土壤依比例混合之土壤特徵曲線；資料點為試驗量測值，曲線為由式(2-6)所推估之土壤特徵曲線。



二、半物理法(Semiphysical approach)：

半物理方法由 Arya et. al(1981)所提出。基本上也是根據土壤的粒徑分佈曲線而推求得到土壤特徵曲線。簡單來說即是利用估計的方法來推求土壤中的孔隙體積而導出土壤中的含水量並建立與毛細力之間的關係。兩者之間的關係如下列所示：

$$V_{pi} = \left(\frac{w_i}{\rho_s}\right)e = \pi r_i^2 l_i \dots\dots\dots (2-7)$$

其中：

V_{pi} ：孔隙體積(cm/g)

w_i ：土壤尺寸分段重量(g/g)

ρ_s : 土壤顆粒密度(g/cm³)

r_i : 孔隙半徑(cm)

l_i : 孔隙長度(cm/g)

則：

$$h_i = \frac{2r \cos \theta}{\rho_w \cdot g \cdot r_i} \dots\dots\dots (2-8)$$

上式中：

h_i : 壓力水頭(cm)

γ : 氣水界面表面張力(g/s²)

θ : 表面張力夾角

ρ_w : 水密度(g/cm³)

Arya et. al (1981)利用式(2-7)與(2-8) 來求得土壤特徵曲線(SWCC)，並配合 van Genuchten(1980)的公式調整 α 、 n 等參數，用來符合實驗得到土壤特徵曲線。van Genuchten(1980)所提出的公式如下所示：

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{[1 + (\alpha s)^n]^m} \dots\dots\dots (2-9)$$

其中：

θ : 體積含水量

θ_s : 飽和時的體積含水量

θ_r : 殘餘體積含水量

α , n , m 為參數，影響特徵曲線的形狀

三、 參數估計法(Parameter estimation methods)：

Vereecken et al.(1989)利用統計學的方式來做參數迴歸，得到 van

Genuchten (1980)的公式中所需要的參數值(α 、 n 等)，所得到的參數值即可用來做土壤特徵曲線的推估。以上三種推求特徵曲線的方式雖然簡便但也有其不便之處，例如點估計法中需要大量的實驗點(值)才能得到精準的回歸參數。半物理方法中需要土壤的粒徑分布有很詳細的資料。且以上方式在預估精準度上仍有較大的誤差疑慮存在。

Steffen & Gred (2007) 提出土壤傳輸方程式(PTFs)並藉由基本土壤性質如統體密度(Bulk density)、孔隙(porosity)、有機質含量(Organic mater content)、黏土、砂及礫石含量，代入參數來推求土壤特徵曲線。此方法即是利用大量的土壤材料資訊，選擇用類神經網路的方式來推估 van Genuchten (1980)的公式中 α 、 n 等參數值，其預測土壤特徵曲線的点比作數值迴歸分析要來的準確。最後提出 α 、 n 等參數值與土壤材料參數間的建議迴歸係數，其關係如下所示：

當土壤中砂土顆粒(0.05~2mm)含量小於 66.5%時：

$$\left. \begin{aligned} \theta_r &= 0 \\ \theta_s &= 0.788 + 0.001 \cdot clay - 0.263 \cdot D_b \\ \ln(\alpha) &= -0.648 + 0.023 \cdot sand + 0.044 \cdot clay - 3.168 \cdot D_b \\ n &= 1.392 - 0.418 \cdot sand^{-0.024} + 1.212 \cdot clay^{-0.704} \\ m &= 1 - \frac{1}{n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2-10)$$

當土壤中砂土顆粒(0.05~2mm)含量大於 66.5%時：

$$\left. \begin{aligned} \theta_r &= 0 \\ \theta_s &= 0.89 + 0.001 \cdot clay - 0.322 \cdot D_b \\ \ln(\alpha) &= -4.197 + 0.013 \cdot sand + 0.076 \cdot clay - 0.276 \cdot D_b \\ n &= -2.562 - 7 \times 10^{-9} \cdot sand^{-4.004} + 3.75 \cdot clay^{-0.016} \\ m &= 1 - \frac{1}{n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2-11)$$

2.1.2.2 特徵曲線的阻滯現象

實際實驗量測土壤特徵曲線時發現即使是同一種土壤，在從飽和狀態開始排水與從相反的乾燥狀態開始吸水來做特徵曲線的量測時，會有兩條不同的曲線，此現象稱之為特徵曲線的阻滯現象(hysteresis)（如圖 2.7）。

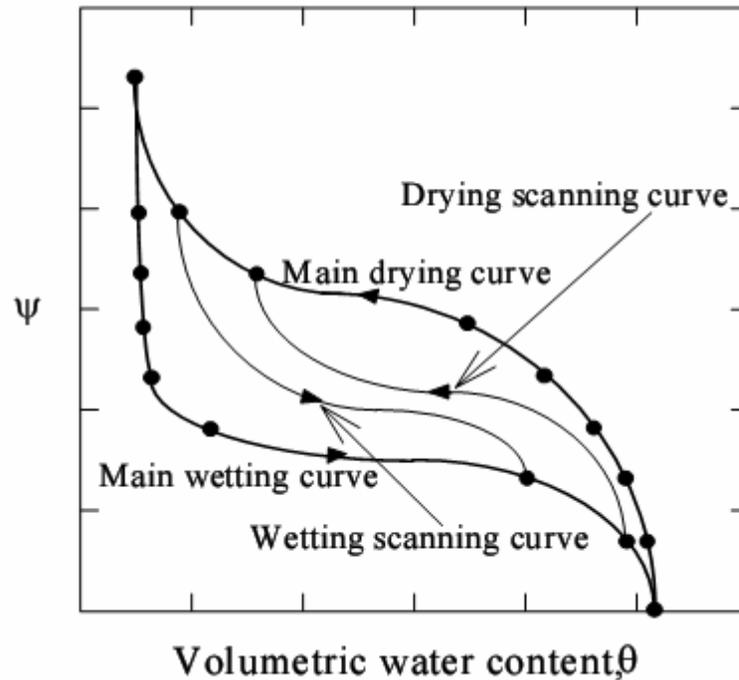


圖 2.7 特徵曲線的阻滯現象 (van Genuchten, 1980)

從飽和狀態開始去水，吸力值逐漸增加，所量出之特稱曲線稱為土壤主要排出曲線(main drainage curve, MDC)；相反的，由乾燥狀態開始吸水，吸力逐漸下降，量測出的特稱曲線稱之為土壤主要濕潤曲線(main wetting curve, MWC)。

Klausner (1991)指出會造成阻滯現象的原因主要可能有下列幾項：土壤孔隙大小的分布不規則，或稱墨水瓶效應(ink-bottle effect)。在排水的過程中，表面張力的接觸角(θ)比吸水時大，連帶使得基質吸力的大小有所不同。

- (1) 部分飽和土壤中含有許多被水分包圍的空氣(entrapped air)，這些空氣在排水時和吸水時的體積並不相等。
- (2) 土壤在吸水與排水的過程中所產生的復硬性(thixotropy)與時間效應(aging)。

特徵曲線本身的量測就已屬不易，也難用簡單的數學方程式來加以描述(Fredlund & Xing, 1994)，而阻滯現象就更加不易量測。Pham, *et al.*(2005)曾整理 29 種模擬特徵曲線並考慮遲滯效應的模型，做了詳細的文獻回顧。

2.1.2.3 特徵曲線之影響因子

影響特徵曲線的因子包括土壤的種類與土壤所受的初始應力狀態。不同的土壤種類即會因土壤孔隙大小的不同而使吸力值不同，其特徵曲線的大小與形狀也有顯著的不同。除了土壤的種類會影響特徵曲線的不同外，不同的應力狀態下特徵曲線也有所不同。Tarantino & Tombolato (2005)的實驗結果顯示高嶺土在不同垂直應力的受載條件下特徵曲線有不同的趨勢，但他們並未對此一現象多所著墨。

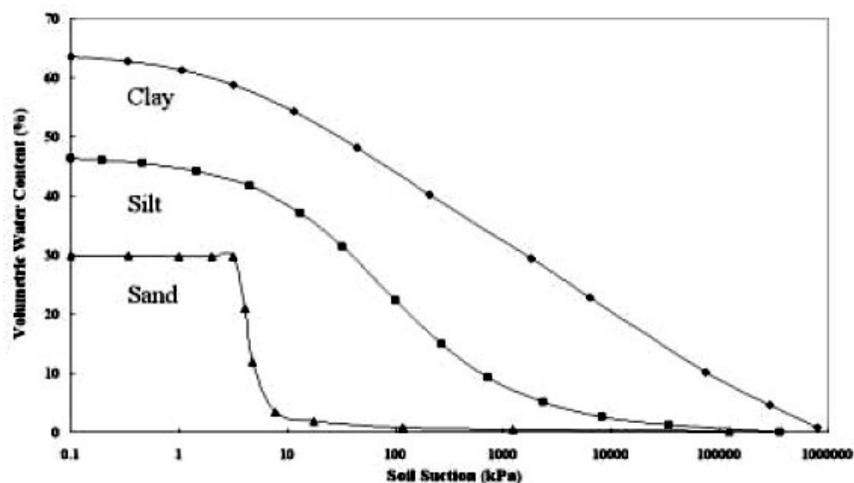


圖 2.8 不同土壤種類的特徵曲線 (Sillers et al., 2001)

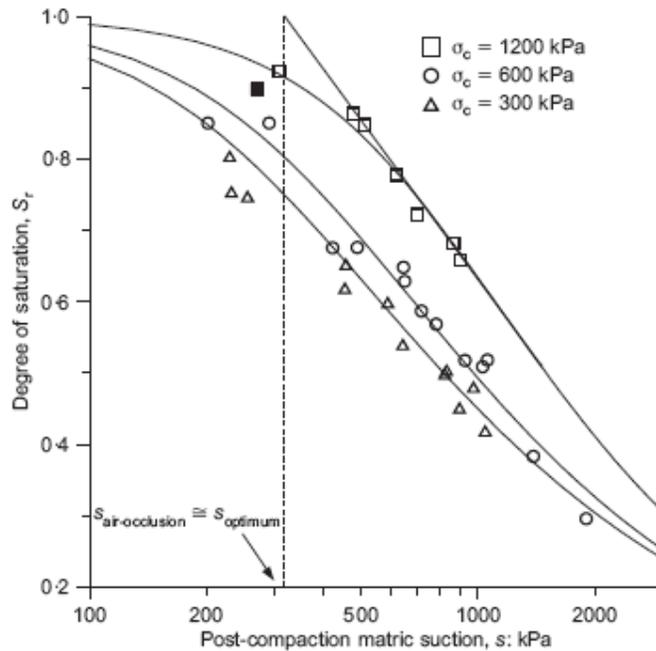


圖 2.9 不同垂直應力條件下的特徵曲線 (Tarantino & Tombolato, 2005)

Ng & Chen (2008)探討應力對特徵曲線的影響並做出不同應力狀態下的土壤特徵曲線，發現隨著土壤所受應力狀態不同，於主要排出曲線(MDC)與主要濕潤曲線(MWC)皆有所不同；比較重模試體與現地試體的試驗結果，亦可觀察相似情形，Ng & Chen (2008)並討論應力條件因子影響特徵曲線不同的原因。

圖 2.10 之(a)、(b)分別為 Ng & Pang(2000b)與 Ho et. al(2006)對兩種不同土壤於不同垂直應力條件下所做之特徵曲線；圖 2.11 為 Tse(2007)對同一種土壤在不同的應力施加條件下，所作出之土壤的特徵曲線與阻滯現象。

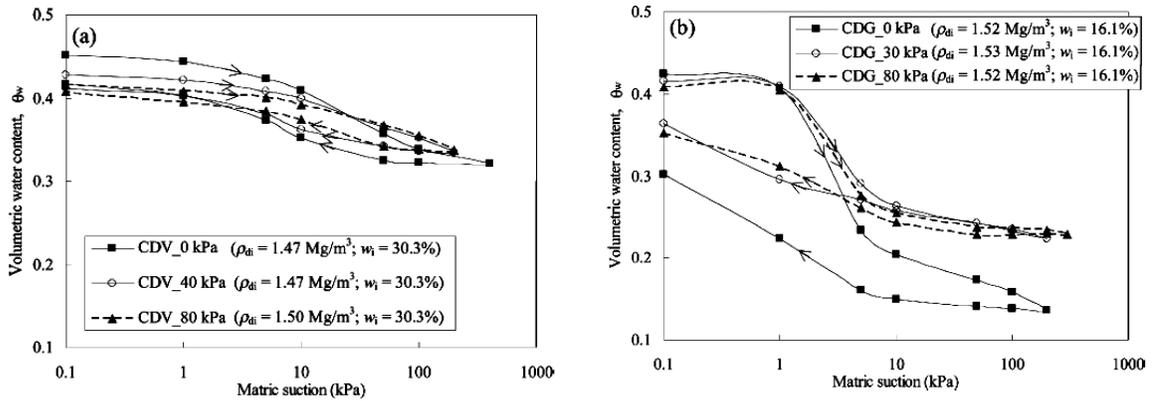


圖 2.10 受不同垂直應力條件下的特徵曲線與其阻滯現象 (a)Ng & Pang, 2000 (b) Ho et. al, 2006

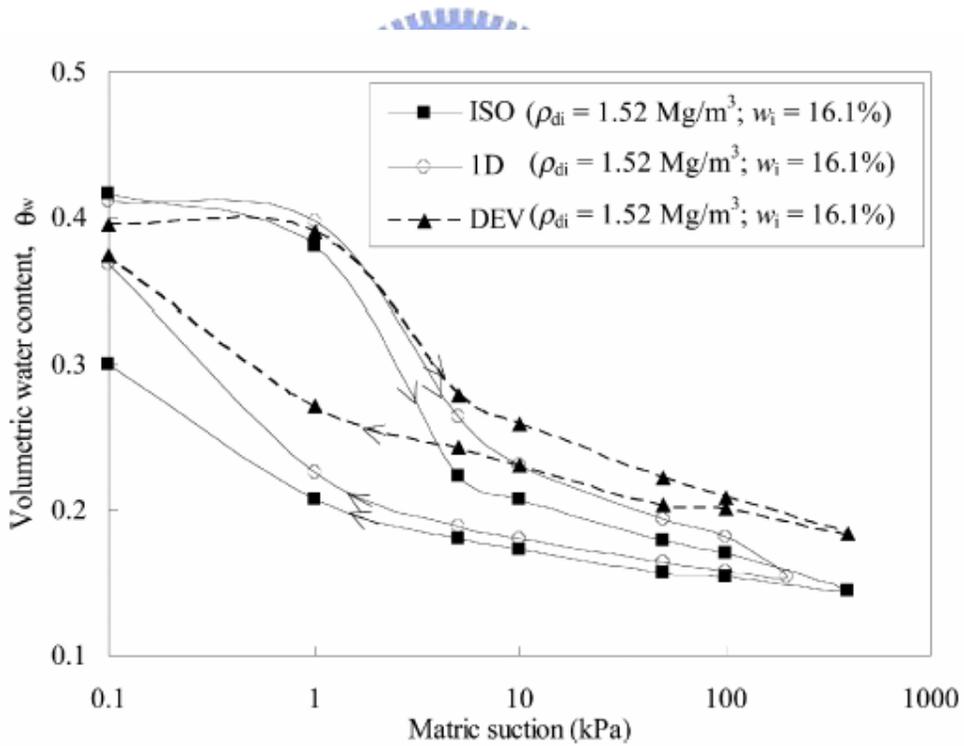


圖 2.11 不同應力比對特徵曲線的影響 (Tse, 2007)

實驗量測結果顯示同一種土壤在受較高的應力狀態時，特徵曲線有下移的趨勢。而土壤的空氣進氣值隨著應力的增大而增加；土壤的去吸附能力則反之而降低；伴隨著應力的增加特徵曲線所產生的阻滯現象的阻滯圈(hysteresis loop)也隨之變小。推究其主要造成的原因為土壤在受越高的應力狀態下平均的土壤孔隙大小分佈會越小，墨水瓶效應(ink-bottle effect)影響變小並且伴隨著被水包覆的空氣體積減少而造成阻滯圈變小的現象產生。因此 Ng & Chen (2008) 建議特徵曲線在工程行為的應用上仍需加上應力狀態的考量。

2.1.3 部分飽和土壤的有效應力

有效應力的觀念廣泛的應用在土壤力學的理论中，無論對於土壤的體積改變(壓縮性)、剪力強度和滲透性等三項工程性質的推求都必須以有效應力作為根本的變數。

在飽和土壤力學的理论觀念中，土壤的有效應力最早是 Terzaghi (1925) 所提出，可表示為：

$$\sigma' = \sigma - u_w \dots\dots\dots(2-12)$$

其中：

σ' ：土壤有效應力

σ ：總應力

u_w ：孔隙水壓

但在部分飽和土壤的情形下，土壤是顆粒、空氣與水的三項混合體。式(2-12)已不足以描述土壤在部分飽和的情形下的有效應力。爾後陸續有

學者提出關於部分飽和土壤的有效應力公式，而最被廣泛應用於部分飽和土壤的有效應力公式為 Bishop (1959)所提出的觀念如下：

$$\sigma'' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \dots\dots\dots(2-13)$$

其中：

σ'' ：部分飽和土壤的有效應力，或稱為構架應力(skeleton stress)

σ ：總應力

χ ：有效應力參數

式(2-13)中的 $(u_a - u_w)$ 即為基質吸力，而 $(\sigma - u_a)$ 一般被稱為淨應力(net stress)。

Bishop 與 Donald(1961)曾進行部分飽和的三軸試驗。結果指出，即使 σ_3 (圍壓)、 u_a 和 u_w 三項數值改變，只要維持 $(\sigma_3 - u_a)$ 和 $(u_a - u_w)$ 的組合不變，試驗的結果就能呈現一致。此結果驗證了式(2-13)的正確性。

Fredlund & Morgenstern (1978)、Fredlund & RaHardjo (1993)在應力場的分析中提出以其他的應力變數組合來描述部分飽和土壤的有效應力，其中包括有：

$$(\sigma - u_a) \text{ 和 } (u_a - u_w) \dots\dots\dots(2-14)$$

$$(\sigma - u_w) \text{ 和 } (u_a - u_w) \dots\dots\dots(2-15)$$

$$(\sigma - u_w) \text{ 和 } (\sigma - u_a) \dots\dots\dots(2-16)$$

雖然有上述三種型態的應力變數組合來形容部分飽和土壤的有效應力但其中仍以式(2-14)的淨應力項與吸力項最為變數項最為適用，其原因為多數工程問題中孔隙氣壓往往等於一大氣壓，相對於大氣壓力為零，也因此淨應力項與吸力項可分別視為總應力與負的孔隙水壓；並且可分別討

論總應力與孔隙壓力項對於部分飽和土壤有效應力的影響。所以以往的研究大多以式(2-14)為部分飽和土壤有效應力的變數項。

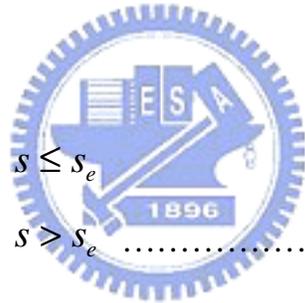
2.1.3.1 有效應力參數 χ

Bishop(1959)的有效應力觀念即公式(2-13)中包含有效應力參數 χ ，隨後許多學者的研究探討有效應力參數 χ 與吸力值或飽和度間之關係，包括有 Khogo, et al.(1993)；Khalili & Khabaza(1998)；Vanapalli & Fredlund (2000)等皆各曾提出相關公式如下：

Khogo, et al (1993)：

$$\chi = 1, \quad s \leq s_e$$

$$\chi = \frac{a_c(S_c - S_e)}{(S^* + a_c)^2}, \quad s > s_e \dots\dots\dots(2-17)$$



其中：

- a_c ：材料參數
- S_c ：臨界吸力值(critical suction)
- S_e ：空氣進氣值(air entry value)
- S^* ：有效吸力值(effective suction)

但 Khogo, et al. 僅提出以上理論公式，並未經過實驗證實此一公式的正確性。

Khalili & Khabaza (1998) :

$$\chi = 1 \quad , s \leq s_e$$

$$\chi = \left(\frac{s}{s_e} \right)^{-0.55} \quad , s > s_e \quad \dots\dots\dots(2-18)$$

其中 s 為吸力值， s_e 為空氣進氣值。

Khalili & Khabbaz(1998)將吸力與空氣進氣值的比值定義為吸(suction ratio)，則各種土壤中 χ 隨吸力比變化的趨勢如圖 2.12 所示。

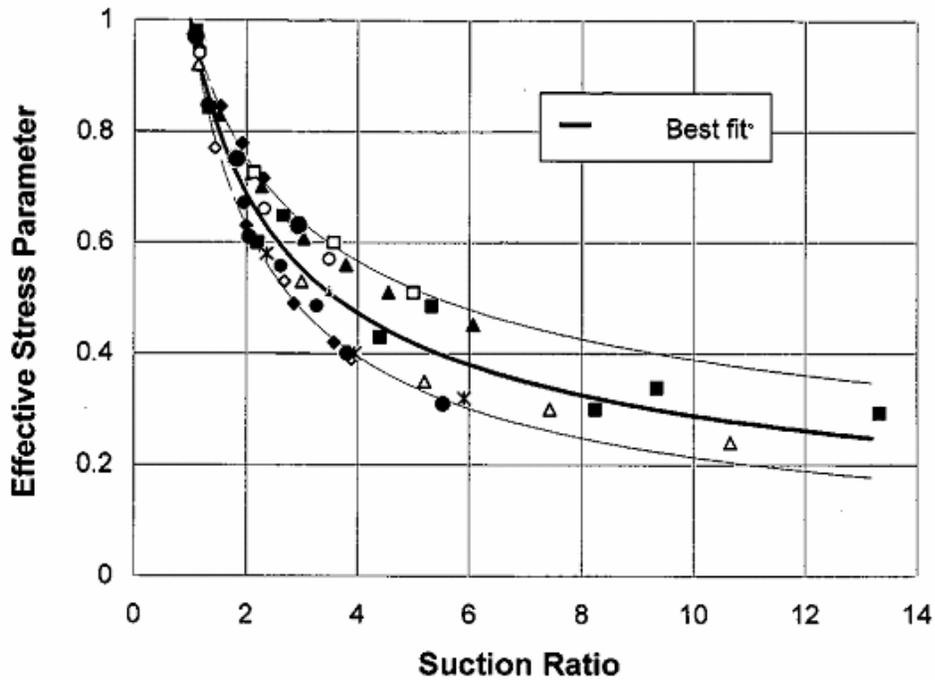


圖 2.12 χ 與吸力比的關係 (Khalili, *et al.*, 2004)

Vanapalli & Fredlund (2000):

$$\chi = S^\kappa = \left(\frac{\theta}{\theta_s} \right)^\kappa \quad \dots\dots\dots(2-19)$$

其中 S 為飽和度， κ 為待定係數， θ 為體積含水量， θ_s 為飽和體積含水量。

$$\chi = \frac{S - S_r}{1 - S_r} = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \quad \dots\dots\dots(2-20)$$

其中：

S 為飽和度， S_r 為殘餘飽和度

κ 為待定係數

θ 為體積含水量， θ_s 為飽和體積含水量。

Vanapalli & Fredlund 並利用 Escario & Juca(1989) 所做的一系列的土壤剪力強度試驗結果，驗證以式(2-19)與(2-20)來描述有效應力參數與飽和度之間的關係，有效應力參數 χ 和飽和度的關係如圖 2.13 所示：

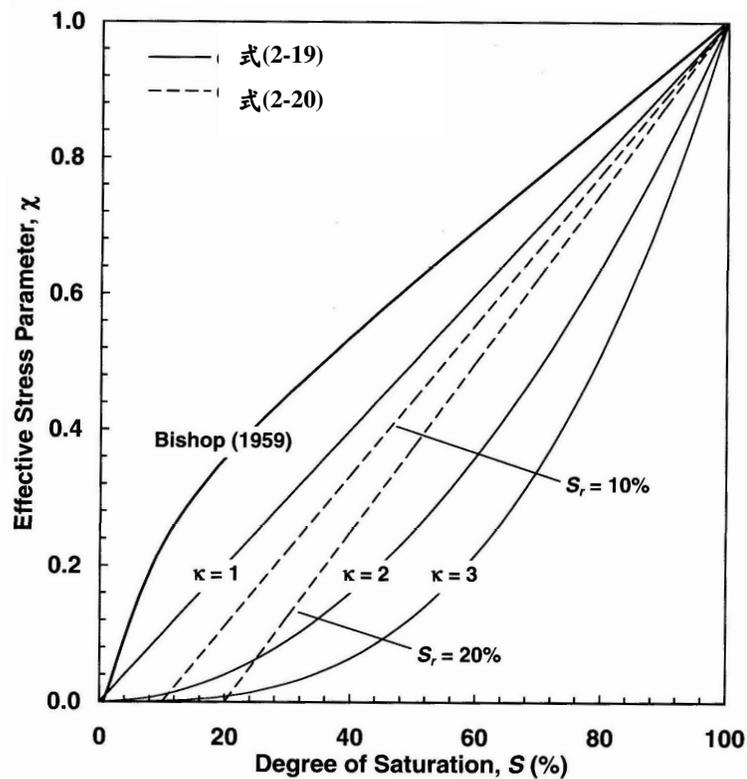


圖 2.13 不同理論式的 χ 與飽和度關係(Vanapalli & Fredlund, 2000)

2.1.4 部分飽和土壤的剪力強度

由於大部分對於部分飽和土壤的研究多以淨應力和基質吸力為兩項應力變數，因此 Fredlund, *et al.*(1978)將飽和土壤的莫爾庫倫破壞準擴充至涵蓋部分飽和土壤的範疇，提出以淨應力 $(\sigma - u_a)$ 與基質吸力 $(u_a - u_w)$ 兩項獨立變數為組合的剪力強度公式：

$$\tau_{ff} = c' + (\sigma_f - u_a)_f \tan \phi' + (u_a - u_w)_f \tan \phi^b \dots\dots\dots(2-21)$$

其中：

τ_{ff} ：破壞時，破壞面上的剪應力

c' ：凝聚力

$(\sigma_f - u_a)_f$ ：破壞時，破壞面上的淨正向應力

$(u_a - u_w)_f$ ：破壞時的基質吸力大小

σ_{ff} ：破壞時，破壞面上的總應力

u_{af} ：破壞時，破壞面上的氣壓

ϕ' ：相對於淨應力的摩擦角

ϕ^b ：描述剪力強度隨基質吸力增加效應之摩擦角

Fredlund 將剪力強度、淨應力與基質吸力三者間的關係表示如一個三維曲面，如圖 2.14 所示。

根據 Blight(1967)的三軸試驗以及 Escario(1980)的直剪試驗結果，決定部分飽和土壤的剪力強度之摩擦角 ϕ' 與 ϕ^b 各有其特性，其一為，相同種類的土壤摩擦角 ϕ' 並不隨著吸力值的增大而增大，仍然維持一定值。其二為 ϕ^b 在吸力值小於空氣值時其值約略等於 ϕ' 值，一但吸力值越過空氣進氣值而逐漸增大時 ϕ^b 值則會逐漸的減小，因此剪力強度與吸力值事實上呈現非線性關係，如圖 2.15 所示。

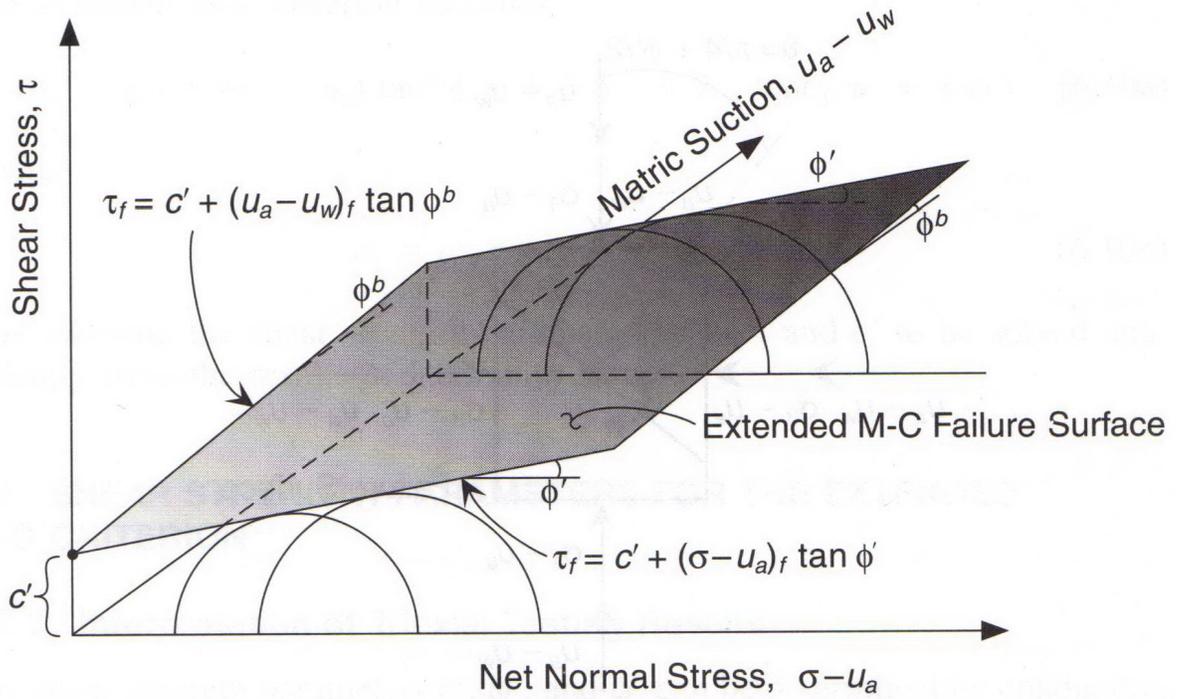


圖 2.14 部分飽和土壤的莫爾-庫倫破壞包絡面(Fredlund & Rahardjo,1993)

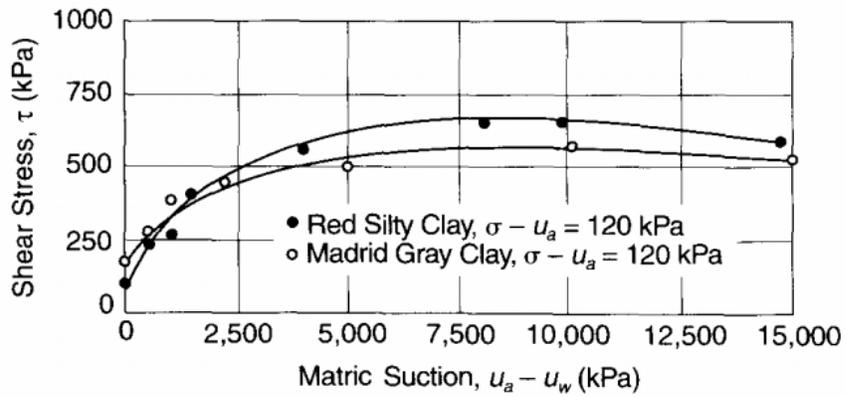


圖 2.15 剪力強度對吸力的非線性變化 (Lu & Likos, 2004)

若以 Bishop(1959) 的有效應力公式代入 Fredlund 的莫爾庫倫擴充準則，則式(2-21)的剪力強度公式結果如下：

$$\tau_{ff} = c' + [(\sigma_f - u_a)_f + \chi(u_a - u_w)_f] \tan \phi' \dots\dots\dots(2-22)$$

將式(2-21)與(2-22)比較後得到 χ 、 ϕ^b 與 ϕ' 之間的關係如下：

$$\tan \phi^b = \chi \tan \phi' = f_1(u_a - u_w) = f_2(S) \dots\dots\dots(2-23)$$

由式(2-11)可知， χ 與 ϕ^b 隨吸力的遞減事實上為相同的觀念，皆反應出吸力值增加後，影響力隨著飽和度降低的現象。

若以淨應力為橫座標，剪應力為縱座標，則破壞包絡線的位置將隨吸力增加而上升，如圖 2.16 所示，此結果同時也代表臨界狀態線將隨吸力上升。但 Khalili, et al.(2004)以有效應力為橫座標，軸差應力為縱座標重新繪圖，發現對於同一種土壤而言，臨界狀態線不隨吸力改變位置，如圖 2.17 所示。由此可知，在討論部分飽和的土壤剪力強度時，有效應力的觀念仍應是適用的。

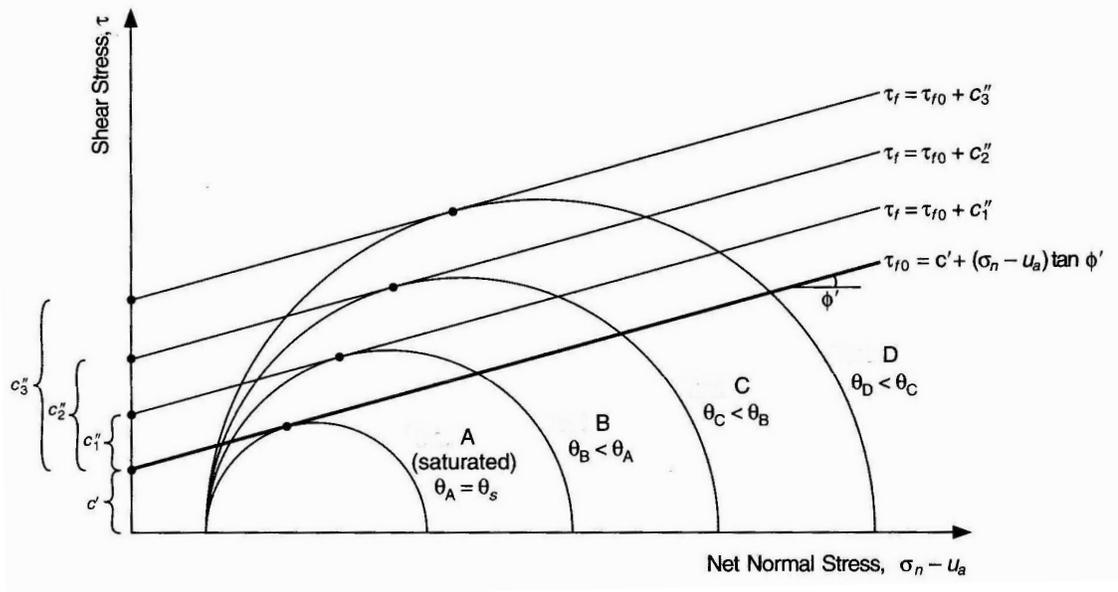
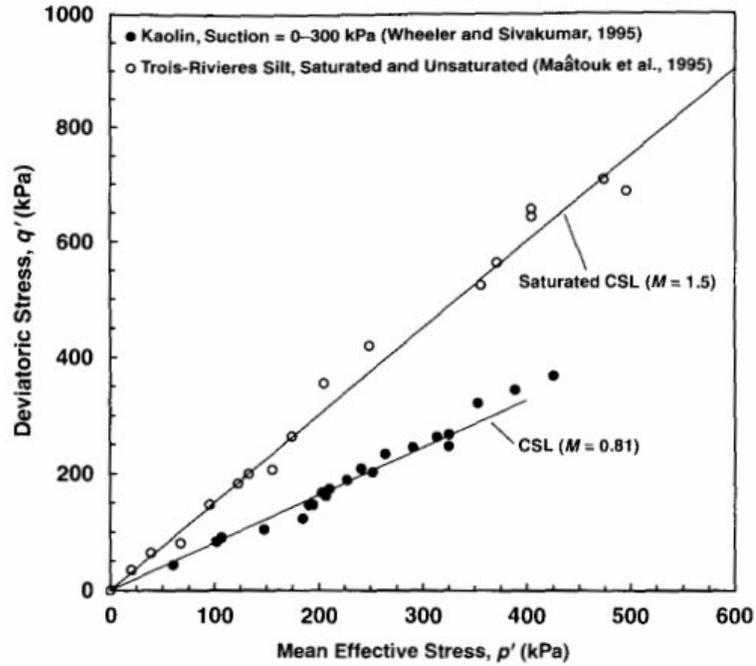
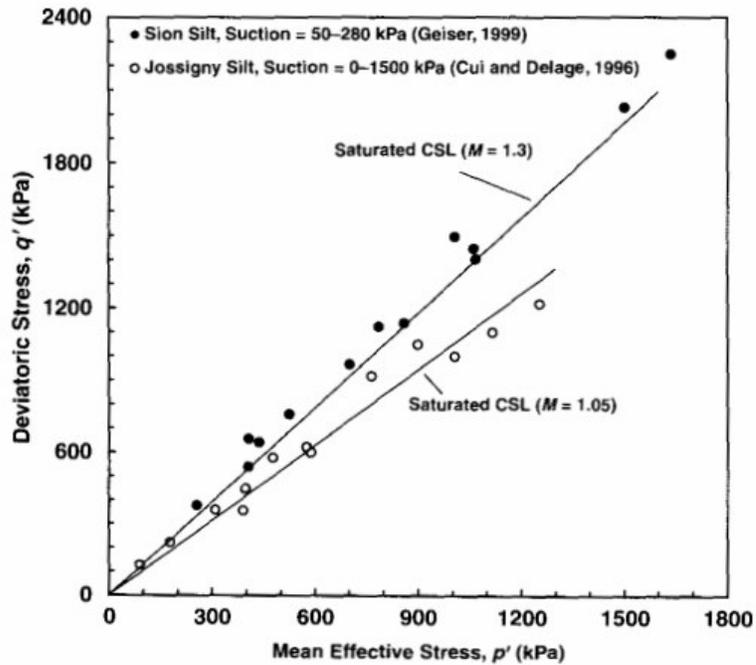


圖 2.16 淨應力為橫座標，破壞包絡線隨吸力增加而上升(改繪自 Fredlund & Rahardjo,1993)



(a)



(b)

圖 2.17 不同吸力下臨界狀態線不改變(a)、(b)兩圖分別為兩種不同土壤(Lu & Likos,2004 改繪自 Kahlili, et al.,2004 實驗數據值)

2.1.5 部分飽和土壤的體積變化行為

部分飽和土壤的體積變化特性可分三部份來加以探討。一、在吸力不變的情況下土壤體積隨淨應力變化，此部份可歸類為部分飽和土壤的排水條件下的體積變化行為，淨圍壓施加增加則體積縮小，解壓則體積回脹，表現的行為與土壤飽和時相似；二、在淨應力固定的條件下，改變吸力的大小，體積變化行為趨於複雜；三、在不排水條件下，施加淨圍壓，土壤體積的改變行為。

本節將分別就以上的三個部份來做討論，其中，第三部份的不排水條件下的體積變化情形雖少有實際的實驗數據顯示部分飽和土壤體積在此條件下的變化情形，但仍有其相關理論在本節與往後章節中有所討論。

一、固定吸力下，土壤體積隨淨應力之變化：

Futai & Almeida (2005) 以實驗做出在控制吸力不變的情況下，土壤體積隨淨應力變化的情形，結果如圖 2.18。可由壓密曲線的實驗結果來看體積變化的趨勢；壓密曲線呈現兩種不同的斜率，分別表示土壤的正常壓密階段與過壓密階段。結果顯示當有不同吸力存在時，土壤的正常壓密曲線和土壤在飽和狀態時有所不同，當吸力值逐漸增加正常壓密曲線也逐漸往右移動(Alonso, et al.,1990、Wheeler & Sivakumar, 1995)。

吸力逐漸增加，反之飽和度逐漸下降，因此，正常壓密曲線往右移動的邊界即是飽和最終為零時。而且正常壓密曲線除了有往右移動的現象外，其斜率亦有逐漸變大的趨勢。

相對於正常壓密曲線的改變，解壓再壓曲線雖然也有斜率上的變動但變化量非常的小。有介於此，許多部分飽和土壤的彈塑性理論模型皆假設

解壓再壓曲線的斜率不隨吸力改變(Loret & Khalili, 2002、Gallipoli, *et al.*, 2003、Chiu & Ng, 2003)。

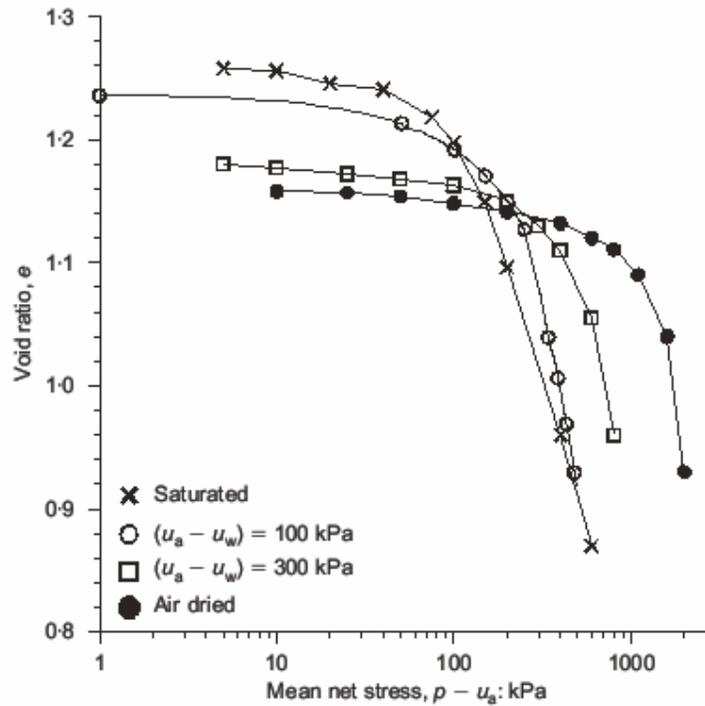


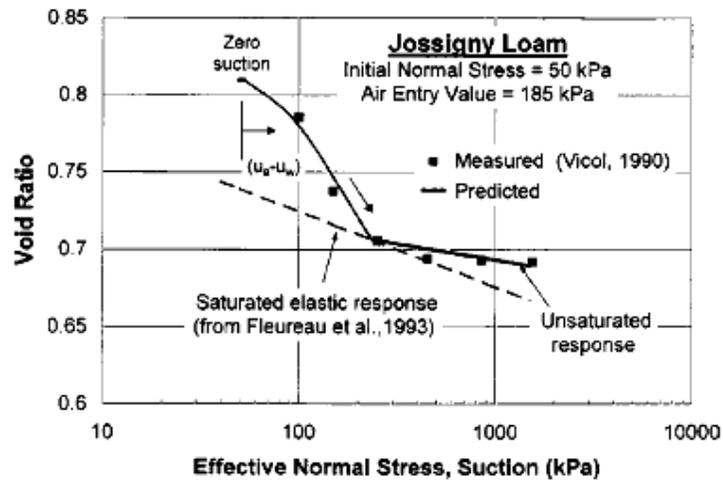
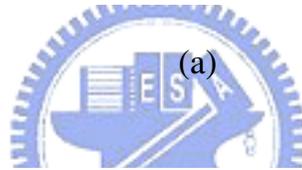
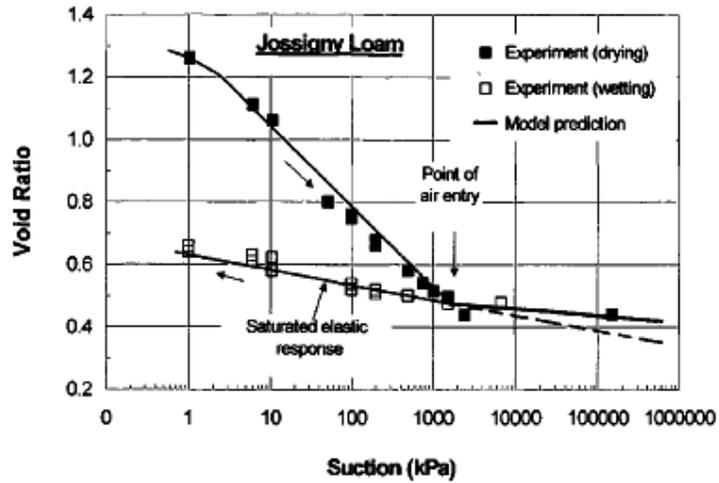
圖 2.18 壓密曲線隨吸力變化的趨勢 (Futai & Almeida, 2005)

二、排水條件下，固定淨應力而改變吸力時之體積變化：

在固定淨圍壓的條件下，使吸力值逐漸上升，則土壤的體積呈現收縮現象，此一行為稱之為吸力壓密(suction consolidation)或乾縮(shrinkage) (Kohgo, *et al.*, 1993)。

Blight(1965)、Vicol(1990)與 Fleureau, *et al.* (1993) 均曾對不同土壤，施做乾濕循環(drying-wetting cycle)後的體積變化。在所有的試驗結果均顯示在吸力值尚未越過空氣進氣值得階段，體積變化的斜率會比較大；當吸力值越過空氣進氣值後體積變化的斜率會下降很多，若此時又將飽和度升高

及吸力值降低，當吸力值小於空氣進氣值時體積變化率將以較小之斜率逐漸回脹，圖 2.19 為 Vicol(1990)與 Fleureau, *et al.* (1993)的實驗結果。



(b)

圖 2.19 乾溼循環下土壤的體積變化：(a) Fleureau, *et al.*,1993 (b)Khalili, *et al.*,2004 改繪自 Vicol,1990 實驗數據

由上述的實驗結果，吸力上升代表有效應力增加，土壤體積呈現收縮行為，反之則回脹，因此已有效應力的觀點來看可以獲得合理的解釋。然而在吸力值逐漸下降，飽和度逐漸上升的過程中會發生有效應力無法解釋的濕陷現象(collapse upon wetting)，所謂的濕陷現象是發生於飽和度上升的過程中體積會突然發生收縮的現象。

Khalili, *et al.* (2004)曾討論有效應力觀念對於部分飽和土壤的適用性，並解釋濕陷發生的原因。假設土壤在初始時為部分飽和，其正常壓密線的位置如圖 2.20 中的線段 B 所示，體積與有效應力的狀態如點 1 所示。此時若吸力下降，則有效應力也隨之下降，體積因解壓而回脹，如點 2 所示。然而在真實情況下，正常壓密線的位置也應隨吸力下降而左移，若其左移的速度較快，到達線段 A 的位置，則此時對應的孔隙比應為圖中的點 3 所示。換言之，在正常壓密線左移的速度較快時，土壤並非遵照彈性的行為回脹(路徑 1-2)，而是維持在正常壓密的狀態，產生塑性的體積收縮(路徑 1-3)，此即濕陷發生的原因。

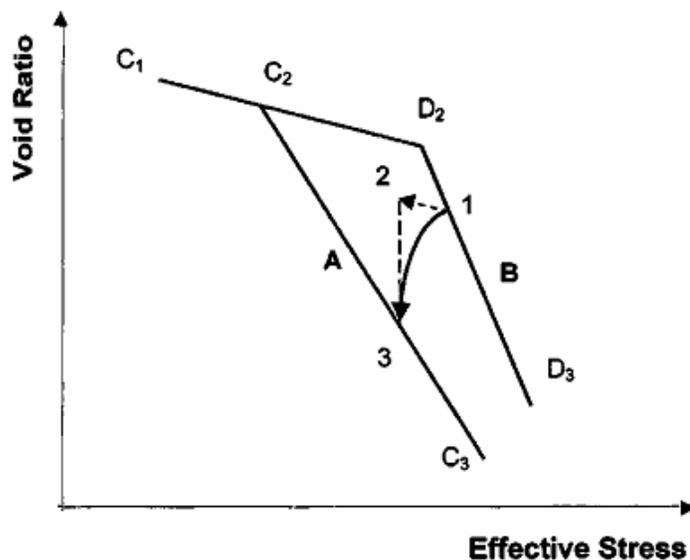


圖 2.20 濕陷發生的原因 (Khalili, *et al.*, 2004)

此外對於膨脹性土壤在乾濕循環下還有會產生不可回復性的體積應變的特性。Sharma(1998)曾對膨脹性土壤作試驗結果如圖 2.21 所示：

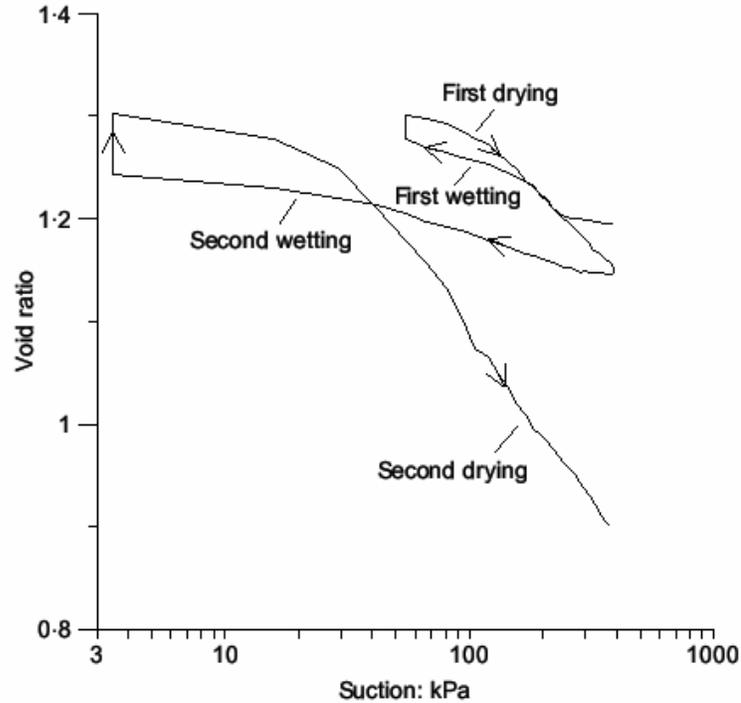


圖 2.21 土壤在反覆乾濕循環下的體積變化 (Sharma, 1998)

三、不排水條件下，施加淨圍壓時之土壤體積變化：

所謂的不排水條件即為部分飽和土壤在施加淨圍壓的過程中孔隙氣體與水均無法與外界相通。在此條件下的土壤體積變化將與土體中固體顆粒、水與空氣三項的壓縮性有關。從直覺的物理概念來看，空氣的壓縮性相對於土壤顆粒與孔隙水要來的大許多，因此可以預期的是整體土壤的體積在受壓的不排水條件下將呈現收縮行為。

部分飽和土壤在不排水條件下的體積改變行為是可以預期的，但對於此一條件下的有效應力卻相形複雜，其中因為有孔隙氣壓與水壓的改變而

連帶使得吸力值也一起變化，甚至連有效應力參數 χ 也會有影響，由此不排水條件下部分飽和土壤的體積改變行為理應影響土體的有效應力甚鉅。

Rahardjo(1990)曾進行一系列單向不排水加載(K_0 -undrained loading)的試驗，用以討論孔隙氣、水壓對土壤強度的影響，其中當然也包括體積的改變，試驗的結果如預期體積呈現收縮，如圖 2.22 所示：

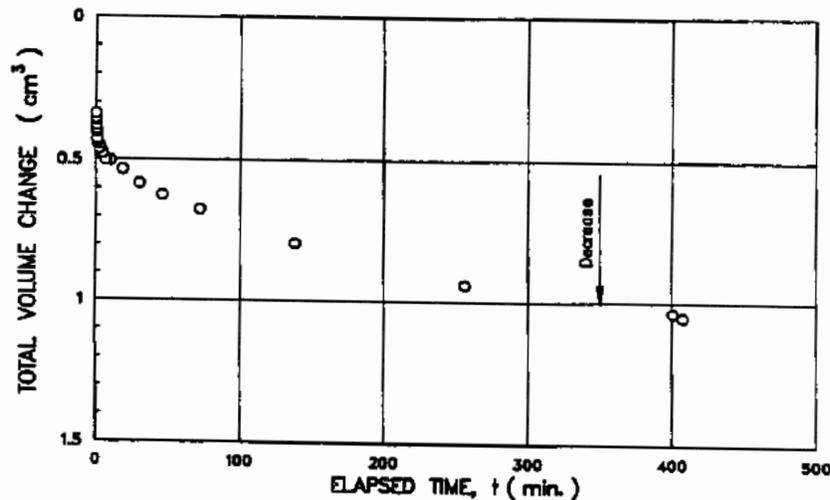


圖 2.22 不排水條件下部分飽和土壤體積收縮行為(Rahardjo,1990)

Fredlund & Rahardjo (1993) 提出以排水的體積改變行為的體積壓縮係數用以預估不排水體積改變的理論。Graham, et al. (1995)亦曾進行所謂快速不排水三軸壓縮試驗(Quick-undrained triaxial compression test)，但其重點僅在討論不排水條件下部分飽和土壤的剪力強度，並未對體積變化多有著墨。

2.2 部分飽和土壤的力學模型與模式

部分飽和土壤力學的發展建立於物理力學、水力學與晶體力學等物理學的基礎之上，爾後一些學者嘗試基於物理原理各自提出力學模型(組合律)以描述部分飽和土壤的力學行為。

本節分成兩大部分來討論有關部分飽和土壤的力學模型與模式，首先回顧部分飽和土壤系統內的基本的物理原則的行為與特徵；接著介紹部分飽和土壤的力學模型(組合律)相關文獻。

2.2.1 部分飽和土壤的物理行為與特徵

在部分飽和土壤中，吸力除了受到水壓降低的影響以外，並會受到液面即孔隙水與空氣界面的張力增加或減小的影響。液面的張力會提供土壤骨架間的額外應力作用，也因此氣、水界面間的交互作用影響了整體的土壤勁度與行為。若考慮完整土壤的三相作用，部分飽和土壤的不排水力學行為更扮演著相當程度的重要角色(Lu & Likos, 2004)。本研究欲回顧之相關基本物理原則的文獻與簡介整理如表 2.1。

表 2.1 部分飽和土壤基本物理原則相關文獻

作者	理論簡介
Schuurman(1966)	首先嘗試氣、水混合的壓縮性質於土壤的骨架應力的壓縮性質作一結合，並建立氣壓與孔隙水壓之間的理論關係。
Barends(1979)	主要理論同 Schuurman(1966)

Wheeler(1988)	主要理論與 Schuurman(1966)差別不大，但嘗試以參數估計的方式描繪部分飽和土壤中的孔隙體積及提出氣、水壓差(吸力值)的上下限值。
Fredlund & Rahardjo(1993)	提出流體壓縮性的觀點以及與飽和土壤相同概念的孔隙壓力參數值 B_a 和 B_w 值，以解釋飽和土壤不排水行為中孔隙氣壓(U_a)和孔隙水壓(U_w)的相互變化情形。
Lu & Likos(2004)	對於部分飽和土壤的多項系統之基本物理原則建立在微觀上的物理化學現象分析，對部分飽和土壤內部的多相系統做了完整而詳細的分析與討論。

2.2.1.1 Schuurman(1966)理論

土壤中的氣水混合壓縮性質目前為止皆是基於波以爾定律(Boyle's Law)與亨利定律(Henry's Law of solubility)。Schuurman(1966)首先嘗試氣水混合的壓縮性質於土壤的骨架應力的壓縮性質作一結合，並建立氣壓與孔隙水壓之間的理論關係。此理論基礎的假設如下：

- (1)一開始即假設土壤的飽和度已在 85%以上，因此氣體以氣泡(Air Bubble)的幾何形式存在於土壤之中，並且假設氣泡有相同的幾何大小。
- (2)考慮暫態等溫的條件下，氣體的氣壓與體積行為應符合波以爾定律(Boyle's Law)。
- (3)在暫態等溫的條件下，氣體若有溶解於孔隙水中的行為應符合亨利定律(Henry's Law of solubility)。

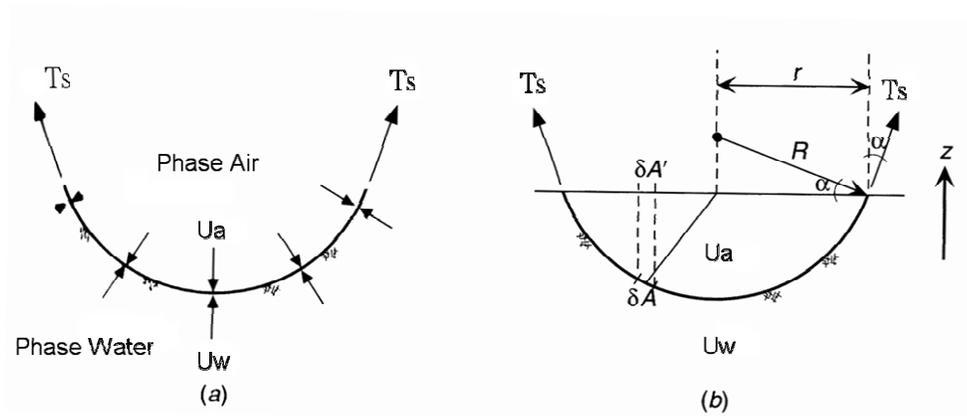


圖 2.23 氣泡中的氣壓、水壓的力學平衡(圖取自 Lu & Likos, 2004)

氣壓、水壓的應力平衡，如下列關係式所示：

$$\pi r^2 u_w = \pi r^2 u_a - 2\pi r q$$

$$u_w = u_a - (2q/r) \dots\dots\dots(2-24)$$

其中：

u_w ：水壓

u_a ：氣壓

q ：表面張力

r ：氣泡(Air Bubble)的幾何半徑

其中式(2-24)稱之為 Kelvin's Equation。水壓實際上會受到水蒸氣壓的影響，所以若考慮此項因素則水壓部份應再加上水蒸氣壓力，則式(2-24)可修正為

$$u_w = u_a + u_d - (2q/r) \dots\dots\dots(2-25)$$

u_d 為水蒸氣壓，其影響與溫度有關，若考慮的問題是等溫的條件再加上水蒸氣壓並不大，可以忽略此一因素所造成的影響。

2.2.1.2 Wheeler(1988)理論

Wheeler(1988)所提出的概念模型基本上與 Schuurman(1966)的概念相同，差別在於 Wheeler 假設存在於土體裡的空氣氣泡遠大於土壤固體顆粒。其概念圖 2.24(a)所示：

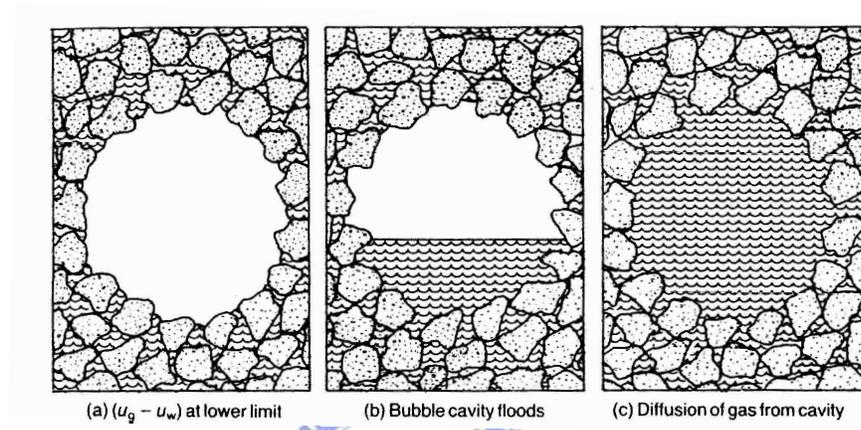


圖 2.24 氣、水介面模型(Wheeler, 1988)

Wheeler 用 e_m 與 f 兩個等同於土壤的孔隙比 e 與飽和度 S 的參數來代表部分飽和土壤裡的孔隙氣體體積，其關係式如下所示：

$$e_m = Se \quad \dots\dots\dots(2-26)$$

$$f = \frac{(1-S)e}{1+e} = (1-S)n \quad \dots\dots\dots(2-27)$$

經過 e_m 與 f 兩個參數的估計氣體體積後在估計氣泡(air bubble)的曲率半徑 R 推出氣壓、水壓之間的關係：

$$u_g = u_w + \frac{2T}{R} \quad \dots\dots\dots(2-28)$$

而 Wheeler 的概念模型中，因孔隙氣體的氣泡大於土壤顆粒，因此在氣、水介面間的曲面會有凹向氣體或是凸向氣體的不同，如圖 2.26 所示，因此會造成氣壓有大於或小於水壓的情形發生，而使得氣、水壓差(即吸力值)會有上下限值，如式(2-29)所示：

$$-\frac{2T}{R_c} \leq (u_g - u_w) \leq \frac{2T}{R_c} \dots\dots\dots(2-29)$$

其中：

T：表面張力

R_c ：孔隙氣泡的最小曲率半徑，Wheeler(1986)曾用規則土壤顆粒的規則排列的方式導出 R_c 與土壤顆粒直徑的建議公式。

$u_g - u_w$ ：即為基質吸力

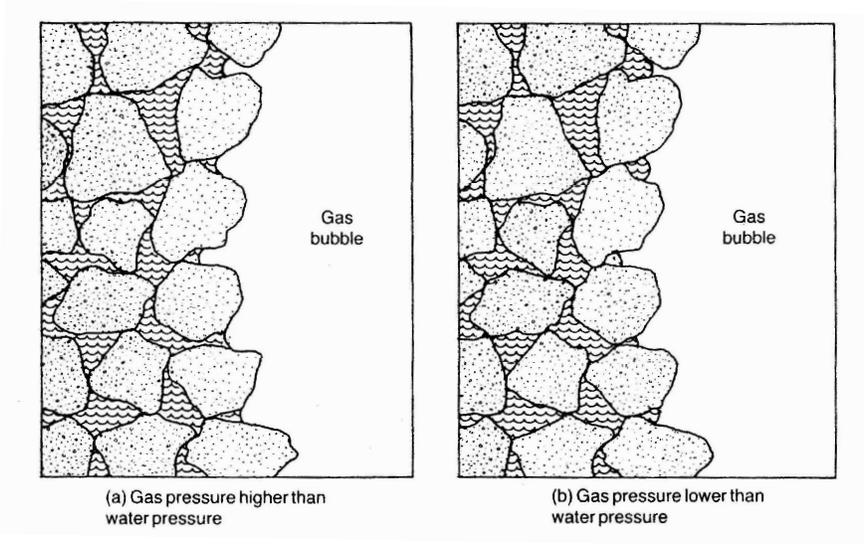


圖 2.25 孔隙氣泡壓力與液面彎曲方向(Wheeler, 1988)

Wheeler 所提出的概念模型中，氣泡的物理形狀假設與一般現實的部分飽和土壤情況有差距，並不太適用。但其提出的氣、水壓力介面關係仍適用於部分飽和土壤微觀的物理現象解釋。

2.2.1.3 Fredlund & Rahardjo(1993)理論

Fredlund 與 Rahardjo (1993)對於 Schuurman(1966)、Wheeler(1988)等學者提出對於氣、水介面的壓力行為的 Kelvin's Equation 理論指出有其不完備之處：

- (1) Kelvin's Equation 理論必須在土壤飽和度大於 85% 以上，氣體的體積形狀呈現封閉於孔隙水中的氣泡狀態才成立。
 - (2) 對於氣泡的曲率半徑基本上無法量測且估計上也不準確。
 - (3) Schuurman(1966)理論模式屬氣泡崩壞理論(air bubble collapse theory)。所謂的氣泡崩壞理論亦即當孔隙水壓超過一臨界值(接近飽和)時，空氣氣體會瞬間溶解於孔隙水中而無孔隙氣壓的存在，但實際上實驗證實孔隙氣壓與水壓將隨著外部總應力的增加而朝向同一壓力值發展，對於氣泡崩壞理論並無實際實驗結果可獲證實。
 - (4) 在到達臨界水壓值的階段孔隙氣壓與孔隙水壓的差值，即吸力值卻呈現增加的趨勢，此與實驗不排水加載時吸力值逐漸降低是不符合的。
 - (5) Schuurman(1966)等學者所提出的理論模式在微觀上能獲得解釋，但在巨觀的實驗行為上卻無法有合理的証實。
- 基於上述原因 Fredlund 與 Rahardjo 提出以孔隙壓力參數(pore pressure parameter)的觀點來解釋部分飽和土壤在各個飽和度階段受不排水加載時孔隙氣壓與水壓變化的理論模式。

首先 Fredlund & Rahardjo(1993)以流體的壓縮性作為出發點，其定義與關係如式(2-30)與圖 2.26 所示：

$$C = -\frac{1}{V} \frac{dV}{du} \dots\dots\dots(2-30)$$

其中：

C ：壓縮性

V ：流體體積

du ：壓力改變量

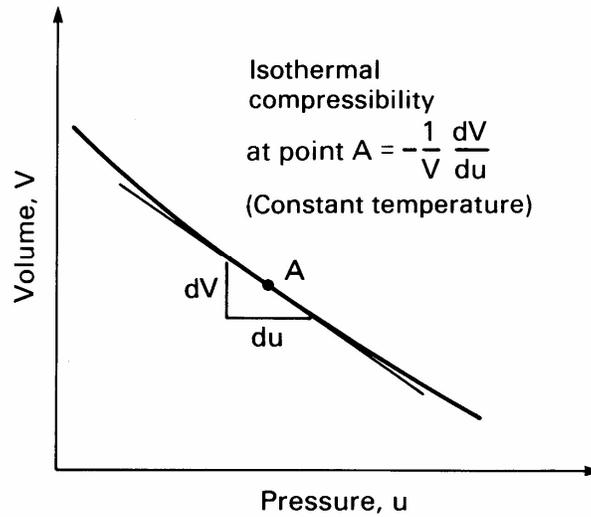


圖 2.26 流體壓縮性的定義(Fredlund & Rahardjo,1993)

其後在氣體部分導入理想氣體方程式與亨利定律導出氣、水混合流體的壓縮性與飽和度及不排水加載總應力增量的關係，關係式如下所示：

$$C_{aw} = SC_w \left(\frac{du_w}{d\sigma} \right) + (1 + S + hS) \left(\frac{du_a}{d\sigma} \right) / \bar{u}_a \dots\dots\dots(2-31)$$

其中：

C_{aw} 、 C_w ：分別代表氣水混合與孔隙水的壓縮性

S ：飽和度

h ：空氣溶解度

$d\sigma$ ：總應力增量

\bar{u}_a ：氣體絕對壓力

Fredlund & Rahardjo(1993)將式(2-31)中的 $\left(\frac{du_w}{d\sigma} \right)$ 與 $\left(\frac{du_a}{d\sigma} \right)$ 分別定義成孔隙水壓參數與孔隙氣壓參數，則式(2-31)變成：

$$C_{aw} = SC_w B_w + \{ (1 - S + hS) B_a / \bar{u}_a \} \dots\dots\dots(2-32)$$

隨後，Fredlund & Rahardjo(1993)利用排水加載的體積壓縮關係推求不排水加載的體積關係，不排水加載與排水加載的關係分別如式(2-33)、(2-34)

與圖 2.27 所示：

$$\left(\frac{dV_v}{V_0}\right)_0 = C_{aw}nd\sigma \dots\dots\dots(2-33)$$

$$\left(\frac{dV_v}{V_0}\right)_1 + \left(\frac{dV_v}{V_0}\right)_2 = m_1^s d(\sigma - u_a) + m_2^s d(u_a - u_w) \dots\dots\dots(2-34)$$

其中：

0、1、2：分別代表不排水加載的體積改變量、排水加載中淨應力造成的體積改變量、排水加載中吸力造成的體積改變量

n ：孔隙率

m^s ：土壤顆粒體積壓縮係數



由式(2-33)= 式(2-34)：

$$\left(\frac{dV_v}{V_0}\right)_0 = \left(\frac{dV_v}{V_0}\right)_1 + \left(\frac{dV_v}{V_0}\right)_2 \dots\dots\dots(2-35)$$

最後利用上述的關係求的孔隙氣壓參數與孔隙水壓參數，如式(2-36)所示：

$$B_a = \frac{R_2 R_3 - R_4}{1 - R_1 R_3}$$

$$B_w = \frac{R_2 - R_1 R_4}{1 - R_1 R_3} \dots\dots\dots(2-36)$$

其中：

R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 ：是 m 、 S 、 n 的關係組合，可藉由排水加載試驗求得。

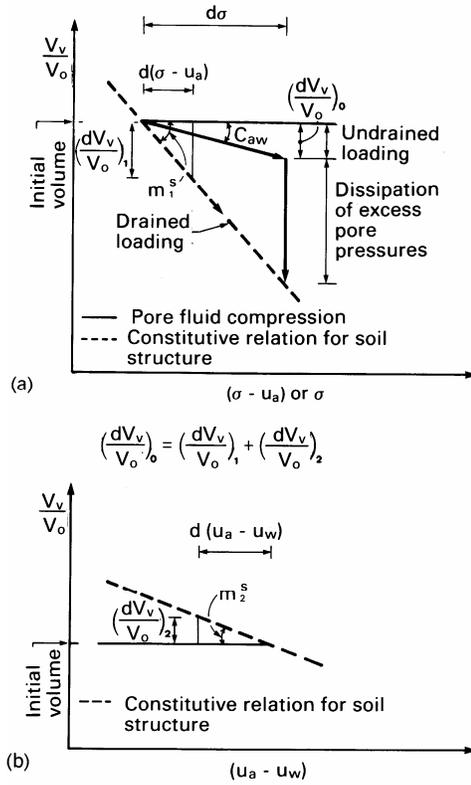


圖 2.27 部分飽和土壤排水加載與不排水加載體積變化關係
(Fredlund & Rahardjo, 1993)

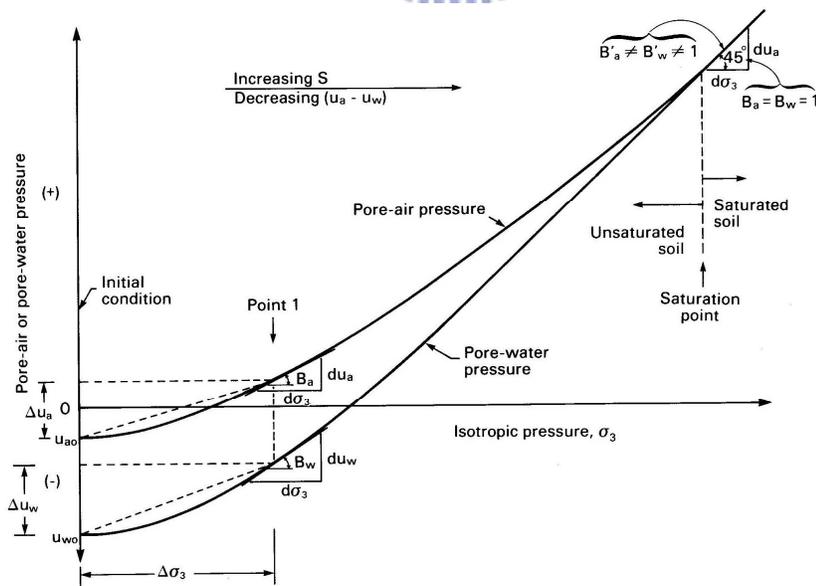


圖 2.28 切線與割線孔隙壓力參數(Fredlund & Rohardjo, 1993)

Fredlund & Rahardjo(1993)提出流體壓縮性的觀點以及與飽和土壤相同概念的孔隙壓力參數值 B_a 和 B_w 值，並利用理論值與實驗求得孔隙壓力參數值以解釋飽和土壤不排水行為中孔隙氣壓(U_a)和孔隙水壓(U_w)的相互變化情形。Fredlund & Rahardjo(1993)最後並證實在不同的不排水應力路徑下，部分飽和土壤之孔隙壓力參數的概念皆可成立。

2.2.1.4 Lu & Likos(2004)理論

Lu & Likos(2004)認為對於部分飽和土壤這樣的多相系統，內部三相(固、液、氣)的物理化學平衡，三相的物理性質對於部分飽和土壤的應力狀態、滲流行為與力學模型的發展皆有重大的影響。因此相對於前人(Schuurman, 1966、Wheeler, 1988)所提出的簡單物理假設，Lu & Likos 更強調部分飽和多相系統裡的力學與物理化學平衡；其中包括有(1) 材料變數的影響；(2) 土壤三相作用的力學平衡；(3)土壤立體結構與吸力。

在材料變數的影響方面，氣、水的飽和蒸汽壓、有機物質、相對溼度與表面張力等性質皆被納為影響部分飽和土壤系統的因素。在土壤三相作用的力學平衡方面，固-液-氣的三相介面力學皆加以考量，包含氣、水溶解度的亨利定律(Henry's Law of solubility)、波以爾定律(Boyle's Law)的理想氣體方程式等等物理化學平衡等，以討論分析部分飽和土壤的三相力學行為。在土壤立體結構與吸力方面，土體顆粒大小、形狀與排列方式對吸力的影響亦納入考量。

綜觀 Lu & Likos(2004)對於部分飽和土壤的多相系統之基本物理原則乃建立於微觀上的物理化學現象分析，對於部分飽和土壤內部的多相系統

能夠做完整而詳細的分析與討論，使往續研究對於非飽和土壤的基本物理行為能有更完整詳盡的認知，但對於工程應用而言又可能過度複雜。

2.2.2 部分飽和土壤的力學模型

本節將討論近年關於部分飽和土壤的力學模型的相關文獻，其中挑選與本研究相關性較高或對本研究具有運用參考價值的力學模型來做詳細介紹。所介紹討論的力學模型與文獻如表 2.2 所示：

表 2.2 部分飽和土壤力學模型相關文獻簡介

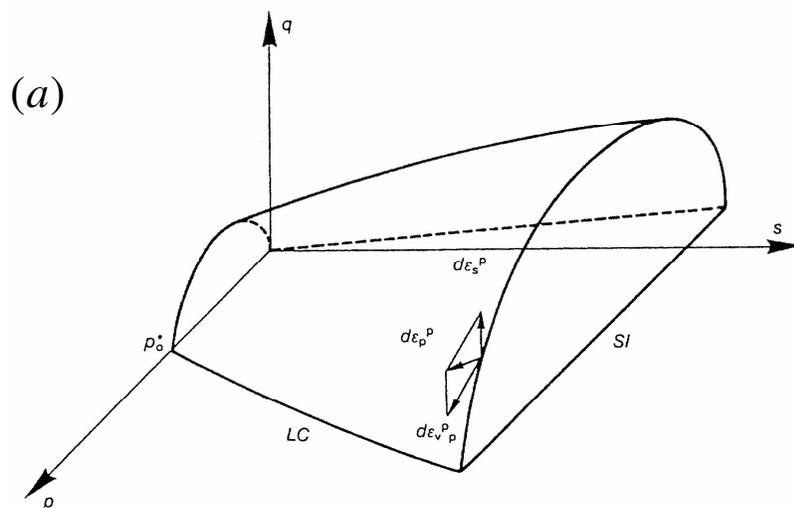
作者	模型主要特性簡介
Alonso, et al. (1990)	最早提出具學理基礎的部分飽和土壤組合律，以 Cam-clay model 為基礎作修改，使其適用於部分飽和土壤。可模擬乾縮、吸水回脹或失陷等行為。
Loret & Khalili(2000)、(2002)	完整考慮土壤固體、孔隙水與氣體三相的應力應變，可模擬真實的應變行為。使用有效應力觀念。隨後為求定量上的準確，對屈服面進行調整。
Blatz & Graham(2003)	引用 Alonso, et al.(1990)建立的模型，以實際試驗結果討論其適用性，並提出模型不適用之處的修改與建議。
Chiu & Ng(2003)	可模擬土壤多方面的行為，且在定量上的準確度相當高，但所需的參數亦相當繁多。
Gallipoli, et al.(2003)	理論架構完全基於實際物理現象，所使用的參數具物理意義，以等向壓密作為對土壤行為的模擬為主。
Sheng, et al.(2004)	以彈塑性的觀念用以模擬特徵曲線的阻滯現象為主，可掌握乾濕循環下，體積應變的複雜行為。
Pereira, et al.(2005)	將理論架構套用於 CJS model，以求得更為精準之模擬結果。

Russell & Khalili(2006)	將理論架構套用於 bounding surface model，模擬漸進的塑性變形，對於應變量的變化趨勢能有精準掌握的特性。
Li, X. S.(2007)	以熱力學的方式作為出發，將部分飽和土壤裡的三相(固、液、氣)的做功—儲能—能量消散(work-energy-dissipation)作為架構來作為部分飽和土壤力學模型的基本架構。
鄒鄭翰(2007)	仍以 Cam-clay model 作為基礎，結合前人模型的優點建立一「精簡」但可以涵蓋部分飽和土壤行為的模型。

2.2.2.1 Alonso, et al(1990)模型

Alonso, et al.(1990)最早提出具學理基礎之部分飽和土壤力學模型。自 Alonso 以 Cam-clay model 作為部分飽和土壤力學模型架構後，隨後許多學者多少參考 Alonso 之模型觀念，提出各自之理論模型。

Alonso, et al.的模型以淨應力(p)、軸差應力(q)與吸力項(s)作為變數。其屈服面形式分別如圖 2.29 (a)、(b)、(c)所示：



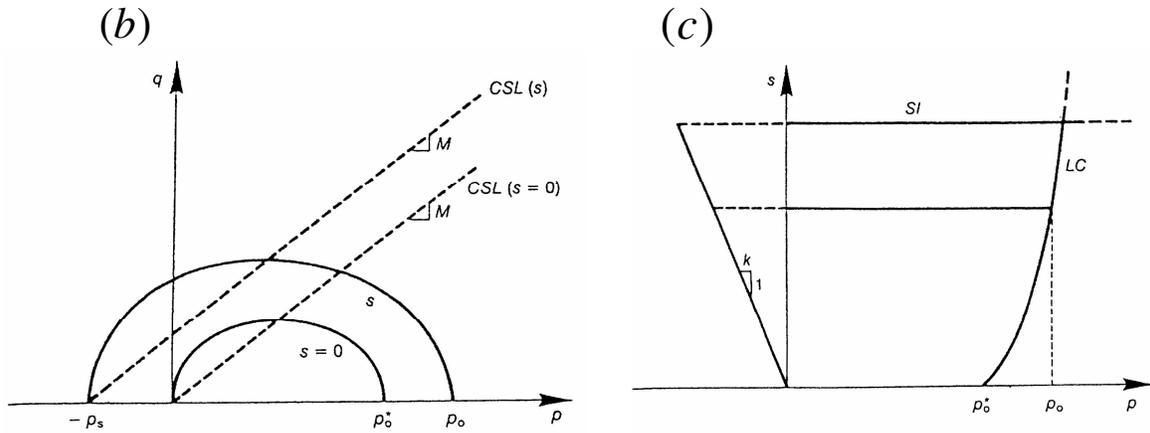


圖 2.29 Alonso, *et al.* 模型的屈服面(a) 三維 p-q-s 上的形式(b) p-q 面上
(c) p-s 面上 (Alonso, *et al.*, 1990)

在 p-q 面上的屈服面以橢圓形式表示，土壤受到吸力的增大的硬化行為以橢圓逐漸變大的形式表現之。在 P 軸的負方向存在有 $-p_s$ 值用以表示有吸力存在時，土壤可以有負的淨應力存在。此值有其變化條件，在 p-s 面上以一線性斜率(k)往 P 軸負方向移動。

在 p-s 面上，屈服面由淨應力造成的 LC (loading collapse) 函數 與土壤曾經受過最大的吸力值 s_0 (類似飽和土壤的預壓密壓力) 的函數 SI (suction increase) 所組成。LC 表淨應力隨吸力增加而強度提升。而屈服面 SI 表示一界限值，當吸力超越土壤曾經受過的最大吸力值 s_0 則土壤開始產生塑性變形。簡而言之 LC 與 SI 雖看似不同的應力變數所造成的硬化法則，但若吸力狀態超越 s_0 值，LC 與 SI 位置將互有改變。

對於吸力值超越 s_0 值所產生的塑性體積應變雖然在後續的學者 (Blatz & Graham, 2003) 的實驗情況指出是可回復的。但若考慮複雜的特徵曲線阻滯現象 (Sheng, 2004)，深入修改吸力的屈服面法則，則可獲的合理的結果。

對於吸力變化所造成的塑性體積應變與淨應力造成的塑性體積應變是不同的，其分別由式(2-37)與(2-38)表示：

$$d\varepsilon_{vp}^p = \frac{\lambda(0) - \kappa}{v} \cdot \frac{dp_0^*}{p_0^*} \dots\dots\dots(2-37)$$

$$d\varepsilon_{vs}^p = \frac{\lambda_s - \kappa_s}{v} \cdot \frac{ds_0}{(s_0 - p_{at})} \dots\dots\dots(2-38)$$

其中：

$d\varepsilon_{vp}^p$ 、 $d\varepsilon_{vs}^p$ ：分別代表淨應力與吸力造成的塑性體積應變

p_0^* 、 s_0 ：分別代表淨應力與吸力的硬化參數

$\lambda(0)$ 、 λ_s ：分別代表淨應力與吸力改變的勁度參數

κ 、 κ_s ：分別代表淨應力與吸力改變的彈性勁度參數

而對於正常壓密線隨吸力變化的趨勢，可以反應出吸力造成的硬化，影響到屈服面 LC 的形狀。Alonso, *et al.*(1990)建議以下列關係式模擬正常壓密線的斜率：



$$\lambda(s) = \lambda(0) \cdot [(1-r) \cdot e^{-\beta s} + r] \dots\dots\dots(2-39)$$

其中：

$\lambda(s)$ 代表吸力等於 s 時，正常壓密線的斜率

$\lambda(0)$ 代表吸力為 0 時，正常壓密線的斜率

r 為吸力趨近無限大時， $\lambda(s)$ 與 $\lambda(0)$ 的比值

β 為一參數，控制 λ 隨 s 變化的速率

上式的特性在於 s 趨近無限大時， λ 有一極限值，且 s 越大， λ 變化的速率越慢。此特性符合土壤的實際行為。而後續學者(Loret & Khalili, 2002 等)往後在考慮正常壓密線的移動變化也多參考 Alonso, *et al.*(1990)所提出的關係式加以修改。

Alonso, *et al.*(1990)的模型依 Cam-clay model 為架構進行簡單修改，並應用新增不多的參數即可用以模擬部分飽和土壤的相關特性，其中許多的觀念皆為後續的研究加以修改沿用，例如以有效應力觀念修改應力變數以減少參數使用等。Alonso, *et al.*(1990)的模型，為日後使用 Cam-clay model 為基礎的部分飽和土壤模型奠定一重要基礎。

2.2.2.2 Loret & Khalili(2000、2002)模型

Loret & Khalili (2000、2002)模型是為了模擬完整的土壤三相應力應變，導入連續方程式與氣體的理想氣體方程式用以考慮液體與氣體變形的影響；固體的彈塑性行為已有效應力的觀念導入 Cam-clay model 作為基礎。在參數方面使用 γ_1 、 γ_2 作為特徵曲線的模擬，在率定上容易取得；關於吸力造成的硬化參數 p_c 則以三個參數 ξ 、 p_{cm} 、 p_{ca} 等非線性函數來加以描述，此三參數在率定上較為不易，同樣的硬化參數 p_c 為吸力的函數，關係如式(2-40)所示：

$$p_c = p_{c,0} \cdot \exp(\xi \cdot X) \cdot p_{cm} \left(\langle S_{eff} \rangle \right) + p_{ca} \left(\langle S_{eff} \rangle \right) \dots \dots \dots (2-40)$$

其中：

$p_{c,0}$ 、 ξ ：材料參數

X ：塑性體積應變

S_{eff} ：有效吸力值， $S_{eff} = \left(\frac{s}{s_{aev}} \right) - 1$ ； $\langle S_{eff} \rangle$ 表示若 $S_{eff} < 0$ 時，則 $\langle S_{eff} \rangle = 0$

p_{cm} 、 p_{ca} ：描述 p_c 隨吸力變化的非線性函數

此模型在此考慮土壤三相的應力應變在定性上的模擬能夠有所掌握，但在定量上的準確性未必精準；有鑑於此 Loret 與 Khalili 在 2002 年對模型進行修改，利用壓密曲線上正常壓密曲線隨吸力移動導出正常壓密截距

(N)與斜率(λ)的變化，再導出 p_c 隨 N、 λ 改變的硬化參數隨吸力改變的關係，往後以 Cam-clay model 為基礎的模型都以相似的推估方式呈現硬化參數與吸力的關係，而其關係式如下：

$$\frac{p_c(s)}{p_{c0}} = \psi(s) \exp\left(\frac{1+e_i}{\lambda(s)-\kappa} \epsilon_v^p\right)$$

$$\psi(s) = \exp\left[\frac{N(s)-N(0)}{\lambda(s)-\kappa} - \frac{\lambda(s)-\lambda(0)}{\lambda(s)-\kappa} \ln\left(\frac{p_{c0}}{p_{ref}}\right)\right] \dots\dots\dots(2-41)$$

其中：

p_{c0} ：吸力等於 0 時的 p_c 值

e_i ：初始時的孔隙比

$N(s)$ 、 $\lambda(s)$ ：正常壓密線的截距與斜率，皆為吸力的函數

κ ：解壓-再壓曲線的斜率

ϵ_v^p ：塑性體積應變

p_{ref} ：橫座標有效應力之一參考值，由於 p 在對數座標中不可為 0，因此在每一條正常壓密線上，皆以 p_{ref} 所對應的孔隙比為 $N(s)$

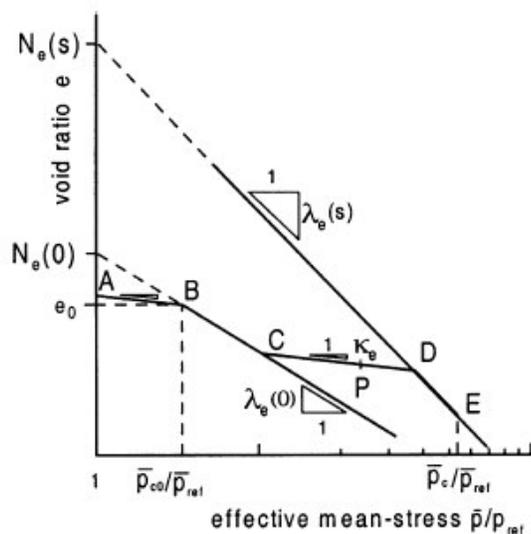


圖 2.30 正常壓密線的移動與 P_c 的變化

為了修訂在定量上的模擬準確性，Loret 與 Khalili 也將屈服面的形狀做調整，以偏斜橢圓面配合參數 r 加以修正，屈服面如圖 2.31 所示：

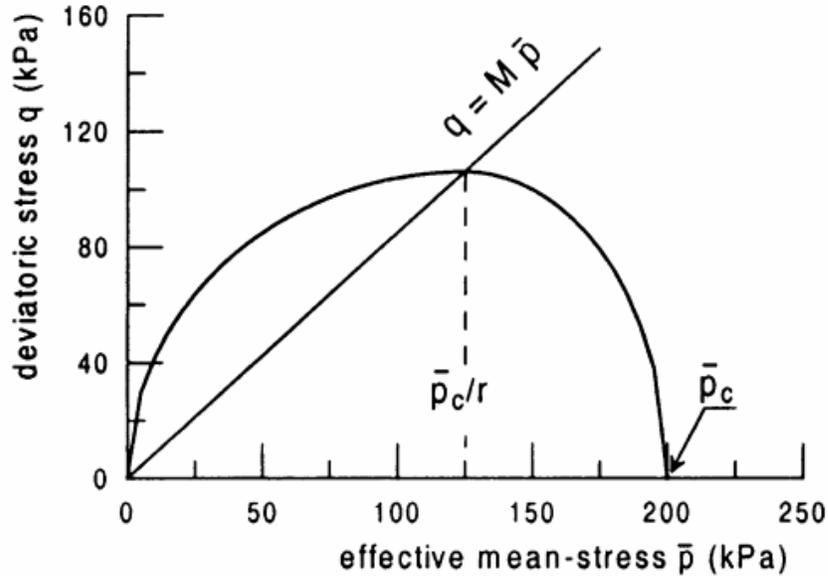


圖 2.31 偏斜橢圓屈服面(Loret & Khalili, 2002)

此修改後的模型，不再考慮孔隙水與氣壓所造成的應力應變關係，但若與之前的模型加以結合能使得模型在定性與定量上皆趨於完整，參數 $N(s)$ 與 $\lambda(s)$ 雖可直接由壓密線中取得，率定簡易但其為線性函數的描述對於吸力值大與吸力值很小在接近屈服面時會產生較大的誤差。 $N(s)$ 與 $\lambda(s)$ 的函數式配合圖 2.31 如下所示：

$$\left. \begin{aligned} e_C - N_e(0) &= -\lambda_e(0) \ln \frac{\bar{p}_C}{\bar{p}_{ref}} \\ e_E - e_D &= -\lambda_e(s) \ln \frac{\bar{p}_E}{\bar{p}_D} \\ -e_E + N_e(s) &= \lambda_e(s) \ln \frac{\bar{p}_E}{\bar{p}_{ref}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2-42)$$

2.2.2.3 Blatz & Graham(2003)模型

Blatz & Graham 在 1990 年代即嘗試提出關於部分飽和土壤的力學模型，而發展至 2003 年為止大致皆仍以 Alonso,et al.(1990)的模型為基礎作為延伸修改，並同時自 1990 年代起為研究核廢料儲存槽緩衝材料為目的，以矽砂與皂土(sand-bentonite)的混合試體進行高圍壓、高吸力的三軸試驗；實驗土樣具有高塑性與高膨脹性，不管在模擬淨圍壓對試體的影響或是控制淨應力而改變吸力對試體的影響，結果均發現在土壤為正常壓密且具高度膨脹性的特性下，試體的體積應變是可回復的也驗證了其模型在某些膨脹性土壤的屈服面表現情況上不符合模型的假設。

Blatz & Graham 所做的一系列的三軸試驗包含了壓密不排水三軸試驗(CIU test)、不排水定體積試驗(Constant Volume Test)與快速不排水三軸壓縮試驗(UUU test)等試驗，所有試驗皆為用來做以矽砂—皂土做為核廢料儲存槽緩衝材料之研究並且佐證膨脹性土壤在模型上的合理性。

其中快速不排水三軸壓縮試驗(UUU test)的實驗資料與本研究方向有適用性，將在本研究力學模擬試驗章節有深入討論與引用。

2.2.2.4 Chiu & Ng(2003)模型

Chiu & Ng(2003)的模型仍是一臨界狀態架構的延伸，使用淨應力與吸力作為應力變數，其使用模擬時的土壤參數相當多，可達 20 個參數以上。所以在定量上的模擬準確性頗佳。此模型在屈服函數上不同於其他學者以橢圓面表示，在 p-q 面上分別以 f_s 與 f_c 兩個屈服函數來表示， f_s 代表剪應力造成的屈服機制而 f_c 則代表等向圍壓造成的屈服機制，屈服函數分別如式

(2-43)與(2-44)表示：

$$f_s = q - \eta_y \left[p + \frac{\mu(s)}{M(s)} \right] \dots\dots\dots(2-43)$$

$$f_c = p - p_0(s) \dots\dots\dots(2-44)$$

其中：

η_y ：屈服面時的應力比

μ_s, M_s ：分別為在對應的吸力值下，臨界狀態時在 p-q 面上的截距
與斜率

$p_0(s)$ ：對應吸力值下，等向壓密屈服應力

兩屈服函數與塑性應變間的參數還包括了硬化參數、膨脹性等等參數來加以描述。其屈服面在三維 p-q-s 與 p-q 面上的情形如圖 2.32 所示。另外在模擬方面 Chiu 與 Ng 做了一系列包括不排水、固定含水量與等軸差應力下的濕潤試驗，用以描述吸力大小對應力應變的影響。此模型並未模擬完整土壤三相的應力應變關係，所以在體積含水量採用 Wheeler(1996)所提出的先估計氣體積積再減去氣體體積的方式來得到體積含水量，其關係式如下：

$$e_a = A(s) - \alpha(s) \ln \left[\frac{p_0(0)}{p_{at}} \right] \dots\dots\dots(2-45)$$

$$v_w = v - A(s) + \alpha(s) \ln \left[\frac{p_0(0)}{p_{am}} \right] \dots\dots\dots(2-46)$$

其中：

A, α ：吸力 s 的函數，由實驗數據中率定

$p_0(0)$ ：吸力為 0 時，等向壓密的屈服應力

p_{at} ：大氣壓力

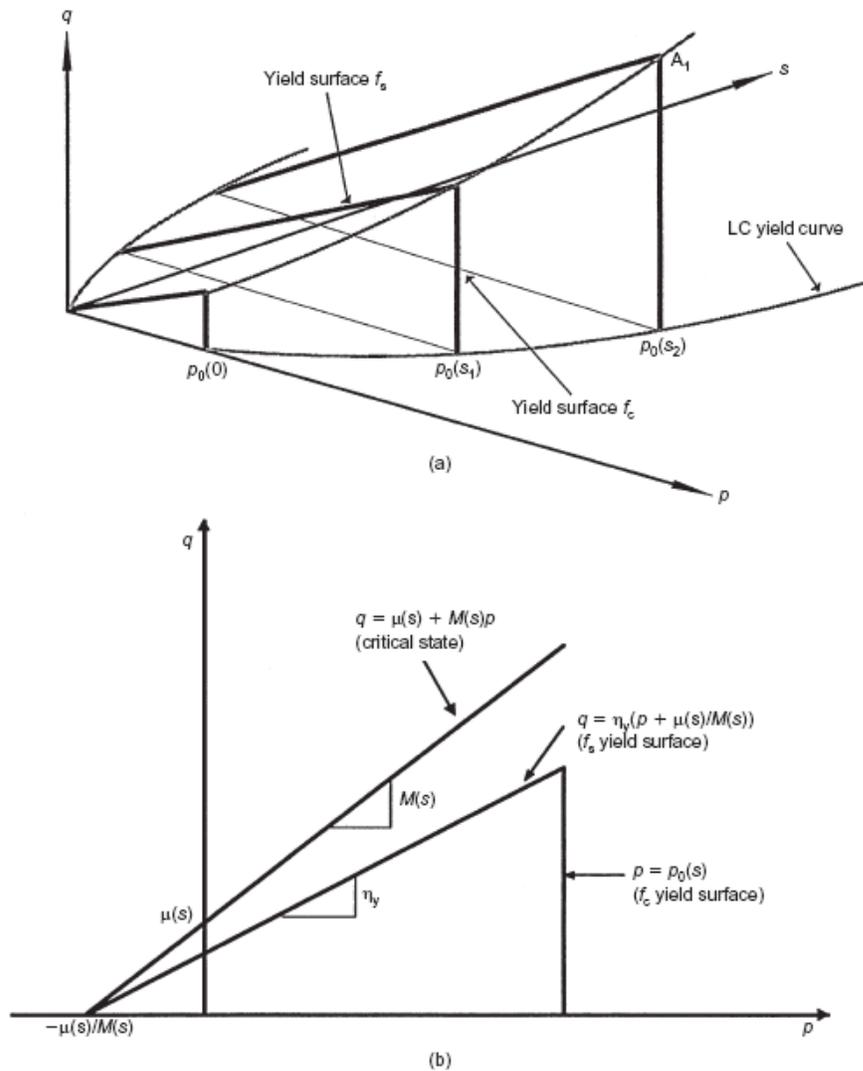


圖 2.32 f_s 與 f_c 屈服面(a)三維 p-q-s (b) 二維 p-q(Chiu & Ng, 2003)

2.2.2.5 Gallipoli, et al.(2003)模型

此模型主要建立一受吸力影響的變數 ξ 用以描述吸力的影響，變數 ξ 是用來表示吸力在部分飽和土壤中氣、水壓力界面的額外鍵結張力，此一變數因為是估計表面張力，而表面張力隨土體裡孔隙大小與飽和度的影響所以是一與飽和度有關的函數。公式如式(2-47)所示：

$$\xi = f(s)(1 - S_r) \dots\dots\dots(2-47)$$

其中：

$f(s)$ ：是一吸力的函數式，為土壤顆粒與表面張力間的鍵結力，有物理上的解析解

S_r ：飽和度

上式以 $(1 - S_r)$ 估計液面數量造成的影響。當飽和度為1時，土壤內部不存在液面，此時 ξ 將等於0。另外 Gallipoli, et al.(2003)認為吸力造成的正常壓密曲線移動與硬化現象與變數 ξ 有關，因此提出下列式子用以描述當變數 ξ 越大(吸力增加)時正常壓密曲線的描述關係式：

$$\frac{e}{e_s} = 1 - a[1 - \exp(b \cdot \xi)] \dots\dots\dots(2-48)$$

其中：

e ：土壤在吸力為0時的孔隙比

e_s ：土壤受到吸力時的孔隙比

a, b ：迴歸分析參數

此模型的變數(ξ)、參數(a, b)與函數($f(s)$)皆有其物理意義的存在，但此模型在模擬與試驗的論證上仍有其需驗證之處。

2.2.2.6 Sheng, et al.(2004)模型

此模型主要引用 Alonso, et al.(1990)所建立的模式為主，在正常壓密的移動趨勢與吸力造成得硬化基本上因參考 Alonso, et al.(1990) 模式，所以在此並不多加描述。此模型採用有效應力將屈服面建立於 $p'-q-s$ 空間上，如圖 2.33 所示：

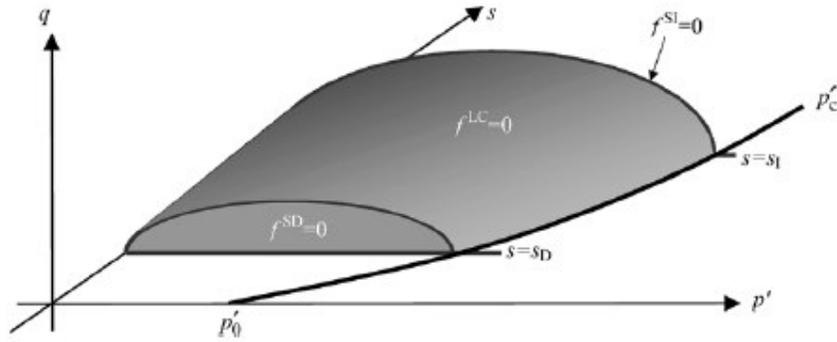
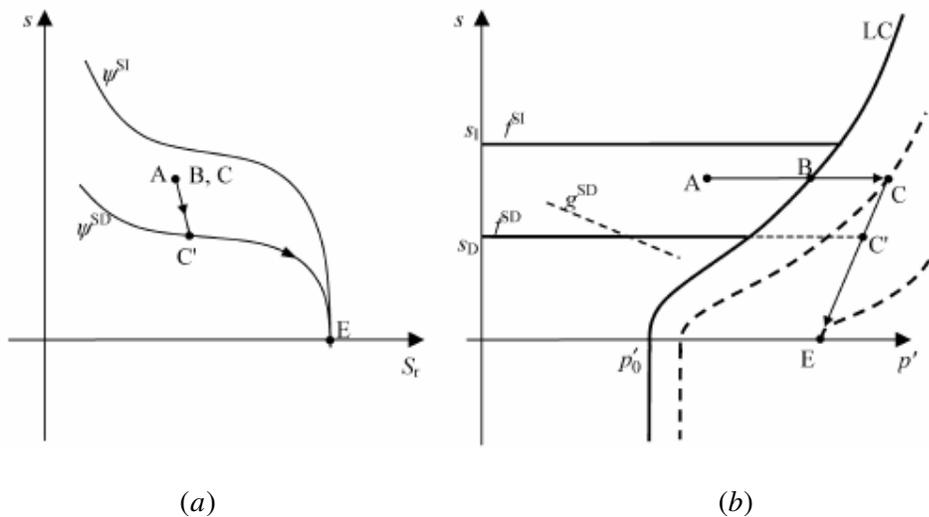


圖 2.33 $p'-q-s$ 空間上的屈服面 (Sheng, et al.2004)

此模型最主要在模擬特徵曲線的阻滯現象並且討論乾溼循環情形下的特徵曲線移動與不可回復的體積應變關係 (Sharma, 1998)。此模型也從熱力學的功—能 (ψ) 消散原理來解釋阻滯現象對於塑性功與應變的影響。

Sheng, et al. (2004) 為模擬阻滯現象，在吸力軸上建立兩邊界屈服線，一為特徵曲線上界 SI 線，即為主要排出曲線 (main drainage curve)，其二為特徵曲線下界 SD 線，即為主要濕潤曲線 (main wetting curve)。在乾濕循環的作用下特徵曲線將再兩個邊界條件間移動，其變化情形如圖 2.34(a) 所示。而在模擬阻滯現象造成的不可回復的塑性體積應變則如圖 2.34(a)、(b) 所示。



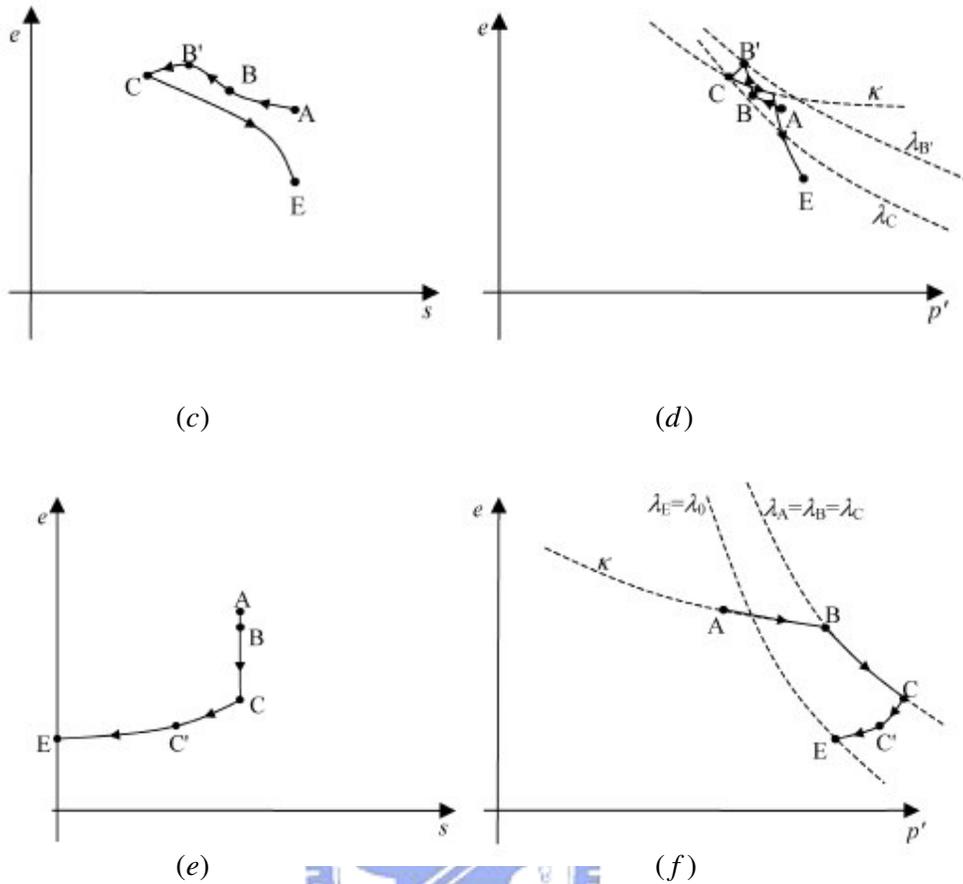


圖 2.34 阻滯現象的邊界與造成的塑性體積應變(Sheng, et al., 2004)

在模擬阻滯現象的參數共需使用四個參數分別描述 SI 與 SD，並且以一個斜率參數 K_s 描述曲線的移動斜率。此模型在特徵曲線與體積變化的特性上皆有具體的表現，例如在濕陷的問題上也有良好的模擬，如圖 2.34(e)、(f)所示。針對於部分飽和土壤阻滯現象的模擬有其優點。

2.2.2.7 Pereira, et al.(2005) & Russell & Khalili(2006)模型

Pereira, et al.(2005) & Russell & Khalili(2006)兩者的力學模型與其他學者所提出的模型相較最大的不同點在於皆不採 Cam-clay model 作為基礎；兩個模型的重點在於追求定量上的準確，前者採用 CJS model (Cambou-

Jaffari -Sidoroff model)作為基礎，後者採用 Bounding surface model 作為修改。

修改後的 CJS model 在彈性應變方面採非線性變化，並將等向硬化 (isotropic hardening)與運動硬化(Kinematic hardening)應用於剪應變變化上。此模型在等向加載的應力路徑與複雜的體積應變的定性與定量上均獲得良好的結果。Modified CJS model 的屈服面如圖 2.35 所示：

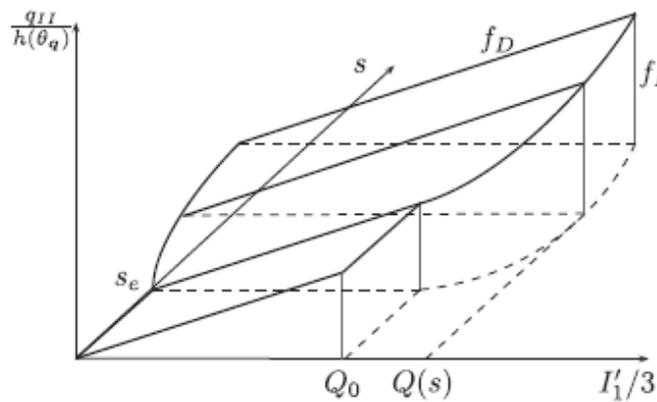


圖 2.35 Modified CJS model 屈服面(Pereira, et al.,2005)

修改後的 Bounding surface model 在屈服硬化參數的處理上雖類似 Cam-clay model 隨吸力改變的處理方式。但其以漸進式變化方式描述塑性應變，使得應力—應變關係在接近屈服時不會有突增的情形產生，因此此模型在定量上的分析亦有良好結果並能適用於廣泛的土壤種類。

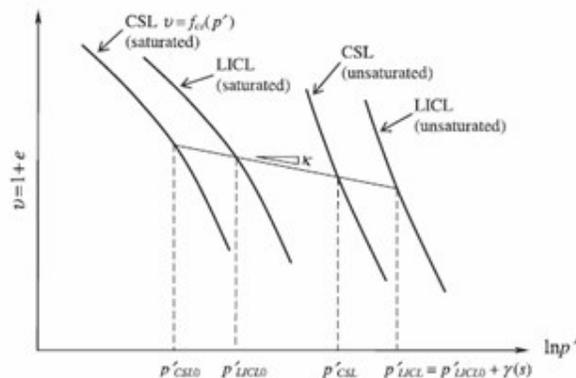


圖 2.36 CSL 和 NCL 隨吸力變化情形(Russell & Khalili,2006)

2.2.2.8 Li, X.S. (2007)模型

Li, X.S.以熱力學的方式作為出發，將部分飽和土壤裡的三相(固、液、氣)的做功—儲能—能量消散(work-energy-dissipation)作為架構來作為部分飽和土壤力學模型的基本架構。近年來也有其他學者(Collins & Houlsby, 1997、Houlsby & Puzrin,2000、Collins & Kelly,2002)把熱力學的概念容入力學模型，但 Li, X.S.的模型相對於其他學者僅考慮乾燥或飽和狀態下處理單一流體(air or water)的簡化條件下，其模型能考慮兼備土壤三相的能量消散的轉變對於土壤構架應力 (soil skeleton)的影響，並將此一關係導入部分飽和土壤的彈塑性力學模型中，使得熱力學與彈塑性力學對部分飽和土壤的力學模型有完整而直接的模型架構。

土壤三相間的能量消散與應力關係，如式(2-49)所示：

$$d\psi = [(\bar{\sigma} + s \cdot S_r \cdot \delta) : d\varepsilon]^{(1)} + [-ns \cdot dS_r]^{(2)} + [n(1 - S_r) p_a d(\ln \rho_a)]^{(3)} + [-\zeta_i d\xi_i]^{(4)} \dots \dots \dots (2-49)$$

其中：

(1) (2) (3) (4)：分別代表固相、液相、氣相和單位能量消散量

ψ ：Helmholtz 方程式，又稱狀態勢力學函數，用以描述能量的增減對整個系統所作之功

$\bar{\sigma}$ ：淨應力

S_r ：飽和度

s ：吸力值

p_a ：氣體壓力

$\zeta_i d\xi_i$ ：單位能量消散量

此模型在彈塑性模型方面的選擇基本上還是以 Cam-clay model 作為基

礎並參考 Collins & Kelly (2002)所提出的熱力學—彈塑性力學模型加以修改發展為主。其屈服函數如式(2-50)所示：

$$f_s = f_s[\tilde{p}, q, p_0(\epsilon_v^p, ns, S_r), p_b(\epsilon_v^p, ns, S_r)] \dots\dots\dots(2-50)$$

其中：

p_0 ：硬化參數，控制屈服面大小

p_b ：土壤三相間(屏除顆粒接觸應力)相互作用平均有效應力，亦影響屈服面大小

屈服函數中兩個硬化參數 p_0 、 p_b 分別代表等向硬化(isotropic hardening)與運動硬化(kinematic hardening)的部份，皆為吸力的函數。屈服面如圖 2.37 所示：

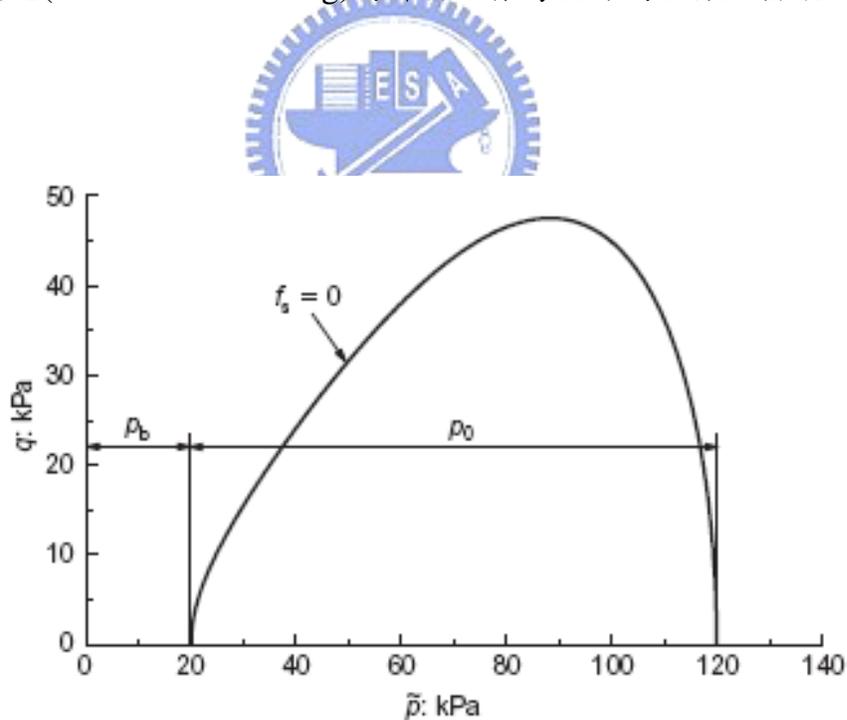


圖 2.37 p-q 平面上的屈服面(Li, X.S. ,2007)

以往在以 Cam-clay model 所發展出來的彈塑性模型在 p' - q 面上的臨界狀態線(CSL)皆假設為唯一，但此模型加入熱力學的架構後受到 p_b (運動硬化) 參數的影響，臨界狀態不再是唯一，其關係如圖 2.38 所示：

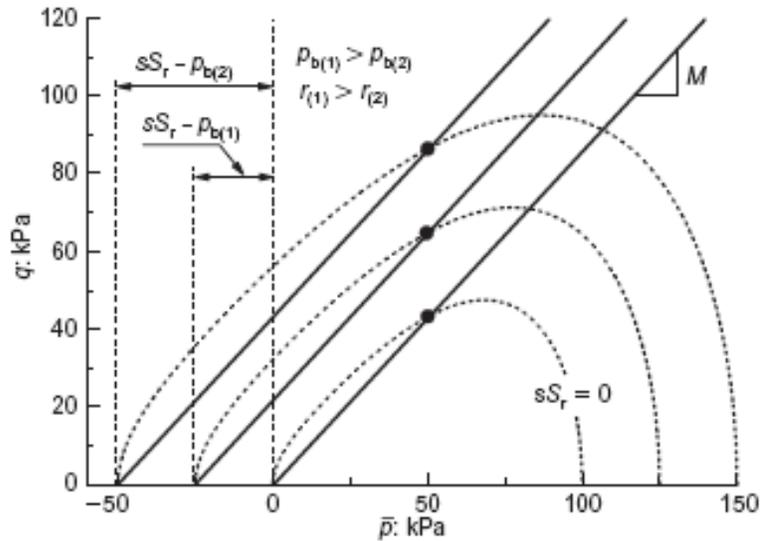


圖 2.38 p - q 面上的臨界狀態線(CSL)變化情形(Li, X.S., 2007)

在吸力的考量方面此模型採用 Fredlund & Xing(1994)的特徵曲線式：

$$S_r = \frac{1}{\left\{ \ln \left[\exp(1) + \left(\frac{ns}{k \cdot p_{atm}} \right)^l \right] \right\}^m} \dots\dots\dots(2-51)$$

其中：

κ 、 l 、 m ：曲線擬合參數

此模型以 Wheeler & Sinakumar (2000)的實驗作為模擬依據，其模擬結果大致能掌握包括特徵曲線的遲滯現象以及部分飽和土壤會發生的濕陷現象。

2.2.2.9 鄒鄭翰(2007)模型

鄒鄭翰(2007)試圖建立一盡量精簡但又可涵蓋部分飽和土壤重要力學行為的模型。其模型仍以 Modified Cam-clay model 作為基礎，相較於原始之 Modified Cam-clay model，僅新增五個參數；其中利用 van Genuchten(1980)所提出的土壤特徵曲線新增了兩個參數(α 、 n)，用以描繪土壤的吸力考量。

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{[1 + (\alpha s)^n]^m} \dots\dots\dots(2-52)$$

其中：

θ ：體積含水量

θ_s ：飽和時的體積含水量

θ_r ：殘餘體積含水量

α ， n ， m ：參數，影響特徵曲線的形狀



當 θ_r 甚小趨近於零時，可忽略之，則由飽和度推估吸力：

$$s = \frac{\left(S_r^{\frac{1}{m}} - 1 \right)^{\frac{1}{n}}}{\alpha} \dots\dots\dots(2-53)$$

而土壤硬化的考量採用以正常壓密線(NCL)隨吸力的變化推估 P_c 值。

此三個新增參數(β 、 r_N 、 r_λ)與正常壓密線的變化有關，而其參數值只需由正常壓密線的資料即可取得。

$$\lambda(s) = \lambda(0) \cdot \left[(1 - r_\lambda) \cdot e^{-\beta s} + r_\lambda \right] \dots\dots\dots(2-54)$$

$$N(s) = N(0) \cdot \left[(1 - r_N) \cdot e^{-\beta s} + r_N \right] \dots\dots\dots(2-55)$$

$$p_c(s) = \exp\left(\frac{N(0) - N(s)}{\kappa - \lambda(s)}\right) \cdot p_c(0)^{\frac{\kappa - \lambda(0)}{\kappa - \lambda(s)}} \dots\dots\dots(2-56)$$

其中：

N ：正常壓密線上，圍壓等於 1kPa 時所對應的比體積， $N(s)$ 代表吸力等於 s 時的 N 值

λ ：正常壓密線的斜率， $\lambda(s)$ 代表吸力等於 s 時的 λ 值

κ ：解壓再壓曲線的斜率，不隨 s 變化

r_λ ：土壤吸力趨近無限大時， $\lambda(s)$ 與 $\lambda(0)$ 的比值

r_N ：土壤吸力趨近無限大時， $N(s)$ 與 $N(0)$ 的比值

β ：影響 N 與 λ 隨 s 變化的速率之參數



由正常壓密曲線隨吸力變化推估 P_c 值，其觀念如圖 2.39 所示

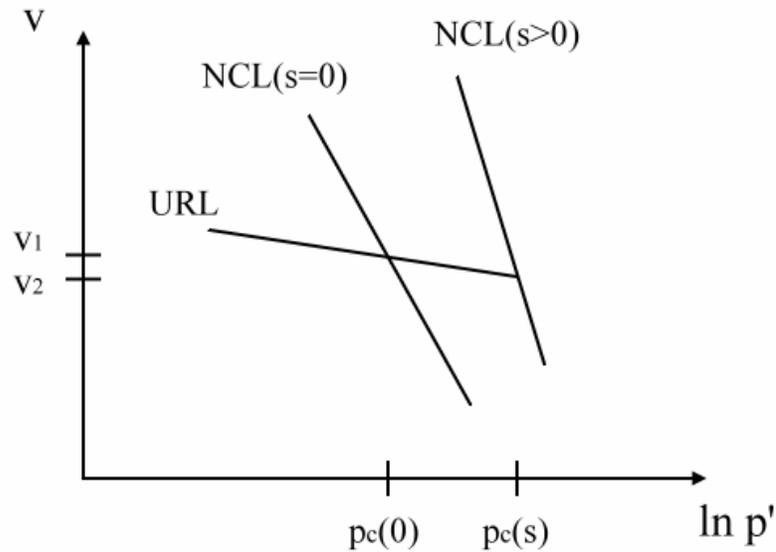


圖 2.39 p_c 隨吸力的變化(鄒鄭翰,2007)

此模型的優點為參數精簡且能描述部分飽和土壤主要的力學行為；參數少易於率定，有利工程應用。但其因為以參數精簡為目的，所以在定量上的模擬仍非完美。

本研究將以此模型為基礎並加以擴充，因此關於此模型的詳細內容將於第三章研究方法中有更詳細的介紹。

2.2.3 力學模型應用比較

本節比較各模型使用上所需參數與其之間的優缺點。參數的數量以及率定上的難易度為模型實用的重點。各模型之比較如表 2.3 所示。其中 Pereira, *et al.*(2005)與 Russell & Khalili(2006)的組合律以定量的準確度為目標，重點在於基本彈塑性模型的變化，不列入比較。各模型對於土壤行為的掌握程度不同，欲模擬的行為越多樣化，則相對於原來之 Cam-clay model，所新增的參數必然越多。

為描述吸力所造成的硬化，必要參數為正常壓密線或 $p_c(s)$ 的相關參數。此外，欲建立飽和度與吸力間的關係，必須有特徵曲線的函數。若又要考慮定量準確度的情況下，參數的使用皆必須增加。由表 2.3 可知，目前的組合律中使用參數之數量其範圍甚大，而在實際應用上，各組合律均有其優缺點。若綜合其中各項優點，應可修改或擴充成實用的模型。

表 2.3 各模型所需參數與優缺點比較

作者	新增的參數數量與其用途	優缺點
Alonso, et al. (1990)	屈服面形狀：1 參數 吸力造成的彈性變形：1 參數 正常壓密線斜率：2 參數 調整塑性流法則：1 參數	未考慮特徵曲線。若採用有效應力觀念，可省略其中兩參數。
Loret & Khalili (2000)、(2002)	特徵曲線：2 參數 吸力造成的硬化：3 參數 屈服面形狀：1 參數 正常壓密線的變化：4 參數	參數的率定較困難。在吸力較大時易產生誤差。
Chiu & Ng(2003)	含水量隨應力的變化：4 參數以上 正常壓密線的變化：3 參數 臨界狀態：至少 4 參數 塑性變形特性：至少 10 參數	須率定的參數繁多
Gallipoli, et al.(2003)	正常壓密線的變化：至少 4 參數	未考慮特徵曲線。僅能考慮等向壓密行為。
Sheng, et al.(2004)	特徵曲線阻滯現象：5 參數以上 (尚未含基本特性的模擬所需要之其他參數)	可模擬阻滯現象，模型架構較為複雜。
Li, X. S.(2007)	屈服面形狀：2 參數 臨界狀態：2 參數 正常壓密線的變化：4 參數 特徵曲線：8 參數	可模擬特徵曲線阻滯現象，定量模擬佳。
鄒鄭翰(2007)	特徵曲線：2 參數 正常壓密線的變化：3 參數	參數率定容易，但定量模擬上未必完美。

2.3 外部加載對部分飽和土壤的工程行為影響

在部分飽和土壤中孔隙壓力會受到地下水的狀態或是受到外部加載的影響而有所變化。其中在地下水流動與滲流對部分飽和土壤的影響已有相當多的研究，但對於外部加載的行為對部分飽和土壤的工程行為影響的相關研究卻是較少觸及的。

現實大地工程問題中多將土層分析簡化為短期最危險的飽和不排水分析亦或視為飽和排水分析；但對於實際的情況中，例如基礎的開挖(或承載)、土壩的建造等，土壤的真實情況大部分處於部分飽和的狀態，而外力加載的歷程相對於土壤中孔隙氣、水壓的消散時間來的短暫，因此，此時的部分飽和土壤加載行為可視為“部分飽和不排水”狀態。外力加載的過程將引起孔隙壓力的發展，例如土壩填土加載過程中，引起土壤孔隙體積的改變，孔隙氣、水壓隨之升高同時伴隨吸力的降低，始有效應力改變對土壩的穩定度造成影響。

Fredlund(1982)即首先提出部分飽和土壤內的孔隙壓力隨土壤受外部總應力增加而改變的概念，如圖 2.40 所示。

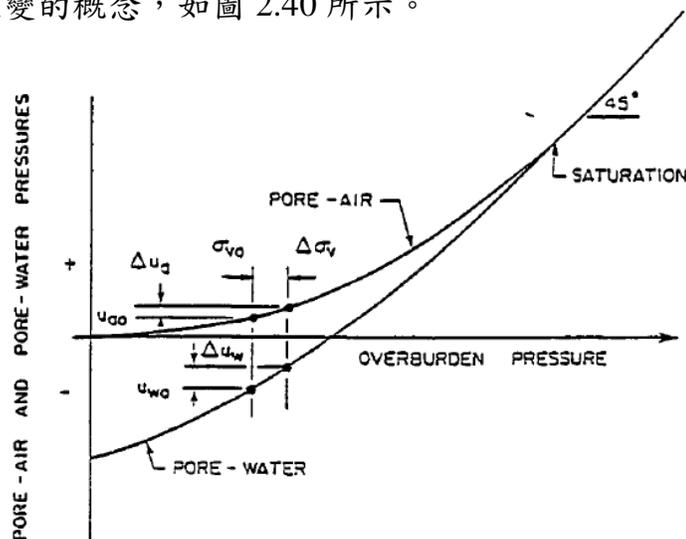


圖 2.40 外部總應力加載所引起的孔隙壓力改變(Fredlund, 1982)

Fredlund(1982)利用土壩築壩過程的例子來說明孔隙氣壓與水壓的發展，如圖 2.41 所示。

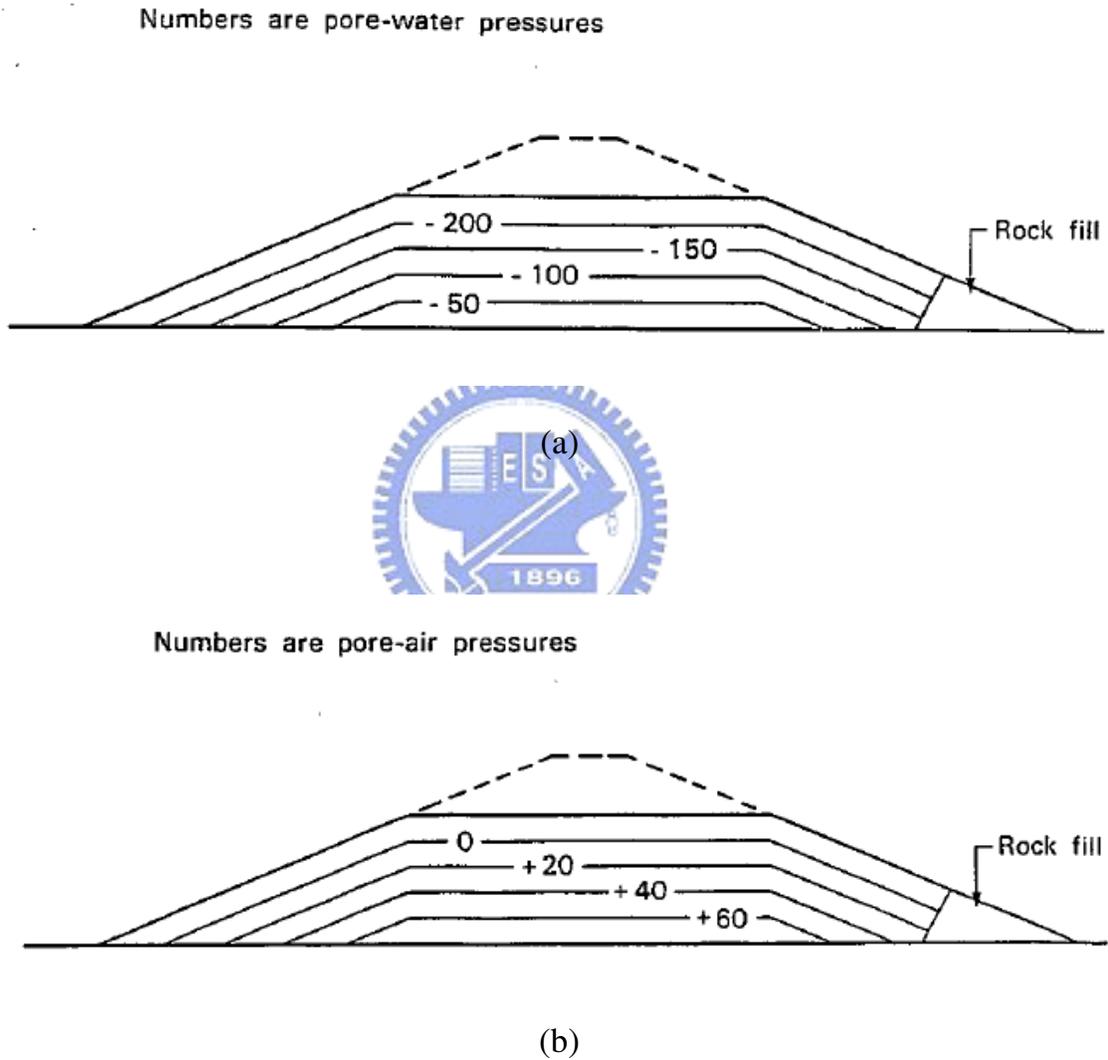


圖 2.41 土壩築壩過程中的孔隙壓力 (a) 孔隙水壓分布 (b) 孔隙氣壓分布
(Fredlund, 1982)

Rahardjo(1990)利用孔隙壓力參數的觀點以解釋孔隙壓力的改變，並利用一系列的部分飽和土壤不排水實驗用以驗證其理論。Graham(1995)起為研究做為核廢料儲存槽中緩衝層材料的高度膨脹性土壤，亦對此高度膨脹性土壤在部分飽和不排水情況下的受剪試驗以了解部分飽和不排水情況下的剪力強度與體積變化。

儘管部分飽和土壤的不排水力學行為在試驗上仍少有研究文獻討論，在實際地工問題中也鮮少以部分飽和且在不排水的條件下進行分析，然而在實際工程行為上經常卻實際發生在部分飽和不排水的條件。基於此等原因，本研究將試圖發展一精簡之部分飽和土壤力學不排水力學理論，討論土壤在「部分飽和不排水」的力學行為，繼而比較土壤在「飽和不排水」、「飽和排水」、「部分飽和排水」的力學行為，用以討論部分飽和不排水對土壤行為的影響，最終再將此理論力學模型運用至大地工程問題之分析。



第三章 研究方法

3.1 部分飽和土壤的力學模式

前一章以文獻回顧環顧部分飽和土壤之力學模式的發展與應用，並整理部分飽和土壤對不排水行為所需之考量。本研究之研究重心在於部分飽和土壤的不排水力學行為模擬，並試圖以鄒鄭翰(2007)所發展之部分飽和土壤之精簡力學模型為基礎進行擴充，期能保有其模型參數精簡化的工程實用性亦能兼備模擬部分飽和土壤在排水與不排水條件下的力學行為。本研究經擴充後之力學模型將以所收集文獻之部分飽和土壤不排水三軸實驗數據作為模擬測試對象，期能使本力學模型掌握不排水條件下部分飽和土壤的力學行為特性；最後將此力學模型套用至 FLAC 數值模擬軟體，以之作為工程問題模擬平台，以模擬處於部分飽和狀態與不排水條件下之大地工程問題，探討所提出模型之適用性。

3.1.1 既有組合律的擴充

本研究將以鄒鄭翰(2007)所發展之部分飽和土壤精簡力學模型(其模型基本架構乃由 Cam-clay model 延伸而來)為基礎進行擴充，使其能適用於部分飽和土壤的不排水力學行為模擬。為進行模擬，利用 Matlab 軟體為工具撰寫模擬程式，測試單一均勻試體之力學行為。待確認無誤後，再利用相同模型為基準，撰寫 FLAC 軟體之使用者自訂組合律副程式(User Defined model, UDM)，比對兩者結果以確認 UDM 副程式之正確性，驗證無誤後，利用 FLAC 軟體為平台進行部分飽和土壤不排水工程行為的大地工程問題數值分析。

原鄒鄭翰(2007)精簡力學模型中撰寫 FLAC 軟體中之 UDM 程式時，其所模擬之部份飽和土壤行為即已納入「吸力考量」、「部分飽和土壤的所採用有效應力定義」、「吸力造成之硬化效應」等三項考量，本研究擴充探討部分飽和土壤的不排水力學行為，需擴充增加「孔隙氣壓的考量」與修正原精簡力學模型中對於「有效應力的定義」兩項考量。

3.1.2 吸力的考量

本研究將特徵曲線的方程式納入力學模型的運算以計算吸力值，特徵曲線採用 van Genuchten(1980)提出之公式：

$$\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{\left[1 + (\alpha s)^n\right]^m} \dots\dots\dots(3-1)$$

其中：

θ ：體積含水量

θ_r ：殘餘體積含水量

θ_s ：飽和體積含水量

s ：吸力值

α 、 n 、 m ：特徵曲線型狀參數；其中 $m=1$ 適用於大部分土壤

一般情況下可將 θ_r 視為零，因此式(3-1)等號左側之定義即成飽和度 S_r 。式(3-1)則改寫如下：

$$S_r = \frac{1}{\left[1 + (\alpha s)^n\right]^m} \dots\dots\dots(3-2)$$

3.1.1 節中提到本研究分別使用 Matlab 及 FLAC 兩種軟體平台撰寫模型程式，兩者在計算飽和度方面的方式有所不同；FLAC 軟體本身已自行計算

飽和度，而在以 Matlab 軟體平台撰寫之程式中，則須自行計算體積飽和度，再由飽和度推求吸力值，為此目的，可將吸力值改寫成飽和度之函數關係式：

$$s = \frac{(S_r^{-\frac{1}{m}} - 1)^{\frac{1}{n}}}{\alpha} \dots\dots\dots(3-3)$$

本研究中假設在部分飽和土壤的不排水行為過程中，飽和度(S_r)與吸力(s)仍維持一對一之關係，其曲線符合排水特徵曲線，但不考慮阻滯現象及其他影響特徵曲線之因子。

3.1.3 孔隙氣壓與理想氣體

在飽和土壤中孔隙體積完全被水佔據，於不排水條件下體積無法壓縮，體積與有效應力的關係分別如式(3-4)與式(3-5)所示：

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p = 0 \dots\dots\dots(3-4)$$

$$d\sigma' = K' \cdot d\varepsilon_v^e = -K' \cdot d\varepsilon_v^p \dots\dots\dots(3-5)$$

其中：

ε_v ：體積應變

ε_v^e ：彈性體積應變

ε_v^p ：塑性體積應變

σ' ：有效應力

K' ：體積模數

在部分飽和土壤中，孔隙體積包含有孔隙氣體(空氣)與孔隙液體(水)，因此，在不排水的條件下，體積將並非不可壓縮。體積與有效應力間的關係將有所改變。在本研究中，對部分飽和土壤在不排水的條件下做以下假設：

- (1) 土壤之固體顆粒不可壓縮，同時水相對於空氣的體積壓縮改變量也非常小，可以忽略之，因此部分飽和土壤的不排水體積改變量均由氣體部分承擔，如式(3-6)所示。
- (2) 假設受載行為保持等溫條件下，且不考慮快速受載造成之溫度效應改變等物理化學效應。
- (3) 氣體(空氣)視為理想氣體並遵守波以爾定律(Boyle's Law)並且不考慮孔隙氣體可溶解於孔隙水中，以簡化問題之分析。

部分飽和土壤的不排水體積改變行為：

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p \neq 0$$

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p = d\varepsilon_{va} = \frac{dV_a}{V_a} \dots\dots\dots(3-6)$$

其中：

- $d\varepsilon_{va}$ ：氣體體積應變
- V_a ：氣體體積



對部分飽和土壤中的氣體孔隙體積，由於波以爾定律(Boyle's Law)

$$PV = nRT = \text{constant} \dots\dots\dots(3-7)$$

上式：

- P ：相對壓力(欲視為絕對壓力需加上大氣壓力 P_{atm})
- n ：氣體分子莫爾數
- R ：氣體常數($J \cdot mol / K$)
- T ：絕對溫度(K)

藉由 Boyle's Law 來解釋氣相對於非飽和土壤有效應力的影響。

即 $P_{a1}V_{a1} = P_{a2}V_{a2} \rightarrow$ 因此 $P \cdot dV + dP \cdot V = 0$

$$\therefore \frac{dP_a}{dV_a} = -\frac{P_a}{V_a} \dots\dots\dots(3-8)$$

3.1.4 有效應力計算

在部分飽和土壤中，有效應力的計算採 Bishop(1959)所提出之有效應力觀念式(2-13)並採用 Khalili & Khabbaz(1998)提出之式(2-18)估計有效應力參數 χ 。原鄒鄭翰(2007)模型中考量大部份工程問題中之土壤孔隙氣壓相對於大氣壓力為零，因此假設 Bishop 公式之淨應力項與總應力項相等，而吸力項即為孔隙水壓之負值而將有效應力公式簡化為式(3-9)：

$$\sigma' = \sigma - \chi \cdot u_w \dots\dots\dots(3-9)$$

其中：

σ' ：有效應力

σ ：總應力

χ ：有效應力參數

u_w ：孔隙水壓，當飽和度小於 100%時，其值為負的吸力值

現為考慮部分飽和土壤在不排水條件，因此可由理想氣體方程式計算孔隙氣壓值，則可完整將 Bishop(1959)之有效應力公式納入模型中計算：

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \dots\dots\dots(3-10)$$

其中：

$\sigma - u_a$ ：完整淨應力變數項

$u_a - u_w$ ：完整吸力變數項

在有效應力參數 χ 方面採用 Khalili & Khabbaz(1998)所提之公式並假設 χ 值僅與體積飽和度有關， χ 與飽和度在不排水條件下與排水條件下之關係無異：

$$\chi = \begin{cases} 1 & , s \leq s_e \\ \left(\frac{s}{s_e}\right)^{-0.55} & , s > s_e \end{cases} \dots\dots\dots(3.11)$$

其中 s_e 為空氣進氣值

3.1.5 吸力造成的硬化效應

部分飽和土壤中，土壤之硬化效應受有效應力的影響外亦受吸力的影響。因此可假設硬化參數 p_c 與吸力 s 成某一函數關係。本研究之硬化參數 p_c 仍延續原鄒鄭翰(2007)模型中，正常壓密曲線隨吸力值的變化關係推估硬化參數。

式(2-54)、式(2-55)之 N 與 λ 隨 s 變化的關係也必須以數學式描述，引用 Alonso, *et al.*(1990)提出的公式描述 $\lambda(s)$ ， $N(s)$ 則參考 Chiu & Ng(2003)的方法，兩者公式分別如下所示：

$$\lambda(s) = \lambda(0) \cdot \left[(1 - r_\lambda) \cdot e^{-\beta s} + r_\lambda \right] \dots\dots\dots (3-12)$$

$$N(s) = N(0) \cdot \left[(1 - r_N) \cdot e^{-\beta s} + r_N \right] \dots\dots\dots (3-13)$$

其中：

N ：正常壓密線上，圍壓等於 1kPa 時所對應的比體積(1+ e)，

$N(s)$ 代表吸力等於 s 時的 N 值

λ ：正常壓密線的斜率， $\lambda(s)$ 代表吸力等於 s 時的 λ 值

κ ：解壓-再壓曲線的斜率，假設不隨 s 變化

r_λ ：土壤吸力趨近無限大時， $\lambda(s)$ 與 $\lambda(0)$ 的比值

r_N ：土壤吸力趨近無限大時， $N(s)$ 與 $N(0)$ 的比值

β ：影響 N 與 λ 隨 s 變化的速率的參數

而由正常壓密曲線推估硬化參數之關係與概念由圖 3.1 與式(3-14)、式(3-15)、式(3-16)所示：

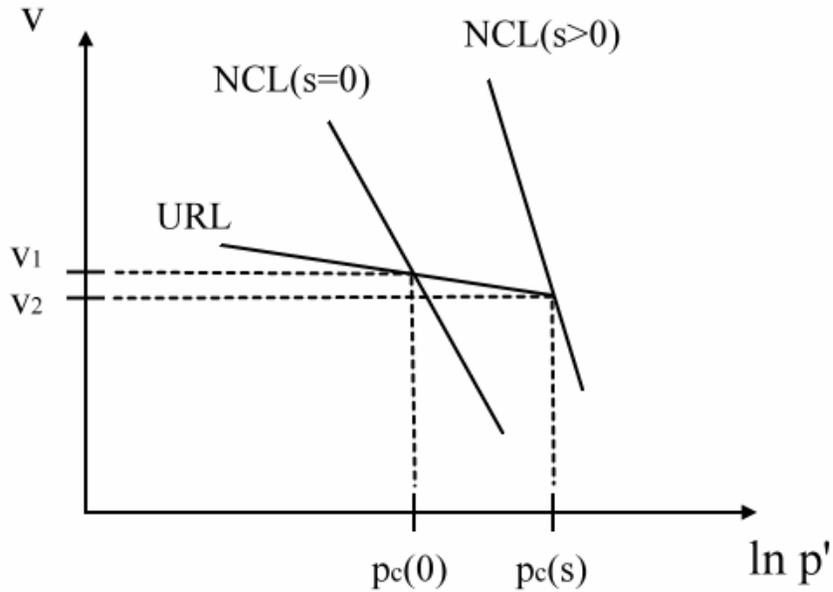


圖 3.1 飽和土壤(s=0)與部分飽和土壤(s >0)之正常壓密曲線(NCL)示意圖

由圖 3.1 所表示的比體積與有效應力的壓密曲線關係，可列出下列方程式：

$$v_1 = N(0) - \lambda(0) \cdot \ln p_c(0) \dots\dots\dots(3-14)$$

$$v_2 = N(s) - \lambda(s) \cdot \ln p_c(s) \dots\dots\dots(3-15)$$

$$\frac{v_1 - v_2}{\ln[p_c(s)/p_c(0)]} = \kappa \dots\dots\dots(3-16)$$

其中：

圖 3.1 中之 URL 為解壓-再壓曲線

N ：於正常壓密線上，有效應力為 1kPa 時的比體積

$N(s)$ ：吸力等於 s 時的 N 值

λ ：正常壓密曲線斜率

$\lambda(s)$ ：吸力等於 s 時的 λ 值

κ ：解壓-再壓曲線斜率，假設不隨 s 變化

由式(3-14)、式(3-15)、式(3-16)即可推求硬化參數 p_c 與吸力 s 的函數關係：

$$p_c(s) = \exp\left(\frac{N(0) - N(s)}{\kappa - \lambda(s)}\right) \cdot p_c(0)^{\frac{\kappa - \lambda(0)}{\kappa - \lambda(s)}} \dots\dots\dots(3-17)$$

式(3-17)中之 N 、 λ 、 κ 等參數，可經由壓密試驗得結果得知。

3.2 計算方法

本研究以鄒鄭翰(2007)所建立之部分飽和土壤精簡力學模型(以 Modified Cam-clay model 為原始架構)為基礎，將其擴充以涵蓋部分飽和土壤之不排水力學模擬模型。首先利用 Matlab 軟體為平台撰寫程式，視土壤為單一均勻元素；控制應力或應變之逐漸變化，模擬不同加載條件下之部分飽和土壤行為，以不同應力加載路徑測試此模型之完備性。隨後將計算程序移植至數值分析軟體 FLAC 中藉由撰寫使用者自訂模式(User defined model, UDM)副程式，之後利用 FLAC 為平台即可處理邊界值問題。待完成 UDM 模式，比對由 FLAC 計算之三軸試驗模擬結果與由 Matlab 程式計算單一元素之模擬，以確保經由 FLAC 所計算之結果無誤。改寫完成之力學模型依然保有其精簡力學模型的特性，當分析時之飽和度接近百分之百時即成為飽和土壤，本模式亦回歸為 Modified Cam-clay model，因此可兼顧部分飽和土壤至飽和土壤的力學行為。本節首先將對以 Matlab 軟體為平台所撰寫之程序計算流程加以說明，隨後將模型移植為 FLAC 軟體中之 UDM 模式，先對力學運算流程與調整作詳細做法解說，並就擴充後模型加以之討論。

3.2.1 計算流程說明

3.2.1.1 Matlab 非數值計算撰寫與流程

首先以 Matlab 軟體為力學模型撰寫計算程式，運算流程如圖 3.2-1 所示：

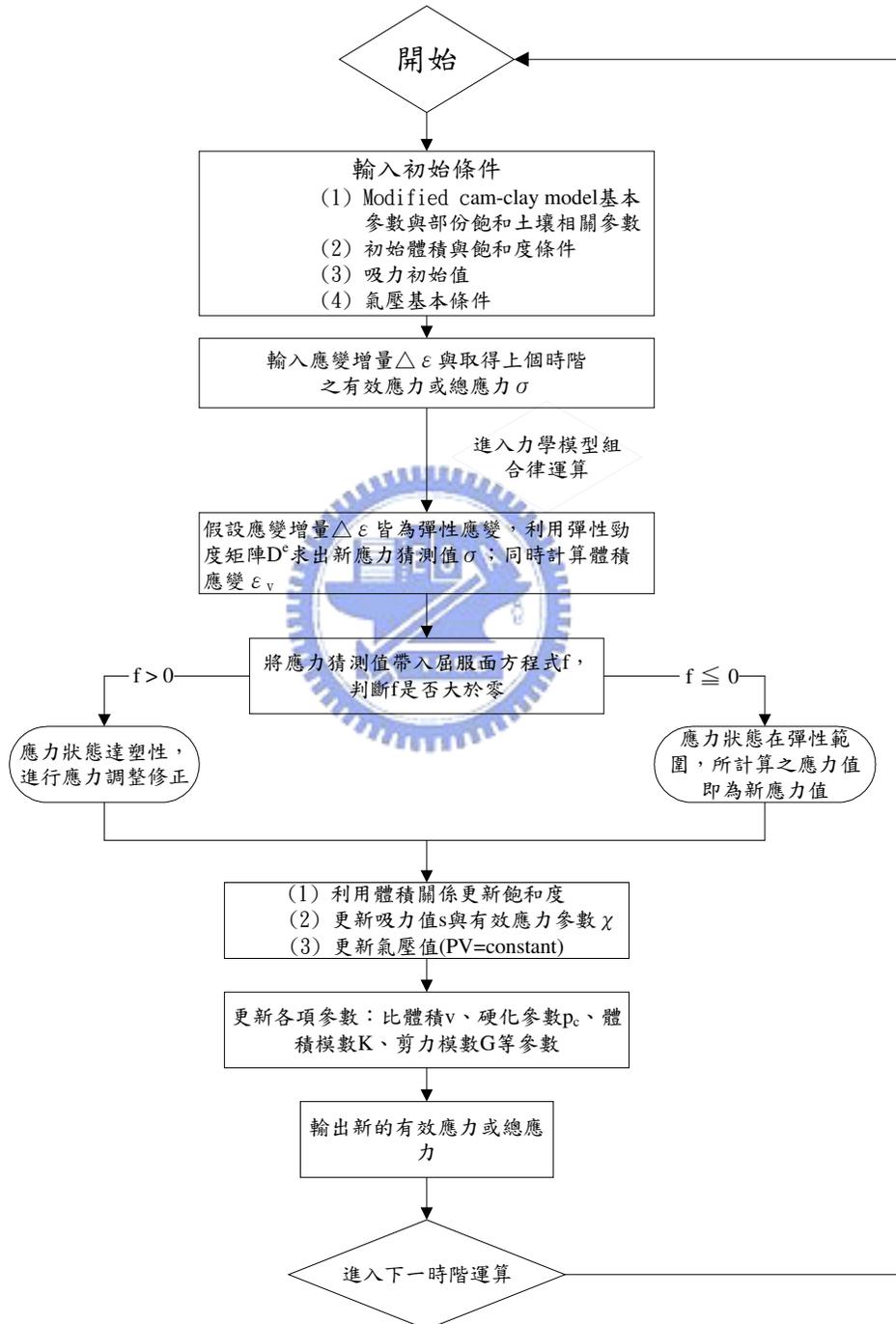


圖 3.2-1 部分飽和力學模型運算流程圖(Matlab 程式)

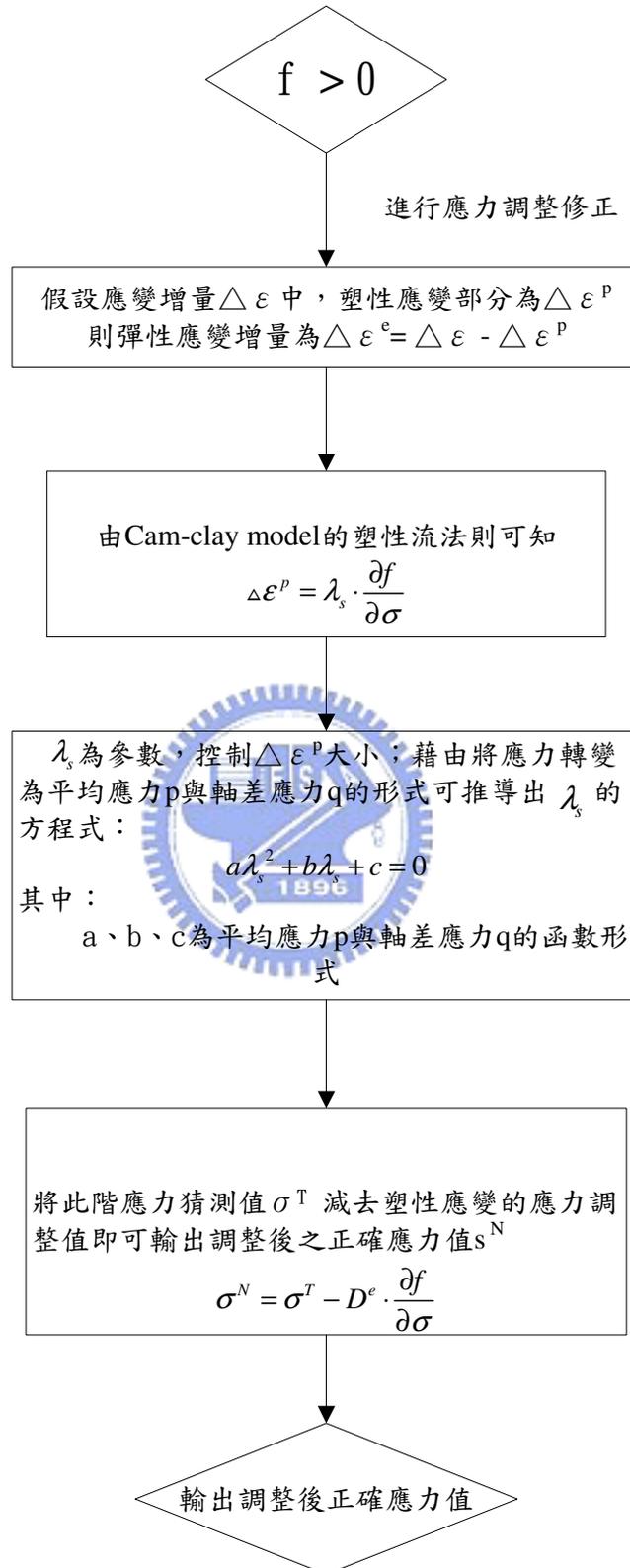


圖 3.2-2 部分飽和力學模型運算應力調整計算流程圖(Matlab 程式)

測試

力學模型撰寫完成後，以不同應力路徑加載方式模擬測試是否在不同路徑下皆能合理模擬。首先以等向加載方式進行測試，分別以應變控制與應力控制來做測試結果如圖 3.3 與圖 3.4 所示：

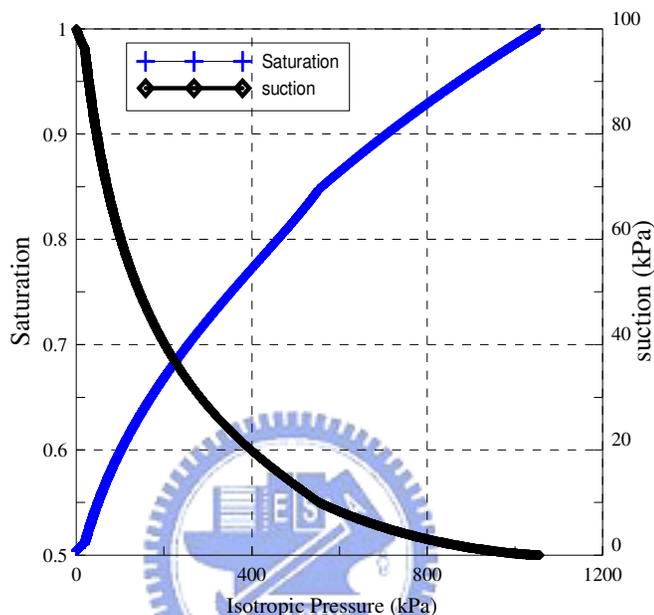


圖 3.3 應變控制下不排水等向加載，飽和度與吸力值對等向圍壓關係圖

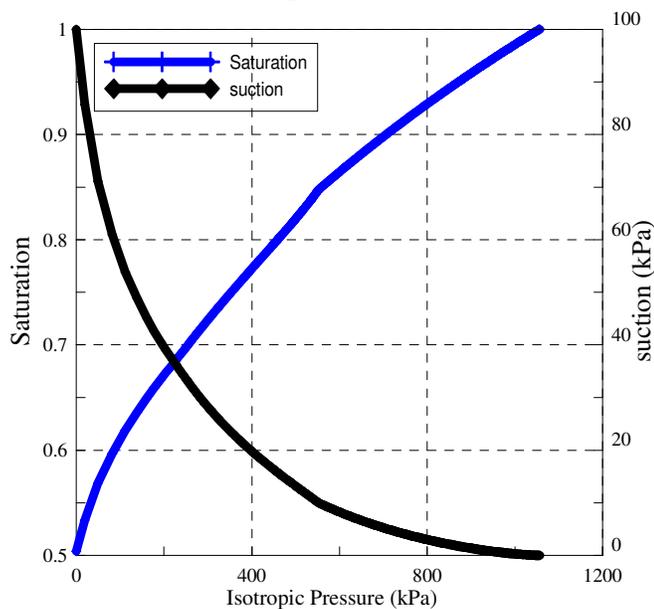


圖 3.4 應力控制下不排水等向加載，飽和度與吸力值對等向圍壓關係圖

模擬測試結果顯示無論在應變控制或應力控制等不同加載條件下，以飽和度(S_r)與吸力值(s)對等向平均應力繪圖，兩者模擬結果一致。而在飽和度 85% 的位置飽和度與吸力的兩條曲線產生稍有轉折處乃因此組模擬之特徵曲線參數之空氣進氣值(s_e)位置而導致的現象。模擬結果證實此模型在單一均勻元素的不同加載路徑下皆能獲得一致之結果

3.2.1.2 FLAC 數值計算程式之撰寫與流程調整

在 FLAC 軟體程式中，力學與滲流運算在土壤飽和與部分飽和(飽和度小於 1)時乃分別以兩種情況計算之。在飽和時，滲流分析運算將計算孔隙水壓的變化，而部分飽和時滲流分析僅將運算體積飽和度的變化。其流程分別如圖 3.5 與圖 3.6 所示：

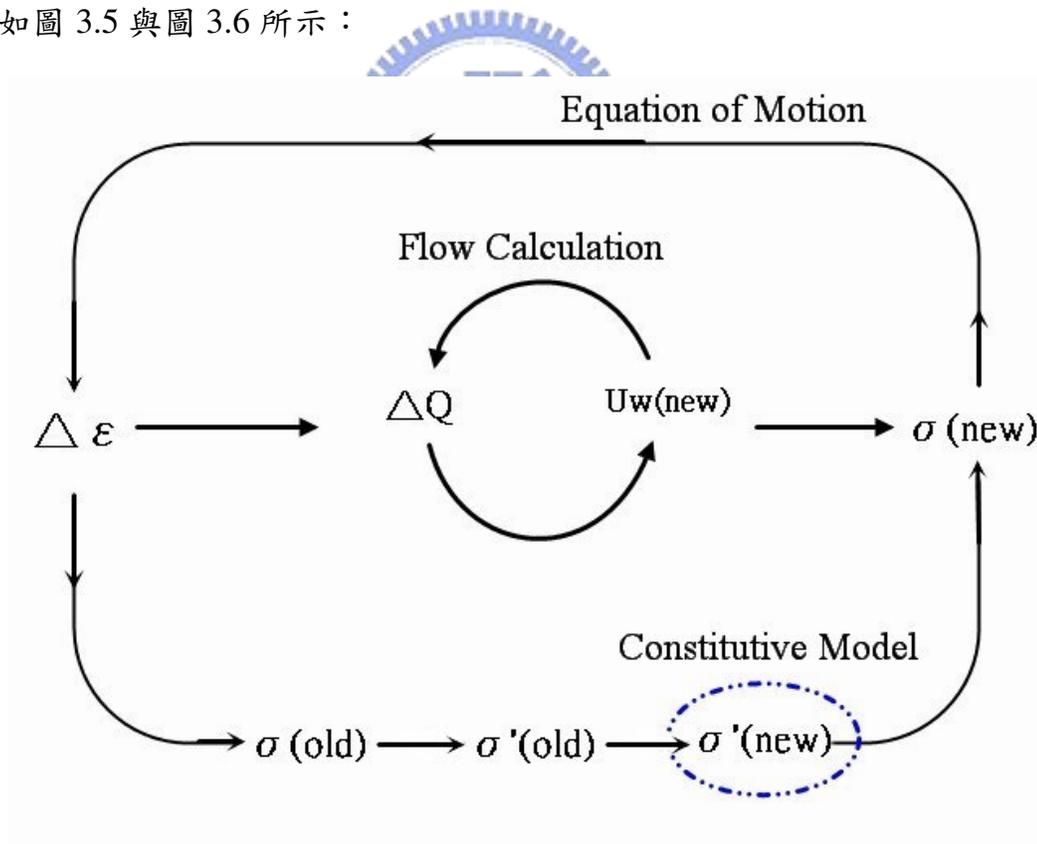


圖 3.5 FLAC 飽和時，數值計算流程

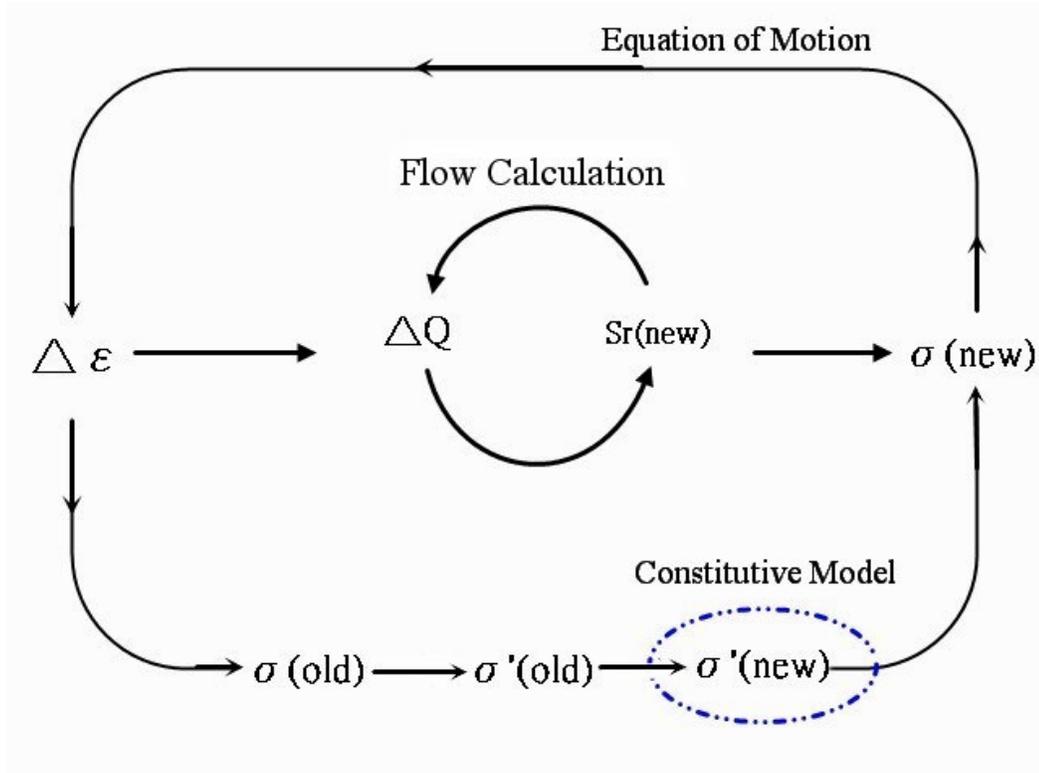


圖 3.6 FLAC 部分飽和下之數值計算流程

圖 3.5 與 3.6 的計算流程中，外圈為力學計算，是以運動方程式(Equation of Motion)作為其運算原理，內圈為滲流計算(Flow Calculation)，計算流程中的各符號所代表意義如下：

$\Delta \varepsilon$ ：上一時階產生之應變增量

$\sigma_{(\text{old})}$ ：上一時階之總應力

$\sigma'_{(\text{old})}$ ：上一時階之有效應力

$\sigma'_{(\text{new})}$ ：力學模型運算後之有效應力

$\sigma_{(\text{new})}$ ：輸出時總應力(有效應力($\sigma'_{(\text{new})}$)加上孔隙水壓($u_w(\text{new})$))

ΔQ ：元素孔隙水進出量差額

$u_w(\text{new})$ ：當時階孔隙水壓

$S_{r(\text{new})}$ ：當時階飽和度

在外圈 FLAC 力學計算流程中包含力學模型的運算，即圖 3.5 與圖 3.6 中藍色虛線包含的部份，此部份即為 FLAC 程式中需修改的 UDM 副程式，本研究之模型擴充即從此處著手修改。

FLAC 軟體在部分飽和情形下須藉由孔隙水進出流量以計算飽和度的變化，孔隙水壓則被預設為零。

鄒鄭翰(2007)將原 Modify Cam-clay Model 加以調整修改，在部分飽和土壤的計算上納入特徵曲線方程式，由特徵曲線求得吸力值並將此吸力值視為虛擬之負孔隙水壓；並將原本 FLAC 模型計算部分飽和土壤時不將孔隙水壓與有效應力相加以得總應力，調整為在計算出有效應力後減去吸力值以輸出總應力。其調整後計算流程如圖 3.7 所示，圖中之 s 與 χ 分別代表吸力與有效應力參數：

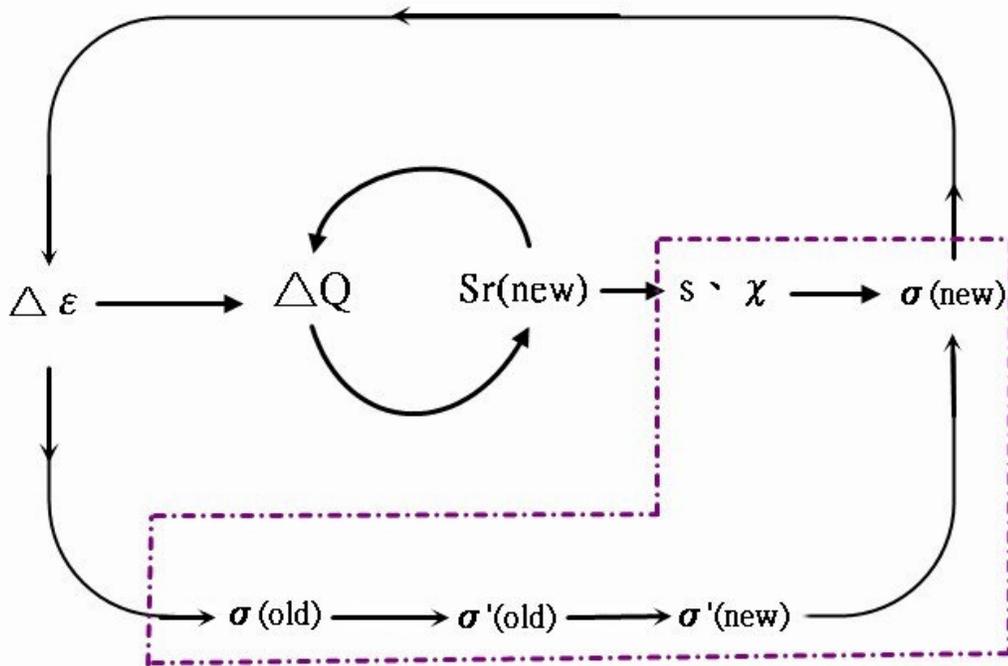


圖 3.7 修改後 FLAC 部分飽和時，數值計算流程(鄒鄭翰, 2007)

圖 3.7 修改後之模型在輸入時的有效應力將轉換為總應力，計算上先以上個時階的總應力 $\sigma_{(old)}$ 加上吸力項 $(s \cdot \chi)_{(old)}$ ，求得 $\sigma'_{(old)}$ 後再進行運算。當飽和時吸力為零，因此輸出之應力值仍為有效應力 $\sigma'_{(new)}$ 。所以修改後之模型在土壤飽和時依然適用。

本研究模擬部份飽和土壤在不排水條件下的力學行為，而鄒鄭翰(2007)之修改模型主要為模擬定吸力三軸試驗等試驗，此類試驗模擬實皆屬部分飽和土壤之排水試驗；因此利用鄒鄭翰(2007)修改後之模型再加以擴充並將理想氣體方程式納入模型組合律的運算，擴充後之計算流程如圖 3.8 所示：

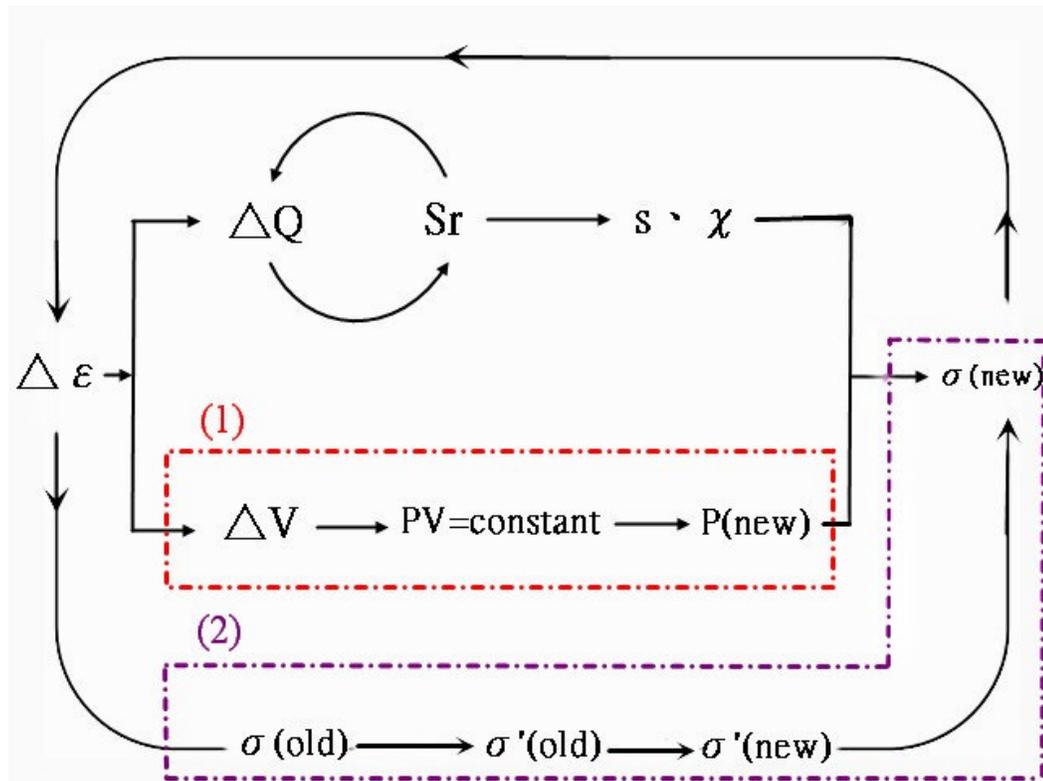


圖 3.8 本研究擴充後 FLAC 部分飽和時計算流程

圖 3.8 的計算流程中標示(1)的部份即為本文模型的擴充部份，(2)的部份為鄒鄭翰(2007)所修改之模型組合律部分。擴充組合律之計算程序中應力再由上個時階之總應力 $\sigma_{(old)}$ 加上吸力項 $(s \cdot \chi)_{(old)}$ 再減去孔隙氣壓項 $((1-\chi) \cdot p_a)_{(old)}$ ，以求得 $\sigma'_{(old)}$ 後再進行運算，模型擴充後將可完整考慮部分飽和土壤有效應力公式的淨應力項 $(\sigma - u_a)$ 變數與吸力項 $(u_a - u_w)$ 變數。利用 FLAC 在不排水條件下計算時，計算體積改變進而求得體積飽和度的變化。可藉由特徵曲線求得吸力值，由於加入孔隙氣壓的考量計算，因此擴充後的不排水力學模型中孔隙水壓將不再是為負的吸力值，可直接由孔隙氣壓值減去吸力值而求得。所以在部分飽和土壤的不排水條件模擬中將可獲得實際孔隙氣、水壓的變化值。

將 3.2.1.1 節中以 Matlab 為平台所撰寫之擴充模型移植為 FLAC 的 UDM 副程式，副程式計算流程分為三大部份：(1)計算應力猜測值；(2)輸出此時階應力值；(3)參數更新。首先計算應力猜測值由應力增量與應變增量 $(\Delta \epsilon)$ 藉由彈性矩陣 (D^e) 決定，隨後將由飽和度推求之吸力值與由體積應變 (ϵ_v) 求得之氣壓值一併納入求得應力猜測值。求得應力猜測值後，代入屈服面函數以判斷是否達到塑性狀態；若屈服函數 $f \leq 0$ ，則應力狀態仍在彈性範圍內，此時階之應力猜測值即為有效應力值。若屈服函數 $f > 0$ ，則達塑性狀態需進行應力調整修正，詳細之調整計算如圖 3.9-2。隨著塑性應變的產生與吸力的改變，硬化參數 $p_c(s)$ 必須一併更新，更新方法參照 3.1.5 節之應化參數推估計算方式。FLAC 副程式計算詳細流程如圖 3.9-1 所示。

下節中將比較由 Matlab 與 FLAC 的分別計算之模擬結果，以確認兩者模擬結果符合。最後便可藉由 FLAC 為平台，模擬部分飽和土壤在不排水條件下的相關大地工程邊界值問題。

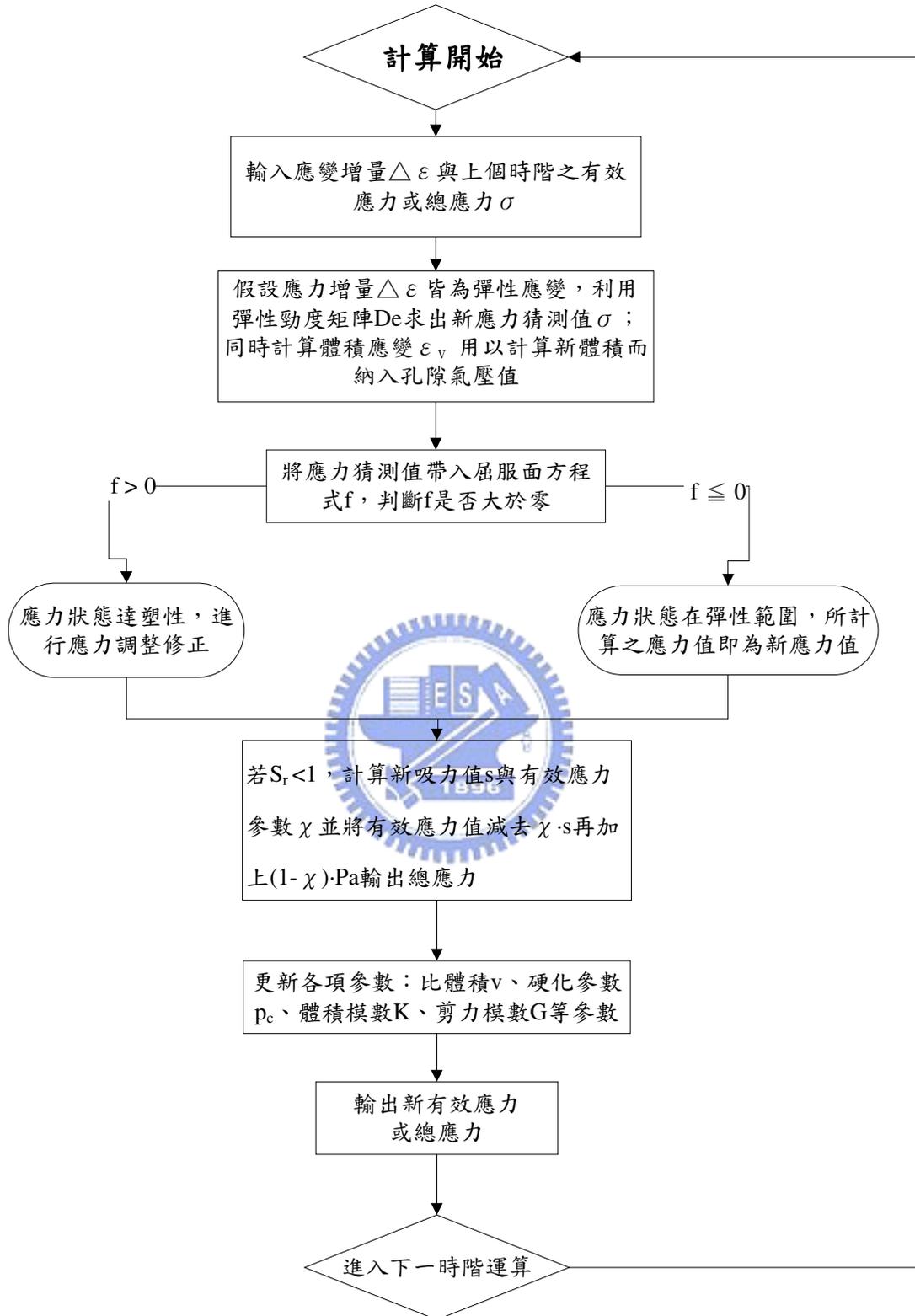


圖 3.9-1 FLAC 部分飽和模型副程式計算流程圖

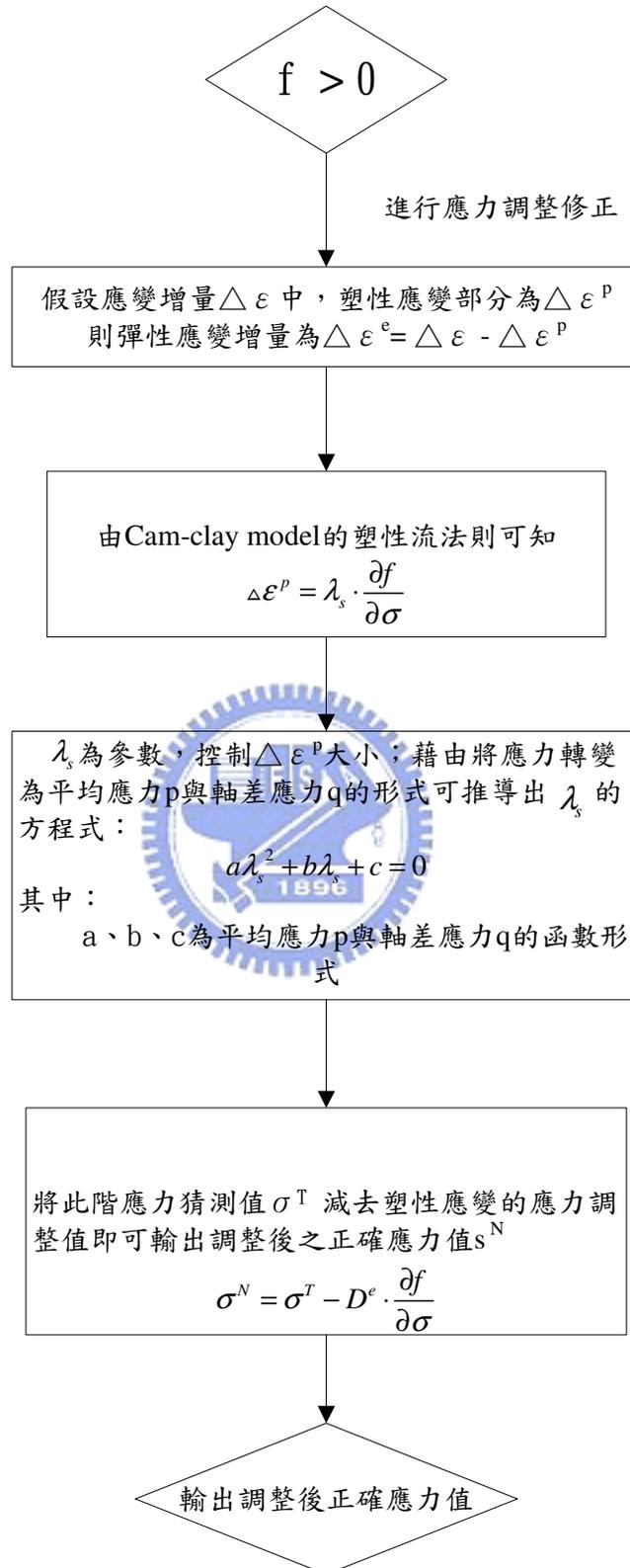


圖 3.9-2 FLAC 部分飽和力學模型副程式應力調整計算流程圖

3.2.1.3 模型驗證

本研究先以 Matlab 軟體為工具撰寫單一元素力學試驗模擬計算之程式，但若想模擬大地工程相關的邊界值問題，則可由應力分析軟體，譬如 FLAC 軟體為平台為之。為此目的，前子節已說明如何將本研究所擴充之模型移植入 FLAC 程式。本節將比較兩軟體平台的模擬結果，若模擬結果皆能一致，則可確認擴充後之部分飽和土壤力學模型能運用 FLAC(藉由 UDM 副程序)進行大地工程的邊界值問題模擬。

模擬結果將分兩部份比較，一為在等向圍壓加載下，觀察孔隙氣、水壓隨圍壓的變化以及飽和度與吸力值隨圍壓的變化情形；二為在軸差應力加載下，軸差應力、孔隙壓力、飽和度與吸力值隨軸應變之變化關係。等向圍壓加載之模擬試驗結果如圖 3.10、圖 3.11、圖 3.12 所示；受剪加載模擬如圖 3.13、圖 3.14、圖 3.15 與圖 3.16 所示。

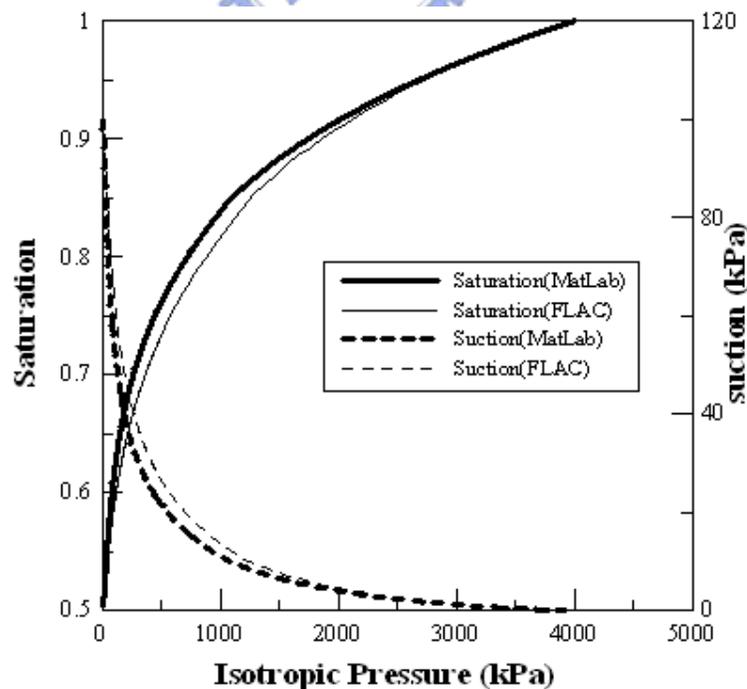


圖 3.10 飽和度與吸力對圍壓關係圖

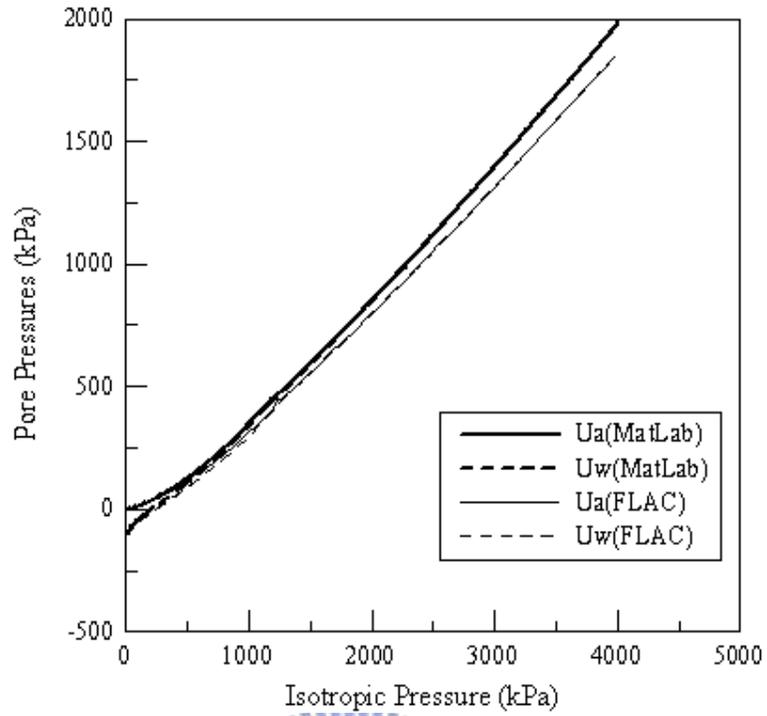


圖 3.11 孔隙壓力對圍壓關係圖

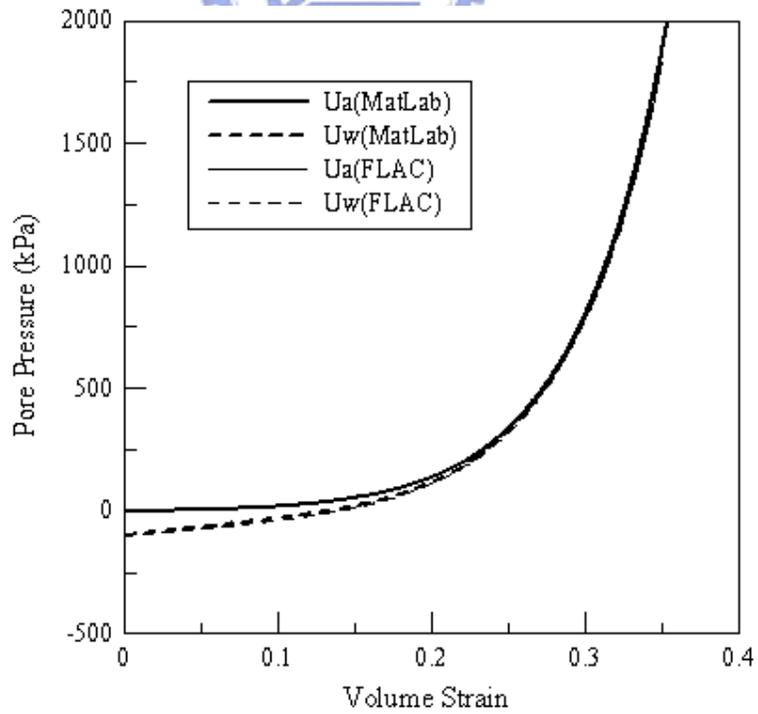


圖 3.12 孔隙壓力對體積應變關係圖

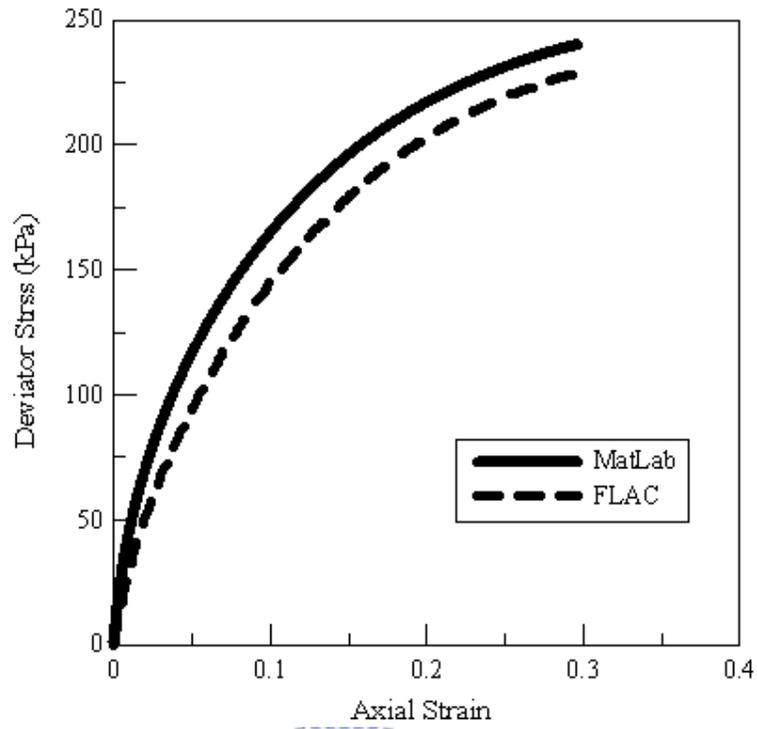


圖 3.13 軸差應力對軸應變關係圖

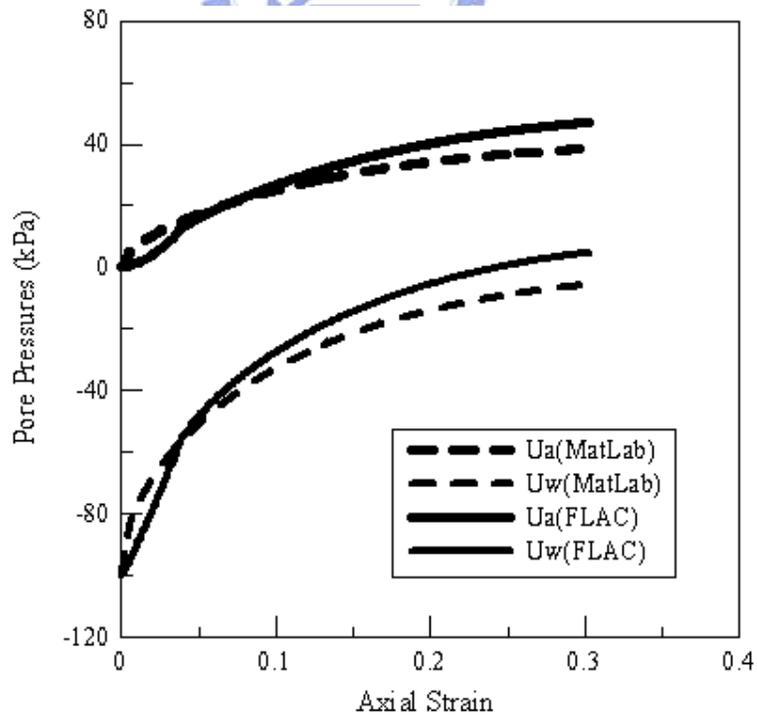


圖 3.14 孔隙壓力對軸應變關係圖

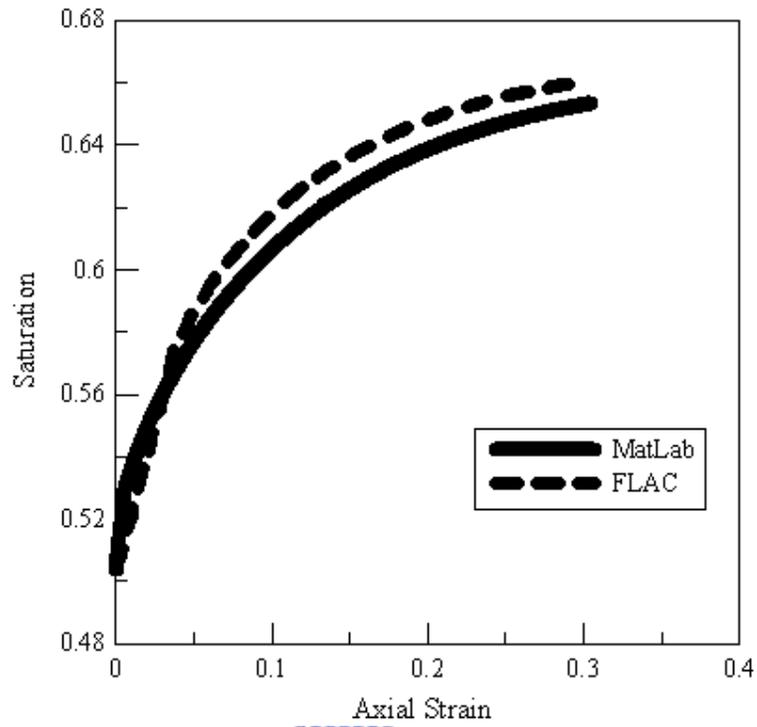


圖 3.15 飽和度對軸應變關係圖

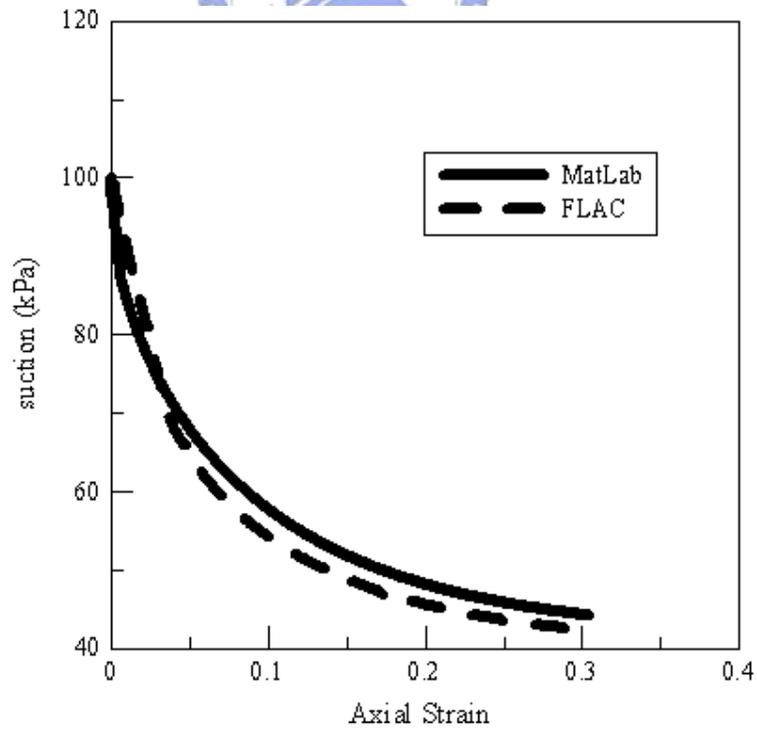


圖 3.16 吸力對軸應變關係圖

在等向加載條件下，孔隙壓力值對圍壓的關係雖有些許誤差但誤差值在 3% 以內。兩軟體模擬結果在受剪加載情況下出現較大的誤差情況其中以軸差應力方面之模擬結果誤差情形最大，但其誤差值也在 5% 以內，誤差產生乃因 FLAC 2D 軟體中的運算中模擬三軸試驗施加圍壓與軸差應力以二維 x、y 方向為主。由兩項模擬結果顯示擴充後模型仍然應可應用在處理工程邊界值之數值計算；本研究也將再應用此模型以模擬前人所完成之部分飽和土壤不排水力學試驗，已進行更進一步之模型評估驗證，將在下一章力學試驗模擬中說明完整的模擬結果並加詳細討論。

3.3 擴充模型應用討論

近二十年來，不少部分飽和土壤的力學模型被陸續提出，各項模型皆有其特色與適用性，鄒鄭翰(2007)為求能盡量簡易以提高實用性且盡量能描述部分飽和土壤之行為特性，因此提出其模型，雖在某些定量性質上的模擬略有誤差但卻能達到其精簡之目的。

本研究以維持模型精簡為前提基礎下，將鄒鄭翰(2007)模型擴充以期描述部份飽和土壤之不排水力學行為，擴充後之模型將理想氣體方程式納入模型組合律之計算，並未新增其他參數，除 Modified Cam-clay Model 原有之參數外仍以原模型中之五參數，用以描述特徵曲線(二參數 α 、 n)與正常壓密曲線的變化(三參數 γ_λ 、 γ_N 、 β)，所以依然保有模型精簡化之特性且兼顧模擬土壤三相應力變化的特性。對處理邊界值問題的 FLAC 軟體而言也無須於 UDM 副程式中大量修改鄒鄭翰(2007)模型的程式碼，因此擴充後模型依然具簡單應用之特色。

第四章 力學行為模擬

本章運用前章所修改之力學模型以模擬部分飽和土壤不排水三軸試驗之結果。模擬重心主要放在部分飽和土壤在不排水條件下的受剪力學行為。所用之模擬軟體，除了於 4.2 節中模擬 Knodel & Coffey (1966) 的三軸試驗，分別以 Matlab 撰寫之力學試驗模擬以及運用 FLAC 2D 軟體配合 UDM 副程式各模擬三軸試驗一次以外，其餘章節之力學模擬皆以 FLAC 2D 軟體配合 UDM 副程式執行所有之計算。而 FLAC 2D 為二維分析，在模擬三軸試驗時有效平均應力與軸差應力皆僅考慮 x、y 方向，在此說明。

本章之力學模擬共分為四小節，其中 4.1 節為採用前人模擬過之參數套用至本研究之力學模型用以模擬比較土壤分別在「飽和排水」、「飽和不排水」、「部分飽和排水」、「部分飽和不排水」條件下的體積變化與剪力強度特性。4.2 節與 4.3 節為模擬前人對部分飽和土壤作不排水三軸試驗的結果，用以比對本研究之力學模型與真實試驗結果之差異。4.4 節為本力學模型的延伸應用。最後在 4.6 節中針對此模型之表現與特性加以討論。

4.1 多重條件下力學模擬

本研究之主要目的為部分飽和土壤的不排水力學行為，以利數值力學分析時考慮涉及部分飽和土壤在不排水狀態下的土工問題分析運用。一般土工問題中多將地層狀態與以簡化，通常視為飽和排水分析亦或視為飽和不排水分析；鄒鄭翰(2007)嘗試將土工問題之分析納入部分飽和的概念，以定吸力試驗為主的部分飽和排水力學試驗作為主要模擬力學問題；本研究將擴展至部分飽和不排水的問題上，將「飽和排水」、「飽和不排水」、「部分飽和排水」、「部分飽和不排水」的力學行為分析做一比較。

4.1.1 部分飽和不排水剪力強度

首先在本節利用前人模擬過之土壤參數，先對土壤之飽和排水、飽和不排水、部分飽和不排水進行模擬；模擬結果以觀察此三種條件下之體積變化與剪力強度的關係；另外觀察飽和不排水與部分飽和不排水的孔隙水壓變化情形。模擬所採用之參數為鄒鄭翰(2007)模擬 Futai 與 Almeida(2005)定吸力三軸試驗之參數，各項參數之數值如表 4.1 所示。模擬結果如圖 4.1~4.5 所示。圖 4.1~圖 4.5 中 D、U、S、p 意義如下：D 所表示之意思為排水(Drained)；U 所表示之意思為不排水(Undrained)；S=1.0 代表出使飽和度為 100%，p400 為例，表示圍壓為 400kPa，其餘圖中符號意義皆為相同意義。

表 4.1 模擬不同條件下三軸試驗所需參數

Cam-clay Model 基本參數	
參數名稱	參數值
v (柏松比)	0.3
κ (解壓-再壓曲線斜率)	0.031
$\lambda(0)$ (正常壓密曲線斜率)	0.147
$N(0)$ ($p'=1\text{kPa}$ 之比體積)	2.574
M (臨界狀態線斜率)	1
$P_c(0)$ (預壓密應力)	25kPa
部分飽和土壤相關參數	
參數名稱	參數值
α	0.005
n	0.7
S_e (空氣進氣值)	10 kPa
β	0.004
γ_λ	1.104
γ_N	1.099

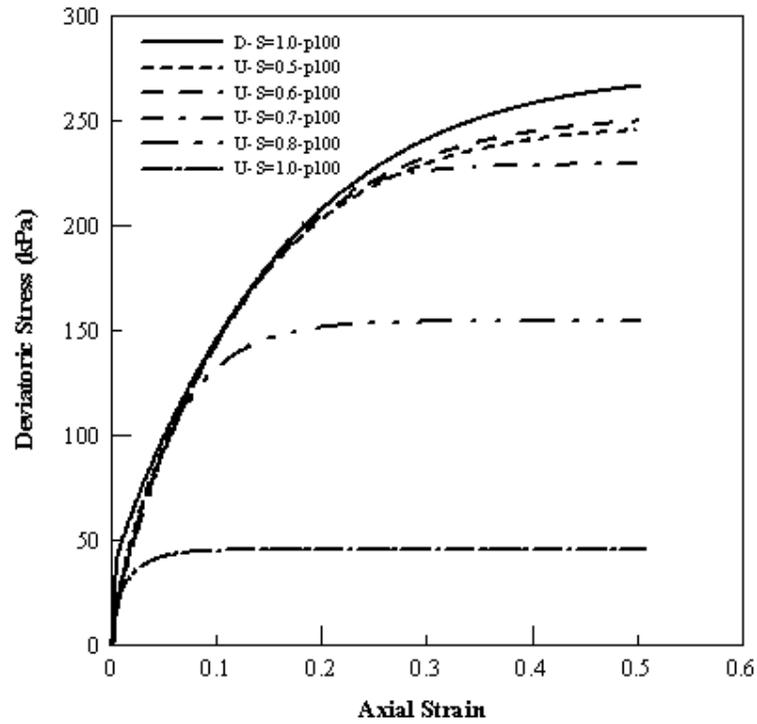


圖 4.1 圍壓 100kPa 下，軸差應力對軸應變模擬結果

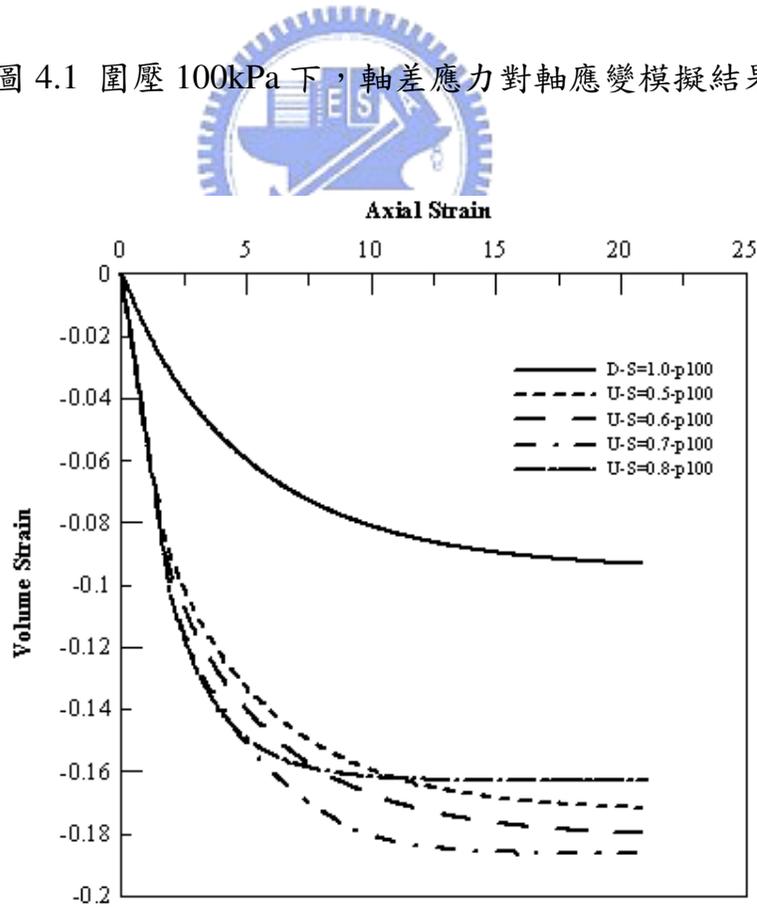


圖 4.2 圍壓 100kPa 下，體積應變對軸應變模擬結果

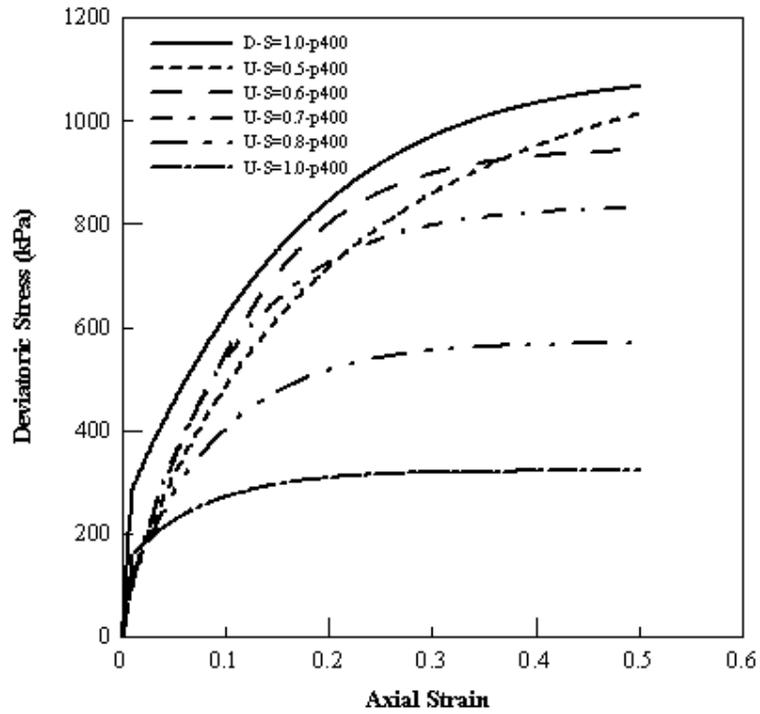


圖 4.3 圍壓 400kPa 下，軸差應力對軸應變模擬結果

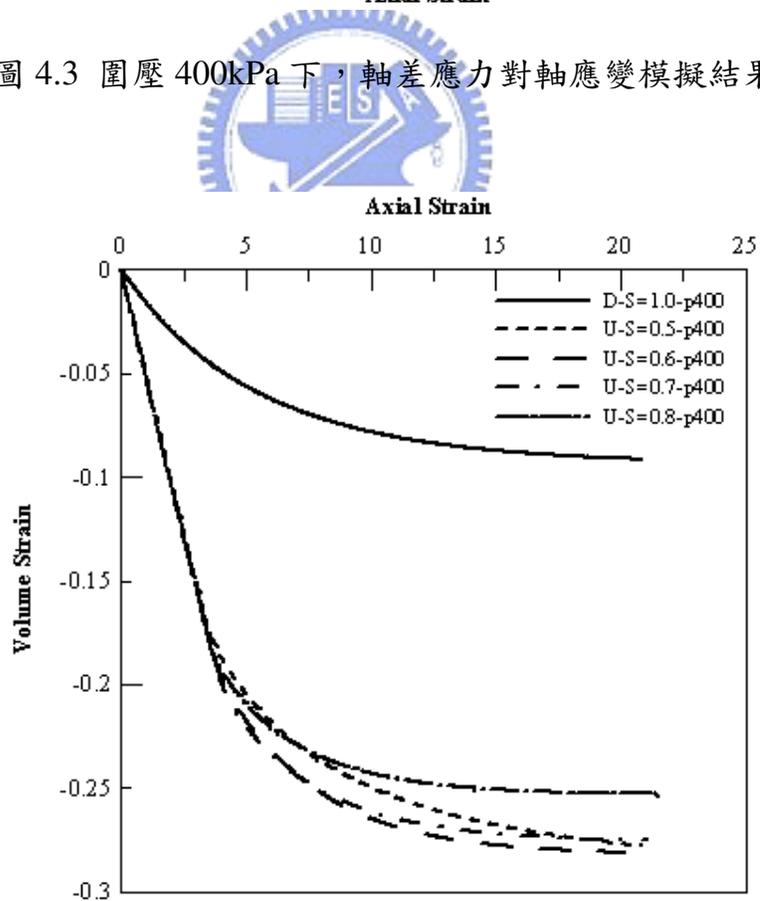


圖 4.4 圍壓 400kPa 下，體積應變對軸應變模擬結果

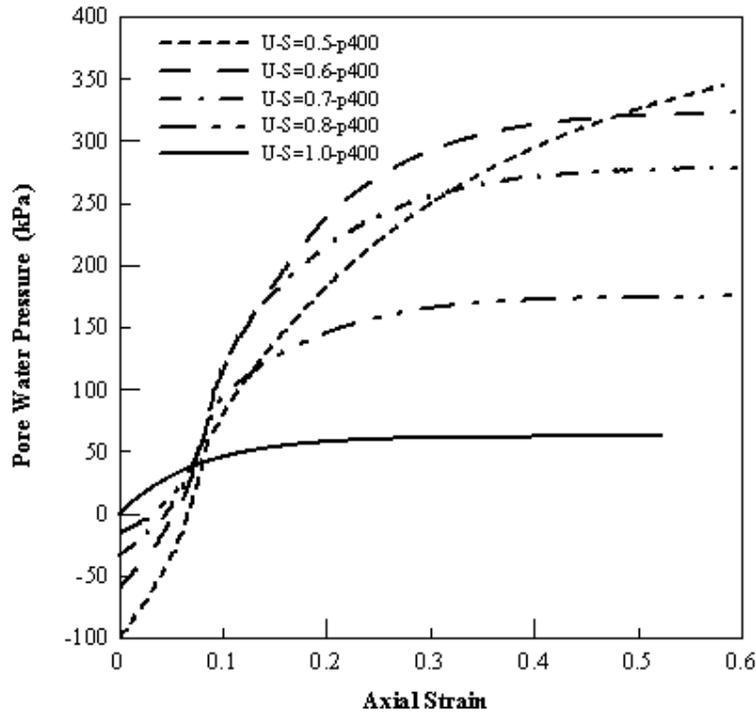


圖 4.5 圍壓 400kPa 下，孔隙水壓變化模擬結果

由圖 4.1~圖 4.5 土壤初始飽和度由較低之 50% 直至 100% 可知，土壤在部分飽和不排水的情形下無論在較低圍壓 100kPa 或是較高圍壓 400 kPa 中，剪力強度皆界於飽和排水與飽和不排水的剪力強度之間，似乎有以兩個剪力強度為上、下限值之趨勢。在體積應變方面隨著初始飽和度的升高，最終破壞時之體積應變皆有下降趨勢，但在部分飽和不排水的狀態下體積應變量皆遠大於飽和排水的條件。在孔隙水壓變化方面，初始飽和度越低，最終達破壞之孔隙水壓則越大，此因部分飽和的不排水狀態中孔隙氣體受壓縮氣壓增量變化較大，因此，孔隙水壓會比飽和不排水有更大的發展趨勢。為了確定部分飽和不排水的剪力強度是否以飽和排水與飽和不排水的剪力強度為上下限值，再增加一組更高圍壓且初始飽和度涵蓋從更低之值的模擬來觀測其剪力強度變化，模擬結果如圖 4.6 所示。

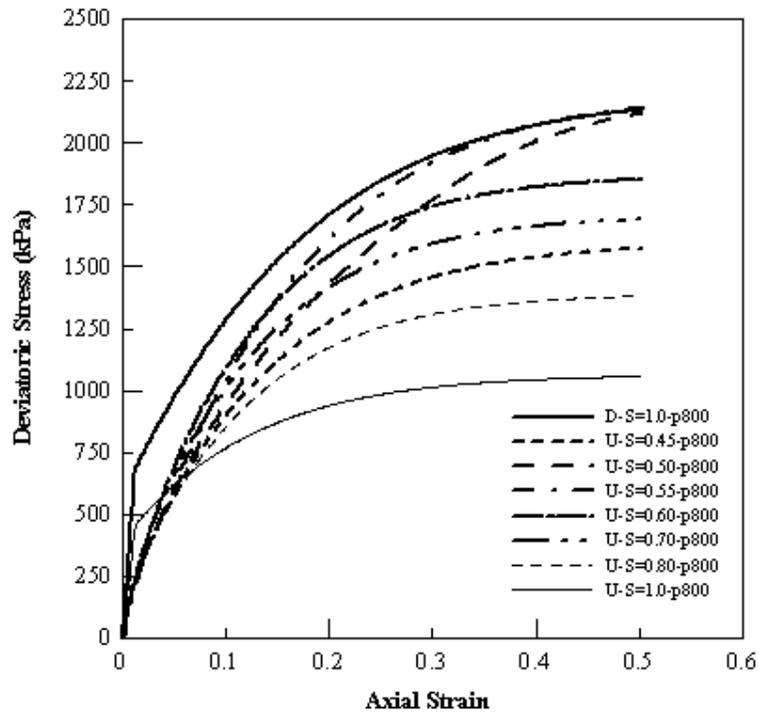


圖 4.6 圍壓 800kPa 下，軸差應力對軸應變模擬結果

由圖 4.6 模擬結果看出，若初始飽和度更低時(45%)剪力強度卻呈現偏低的表現，Graham et al.(1995)對部分飽和土壤進行不同初始飽和度的不排水三軸試驗亦有在初始飽和度較低的試驗中有此強度偏低現象產生，但 Graham et al.並未對此一現象提出解釋。圖 4.6 的結果，剪力強度由初始飽和度 45%~60%呈現上升靠近飽和排水剪力強度趨勢，隨後由飽和度 60%開始又逐漸下降往飽和不排水剪力強度趨近。推估其原因可能為在初始飽和度相對較低之情況下，雖然其初始之吸力值較大，但比較各飽和度之有效吸力值 $\chi \cdot (u_a - u_w)$ 差別不大；反而因為不排水條件下若初始飽和度偏低體積應變量相對更大而使得孔隙氣壓增量更大使有效應力降低，造成部分飽和土壤的有效應力由淨應力項 $(\sigma - u_a)$ 所控制，而導致剪力強度有偏低之現象。爾後若初始飽和度相對逐漸提高，孔隙氣壓控制有效應力的效應漸不明顯，逐漸轉變成由孔隙水壓控制部分飽和土壤的有效應力，使得剪力強度逐步往飽和不排水剪力強度靠近。

4.1.2 多重條件剪力強度

在前節已模擬土壤在部分飽和不排水的條件下之剪力強度，本節將把「飽和排水」、「飽和不排水」、「部分飽和排水」、「部分飽和不排水」等四種條件下之力學模擬結果討論比較。所模擬之部分飽和土壤初始飽和度設定為 50%，圍壓設定為 100kPa 與 400kPa。其中在部分飽和排水的部份引用鄒鄭翰(2007)所模擬之定吸力(suction=100kPa)模擬結果。模擬結果將比較四種條件下之剪力強度，另外比較飽和排水、部分飽和排水、與部分飽和不排水之體積變化情形。模擬結果如圖 4.7~圖 4.10 所示。

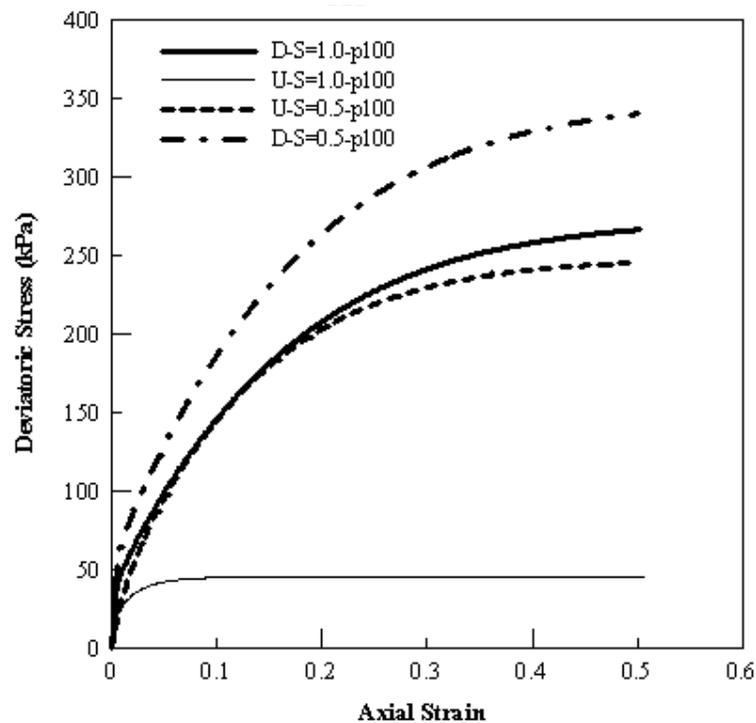


圖 4.7 不同條件下軸差應力對軸應變之模擬結果（圍壓 100kPa）

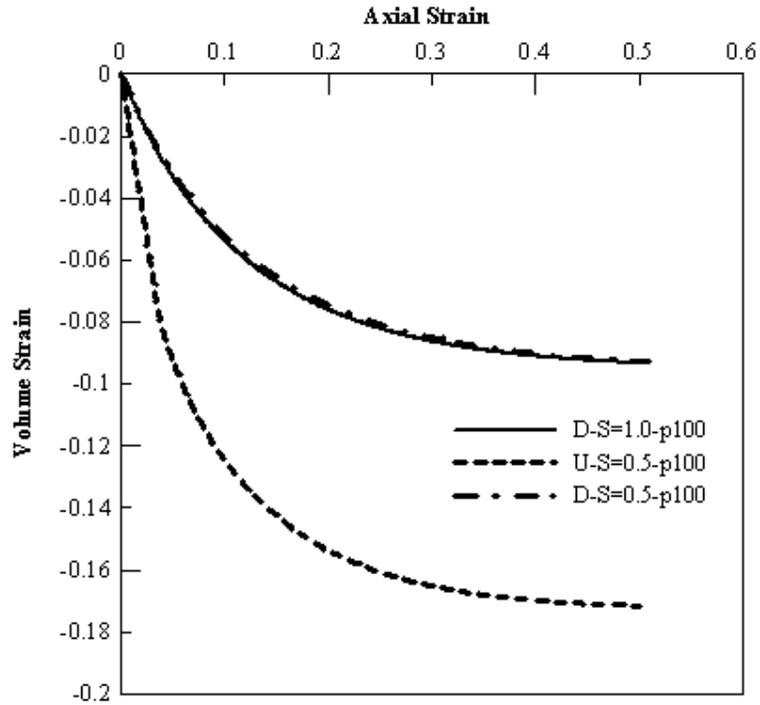


圖 4.8 不同條件下體積應變對軸應變之模擬結果 (圍壓 100kPa)

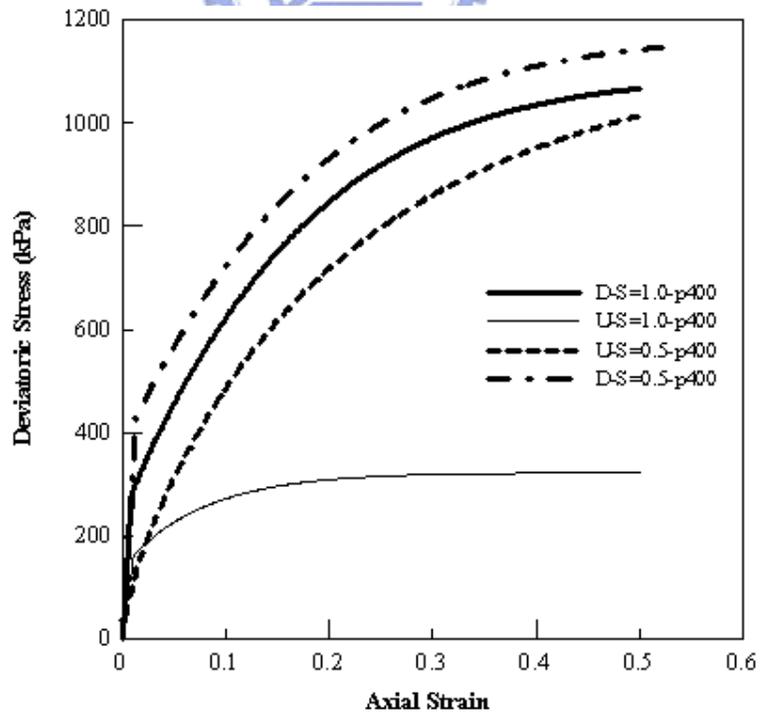


圖 4.9 不同條件下軸差應力對軸應變之模擬結果 (圍壓 400kPa)

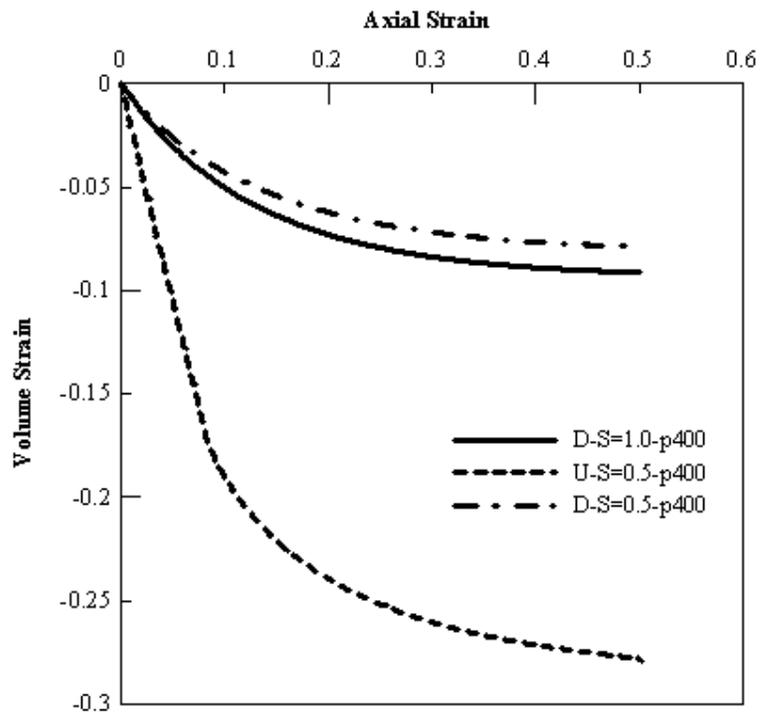


圖 4.10 不同條件下體積應變對軸應變之模擬結果（圍壓 400kPa）

本研究之部分飽和不排水力學試驗由 4.1.1 節之初始飽和度之最低值約在 40% ~ 50%，其主要原因乃考慮飽和度甚低時，土壤間之孔隙氣體接近完全連通，則因空氣滲透係數高，孔隙氣壓增量應可快速消散，此時土壤之力學行為實較為接近「部分飽和排水」之條件；因此假定當飽和度在 40% ~ 50% 時，土壤間之氣體仍未完全相通，依然符合本研究之假設，可視為「部分飽和不排水」之力學行為。

由圖 4.7~圖 4.10，部分飽和排水是以定吸力值 100kPa 進行模擬；部分飽和不排水是以初始吸力值 100kPa(初始飽和度 50%)進行模擬。結果顯示，部分飽和排水之剪力強度在四種條件中呈現偏高之趨勢。在部分飽和不排水方面最大不同在於其模擬之曲線並無明顯之由彈性階段進入塑性階段的

變化，其餘三種條件下的模擬皆可看出有此一明顯趨勢；顯示吸力在部分飽和不排水模擬中在有效應力中所佔的比例逐漸降低，使得土壤逐漸失去吸力，影響土壤無明顯彈、塑性行為之分界；亦代表土壤在部分飽和不排水的條件下以另一種逐漸失去吸力之方式影響土壤的有效應力。

以上所探討之土壤狀態皆設定為正常壓密狀態，為深入了解不同過壓密比之土壤於不同排水與飽和度條件下之力學行為差異，因此再加入圍壓 100kPa 與 400kPa 下，由高度過壓密至輕度過壓密之過壓密比(OCR)分別為 5、3、1.5 之三組模擬三軸壓縮試驗以供比較，所模擬之部分飽和土壤仍設定為 50%。兩組圍壓之模擬結果如圖 4.11-1 與圖 4.11-2 所示。



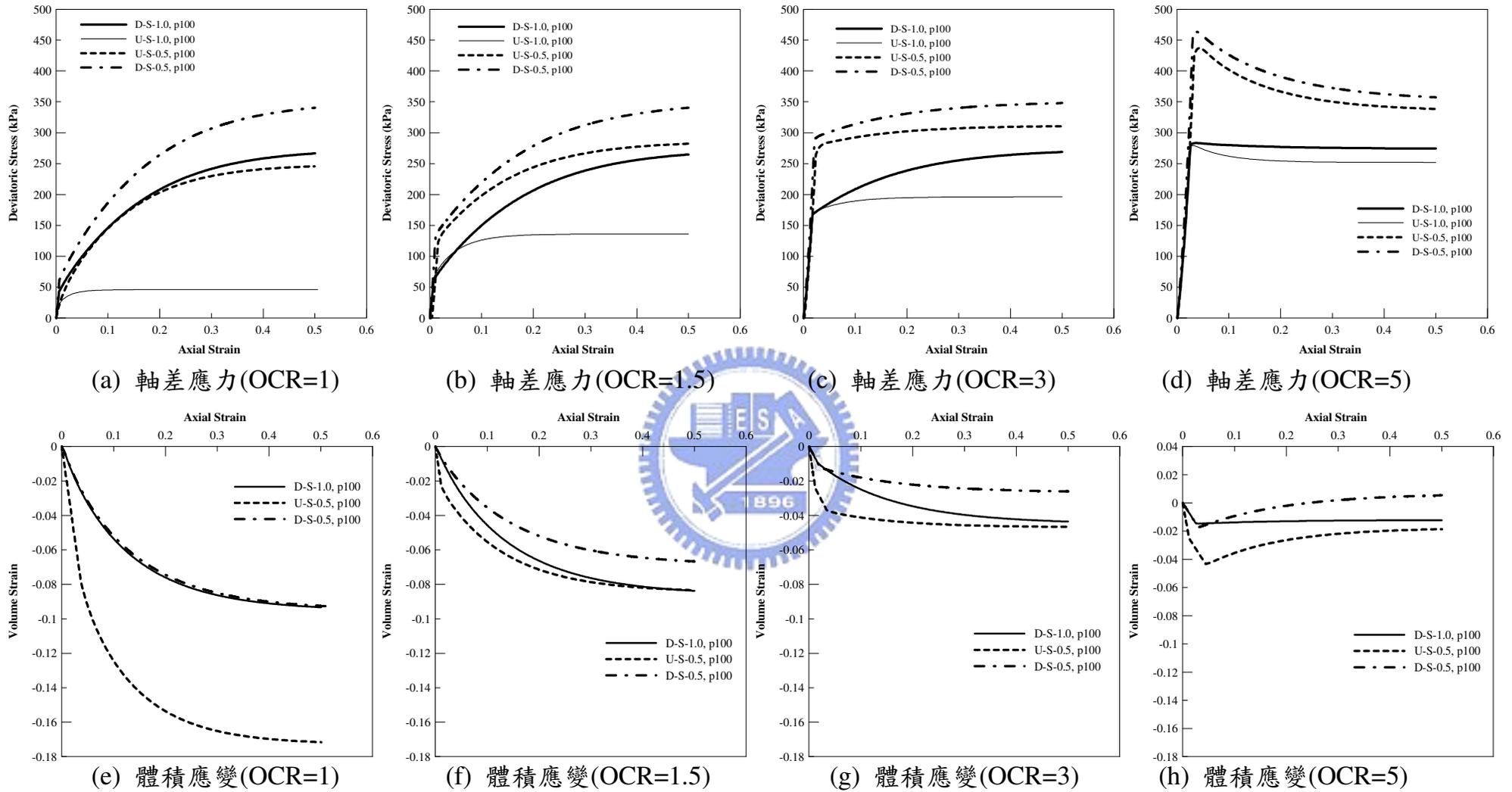


圖 4.11-1 不同組合條件下軸差應力與體積應變對軸應變之模擬結果比較 (圍壓 100kPa)

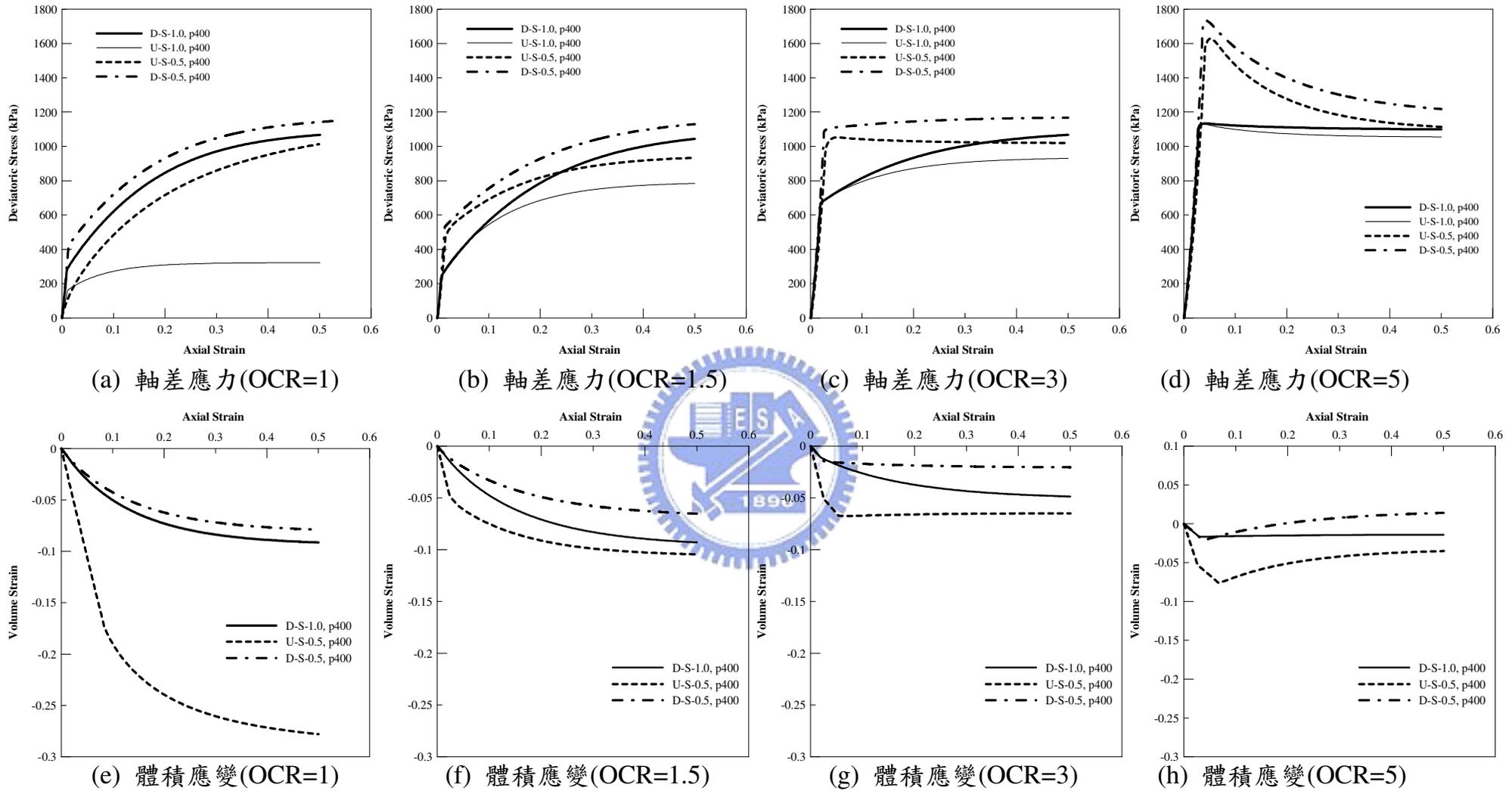


圖 4.11-2 不同組合條件下軸差應力與體積應變對軸應變之模擬結果比較 (圍壓 400kPa)

圖 4.11-1 與圖 4.11-2 之(a)~(h)為圍壓分別為 100kPa 與 400kPa 之不同過壓密比土壤 (OCR 分別為 1, 1.5, 3, 與 5)，於不同排水與飽和度條件之三軸壓縮試驗模擬結果。比較模擬所得結果，可明顯看出過壓密土壤與在正常壓密土壤三軸壓縮之力學行為明顯有所不同。其一、在過壓密條件下，部分飽和不排水之剪力強度皆大於飽和排水之剪力強度，由此可知在 4.1.1 節中所曾提及「部分飽和不排水之剪力強度介於飽和排水與飽和不排水的剪力強度之間，飽和排水與飽和不排水的剪力強度分別為部分飽和不排水剪力強度之上、下限」之特性，僅在正常壓密土壤時方才成立，在土壤為過壓密的條件下並不成立。造成此現象係因為土壤處於中、高度過壓密情形下當土壤受剪時，體積有剪脹效應產生，於部分飽和不排水條件下，當體積回脹使得土壤之體積飽和度下降反而使得吸力值上升，因而增加土壤的有效應力，所以對於中、高度過壓密土壤，部分飽和不排水之剪力強度可能會大於飽和排水時之剪力強度，而且過壓密比越大時其趨勢越趨明顯。其二、在正常壓密的條件下部分飽和不排水之剪力強度模擬曲線無明顯之由彈性段進入塑性段的分界；但對過壓密土壤無論是飽和土壤之排水與不排水、部分飽和土壤之排水與不排水皆有明顯由彈性進入塑性之模擬曲線。此結果亦表示部分飽和不排水之剪力強度在正常壓密與過壓密的條件下，受剪體積改變行為不同因而影響體積飽和度，進而誘發吸力值的改變，影響受剪行為及剪力強度。

4.2 模擬 Knodel & Coffey(1966)試驗

Knodel 與 Coffey(1966)曾對部分飽和土壤進行不排水的三軸試驗；實驗期間在加圍壓與軸差階段皆不允許氣、水的排出，分別觀察孔隙氣壓、水壓在圍壓段與軸差段之變化情形。Knodel 與 Coffey (1966)共做過三組試驗，本研究選擇其中一組試驗結果加以模擬，其實驗原始數據如圖 4.12 所示。由於 Knodel 與 Coffey (1966)的原始試驗中並未有太多原始試驗時之土壤相關參數，本研究轉向其前一系列由 Gibbs 與 Coffey(1963)相似之土壤試驗中試圖取得更多土壤參數。而與部分飽和土壤相關之參數部份則以推估方式用以模擬，所有試驗模擬各項參數如表 4.2 所示。

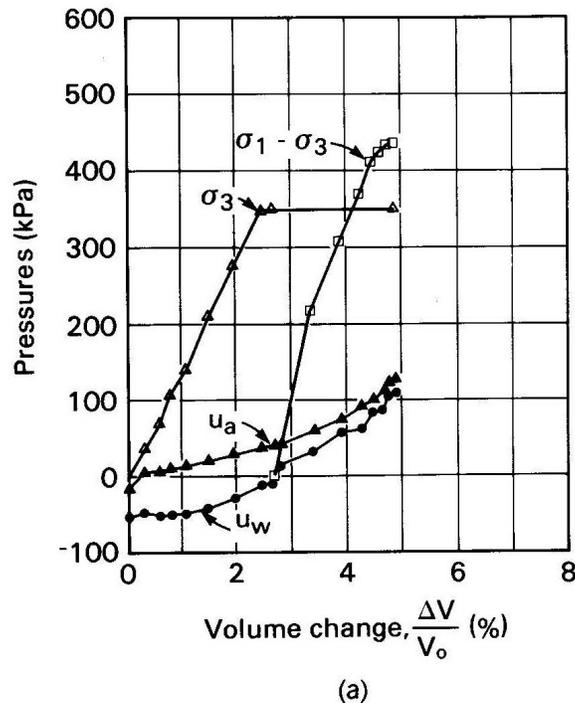
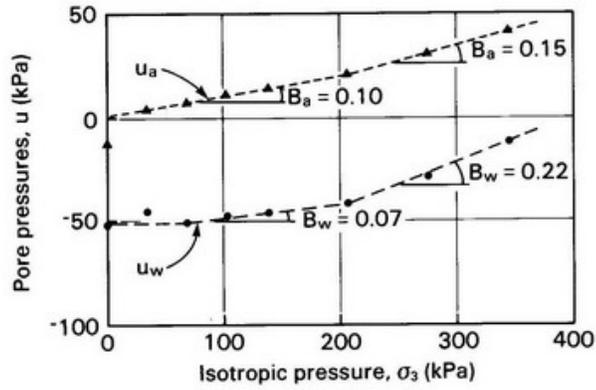
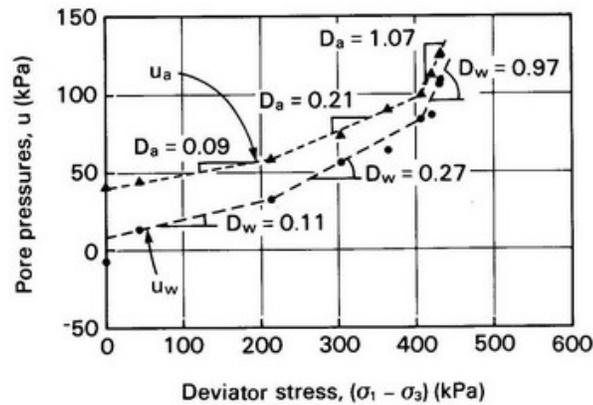


圖 4.12-1 Knodel-Coffey 不排水三軸試驗，應力對應變圖
(Knodel & Coffey, 1966)



(b)



(c)

圖 4.12-2 Knodel-Coffey 不排水三軸試驗，(a)孔隙壓力對圍壓 (b) 孔隙壓力對軸差應力 (Knodel & Coffey, 1966)

Knodel 與 Coffey(1966)的試驗中僅觀察孔隙壓力分別在圍壓段與軸差應力段的變化情形，對於土壤的各項參數並未有特別詳細之交待，因此在模擬上與實驗值有相對之較大誤差；並且在對土壤體積飽和度、吸力值、破壞時之軸差應力與體積應變等各項變化與軸應變間的受剪行為並未加以探討，對此部份本研究稍後會針對模擬結果加以討論；模擬結果如圖 4.16、圖 4.17、圖 4.18、圖 4.19、圖 4.20 所示。

表 4.2 模擬 Knodel-Coffey(1966) 不排水三軸試驗所需參數

Cam-clay Model 基本參數	
參數名稱	參數值
ν	0.3
κ	0.031
$\lambda(0)$	0.1465
$N(0)$	2.573
M	1.1
$P_c(0)$	150 kPa
部分飽和土壤相關參數	
參數名稱	參數值
α	0.002
n	0.8
S_e	10 kPa
β	0.004
γ_k	1.1037
γ_N	1.1098

Knodel 與 Coffey(1966)的試驗為部份飽和土壤的不排水三軸試驗，原始的數據如 4.12-1 與 4.12-2 所示。其中圖 4.12-2 (a)是由初始吸力值 50kPa 開始試驗，其相對應之初始體積飽和度(S_i)為 63%，紀錄其孔隙壓力隨圍壓的變化；圖 4.12-2 (b)為圍壓段加至 350kPa 後，始加軸差應力紀錄其孔隙壓力隨軸差應力之變化。本研究對此試驗分別以 Matlab 所撰寫模擬程式與 FLAC 配合 UDM 副程式之分別進行數值模擬，其模擬數據方面結果非常一致，模擬之數據以曲線表示，其結果如圖 4.13 與 4.14 所示。在兩圖中 Knodel 與 Coffey 的原始數據以資料點方式合併呈現於圖中。

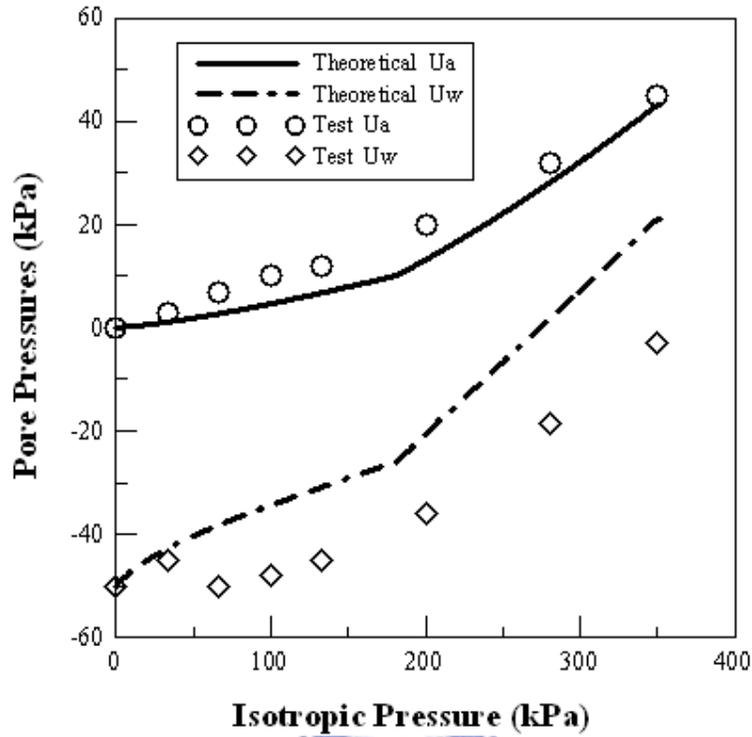


圖 4.13 Knodel-Coffey 三軸不排水試驗，孔隙壓力對圍壓之模擬結果

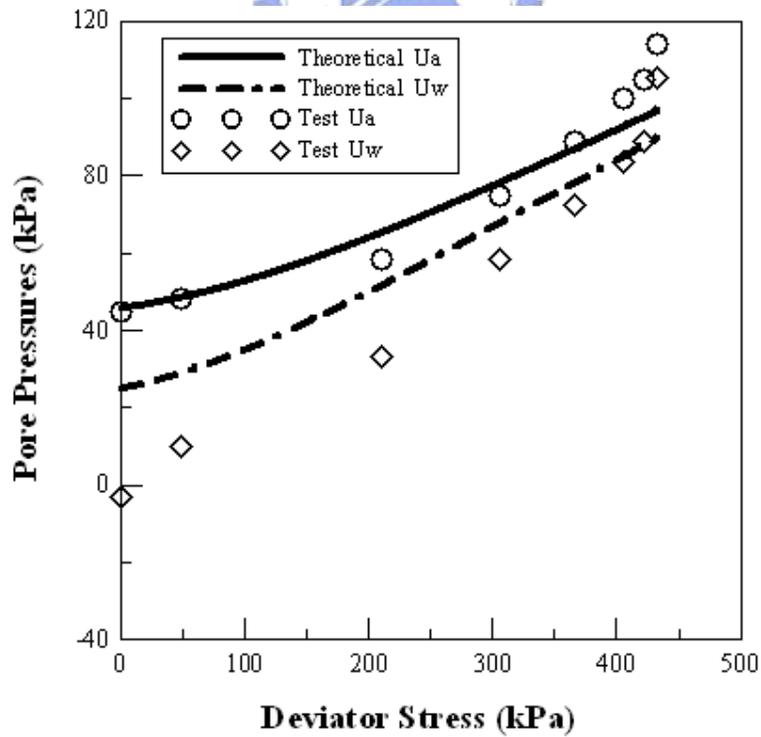


圖 4.14 Knodel-Coffey 三軸不排水試驗，孔隙壓力對軸差應力之模擬結果

在圖 4.14 中，孔隙氣壓對軸差應力在一開始即產生誤差乃肇因於圍壓加載模擬結束後，孔隙水壓的模擬即已與實驗值有誤差；因此，考量此誤差因素與為模擬真實土壤在不飽和情況下，其受載應力路徑並未有加圍壓段，為模擬此一真實受剪情形，本研究接著再對孔隙壓力隨軸差應力之變化重新模擬；重新模擬之初始狀態以圖 4.14 中之孔隙氣壓與水壓的差值為初始吸力值，以其預壓密壓力為初始應力狀態施以軸差應力加載，結果如圖 4.15 所示。孔隙氣壓、水壓隨軸差受剪之模擬結果較原先以三軸試驗圍壓加載完畢後在進行軸差加載之結果更符合實驗值。

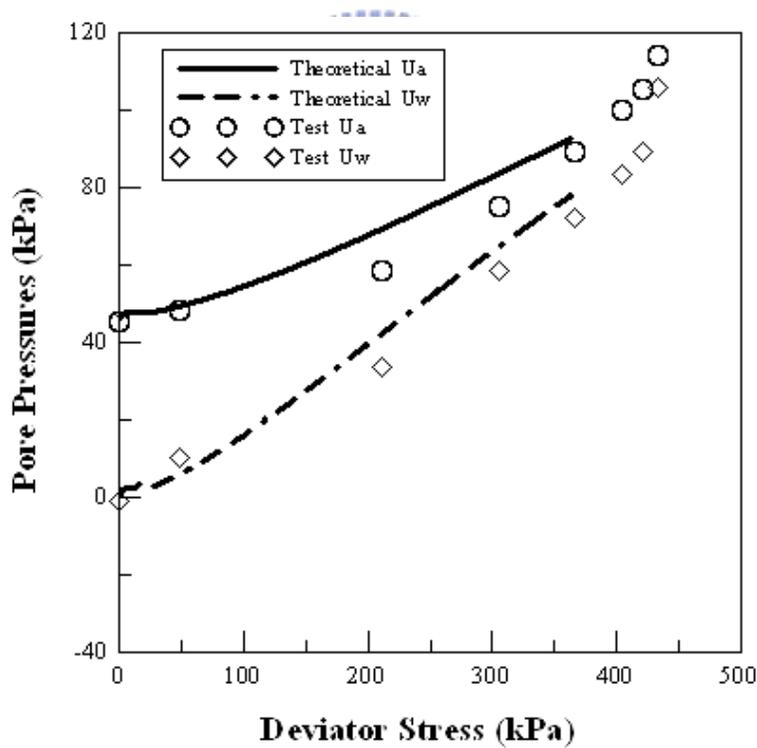


圖 4.15 重新模擬 Knodel-Coffey 三軸試驗中孔隙壓力對軸差應力之變化

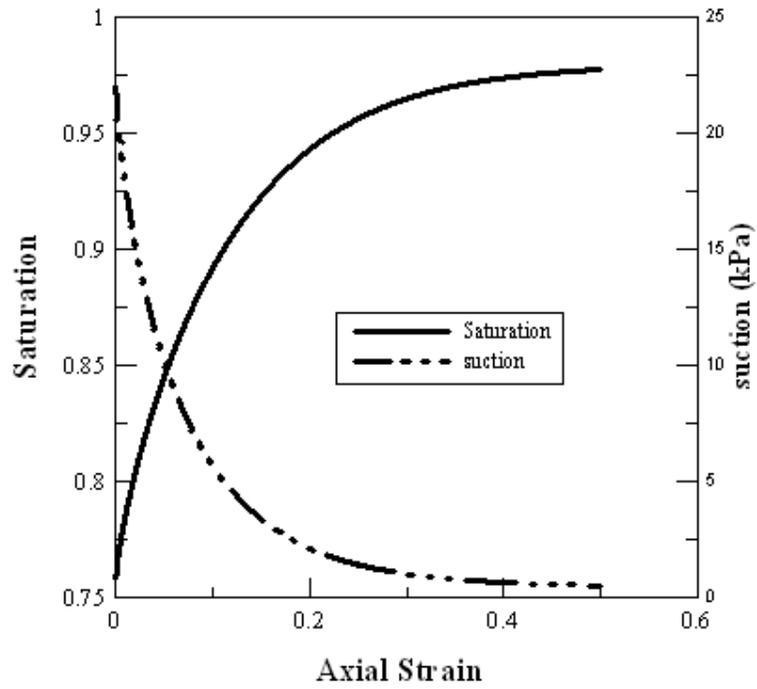


圖 4.16 Knodel-Coffey 三軸不排水試驗，體積飽和度、吸力對軸應變之模

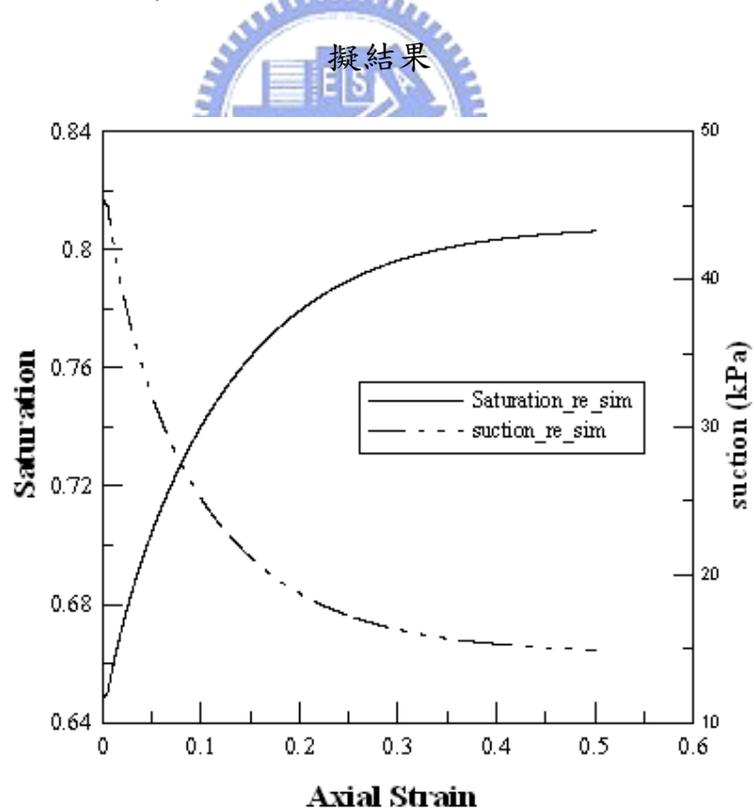


圖 4.17 重新模擬 Knodel-Coffey 不排水試驗軸差段加載，體積飽和度、吸

力對軸應變之模擬結果

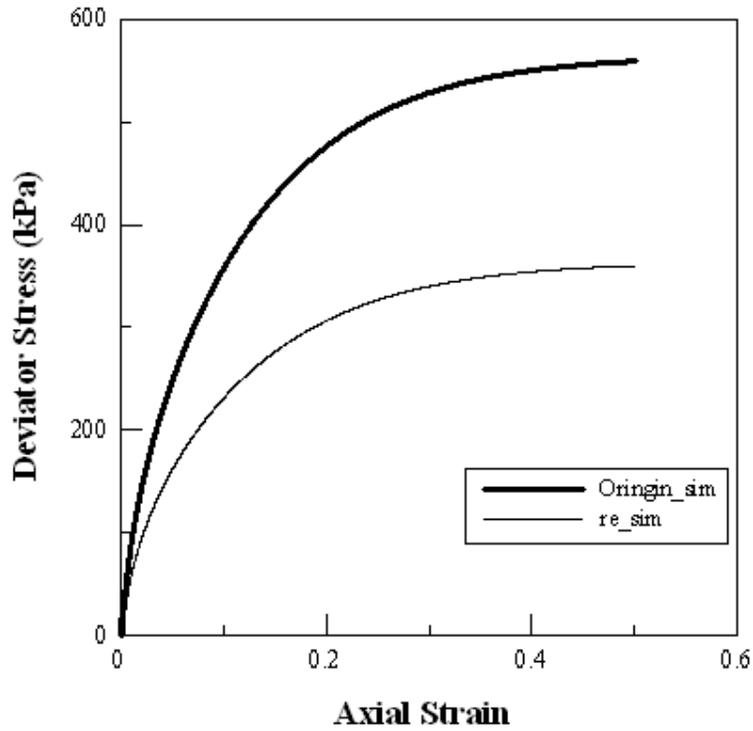


圖 4.18 Knodel-Coffey 三軸不排水試驗，軸差應力對軸應變之模擬結果

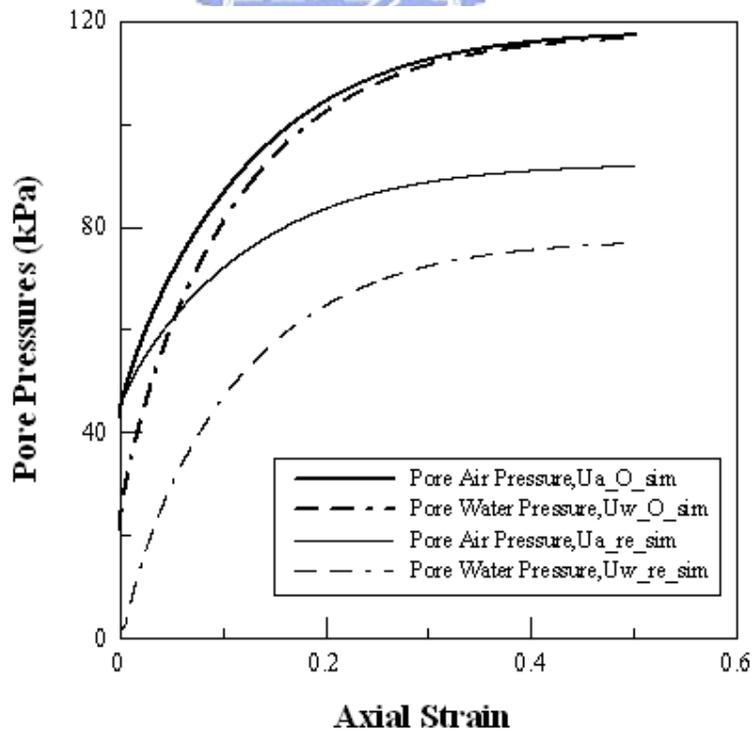


圖 4.19 Knodel-Coffey 三軸不排水試驗，孔隙壓力對軸應變之模擬結果

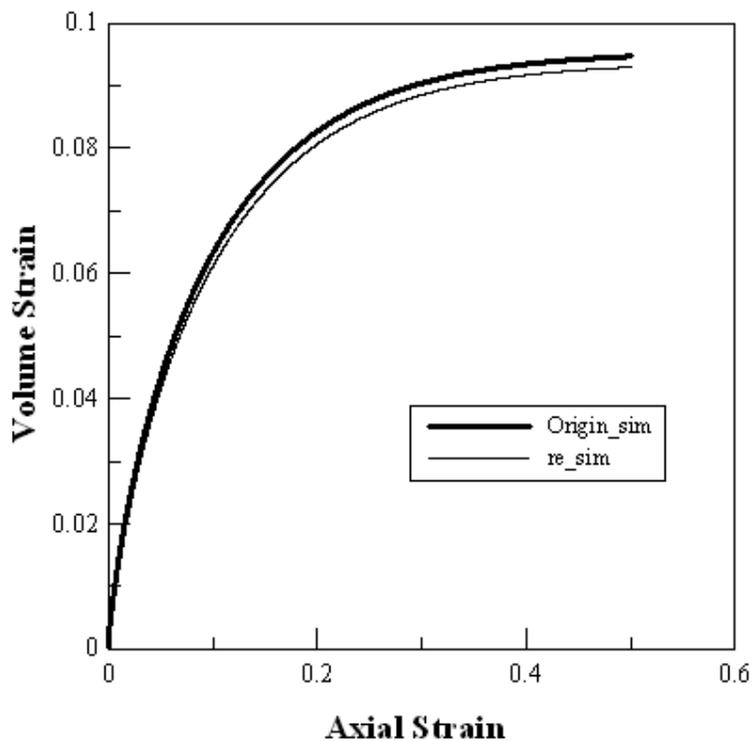


圖 4.20 Knodel-Coffey 三軸不排水試驗，體積應變對軸應變之模擬結果

圖 4.16 至圖 4.20 為軸差應力加載情況下，土壤體積飽和度、吸力值、破壞時之軸差應力與體積應變等與軸應變關係之模擬結果；圖 4.16 與圖 4.17 分別為原三軸模擬與重新應力路徑狀態模擬的體積飽和度與吸力值對軸應變的關係，圖 4.18 中顯示模擬類真實部分飽和土壤的受剪行為，其到達破壞時之極限飽和度會較低，在對應到圖 4.19 與圖 4.20 中極限破壞軸差應力與孔隙氣壓、水壓也均呈現較低之行為，原因在於原三軸兩階段加載(圍壓段、軸差段)中，圍壓加載完成後之應力狀態(即加軸差應力之初始應力狀態)較重新模擬真實受剪之應力狀態要來的高，因此致使各項模擬均呈現較低數據之情形。

大致上就整體模擬而言，在不排水的條件下，孔隙氣、水壓逐漸上升，各項模擬趨勢有趨向類飽和土壤不排水的趨勢。

4.3 模擬 Graham et al.(1995)試驗

Graham et al.(1995)為了進行核廢料儲存槽緩衝材料之研究，使用以砂—皂土的膨脹性土壤試體做了一系列的部份飽和土壤三軸試驗，其中包含了壓密不排水三軸試驗(CIU test)、不排水定體積試驗(Constant Volume Test) 與快速不排水三軸壓縮試驗(UUU test)或稱定質量試驗等試驗；其中以快速不排水三軸壓縮試驗(UUU test)的實驗結果與本研究方向相關，所以本研究選定以其快速不排水三軸壓縮試驗作為模擬對象。Graham et al.(1995)所做之一系列試驗中亦論及溫度對部分飽和土壤之剪力強度影響，本研究方向主要為暫態等溫之探討所以選定之試驗模擬對象皆以 Graham et al. (1995)試驗中常溫 26°C 下所作之試驗結果，除一組 Graham et al.(1998)所做之高圍壓下溫度效應已不明顯之數據。此系列試驗模擬參數取得所需的壓密試驗結果與土壤特徵曲線如圖 4.21 與 4.22 所示。所選定之兩組試驗原始數據如圖 4.23 與圖 4.24 所示。

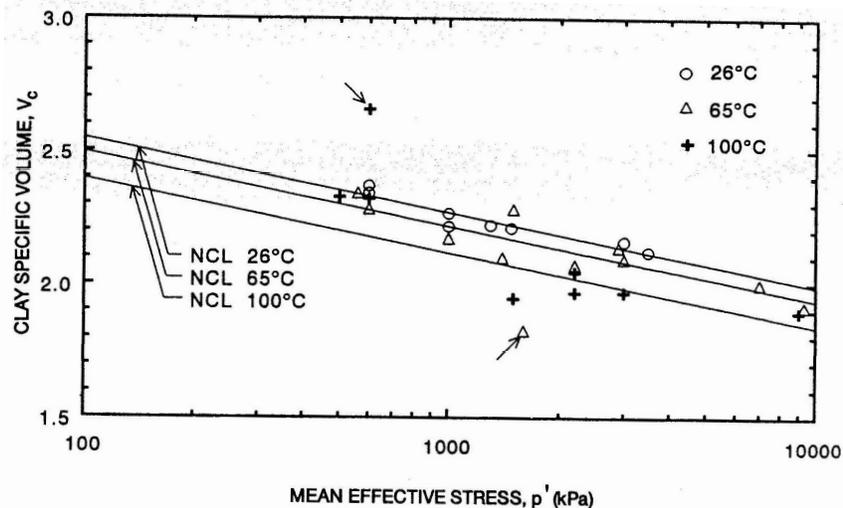


圖 4.21 Graham et al.之壓密試驗結果(Graham et al., 1995)

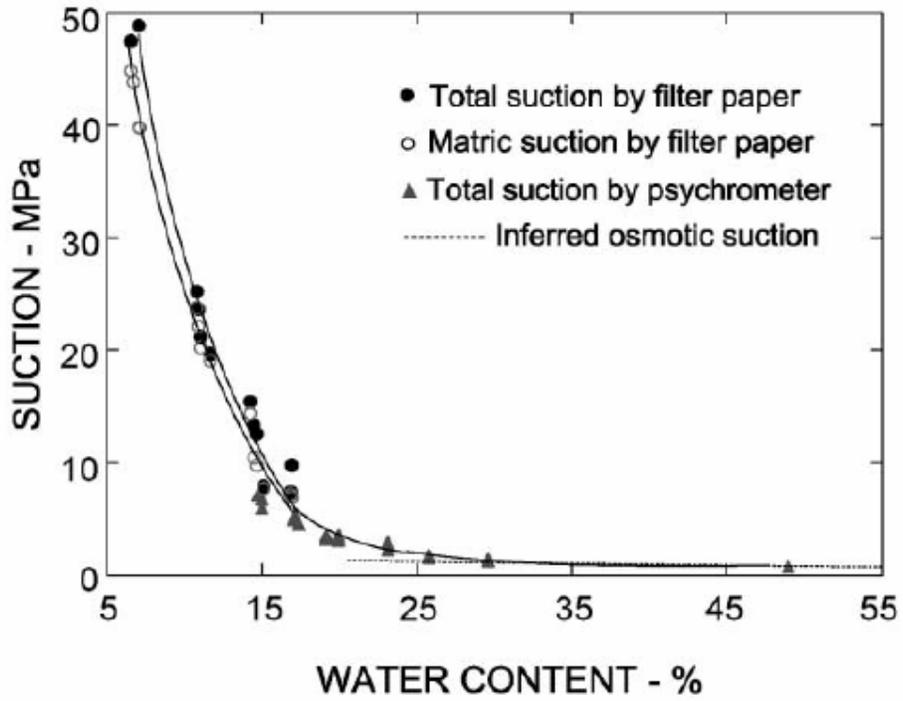


圖 4.22 Graham et al.之特徵曲線(Graham et al., 2002)

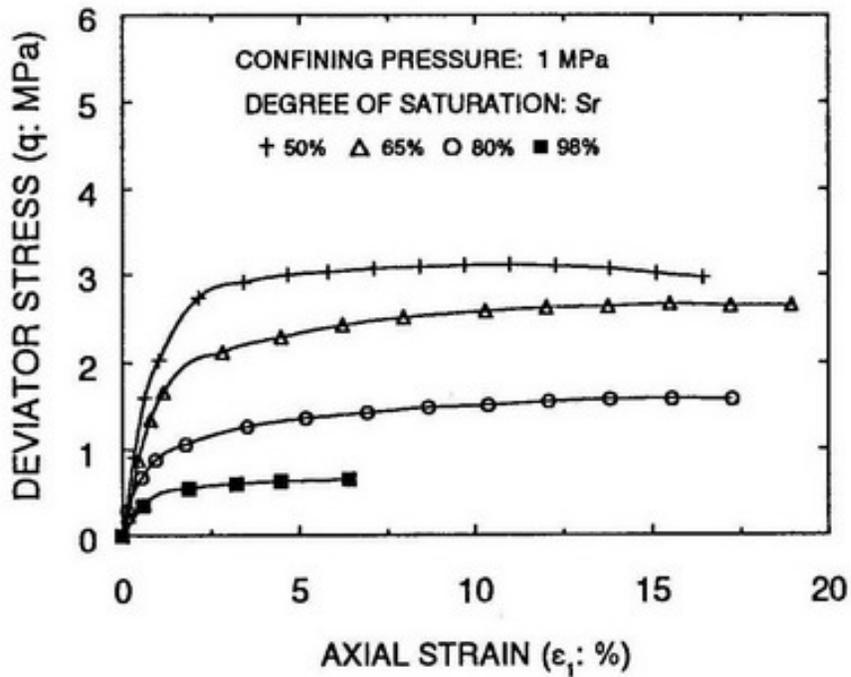


圖 4.23 Graham et al.三軸試驗結果(一) (Graham et al., 1995)

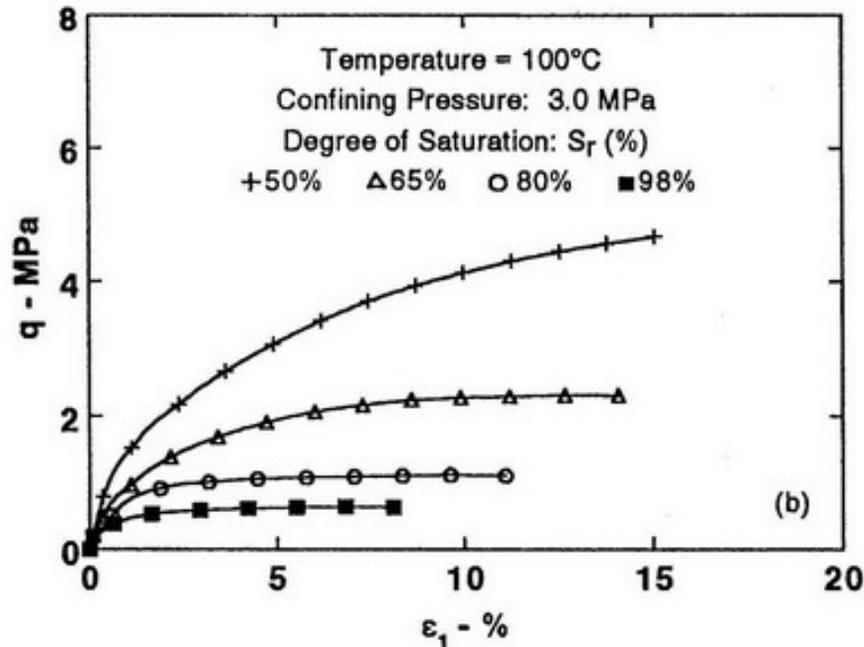


圖 4.24 Graham et al.三軸試驗結果(二) (Graham et al., 1998)

兩組 Graham et al.(1995、1998)快速不排水三軸試驗中主要皆是為了研究核廢料儲存槽緩衝層材料之力學行為與特性，雖有從低圍壓做至高圍壓之試驗範圍，但仍以高圍壓試驗為大宗；所以兩組選定模擬試驗之圍壓之皆相當大，分別達 1MPa 與 3MPa，而其所使用之土壤試體為砂砂—皂土的混合材料為主基本上乃屬正常壓密至輕度過壓密之土壤。Graham et al.(1995)試驗目的其中之一乃為探討部分飽和土壤在定溫下剪力強度受初始飽和度的影響，在初始飽和度較低時，破壞時之軸差應力值較大確實因初始飽和度低時有較大之吸力值有關；而當圍壓更大時，強度也因圍壓增大而增加。本研究對此項試驗之模擬結果如圖 4.25 與圖 4.26 曲線所示，原始數據以資料點方式合併於圖中顯示；而 Graham et al.(1995)儘管並未曾探討受剪過程孔隙水壓之變化，本研究仍將模擬結果提出討論。模擬之相關參數則如表 4.3 所示。

表 4.3 模擬 Graham et al. (1995、1998)不排水三軸試驗所需參數

Cam-clay model 基本參數	
參數名稱	參數數值
ν	0.3
κ	0.024
$\lambda(0)$	0.12
$N(0)$	3.102
M	1
$p_c(0)$	20 kPa
部分飽和土壤相關參數	
參數名稱	參數數值
α	0.005
n	0.7
S_e	85 kPa
β	0.004
r_λ	8.5
r_N	1.108

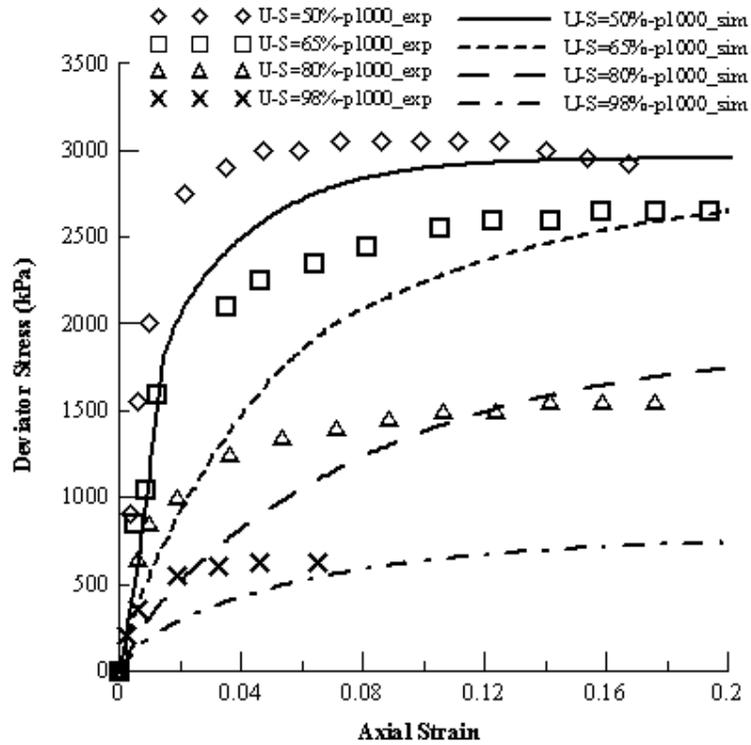


圖 4.25 Graham et al. 三軸不排水試驗(圍壓 1MPa)，軸差應力對軸應變之

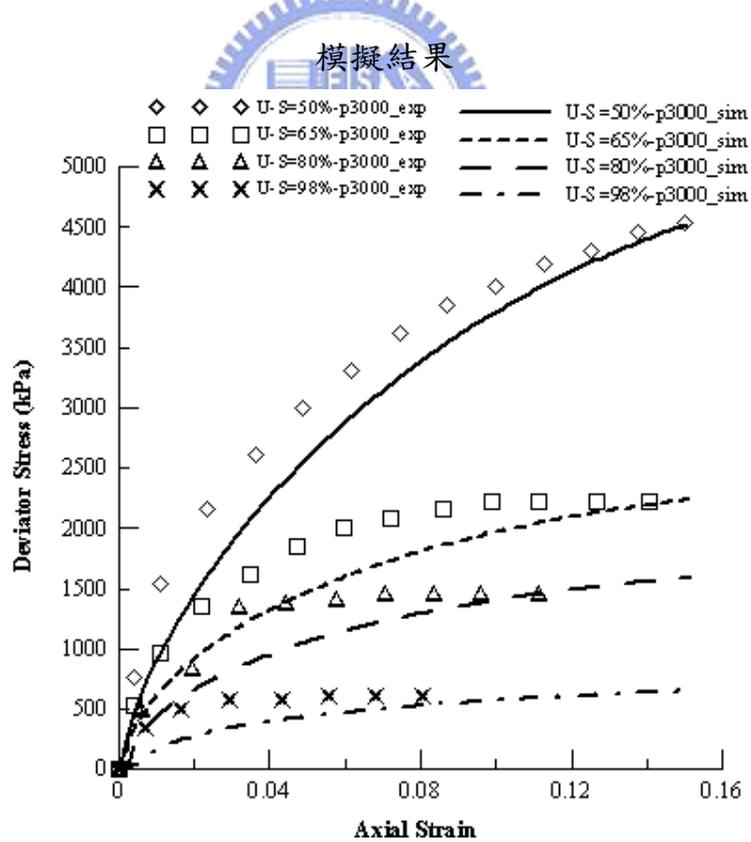


圖 4.26 Graham et al. 三軸不排水試驗 (圍壓 3MPa)，軸差應力對軸應變之

模擬結果

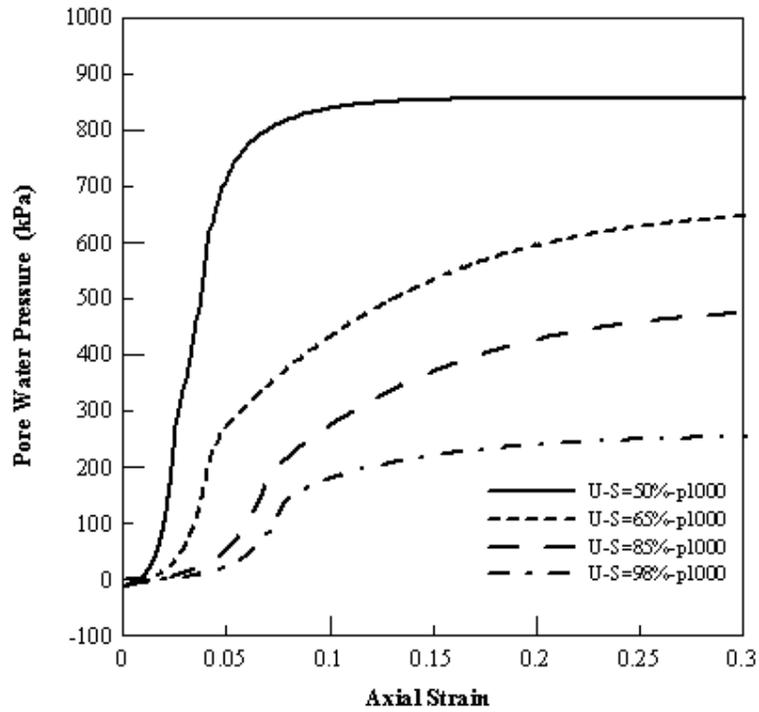


圖 4.27 Graham et al. 三軸不排水試驗(圍壓 1MPa)，孔隙水壓對軸應變之

模擬結果

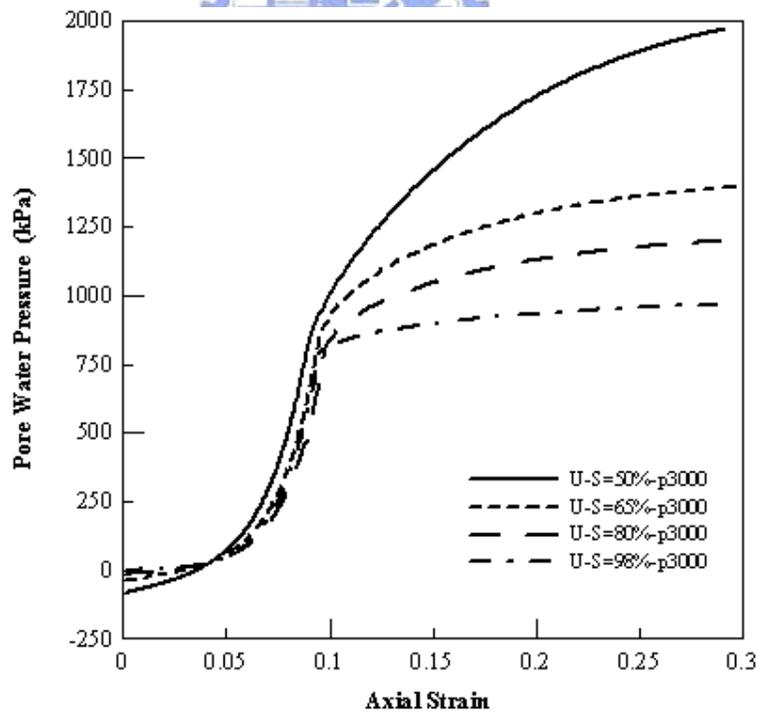


圖 4.28 Graham et al. 三軸不排水試驗(圍壓 3MPa)，孔隙水壓對軸應變之

模擬結果

由圖 4.25 與圖 4.26 得知，所模擬出之軸差應力隨軸應變的變化最終趨勢大致符合 Graham et al.(1995、1998)的原始實驗結果。圍壓越大所得之模擬強度也越高；初始飽和度越低，模擬最終之軸差應力也符合實驗得到越高之軸差應力值。唯一較不同處為不同初始飽和度在實驗值下之初始勁度值(斜率)在兩組不同的圍壓中皆差異不大；但在模擬值方面一開始即有明顯差異現象，此代表本研究之力學模型應可表現出在初始飽和度越低時，其初始之吸力值也較高，吸力也扮演著影響土壤勁度之角色，所以使得初始飽和度較低之試驗中模擬的曲線一開始有較大之斜率爾後則隨初始飽和度的增加而逐漸變小，此點為與試驗結果最大不同之處。另在 Graham et al.(1995)曾提及，在圍壓 1MPa 的試驗中曾做過初始飽和度為 35%之試驗但其強度卻呈現偏低之現象並未大於初始飽和度為 50%的試驗值，其原因在 4.1.1 節曾經探究過，在此也獲得實驗結果之證實確實在初始飽和度過低的情形下會有強度偏低之情形發生。

在孔隙水壓方面，雖未有實驗值可供對照比較，但模擬出之結果大致符合預期，若初始飽和度較低，在不排水的情況下最終氣壓、水壓值達到平衡狀態會越高。而在孔隙水壓的變化圖中，圖 4.27 與圖 4.28，有的曲線有明顯之轉折處乃因模擬過程中由部分飽和狀態進入飽和狀態所產生之現象，歸咎其可能之原因為本研究的力學模型中之模擬式在由部分飽和轉至飽和的運算中能掌握數值上之連續，但對於接近飽和時之變化率上與模型之參數和數學式之單調遞減的假設有關係，因而導致變化率不連續產生曲線的轉折。

4.4 力學模型延伸應用

在本研究的部分飽和土壤理論中，孔隙氣壓、水壓隨著外部加載的增加而上升，孔隙氣體遵守波以耳定律(Boyle's Law)；土壤體積飽和度也隨之上升。理論上在不排水的條件下以等向加載(Isotropic Compression)之方式迫使部分飽和土壤內之孔隙氣體壓縮，最終仍可使部分飽和土壤達到飽和。Bishop & Henkel (1962)曾以等向加載方式試驗用以量測孔隙氣、水壓；Fredlund & Rahardjo(1993)亦曾以理論計算方式預估部分飽和土壤達飽和時所需施加之等向應力、孔隙氣壓、孔隙水壓值與孔隙氣壓參數、孔隙水壓參數。本研究之理論模型亦可預測部分飽和土壤在不排水的狀態下，達飽和狀態時所需之等向加載應力與孔隙氣壓、水壓增量。

不管是對部分飽和土壤試驗前需先使試體飽和，或是傳統上做飽和土壤試體的試驗前之飽和過程，皆使用反水壓的方式使試體達至飽和。傳統反水壓的方式為同步升高試體內之水壓與試體外部之圍壓而為維持一固定之有效應力值；同步加壓過程中試體內部孔隙水體積增加，孔隙氣壓上升氣體體積壓縮並部份溶解進入孔隙水中，逐步使試體達至飽和。此種同步加載方式實質上亦為“軸轉換”技術；而軸轉換技術在部分飽和土壤試驗中是最常被使用之試驗技術之一，所以反水壓被利用於使土壤試體飽和的概念相當於部分飽和試體試驗中的軸轉換技術(Fredlund & Rahardjo,1993)。本節將針對分別為定含水量的體積壓縮飽和方式與反水壓方式的兩種使土壤試體飽和之不同概念加以探究並討論其實際應用之實用性。

4.4.1 不排水壓縮飽和

部分飽和土壤試體在不排水的條件下，純粹施加等向圍壓迫使土壤試體體積壓縮，若假設所有體積壓縮量皆為孔隙氣體所承受，則氣體遵循波

以爾定律(Boyle's Law) 且依土壤三相體積間的關係可導出欲使試體飽和之氣壓增量與飽和度間關係，其關係如下式所示：

$$\Delta u_a = \frac{(S - S_0)}{1 - S} \cdot u_{a0} \dots\dots\dots(4-1)$$

其中：

Δu_a ：欲使試體飽和所需之孔隙氣壓增量

S ：最終飽和度

S_0 ：初始飽和度

u_{a0} ：初始相對氣壓(欲避免其值一開始為 0，可改為絕對氣壓 \bar{u}_{a0})

根據式(4-1)的關係，本研究即可預測欲使試體達到預期之體積飽和度，則可事先預期所需之孔隙氣壓增量因而進一步得知增加圍壓之大小。

利用本研究之學模型可對此項飽和方式進行理論推估。然而欲使用此種飽和方式模擬推估施加圍壓大小仍須考慮到土壤試體之各項因素：土壤之應力歷史、初始飽和狀態與土壤的種類，以上之因素皆影響使試體達飽和之孔隙氣壓增量與所需施加之圍壓量。以下將針對此三項因素模擬討論。

一、土壤應力歷史的影響：

應力歷史會影響土壤試體在飽和時所需要的圍壓值施加量。本研究對此項因素之模擬為假設土壤之所曾經受過之預壓密壓力不同，但其初始飽和度相同(相對應之初始吸力值相同)，且初始應力狀態也相同，在如此在僅控制預壓密壓力不同的應力歷史條件下做模擬預測。由於控制相同初始飽和度相同、初始吸力值也相同，且加載飽和方式為等向加載，因此在 $p-q-v$

三維應力狀態上 q 維持為零，而在控制初始有效應力相同下，使得不同預壓密壓力值下的初始比體積將不同，其在 $p-v$ 平面上之關係如圖 4.29 所示，其中 NCL($s=0$)為飽和時之正常壓密線，NCL($s=100$)為吸力值 100kPa 時之正常壓密曲線；(a)、(b)、(c)、(d)、(e)分別代表預壓密壓力(p_c)分別為 5kPa、25kPa、100kPa、200kPa、300kPa 之解壓-再壓曲線；本研究對此項模擬選定預壓密壓力(p_c)分別為 5kPa、25kPa、100kPa、200kPa、300kPa，而此五組值在初始吸力值 100kPa($S_0=50\%$)NCL 上之值對應至圖 4.29 分別為 A'、B'、C'、D'、E' 之位置；而初始比體積分別為 A、B、C、D、E 之位置，而初始應力值為 p_0' ；各項應力狀態初始值如表 4.4 所示。模擬所需參數如表 4.5 所示；模擬結果如圖 4.30 所示。

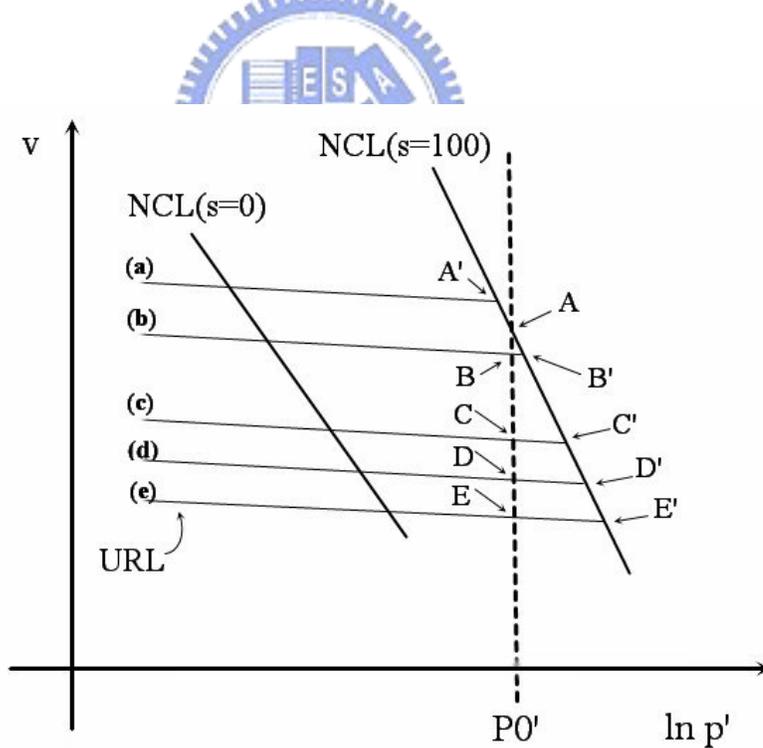


圖 4.29 不同預壓密壓力下， $p-v$ 平面上初始狀態

表 4.4 不同預壓密應力條件之應力狀態初始值

$p_c'(0)$	p_0'	q	v	S_0	s	$p_c'(s)$
5 kPa	29.18kPa	0kPa	2.28	50%	100kPa	10.1kPa
25kPa	29.18kPa	0kPa	2.09	50%	100kPa	47.4kPa
100kPa	29.18kPa	0kPa	1.94	50%	100kPa	178kPa
200kPa	29.18kPa	0kPa	1.86	50%	100kPa	347kPa
300kPa	29.18kPa	0kPa	1.81	50%	100kPa	513kPa

表 4.5 模擬不同預壓密應力飽和試驗所需參數

Cam-clay Model 基本參數	
參數名稱	參數值
ν	0.3
κ	0.031
$\lambda(0)$	0.1465
$N(0)$	v
M	1
$P_c(0)$	$p_c'(0)$
部分飽和土壤相關參數	
參數名稱	參數值
α	0.005
n	0.7
S_e	10 kPa
β	0.004
γ_λ	1.104
γ_N	1.109

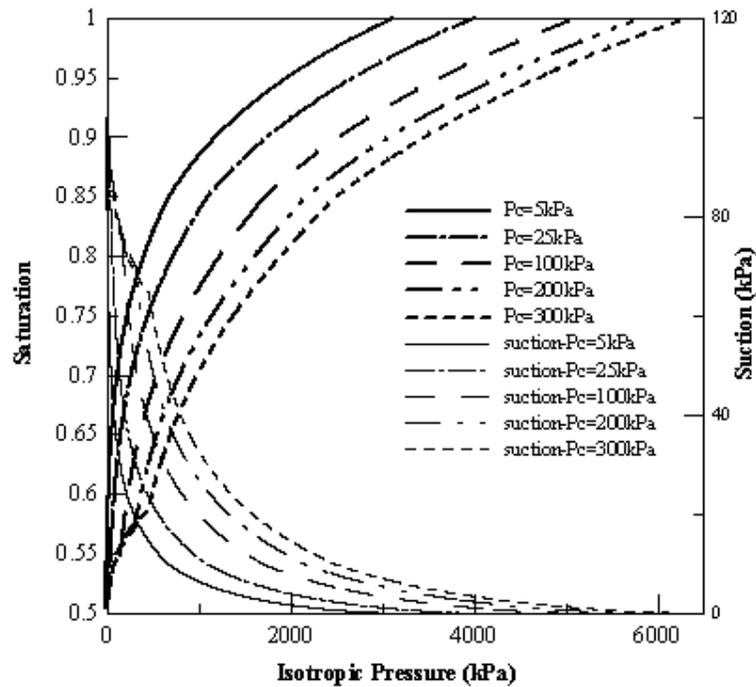


圖 4.30 模擬不同預壓密應力在不排水飽和和達飽和所需施加之等向圍壓值

由圖 4.30 可知當土壤曾經受過之預壓密壓力越大則欲使其飽和所需施加之圍壓值也相對較大，在高度過壓密的土壤中甚至達 6M Pa。在等向加載的過程中孔隙氣體體積的減少，體積飽和度隨圍壓上升相對吸力值下降符合預期之趨勢。但其中在預壓密壓力值越大的問題中，體積飽和度上升的曲線中有一折點，乃因其土壤初始狀態在彈性狀態，由圖 4.29 的 $p-v$ 平面上可看出一開始之位置落於解壓-再壓曲線(URL)上，只有預壓密壓力為 5kPa 之例子一開始即落於正常壓密曲線(NCL)上，所以當加載的過程中由彈性進入塑性段時 URL 與 NCL 之斜率不同會發生變化率上之不連續的現象。

二、初始飽和狀態的影響：

第二項模擬之控制因子為使同一種土壤之初始飽和狀態不同的情形下，模擬每一初始飽和度下欲達至不排水加載飽和條件之圍壓值為何。選定之初始飽和度值為 50%、60%、70%、80%、90% 等五組，模擬結果同樣以體積飽和度、吸力值對等向圍壓繪圖呈現，如圖 4.31 所示。另外將五組不同初始飽和度狀態欲達至飽和度 95% 以上的孔隙氣壓增量繪圖呈現，結果如圖 4.32 所示。

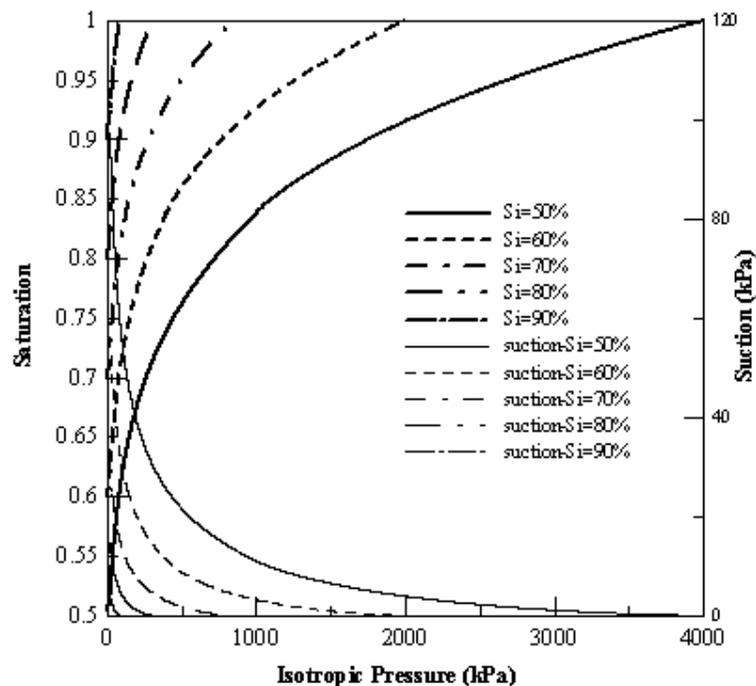


圖 4.31 不同初始飽和度在不排水飽和下達飽和所需施加之等向圍壓值之模擬

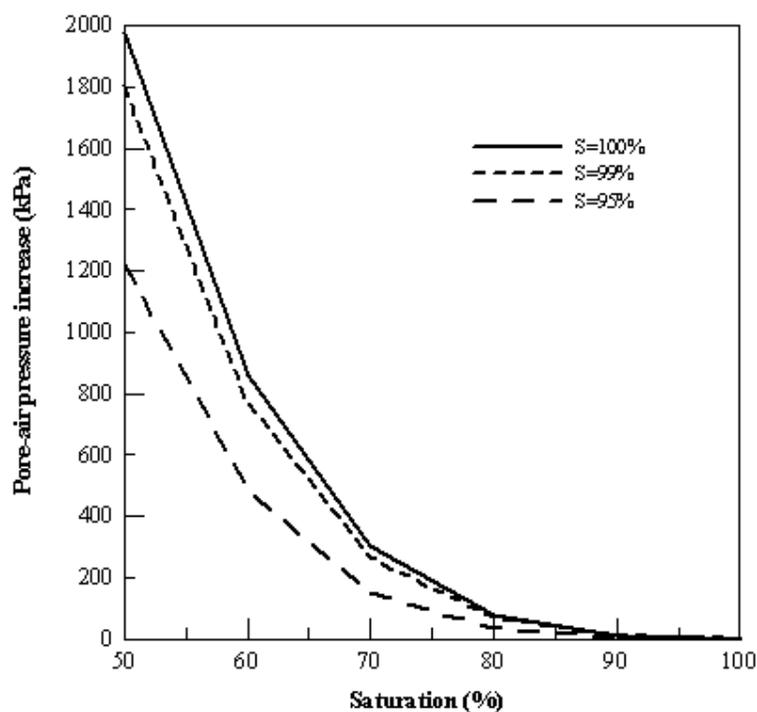


圖 4.32 不同初始飽和度在不排水飽和下達飽和孔隙氣壓增量之模擬



三、土壤種類的影響：

對不同種類的土壤的模擬分別選擇黏土(clay)、粉土細砂(silty sand)、礫石細砂(gravelly sand)等三種土壤參數來模擬。其中黏土參數選擇為 Futai & Almeida(2005)之實驗材料參數。粉土細砂與礫石細砂選擇 Chiu & Ng (2003)所作之實驗材料參數。所有土壤種類皆以相同飽和初始狀態與應力狀態開始模擬；結果顯示顆粒性土壤材料欲達飽和所需施加之圍壓值遠小於黏土性土壤材料。模擬結果以體積飽和度、吸力值對等向圍壓繪圖呈現，如圖 4.33 所示。

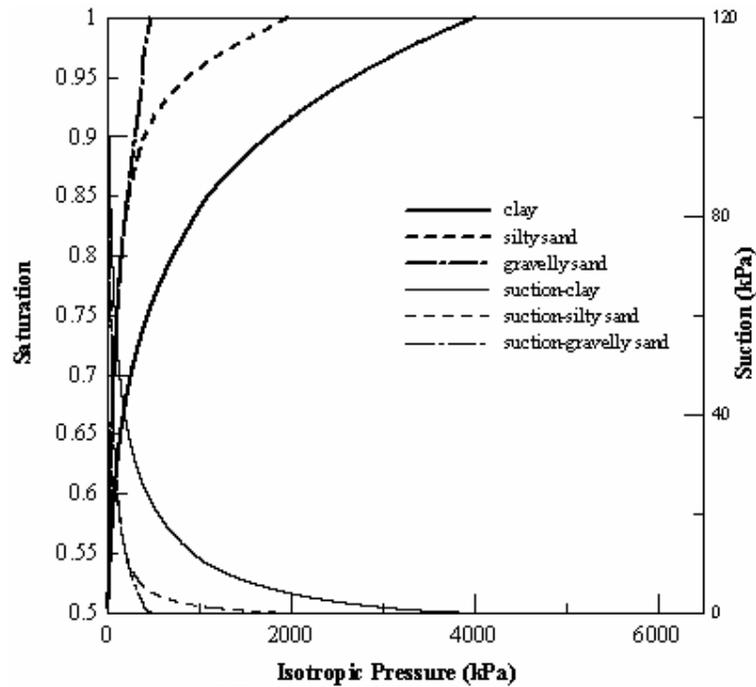


圖 4.33 不同土壤種類在不排水飽和和下達飽和所需施加之等向圍壓值之模擬

4.4.2 反水壓飽和

使用反水壓的方式使試體飽和仍為現今較有效率使試體飽和之方式。Head(1986)即以逐步加載試體外部圍壓(σ_3)與加載試體內部之反水壓 (Backpressure, u_b)的試驗使試體達至飽和。Head 的反水壓試驗如圖 4.34 所示。

而在飽和過程中，確認試體的飽和度狀態指標為孔隙水壓參數 B_w ，當 B_w 為 1 時即試體即達飽和狀態。Black & Lee(1973)即針對不同飽和度狀態與不同土壤壓縮性提出達飽和過程的理論孔隙壓力參數 B_w 值，並且討論不同初始飽和度達飽和所需之理論時間值；其結果分別如圖 4.35 與圖 4.36 所示。

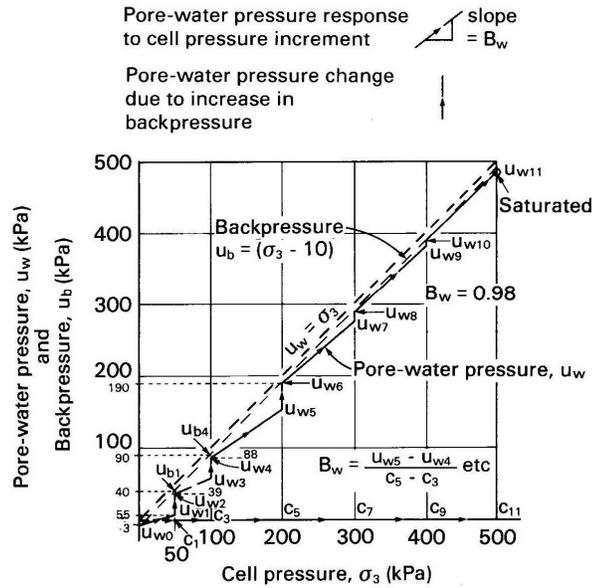


圖 4.34 飽和反水壓試驗(Head, 1986)

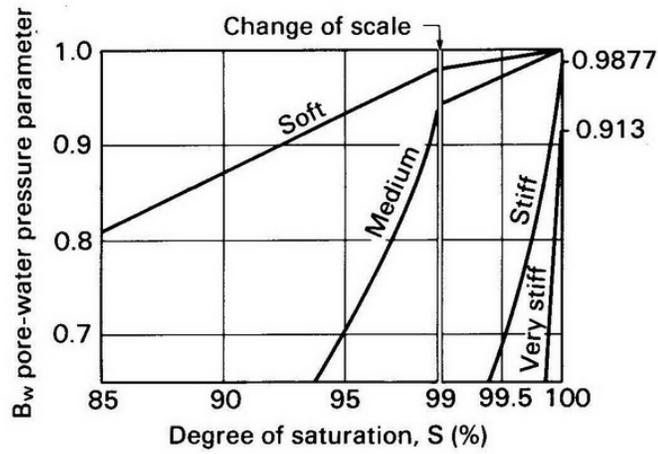


圖 4.35 飽和度與土壤種類孔隙水壓參數 B_w 理論值(Black & Lee, 1973)

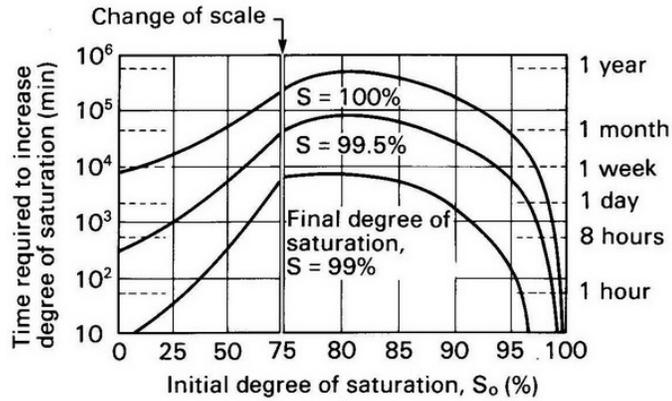


圖 4.36 試體反水壓飽和時間理論值(Black & Lee, 1973)

使用不排水壓縮飽和與反水壓飽和試體最大的不同點在於效率問題。在不排水壓縮飽和的方式中，純粹增加外部圍壓迫使內部孔隙氣體的壓縮而達到飽和理論上可行，但實際應用上效率可能不佳，且由模擬實驗結果得知欲達飽和孔隙氣壓增量相當高，顯示外部加載之圍壓值大部分用以與孔隙氣壓增量相抵，使得不排水壓縮飽和方式的圍壓值甚高，其次在實際應用上若加諸於土壤試體的圍壓甚大恐有改變土壤結構之疑慮。所以不排水壓縮飽和方式在理論上可行，在實際應用上仍有待評估。

反觀反水壓飽和方式，使試體飽和之反水壓值比不排水壓縮飽和方式來得甚低，在實際實務的操作與應用上較易做到。

雖然不排水壓縮飽和方式在實際應用上仍待商榷，但仍藉由本研究之模型提供另一飽和土壤試體的理論方式供研究參考。若有需要亦可將 4.4.1 節之不排水壓縮飽和模型改寫成反水壓飽和模型，以模擬與討論。



4.5 模型參數敏感度

本研究模型是以鄒鄭翰(2007)所提出之部分飽和精簡力學模型為基礎加以擴充，並未增加任何新的材料參數。經擴充後之模型維持原模型精簡之特性，仍保有相對於原 Modified Cam-clay model 僅新增五參數的精簡特性(即用以描述特徵曲線之兩參數 α 、 n 與用以描述正常壓密曲線之三參數 r_N 、 r_λ 、 β)。

本節為測試擴充後模型中各參數之敏感度，以 Graham et al.(1995) 所作之部分飽和不排水快速三軸試驗為例，針對新增之五參數個別做上下調整；重新模擬初始飽和度為 50%(初始吸力值約 300kPa)時之不排水三軸試驗，比較各參數調整後剪力強度與體積應變相對於各參數未調整前的變化程度，以供參數敏感度之探討。

參數之調整方式為每次各調整其中單一參數，其餘四個參數則維持為未調整之原始參數值。而每個參數調整之倍數皆包括四種倍數值，分別是將原參數值乘以 0.2 倍、0.5 倍、2 倍、5 倍。

剪力強度與體積應變的變化率係以原始之模擬結果數據為標準值，把調整參數值後之模擬結果數據與標準值比較。而對於模型參數敏感度的模擬在此分為兩項工作作為比較，第一項為土壤在正常壓密條件下，調整各項參數的變化情形如圖 4.37~圖 4.40；第二項為土壤圍壓 100kPa、不同過壓密比條件下，單一參數調整後在不同過壓密比的變化情形圖 4.41~圖 4.44。調整後各項參數的剪力強度與體積應變的變化率如圖 4.37~圖 4.44 所示，八張圖分別顯示各參數分別調整 0.2 倍、0.5 倍、2 倍、5 倍的模擬變化量結果，每一圖中，圖(a)~(e)為各參數調整後剪力強度造成之變化率；圖(f)~(j)為各參數調整後體積應變造成之變化率。

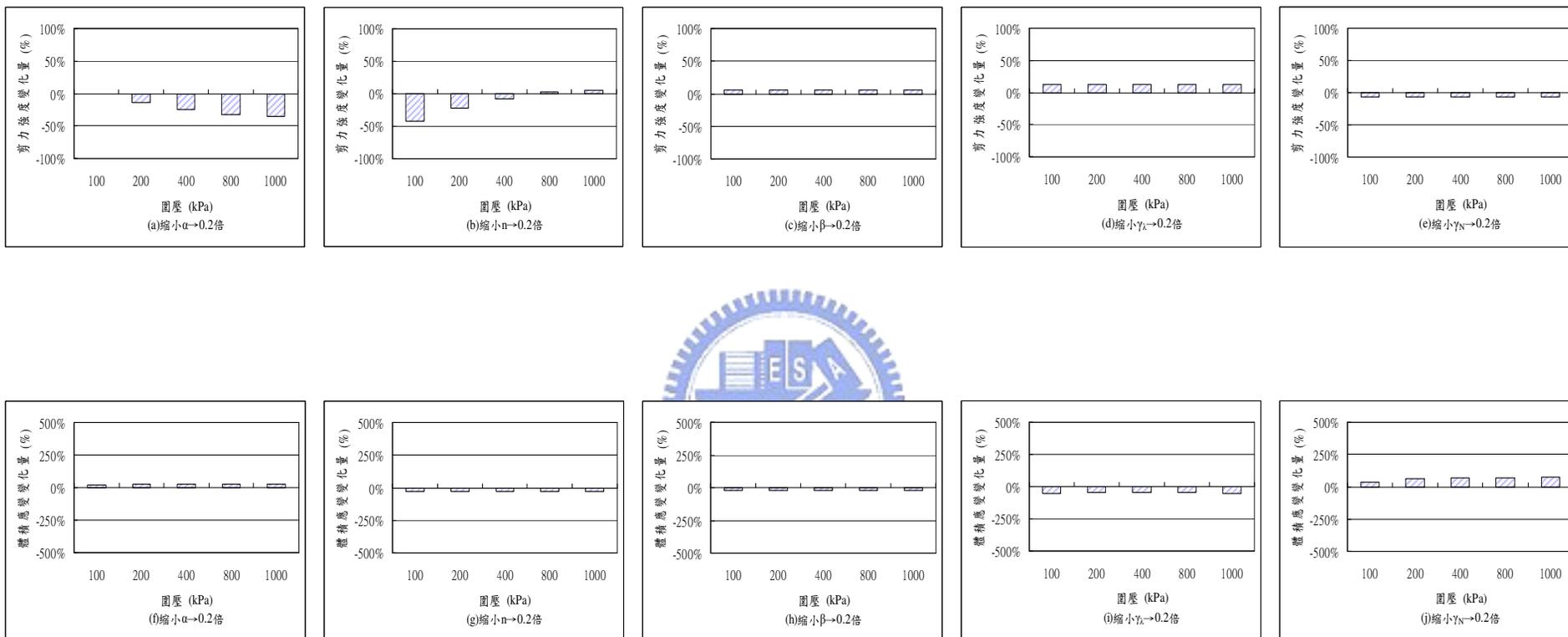


圖 4.37 不同圍壓下，個別參數乘以 0.2 倍所造成之誤差變化量 (OCR=1)

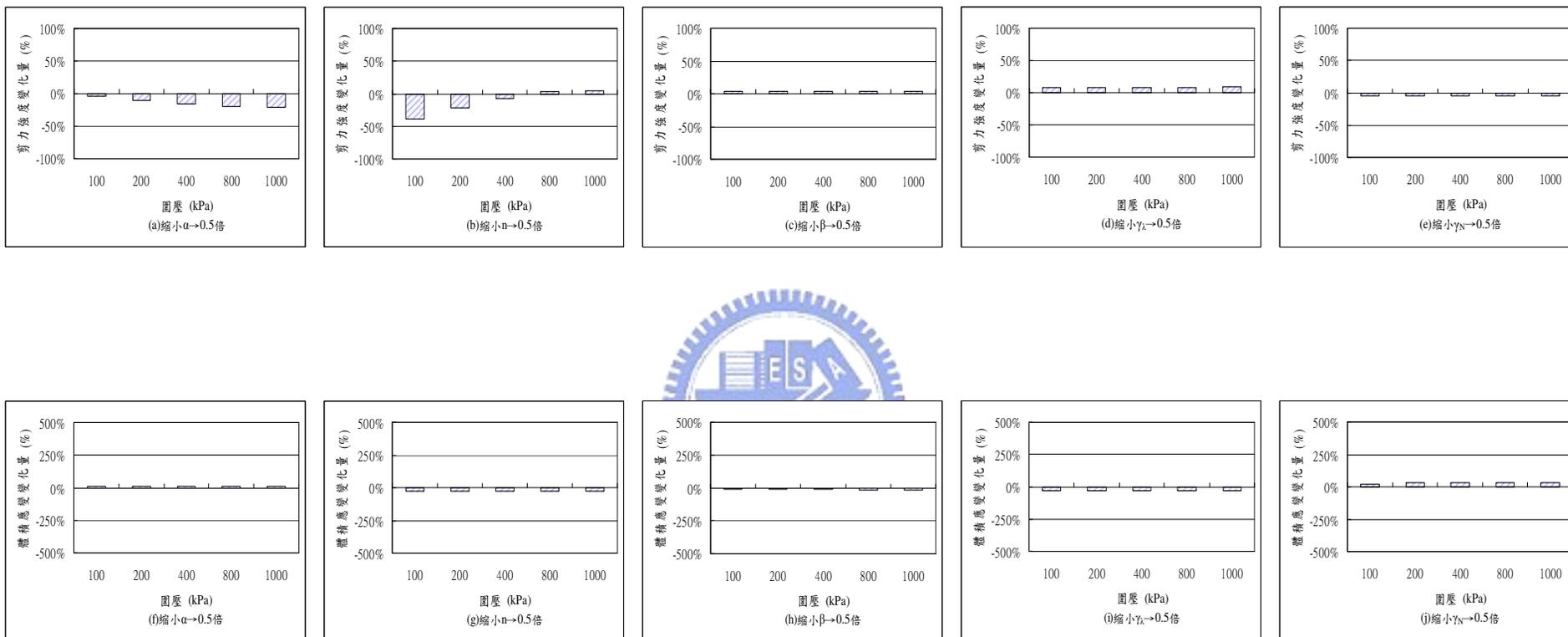


圖 4.38 不同圍壓下，個別參數乘以 0.5 倍所造成之誤差變化量 (OCR=1)

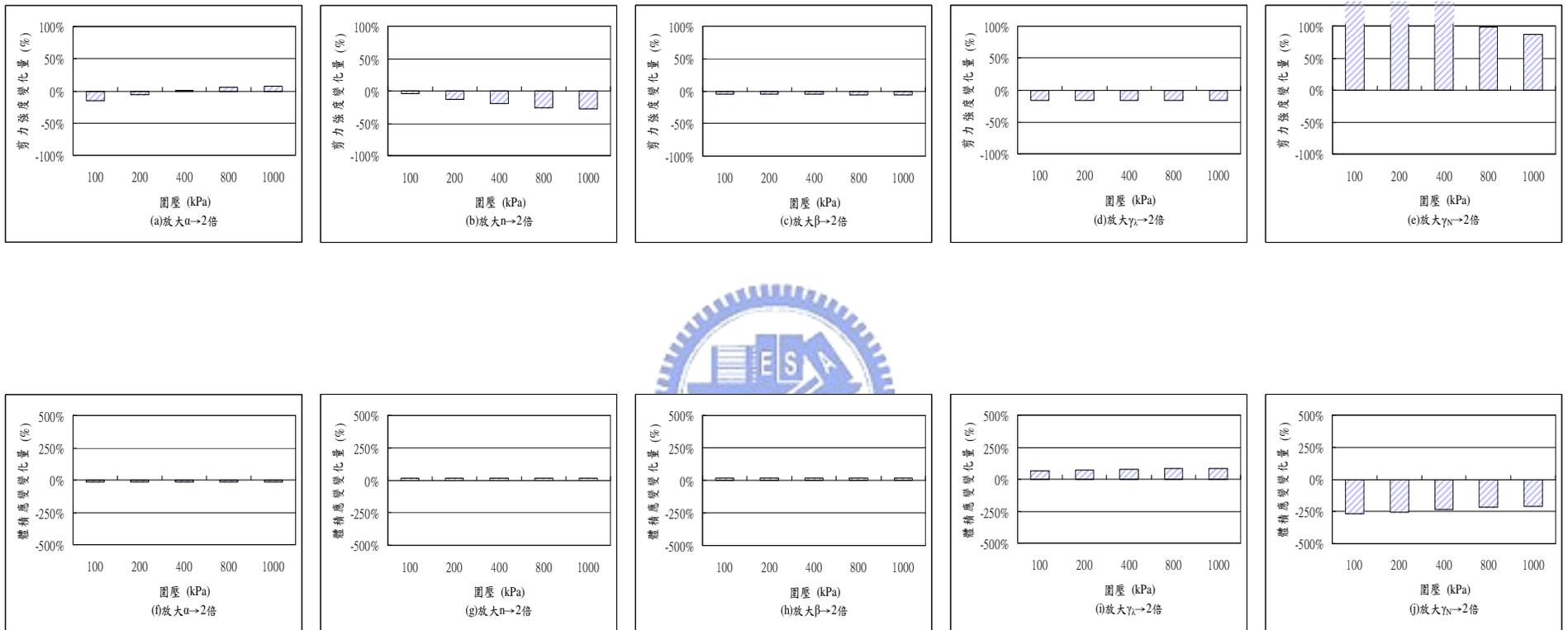


圖 4.39 不同圍壓下，個別參數乘以 2 倍所造成之誤差變化量 (OCR=1)

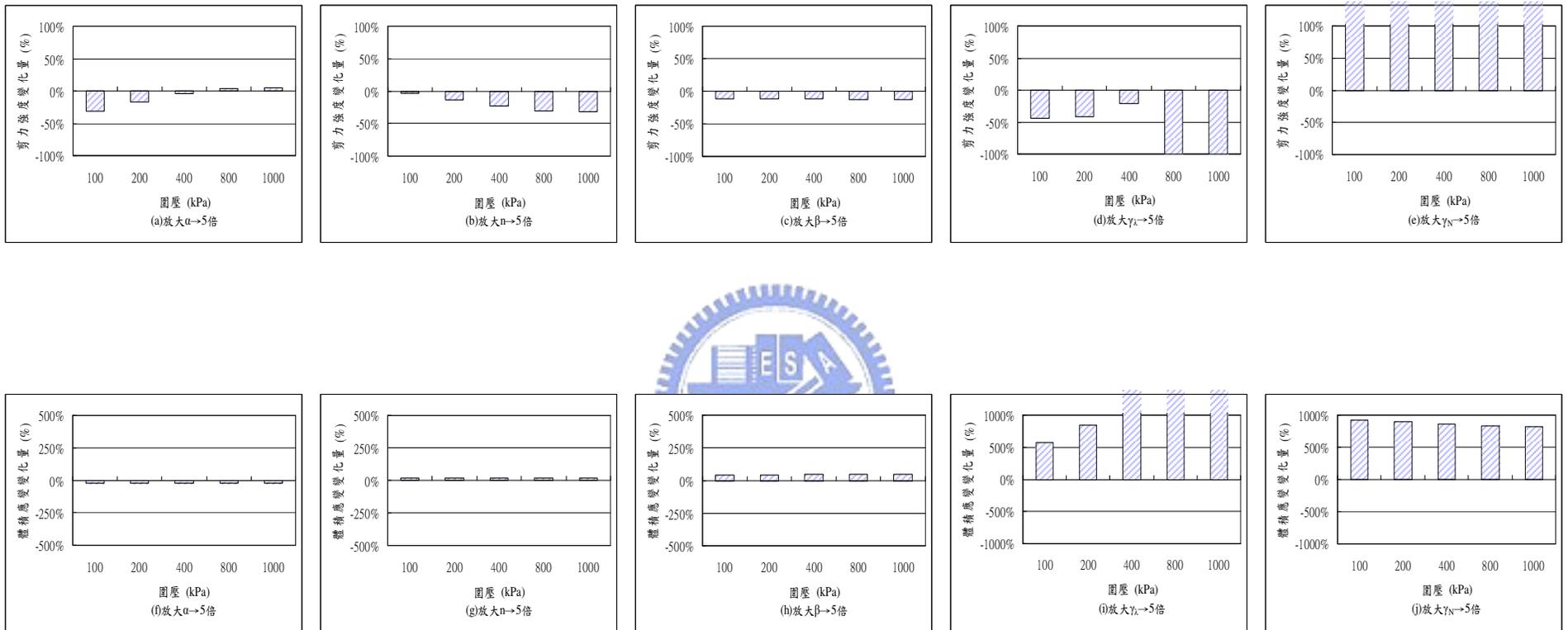


圖 4.40 不同圍壓下，個別參數乘以 5 倍所造成之誤差變化量 (OCR=1)

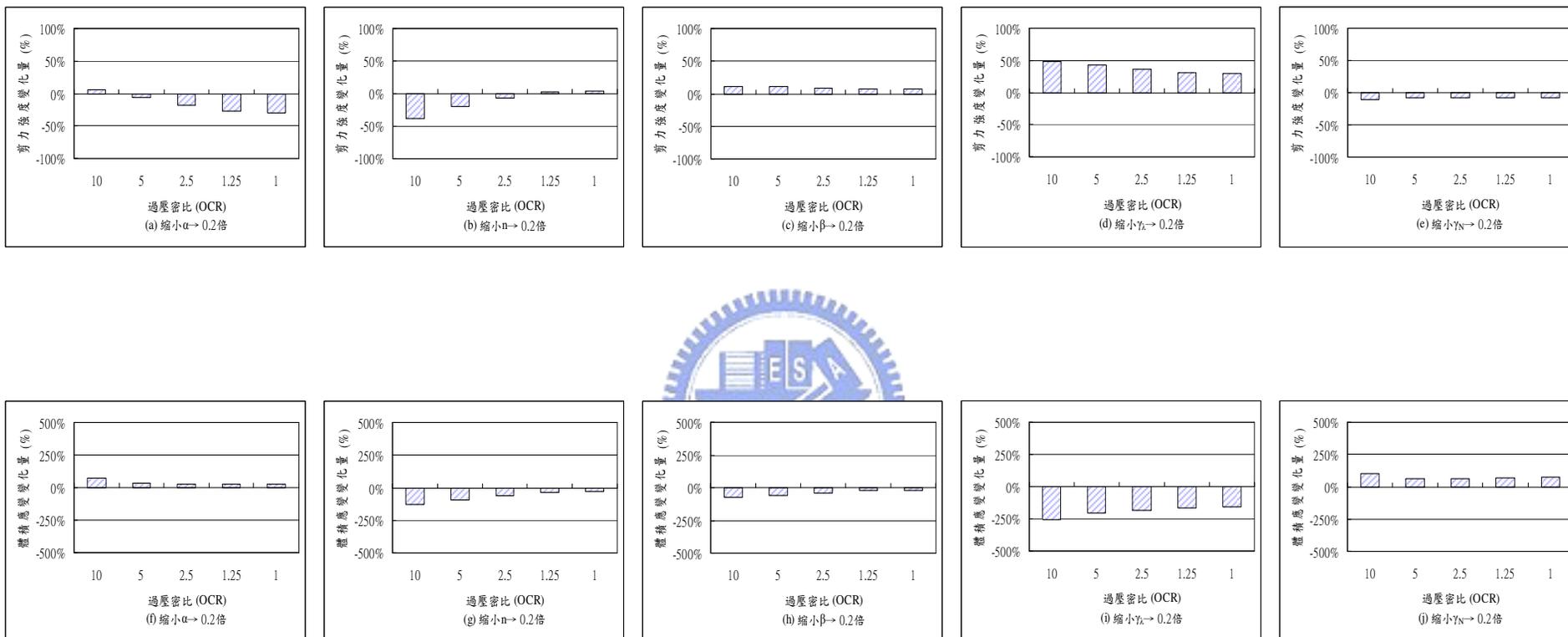


圖 4.41 不同過壓密比下，個別參數乘以 0.2 倍所造成之誤差變化量（圍壓 100kPa）

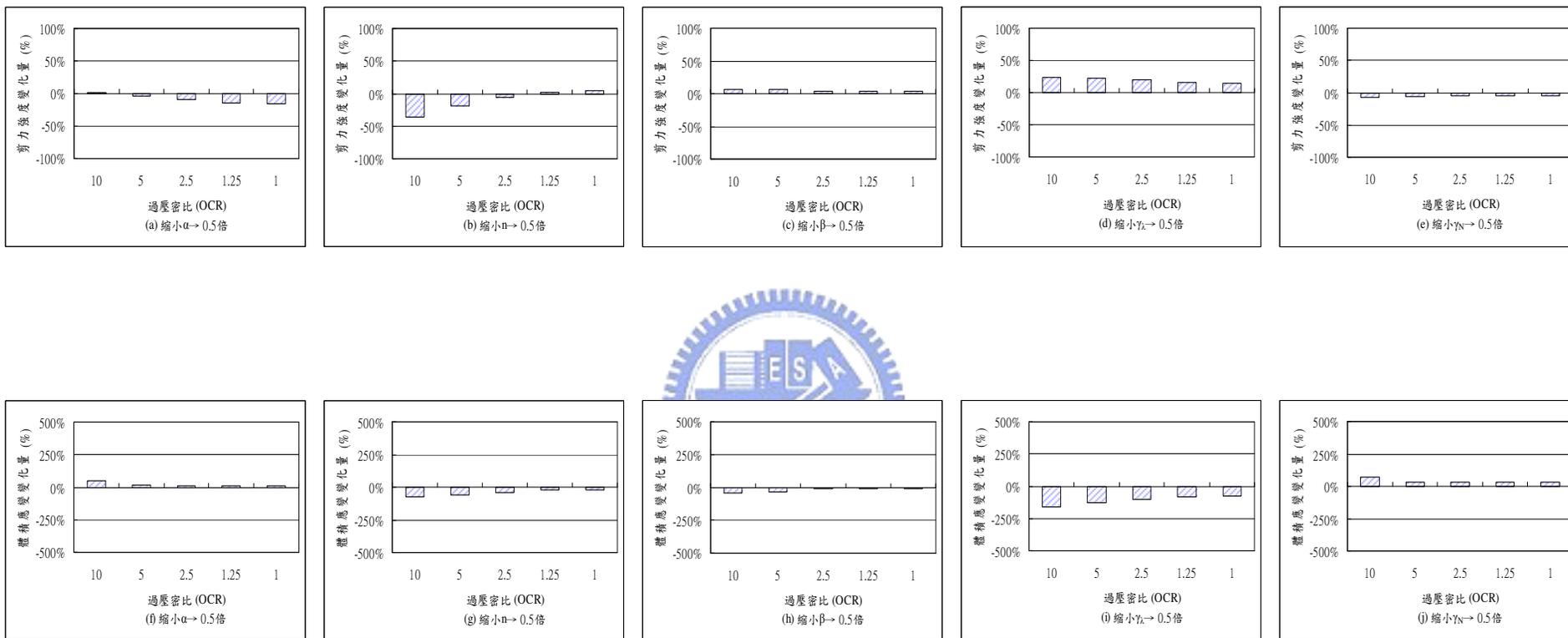


圖 4.42 不同過壓密比下，個別參數乘以 0.5 倍所造成之誤差變化量（圍壓 100kPa）

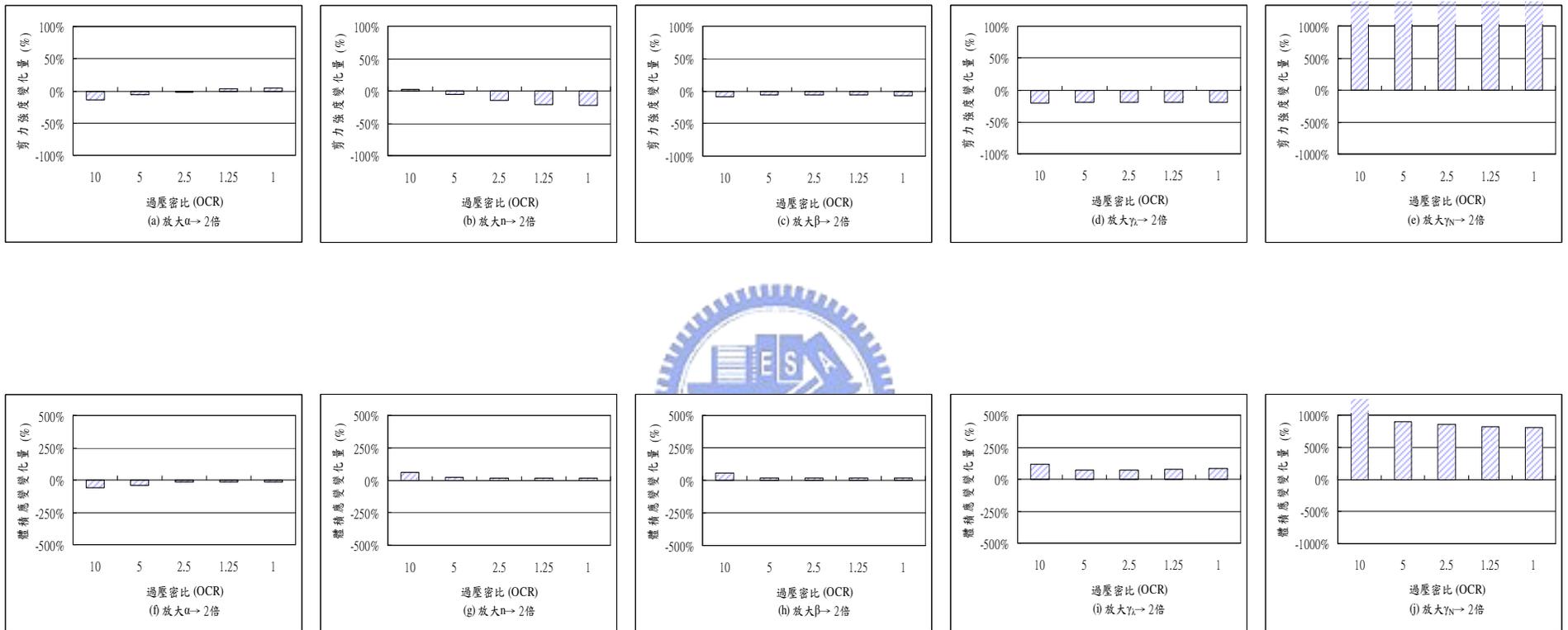


圖 4.43 不同過壓密比下，個別參數乘以 2 倍所造成之誤差變化量（圍壓 100kPa）

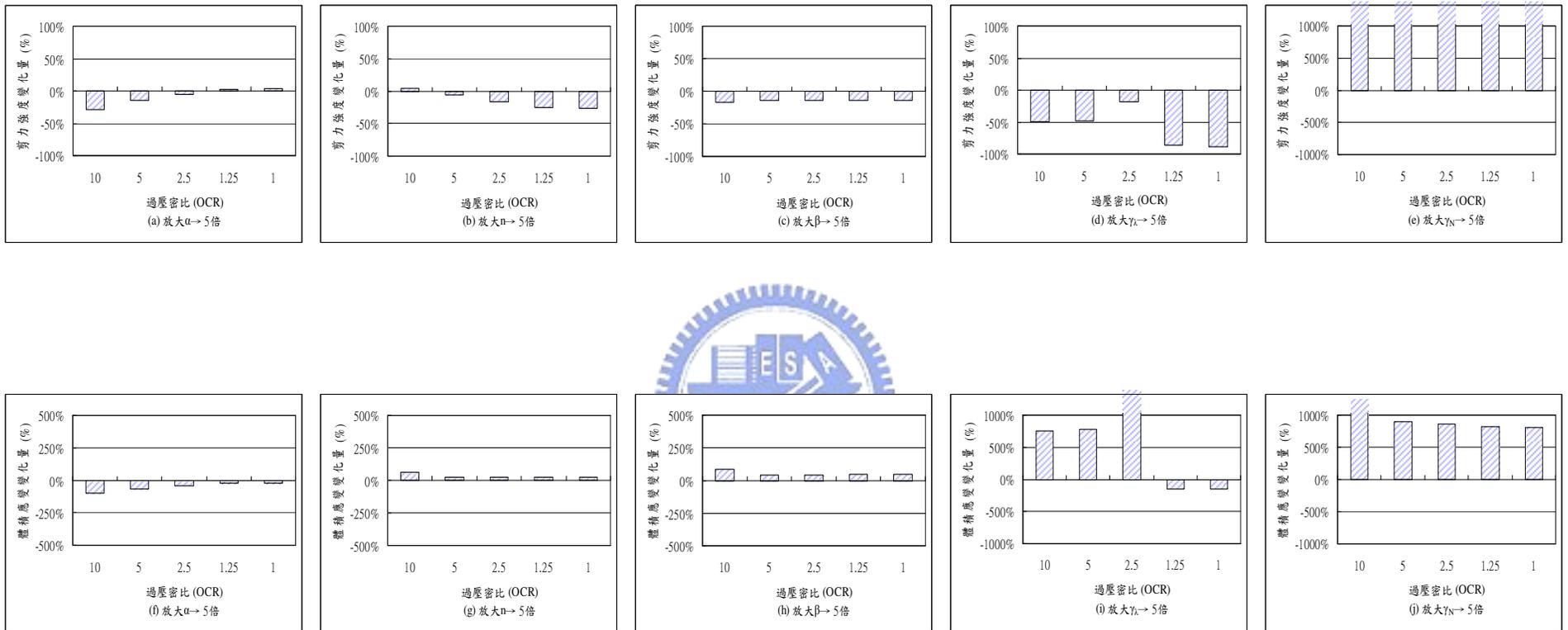


圖 4.44 不同過壓密比下，個別參數乘以 5 倍所造成之誤差變化量（圍壓 100kPa）

首先檢視圖 4.37 至圖 4.40，在土壤在部分飽和不排水且為正常壓密的條件下，描述特徵曲線的參數 α 、 n 與描述正常壓密曲線位置參數 β 、 r_λ 、 r_N ，此五個參數縮小時，敏感度都相當小且接近；當參數放大時， r_N 則首先反應出較大之敏感度。當參數放大至五倍時， r_λ 、 r_N 的敏感度都相當大，在剪力強度之變化甚至達 100 倍以上。本研究雖然是以部分飽和之不排水三軸試驗為模擬對象，但模型擴充係承接鄒鄭翰(2007)之精簡力學模型而來，當 r_λ 、 r_N 兩個參數放大時，其對剪力強度影響之敏感度甚大的原因可分析如下。依鄒鄭翰(2007)之模型， r_λ 、 r_N 兩參數為控制正常壓密曲線之位置；若放大 r_N 則軸應變在達 30% 時仍在彈性階段因此軸差應力會極大；若放大 r_λ 則土壤提早進入塑性段剪力強度則降低造成體積應變有較大之變化。

圖 4.41 至圖 4.44 則為一系列調整後之參數分別在不同過壓密狀態下之參數敏感度。其中 α 、 n 、 β 無論在參數縮小或放大的情形下其敏感度都很小；剪力強度與體積應變之變化趨勢大致隨著過壓密比的增大而變大，其原因係因為過壓密比越高，試體剪脹之體積變化量越大，進而使得吸力增加而對剪力強度與體積應變有所影響。

當 r_λ 、 r_N 兩個參數縮小時， r_λ 有較大之敏感度；當此二參數放大時，兩者皆有相當大之敏感度其趨勢顯示隨著過壓密比的增加，敏感度隨之增加。因此在高度過壓密的土壤參數率定上，宜特別注意。

總結上述土壤無論在正常壓密或是過壓密之狀態下， r_λ 、 r_N 兩個參數之敏感度皆比其它參數來得高，若高估 r_λ 或 r_N 參數則會造成相當大之誤差；低估 r_λ 時亦會有較大且不小之誤差變化，所以在這兩個參數的率定上應審慎處理。

4.6 模型表現與特性之討論

經本研究所擴充之精簡力學模型的各项模擬結果，本擴充精簡力學模型對於部分飽和土壤在不排水條件下之行為亦能大致掌握。但對於在不排水條件下，部分飽和土壤的行為表現仍相當複雜；本力學模型為尋求參數上之精簡乃以能便於土工問題應用為目的，定量上雖仍非完全正確，但在定性方面之模擬則能大致掌握。

本力學模型在模擬的過程中可涵蓋從部分飽和到飽和的不排水力學行為，但在由部分飽和到飽和的過程中，對於模擬上之行為上仍不免仍有不完美之處，尤以孔隙水壓的變化方面最顯著。原因為從部分飽和至接近飽和的過程中，力學模型的參數隨著吸力的影響變小而單調遞減，但精簡力學模型在飽和度達進氣飽和度時，有效應力參數 χ 之變化率於飽和度等於進氣飽和度時會出現不連續，造成模擬結果有數據上之連續而變化率不連續的轉折現象。

另外在本研究中之部分飽和土壤不排水力學理論中，假設吸力與飽和度相關的土壤特徵曲線，維持一對一之指數關係；此關係之模擬結果符合特徵曲線之排水路徑結果；欲修正特徵曲線在不排水條件下的行為模式應多考慮特徵曲線之遲滯效應與應力效應；對於特徵曲線之模擬公式或許可參照 Sheng, et al.(2004)的複雜模式或是 Fredlund & Xing(1994)所提出之涵蓋遲滯現象的特徵曲線式：

$$S_r = \frac{1}{\left\{ \ln \left[\exp(1) + \left(\frac{n\bar{s}}{kp_{am}} \right)^l \right] \right\}^m} \dots\dots\dots(4-2)$$

但運用較複雜之模擬公式，對於部分飽和的不排水力學行為定量上模擬勢必更精確，但卻增加力學模擬之參數使用量，如欲維持模式之精簡，不免需要做出適度取捨。



第五章 工程應用範例

本章以基礎承載力學分析作為實際工程應用實例，以示範對於實際工程問題之模擬，進而展示運用本研究力學模型討論於工程問題模擬的實用性。

5.1 土壤於飽和與部分飽和條件下之基礎承載力

本節之研究範例考慮一條型基礎(基礎半寬 1m)，基礎下土壤狀態於地水位以上處於部分飽和條件，因此考慮土壤內具初始吸力，地水位以下之土壤則為飽和狀態。本節將探討承受基礎載重下，探討不排水條件下的極限基礎承載力，以及應力、應變、孔隙壓力等之影響範圍，藉以瞭解本研究所提出之力學模型對基礎承載的工程行為。

為利於比較「考慮吸力—不排水」狀況之模擬結果，模擬情況亦將「不考慮吸力—不排水」、「不考慮吸力—排水」、「考慮吸力—排水」等三種情況一併納入模擬，以便於比較討論各種不同假設條件下之差異。模擬之基礎網格如圖 5.1 所示，各項土壤參數如表 5.1 所列。

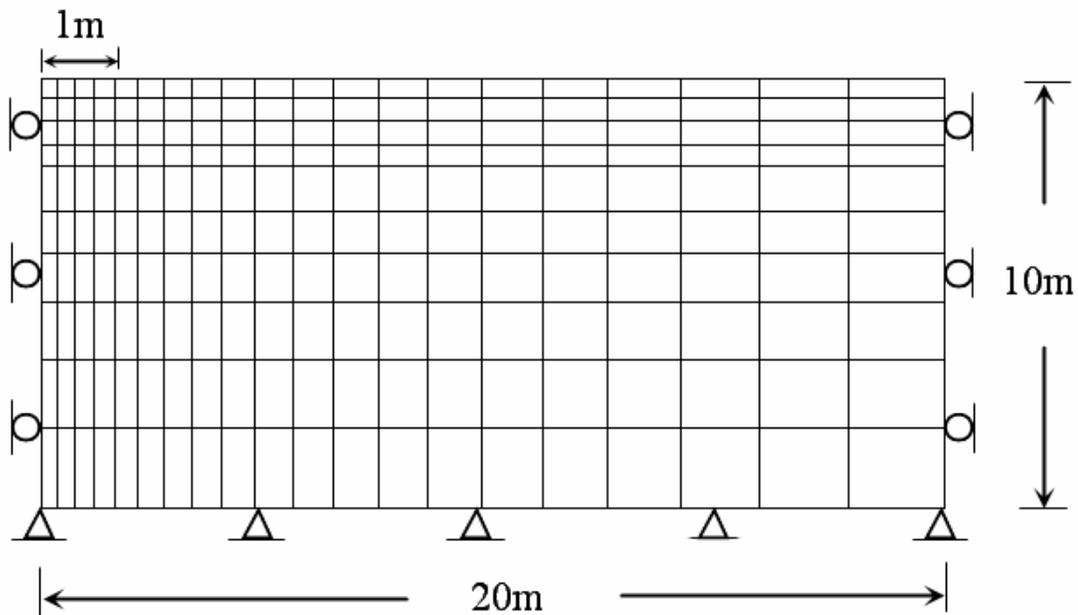


圖 5.1 基礎網格

表 5.1 基礎模擬所需土壤參數

Cam-clay model 基本參數	
土壤密度	2000 kg/m^3
孔隙比	0.6
ν	0.3
κ	0.031
$\lambda(0)$	0.13
$N(0)$	2.65
M	1
$p_c(0)$	100 kPa
部分飽和土壤相關參數	
滲透係數 k	$10^{-5} cm/s$
α	0.005
n	0.7
S_e	85 kPa
β	0.004
r_λ	1.88
r_N	3.7

以下之模擬中設定地水位分別位於地表下 2 公尺、4 公尺、6 公尺等三種狀態，如圖 5.2 所示。四種條件的土層飽和度假設如圖 5.3 所示，其中在不考慮吸力—不排水與不考慮吸力—排水的條件下，地水位以上土壤假設無毛細上升區(即假設飽和度為 0)；在考慮吸力—不排水與考慮吸力—排水的條件下，地水位以上則是假設有毛細上升區(飽和度介於 0~1 之間)，而三

種地水位的地層飽和度設定如圖 5.4 ~ 圖 5.6 所示，用以表示毛細上升區域土層飽和度之分佈變化情形，其中飽和度設定最低值為地水位位於 6 公尺狀態時，距地表最近層之飽和度為 50%，相對應之初始吸力值約為 350kPa。

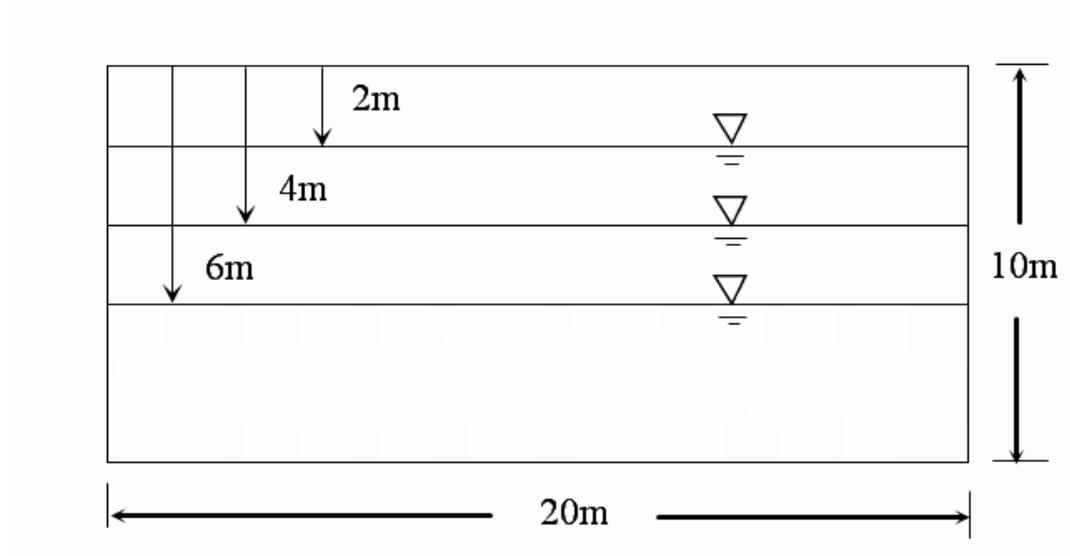


圖 5.2 三種基礎承載模擬地水位狀態

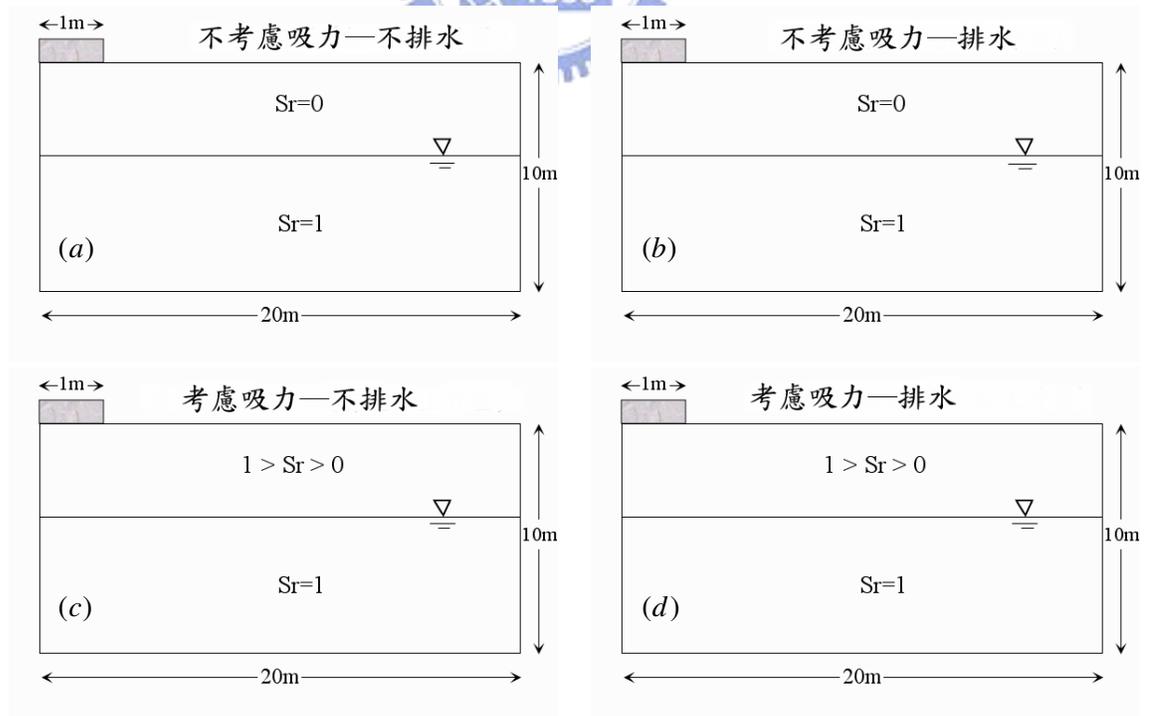


圖 5.3 土層飽和度模擬條件示意圖

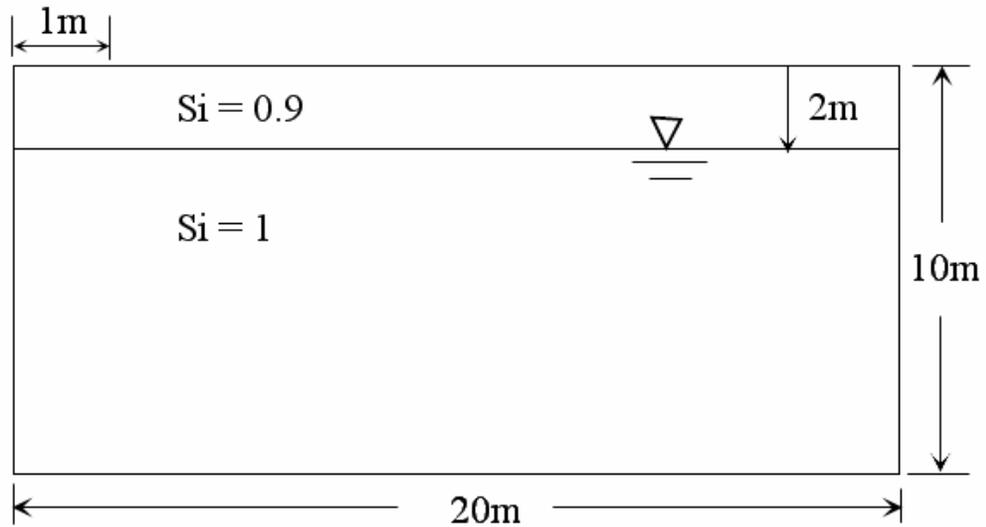


圖 5.4 地水位於地表下 2 公尺的飽和度設定

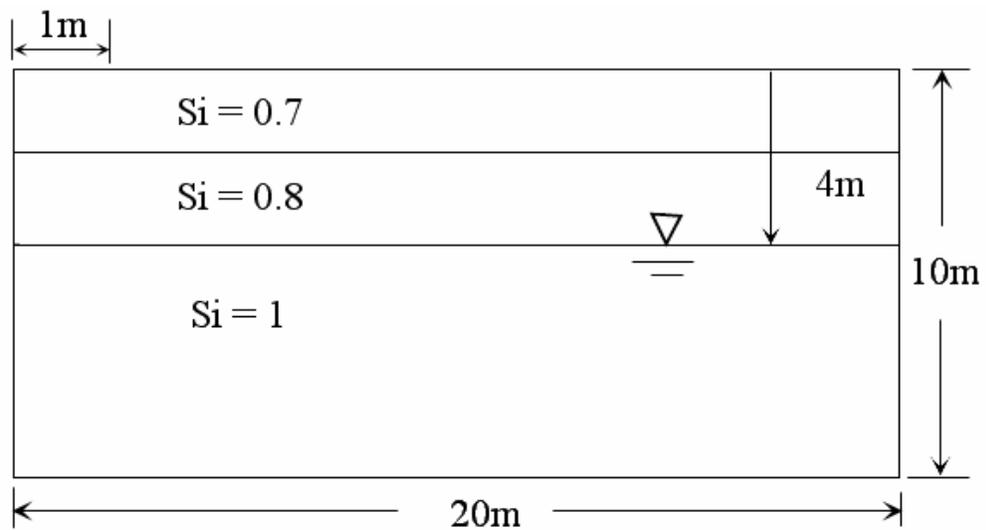


圖 5.5 地水位於地表下 4 公尺的飽和度設定

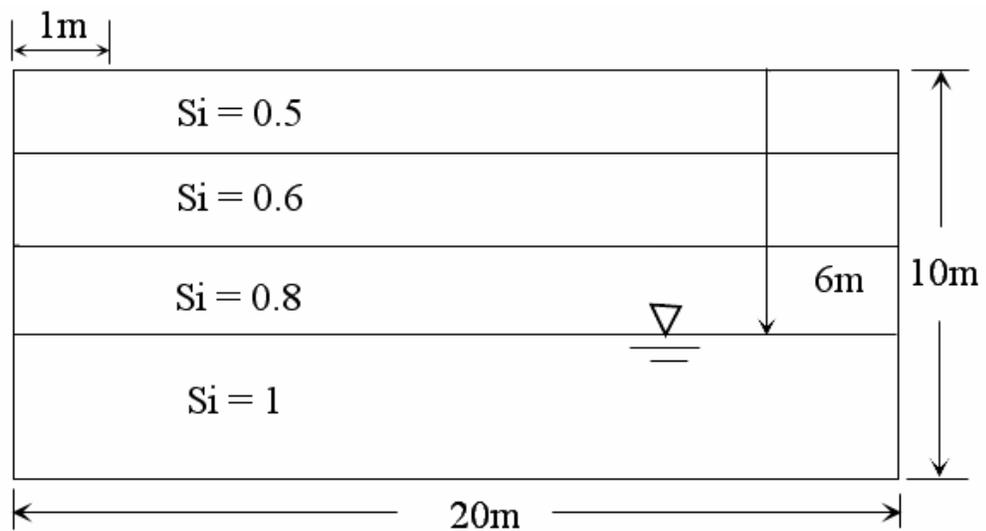


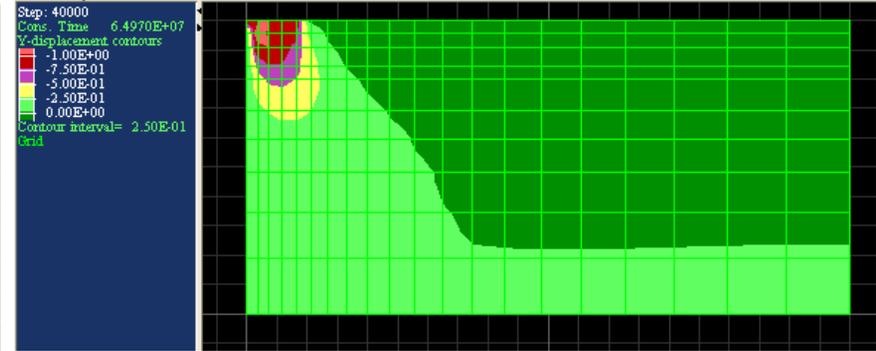
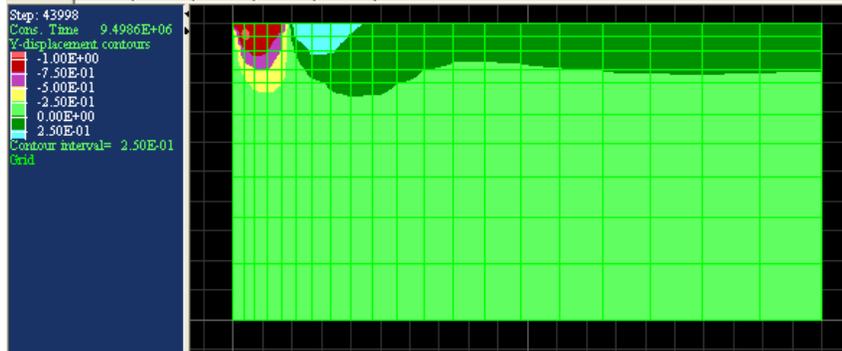
圖 5.6 地水位於地表下 6 公尺的飽和度設定

本研究設定飽和度的方式是採用鄒鄭翰(2007)所撰寫之 FISH 副程式，此副程式可設定元素之初始飽和度 S_i 。副程式在 FLAC 計算之飽和度 S_r 小於 S_i 時，會將飽和度設定為 S_i 再由特徵曲線求出相對應之吸力值，透過此項設定即可完成圖 5.4~圖 5.6 中之各層飽和度設定。四種條件下之垂直方向位移、剪應變與孔隙水壓發展如圖 5.7 至 5.15 所示。



(a) 不考慮吸力—不排水

(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水

(d) 考慮吸力—排水

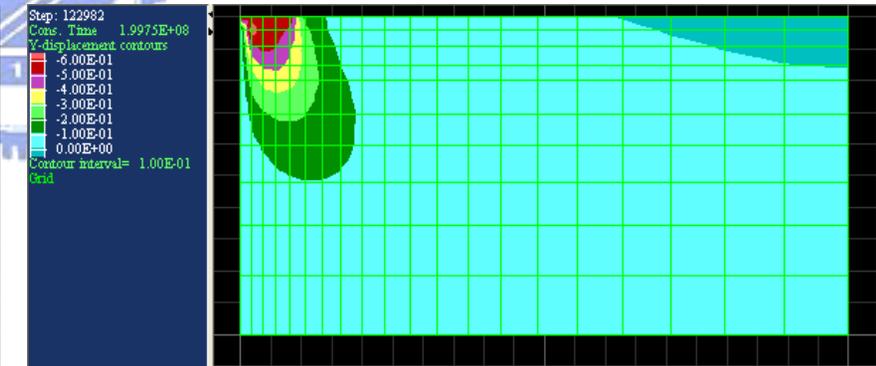
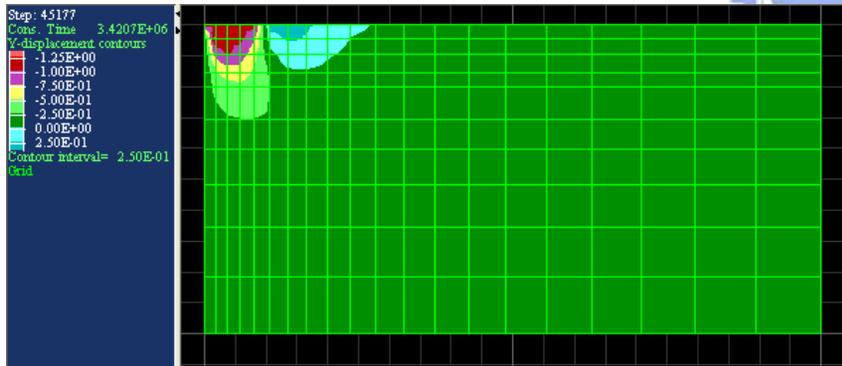
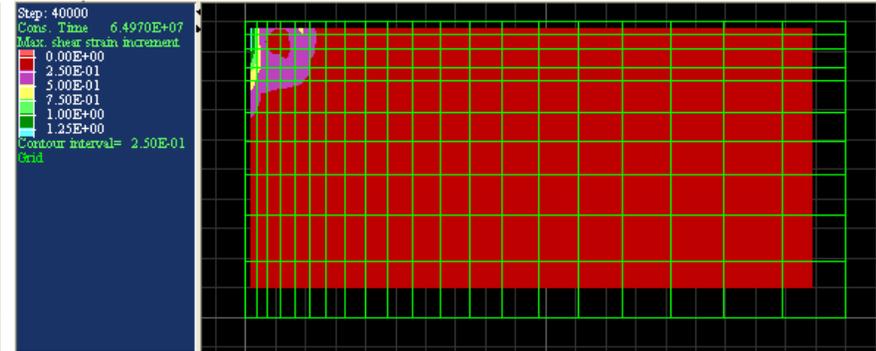
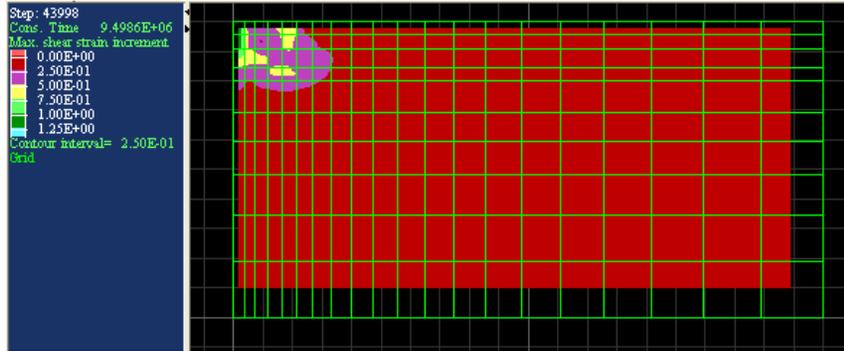


圖 5.7 地下水位 2m-垂直位移分布

(a) 不考慮吸力—不排水

(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水

(d) 考慮吸力—排水

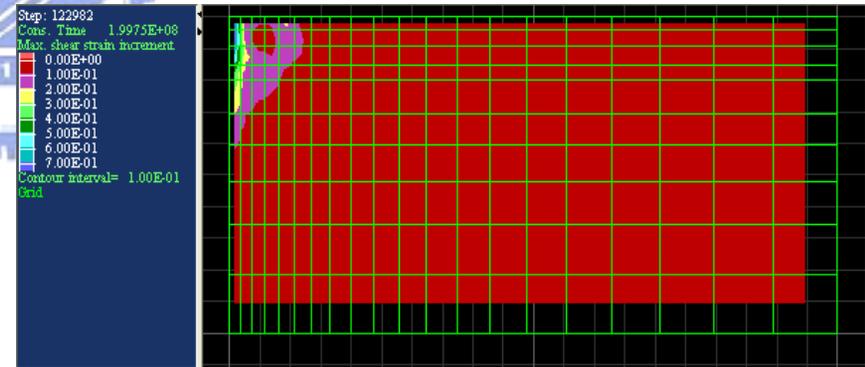
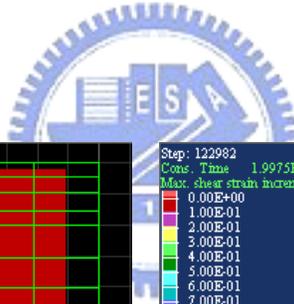
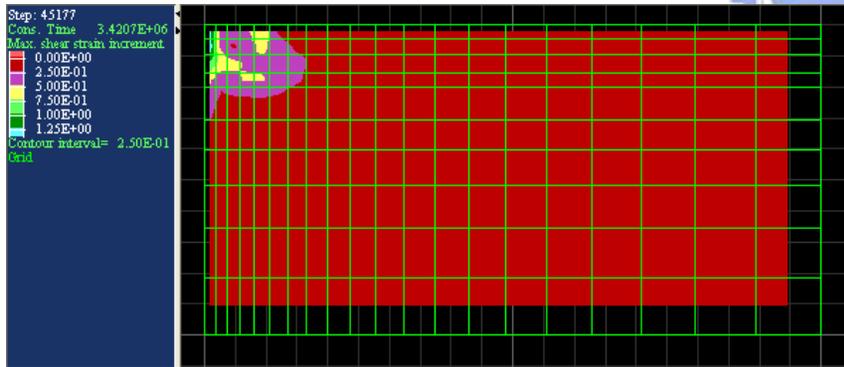
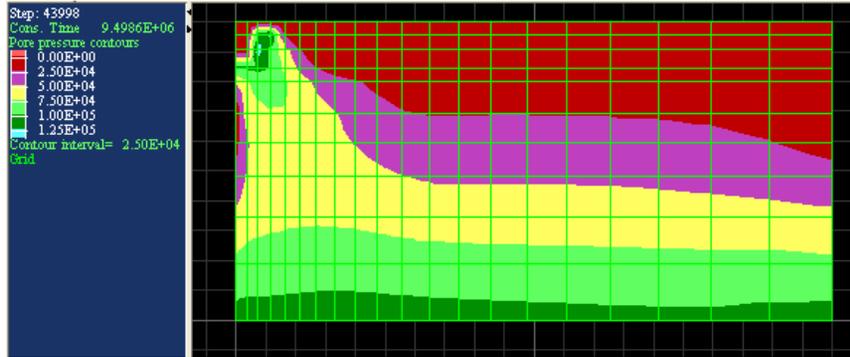
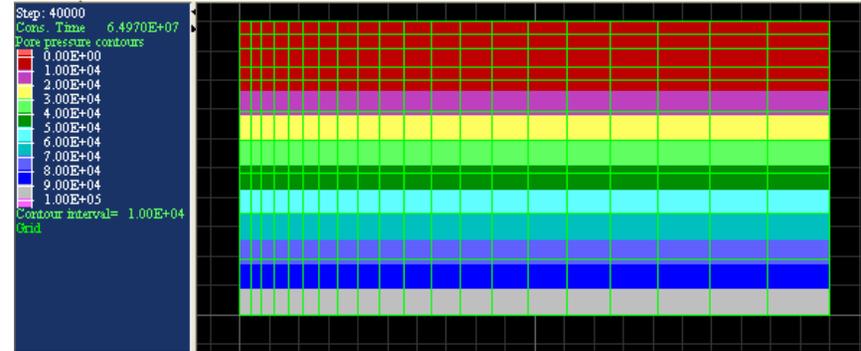


圖 5.8 地下水位 2m-剪應變分布

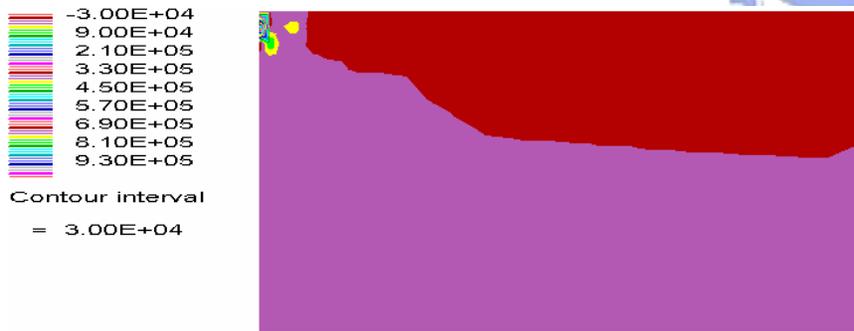
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

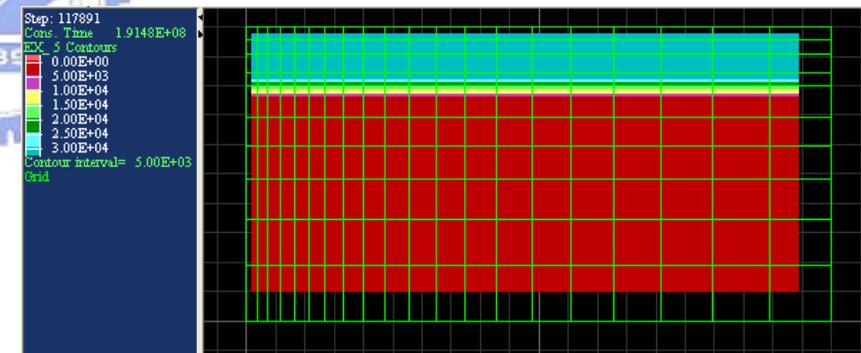
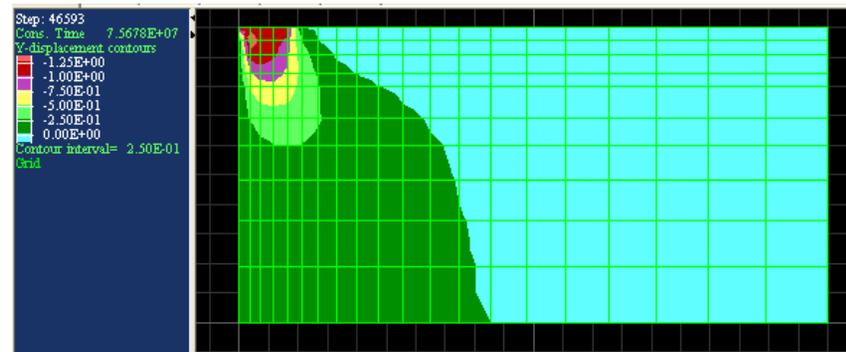
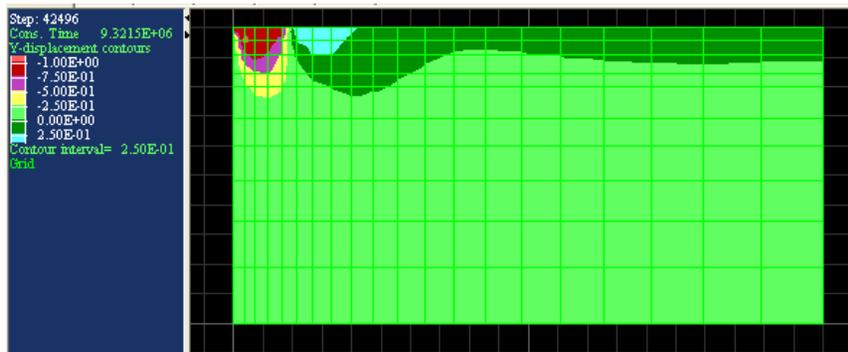


圖 5.9 地下水水位 2m-孔隙水壓分布

(a) 不考慮吸力—不排水

(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水

(d) 考慮吸力—排水

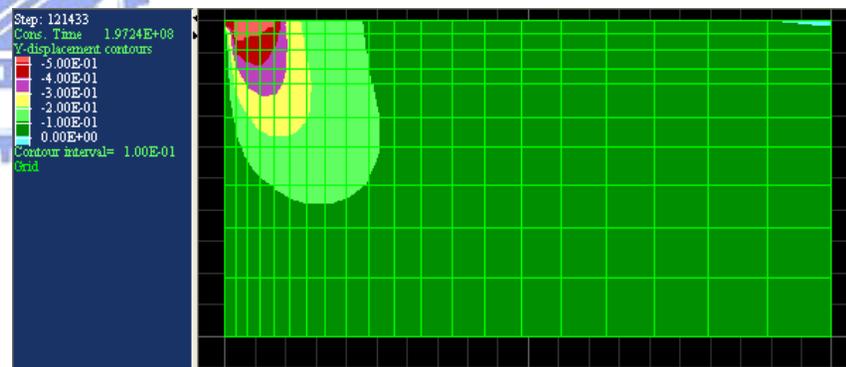
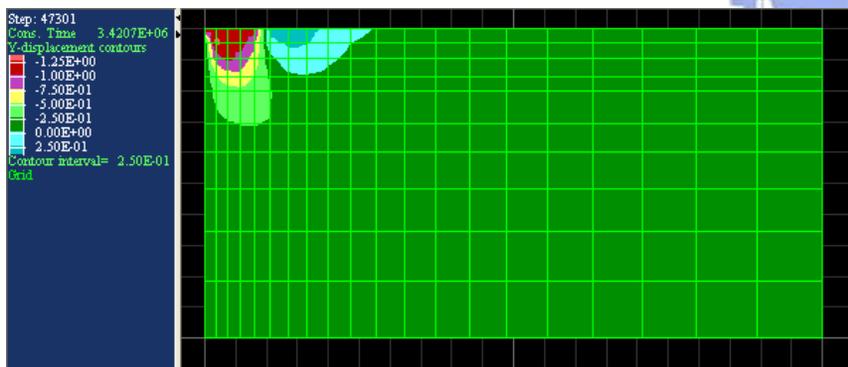
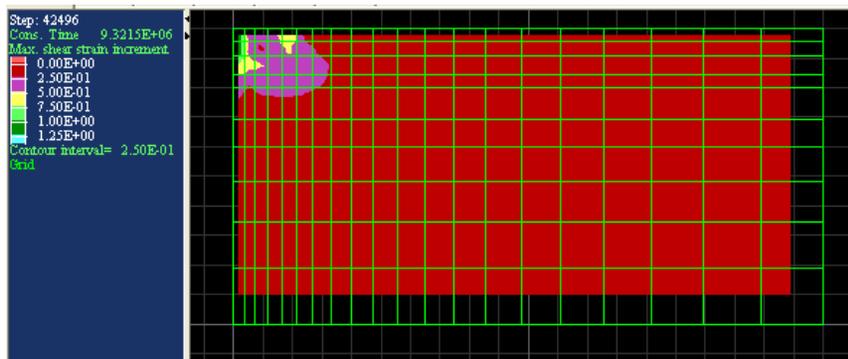
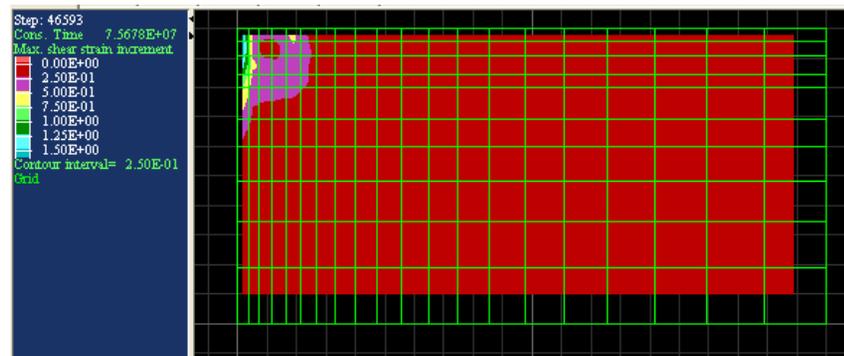


圖 5.10 地下水位 4m-垂直位移分布

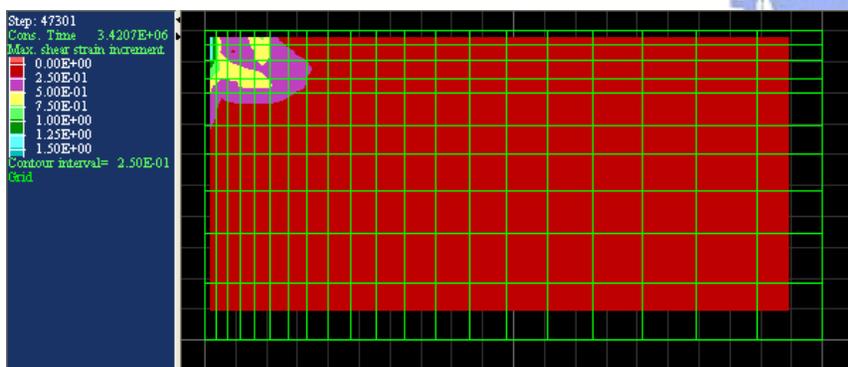
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

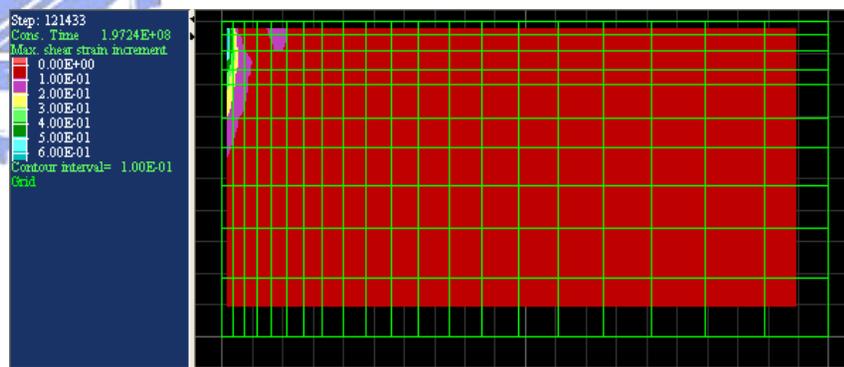
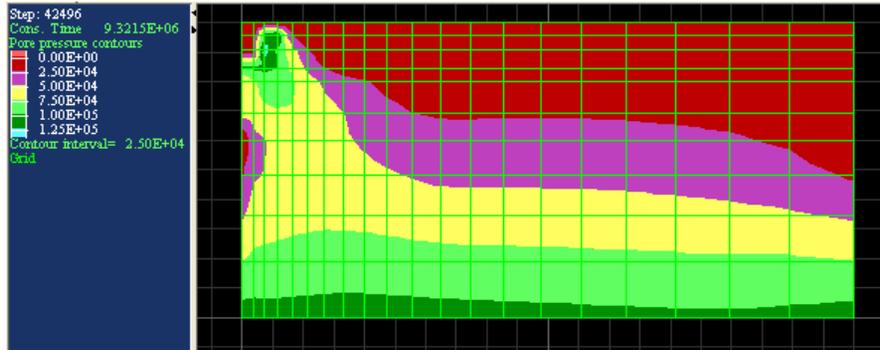
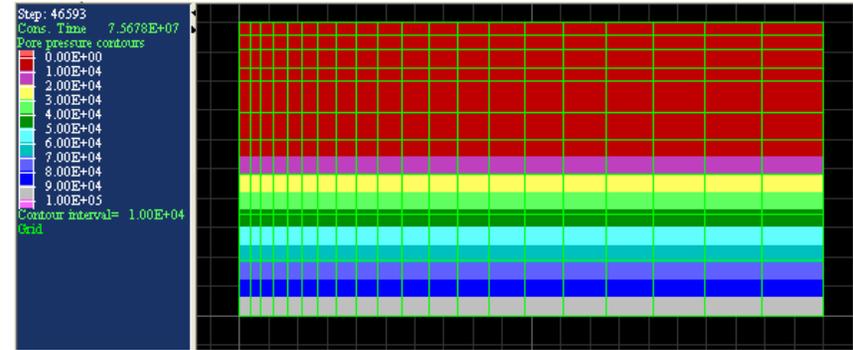


圖 5.11 地下水位 4m-剪應變分布

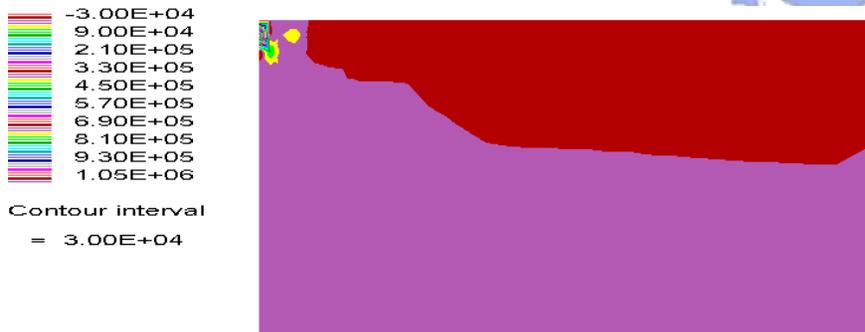
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

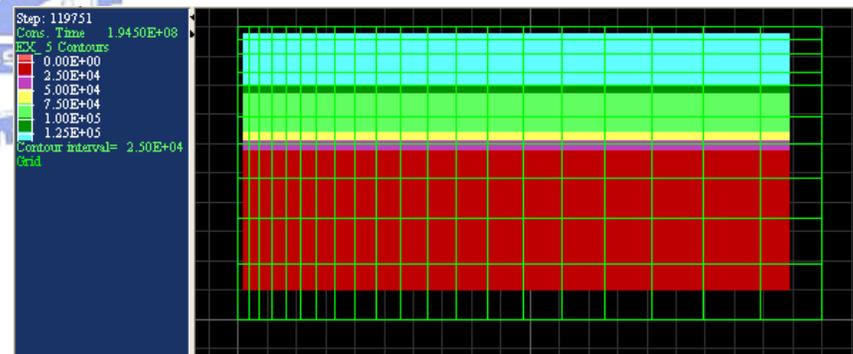
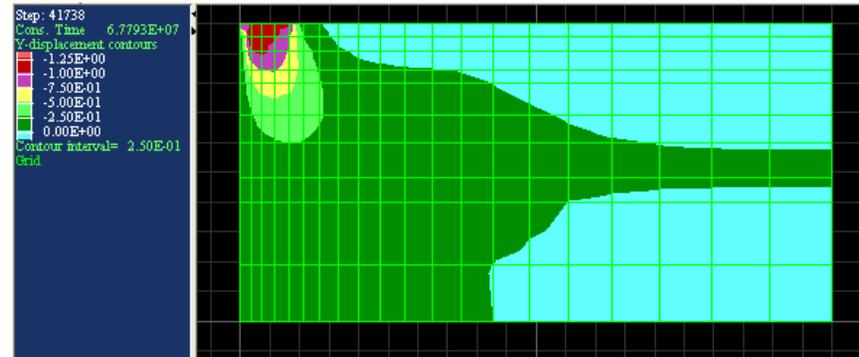
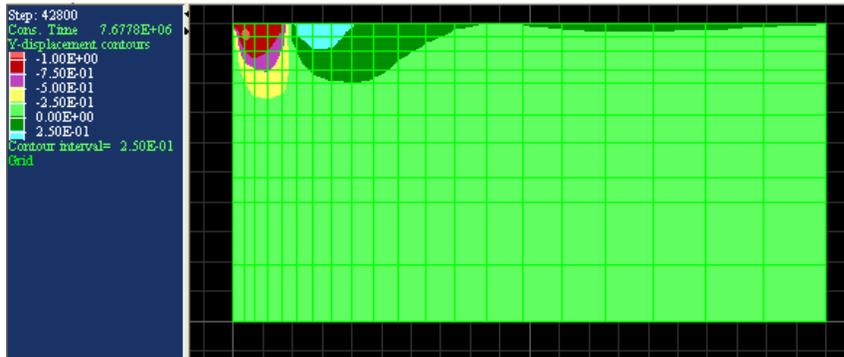


圖 5.12 地下水位 4m-孔隙水壓分布

(a) 不考慮吸力—不排水

(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水

(d) 考慮吸力—排水

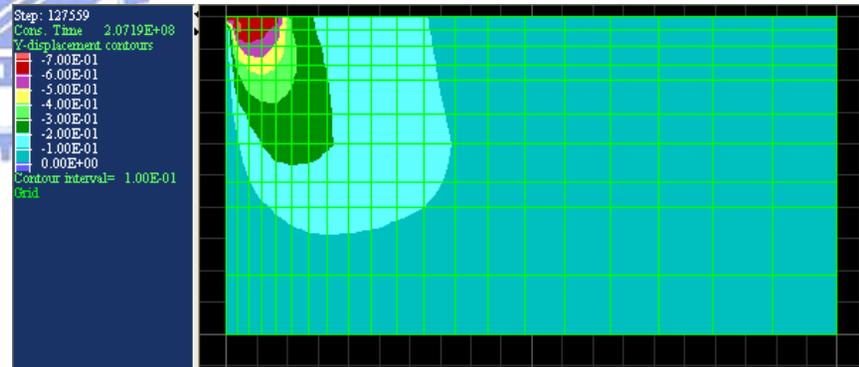
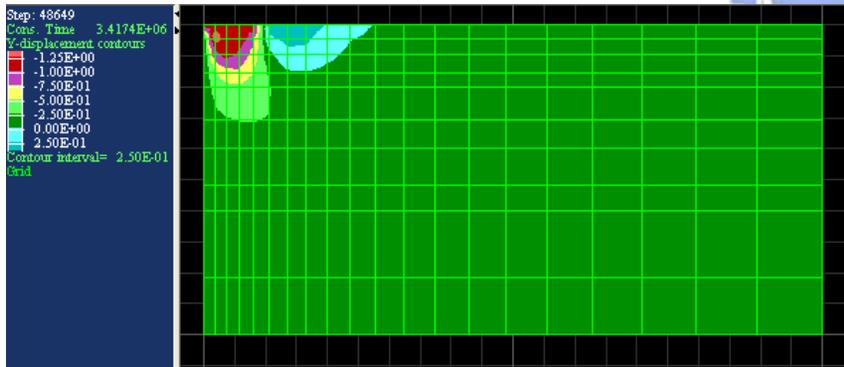
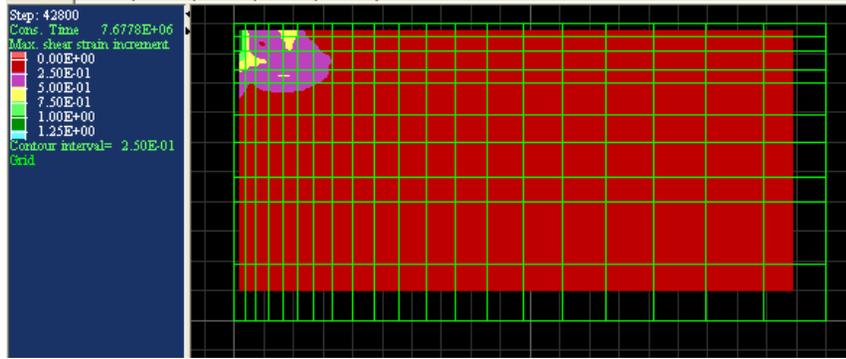
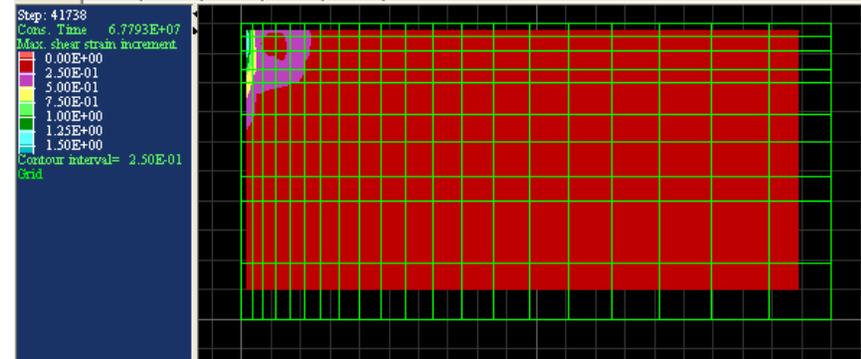


圖 5.13 地下水位 6m-垂直位移分布

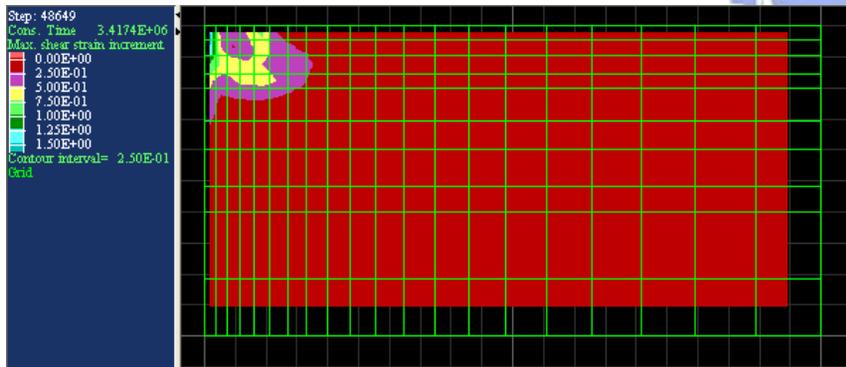
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

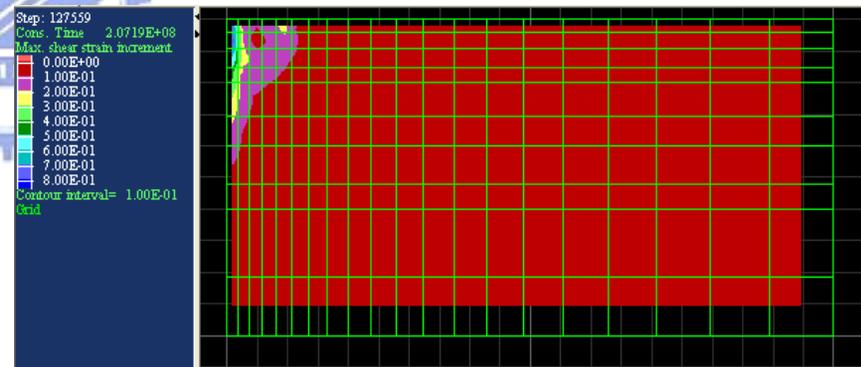
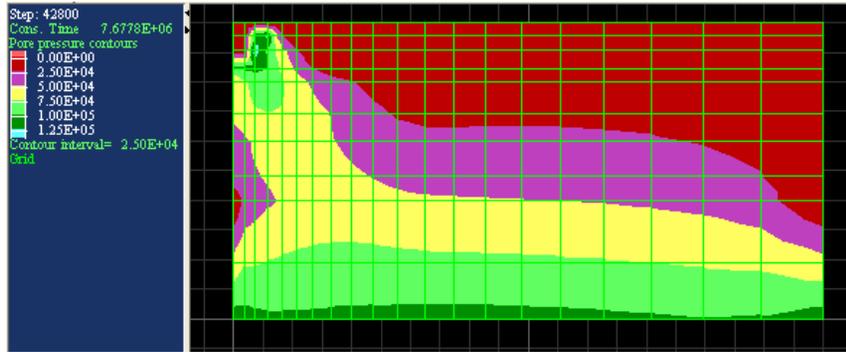
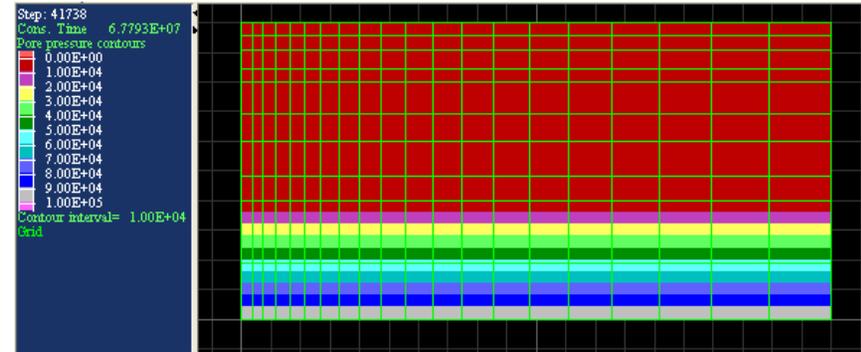


圖 5.14 地下水位 6m-剪應變分布

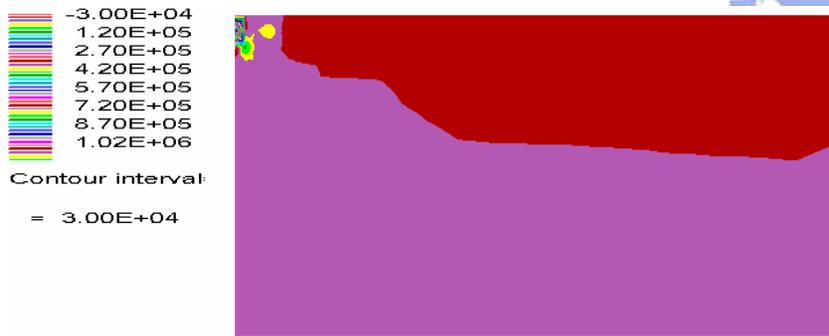
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

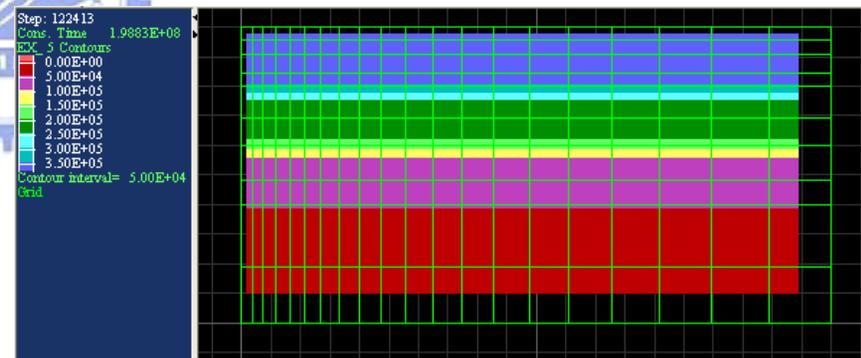


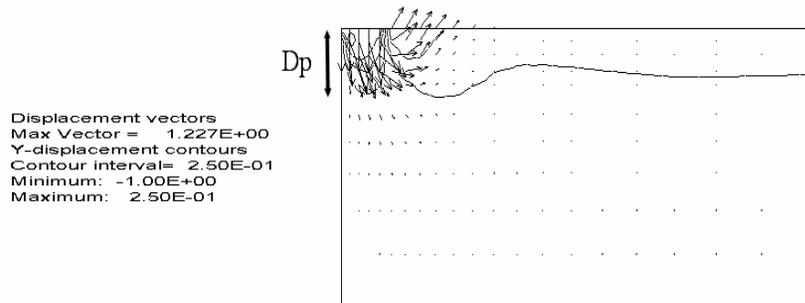
圖 5.15 地下水位 6m-孔隙水壓分布

由垂直位移分布與剪應變的變化可知，在「不考慮吸力—不排水」與「考慮吸力—不排水」的條件下有較明顯之主、被動破壞區域呈現類似全面剪力破壞型式發展而且有激發的孔隙水壓產生；反觀「不考慮吸力—排水」與「考慮吸力—排水」等條件下無此明顯現象，而是較類似局部剪力破壞或壓密沉陷（基礎下方發生較顯著之垂直沉陷）之型式。在下節中將比較各種條件下的基礎承载力與基礎正下方知沉陷量間的差異，並深入討論。

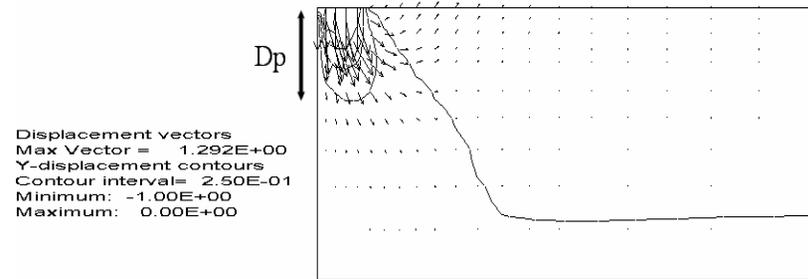
5.2 基礎承载力與影響深度

本節將比較在「不考慮吸力—不排水」、「不考慮吸力—排水」、「考慮吸力—不排水」、與「考慮吸力—排水」等四種情況下之基礎承载力、垂直方向的沉陷量、以及影響深度。將四種條件下，地下水位分別位於地表下 2 公尺、4 公尺、6 公尺等三種情況一併比較討論。因此共有十二組模擬結果可作綜合比較。所有模擬之位移向量圖如圖 5.16 至圖 5.18 所示，圖中之 D_p 代表影響深度範圍，而承载力對沉陷量之關係圖如圖 5.19 至 5.20 所示，模擬結果之數據則如表 5.2 所示，表中之 NSU 與 NSD 分別代表「不考慮吸力—不排水」與「不考慮吸力—排水」的結果；SU 與 SD 則代表「考慮吸力—不排水」與「考慮吸力—排水」之模擬結果，而在其後標示之公尺數為代表地下水位之位置。

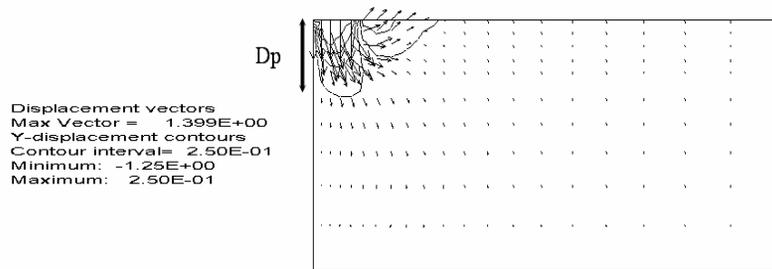
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

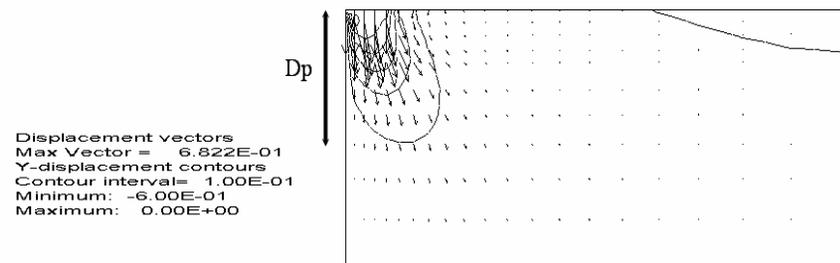
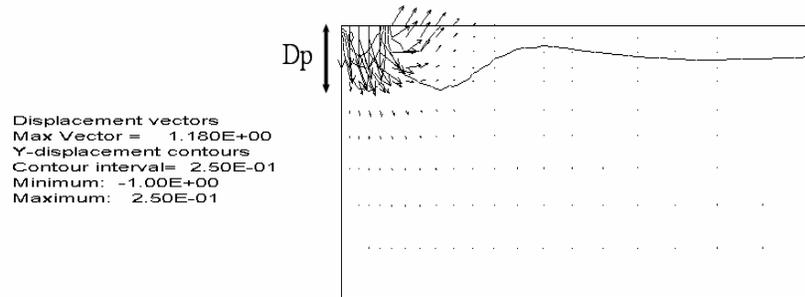
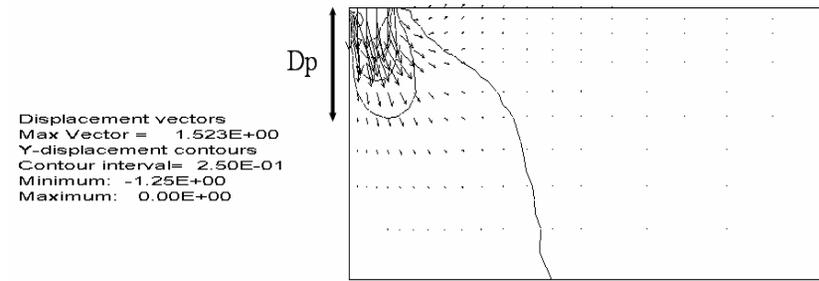


圖 5.16 地下水水位 2m-位移向量圖與影響深度範圍

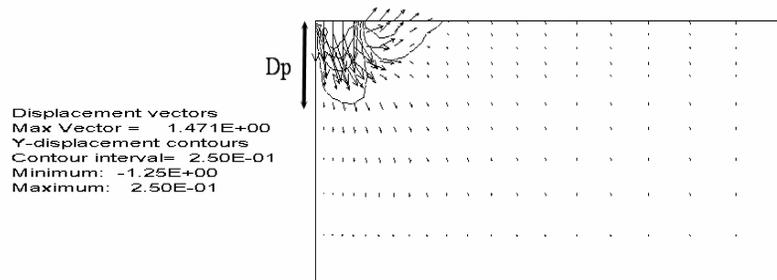
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

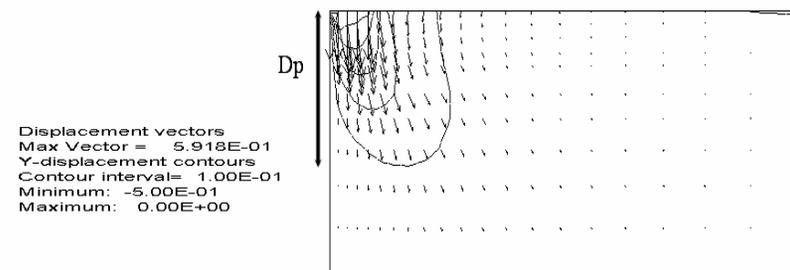
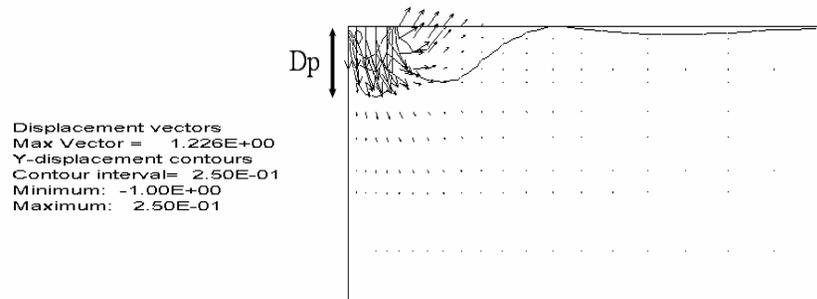
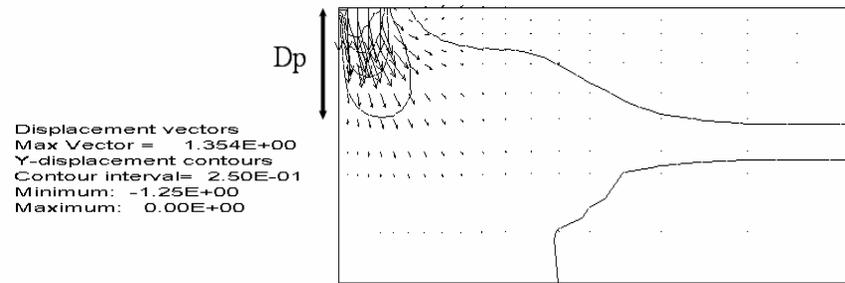


圖 5.17 地下水位 4m-位移向量圖與影響深度範圍

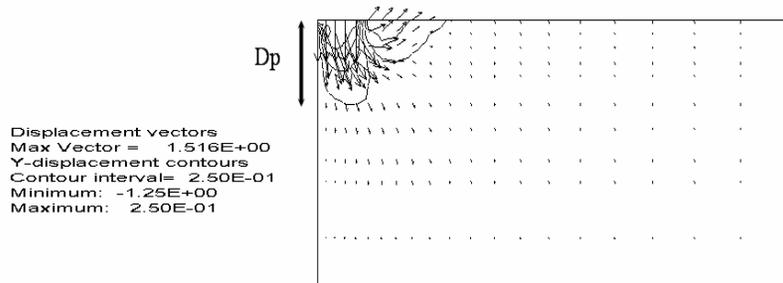
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

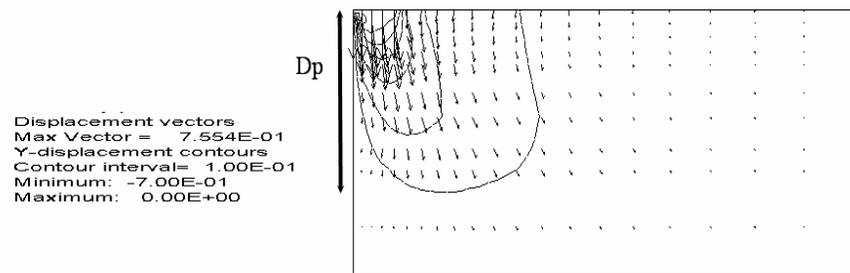
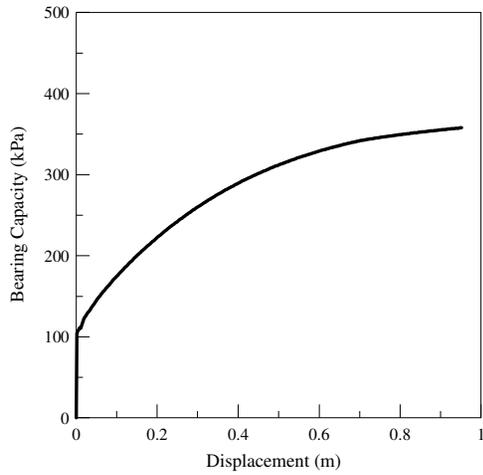


圖 5.18 地下水位 6m-位移向量圖與影響深度範圍

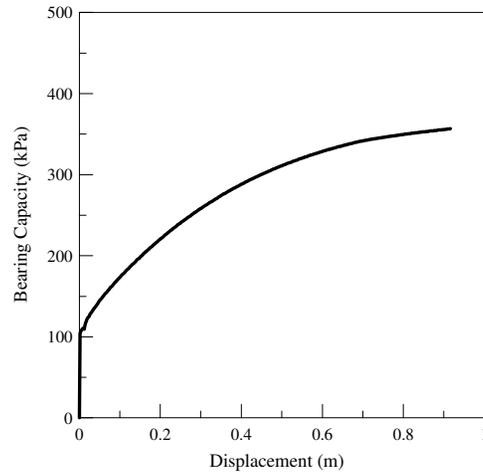
由模擬結果的位移向量與垂直方向之位移分布圖可看出在“排水”的條件下影響的深度範圍皆比“不排水”的條件下要來的深；其中影響深度最大的發生在地水位位於地表下 6 公尺的「考慮吸力－排水」條件下，影響範圍最小的發生在地水位位於地表下 2 公尺的「不考慮吸力－不排水」條件下。在不排水的條件下有明顯之主、被動破壞區之分界；在排水的條件下則屬局部之破壞。

接著，將對「不考慮吸力－不排水」、「不考慮吸力－排水」、「考慮吸力－不排水」、與「考慮吸力－排水」四種條件下，承载力對基礎沉陷量的關係討論基礎承載的穩定性。

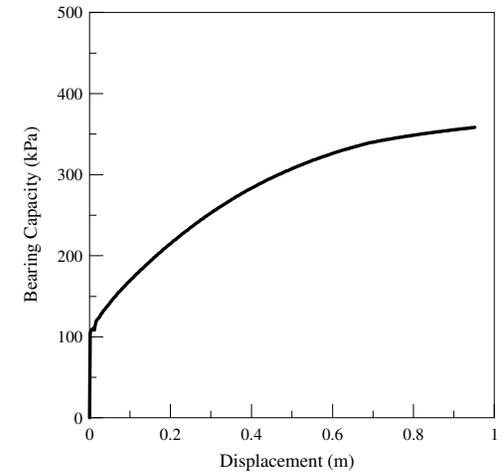




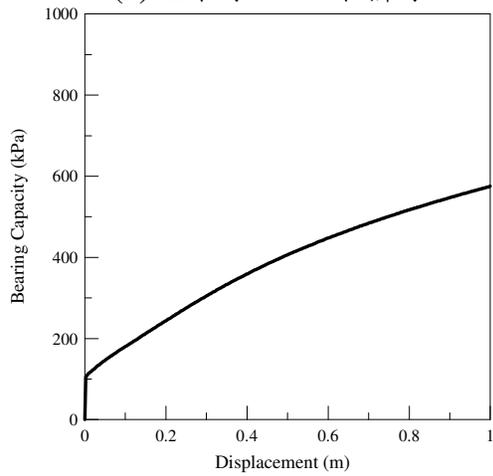
(a)地下水 2m - 不排水



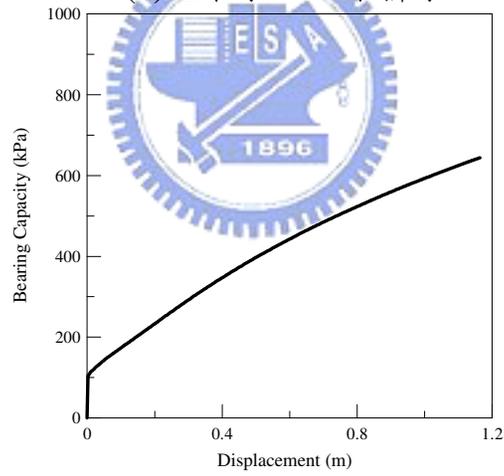
(b)地下水 4m - 不排水



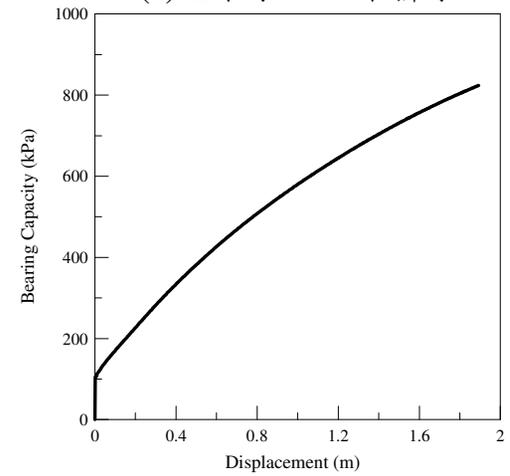
(c)地下水 6m - 不排水



(d)地下水 2m - 排水

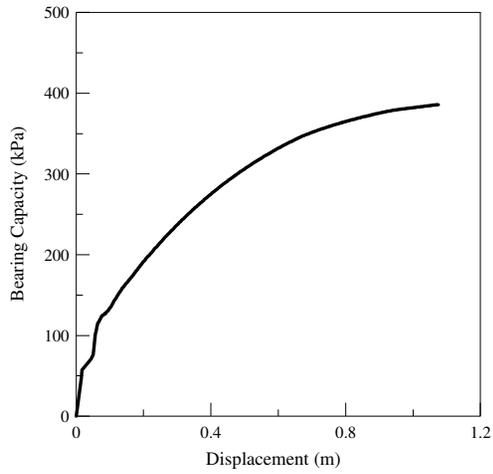


(e)地下水 4m - 排水

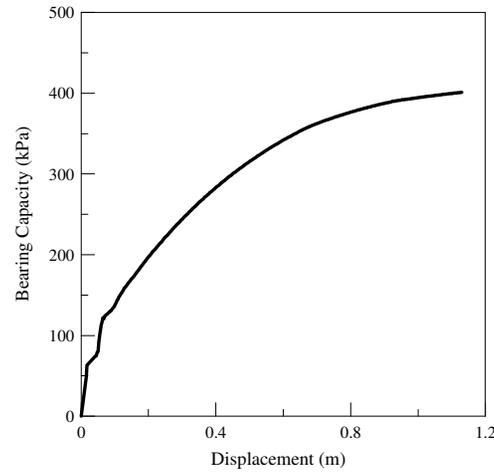


(f)地下水 6m - 排水

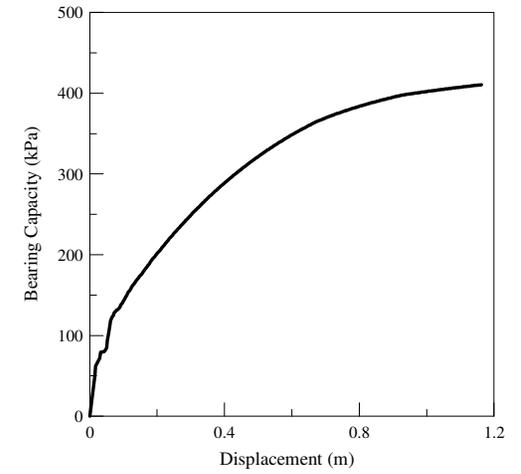
圖 5.19 不考慮吸力條件下，基礎承載力對基礎正下方沉陷量



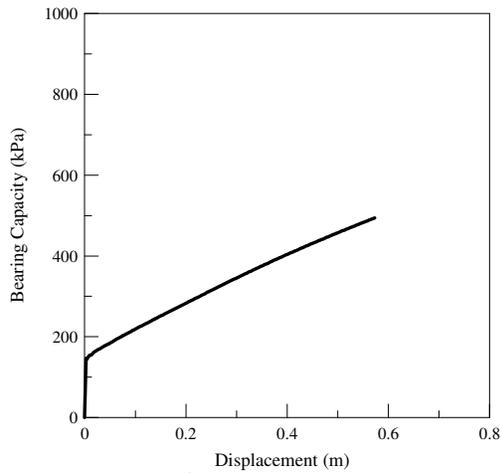
(a)地下水 2m - 不排水



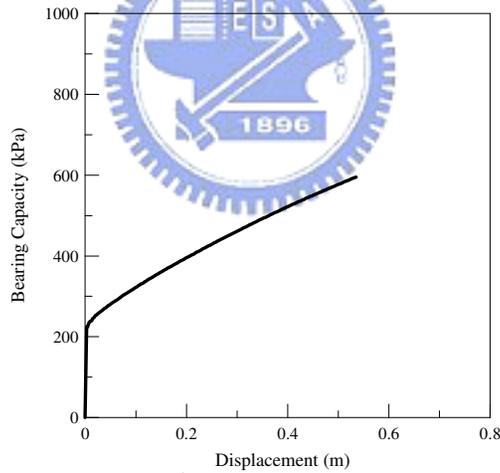
(b)地下水 4m - 不排水



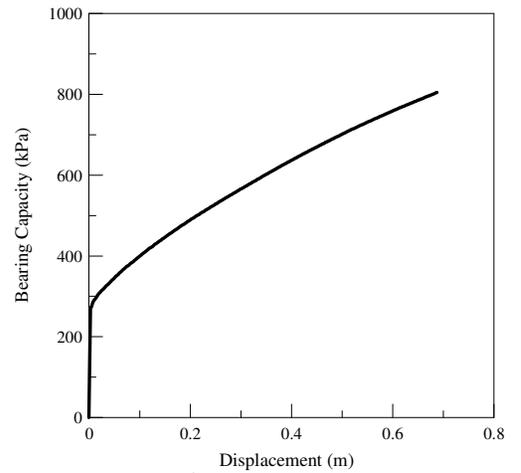
(c)地下水 6m - 不排水



(d)地下水 2m - 排水



(e)地下水 4m - 排水



(f)地下水 6m - 排水

圖 5.20 考慮吸力條件下，基礎承载力對基礎正下方沉陷量

表 5.2 基礎承载力與基礎正下方沉陷量模擬結果數據

	承载力(kPa)	基礎正下方沉陷量(m)
NSU-6m	358.4	0.95
NSU-4m	356.8	0.92
NSU-2m	358.0	0.95
NSD-6m	824.0	1.89
NSD-4m	644.8	1.16
NSD-2m	575.3	1.00
SU-6m	410.4	1.17
SU-4m	401.2	1.12
SU-2m	386.6	1.09
SD-6m	805.5	0.68
SD-4m	595.8	0.54
SD-2m	495.1	0.57

由承载力對基礎沉陷量的關係曲線可知，對應至相同沉陷量下，在不排水的條件下部分飽和狀態比起飽和狀態承载力要來的高；同樣的情形也發生在排水的條件底下。而極限承载力的由大至小依序為「考慮吸力—排水」、「不考慮吸力—排水」、「考慮吸力—不排水」，再至最危險之短期穩定性的「不考慮吸力—不排水」條件。模擬結果顯示在考慮吸力狀態當處於不排水的條件下，相較於「不考慮吸力—不排水」的土壤與加載條件，有較高之短期穩定性。

再者，在考慮吸力的狀態下，無論排水與不排水皆會受到地下水位之影響；隨著地下水位的升高，基礎承载力也逐漸降低，此現象在考慮吸力排水下有更明顯之趨勢。

藉由此基礎承載之工程應用範例，可顯現本研究之力學模型利用數值

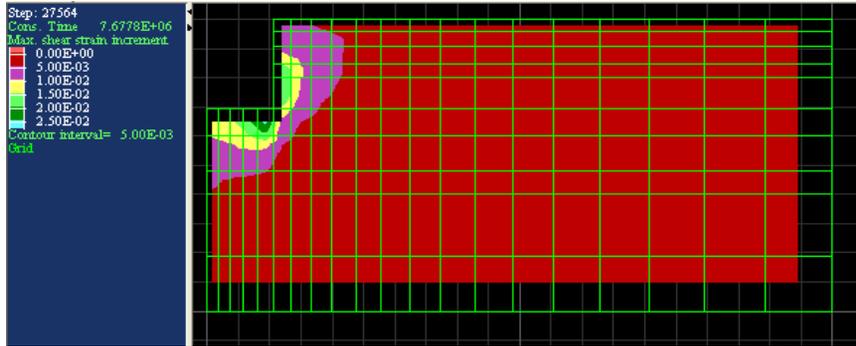
軟體為平台運用至大地工程之邊界值問題，應可合理模擬部分飽和土壤在「排水」與「不排水」條件下之工程力學行為。本章之範例，也顯示於不排水條件下，原本土壤內使土體有額外穩定力量之吸力，受到外載之影響會誘發短期孔隙壓力變化，因而可能影響工程穩定性。

5.3 無支撐開挖

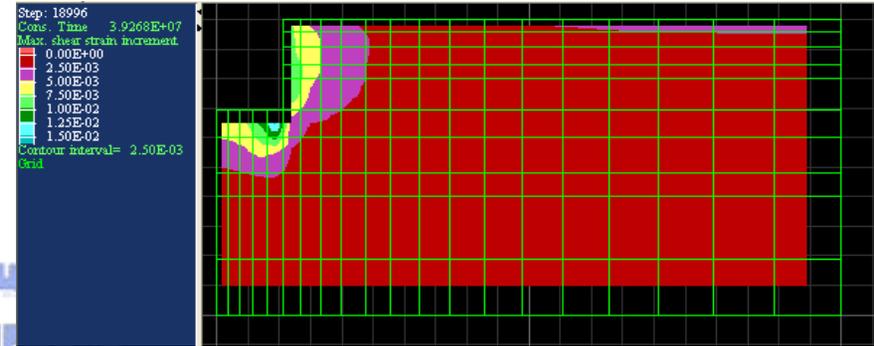
本節繼續以 5.1 節所假設之土壤飽和度分布條件進行開挖模擬以展示另一應用範例。網格、土壤參數與飽和度之設定等皆沿用 5.1 節之尺寸與數據。開挖之分析仍比較「不考慮吸力—不排水」、「不考慮吸力—排水」、「考慮吸力—不排水」、與「考慮吸力—排水」四種條件。地水位以上之土層飽和度，在「不考慮吸力—不排水」及「不考慮吸力—排水」情況下仍考慮無毛細上升區(飽和度為 0)；「考慮吸力—不排水」與「考慮吸力—排水」情況下則考慮有毛細上升區(飽和度介於 0 至 1 之間)。所有模擬之地水位，假設位於距地表 6 公尺處。

開挖之模擬半寬為 1 公尺。依據表 5.1 之土壤參數，此基礎之無支撐臨界開挖高度(H_{cr})約在 4 公尺左右。因此對開挖之模擬將從開挖 3 公尺、4 公尺、5 公尺與 6 公尺等四個開挖深度。分別在考慮吸力與不考慮吸力、排水與不排水條件下進行分析比較。模擬之結果如圖 5.21 至圖 5.28 所示。水平位移向量之模擬結果則如圖 5.29 至圖 5.32 所示。不考慮吸力—不排水(NSU)、不考慮吸力—排水(NSD)、考慮吸力—不排水(SU)、考慮吸力—排水(SD)，四種模擬條件下，各開挖深度之側向開挖面最大水平位移量與剪應變量與發展之位置模擬結果數據，如表 5.3 ~ 表 5.6 所示。

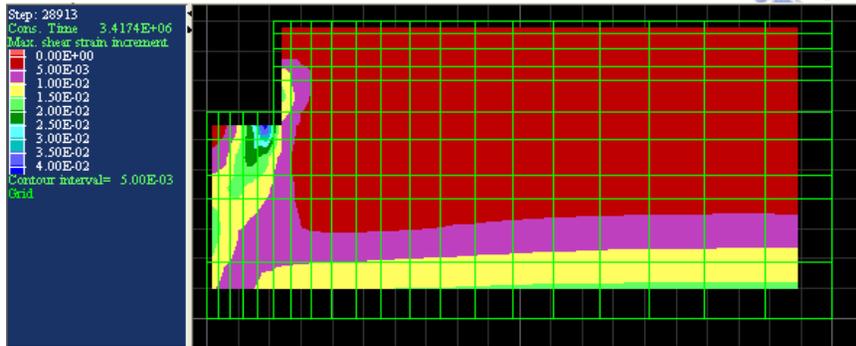
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

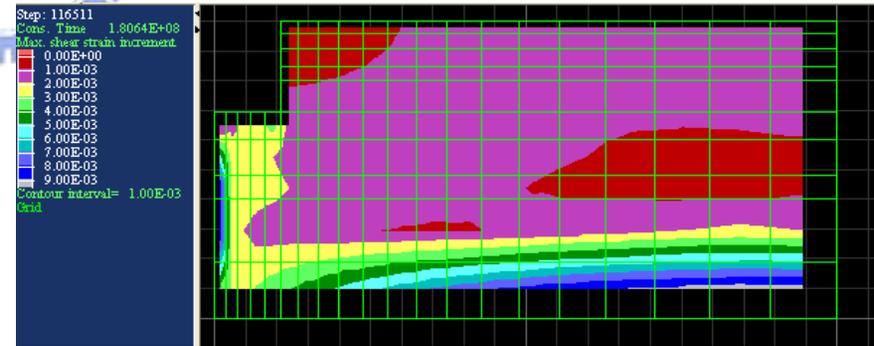
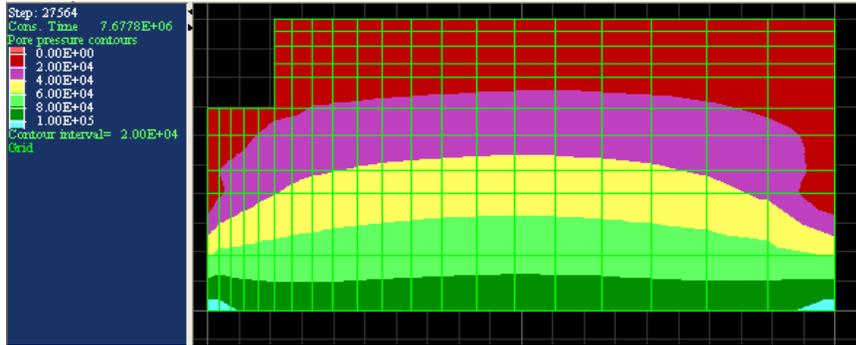
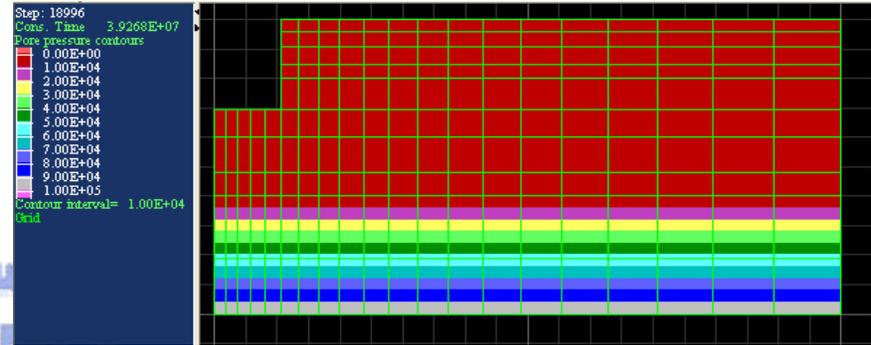


圖 5.21 開挖深度 3m-剪應變分布

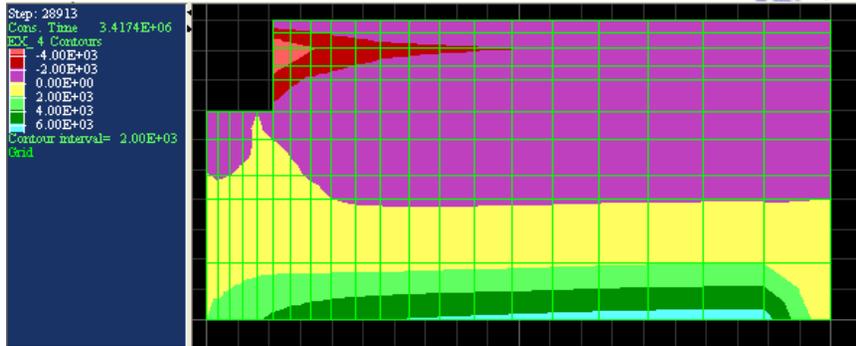
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

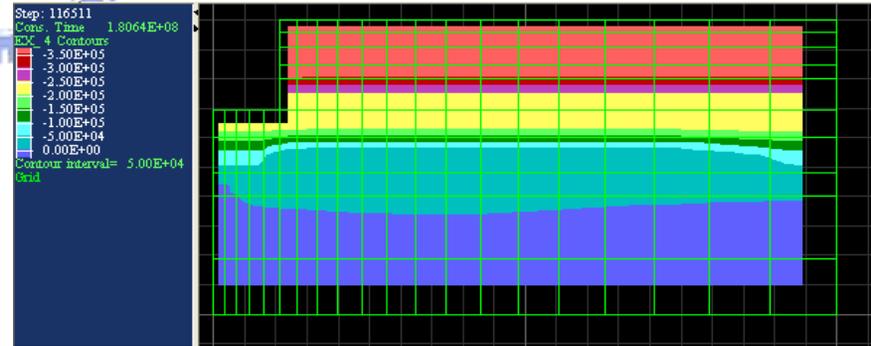
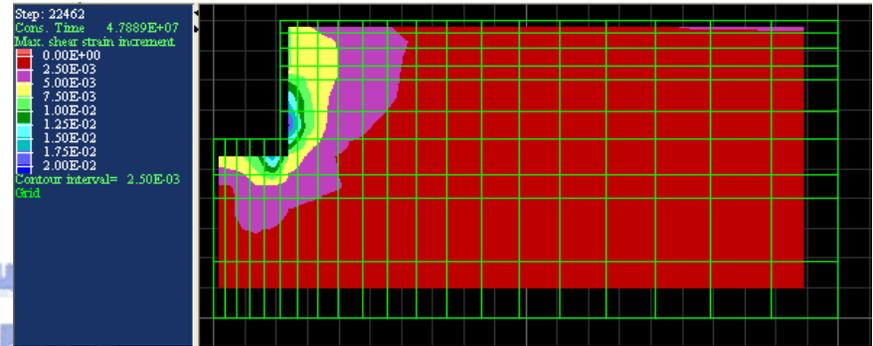
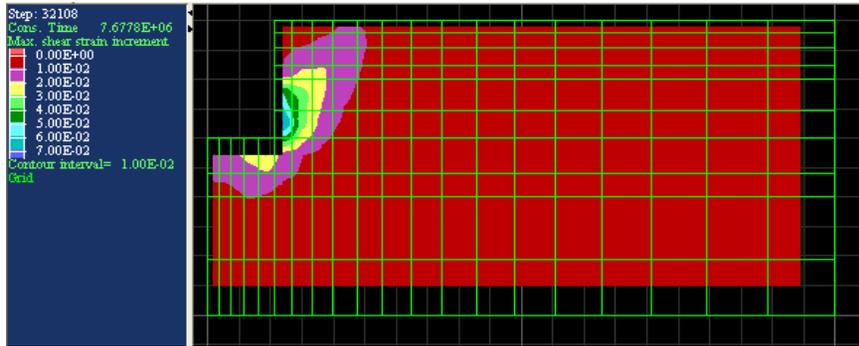


圖 5.22 開挖深度 3m-孔隙水壓分布

(a) 不考慮吸力—不排水

(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水

(d) 考慮吸力—排水

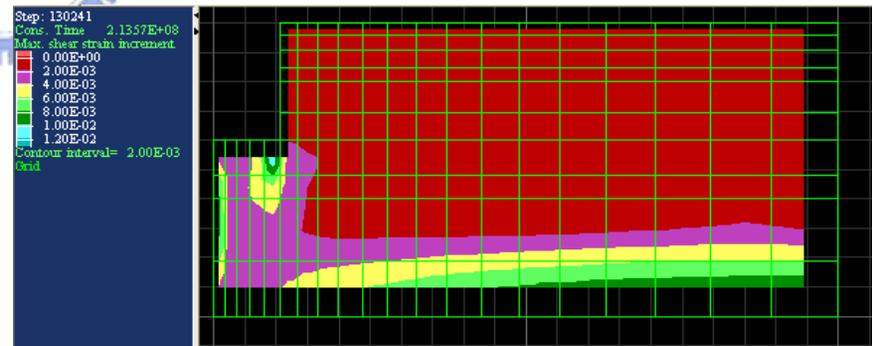
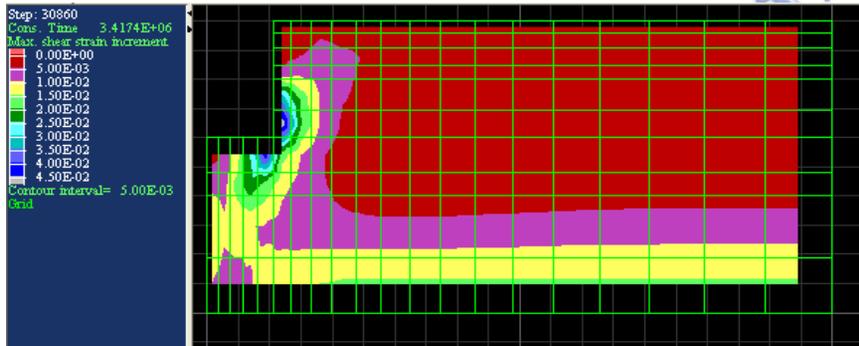
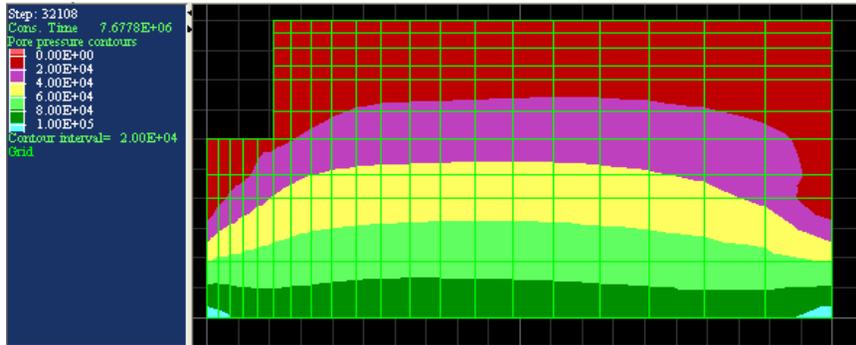
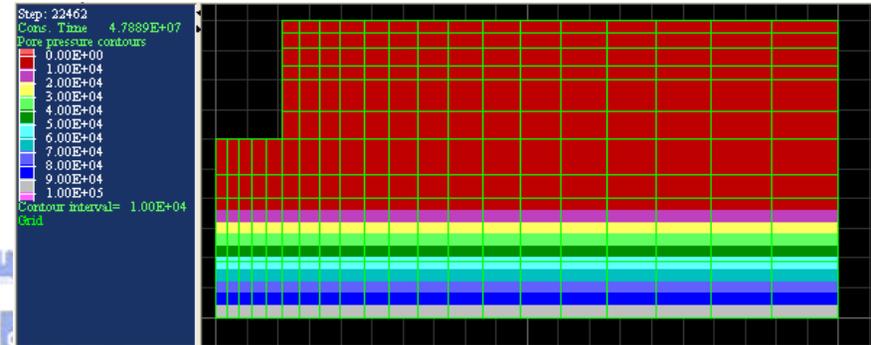


圖 5.23 開挖深度 4m-剪應變分布

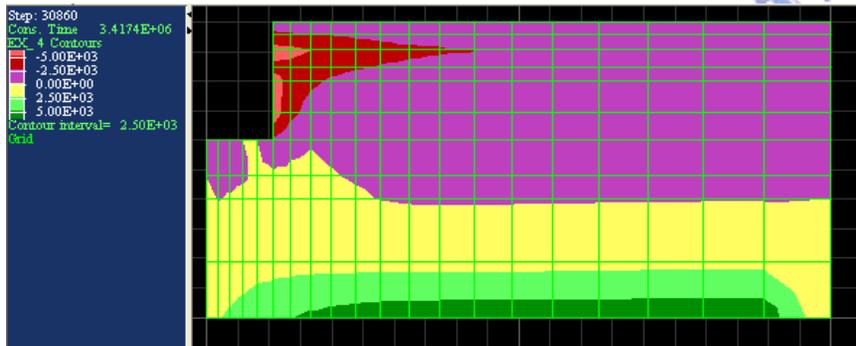
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

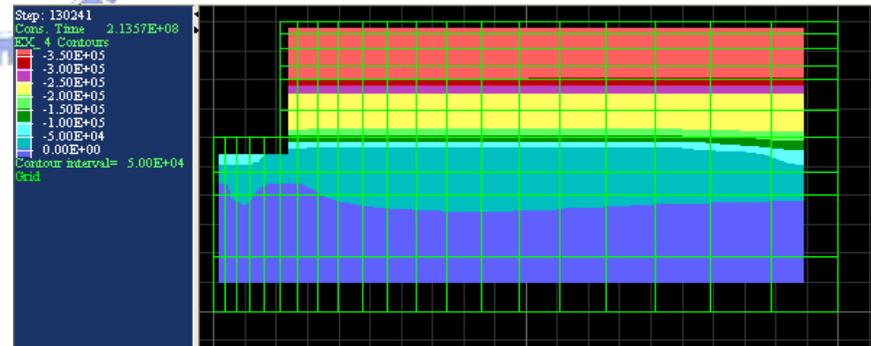
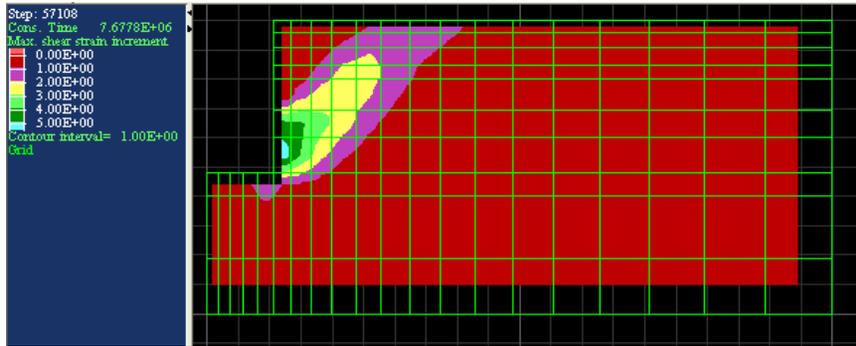
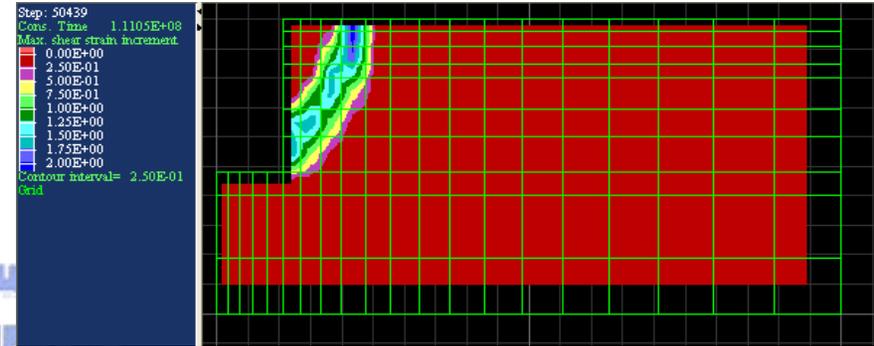


圖 5.24 開挖深度 4m-孔隙水壓分布

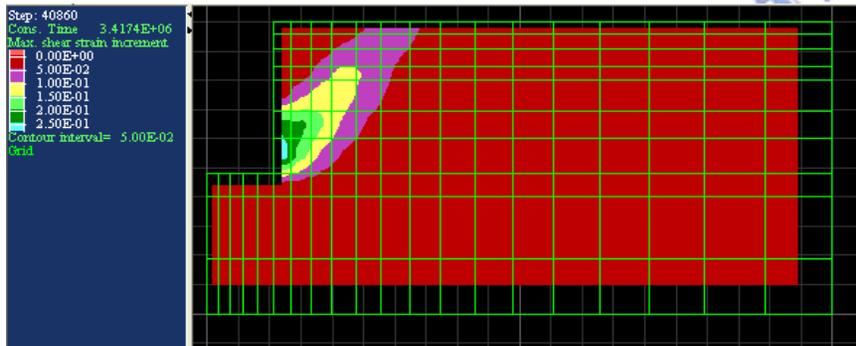
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

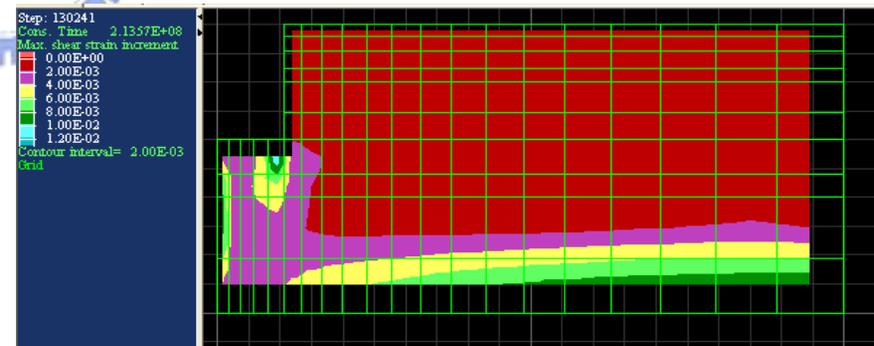
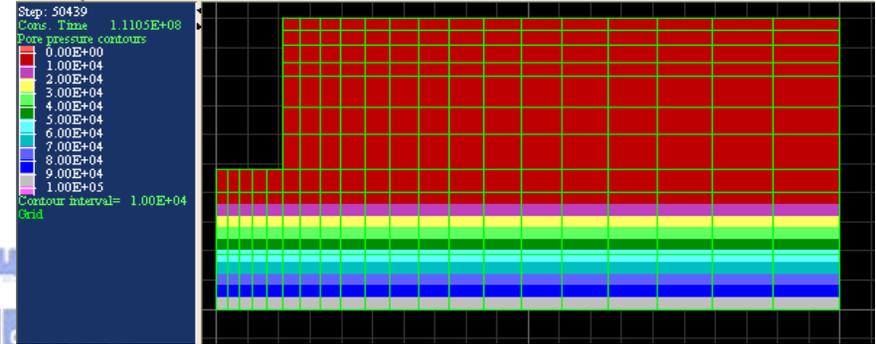
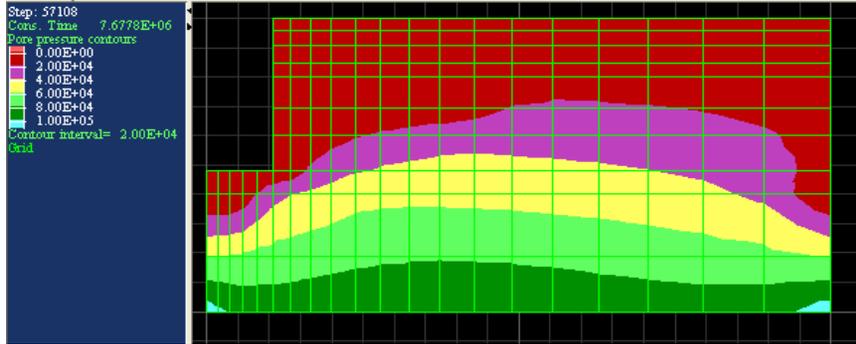


圖 5.25 開挖深度 5m-剪應變分布

(a) 不考慮吸力—不排水

(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水

(d) 考慮吸力—排水

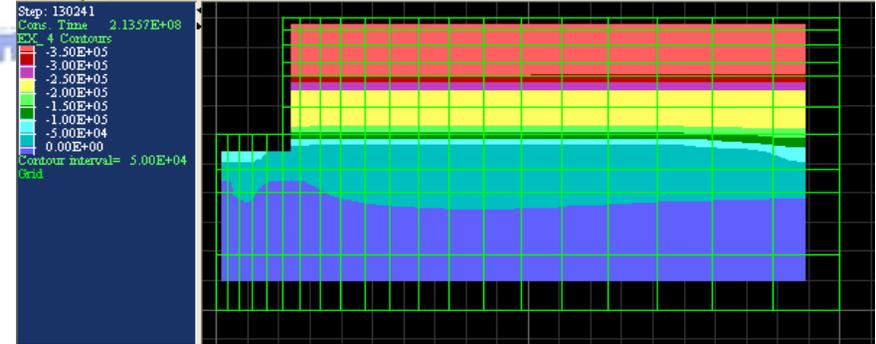
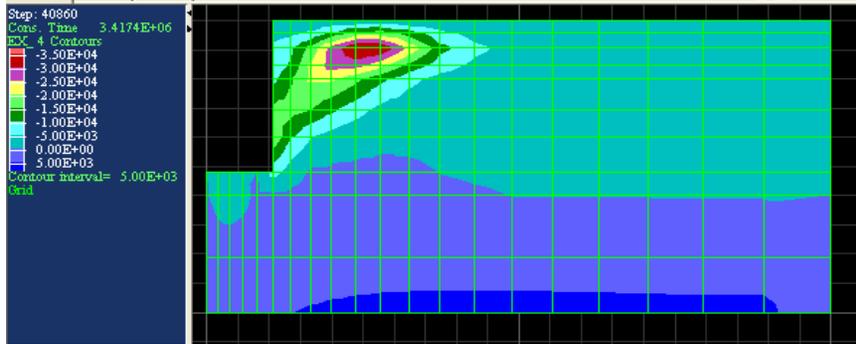
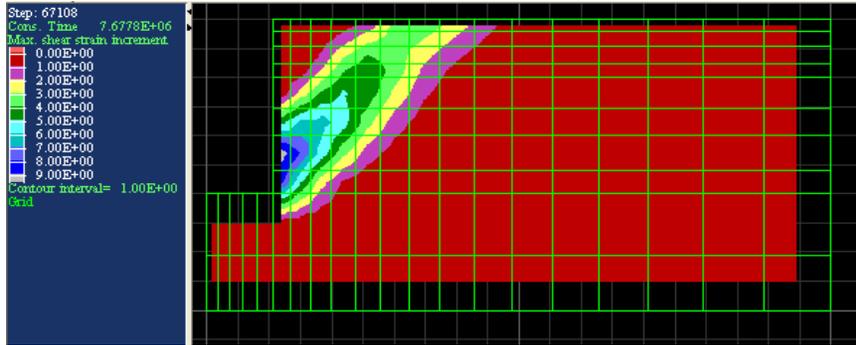
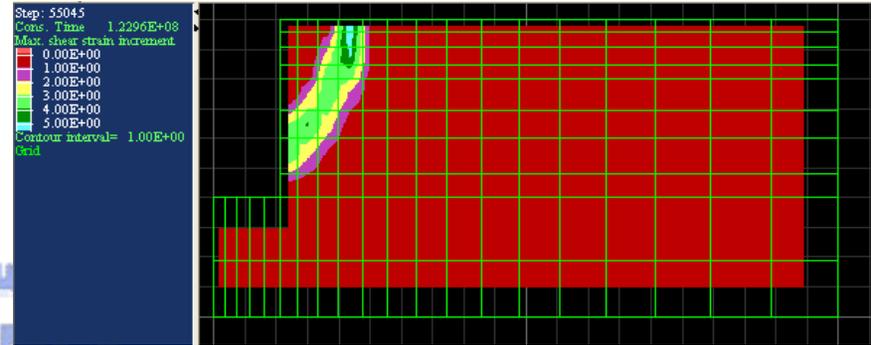


圖 5.26 開挖深度 5m-孔隙水壓分布

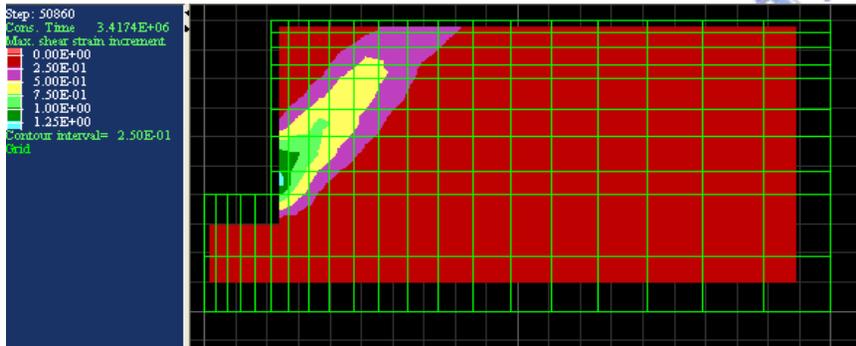
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

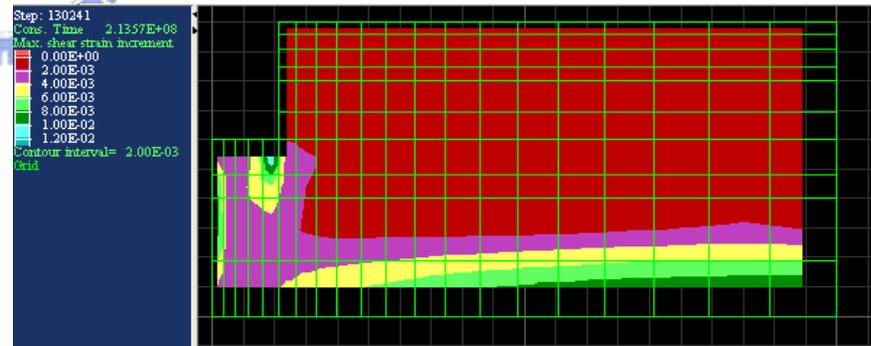
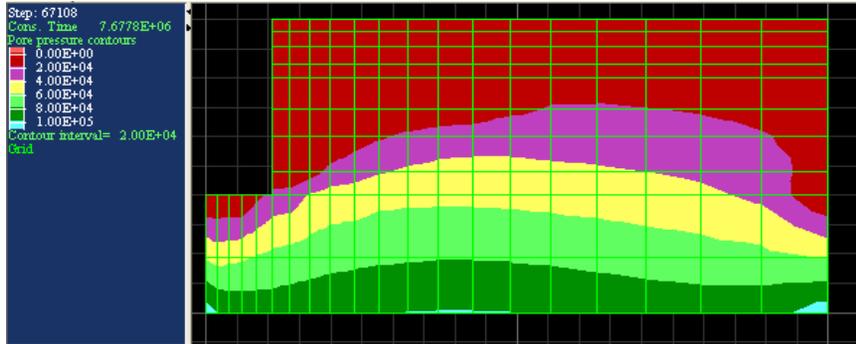
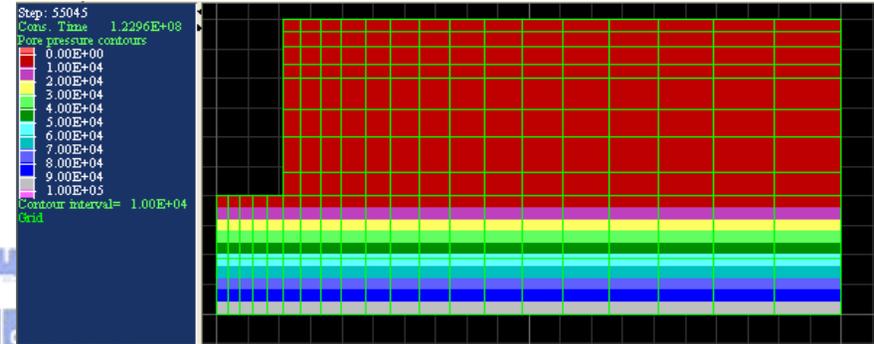


圖 5.27 開挖深度 6m-剪應變分布

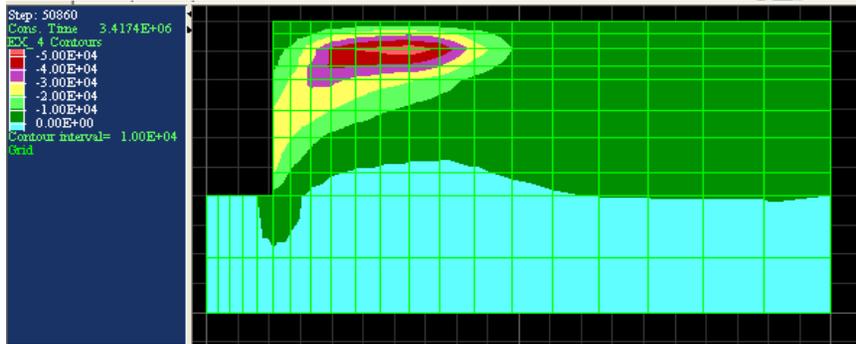
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

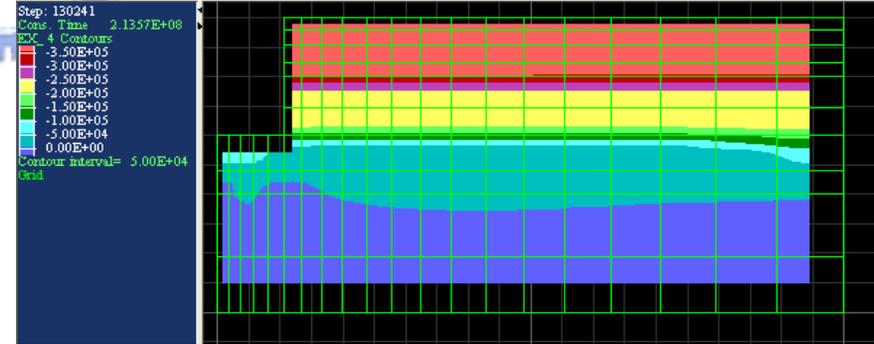
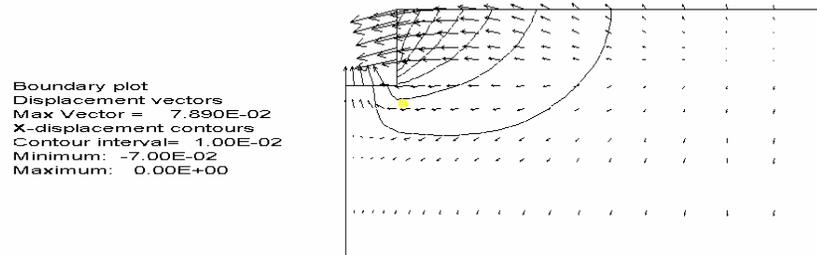
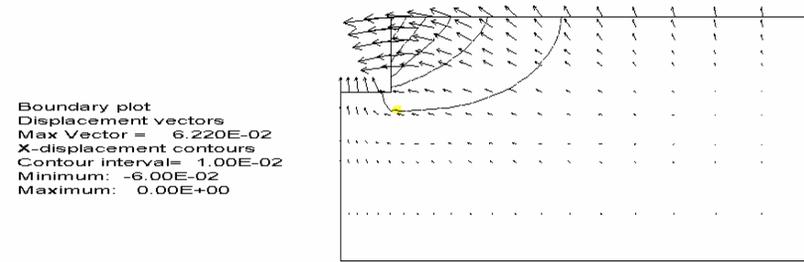


圖 5.28 開挖深度 6m-孔隙水壓分布

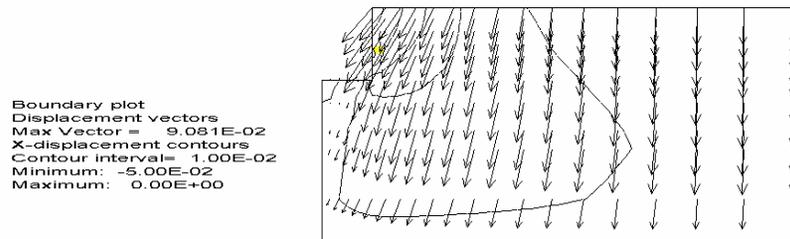
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

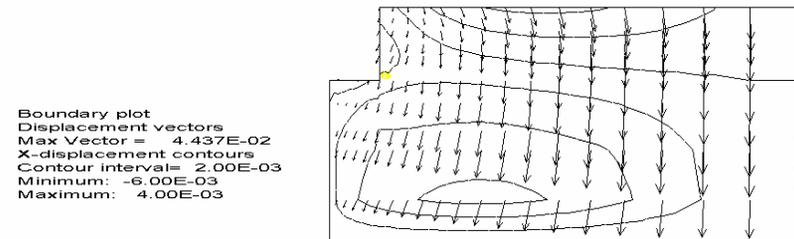
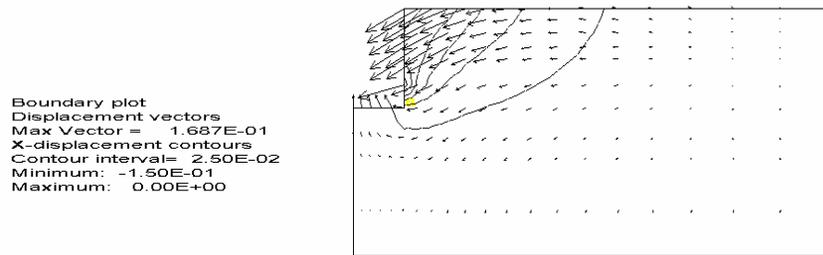
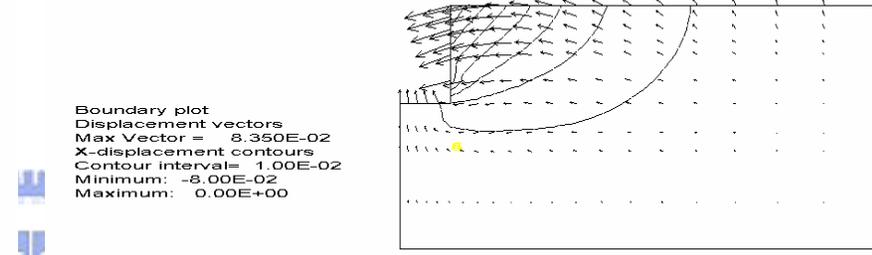


圖 5.29 開挖深度 3m-水平位移向量圖

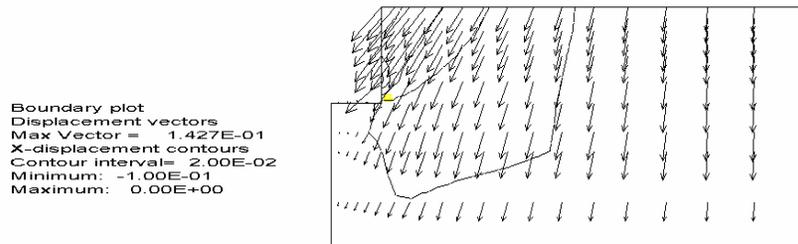
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

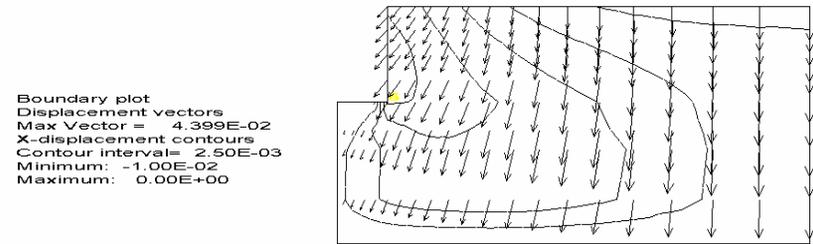
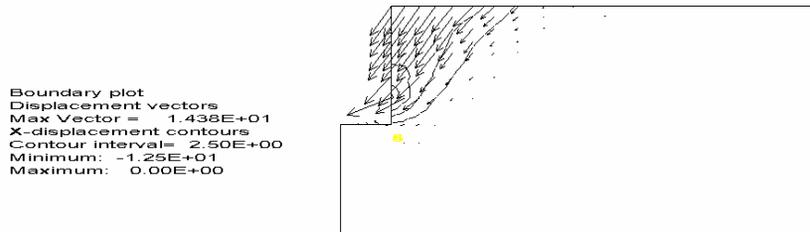
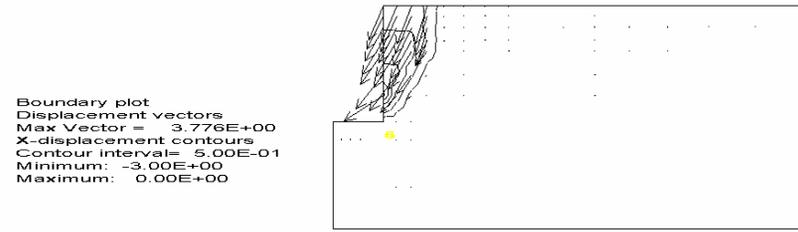


圖 5.30 開挖深度 4m-水平位移向量圖

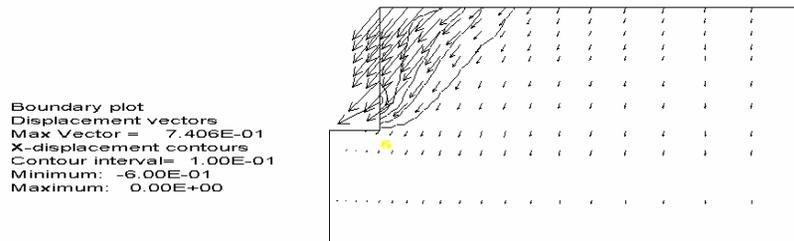
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

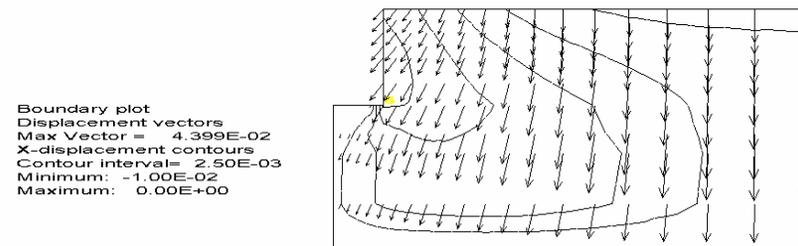
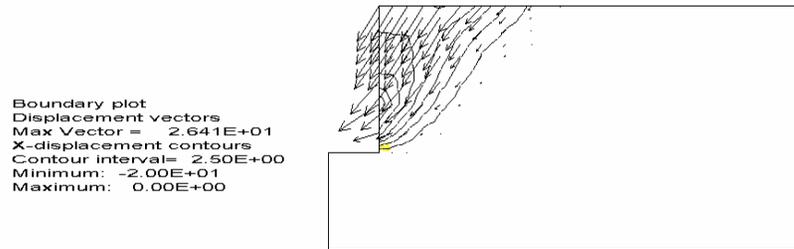
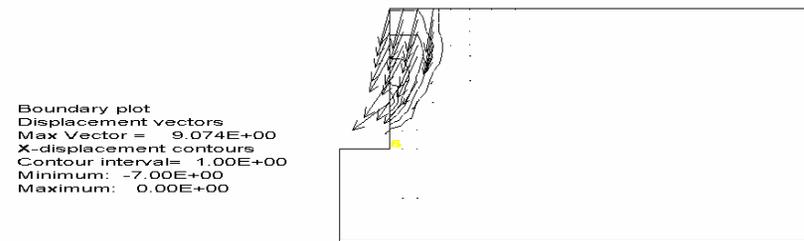


圖 5.31 開挖深度 5m-水平位移向量圖

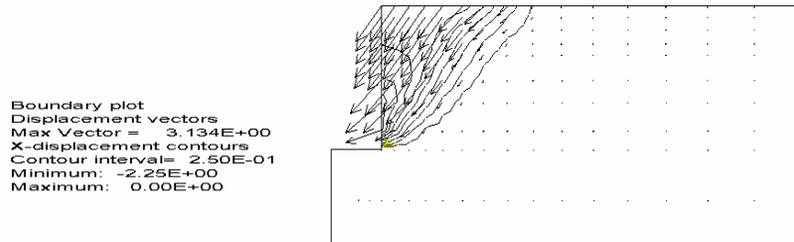
(a) 不考慮吸力—不排水



(b) 不考慮吸力—排水



(c) 考慮吸力—不排水



(d) 考慮吸力—排水

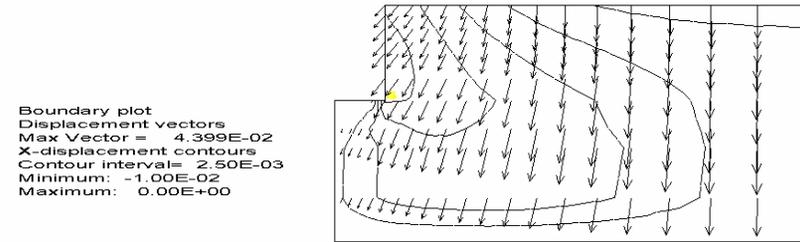


圖 5.32 開挖深度 6m-水平位移向量圖

表 5.3 開挖深度 3 公尺，側向開挖面最大水平位移與剪應變模擬結果數據

	側向開挖面最大水平位移		側向開挖面最大剪應變	
	位移量(m)	位置(距地表)(m)	剪應變量(%)	位置(距地表)(m)
NSU	0.076	0	2.00	3
NSD	0.062	0	0.98	2
SU	0.057	0	1.68	3
SD	0.004	3	0.14	3

表 5.4 開挖深度 4 公尺，側向開挖面最大水平位移與剪應變模擬結果數據

	側向開挖面最大水平位移		側向開挖面最大剪應變	
	位移量(m)	位置(距地表)(m)	剪應變量(%)	位置(距地表)(m)
NSU	0.162	4	7.31	4
NSD	0.081	0	2.02	4
SU	0.107	4	4.86	4
SD	0.012	4	0.16	4

表 5.5 開挖深度 5 公尺，側向開挖面最大水平位移與剪應變模擬結果數據

	側向開挖面最大水平位移		側向開挖面最大剪應變	
	位移量(m)	位置(距地表)(m)	剪應變量(%)	位置(距地表)(m)
NSU	13.22	5	>100	5
NSD	3.09	5	>100	5
SU	0.65	5	22.53	5
SD	0.02	5	0.56	5

表 5.6 開挖深度 6 公尺，側向開挖面最大水平位移與剪應變模擬結果數據

	側向開挖面最大水平位移		側向開挖面最大剪應變	
	位移量(m)	位置(距地表)(m)	剪應變量(%)	位置(距地表)(m)
NSU	22.19	5	>100	5
NSD	7.08	5	>100	5
SU	2.32	6	>100	6
SD	0.57	6	29.93	6

檢視模擬分析結果，比較各開挖深度的剪應變分布圖與表 5.3 之模擬數據結果，開挖深度在 3 公尺時，四種條件下之開挖分析皆呈現穩定狀態。至於側向開挖面剪應變最大量所發生之位置，除了「不考慮吸力—排水」的條件比較不同外，其餘皆發生在側向開挖面之底部。

當開挖深度接近無支撐臨界高度(H_{cr}) 4 公尺時，由圖 5.23 與表 5.4，「不考慮吸力—不排水」之模擬條件仍然呈現穩定，但已有破壞趨勢出現，剪應變之累積量也比其他條件之模擬結果大了許多。

當開挖深度達 5 公尺時，模擬分析結果如圖 5.27 與表 5.5。「不考慮吸力—不排水」與「不考慮吸力—排水」的模擬分析顯示此基礎開挖在無支撐之狀態下已達破壞；而在「考慮吸力—不排水」的模擬條件下亦已呈現破壞趨勢出現；至於「考慮吸力—排水」之模擬條件則仍呈現穩定狀態。

當開挖深度在 3 公尺~ 4 公尺，對應表 5.3 與表 5.4 之模擬結果，「考慮吸力—不排水」分析中剪應變量與最大位移量始終介於「不考慮吸力—不排水」與「不考慮吸力—排水」之分析結果。但當開挖至 5 公尺深時，「考慮吸力—不排水」之剪應變量已小於「不考慮吸力—不排水」與「不考慮吸力—排水」排水之分析很多。

而根據圖 5.22、圖 5.24、圖 5.26 三張孔隙水壓分布圖，在「考慮吸力—不排水」的分析中，孔隙水壓在側向開挖面上持續呈現負值成長，此結果代表基礎土體因開挖側向解壓導致在「考慮吸力—不排水」的模擬條件下，吸力值因土體解壓膨脹而上升；即因為吸力的上升，土壤有效應力增加使得黏土無支撐開挖之自立高度在「考慮吸力—不排水」的分析中要比「不考慮吸力—不排水」與「不考慮吸力—排水」的分析條件下來得高；而在「考慮吸力—排水」的分析中直至開挖為 5 公尺的深度中仍然保持穩

定。

當開挖深度達 6 公尺即地下水位之位置時，「不考慮吸力—不排水」與「不考慮吸力—排水」之分析皆已達到破壞，雖然「考慮吸力—不排水」的分析中側向土體的吸力值持續增加，但仍因為無支撐開挖深度較深而無法持續保持穩定狀態；而在「考慮吸力—排水」的分析中，雖然在側向開挖面仍呈現穩定狀態，但其開挖底部則有張力破壞之模擬結果。

5.4 工程應用範例綜合討論

5.1 節以基礎承載之例子模擬展示在地下水位以上之土層有或無考慮吸力之影響所分析出來的異同，結果顯示本研究擴充後之力學模型確實能模擬考慮吸力與不考慮吸力、排水與不排水等條件組合下之基礎承載破壞模式且模擬顯示，在外部加載之過程於「考慮吸力—不排水」的條件下，吸力值逐漸下降而致使基礎破壞的機制。5.3 節繼續以無支撐開挖為範例模擬在不同應力路徑條件下的開挖分析，並展示與 5.1 節基礎加載不同之解壓分析；根據圖 5.22、圖 5.24 與圖 5.26，在「考慮吸力—不排水」的條件下，吸力隨著解壓而增加，因此對於土壤真實狀態之開挖分析有強化穩定性之影響。

本章利用基礎承載與無支撐開挖兩個分別做為加載與解載之應用範例，說明部分飽和土壤於不排水條件分析上兩種截然不同之工程行為，因加載與解載的不同導致誘發吸力的減少與增加，進而對於工程行為有不同之影響。

第六章 結論與建議

6.1 結論

本研究旨在探討部分飽和土壤的不排水力學行為與工程特性，並以一部份飽和精簡力學模式為基礎進行模型之擴充，用以分析涵蓋部分飽和土壤從部分飽和至飽和，兼含排水與不排水條件下之力學行為模擬；繼而用於部分飽和土壤的大地工程邊界值問題模擬分析。由本論文之研究可獲得下列結論：

1. 本研究以鄒鄭翰(2007)所提出之部分飽和土壤精簡力學模型為基本架構，對此精簡力學模型進行擴充，使之能應用於部分飽和土壤的不排水相關模擬；擴充後模型保有鄒鄭翰(2007)原模型之參數精簡特性，以能兼顧部分飽和土壤於排水與不排水條件下之定性力學行為模擬。
2. 本研究之擴充模型將孔隙氣體壓力與體積變化，符合理想氣體(波以爾定律, Boyle's Law)之理想氣體方程式納入作考量，並調整部分飽和土壤的有效應力定義，以考慮不排水加載條件下土壤孔隙氣壓之變化。
3. 本研究之擴充模型先以 Matlab 程式為平台撰寫力學試驗之模擬程式，經驗證可行後，繼而移植至 FLAC 軟體平台之 UDM 副程式中，僅需小幅修改原精簡力學模型，即可擴充應用範圍至涵蓋排水與不排水條件下之力學行為模擬。
4. 在力學行為模擬試驗中，經本研究擴充模型後可完整模擬土壤部分飽和至飽和與分別在排水、不排水條件下之力學行為模擬探討；所模擬之加載條件包含排水、不排水情況下之加載圍壓與軸差壓力，此模型可以得到模擬試體之孔隙氣壓、孔隙水壓、體積變化、應力、應變等變數隨應

變控制或應力控制加載之變化。

5. 於部分飽和土壤不排水三軸試驗之剪力強度模擬皆能符合相關文獻中實際試驗結果之趨勢，可證實本模型之效能。
6. 運用本研究所提出之模型，可模擬與解釋土壤試驗試體飽和過程，進一步可能提供試驗上飽和試體方法之相關理論。
7. 將本研究之力學模型結合應力分析軟體，即可應用於大地工程邊界值問題，可考慮部份飽和土壤中，涵蓋排水與不排水條件下之有關加載或開挖的大地工程問題模擬。
8. 本研究以部份飽和土壤之基礎承載與無支撐開挖分析為範例，模擬部分飽和土壤承受基礎加載與開挖解壓於不排水條件下之受載工程行為。此等分析探討地水位以上部分飽和土壤在考慮吸力下之不排水及排水之工程行為。與傳統不考慮吸力之不排水及排水分析相較，本研究之分析更能實際考慮地層狀態與吸力的影響，因此更符合實際現地條件。

6.2 建議

1. 本研究力學模型對於模擬由部分飽和至飽和的過程中，於定量上對於土壤各項特性上仍未完美掌握，其理由乃因本研究對於有效應力參數隨吸力值之變化所假設之函數於達到進氣吸力值時其變化率會出現不連續，因而使得模擬接近飽和時呈現變化率之不連續現象。若有必要，可調整修改相關函數，以便更符合在吸力值甚低時之行為現象。
2. 本研究中之部分飽和土壤不排水力學理論中，假設吸力與飽和度相關的土壤特徵曲線，維持一對一之指數關係，於實際過程中特徵曲線仍須

考慮遲滯效應與應力效應，特徵曲線若套用考慮前述效應之影響因子模擬公式，將可在定量上更精準且更具代表性。

3. 本研究利用 FLAC 軟體之 UDM 副程式進行模型擴充與建立，應用於工程問題的不排水條件下模擬時，假設每個元素有各自之飽和度亦即有各自之獨立孔隙氣體體積，以考慮不排水條件。但若考慮真實土體狀態中當飽和度較低時，孔隙氣體可能有彼此相通的情況，亦可設法加以考慮。



參考文獻

1. 鄒鄭翰 (2007), 「部分飽和土壤之精簡力學模式與應用」, 國立交通大學土木工程研究所, 碩士論文。
2. Agus, S. S., Leong, E. C. and Rahardjo, H. (2001) “Soil-water characteristic curve of Singapore residual soils,” *Geotechnical and Geological Engineering*, vol. 19, p285-309.
3. Alonso, E. E., Gens, A., and Josa, A. (1990). “A constitutive model for partially saturated soils,” *Geotechnique*, vol. 40, no. 3, pp. 405-430.
4. Arya, L. M. , Leij, F. J., van Genuchten, M. T., and Shouse, P. J. (1999) “Scaling parameter to predict the soil water characteristic from particle-size distribution data,” *Soil Sci. Soc. Am. J.* vol. 63, pp. 510-519.
5. Arya, L. M. and Paris, J. F. (1981) “A physicoempirical Model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data,” *Soil Sci. Soc. Am. J.* vol. 45, pp. 1023-1030.
6. Barends, F. B. J., (1979). “The compressibility of an air-water mixture in a porous medium,” *Igm-Medelingen*, pul. by the Delft Soil Mech. Lab., The Netherlands, part 20, no. 1, pp. 49-66.
7. Bear, J. (1979). “Hydraulics of ground water,” New York; McGraw-Hill, pp. 190-224.
8. Bishop, A. W. (1959). “The principle of effective stress,” lecture delivered in Oslo, Norway, in 1955; published in *Teknisk Ukeblad*, vol. 106, no. 39, pp. 859-863.

9. Bishop, A. W. and Donald, I. B. (1961). "The experimental study of partly saturated soil in the triaxial apparatus," Proceedings of 5th International Conference on Soil and Mechanics Foundation Engineering, Paris, France, vol. 1, pp. 13-21.
10. Bishop, A. W. and Henkel, D. J.,(1962). "The measurement of soil properties in the triaxial test,2nd ed," London, England: Edward Arnold, 227 pp.
11. Black, W. P. M. and Lee, K. L., (1973). "Saturating laboratory samples by back pressure," ASCE J. Soli Mech. Found. Eng. Div.,vol. 99,SM1, pp. 75-95.
12. Blatz, J. A. and Graham, J. (2003). "Elastic-plastic modeling of unsaturated soil using results from a new triaxial test with controlled suction," Geotechnique, vol. 53, no. 1, pp. 113-122.
13. Blight, G. E., (1965). "A study of effective stress for volume change,"Proc., Symposium on Moisture Equilibria and Moisture Changes in the Soils Beneath Covered Areas, Butterworths, Sydney, Australia, pp. 259–269.
14. Blight, G. E., (1967). "Effective stress evaluation for unsaturated soils," ASCE Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 93 (SM2), 125-148.
15. Chiu, C. F. and Ng, C. W. W. (2003). "A state-dependent elasto- plastic model for saturated and unsaturated soils," Geotechnique, vol. 53, no. 9, pp. 809-829.
16. Dixon, D.A., Gray, M.N., and Thomas, A.W. (1985). "A study of the

- compaction properties of potential clay-sand buffer mixtures for use in nuclear fuel waste disposal,” *Engineering Geology*, vol. 21, pp. 247-255.
17. Escario, V., (1980). “Suction-controlled penetration and shear test,” in *Proceedings of the 4th International Conference on Expansive Soils*, Denver, CO, pp. 781-787.
 18. Escario, V., Juca, J., and Coppe, M. S. (1989). “Strength and deformation of partially saturated soils,” in *Proceedings of the 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, vol. 3, Rio de Janeiro, pp. 43-46.
 19. FLAC (2000). *Version 4.0 manual: Fluid-Mechanical Interaction*, Itasca Consulting Group Inc., USA.
 20. Fleureau, J. M., Kheirbek-Saoud, S., Soemitro, R., and Taibi, S. (1993). “Behaviour of clayey soils on drying-wetting paths,” *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 30, no. 2, pp. 287-296.
 21. Fredlund, D. G., Morgenstern, N. R., and Widger, R. A. (1978). “The shear strength of unsaturated soils,” *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 15, no. 3, pp. 313-321.
 22. Fredlund, D. G. (1982). “Consolidation of unsaturated porous media,” *Proc. NATO Advanced Study Inst. on Mechanics of Fluids in Porous Media*, Newark, Delaware, U.S.A., July.
 23. Fredlund, D. G. and Rahardjo, H. (1993). “Soil mechanics for unsaturated soils,” *John Wiley & Sons*, New York.
 24. Fredlund, D. G. and Xing, A. Q., (1994). “Equations for the soil-water

- characteristic curve,” Canadian Geotechnical Journal, vol. 31, no. 4, pp. 521-532.
25. Futai, M. M. and Almeida, M. S. S. (2005). “An experimental investigation of the mechanical behaviour of an unsaturated gneiss residual soil,” Geotechnique, vol. 55, no. 3, pp. 201-213.
26. Gallipoli, D., Gens, A., Sharma, R., and Vaunat, J. (2003). “An elastoplastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behaviour,” Geotechnique, vol. 53, no. 1, pp. 123-135.
27. Gibbs, H.J. and Coffey, C.T., (1963). “Measurement of initial negative pore pressure of unsaturated soil—shear and pore pressure research—earth research program,” U.S.B.R., Lab. Report No. EN-665, Soil. Eng. Branch, Bureau of Reclamation, Denver, CO, pp. 1-24.
28. Graham, J., Saadat, F., Gray, M.N., Dixon, D.A., and Zhang, Q.Y., (1989). “Strength and volume change behavior of a sand-bentonite mixture,” Canadian Geotechnical Journal, vol. 26, pp. 292-305.
29. Graham, J., Oswell, J.M., and Gray, M.N., (1992). “The effective stress concept in saturated sand-clay buffer 1,” Canadian Geotechnical Journal, vol. 29, pp. 1033-1043.
30. Graham, J., Wiebe, B., Tang, X. and Onofrei, C., (1995). “Strength and stiffness of sand-bentonite "buffer",” Proceedings of the 1995 1st International Conference on Unsaturated Soils. Part 1 (of 3), Sep 6-8 1995, Paris, Fr, pp.89-94.

31. Gupta, S. C. and Larson, W. E. (1979) "Estimating soil water retention characteristics from particle size distribution, organic matter percent, and bulk density," *Water Resources Research*, vol. 15, no. 6, pp. 1633-1635.
32. Head, K. H., (1986). "Effective stress tests, *Manual of soil Laboratory Testing*," John Wiley & Sons, New York, vol. 3, pp. 743-1238.
33. Ho, K.M.Y., Ng, C.W.W., Ho, K.K.S. & Tang, W.H. (2006). "State-dependent soil-water characteristic curves (SDSWCCs) of weathered soils." *Proc. 4th Int. Conf. on Unsaturated Soils, Arizona, USA:* 1302–1313.
34. Khalili, N. and Khabbaz, M. H. (1998). "A unique relationship for the determination of the shear strength of unsaturated soils," *Geotechnique*, vol. 48, no. 5, pp. 681-687.
35. Khalili, N., Geiser, F., and Blight, G. E. (2004). "Effective stress in unsaturated soils: review with new evidence," *International Journal of Geomechanics*, vol. 4, no. 2, pp. 115-126.
36. Klausner, Y.(1991). "Fundamentals of continuum mechanics of soils," Springer-Verlag, New York.
37. Knodel, P.C. and Coffey, C.T., (1966). "Measurement of negative pore pressure of unsaturated soils—shear and pore pressure research—earth research program," U.S.B.R., Lab. Report No. EN-738, Soil. Eng. Branch, Bureau of Reclamation, Denver, CO, pp. 1-20.
38. Kohgo, Y., Nakano, M., and Miyazaki, T. (1993). "Theoretical aspects of constitutive modeling for unsaturated soils," *Soils and Foundations*, vol. 33,

- no. 4, pp. 49-63.
39. LI, X. S., (2007). "Thermodynamics-based constitutive framework for unsaturated soils.1: Theory," *Geotechnique*, vol. 57, no. 5, pp. 411-422.
 40. LI, X. S., (2007). "Thermodynamics-based constitutive framework for unsaturated soils.1: A basic triaxial model," *Geotechnique*, vol. 57, no. 5, pp. 423-435.
 41. Lingnau, B.E., Graham, J., Yarechewski, D., Tanaka, N., and Gray, M.N., (1996). "Effects of temperature on strength and compressibility of sand-bentonite buffer," *Engineering Geology*, vol. 41, pp. 103-115.
 42. Loret, B. and Khalili, N. (2000). "A three-phase model for unsaturated soils," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 24, no. 11, pp. 893-927.
 43. Loret, B. and Khalili, N. (2002). "An effective stress elastic-plastic model for unsaturated porous media," *Mechanics of Materials*, vol. 34, pp.97-116.
 44. Lu, N. and Likos, W. J. (2004). "Unsaturated soil mechanics," Wiley, New York.
 45. Ng, C.W.W. & Chen, R. (2008) "Recompacted, natural and in-situ properties of unsaturated decomposed geomaterials," *Conference: Geotechnical and Geophysical Site Characterization, 1995, Taiwan*, pp. 117~137.
 46. Ng, C.W.W. & Pang, Y.W. (2000b). "Experimental investigations of the soil-water characteristics of a volcanic soil." *Canadian Geotechnical Journal* 37(6), pp.1252–1264.
 47. Pereira, J.-M., Wong, H., Dubujet, P., and Dangla, P. (2005). "Adaptation

- of existing behaviour models to unsaturated states: Application to CJS model,” *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 29, no. 11, pp. 1127-1155.
48. Pham, H. Q., Fredlund, D. G., and Barbour, S. L. (2005). “A study of hysteresis models for soil-water characteristic curves,” *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 42, no. 6, pp. 1548-1568.
 49. Rahardjo, H. (1990). “The study of undrained and drained behavior of unsaturated soils.” PhD thesis, University of Saskatchewan, CA.
 50. Russell, A. R. and Khalili, N. (2006). “A unified bounding surface plasticity model for unsaturated soils,” *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 30, no. 3, pp. 181-212.
 51. Schuurman, I. E., (1966). “The compressibility of an air/water mixture and a theoretical relation between the air and water pressures,” *Geotechnique*, vol. 16, no. 4, pp. 269-281.
 52. Sharma, R. S. (1998). “Mechanical behaviour of unsaturated highly expansive clays,” PhD thesis, University of Oxford, UK.
 53. Sheng, D., Sloan, S. W., and Gens, A. (2004). “A constitutive model for unsaturated soil: thermomechanical and computational aspects,” *Computational Mechanics*, vol. 33, no. 6, pp. 453-465.
 54. Sillers, W. S., Fredlund, D. G., and Zakerkadeh, N. (2001). “Mathematical attributes of some soil–water characteristic curve models,” *Geotechnical and Geological Engineering*, vol. 19, pp. 243-283.
 55. Steffen, Z. and Gred, W. (2007) “Excluding organic matter content from

- pedotransfer predictors of soil water retention ,” Soil Sci. Soc. Am. J. vol. 71, pp. 43-50.
56. Tang, G.X., Graham, J., Blatz, J., Gray, M.N., and Rajapakse, R.K.N.D., (2002) “Suctions, stresses and strengths in unsaturated sand-bentonite,” Engineering Geology, vol. 64, pp. 147-156.
57. Tarantino, A. and Tombolato, S. (2005). “Coupling of hydraulic and mechanical behaviour in unsaturated compacted clay” Geotechnique, vol. 55, no. 4, pp. 307-317.
58. Terzaghi, K. (1925). “Erdbaumechanik auf Bodenphysikalischer Grundlagen,” Deuticke, Vienna.
59. Tse, M.K. (2007). “Influence of stress states on soil-water characteristics, conjunctive surface-subsurface flow modeling and stability analysis”. M.Phil. Thesis, The Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong.
60. Vanapalli, S. K. and Fredlund, D. G. (2000). “Comparison of different procedures to predict unsaturated soil shear strength,” Geotechnical Special Publication, no. 99, pp. 195-209.
61. van Genuchten, M. T.(1980). “A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils,” Soil Science Society of America Journal, vol. 44, no. 5, pp. 892-890.
62. Vicol, T., (1990). “Comportement hydraulique et mécanique d’un limon non saturé: Application à la modélisation,” PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.

63. Vereecken, H. , Maes, J., Feyen, J., and Darius, P. (1989) “Estimating the soil moisture retention characteristic from texture, bulk density and carbon content,” *Soils Science* vol. 148, no. 6, pp. 389-403.
64. Wan, W.L., Graham, J., and Gray, M.N., (1990).“Influence of soil structure on the stress-strain behavior of sand-bentonite mixtures,”*Geotechnical Testing Journal*, vol. 13, no. 3, pp. 179-187.
65. Wheeler, S. J. (1986a). “Soils containing gas bubbles: a review,” Report SMO, pp. 63-86, University of Oxford.
66. Wheeler, S. J. (1986b). “The stress-strain behavior of soils containing gas bubbles,” PhD. thesis, University of Oxford.
67. Wheeler, S. J. (1988). “A conceptual model for soils containing large gas bubbles,” *Geotechnique*, vol. 38, no. 1, pp. 389-397.
68. Wheeler, S. J. (1996). “Inclusion of specific water volume within an elasto-plastic model for unsaturated soil,” *Canadian Geotechnical Journal*, vol.33, no. 1, pp. 42-57.
69. Wheeler, S. J. and Sivakumar, V. (1995). “An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soils,” *Geotechnique*, vol. 45, no. 1, pp. 35-53.
70. Wiebe, B., Graham, J., Tang, G. X., and Dixon, D., (1998). “Influence of pressure, saturation, and temperature on the behavior of unsaturated sand-bentonite,” *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 35, pp. 194-205.