

國立交通大學
電子物理研究所
碩士論文

多頻道式體積全像光學相干器之研究
Investigations on volume holographic
multi-channel optical correlator



研究生：劉晟齊

指導教授：林烜輝 教授

中華民國九十七年七月

多頻道式體積全像光學相干器之研究

Investigations on volume holographic multi-channel
optical correlator

研究生：劉晟齊

Student : Sheng-Chi Liu

指導教授：林烜輝

Advisor : Shiuan-Huei Lin

國立交通大學

電子物理研究所



A Thesis

Submitted to Department of Electrophysics

College of Science

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master of Science

in

Electrophysics

July 2008

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年七月

多頻道式體積全像光學相干器之研究

學生：劉晟齊

指導教授：林烜輝教授

國立交通大學電子物理研究所

摘要

在本論文中，我們研究多頻道式體積全像光學相干器的特性，並將其應用於圖像辨識。首先，以相位疊加法則建立體積全像光學相干器的光場繞射模型，並以此分析其各種特性，而後以光學實驗驗證之。結果顯示由於體積全像的布拉格繞射限制，將提高系統相干信號之訊雜比，因此我們可利用體積全像的方法，建立多頻道式光學相干器。理論上在 1cm^3 的記錄材料中，以角度多工的方法可建立 50 多萬個頻道之光學相干器，將可達到平行快速且大量圖像之間辨識的目標。在多頻道系統的實驗中，我們成功的利用角度多工技術儲存下 500 張圖像，並且執行光學圖像辨識。最後，我們應用多頻道式體積全像光學相干器建構指紋辨識系統。

Investigations on volume holographic multi-channel optical correlator

Student : Sheng-Chi Liu

Advisor : Dr. Shiu-an-Huei Lin

Department of Electrophysics
National Chiao Tung University

ABSTRACT

In this thesis, we investigate volume holographic multi-channel optical correlator and its applications. At first, we analyze the properties of volume hologram optical correlator on optical pattern recognition through theoretical and experimental approaches. The results show that the signal-to-noise ratio of this optical system is significantly higher than traditional Vander Lugt correlator. Hence we construct multi-channel system in volume hologram optical correlator. In the experiment of multi-channel system, we record five hundred image in the volume hologram by using the angular multiplexing technique, and perform optical pattern recognition. Finally, we use volume holographic multi-channel optical correlator to construct an optical fingerprint identification system.

誌 謝

感謝主!論文終於順利完成了。本論文的完成最要感謝的是 林烜輝老師與許根玉老師的細心指導。回想剛進研究所時，第一次接觸到資訊光學領域的我，很多東西都是一知半解，謝謝林老師極度有耐心的帶領教導，讓我可以漸漸跟上學長們的腳步。即將畢業的我期許自己在未來的日子裡，謹記老師的口頭禪——「做好來~」，把事情做好來呈現給別人！

其次，我要感謝實驗室夥伴們對我的包容，他們分別是大學長男哥、建舜學長、仁崇學長、俊華學長、柏林學長、阿源學長、立偉學長、義勝學長、黏容蓉同學、阿倫學弟、翊安學弟、啟新學弟。

兩年研究所生活中，感謝兩位好友的陪伴，分別是學識淵博的廷力以及富有藝術天分的尚瑜。另外還要感謝認識多年的好友秀美，謝謝她多年來在我情緒低落時，鼓勵我、為我加油。

最後感謝我的家人，並以本論文獻給我敬愛的爺爺、奶奶!

目錄

中文摘要	I
英文摘要	II
誌謝	III
目錄	IV
圖目錄	VII
一. 緒論.....	1
1.1 全像術.....	2
1.2 體積全像術.....	4
二. 體積全像光學相干器.....	6
2.1 Vander Lugt 光學相干器.....	7
2.2 體積全像光學相干器.....	9
2.3 特性分析.....	12
2.3.1 旁信號抑制性.....	12
2.3.2 位移不變性.....	16
三. 體積全像光學相干實驗.....	17
3.1 材料備製.....	17
3.1.1 MMA 單體純化.....	17

3.1.2	模子製備.....	18
3.1.3	PQ:PMMA 材料製備.....	20
3.2	體積全像光學相干器之系統設計.....	21
3.3	實驗與數值模擬結果討論分析.....	23
3.3.1	記錄材料厚度相對輸出光場強度分佈之影響.....	23
3.3.2	記錄夾角相對輸出光場強度分佈之影響.....	28
四.	多頻道式體積全像光學相干器.....	32
4.1	理論分析.....	33
4.1.1	相干信號之輸出光場.....	33
4.1.2	串音雜訊.....	35
4.1.3	角度選擇性.....	36
4.2	光學系統設計.....	39
4.3	實驗與數值模擬結果討論分析.....	41
五.	指紋辨識器.....	44
5.1	系統設計與討論.....	44
5.2	旋轉不變性辨識器.....	47
5.3	位移不變性辨識器.....	52
5.4	指紋辨識器.....	56
六.	結論.....	61

參考文獻63

附錄64



圖目錄

圖 1.1	光波干涉與記錄.....	3
圖 1.2	光波重建.....	3
圖 1.3	全像光柵示意圖.....	4
圖 1.4	入射光、繞射光與光柵波前向量關係圖.....	5
圖 2.1	記錄匹配濾波器.....	7
圖 2.2	Vander Lugt光學相干器.....	8
圖 2.3	體積全像光學相干器系統架構.....	9
圖 2.4	輸出平面軸上之相干信號分布.....	13
圖 2.5	全像片厚度相對輸出光場強度之峰值半高寬.....	13
圖 2.6	記錄夾角相對輸出光場強度之峰值半高寬度.....	14
圖 2.7	記錄夾角5度與90度，全像片厚度相對峰值半高寬圖.....	15
圖 3.1	MMA單體純化裝置.....	18
圖 3.2	注入溶液所使用的模子.....	19
圖 3.3	製作立方柱所使用的模子.....	19
圖 3.4	PQ:PMMA材料(體積全像片).....	20
圖 3.5	體積全像光學相干辨識之實驗架構圖.....	21
圖 3.6	輸入圖像與系統座標軸.....	23

圖3.7	圖3.6(a)之自相干信號數值模擬結果.....	24
圖3.8	圖3.6(a)之自相干信號光學實驗結果.....	24
圖3.9	輸出平面座標軸上光場強度分佈.....	25
圖3.10	圖3.6(a)、(b)之互相干信號數值模擬結果.....	26
圖3.11	圖3.6(a)、(b)之互相干信號實驗結果.....	26
圖3.12	輸出平面座標軸上光場強度分佈.....	27
圖3.13	圖3.6(a)、(b)之互相干信號實驗結果.....	28
圖3.14	圖3.6(a)、(b)之互相干信號數值模擬結果.....	29
圖3.15	圖3.14橫軸(Yc)上互相干信號強度分佈.....	30
圖3.16	輸出平面座標軸上光場強度分佈.....	31
圖 4.1	多頻道式體積全像光學相干器之原理示意圖.....	32
圖 4.2	多頻道式體積全像光學相干器之系統架構圖.....	34
圖4.3	角度選擇性.....	38
圖4.4	角度選擇性(對數座標).....	38
圖4.5	多頻道式光學相干器之實驗架構圖.....	40
圖4.6	多頻道式體積全像光學相干器之標靶圖像.....	41
圖4.7	由圖4.6讀取匹配濾波器的實驗(左)與數值模擬(左)結果...42	
圖4.8	由圖4.6(3-5)、(3.6)讀取匹配濾波器的光學實驗結果.....	42
圖5.1	指紋圖像.....	45

圖 5.2	五百張相同標靶圖像.....	45
圖 5.3	圖 5.1(a)自相干信號之輸出光場強度分佈.....	45
圖 5.4	圖 5.3相干信號橫列與縱列信號強度分佈.....	46
圖 5.5	旋轉不變性辨識器之標靶圖像記錄方式.....	47
圖 5.6	對圖 5.1 指紋圖像旋轉-25度後之指紋圖像.....	48
圖 5.7	旋轉不變性辨識器之自相干實驗.....	49
圖 5.8	旋轉不變性辨識器之互相干實驗.....	50
圖 5.9	橫軸輸出光場強度分佈.....	51
圖 5.10	位移不變辨識器之標靶圖像記錄方式.....	52
圖 5.11	位移不變辨識器之自相干數值模擬結果.....	53
圖 5.12	位移不變辨識器之光學實驗結果.....	54
圖 5.13	斜軸上輸出光場強度分佈.....	55
圖 5.14	指紋辨識器之標靶圖像.....	57
圖 5.15	指紋辨識之測試圖像.....	57
圖 5.16	指紋辨識器之光學實驗結果.....	58
圖 5.17	圖 5.16橫軸上輸出光場強度分佈.....	59
圖 5.18	指紋辨識器之光學實驗結果.....	60

第一章 緒論

資訊光學領域中，圖像辨識與處理的研究一直是重要的分支。原因在於，光子以光速傳遞十分快速，且可以在空間中交錯而不會互相影響，同時光學系統具有將二維圖像聚焦、成像等功能，可以用平行化運算的方式處理資訊，這樣優勢配合傅氏光學的運算法則，可以設計出對圖像具有快速、高效率、高敏感度的辨識系統。傳統上，如此的辨識系統是利用兩個傅氏透鏡共焦組合而成，稱之為 Vander Lugt 光學相干器。其特點是辨識能力強，且具有圖像位移不變的辨識特性。但是，若利用薄全像片來記錄匹配濾波器，則辨識時一次僅針對一張圖像作辨識，若考慮大量圖像之間需要相互辨識時，利用這樣的系統則無法迅速完成。因此，本論文的研究方向，就是希望解決這樣的問題，進行大量圖像互相的辨識，將原來單張圖像的 Vander Lugt 系統，推廣到多張圖像的辨識系統，因此，本論文的研究題目稱之為，多頻道式體積全像光學相干器之研究(Investigations on volume holographic multi-channel optical correlator)。

多頻道式體積全像光學相干器，就是運用體積全像術理論發展多工儲存，將傳統的 Vander Lugt 光學相干器，建構為一對多的辨識系統。其特點不但能保有原來快速、高效率、高敏感等優點，且系統中由體積全像片記錄大量圖像的匹配濾波器，可以同時對大量圖像作辨識，而這些優點都是現今電腦無法達成的。所以我們認為多頻道式體積全像光學相干器，具有學術研究的價值，更擁有商業開發的潛力，值得深入研究。

論文內容之編排

第一章：說明本論文研究方向與動機，並簡述本論文所運用的基本理論—全像術與體積全像術。

第二章：簡介 Vander Lugt 光學相干器，並對體積全像光學相干器作理論與特性分析。

第三章：解說記錄材料 PQ:PMMA 全像高分子感光材料之製備流程，進行體積全像光學相干之光學實驗分析，同時對實驗與理論模擬結果作討論分析。

第四章：由第二、三章理論與實驗結果，設計研發多頻道式體積全像光學相干器，同時以理論分析特性，並以 PQ:PMMA 材料進行光學實驗驗證。

第五章：應用多頻道式體積全像光學相干器發展具有旋轉不變性、位移不變性之辨識器，最終結合兩者發展可容忍旋轉及位移改變的指紋辨識之應用。

第六章：對本論文的研究作總結。

1.1 全像術

實驗上，Vander Lugt 相干器中的匹配濾波器通常是利用全像記錄的方法來製作，所以在此我們先簡單介紹全像術之原理，作為本論文之基礎概念。全像術之發展可追溯至 1948 年 Dennis Gabor 為解決電子顯微鏡解析度的問題，提出波形重建(wave front reconstruction)的概念[1]。這種記錄與重建光波波前的方法，是將投射在物體後的反射光振幅與相位資訊，以參考光干涉之方法將其記錄在鹵化銀底片上，當以原參考光來重建全像底片時，所有物體光之資訊將一同被重建出，如同觀察到原物體的反射光，使得我們視覺上產生立體感，故將這種可以把光波全部資訊記錄下的技術，稱之為全像術(Holography)，其中 Holo 源自拉丁文為全部的意思。

全像術有兩個主要步驟，光波干涉並記錄與光波重建。首先，光波干涉與記錄，使用高同調性參考光與經過物體所投射出的物體光，在記錄平面上進行干涉，並經由記錄媒介儲存下兩者的干涉條紋，將原物體的振幅與相位資訊儲存下的記錄媒介，稱之為全像片(hologram)，如圖 1.1 所示。第二，光波重建時，當原參考光波入射全像片，會經由全像片內所記錄下的干涉條紋，繞射重建出原來

的物體光。如圖 1.2 所示。

正如前面所提到的，當物體光與參考光干涉時，需要使用高同調性的光源。因此，早期全像術一直受限於此條件，直到 1960 年雷射發明後，全像術才開始受到大家的注目並且蓬勃發展。

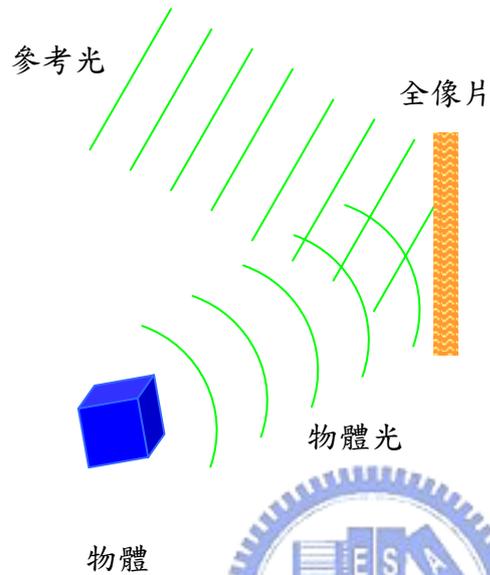


圖1.1 光波干涉與記錄

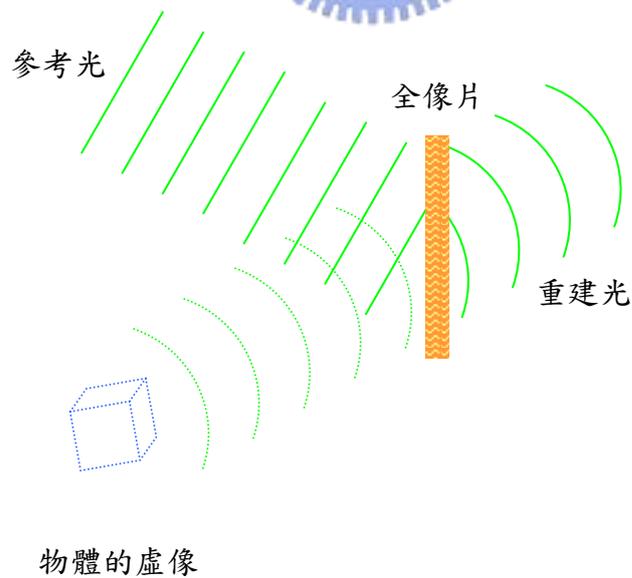


圖1.2 光波重建

1.2 體積全像術

全像術理論中，係利用底片將物體光與參考光的干涉條紋記錄下來，然後再經由參考光照射底片產生繞射重建出物體，所以底片的型式將會影響記錄及重建繞射特性，在全像術的應用中極為重要。而底片大致上可分為兩種，平面全像片 (Plane hologram)，或稱薄全像片 (Thin hologram)；以及體積全像片 (Volume hologram)，或稱厚全像片 (Thick hologram)，分別有不同之繞射特性。傳統上，係利用鹵化銀底片作為記錄媒介，視為薄全像片。近年來，隨著光折變晶體與感光高分子材料的發展，厚的記錄媒介才可以獲得，讓全像記錄干涉條紋將不再侷限在一個平面上，而可以記錄下三維空間分佈的干涉條紋，建立體積型式的全像記錄，如圖 1.3 所示。

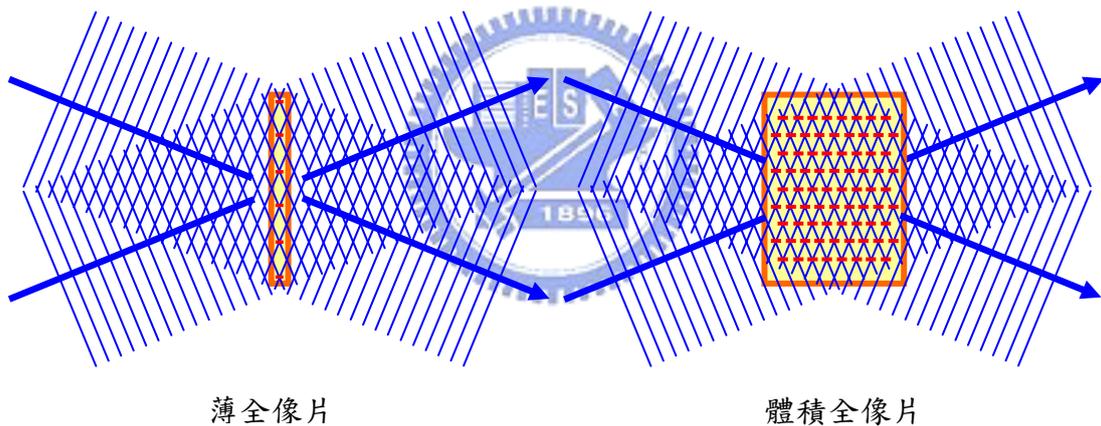


圖 1.3 全像片示意圖

上述兩種不同型式的全像光柵會有不同的重建特性，我們可由入射光、繞射光與光柵三者波前向量關係，來說明兩者產生不同影響的原因，如圖 1.4 所示。一般來說，當入射光、繞射光與光柵三者之波前向量可組成一個三角形時，將可滿足光子動量守衡要求，則入射光可經由光柵繞射出繞射光。對於薄全像光柵，由於厚度限制較小，光柵的波前分佈只侷限在一個範圍內，可視為點光源之型式，故其光柵波前向量會散開不會固定在某個方向上。但是，對於體積全像光柵

而言，厚度較大，所以光柵之波前分佈近似於平面波，因此光柵的波前向量如同平面波固定於某方向，所以薄全像光柵之低階繞射光可與不同方向之光柵波前向量組成三角形結構，產生高階之多階繞射，而體積全像光柵則由於僅有入射光與一階繞射光，能與固定方向的光柵向量形成三角形，故僅能繞射出一階繞射光。

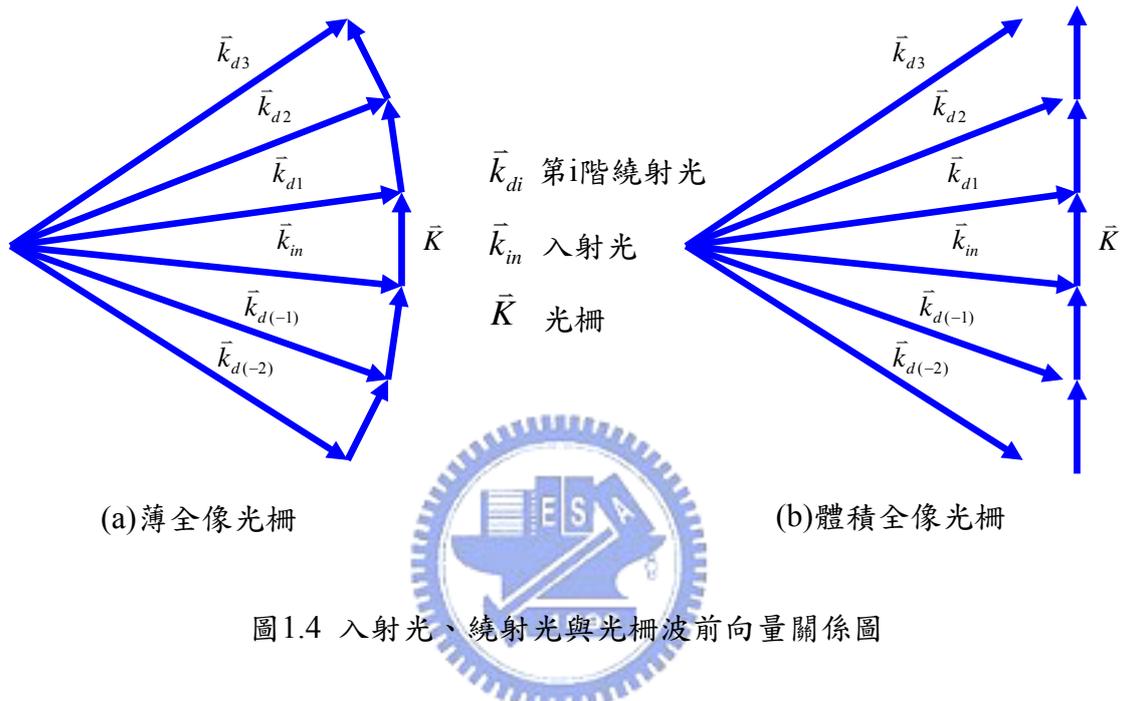


圖1.4 入射光、繞射光與光柵波前向量關係圖

由上述的定性分析，可以看到體積全像片與薄全像片的繞射行為截然不同，所以為了區別兩者，通常給予一個判定的標準[2]：

$$Q = \frac{4\pi Q_B}{\psi} = \frac{2\pi\lambda L}{n\Lambda^2} \quad (1.1)$$

上式中， $Q_B = \frac{\lambda}{2n\Lambda}$ 為布拉格角度， $\psi = \frac{\Lambda}{L}$ 為光柵角度的擴展， λ 為入射光波長， L 為全像片厚度， n 為折射率， Λ 為光柵的週期。

當 $Q < 1$ 時，視為薄全像片。薄全像片所記錄下的全像光柵，有較寬鬆的相位匹配條件。而 $Q > 10$ 時，則視為體積全像片，重建時必須滿足嚴格的相位匹配條件，即唯有以原參考光入射角度，入射體積全像光柵才能繞射出重建光。但正是因為體積全像光柵有這樣的特性，使得我們可以發展出不同多工儲存的技術，在一個位置上堆疊大量的全像片，而重建時不致互相干擾，形成特殊之應用。

第二章 體積全像光學相干器

本章我們首先介紹，傳統應用在光學圖像辨識的 Vander Lugt 光學相干器的運作原理，簡述光學如何運用相干(Correlation)運算執行光學圖像辨識。此外，由於傳統的 Vander Lugt 光學相干器使用薄全像片作為記錄介質，所以當重建時，薄全像片的布拉格條件限制不嚴格，將不利於發展多工儲存技術。若增加薄全像片厚度成為體積全像片，則重建時，繞射光將必須滿足嚴格的繞射條件，換言之將有助於發展多工儲存技術。所以我們使用體積全像片取代 Vander Lugt 光學相干器中使用的薄全像片，發展為體積全像光學相干器。

由第 1.2 節體積全像術，我們知道體積全像片記錄下干涉條紋後，形成一個具有空間分佈的體積全像光柵，重建時，其繞射特性有別於薄全像片所形成的薄全像光柵。所以體積全像光學相干器與 Vander Lugt 光學相干器，勢必繞射出不同特性的相干信號輸出光場。

本章的第二部份，則說明我們運用傅氏光學[3-5]，提出一種以光波相位疊加的方式，推導出體積全像光學相干器的相干信號輸出光場分佈型式。藉由光場分佈模型，進行系統繞射輸出的特性分析。並由數值模擬的結果，可以發現系統因為全像片厚度增加，相干信號的旁信號經受到抑制，這也可說明為何我們可藉由體積全像片之嚴格的繞射條件進行多頻道式光學相干器的研究。

2.1 Vander Lugt 光學相干器簡介

1964 年 Vander Lugt 提出一種以光波干涉的方式來記錄圖像傅氏頻譜分佈，可以同時得到圖像相干辨識所需要的光學濾波器[6]。這種濾波器被稱為 Vander Lugt 濾波器，或稱為匹配濾波器(matched filter)。這種匹配濾波器可以提供光學系統執行相干(Correlation)運算，使得 Vander Lugt 濾波器在光資訊處理上有很重要的用途，即實踐以光學方法進行圖像辨識，後來就把這種光學系統稱為 Vander Lugt 光學相干器。

在此我們簡述其原理，如下：首先為記錄匹配濾波器，如圖 2.1 所示。

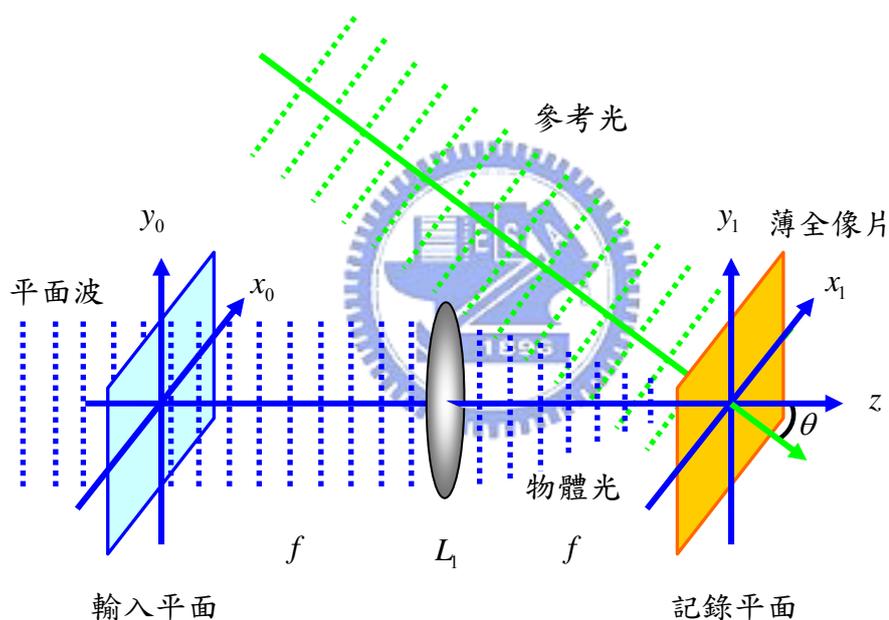


圖2.1 記錄匹配濾波器

將辨識用的標靶圖像(Target image) $g(x_0, y_0)$ 置於輸入平面，為透鏡 L_1 的前焦平面，以平面波入射標靶圖像再經過透鏡 L_1 可執行傅氏轉換，其在後焦平面上得到標靶圖像之傅氏頻譜，以 G 來表示，若我們在此放上薄的記錄底片，並入射一道平面波參考光(R)，則 G 與 R 可在記錄平面進行干涉，記錄完畢後此薄全像片的穿透特性將正比於 G 與 R 之干涉條紋分佈 I ，如下：

$$I = |G + R|^2 = |G|^2 + |R|^2 + G^* R + R^* G \quad (2.1)$$

其中我們可以看到式中的第三項含有標靶圖像的傅氏頻譜資訊，可作為後來圖像辨識之相干運算之用，因此薄全像片即為前述之匹配濾波器。

第二步驟為讀取匹配濾波器執行圖像辨識，如圖 2.2 所示，將待辨識的測試圖像(Test image) $f(x_0, y_0)$ 置於輸入平面，光波入射測試圖像可經由透鏡 L_1 執行傅氏轉換，同理可在 L_1 之後焦平面上得到測試圖像傅氏頻譜，以 F 來表示。若我們將匹配濾波器置於此平面上，則 F 可照射在全像片上重建之，同時若在重建光的方向上放置一個透鏡 L_2 ，並讓其前焦平面與 L_1 之後前焦平面重合，則經透鏡 L_2 執行傅氏轉換，在其後焦平面(稱為輸出平面)上，將可得到(2.1)式第三項的輸出光場分佈為：

$$\mathfrak{I}\{FG^*R\} = \{f(x) \otimes g(x)\} * \mathfrak{I}\{R\} \quad (2.2)$$

上式， \mathfrak{I} 表示傅氏運算， \otimes 表示相干運算， $*$ 表示摺積運算。因此，由於 $\mathfrak{I}\{R\}$ 為一個 δ 函數，所以當圖像 $f(x_0, y_0)$ 與圖像 $g(x_0, y_0)$ 一樣時，即可在輸出平面上， R 對應之原點位置處得到相干亮點，換言之，由此亮點強度可以辨識兩個圖像的相似度。

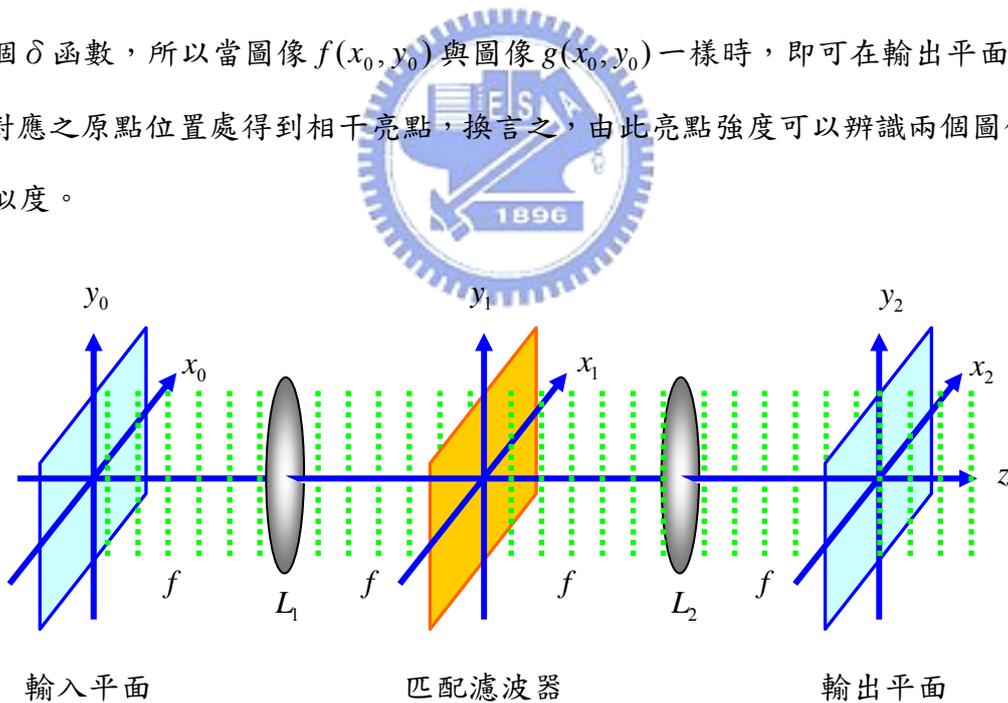


圖2.2 Vander Lugt光學相干器

在相干器的運算分類中，一般我們將測試圖像與標靶圖像相同之運作，即 $g(x) \otimes g(x)$ ，稱為自相干(Auto-correlation)運算；而將測試圖像與標靶圖像不同的運作，即 $f(x) \otimes g(x)$ ，稱為互相干(Cross-correlation)運算。

2.2 體積全像光學相干器

Vander Lugt 光學相干器使用薄全像片作為記錄材料，雖然對於光學圖像具有很好的辨識效果，但薄全像片不易於發展多工儲存，若以體積全像片取代系統中的薄全像片，則可形成體積全像光學相干器。可以由圖 2.3 的架構示意圖表示體積全像光學相干器之系統，並以此進行光學相干器之理論分析。

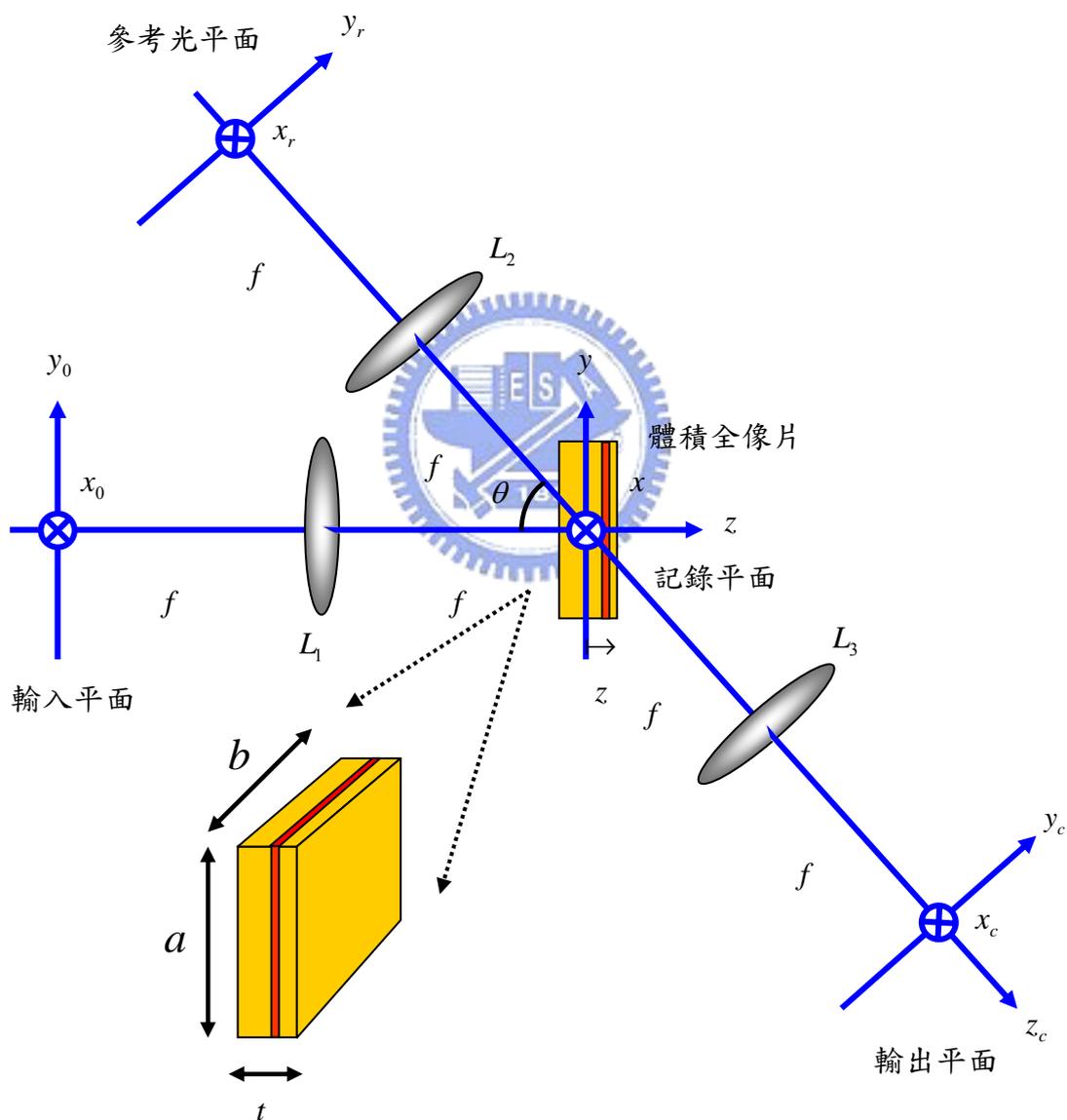


圖2.3 體積全像光學相干器架構示意圖

首先，說明系統架構如下，輸入圖像平面置於透鏡 L1 的前焦平面，其後焦平面放置體積全像片，作為記錄干涉條紋之用；透鏡 L2 前焦平面為參考光平面，將一點光源放置於此平面，經透鏡 L2 即可形成平面波參考光；透鏡 L1 與透鏡 L2 之光軸夾角定義為干涉時的記錄夾角(θ)；體積全像片置於透鏡 L3 的前焦平面，此透鏡與 L2 形成共焦系統，則透鏡 L3 後焦平面即可得到輸入平面上圖像與全像片之運算結果，故此平面亦可稱為輸出平面。

理論分析時，為了方便討論，我們假設體積全像片內外的材料折射率相同，如此可以忽略光波入射材料時，受到折射率影響所發生的角度偏折現象。在分析系統的輸出光場分佈時，我們採用一種簡單的法則，稱為相量疊加法(Phasor addition method)，敘述如下：首先我們將體積全像片均分成許多薄層，若輸入平面上放置一圖像時，則每一層的薄全像片將會產生一個繞射信號，稱之為一個相量。因此，依光波疊加原理我們可以將每一層所貢獻的相量疊加起來，就可以得到體積全像光學相干器之相干信號輸出光場。

所以當輸入辨識用的標靶圖像 $g(x_0, y_0)$ 於輸入平面，透鏡 L1 可執行傅氏轉換，則透鏡 L1 後焦平面距原點 z 位置處的薄層介質光場分佈為：

$$S'(x, y) = \frac{1}{j\lambda f} e^{j2kf} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x'_0, y'_0) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f}(xx'_0 + yy'_0)} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(1 - \frac{x_0'^2 + y_0'^2}{2f^2})z} dx'_0 dy'_0 \quad (2.3)$$

式中， λ 、 k 分別為光波的波長與波數， f 為透鏡焦距。此外，在參考光平面原點上發出的點光源，經過透鏡 L2 得到參考光為：

$$R(x, y) = r_0 e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(-y \sin \theta + z \cos \theta)} \quad (2.4)$$

當記錄時，參考光與物體光進行干涉，由全像術理論我們知道，此薄層介質將記錄下兩者的干涉條紋，產生正比於光強度的折射率分佈，

$$n(x, y) \propto I \quad (2.5)$$

$$I(x, y) = |R + S|^2 = R^2 + S^2 + R^* \cdot S + R \cdot S^* \quad (2.6)$$

(2.6)式中，第四項關係式就是含有標靶圖像的匹配濾波資訊，所以對於系統輸出光場的影響，僅考慮此項關係式即可。

當記錄完成後，輸入待辨識的測試圖像 $f(x_0, y_0)$ 於輸入平面，經過透鏡 L1 執行傅氏轉換後，讀取光在此薄層介質上的光場分佈為：

$$S(x, y) = \frac{1}{j\lambda f} e^{j2kf} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda f}(xx_0+yy_0)} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(1-\frac{x_0^2+y_0^2}{2f^2})z} dx_0 dy_0 \quad (2.7)$$

讀取光透射穿過介質後，將得到濾波後的光場。假設薄層介質在 x、y 方向的幾何尺寸為 a、b，如圖 2.3 中所示，則濾波器後方剛繞射與相干運算有關的光場分佈可寫為：

$$U_1(x, y) \propto \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{b}\right) S(x, y) \cdot R(x, y) \cdot S^*(x, y) \quad (2.8)$$

此光場分佈，經過透鏡 L3 執行傅氏轉換，可得到此薄層介質在輸出平面上的貢獻為：

$$U_2(x_c, y_c) \propto e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(1-\frac{x_c^2+y_c^2}{2f^2})(-y_c \sin \theta + z \cos \theta)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda} y_c (\sin \theta) z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_1(x, y) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}[x_c x + (y_c \cos \theta) y]} dx dy \quad (2.9)$$

最後將體積全像片內，各薄層介質在輸出平面上的繞射貢獻疊加後，可以得到體積全像片對於系統繞射的總貢獻。換言之對(2.9)式中，體積全像片厚度(t)作積分運算後，即可得到系統位於輸出平面上的總繞射光場。而此光場分佈為：

$$U_c(x_c, y_c) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g^*(x_0', y_0') \cdot a \sin c\left\{\frac{a}{\lambda f}(x_0' - x_0 - x_c)\right\} \cdot b \sin c\left\{\frac{b}{\lambda f}[y_0' - y_0 - y_c \cos \theta - (\frac{x_c^2 + y_c^2}{2f}) \sin \theta]\right\} \cdot t \sin c\left\{\frac{t}{\lambda f}\left[\frac{x_0'^2 + y_0'^2 - x_0^2 - y_0^2}{2f} + (\frac{x_c^2 + y_c^2}{2f}) \cos \theta - y_c \sin \theta\right]\right\} dx_0' dy_0' dx_0 dy_0 \quad (2.10)$$

針對(2.10)式，當我們假設體積全像片在光軸上的橫切面夠大，足以涵蓋容納有效的輸入圖像傅氏頻譜資訊時，換言之，可以假設 $a, b \rightarrow \infty$ ，則(2.10)式

中 x 、 y 方向的 sinc 函數將趨近於 δ 函數。(2.10)式可簡化為：

$$U_c(x_c, y_c) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) \cdot g^*(x_0 + x_c, y_0 + y_c \cos \theta + (\frac{x_c^2 + y_c^2}{2f}) \sin \theta) \cdot t \sin c \left\{ \left(\frac{t}{\lambda} \right) \left[\frac{(x_0 + x_c)^2}{2f^2} + \frac{[y_0 + y_c \cos \theta + (\frac{x_c^2 + y_c^2}{2f}) \sin \theta]^2}{2f^2} - \frac{x_0^2 + y_0^2}{2f^2} + (\frac{x_c^2 + y_c^2}{2f^2}) \cos \theta - \frac{y_c}{f} \sin \theta \right] \right\} dx_0 dy_0 \quad (2.11)$$

上式，即為體積全像光學相干器的相干信號輸出光場。

2.3 特性分析

我們可以利用(2.11)式對體積全像光學相干器之輸出特性進行理論數值模擬分析，說明如下：

2.3.1 旁信號抑制性

首先，檢視全像片厚度(t)對於輸出光場信號的影響。

當 $t \rightarrow 0$ 時，(2.11)式可簡化為：

$$U_c(x_c, y_c) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g^*(x_0 + x_c, y_0 + y_c \cos \theta + (\frac{x_c^2 + y_c^2}{2f}) \sin \theta) dx_0 dy_0 \quad (2.12)$$

可發現此式回歸至 Vander Lugt 光學相干器之型式，而這是一個可以預期的結果，因為當 t 趨近於零時，體積全像片近似為薄全像片。

其次，當 $t \rightarrow \infty$ 時，(2.11)式中 sinc 函數將趨近於 δ 函數，使得此積分式僅在 δ 函數內不為零時才有值：

$$U_c(0,0) \propto f(x_0, y_0) \cdot g^*(x_0, y_0) \quad (2.13)$$

換言之，輸出光場將只侷限於 $(x_c, y_c) = (0,0)$ 原點處，其強度為 $f(x_0, y_0)$ 與 $g(x_0, y_0)$ 兩圖像之內積。

由這兩極端情況的相干信號輸出光場，可看出薄全像式 Vander Lugt 光學相干器與體積全像光學相干器之差別，其在於前者不會受到 sinc 函數的調變，回歸至具有位移不變的辨識特性。而後者的相干信號將受到 sinc 函數的調變，使得信號輸出在 (x_c, y_c) 兩個方向受到抑制，其抑制性的程度隨著全像片厚度增加而提高。

當全像片厚度提高到某程度後，系統輸出光場旁信號將變弱消失，僅留下輸出平面原點處的內積信號。

針對這樣的特性，我們可由(2.11)式作數值模擬，來分析全像片厚度對於輸出光場強度的影響。數值模擬時，我們僅取出在輸出平面縱軸(x_c)與橫軸(y_c)上，輸出光場強度之分佈。並以面積無限大的全白圖像，作為標靶與測試圖像輸入系統，這樣的運作可讓我們直接分析(2.11)式內sinc函數調變對相干信號的影響。若設定參數為記錄夾角 45 度；光波長 532nm；透鏡焦距 16cm，材料厚度為 5mm，光場方佈，如圖 2.4 所示。我們可以看到信號強度隨著(x_c, y_c)增加而下降，若定義信號下降至一半時的寬度稱為峰值半高寬，為有效信號，我們可改變材料度 t ，來分析其影響，結果如圖 2.5 所示。

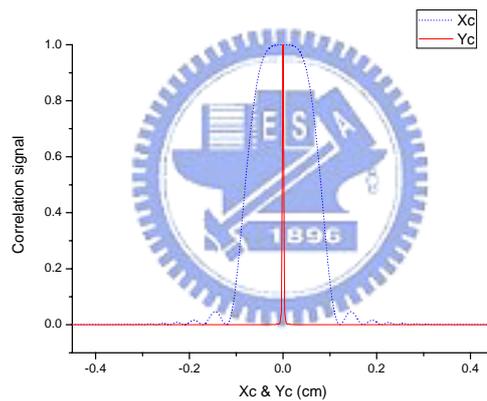


圖2.4 輸出平面軸上之相干信號分布

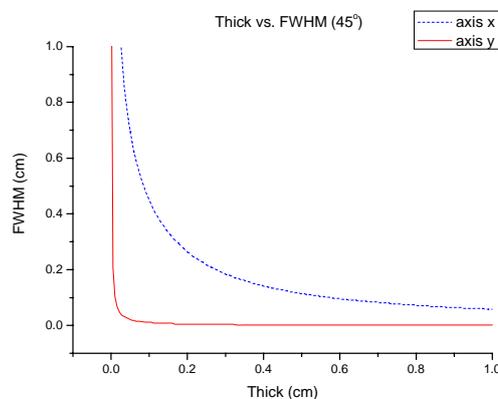


圖2.5 全像片厚度相對輸出光場強度之峰值半高寬

由圖 2.5 數值模擬結果，我們發現當全像片厚度增加，輸出光場強度之峰值半高寬急速遞減，說明(2.11)式內 sinc 函數調變產生的抑制性，隨著全像片厚度增加而提高。其中全像片厚度對於輸出平面橫軸(Y_c)上的旁信號抑制性，遠大於縱軸(X_c)上的抑制性。以 1cm 為例， X_c 軸上峰值半高寬為 0.0578cm; Y_c 軸上峰值半高寬為 0.0017。

除了全像片厚度對於輸出光場旁信號有抑制性外，從(2.11)式可以看到當改變物體光與參考光干涉的記錄夾角(θ)時，對於相干信號亦會產生影響。

同樣我們分析記錄夾角對於輸出光場強度，在縱軸(x_c)與橫軸(y_c)方向上峰值半高寬的影響。假設標靶圖像與測試圖像，均為面積無限大的全白圖像。全像片厚度 200 μm ；光波長 532nm；透鏡焦距 16cm。數值模擬結果，如圖 2.6 所示。

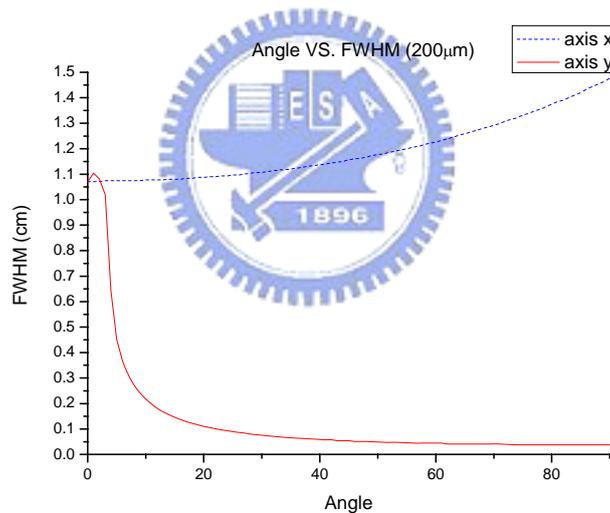


圖2.6 記錄夾角相對輸出光場強度之峰值半高寬度

由圖 2.6 數值模擬結果，我們發現當針對全像片厚度為 200 μm 時，輸出光場強度在縱軸(X_c)與橫軸(Y_c)的峰值半高寬，呈現出截然不同的趨勢。在 X_c 軸上，峰值半高寬隨著記錄夾角的增加而略為上升；而 Y_c 軸上，峰值半高寬卻隨著記錄夾角的增加而快速遞減，說明(2.11)式內 sinc 函數在輸出平面橫軸方向上，會隨著記錄夾角增加而加強對輸出光場原點旁邊之信號的抑制性。

圖 2.6 是針對全像片厚度為 200 μm 時，記錄夾角對於輸出光場強度之峰值半

高寬的影響。但是當全像片厚度不同時，記錄夾角影響會是如何呢？

我們針對記錄夾角為 5 度與 90 度時，分析這兩極端情況下，記錄夾角對於輸出光場強度，在 Xc 軸與 Yc 軸上峰值半高寬的影響。如圖 2.7 所示。

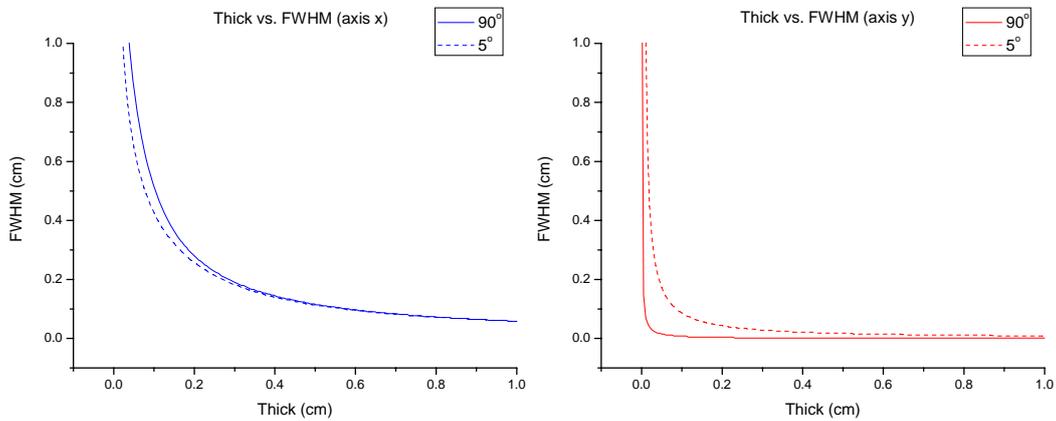


圖2.7 記錄夾角5度與90度，全像片厚度相對峰值半高寬圖

圖 2.7 所示，左圖為輸出平面上縱軸(Xc)上，記錄夾角 5 度與 90 度在不同全像片厚度時，峰值半高寬的影響變化；右圖則為橫軸(Yc)的變化情形。分析左圖可看出當全像片厚度較薄時，大角度的記錄夾角會在輸出平面 Xc 軸上產生較大的峰值半高寬，但隨著全像片厚度增加，改變記錄夾角對相干信號峰值半高寬影響並不大。而右圖中，可以發現峰值半高寬在輸出平面 Yc 軸上，都會因為記錄材料厚度的增加而縮小，同時記錄夾角增加，產生對輸出光場旁信號的抑制性變化較大。

2.3.2 位移不變性

對於 Vander Lugt 光學相干器，位移不變性是其非常重要的圖像辨識特性，即當標靶與測試圖像相同但存在相對位移時，Vander Lugt 相干器仍然可以有效辨識，並於相對位移處產生相干亮點。本小節，我們討論體積全像光學相干器是否有相同的性質呢？考慮標靶圖像 $g(x_0, y_0)$ 與測試圖像 $f(x_0, y_0)$ 相同，並且將標靶圖像位移至輸入平面 $(-\alpha, -\beta)$ 處，即 $g(x_0, y_0) = f(x_0 - \alpha, y_0 - \beta)$ ，代入(2.11)式，其相干信號輸出光場分佈為：

$$U_c(x_c, y_c) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) \cdot f^*(x_0 - \alpha + x_c, y_0 - \beta + y_c \cos \theta + \frac{x_c^2 + y_c^2}{2f} \sin \theta) \cdot \sin c \left\{ \left(\frac{t}{\lambda} \right) \left[\frac{(x_0 + x_c)^2}{2f^2} + \frac{[y_0 + y_c \cos \theta + \frac{x_c^2 + y_c^2}{2f} \sin \theta]^2}{2f^2} - \frac{x_0^2 + y_0^2}{2f^2} + \frac{(x_c^2 + y_c^2)}{2f^2} \cos \theta - \frac{y_c}{f} \sin \theta \right] \right\} dx_0 dy_0 \quad (2.14)$$

根據相干運算理論，我們可以得到當兩圖像沒有相對位移時，相干信號會是最強的，亦即為峰值發生處，所以由(2.14)式可得，輸出光場峰值將發生在輸出平面 (α, β') 處，其中

$$\beta' = \begin{cases} -f \cot \theta + \sqrt{f^2 \cot^2 \theta + \frac{2f\beta}{\sin \theta} - \alpha^2}, & \theta \neq 0 \\ \beta, & \theta = 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

而峰值光場分佈為：

$$U_c(\alpha, \beta') \propto \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) \cdot f^*(x_0, y_0) \cdot \sin c \left\{ \left(\frac{t}{\lambda} \right) \left[\frac{(x_0 + \alpha)^2}{2f^2} + \frac{(y_0 + \beta' \cos \theta + \frac{\alpha^2 + \beta'^2}{2f} \sin \theta)^2}{2f^2} - \frac{x_0^2 + y_0^2}{2f^2} + \frac{\alpha^2 + \beta'^2}{2f^2} \cos \theta - \frac{\beta'}{f} \sin \theta \right] \right\} dx_0 dy_0 \quad (2.15)$$

由(2.15)式可以看出，雖然標靶與測試圖像相同，但是當標靶圖像相對測試圖像發生位移時，將受到此積分式內 sinc 函數的調變。當位移量 α 、 β 愈大，則峰值信號受到 sinc 函數的抑制愈強烈，使得峰值信號將隨著位移量 α 、 β 增加而強度減弱，甚至峰值位置偏移。也就是說，系統辨識能力將隨著標靶與測試圖像，相對位移的增加而降低，系統僅可容忍某範圍內的位移量，此容忍範圍也將會隨著全像片厚度增加而減小。由以上分析可知，當材料厚度增加到一定程度時，體積全像光學相干器失去了傳統 Vander Lugt 光學相干器的位移不變之辨識特性。

第三章 體積全像光學相干實驗

本章，我們將以光學實驗來驗證第二章推導所得體積全像光學相干器之理論分析特性。比較數值模擬與實驗結果之異同，藉以分析體積全像光學相干器作為光學圖像辨識的特性。

實驗中使用的記錄介質是我們實驗室自行研發製作的 PQ:PMMA 感光高分子記錄材料[7-9]。此材料具有高折射率變化、高感光度、感光後低收縮、製作時間短、製作過程簡單且方便製作成任意形狀等優點，同時我們可以針對理論分析之參數實際製作所要厚度的記錄樣品，以方便與分析結果作比較。

3.1 材料製備

PQ:PMMA 記錄樣品之製備。流程說明如下：

3.1.1 MMA 單體純化

製作 PQ:PMMA 材料時，應先將購買的 MMA 單體作純化處理，因為直接購買的 MMA 單體中含有一些雜質以及安定劑的成份，這些是製作 PQ:PMMA 材料所不願看到的雜質，會影響材料的品質。

純化裝置，如圖 3.1 所示。由於 MMA 單體容易與氧氣發生反應，所以在未純化 MMA 單體前裝置必須先通入氮氣，排除掉會與 MMA 單體發生反應的氧氣。另外為避免純化的過程中 MMA 單體發生聚合的反應，應在純化的過程中盡量減少 MMA 單體照到光。純化的原理基本上是利用蒸餾分離的原理達到純化的目的。在一大氣壓下 MMA 單體沸點為 100°C ，而安定劑沸點為 243°C ，另外純化裝置是在抽真空的狀態下，所以我們將未純化的 MMA 單體利用加熱器加熱至 70 度左右後，調整真空喉筒的氣流閥的大小，改變裝置內部的大氣壓力，以及調整加熱器所加熱的溫度，可以找到最佳的純化速率。一般的情況下，純化後的 MMA 單體量，約為未純化前 MMA 單體量的百分之八十左右。



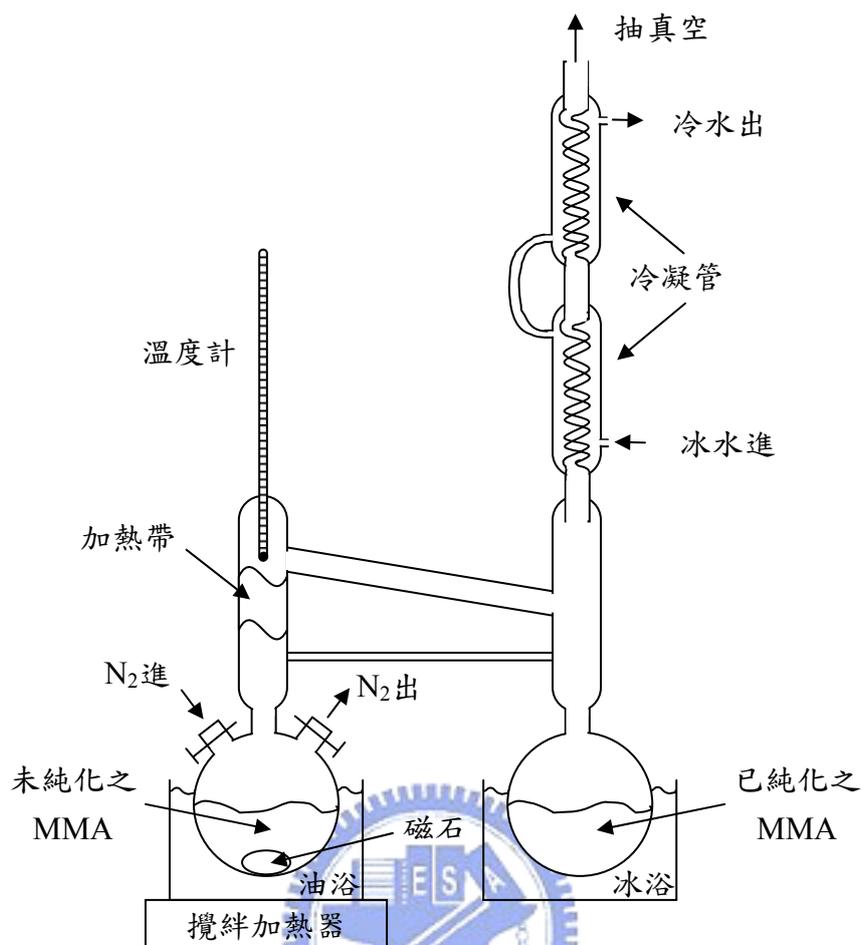


圖3.1 MMA單體純化裝置

3.1.2 模子製備

製作不同形狀、厚度的樣品，我們以玻璃模子來鑄作，而製作模子所使用的玻璃必須經過清洗的流程，玻璃清洗流程如下。

1. 浸泡脫脂劑並搓洗玻璃，之後清水沖洗。
2. 浸泡在脫脂劑中，並用超音波震盪器震 15 分鐘，之後清水沖洗。
3. 浸泡在去離子水(D.I. water)中，並用超音波震盪器震 15 分鐘，之後倒掉去離子水。
4. 浸泡在丙酮(Acetone)中，並用超音波震盪器震 15 分鐘，之後倒掉丙酮。
5. 浸泡在異丙醇(IPA)中，最後夾子夾出玻璃用高壓氮氣吹乾。

清洗完玻璃後，將兩片玻璃中間夾入鐵氟龍作為隔板，選取鐵氟龍厚度即可製作成相同厚度的材料，再使用白膠將模子邊緣封住，最後黏好的模子放入高溫

真空烘箱中，在真空下高溫加熱烘乾模子。如此即完成要灌入液體材料所使用的模子，圖 3.2 所示為不同厚度材料的模子形狀，若要製作樣品厚度超過 1cm 以上時，我們以相同步驟，但是隔片改為以玻璃片製作，模子變成如圖 3.3 的四面都是玻璃夾板之立方柱形狀。

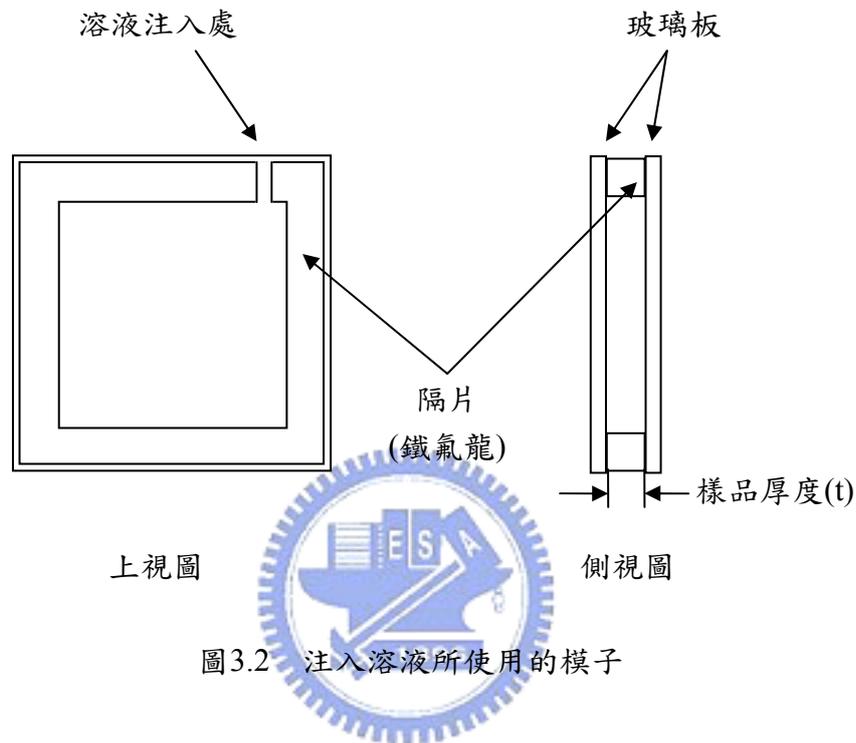


圖3.2 注入溶液所使用的模子

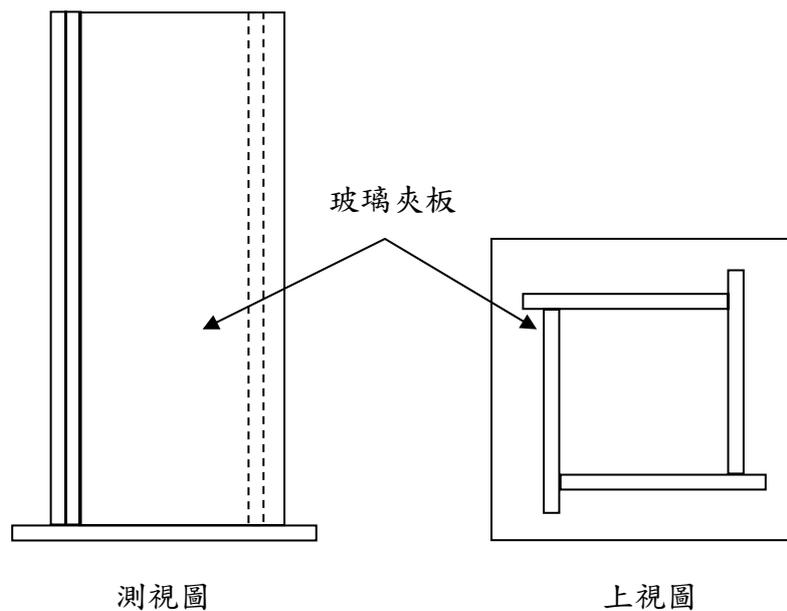


圖3.3 製作立方柱所使用的模子

3.1.3 PQ:PMMA 樣品製備

完成藥品純化以及模子製作後，最後我們將依照以下步驟製作 PQ:PMMA 記錄樣品。

- 1.依所設計之重量百分比調配 PQ:PMMA 溶液，將重量百分比 0.7%之 PQ(9,10-phenanthrenequinone)粉末與百分比 1%之 AIBN(Azobisisobutyronitrile)熱啟始劑粉末，加入重量百分比為 98.3%的 MMA(Methyl methacrylate)單體溶液。
- 2.將溶液灌入樣品瓶中，置於恆溫恆濕箱內，設定溫度為 30°C 並以磁石攪拌器攪拌 1 小時，使 PQ 與 AIBN 粉末完全溶解於 MMA 單體液體中。
- 3.利用針筒與過濾器過濾出無法溶解在溶液中的雜質。
- 4.將過濾後的溶液重新放入樣品瓶，並置於恆溫恆濕箱內，在設定溫度 30°C，同時再攪拌約 23 小時，使溶液能夠均勻的達到預聚合反應，變成黏滯的膠狀液體。
- 5.從恆溫恆濕箱中取出溶液，灌入先前已經製作好的模子內。
- 6.將灌好溶液的模子放入熱循環烘箱中，設定溫度 40°C 下，將樣品持續烘烤 3 天，讓溶液進一步聚合，形成固化樣品。
- 7.將裝有已固化的 PQ:PMMA 樣品的模子取出，並包覆面紙及鋁箔紙放入冰箱中，冰凍一晚。
- 8.從冰箱中取出裝有樣品的模子，由於冰凍的關係材料與玻璃很容易剝離。將剝離下的材料切割成約 1cm×1cm(依系統需求)塊狀材料，最後包覆拭鏡紙及鋁箔紙放入除濕箱中以避免曝光，待實驗時再取出。

經過以上流程即完成 PQ:PMMA 記錄樣品的製作。圖 3.4 所示，則為不同厚度之 PQ:PMMA 樣品成品示。

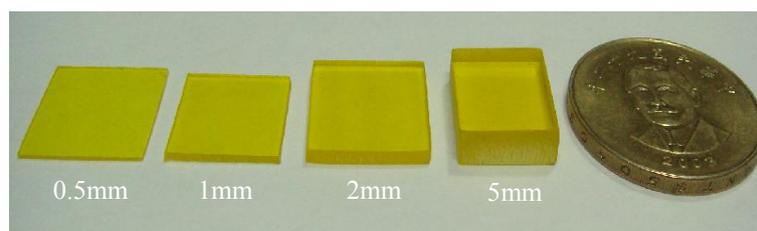


圖3.4 PQ:PMMA材料(體積全像片)

3.2 體積全像光學相干器之系統設計

接下來，即可進行光學實驗。我們依照理論分析時的示意圖(圖 2.3)，設計光學系統。圖 3.5 所示，為體積全像光學相干器的實驗架構圖。在系統中，我們使用的光源為 Nd-YAG 固態雷射，輸出光波長 532nm；透鏡焦距為 16cm；輸入圖像元件為 SLM(Spatial Light Modulator，是由 CRL 公司所生產之 SVGA1 型 SLM。其解析度為 800×600；顯示面積為 28.48mm×20.16mm)，由電腦送圖像訊號至 SLM 顯示；輸出偵測元件為 CCD(Charge-Coupled Device，是由 TOSHIBA Teli 公司所生產之 CS3910 型 CCD。擷取影像之解析度為 1300×1030；面積為 8.8mm×6.6mm)。

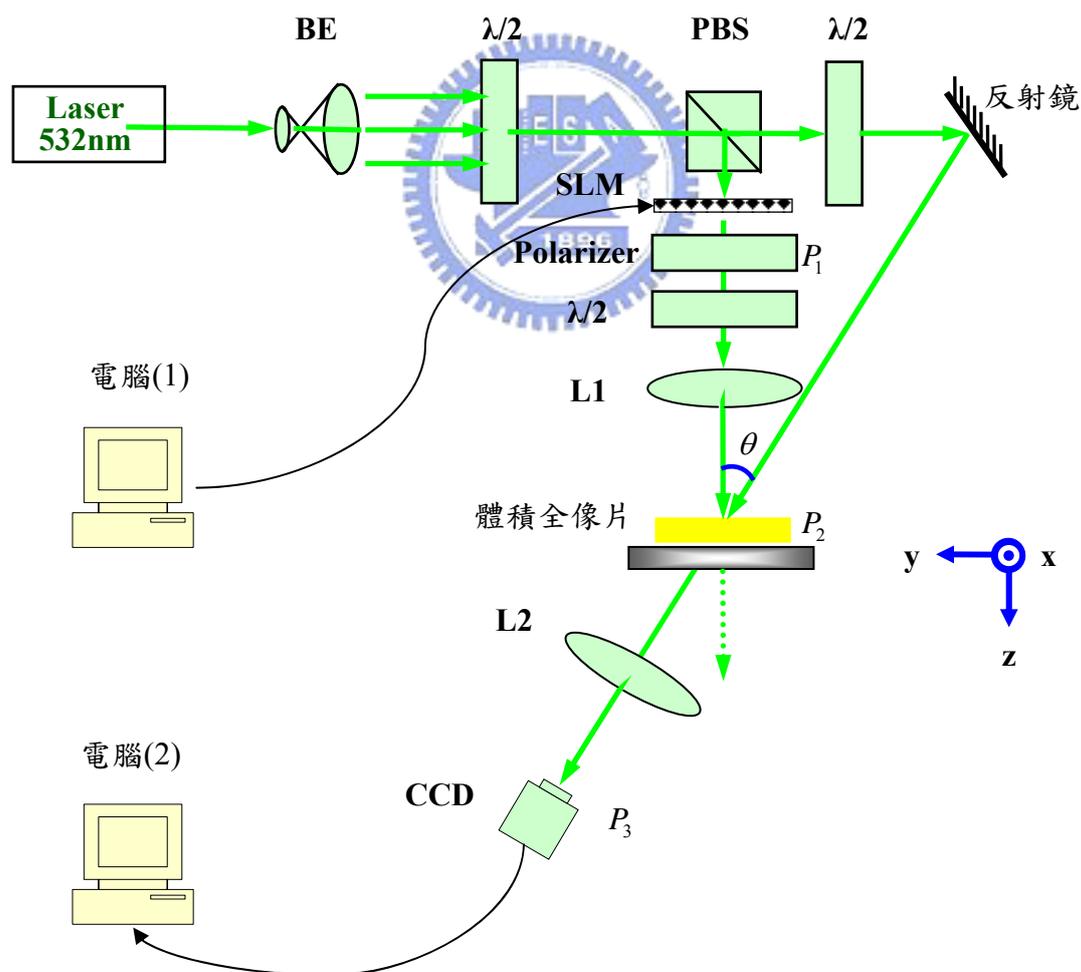


圖3.5 體積全像光學相干器之實驗架構圖

雷射光擴束後得到實驗所要的平面參考光，此平面參考光經偏極化分光鏡，分為垂直與水平兩道不同極化方面的光；其中一道通過 SLM 帶有輸入圖像為物體光；另一道經反射鏡至體積全像片為參考光。SLM 於透鏡 L1 前焦平面上(P1)的輸入圖像，故在後焦平面(P2)可得到其傅氏頻譜；參考光與物體光在此平面上以記錄夾角(θ)進行干涉，同時將 PQ:PMMA 樣品放在此平面上記錄兩者的干涉條紋，產生光學相干器之匹配濾波器。

此外，偏極化分光鏡前面的半波長板，功用為調整物體光與參考光強度比例；後方的半波長板功用是將參考光調整至垂直入射面之極化方向，使得記錄干涉條紋時，物體光與參考光皆為垂直極化。

實驗記錄前，我們發現應先對記錄材料照光一兩分鐘，如此可有助於增加 PQ:PMMA 材料的記錄效果。

首先，記錄標靶圖像之傅氏頻譜完成匹配濾波器製作，此濾波器即可作為系統辨識圖像之用。辨識時，由電腦輸入待辨識的測試圖像至 SLM 上顯示，並遮住參考光，以測試圖像物體光讀取匹配濾波器，其繞射光經透鏡 L2 執行傅氏轉換後，於後焦平面(P3)得到相干信號輸出光場，置於此平面上的 CCD 將擷取相干信號之輸出光場強度分佈資訊，最後送回電腦顯示。

3.3 實驗與數值模擬結果討論分析

為分析體積全像光學相干器的特性，並驗證第二章所推導之理論，我們作了以下一系列光學實驗。首先，我們改變系統所使用的記錄材料厚度，分析材料厚度對系統相干信號輸出光場強度分佈的影響。第二，改變系統物體光與參考光干涉時的記錄夾角，同樣分析其對系統相干信號輸出光場強度分佈的影響。在實驗中，電腦輸入至 SLM 的圖像，如圖 3.6(a)、(b)所示。該圖像經 SLM 顯示後，面積為(3.993mm×3.993mm)；解析度為(121×121)。圖 3.66 (c)為系統之座標軸。

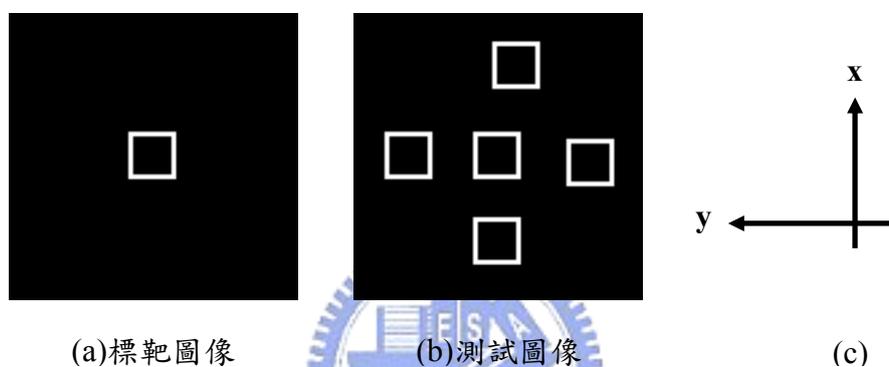


圖3.6 輸入圖像與系統座標軸

3.3.1 記錄材料厚度對輸出光場強度分佈之影響

首先，針對(2.11)式相干信號的輸出光場強度分佈，作理論數值模擬，並與光學實驗結果作比對分析。實驗時，兩道光干涉的記錄夾角為 45 度，但因系統使用的記錄材料 PQ:PMMA 折射率為 1.5，所以當考慮 senll 定律所造成的光波折射影響下，材料內部的記錄夾角為 28.13 度。系統的透鏡焦距為 16cm；光波波長為 532nm。數值模擬時，我們建立與光學系統相同的實驗條件，並針對記錄材料厚度(t)為 50 μ m、500 μ m、1mm、2mm、5mm、1cm 六種作數值模擬與光學實驗。數值模擬與光學實驗，分為兩部份。首先針對圖 3.6(a)作自相干實驗，即由圖 3.6(a)作為儲存於體積全像片內之標把圖像，並由其本身讀取此匹配濾波器，此相干信號稱為自相干信號。再對圖 3.6(a)、(b)兩圖作交叉相干實驗，即由圖 3.6(a)、(b)分別為標靶與測試圖像完成記錄與辨識。

a. 自相干信號：首先說明自相干運作之理論分析與光學實驗結果，如下圖所示：

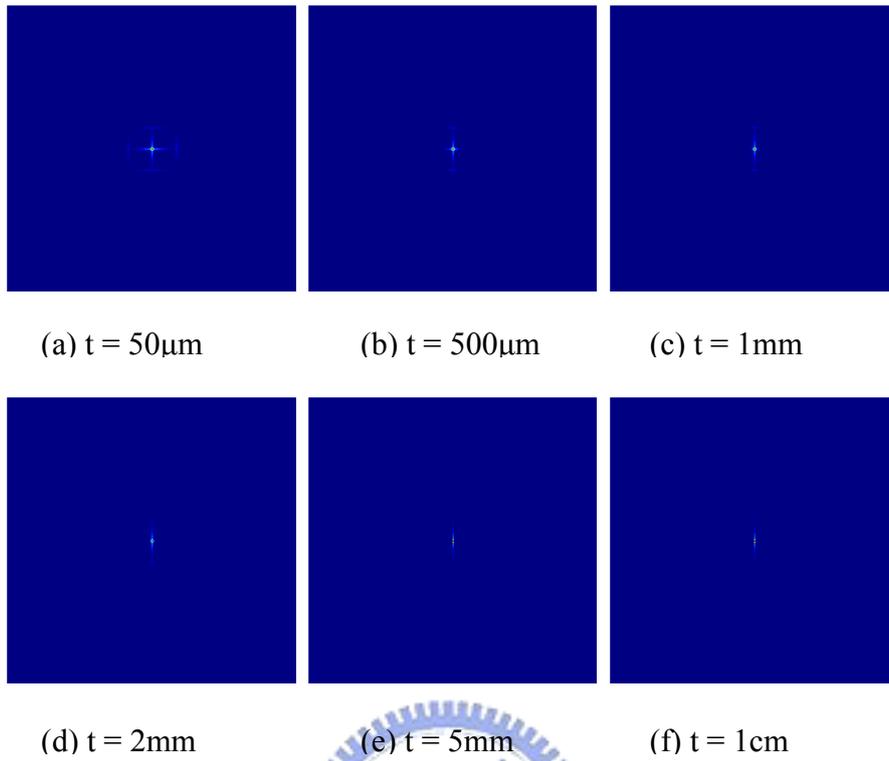


圖3.7 圖3.6(a)之自相干信號數值模擬結果

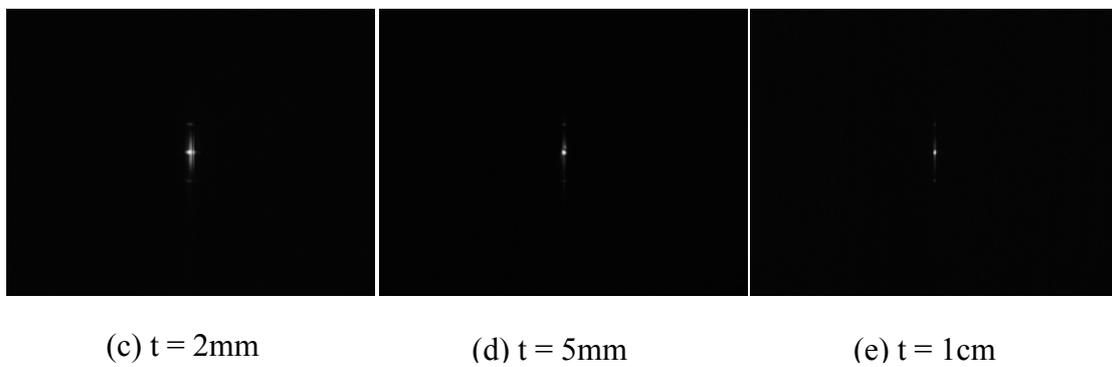
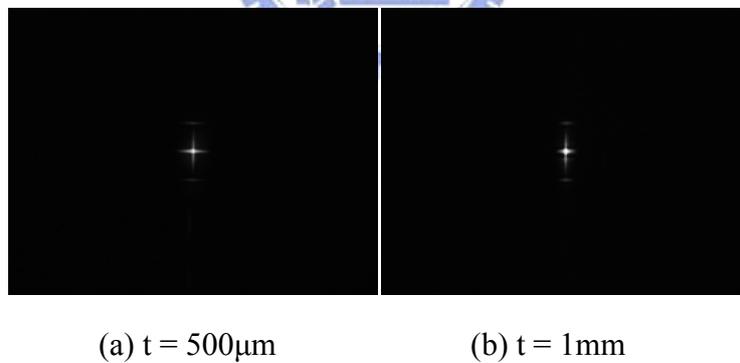


圖3.8 圖3.6(a)之自相干信號光學實驗結果

圖 3.7、3.8 所示為圖 3.6(a)之自相干信號以不同厚度之樣品記錄並辨識後，在輸出平面上的光場強度分佈圖像。其中圖 3.7 為數值模擬結果，圖 3.8 為實驗結果，橫軸(Y_c)為入射平面方向，即平行於物體光與參考光所組成之平面的方向。

由圖 3.7、3.8 結果，我們發現旁信號強度隨著記錄材料厚度增加而遞減，此現象就是第 2.3.1 節中所討論的，由於體積全像片厚度增加所造成的 sinc 函數抑制特性。其中，在輸出平面橫軸(Y_c)方向上的抑制性尤其嚴重。為了更清楚來看其抑制效果，我們進一步分析圖 3.7(f)、3.8(e)，其為記錄材料厚度為 1cm 時的相干信號，我們取延著輸出平面上縱軸(X_c)與橫軸(Y_c)方向上，輸出光場強度分佈情況，如下圖所示。

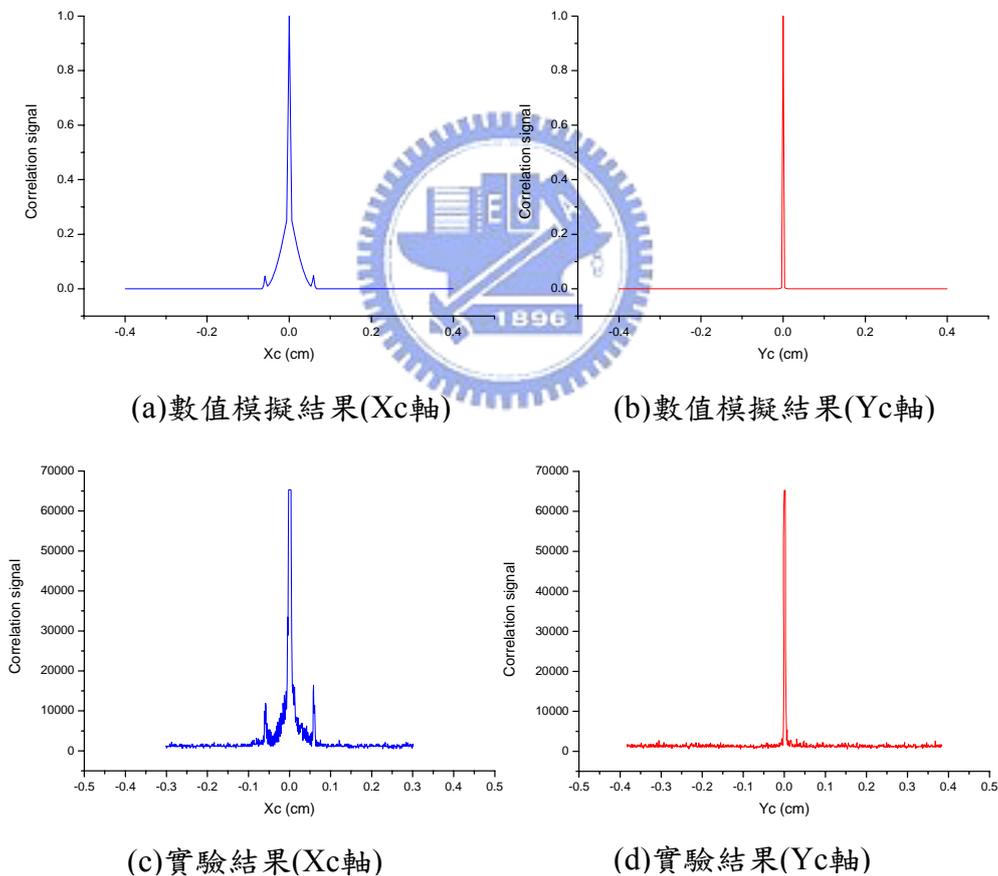


圖 3.9 輸出平面座標軸上光場強度分佈

圖 3.9(a)、(b)與(c)、(d)分別為數值模擬與實驗，在輸出平面 X_c 軸與 Y_c 軸上的光場強度分佈，比對實驗與數值模擬結果，發現兩結果非常匹配，說明理論分析精準的描述出系統的物理行為。

b. 互相干信號：其次說明圖 3.6(a)與(b)互相干運作的理論分析與光學實驗結果。

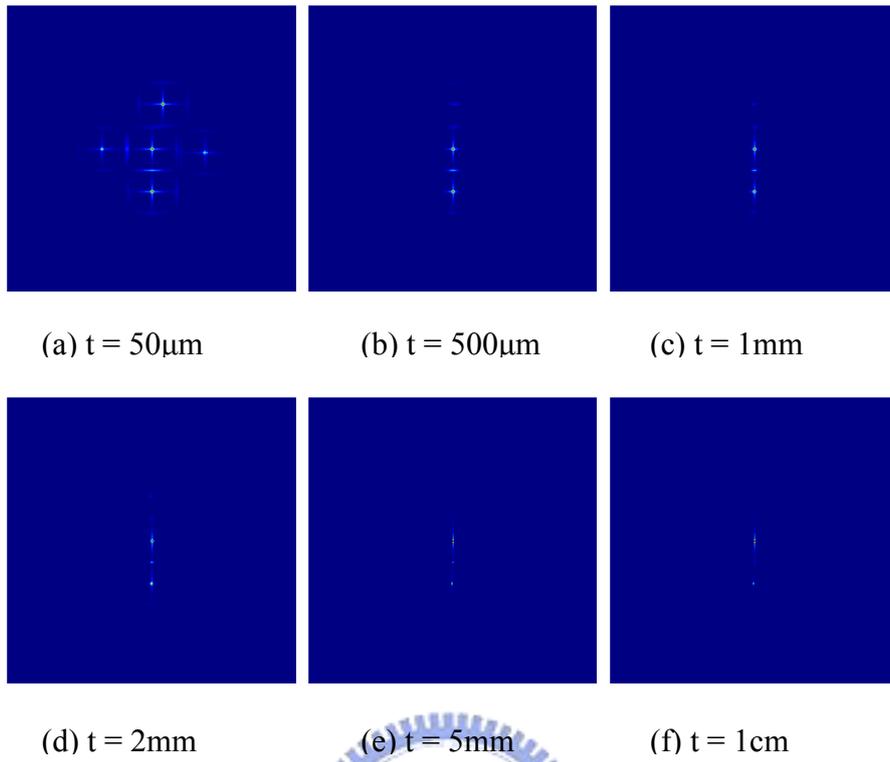


圖3.10 圖3.6(a)、(b)之互相干信號數值模擬結果

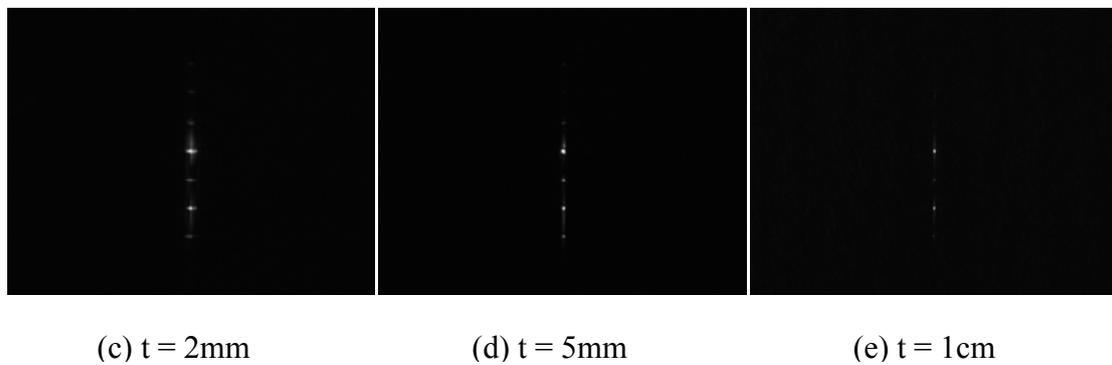
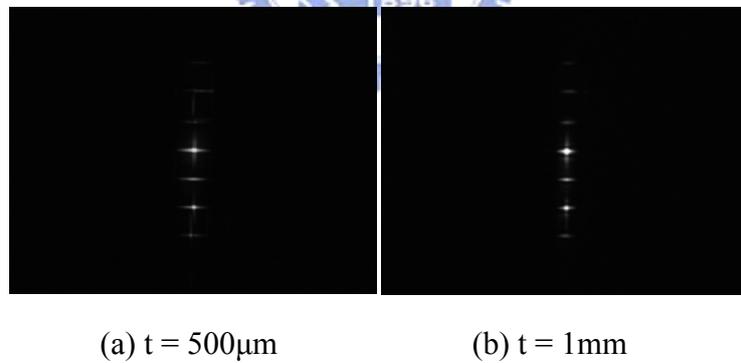


圖3.11 圖3.6(a)、(b)之互相干信號實驗結果

我們以圖 3.6(a)、(b)，作為標靶與測試圖像並改變記錄樣品之厚度進行理論及實驗分析。其中(b)圖內有五個與(a)圖相同的方塊圖形，但相對位置不同，理論與實驗的結果為 3.10 與 3.11 的相干信號輸出光場強度分佈圖。

由圖 3.10、3.11 結果，當記錄材料很薄時，即系統回歸至具有的位移不變之辨識特性。而測試圖像圖中，每一個與標靶圖像相同的方塊圖形皆出現田字形相干信號，其位置即對應圖 3.6(b)中不同方塊圖形之位置。這表示不但測試圖像被辨識出來，且不因標靶與測試圖像有相對位移而改變辨識結果。這樣的位移不變性隨著記錄材料厚度的增加而降度，尤其在橫軸(Y_c)的方向上，比縱軸(X_c 軸)方向上的相干信號，衰減的更快。當記錄材料厚度到達 1cm 時，在輸出平面 Y_c 軸上僅出現兩個相干信號亮點。同理為了更清楚分析相干信號隨厚度增加被抑制的情形，我們取圖 3.10(d)、3.11(c)，記錄材料為 2mm 時，沿著輸出平面縱軸(X_c)與橫軸(Y_c)方向上，輸出光場強度分佈，如下圖所示。

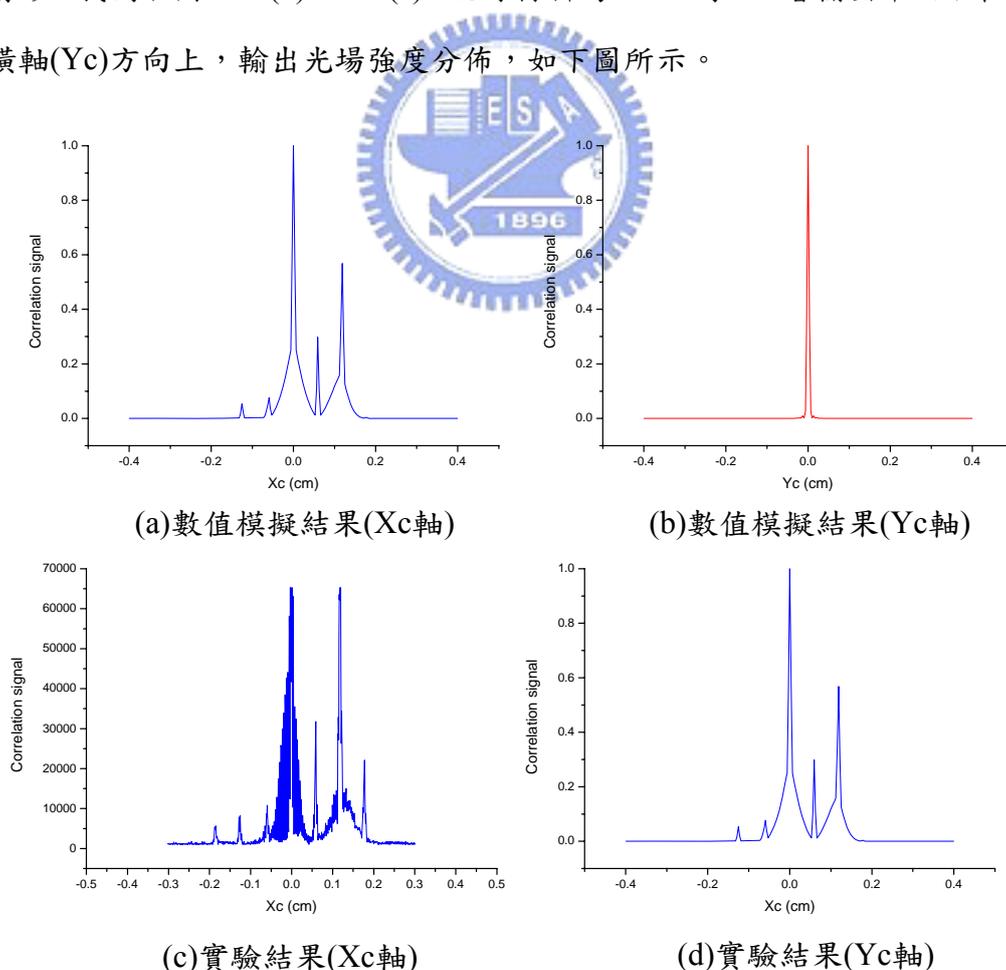


圖3.12 輸出平面座標軸上光場強度分佈

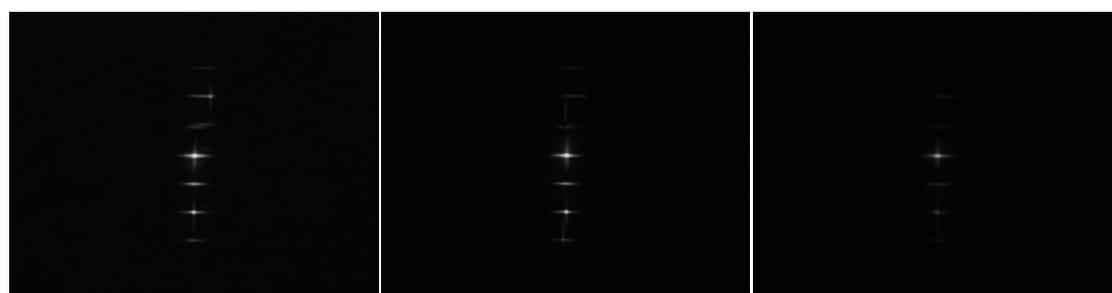
圖 3.12(a)、(b)與(c)、(d)分別為數值模擬與實驗結果。比對實驗與數值模擬結果，除了實驗部份因為 CCD 過飽和，使得實驗數據較數值模擬比例上略為增加外，其他部份兩者結果一致，沿著 Yc 軸上 sinc 函數之抑制較 Xc 軸方向上更為嚴格。

3.3.2 記錄夾角相對輸出光場強度分佈之影響

改變系統中物體光與參考光在入射平面方向(Yc 軸)上的記錄夾角 θ ，分析其對於相干信號的輸出光場強度之影響。同樣的，輸入的標靶與測試圖像為圖

3.6(a)、(b)。分析互相干信號的分佈。

在實驗與數值模擬中，我們使用的記錄材料厚度為 500 μm 。實驗時，我們分別以 30 度、45 度、60 度作為系統的記錄夾角，在考慮 senll 定律光波折射影響下，記錄材料內部的記錄夾角分別對應為，19.47 度、28.13 度、35.26 度。因此，在進行時，為了更清楚了解記錄夾角對於系統輸出的影響，除了上述的 19.47 與 35.26 兩個角度外，我們亦針對更多個不同記錄夾角進行數值模擬。最後將實驗與數值模擬結果作比對。光學實驗與理論分析之結果如下圖所示。



(a) $\theta = 30^\circ$

(b) $\theta = 45^\circ$

(c) $\theta = 60^\circ$

圖3.13 圖3.6(a)、(b)之互相干信號實驗結果

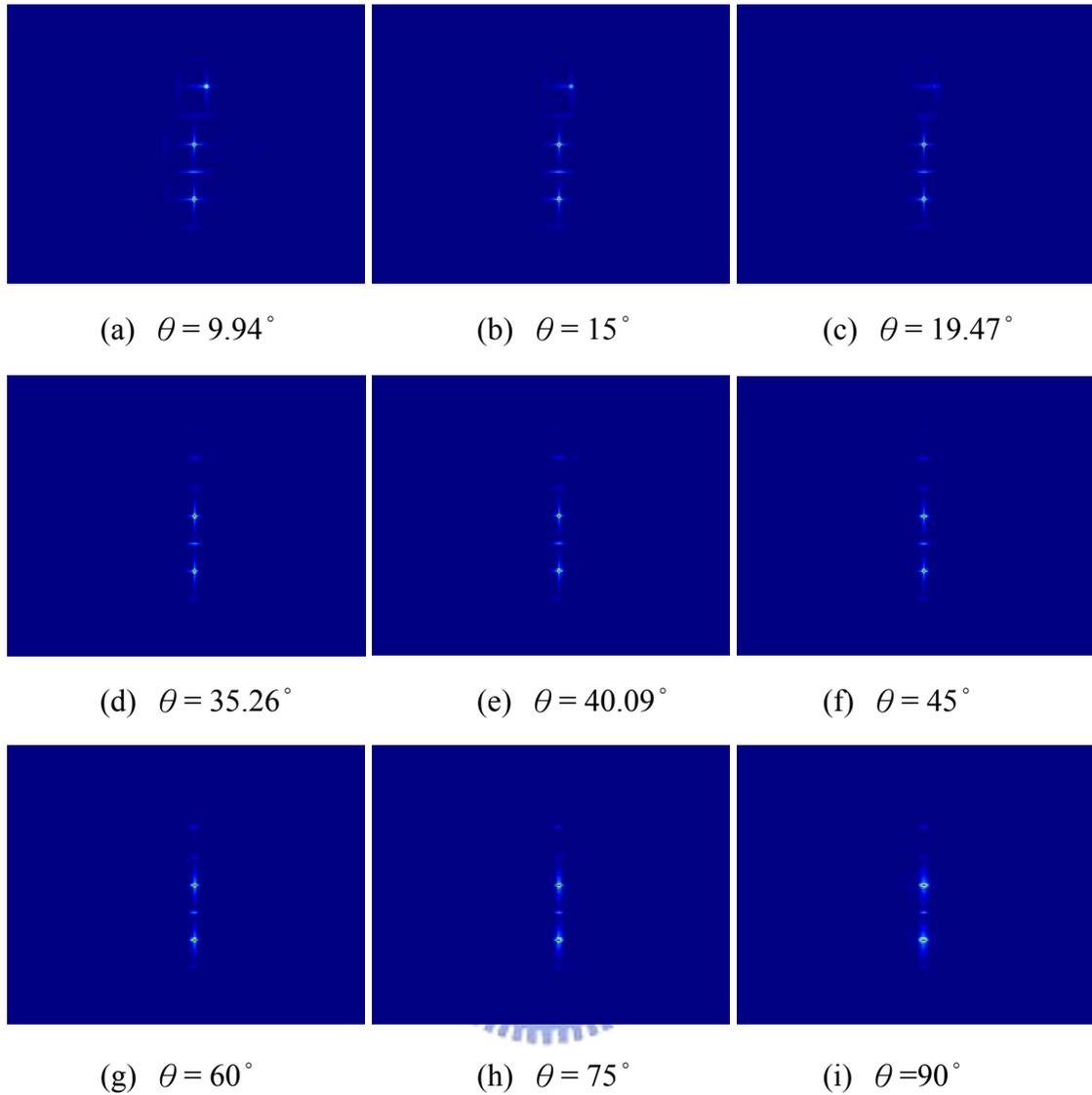


圖3.14 圖3.6(a)、(b)之互相干信號數值模擬結果

圖 3.13 之實驗結果我們發現當記錄夾角愈大時，互相干輸出平向 Y_c 軸上受到 sinc 函數之抑制性愈嚴重。圖 3.14 之數值模擬結果也有相同趨勢，但超過 40.09 度(相當於實驗時材料外部紀錄夾角為 75 度)時，則相干信號看似不再向內抑制，而是向外延伸，所以我們針對這個現象，取出圖 3.14 輸出光場在 Y_c 軸方向上的強度分佈進一步分析，如圖 3.15 所示。

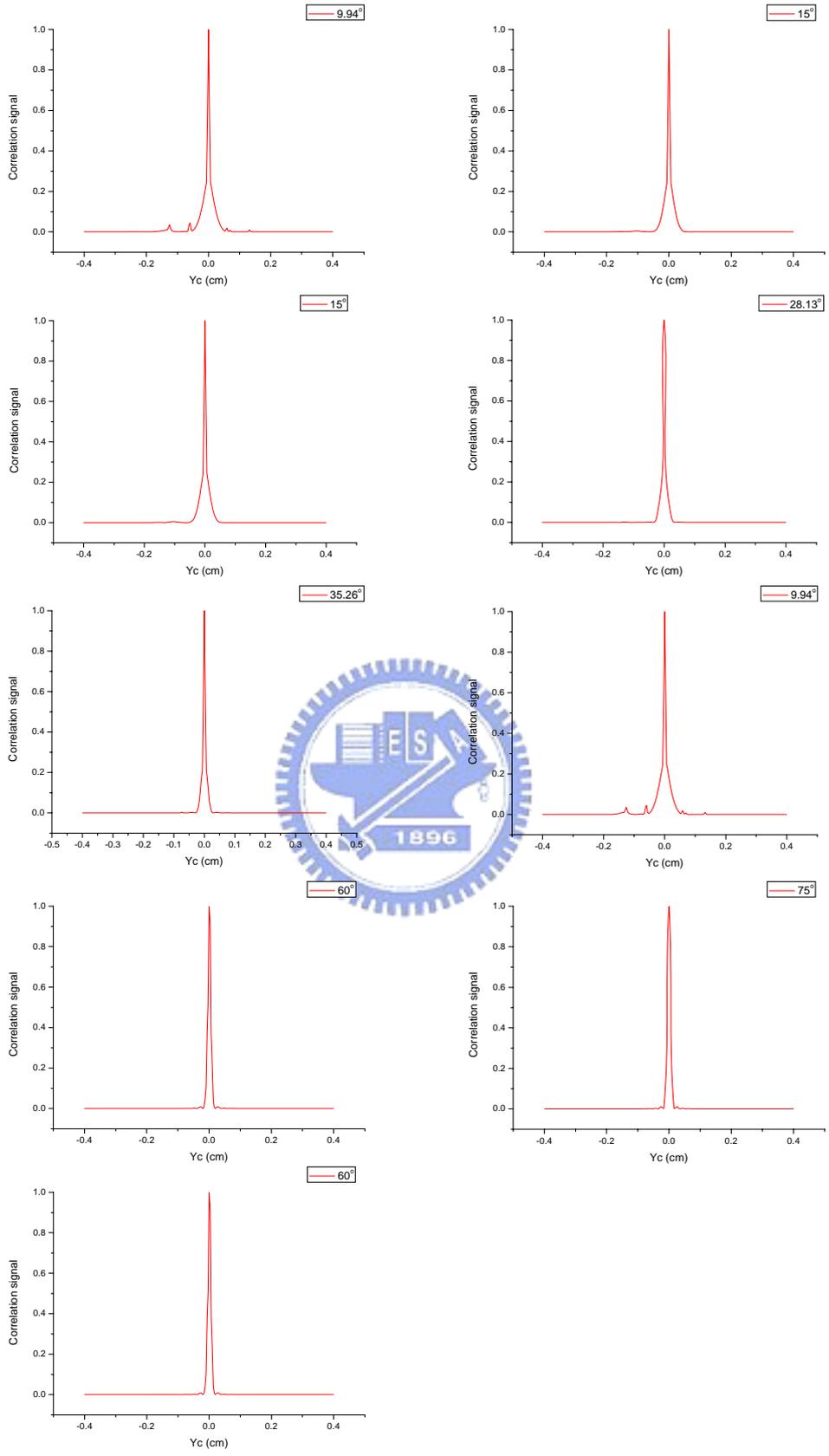


圖3.15 圖3.14橫軸(Y_c)上互相干信號強度分佈

圖 3.15 中，結果顯示當記錄夾角增加時，系統會在 Y_c 軸上逐漸抑制相干信號，但增加至某程度後，其峰值半高寬的有增加的趨勢。

另外，我們分析圖 3.13(a)、3.14(c)，當物體光與參考光記錄夾角為 30 度(材料內部為 19.47 度)的情況，同樣取沿輸出平面縱軸(X_c)與橫軸(Y_c)方向上的輸出光場強度分佈，如下圖所示。

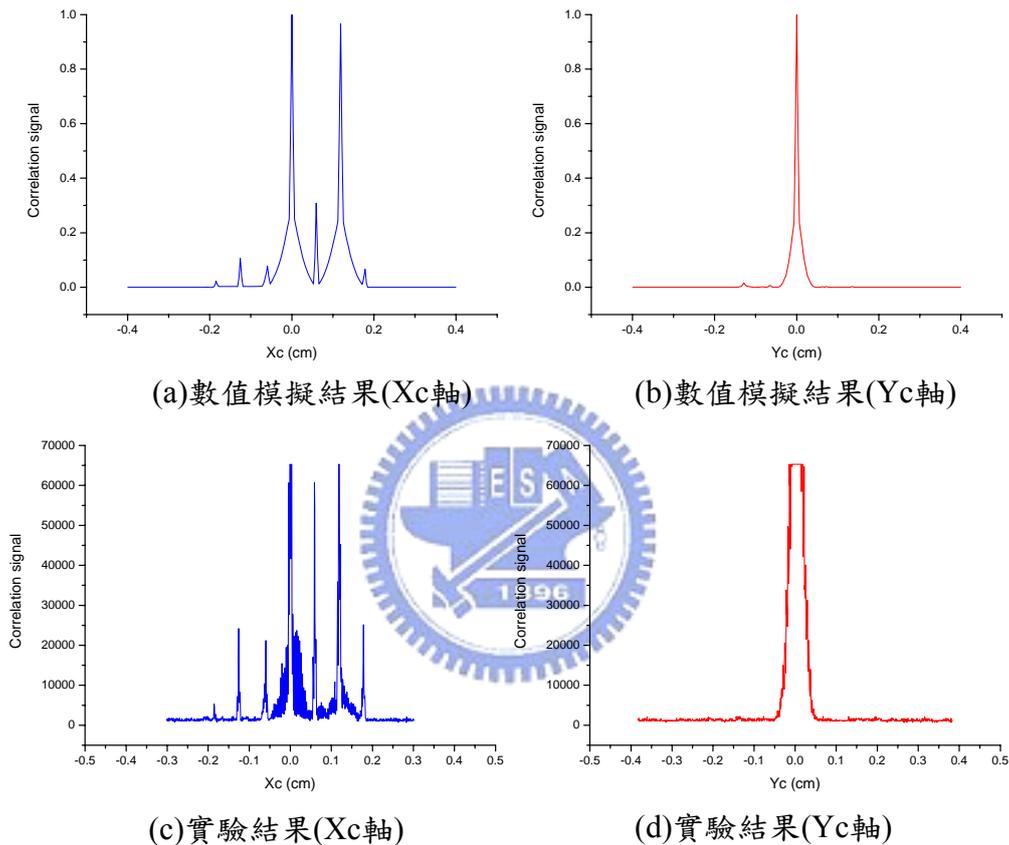


圖3.16 輸出平面座標軸上光場強度分佈

圖 3.16 結果顯示，除了因相干信號強度超過 CCD 所能承受的強度範圍，使得 CCD 過飽和，造成實驗結果比例上較理論結果來的強烈外，其他的趨勢相同。

綜合以上實驗與數值模擬結果，成功證明了體積全像光學相干器之輸出光場分佈型式。結果顯示其會受到 sinc 函數之調變，抑制了相干信號峰值旁的信號，讓峰值信號更為突出，形成具有高訊雜比的輸出分佈，但付出的代價則為位移不變性消失，可是這樣的結果將有助於我們發展多頻道式光學相干器，留待下一章說明。

第四章 多頻道式體積全像光學相干器

在第二，三章中，我們成功以光波相量疊加的方式，描述出體積全像光學相干器系統輸出的物理行為。藉由這個輸出光場的理論式，我們將可以更清楚了解，系統作光學圖像辨識時的特性。

本章，我們將體積全像光學相干器延伸，不再僅儲存單一圖像資訊於體積全像片內，而利用角度多工儲存的技術記錄下多張圖像資訊。由一對一圖像辨識的單頻道式體積全像光學相干器，發展為一對大量圖像辨識的多頻道式體積全像光學相干器。系統示意圖，如圖 4.1 所示。

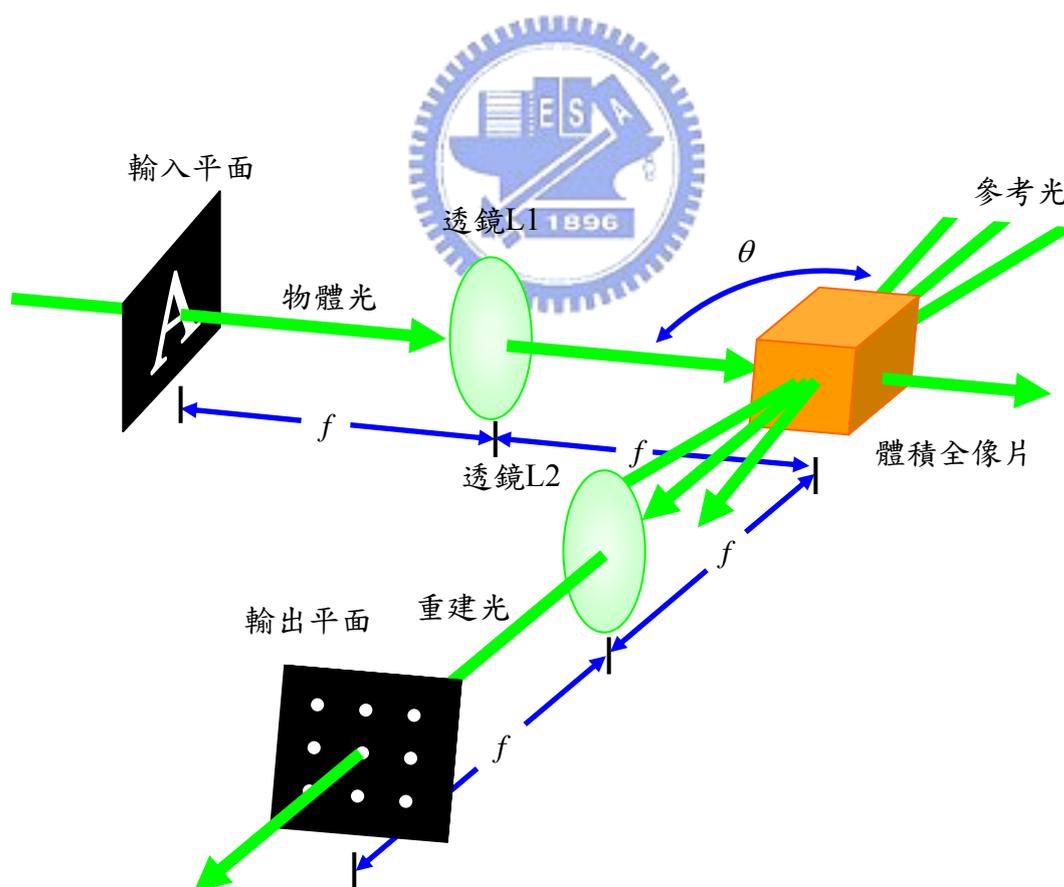


圖 4.1 多頻道式體積全像光學相干器之原理示意圖

4.1 理論分析

4.1.1 相干信號之輸出光場

多頻道式體積全像光學相干器，應用角度多工技術可以將大量圖像資訊，定點儲存於同一位置處的體積全像片內，而每一張儲存的圖像資訊，為一個 Vander Lugt 光學相干器的匹配濾波器，可以作為圖像濾波辨識之用。當體積全像片內儲存大量圖像，即組成一個龐大且各自獨立的多頻道式匹配濾波器，運用這樣的匹配濾波器在 Vander Lugt 光學相干器中，即為多頻道式體積全像光學相干器。

此系統輸出的相干信號，將如同陣列般，分佈在系統輸出平面上，而陣列中每一個元素即呈現對應頻道的辨識結果，如圖 4.1 所示。

系統架構與體積全像光學相干器相同，但引入角度多工儲存技術，使其達到多頻道式圖像辨識之目的，系統架構如圖 4.2 所示。在圖中虛線部分，為產生角度多工之方法，其原理為在參考光平面發出一點光學，經透鏡 L2 形成平面波參考光。當改變點光源位置，在記錄平面同一位置處，將可得到不同方向入射的平面波參考光。如此即完成角度多工所需之條件。因此，在輸出平面上，這些點光源位置即對應該頻道相干信號之中心位置。

我們同樣以光波相量疊加的方式，推導系統的相干信號輸出光場。並假設以角度多工方式儲存下 $(2m+1) \times (2n+1)$ 張標靶圖像。最後可得：

$$U_c(x_c, y_c) \propto \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \int \int_{-\infty-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) \cdot g_{mn}^* \left[x_0 + x_c + x_m, y_0 + (y_c + y_n) \cos \theta + \frac{x_c^2 + y_c^2 - x_m^2 - y_n^2}{2f} \sin \theta \right] \\ \cdot t \sin c \left\{ \frac{t}{\lambda} \left[\frac{(x_0 + x_c + x_m)^2}{2f^2} + \frac{[y_0 + (y_c + y_n) \cos \theta + \frac{x_c^2 + y_c^2 - x_m^2 - y_n^2}{2f} \sin \theta]^2}{2f^2} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{x_0^2 + y_0^2}{2f^2} + \frac{x_c^2 + y_c^2 - x_m^2 - y_n^2}{2f^2} \cos \theta - \frac{y_c + y_n}{f} \sin \theta \right] \right\} dx_0 dy_0 \quad (4.1)$$

其中， $f(x_0, y_0)$ 為被辨識的測試圖像； $g_{mn}(x_0, y_0)$ 為第 m 、 n 頻道之標靶圖像； θ 為透鏡 L1 與透鏡 L2 之光軸夾角，即物體光與參考光之記錄夾角； t 為體積全像片在 z 軸方向上的厚度； λ 為光波長； f 為系統的透鏡焦距。

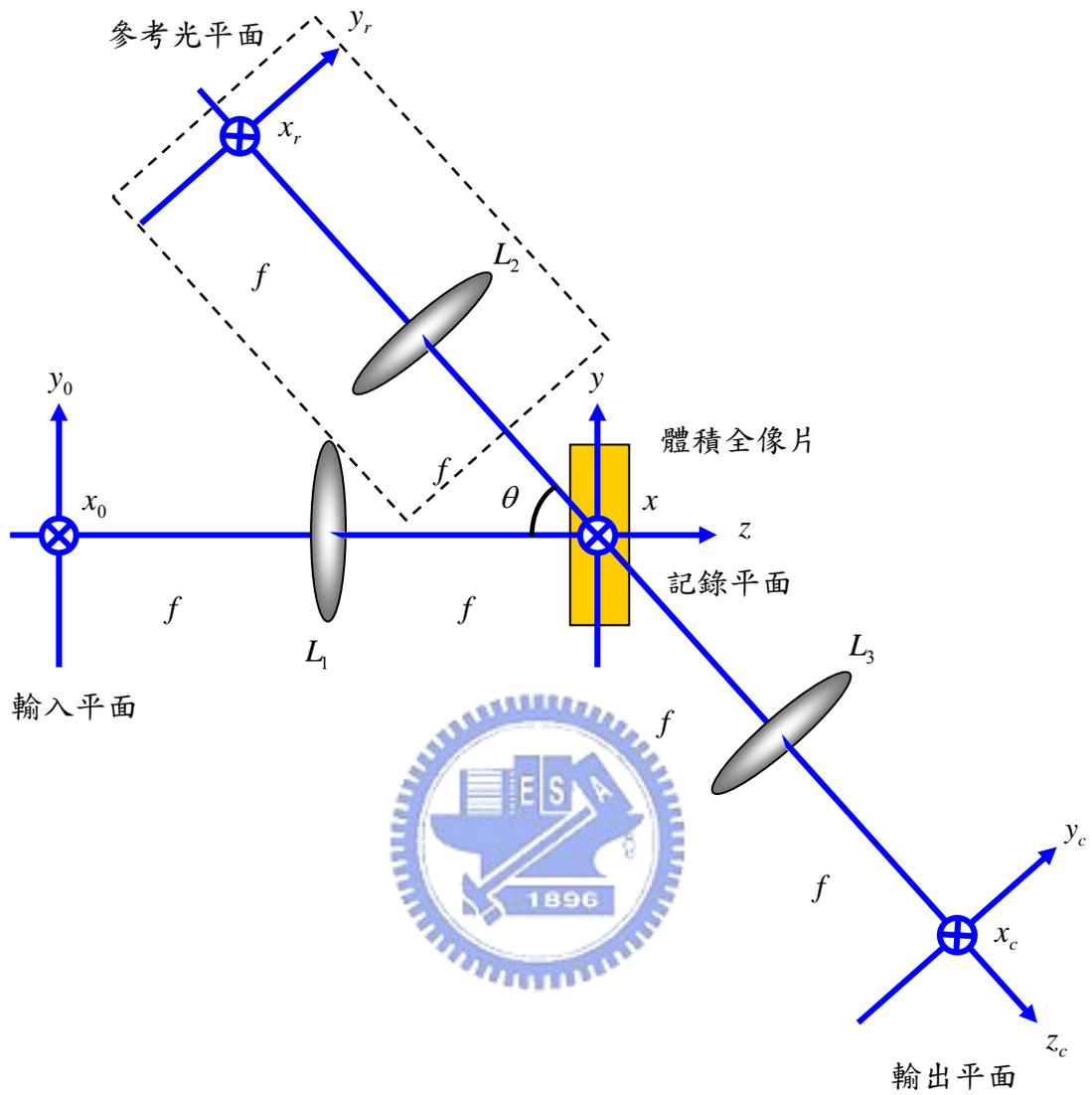


圖4.2 多頻道式體積全像光學相干器之系統架構圖

4.1.2 串音雜訊

多頻道式系統相較於單頻道式系統，需要多考慮頻道之間互相的干擾，這種相鄰頻道信號所造成的雜訊，稱為串音雜訊(Cross-talk noise)。當頻道之間相干信號重疊，系統發生嚴重串音雜訊時，我們將無法得到該頻道的正確資訊。所以應避免系統發生串音雜訊的情況。

由(4.1)式，我們可以計算出系統的訊雜比(signal-to-noise ratio SNR)。當第 i, j 頻道之標靶圖像 $g_{ij}(x_0, y_0)$ 與測試圖像 $f(x_0, y_0)$ 作 Cross-correlation 運算時，該頻道之相干信號中心將位於輸出平面 $(x_c = -x_i, y_c = -y_j)$ 處，此中心點相干信號為：

$$Signal \propto \left| \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) \cdot g_{ij}^*(x_0, y_0) dx_0 dy_0 \right|^2 \quad (4.2)$$

而其他頻道相干信號對於此中心點處的貢獻即為串音雜訊。

$$Noise \propto \left| \sum_{m \neq i} \sum_{n \neq j} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) \cdot g_{mn}^* \left[x_0 - x_i + x_m, y_0 + (y_n - y_j) \cos \theta + \frac{x_i^2 + y_j^2 - x_m^2 - y_n^2}{2f} \sin \theta \right] \right. \\ \left. \sin c \left\{ \left(\frac{t}{\lambda} \right) \left[\frac{(x_0 - x_i + x_m)^2}{2f^2} + \frac{[y_0 + (y_n - y_j) \cos \theta + \frac{x_i^2 + y_j^2 - x_m^2 - y_n^2}{2f} \sin \theta]^2}{2f^2} \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \frac{x_0^2 + y_0^2}{2f^2} + \frac{x_i^2 + y_j^2 - x_m^2 - y_n^2}{2f^2} \cos \theta - \frac{y_n - y_j}{f} \sin \theta \right] \right\} dx_0 dy_0 \right|^2 \quad (4.3)$$

故訊雜比(signal-to-noise ratio SNR)為：

$$SNR = \frac{Signal}{Noise} \quad (4.4)$$

當訊雜比愈大時，表示系統相干信號愈正確呈現每個頻道的相干信號資訊。

4.1.3 角度選擇性

由(4.1)式，我們可以定量分析系統的頻道容量。由於串音雜訊的來源，主要是相鄰頻道信號所造成，所以記錄時適當選擇頻道間隔，可以有效提高系統訊雜比。頻道間隔的選擇性，可以由(4.1)式中 sinc 函數分析求得。當 sinc 函數內的數值是整數時，其 sinc 值為零，所以我們以此項 sinc 函數的數學特性，來設計頻道間隔位置。

我們以(4.1)式中 sinc 函數的第一個零點，作為系統頻道之間隔距離。換言之，將相鄰兩頻道之中心位置，分別置於個別 sinc 函數的第一個零點位置處。如此，可以有效降低相鄰頻道之間的串音雜訊干擾。

由(2.11)式，當僅考慮單一頻道之相干信號輸出光場時。因為我們定義 sinc 函數原點至第一零點距離為頻道間隔，所以可得

$$\left(\frac{t}{2\lambda f^2}\right)\{(x_0 + x_c)^2 + [y_0 + y_c \cos \theta + \left(\frac{x_c^2 + y_c^2}{2f}\right) \sin \theta]^2 - x_0^2 - y_0^2 + (x_c^2 + y_c^2) \cos \theta - 2f y_c \sin \theta\} = 1 \quad (4.5)$$

由上式，求得頻道間隔，並進一步分析參考光記錄時的角度選擇性。

以下分別針對 x、y 方向，求出頻道間隔與角度選擇性。

1. x 方向

當僅考慮 x 方向的相干信號時，(4.4)式簡化為：

$$\left(\frac{t}{2\lambda f^2}\right)\{(x_0 + x_c)^2 + \left(\frac{x_c^2}{2f}\right)^2 \sin^2 \theta - x_0^2 + x_c^2 \cos \theta\} = 1 \quad (4.6)$$

其中， x_0 為輸入平面之座標函數，當此函數愈大則 x_c 愈大，代表第一零點發生位置將愈小。所以我們令 $x_0 = 0$ ，並提出 x_c^2 ，可得：

$$x_c^2 \left\{1 + \cos \theta + \left(\frac{x_c}{2f}\right)^2 \sin^2 \theta\right\} = \frac{2\lambda f^2}{t} \quad (4.7)$$

(4.7)式擴號內第四項， x_c 遠小於透鏡焦距 f ，故忽略此項後，可得

$$x_c^2 = \frac{2\lambda f^2}{1 + \cos \theta} \quad (4.8)$$

由(4.8)式，即可得到 sinc 函數原點相對第一零點之距離，

$$\Delta x_c = \frac{f}{\cos \frac{\theta}{2}} \sqrt{\frac{\lambda}{t}} \quad (4.9)$$

上式，即為 x 方向的頻道間隔。由此式可求得記錄時的角度選擇性，

$$\Delta \theta_x = \frac{1}{\cos \frac{\theta}{2}} \sqrt{\frac{\lambda}{t}} \quad (4.10)$$

(4.9)式為系統記錄時，x 方向的角度選擇性。

2. y 方向

當僅考慮 y 方向的相干信號時，(4.4)式簡化為：

$$\left(\frac{t}{2\lambda f^2}\right)\left\{[y_0 + y_c \cos \theta + \left(\frac{y_c^2}{2f}\right) \sin \theta]^2 - y_0^2 + y_c^2 \cos \theta - 2f y_c \sin \theta\right\} = 1 \quad (4.11)$$

其中， y_0 為輸入平面之座標函數，當此函數愈大則 y_c 愈大，即代表第一

零點發生位置將愈小。故我們令 $y_0 = 0$ ，並提出 y_c^2 ，可得：

$$y_c^2 \left\{ \cos^2 \theta + \left(\frac{y_c}{2f}\right)^2 \sin^2 \theta + \frac{y_c}{f} \sin \theta \cos \theta + \cos \theta - \frac{2f}{y_c} \sin \theta \right\} = \frac{2\lambda f^2}{t} \quad (4.12)$$

上式擴號內第二、三項， y_c 遠小於透鏡焦距 f ，故忽略此項後，可得

$$\Delta y_c = \frac{\lambda f}{t \sin \theta} \quad (4.13)$$

上式，即為 y 方向的頻道間隔。由此式可求得記錄時的角度選擇性，

$$\Delta \theta_y = \frac{\lambda}{t \sin \theta} \quad (4.14)$$

(4.14)式為系統記錄時，y 方向之角度選擇性。

由(4.10)、(4.14)式，我們可以求得系統的頻道容量。舉例說明，假設光波長為 532nm；記錄角度 90 度時；參考光可控制的角度範圍為 30 度，則當全像片厚度為 1cm 與 10 μ m 時，兩者的頻道容量分別為：

1. t = 1cm 時

$$\Delta \theta_x = \frac{1}{\cos 45^\circ} \sqrt{\frac{532nm}{1cm}} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 0.591^\circ, \quad \Delta \theta_y = \frac{532nm}{1cm \cdot \sin 90^\circ} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 0.003^\circ \quad (4.15)$$

$$\text{頻道容量} = \frac{30^\circ}{\Delta\theta_x} \times \frac{30^\circ}{\Delta\theta_y} = 507614 \quad (4.16)$$

2. $t = 1\mu\text{m}$ 時

$$\Delta\theta_x = \frac{1}{\cos 45^\circ} \sqrt{\frac{532\text{nm}}{10\mu\text{m}}} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 18.69^\circ, \quad \Delta\theta_y = \frac{532\text{nm}}{10\mu\text{m} \cdot \sin 90^\circ} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 3.05^\circ \quad (4.17)$$

$$\text{頻道容量} = \frac{30^\circ}{\Delta\theta_x} \times \frac{30^\circ}{\Delta\theta_y} = 15.8 \quad (4.18)$$

我們比較(4.16)、(4.18)式，並且由(4.10)、(4.14)式，對體積全像片厚度相對角度選擇性作圖，如圖 4.3、4.4 所示。我們可以看到隨著體積全像片厚度的增加，系統頻道的角度選擇性將快速減小，所以使得頻道容量大幅增加。

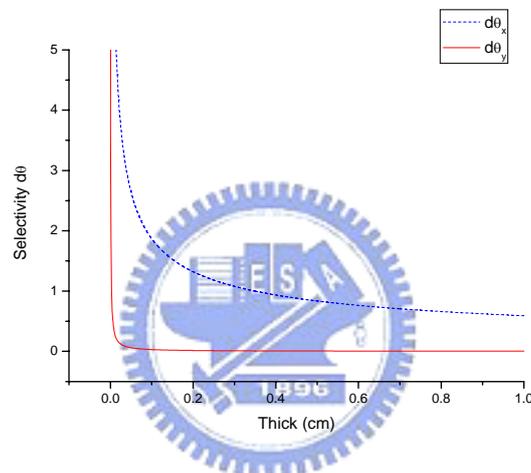


圖4.3 角度選擇性

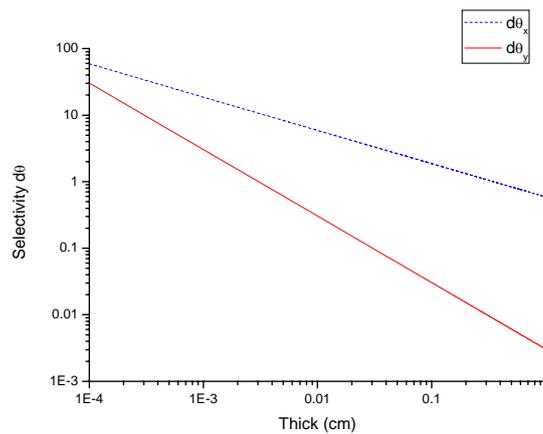


圖4.4 角度選擇性(對數座標)

4.2 光學系統設計

圖 4.5 所示為多頻道式光學相干器的實驗架構圖。

在系統中，所使用的儀器與第 3.2 節單頻道式系統相同。光源為 Nd-YAG 固態雷射，輸出光波長 532nm；輸入圖像元件為 SLM(Spatial Light Modulator。其解析度為 800×600；顯示面積為 28.48mm×20.16mm)，由電腦送出訊號至 SLM 顯示出圖像；輸出偵測元件為 CCD(Charge-Coupled Device。擷取影像之解析度為 1300×1030；面積為 8.8mm×6.6mm)。

系統架構，為得到不同角度定點入射至體積全像片之參考光，我們於原單頻道式系統參考光路徑上，架構一組由兩個透鏡組成的望遠鏡式 4F 系統，裝置可調整角度之反射鏡於其焦點上，而體積全像片置於另一焦點，如此可以使參考光僅入射角度改變，而不改變其入射之位置，達到定點重複曝光之目的。

此外，由第二、三章理論與實驗結果分析可知，當物體光與參考光以光軸夾角 90 度作為記錄夾角時，相同條件下系統會有最大的儲存密度。所以系統將兩道光分別在體積全像片不同的面入射，進行 90 度進行干涉。

記錄時，與單頻道式系統記錄過程相同，但每記錄完一張標靶圖像後，旋轉參考光路徑上的反射鏡角度，改變參考光入射角度，之後記錄下一張標靶圖像，如此，即完成角度多工定點重複的儲存。

讀取時，遮住參考光，以待辨識的測試圖像作為物體光，讀取出由體積全像片作成的多頻道式匹配濾波器，其重建的繞射光經透鏡 L4 執行傅氏轉換後，在其後焦平面(P4)得到相干信號的陣列輸出，最後置於此平面上的 CCD 將信號送至電腦顯示結果。

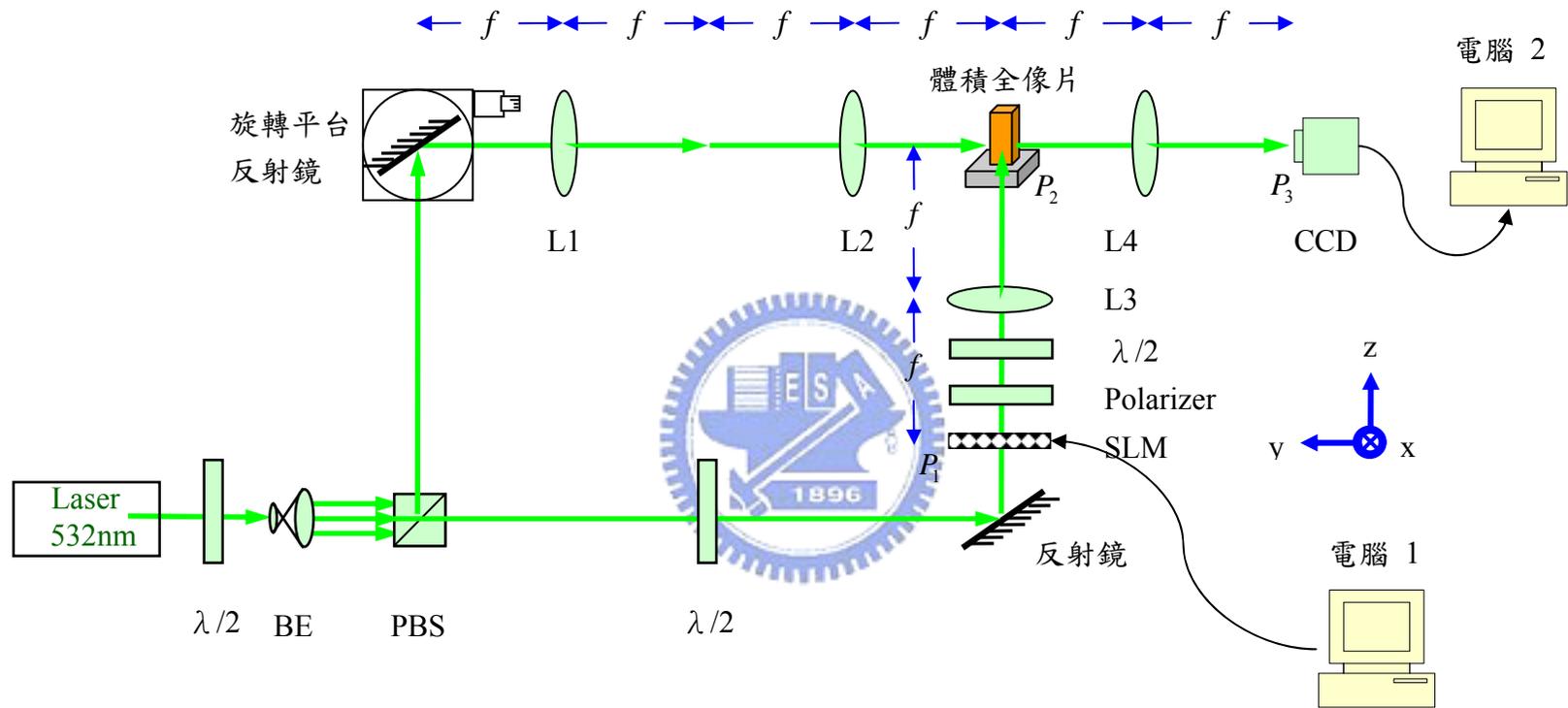


圖4.5 多頻道式光學相干器之實驗架構圖

4.3 實驗與數值模擬結果討論分析

在實驗中，我們共記錄了 21 張標靶圖像於記錄材料 PQ:PMMA 中。記錄方式為，垂直方向每隔 0.33° 記錄一列，共記錄 3 列；水平方向每列記錄位置間隔為 0.13° ，記錄 7 張標靶圖像，如此記錄材料內共記錄下 21 張標靶圖像。如圖 4.6 所示。

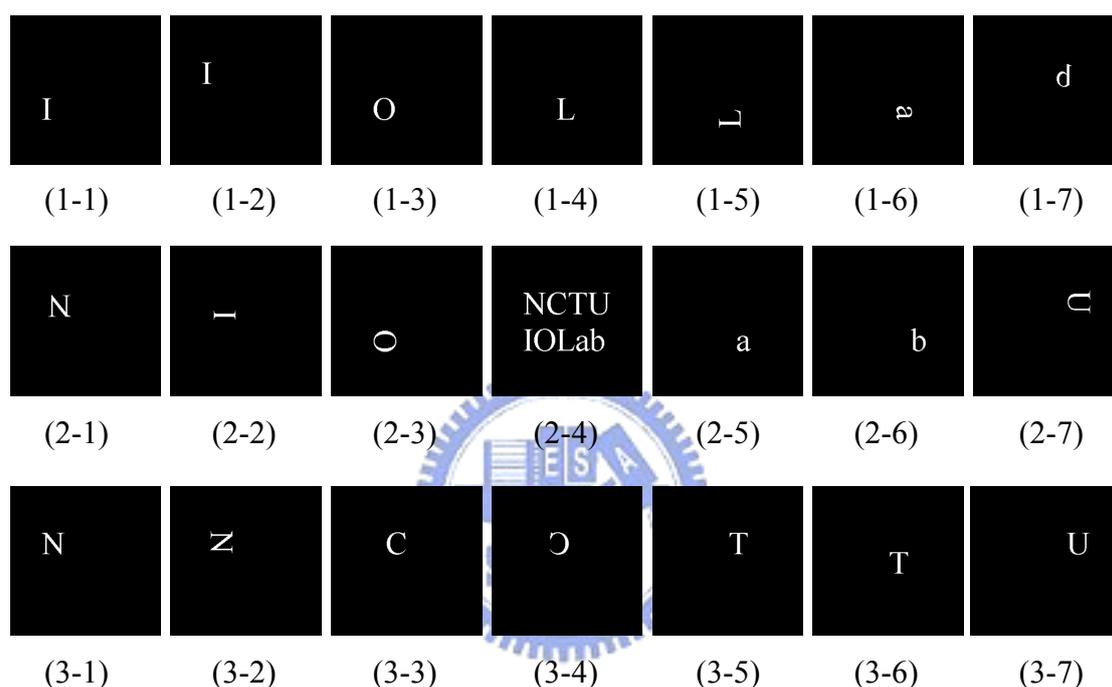


圖4.6 多頻道式體積全像光學相干器之標靶圖像

圖 4.6 所示，分別為(2-4)圖中的字母，但部分圖像改變了相對位置與方位，我們可以藉此分析系統的辨識能力。另外圖中各標靶圖像排列位置順序為相對輸出相干信號陣列之記錄位置。實驗記錄時，為了使各頻道繞射出的相干信號強度相近，所以相對與其他頻道，我們縮短了圖 4.6(2-4)標靶圖像的曝光時間。數值模擬時，我們降低了該圖像的灰階度，如此可以降低各頻道的相干信號強度差距。最後，當記錄完成 21 張標靶圖像的匹配濾波器後，我們分別以圖 4.6(2-4)、(3-5)、(3-6)，作為讀取匹配濾波器的測試圖像，實驗與數值模擬的結果，如圖 4.7 所示。

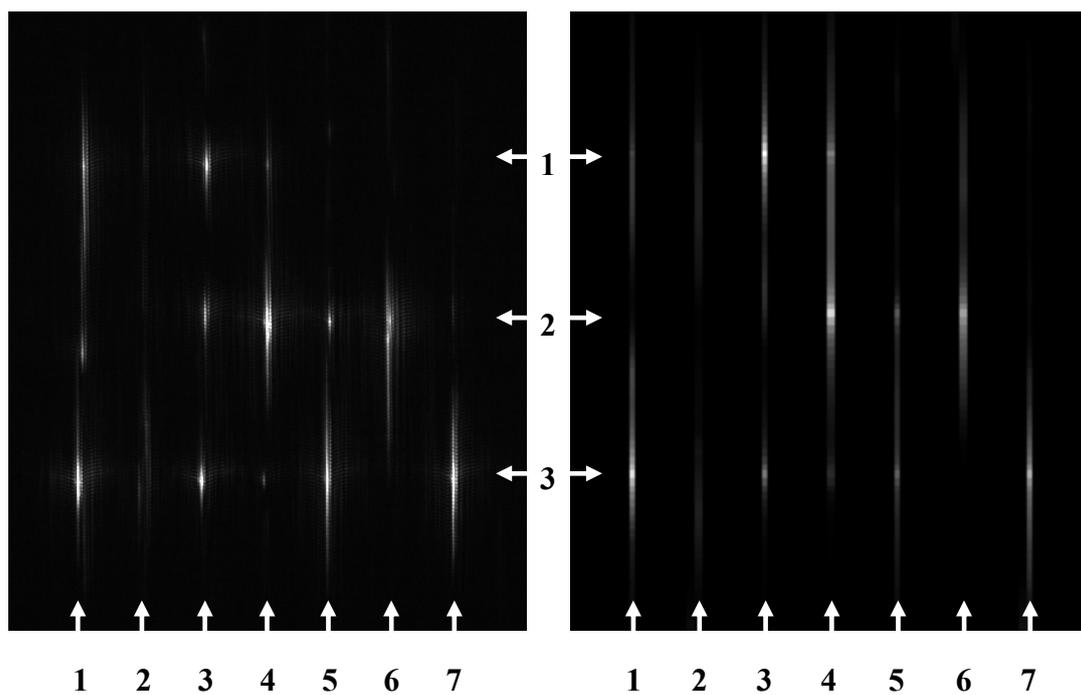


圖4.7 由圖4.6(2-4)讀取匹配濾波器之光學實驗(左)與數值模擬(右)結果

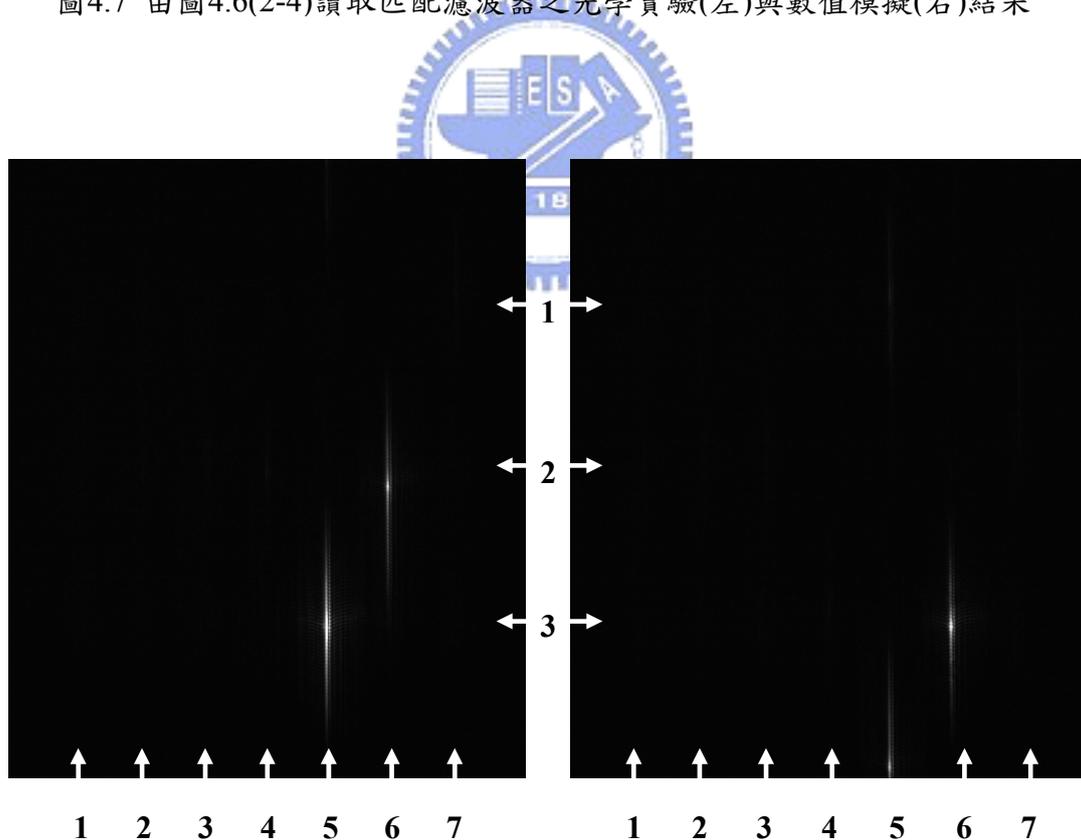


圖4.8 由圖4.6(3-5)、(3.6)讀取匹配濾波器之光學實驗結果

圖 4.7 所示，為以圖 4.6(2-4)圖像讀取時，實驗與數值模擬結果。圖中所標示數字位置，為圖 4.6 標靶圖像記錄位置。分析發現，第 2 列第 6 行相干信號，可以發現此處有兩個相干信號互相重疊，分別為第 2 列第 6 行與第 3 列第 6 行相干信號重疊所造成的。這種情況即是第 4.1.2 節中所討論的串音雜訊，所以這是以後實驗時該避免的。

圖 4.8(左)所示，為以圖 4.6(3-5)讀取時，實驗與數值模擬結果。我們可以發現位於第 3 列第 5 行之自相干信號，將位於記錄時的第 3 列記錄位置上，但第 3 列第 6 行之互相干信號，則因為圖 4.6(3-5)位置高於圖 4.6(3-6)，所以第 3 列第 6 行相干信號峰值高於記錄時的位置軸。同理，圖 4.8(右)之實驗結果，恰相反。

由實驗結果我們發現，這樣的多頻道式體積全像光學相干器具有一對多張圖像辨識的能力，且擁有良好的辨識效果。此外，當對相干信號作門檻處理後，將可以提高系統的辨識率。門檻處理過程，首先求出每個頻道之 β_{ij} 值：

$$\beta_{ij} = \frac{\text{Cross-correlation peak}_{ij}}{\text{Auto-correlation peak}_{ij}} \quad (4.19)$$

而後，我們可以藉由實驗設定適當的門檻值，當各頻道 β_{ij} 值低於門檻值時，視為無效信號，最後各頻道經門檻處理後，僅取出大於門檻值的相干信號，如此即可得到最佳的系統辨識結果。

第五章 指紋辨識器

在本章中，我們將多頻道式體積全像光學相干器應用在工程領域上，而指紋辨識是我們認為可以彰顯系統優異辨識特性非常好的工程問題。由於指紋圖像的大小與形狀變化都很小，所以當應用我們的系統發展指紋辨識時，僅需克服來自指紋圖像相對位移與旋轉的問題即可。故我們針對這個問題，分別設計了具有旋轉不變性與位移不變性之辨識器，即使測試圖像相對標靶圖像發生旋轉、位移，也可以偵測到相干信號，有效辨識出結果。

5.1 系統設計與討論

指紋圖像相較於之前實驗所輸入的圖像，複雜且密度高。由於實驗中，體積全像片將記錄下指紋圖像之傅氏頻譜，而大多數的指紋圖像傅氏頻譜，皆含有很強的 DC 訊號，所以使得我們在作實驗時，不同指紋圖像之間的辨識能力降低。但由於物體光能量會隨傅氏頻譜頻率不同而改變，使得低頻信號能量遠高於高頻信號，而我們知道兩道能量相同的光波干涉，會有最佳的記錄效果，因此當我們降低參考光能量至物體光高頻信號能量時，可以使得我們記錄下的較多的高頻資訊，達到邊緣強化(Edge enhance)之目的。這種邊緣強化的作法，將可以有效提高系統的辨識能力。

此外，當輸入圖像傅氏頻譜的物體光，入射至記錄材料前，我們設計將光圈擋住零階以外之繞射光，僅讓信號最強的零階繞射光通過，如此可以避免透鏡有限大小，或記錄材料不平所引起的相位失真，而導致重建時造成繞射出的相干信號，不能聚焦在輸出平面相同的中心點上。

最後，我們由圖 5.1(a)作為標靶圖像，於垂直方向每隔 0.17° 記錄一列，共記錄 10 列；水平方向每隔 0.05° 記錄一張，共記錄 25 張。如此記錄材料內，共儲存下 500 張標靶圖像，如圖 5.2 所示。

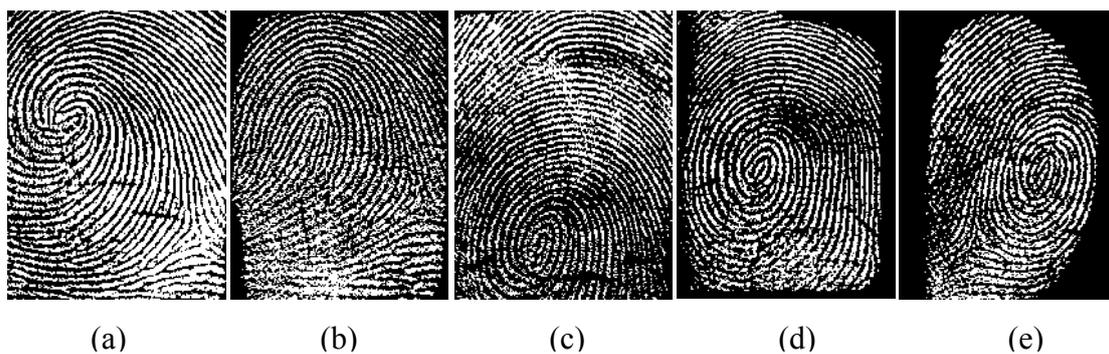


圖5.1 指紋圖像

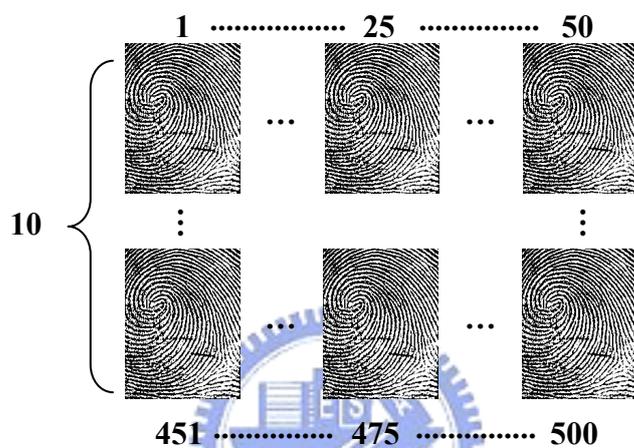


圖 5.2 五百張相同標靶圖像

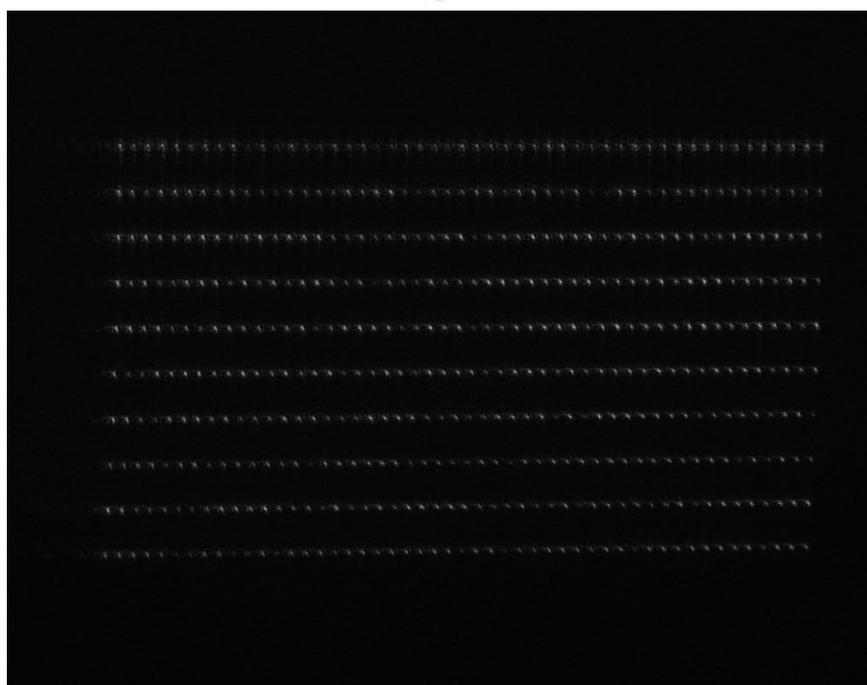


圖5.3 圖5.1(a)自相干信號之輸出光場強度分佈

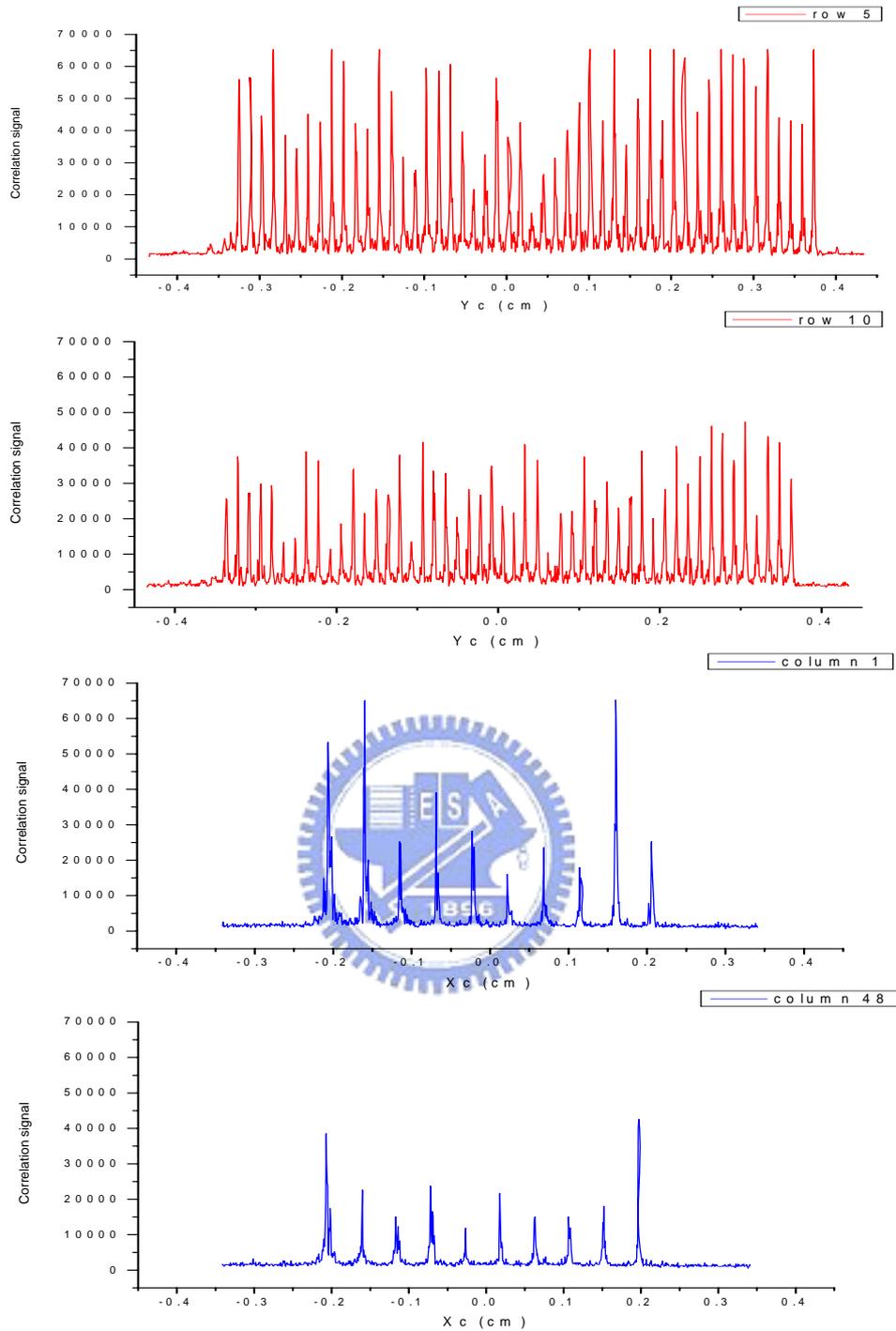


圖5.4 圖5.3相干信號橫列與縱列信號強度分佈

由圖 5.3 實驗結果，我們可以藉此分析系統記錄時的相關條件，如曝光時間、總頻道之曝光時程，物體光與參考光比例、角度選擇性。圖 5.4 分別為圖 5.3 輸出光場強度分佈，第 5 列、10 列、1 行、48 行之相干信號強度分佈。

5.2 旋轉不變性辨識器

多頻道式體積全像光學相干器最大的優點，就是可以儲存下大量的標靶圖像作為辨識之用，所以可以藉由這個強大的優勢，設計我們的辨識系統，解決測試圖像相對標靶圖像位移、旋轉時，所造成系統無法辨識的問題。簡而言之，就是有系統的設計儲存在體積全像片內的標靶圖像，使得系統達到我們所要的辨識能力。

本節我們要建構一個具有旋轉不變性的辨識器。目的為當辨識時，即使測試圖像相對標靶圖像方位改變了，仍然可以有效辨識出結果。

首先，我們利用電腦程式軟體，針對要儲存在記錄材料內的標靶圖像，連續旋轉多個角度，並且每旋轉一個角度由電腦存下圖像。將這些源自同一張標靶圖像，但不同方位角度的圖像，一一存入記錄材料內。當儲存的旋轉圖像愈多；旋轉圖像的角度愈小，則愈具有該標靶圖像的旋轉不變之辨識特性。

實驗前，我們將圖 5.1(a)、(b)、(c)、(d)、(e)五枚指紋，分別由-50 度每旋轉 1 度由電腦存下圖像至 49 度，如此每針對一枚指紋，產生 100 張不同方位角度的圖像，五枚共 500 張圖像，如圖 5.5 所示。

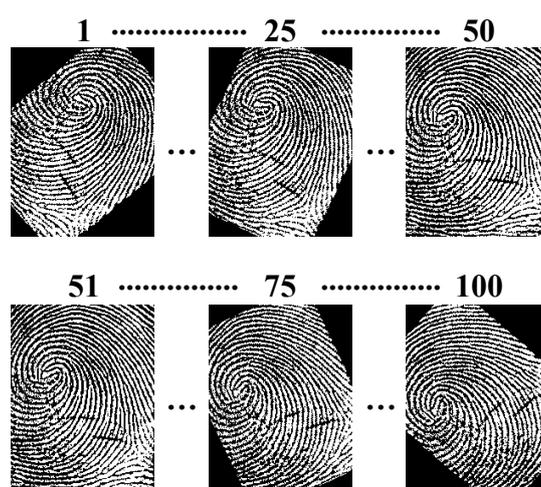


圖5.5 旋轉不變性辨識器之標靶圖像記錄方式

記錄時，我們由這 500 張圖像作為標靶圖像，依序存入記錄材料內。其中頻道的間隔為，垂直方向每隔 0.17° 記錄一列，共記錄 10 列；水平方向每隔 0.05° 記錄一張，共記錄 25 張。這樣記錄材料內，共儲存下 500 張標靶圖像。

讀取時，我們針對這個系統做了兩個實驗。首先，由圖 5.4 作為測試圖像作自相干實驗。實驗結果如圖 5.7 所示。其中，圖 5.6 為圖 5.1 五枚指紋旋轉-25 度後之圖像。另外，我們以圖 5.1 五枚指紋旋轉-24.5 度後為測試圖像作互相干實驗，實驗結果如圖 5.8 所示。

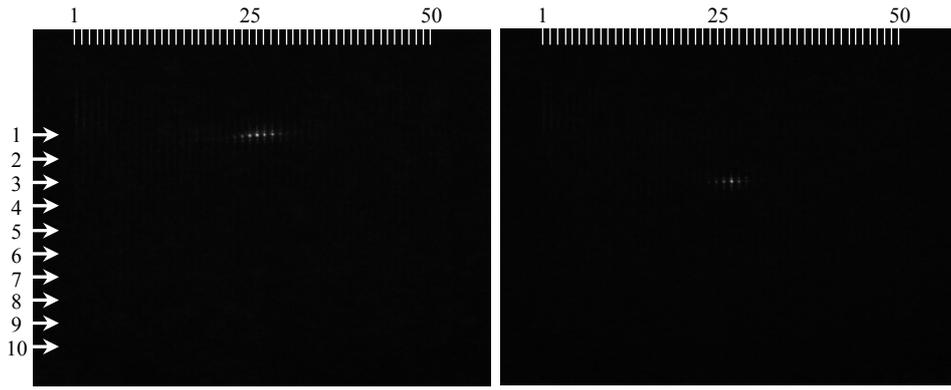


圖5.6 對圖5.1指紋圖像旋轉-25度後之指紋圖像

分析圖 5.8 實驗結果，當以非儲存於匹配濾波器之標靶圖像作為測試圖像時，仍可有效偵測到相干信號，正確辨識出結果。

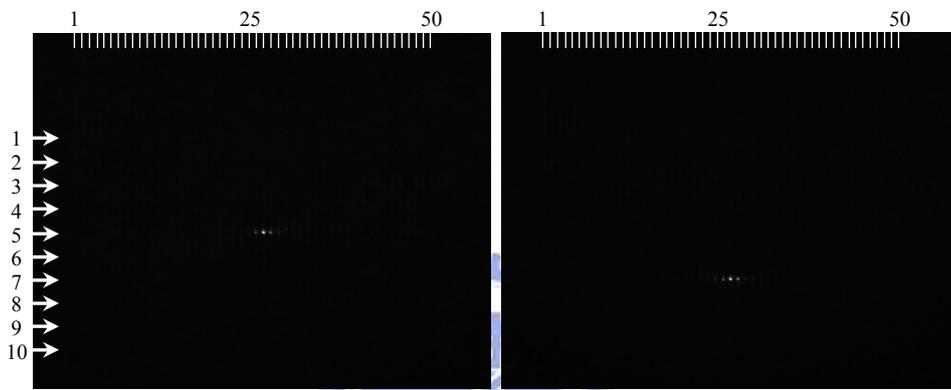
我們比較圖 5.7(b)與圖 5.8(b)實驗結果，分析其輸出光場在橫軸上之光場強度分佈，如圖 5.9 所示。

我們的實驗結果，說明運用這種儲存不同方位標靶圖像的方式，建立的辨識系統，非常成功的達到了在特定角度內旋轉不變的辨識特性。另外藉由實驗結果，可以幫助我們分析系統有效辨識所能容忍圖像旋轉的範圍，作為之後系統設計的依據。



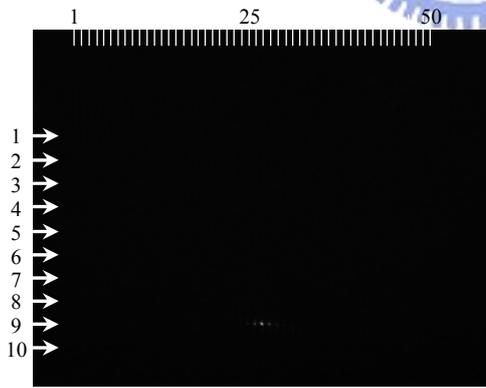
(a)

(b)



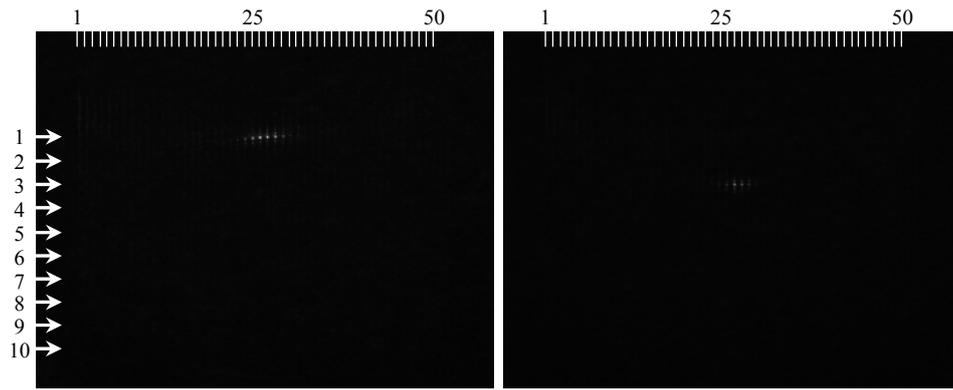
(a)

(b)



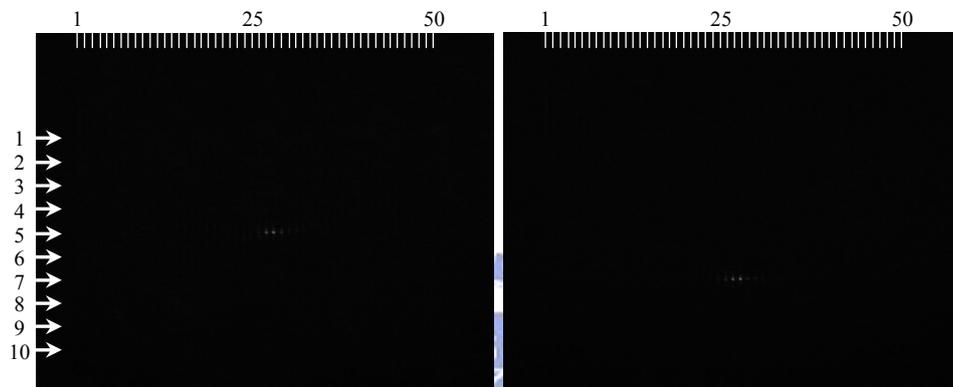
(a)

圖5.7 旋轉不變性辨識器之自相干實驗



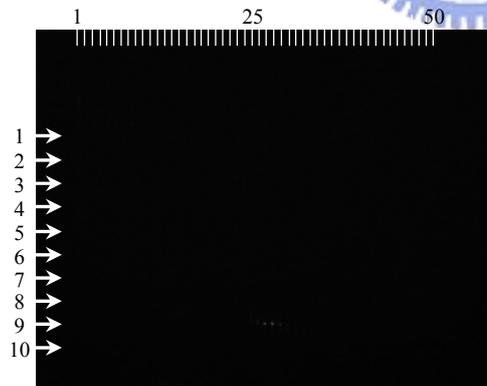
(a)

(b)



(a)

(b)



(a)

圖5.8 旋轉不變性辨識器之互相干實驗

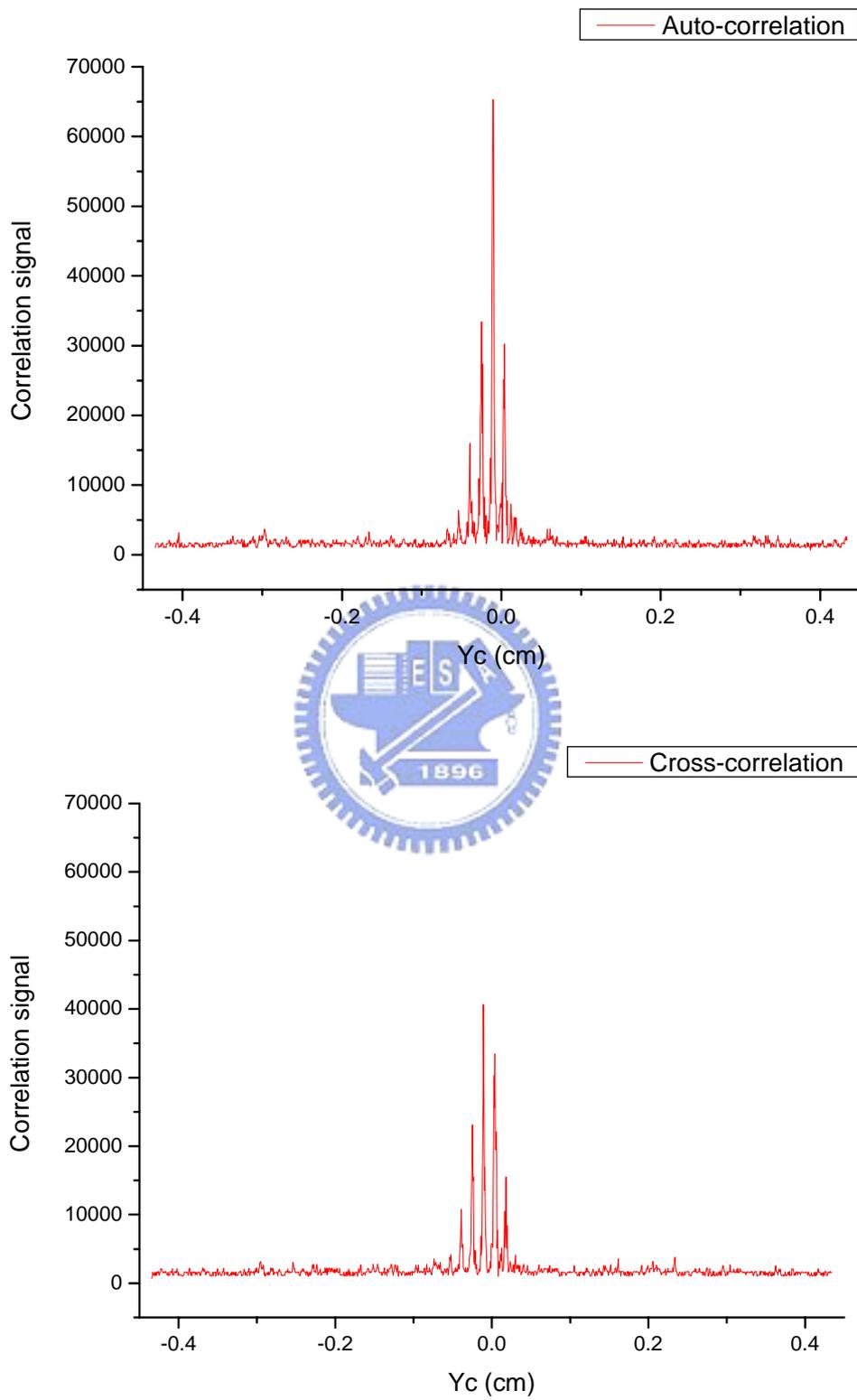


圖5.9 橫軸輸出光場強度分佈

5.3 位移不變性辨識器

前一節中，我們設計了一個具有旋轉不變性的辨識器，解決了當測試圖像與標靶圖像方位改變時，系統無法辨識的問題。在本節中，我們由同樣的設計方式，建立一個具有位移不變性的辨識器，達到與傳統 Vander Lugt 相干器相同的辨識特性。

我們針對圖 5.1(a)、(b)、(c)三張圖像，利用電腦程式軟體作垂直與水平方向的位移，並由電腦存下圖像，待之後記錄之用。首先分別針對三張圖像，在水平方向由-0.99mm 至 0.99mm 每間隔 $66\mu\text{m}$ 平移一次，共儲存 31 張；在垂直方向由 -3.366mm 至 3.366mm 每間隔 $99\mu\text{m}$ 平移一次，共儲存 69 張，合計 100 張，三張圖像處理後總共 300 張。如圖 5.10 所示。

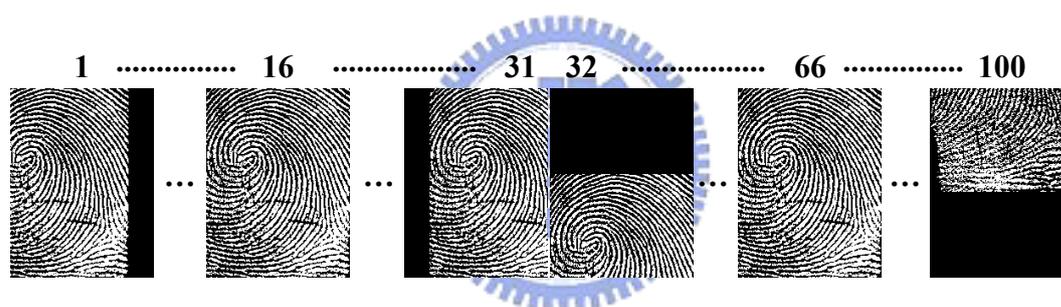


圖5.10 位移不變辨識器之標靶圖像記錄方式

我們知道當測試圖像相對標靶圖像有位移時，其互相干峰值也會相對位移，所以未了避免發生頻道之間相干信號重疊，在記錄時的角度選擇性，應使用第 4.1.3 節推導的理論值，作為系統的記錄條件。當記錄材料為 1cm、記錄夾角 90 度、光波波長 532nm 時，理論角度選擇性垂直方向應為 0.59 度，水平方向應為 0.003 度。針對這樣的記錄條件做數值模擬分析，我們關心的是在輸出平面垂直方向，是否可避免發生頻道之間的串音雜訊。模擬結果，如圖 5.11 所示。

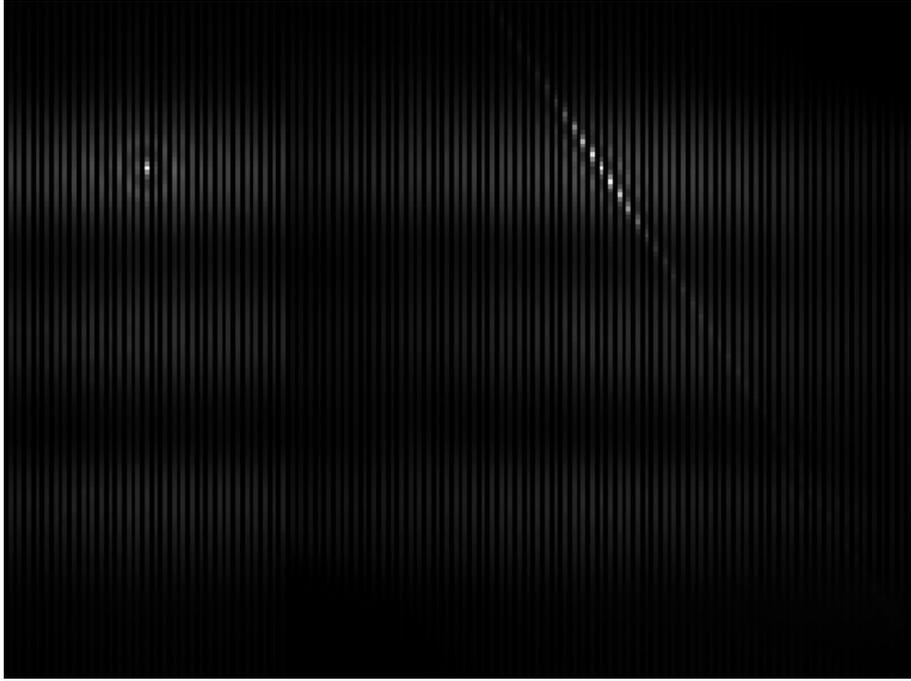


圖5.11 位移不變辨識器之自相干數值模擬結果

圖 5.11 是由圖 5.1(a)作為測試圖像的自相干數值模擬結果。其中角度選擇性垂直方向為 0.59° ，水平方向 0.024° 。由模擬結果說明這樣的系統條件，可以避免串音雜訊的發生。其中，垂直方向的相干信號，仍然有部份與第二列相干信號重疊，但相較於該頻道的自相干信號其強度小很多，所以影響十分有限，不會導致系統無法有效辨識。

實驗記錄時，輸出平面垂直方向每隔 0.59° 記錄一列，與理論值相同，共記錄 3 列；水平方向每隔 0.03° 記錄一張，遠大於理論值，共記錄 100 張標靶圖像，合計共儲存下 300 張標靶圖像於記錄材料內。

實驗結果，如圖 5.12 所示。圖中(a)、(b)、(c)分別為圖 5.1(a)、(b)、(c)自相干實驗的輸出光場強度分佈；(d)、(e)、(f)分別為，當以圖 5.1(a)、(b)、(c)平移 $33\mu\text{m}$ 作為測試圖像時，互相干實驗的輸出光場強度分佈。圖 5.13 為對應圖 5.12 六個圖中右方斜軸上，各頻道相干信號強度分佈。由實驗可知，當以非儲存於匹配濾波器之標靶圖像作為測試圖像時，仍可有效偵測出結果。說明我們的系統具有圖像位移不變的辨識特性。

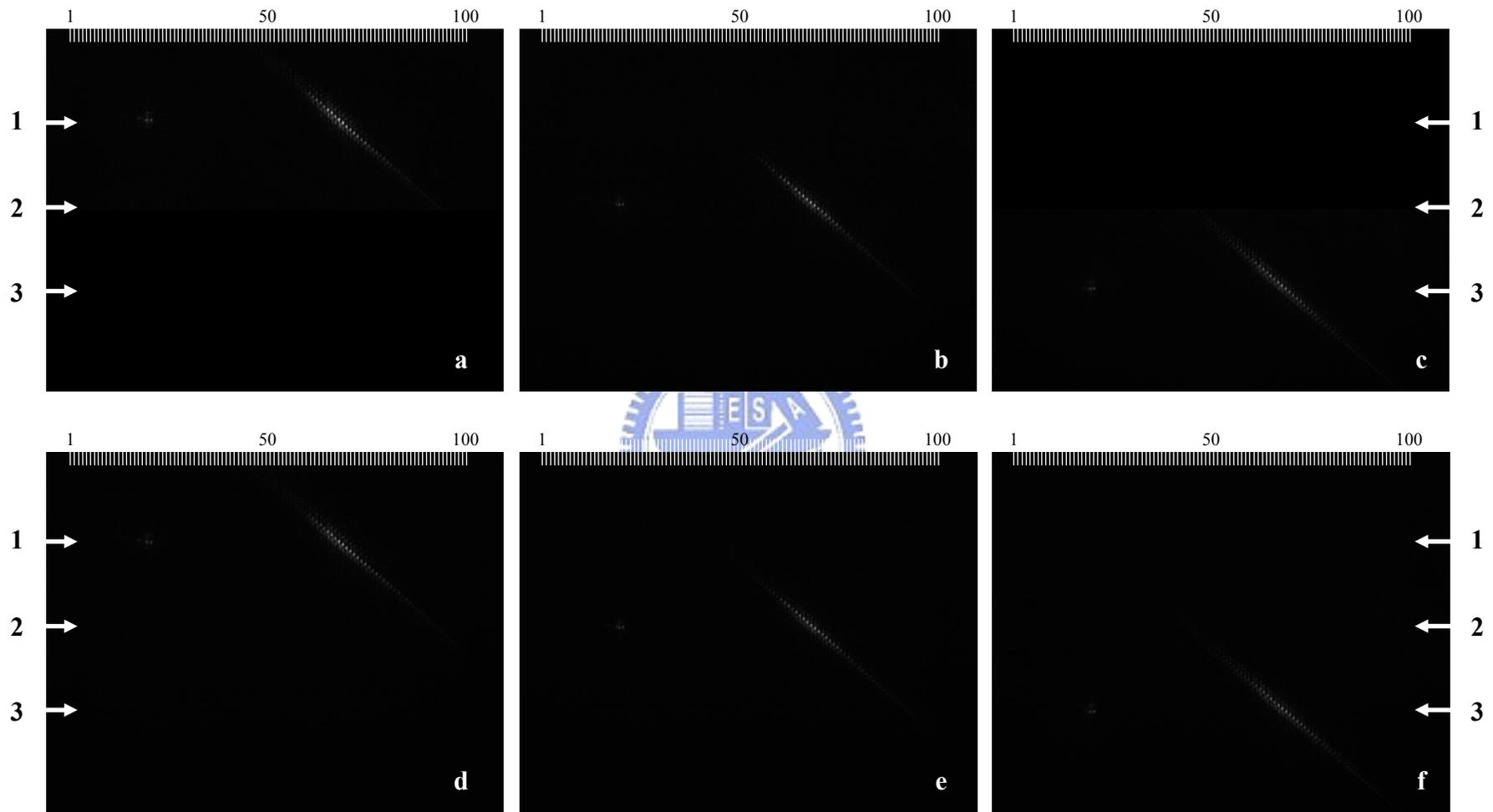


圖5.12 位移不變辨識器之光學實驗結果

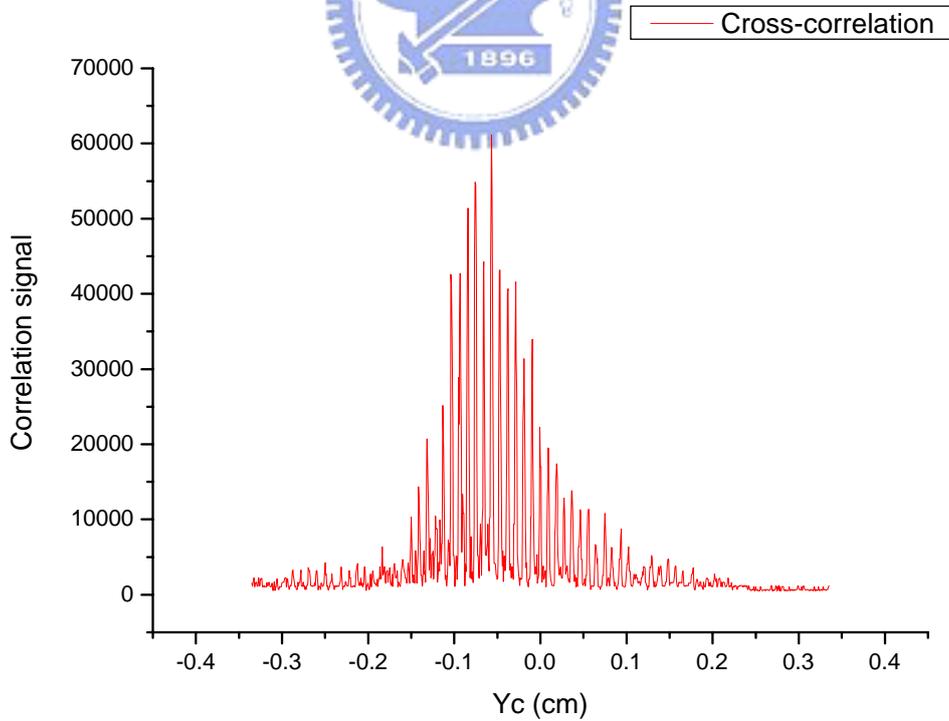
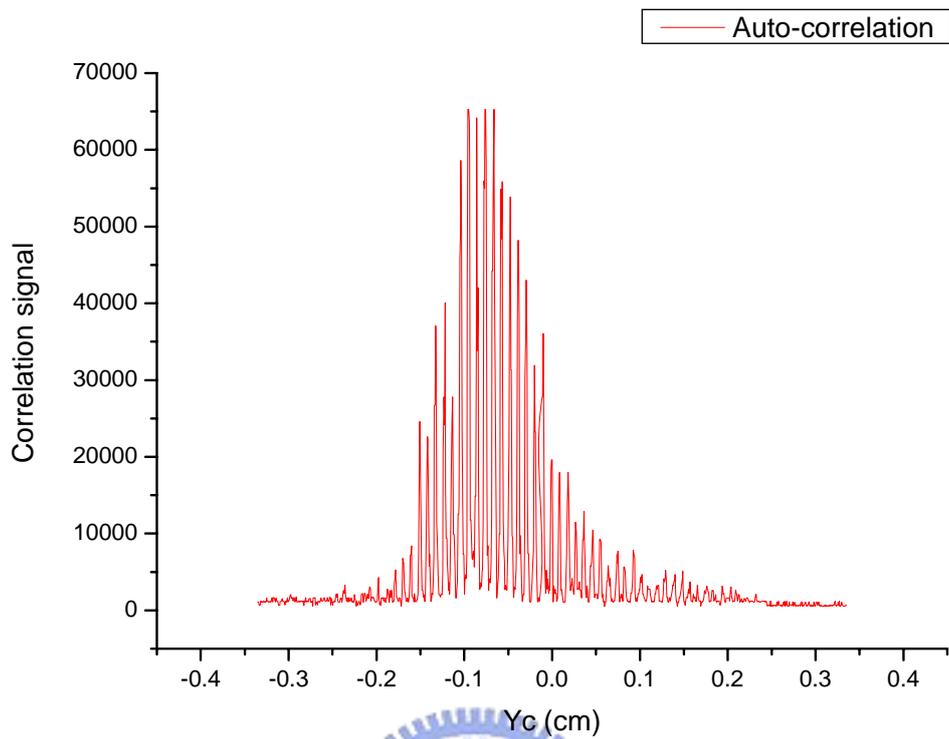


圖5.13 斜軸上輸出光場強度分佈

5.4 指紋辨識器

前兩節中，我們成功的建立了具有旋轉、位移不變性的辨識器。在本節中，我們將要結合這兩種，建立一個可以具有位移與旋轉不變性的指紋辨識器。

指紋辨識器的系統設計方式，與前兩節的作法相同。針對圖 5.1(a)指紋圖像，建立出具有不同方位與位置的標靶圖像，我們由電腦程式軟體，分成 3 部分取得這些標靶圖像。

首先，針對圖 5.1(a)，在水平方向由-0.594mm 至 0.66mm 每隔 66 μ m 平移圖像並由電腦存下平移後圖像，共 20 張。

第二，針對這 20 張圖像，在垂直方向由-1.32mm 至 1.32mm 每隔 1.32mm 平移圖像並由電腦存下平移後圖像，平移 3 次後，共存下 60 張。

最後，針對這 60 張圖像，由-3 度至 3 度每隔 1.5 度旋轉圖像並由電腦存下旋轉後圖像，旋轉 5 次，共存下 300 張。

由我們所建立的標靶圖像，系統將可以允許 SLM 顯示的測試圖像，垂直方向可上下平移 $3 \times 1.32\text{mm} = 3.96\text{mm}$ ，水平方向可左右平移 $20 \times 66\mu\text{m} = 1.32\text{mm}$ ，並允許圖像旋轉 $5 \times 1.5^\circ = 7.5^\circ$ 。

以上所討論的是系統限制輸出圖像在 SLM 上幾何距離，而真正在採集指紋圖像時，系統所允許與標靶圖像的相對位移量為，垂直方向可上下平移 $3 \times 3.29\text{mm} = 9.87\text{mm}$ ，水平方向左右平移 $20 \times 0.166\text{mm} = 3.32\text{mm}$ ，圖像旋轉亦為 $5 \times 1.5^\circ = 7.5^\circ$ 。此為採集指紋時，系統可有效辨識的範圍，當所採集指紋超過此範圍，則系統將無法辨識出結果。

如此即完成了指紋辨識所要用的標靶圖像，如圖 5.14 所示，圖中虛線部分為圖 5.1(a)之 5 張不同方位的旋轉圖像。

實驗記錄時，輸出平面垂直方向每隔 0.59 $^\circ$ 記錄一列，與理論值相同，共記錄 3 列；水平方向每隔 0.03 $^\circ$ 記錄一張，遠大於理論值，共記錄 100 張標靶圖像，合計共儲存下 300 張標靶圖像於記錄材料內。

讀取時，我們採集與 5.1(a)指紋同一手指的不同指紋，作為系統的測試圖像，如圖 5.15 所示。以這張 6 指紋圖像分析系統的辨識能力。

圖 5.16 為實驗結果；圖 5.17 為實驗結果相干信號峰處，在橫軸上的光場強度分佈。由實驗結果，可發現源自同一手指的不同指紋讀取匹配濾波器後，系統

輸出平面出現相干亮點，表示系統成功辨識出測試圖像的指紋與系統內標靶圖像指紋為源自於相同手指。

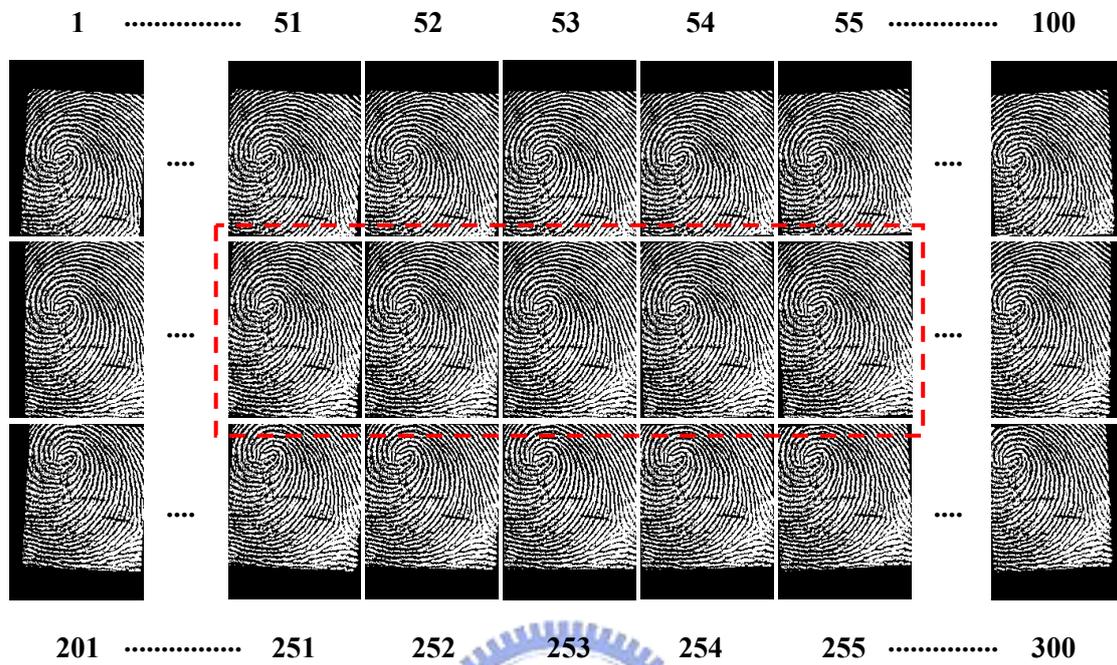


圖5.14 指紋辨識器之標靶圖像

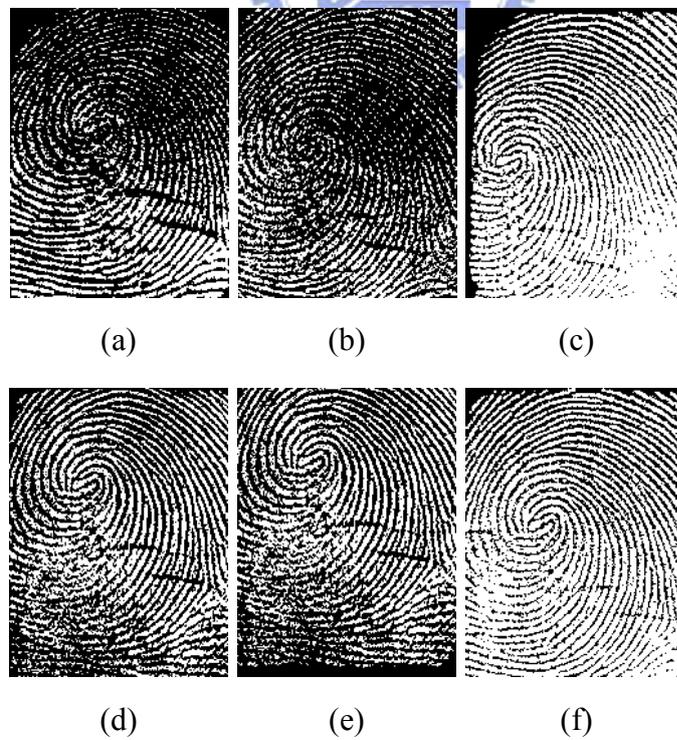


圖5.15 指紋辨識器之測試圖像

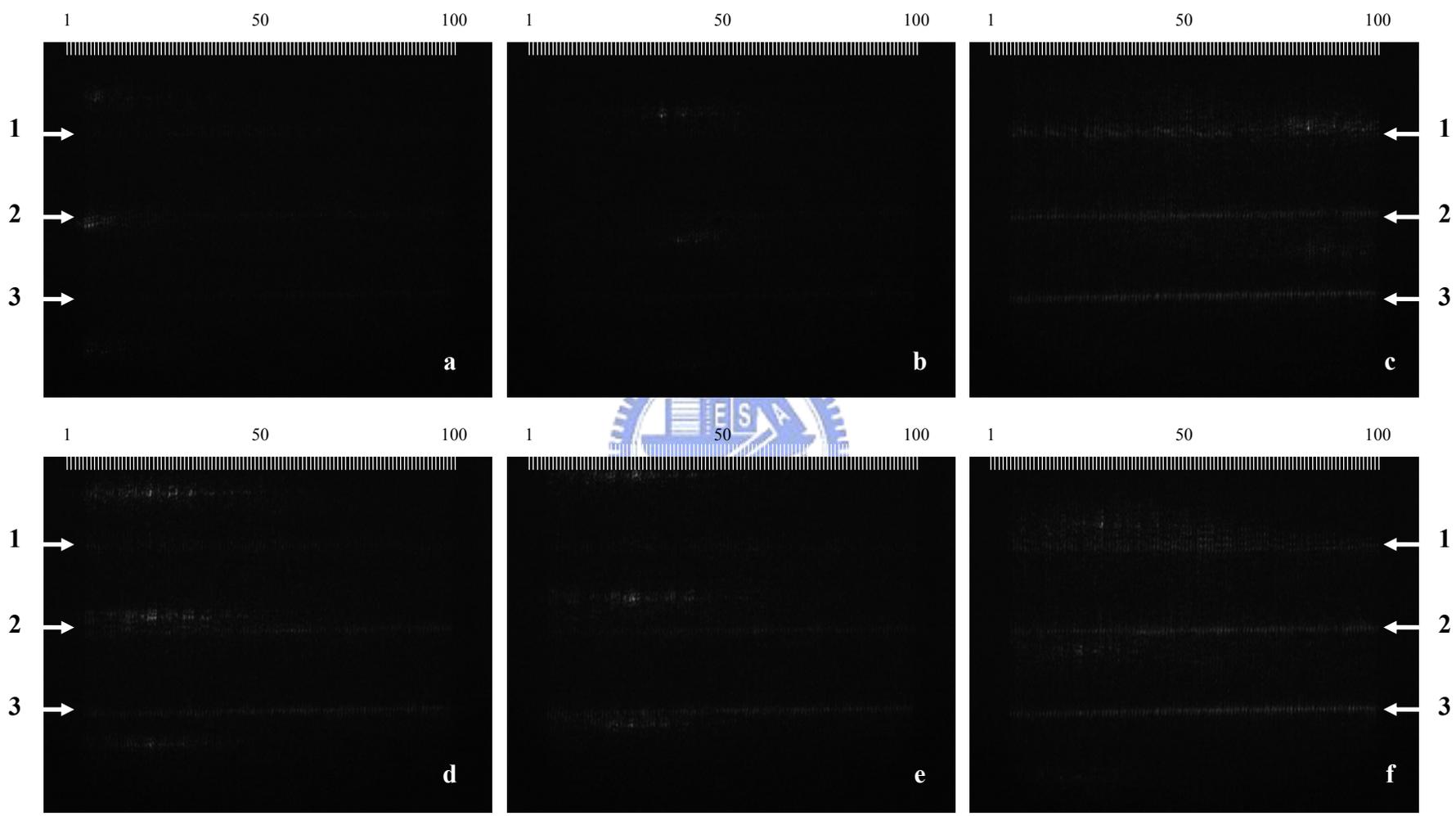


圖5.16 指紋辨識器之光學實驗結果

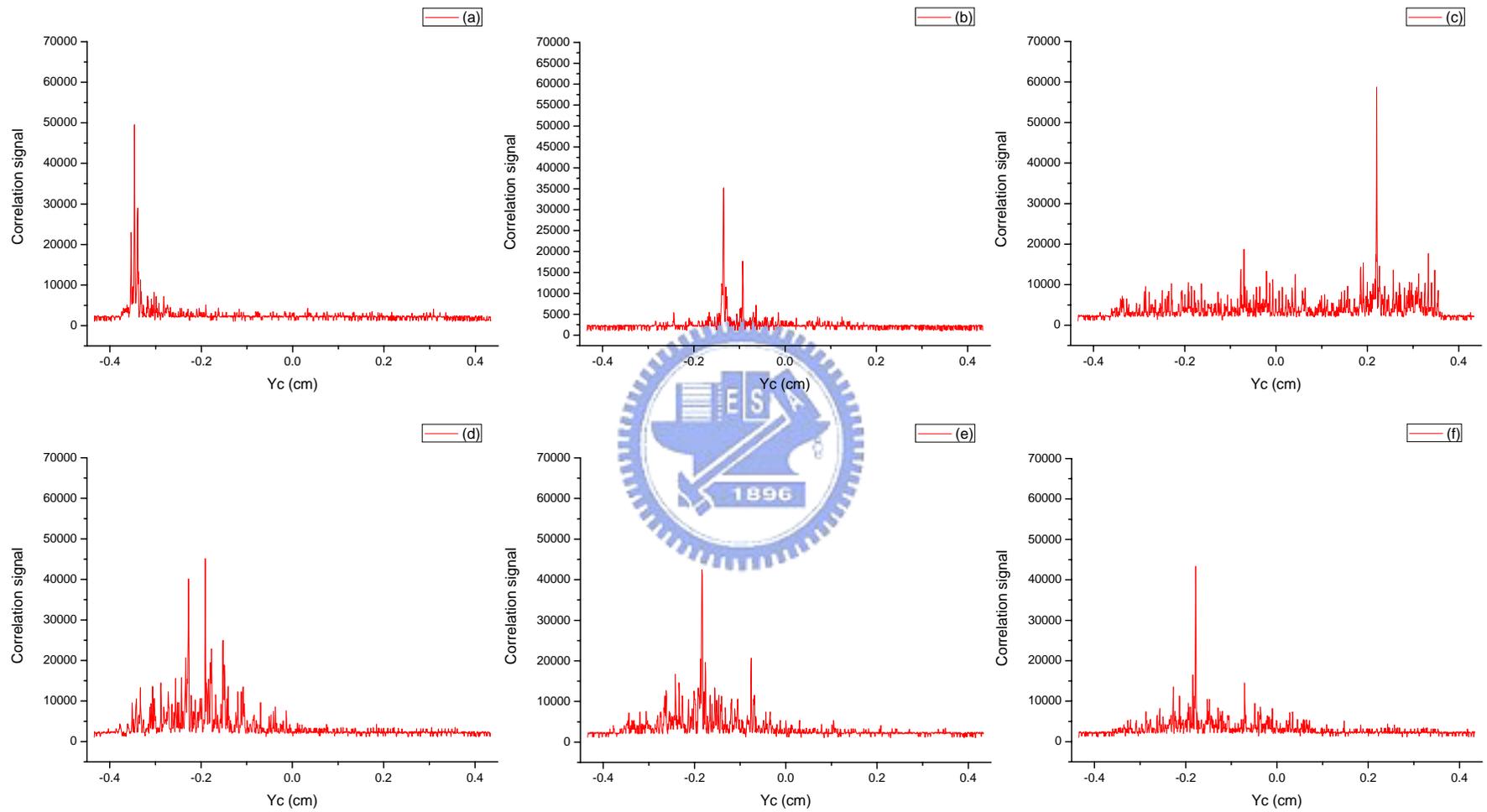


圖5.17 圖5.16橫軸上輸出光場強度分佈

當被測試的指紋圖像與系統內的標靶圖像，源自相同手指且沒有超過系統有效辨識範圍時，我們的指紋辨識器可以非常成功的辨識出結果，如圖 5.16、5.17 所示。但如果指紋圖像與系統內的標靶圖像不同時，或是雖然相同但是卻超過了系統的有效辨識範圍時，系統還可以有效辨識嗎？

以下針對上述兩個問題，作實驗並分析討論。首先我們選取一張與標靶圖像源自相同手指之指紋，如圖 5.18(a)所示；其實驗辨識結果為圖 5.18 (c)。由實驗結果，我們沒有看到較強的相干信號亮點出現，所以表示這枚指紋被系統視為非源自標靶圖像相同手指的指紋。其次，我們選取一張與標靶圖像源自不同手指之指紋，如圖 5.18(b)所示；其實驗辨識結果為圖 5.18 (d)。實驗結果沒有相干信號亮點出現，所以表示這枚指紋同樣被系統視為非源自標靶圖像相同手指的指紋。

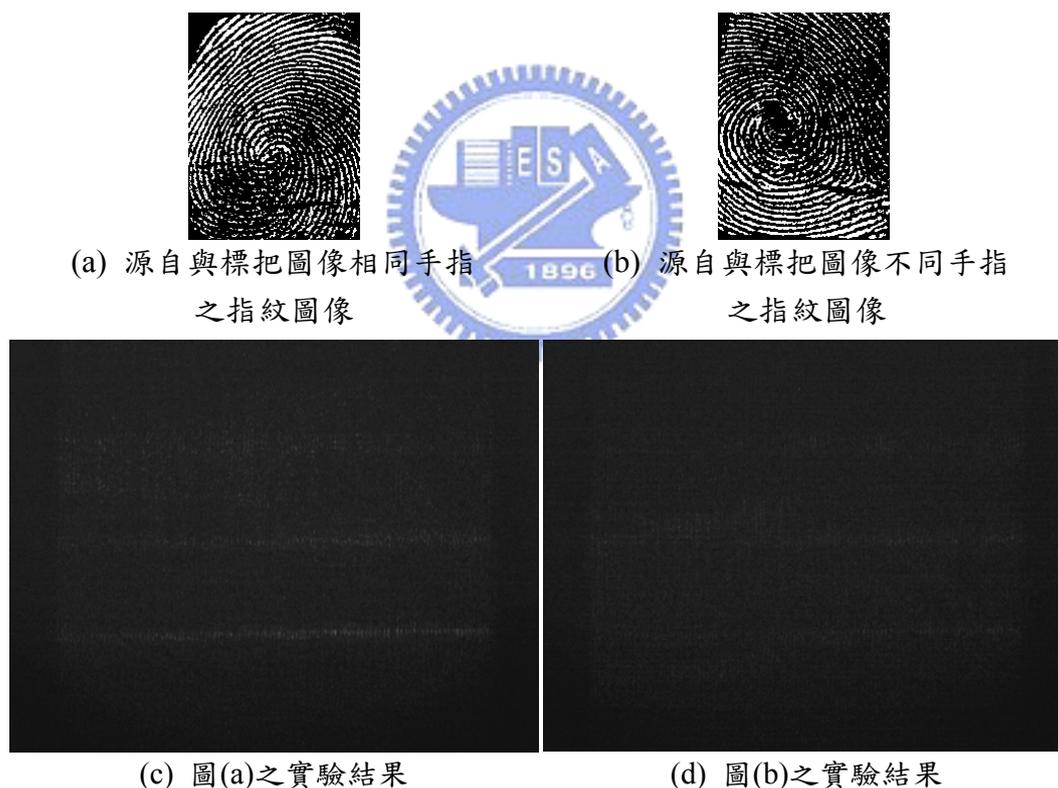


圖5.18 指紋辨識器之光學實驗結果

由以上實驗結果可知，系統在測試圖像相對標靶圖像的有效辨識範圍內，可以對指紋辨識作出精準的判斷，而且即便超過系統的有效辨識範圍，系統也不會將錯誤資訊誤判為正確。所以我們非常成功的利用多頻道式體積全像光學相干器，建立了一個光學指紋辨識系統。

第六章 結論

本論文之研究為多頻道式體積全像光學相干器。我們的研究宗旨為，提高光學圖像辨識的效率，達到一對多，大量圖像之間快速辨識的目的。論文中，我們由理論分析著手，找出了描述系統輸出信號本質的理論式；由數值模擬更深入的探討了理論背後的物理行為與系統未來的設計準則；由實驗實際的架構出系統，並經由比對實驗結果來驗證理論；最後我們改善了系統，並使用在工程領域上，發展指紋辨識的應用。

綜合本論文的研究，我們針對多頻道式體積全像光學相干器，實踐光學圖像辨識的能力，歸納了幾項電腦圖像辨識所不能媲美的優點：

1. 快速

系統處理資訊為光波以光速傳遞，所以當系統輸入元件 SLM 送出資訊，經系統處理後，傳送到輸出元件 CCD，最後再以電訊號送至電腦顯示。這樣的光學系統距離約 1 公尺，所以僅需 3.33×10^{-9} 秒便快速完成資訊的計算處理。

2. 高感度

由本論文的實驗結果，我們可以發現系統執行光學圖像辨識時，具有很高的敏感度，測試圖像在方位上僅與原來相同的標靶圖像相差僅 1° ，則被系統視為兩個不同的圖像，而在入射平面方向上的位移更是小於 $30\mu\text{m}$ 便視為不同圖像。可見其高敏感的辨識特性。

3. 高效率

光學資訊處理，具有兩維式平行化運算的特性，計算速度遠勝於電腦序列式運算。此外，本文發展的多頻道式系統，可以同時對多張圖像一起作相干運算，資訊處理速度更大幅提升。以我們所做的旋轉不變辨

識器為例，其中我們建立了 500 個頻道；SLM 解析度為 800×600 ；其變換圖像速度為每秒 56 幀；CCD 擷取影像速度為每秒 24 幀，另外，系統輸入是數位圖像，即僅有黑白資訊之圖像，所以 SLM 上每個像素的資訊量為 1bit，可得：

$$800 \times 600 \times 1\text{bit} \times 500 \times 24 = 686.6 \text{ (MB/s)}$$

故我們的實驗，系統每秒相干運算處理的圖像資訊量為 686.6MB。

當系統增加參考光可以控制的範圍，並且縮小頻道間距至理論值，可以大幅增加頻道容量，這裡我們直接由(4.16)式計算的頻道容量，求出系統每秒相干運算處理的圖像資訊量為：

$$800 \times 600 \times 1\text{bit} \times 507614 \times 24 = 680.8 \text{ (GB/s)}$$

系統僅使用黑白的數位圖像，每秒處理的圖像資訊量便高達 680.8GB，若是以灰階圖像作為輸入圖像時，系統每秒將相干運算處理 5.32 TB 的圖像資訊量。

由以上分析，可以看出系統辨識的高效率，是電腦圖像辨識不能相比的。

4. 儲存機制

由全像術理論，我們知道當以參考光讀取體積全像片時，將可重建出體積全像片內的標靶圖像，所以體積全像片不僅是提供系統作為濾波辨識之用，其本身也是儲存圖像資訊的記錄媒介，使得我們不需要另外儲存圖像資訊。

總而言之，本論文中所探討的多頻道式體積全像光學相干器，在實踐光學圖像辨識應用上，相對傳統 Vander Lugt 相干器，大幅提高了辨識的效率，並且擴展了很多應用。但距離商業產品開發還有許多問題需要系統克服，這些仍待我們在未來研究探討。

參考文獻

- [1] D. Gabor, "A new microscopic principle" Nature 161, pp.777, 1948.
- [2] P. Yeh, "Introduction of photorefractive nonlinear optics," John Wiley, New York. pp.288, (1993).
- [3] 林烜輝, "光折變全像術與圖形辨識之應用", 國立交通大學光電研究所博士論文, pp.107-110, (1996)
- [4] C. Gu, H. Fu, and J.-R. Lien, "Correlation Patterns and Cross-Talk Noise in Volume Holographic Optical Correlators," J. Opt. Soc. Am. A.12, pp.861-868 (1995)
- [5] J. W. Goodman, *Fourier optics*, McGRAW-HILL, N.Y., pp. 97-115 (2005)
- [6] AB VanderLugt, "Signal detection by complex spatial filtering," IEEE Trans. Inf. Theory IT-10, pp.139-145 (1964)
- [7] 張博宇, "PQ:PMMA 高分子全像片之製作與全像儲存特性的研究", 國立交通大學光電工程系所碩士論文, (2003)
- [8] 蕭義男, "以 PQ 為光敏感劑的感光高分子製備及其在體積全像資訊儲存上的特性研究", 國立交通大學材料科學與工程系所博士論文, (2005)
- [9] 劉建成, "體積全像透鏡之研製及其在光學圖形辨識的應用", 國立交通大學電子物理所碩士論文, (2003)

附錄 數值模擬程式

1. 體積全像光學相干器—輸出光場強度分佈

```
%=====Single-Channel Correlator=====
clear all
clc
tic
%-----定義參數-----
F      = imread('\Square2.bmp'); % 比對圖形 (矩陣轉置)
G      = imread('\Square1.bmp'); % 標靶圖形 (矩陣轉置)
[b,a]  = size(F); % 三個圖形大小必須一樣
L      = a*3.3*10^(-3); % length x 方向 LCTV 幾何尺寸
W      = b*3.3*10^(-3); % wide y 方向 LCTV 幾何尺寸
xo     = linspace(-L/2,L/2,a); % hologram 尺寸
yo     = linspace(-W/2,W/2,b); % hologram 尺寸
xm     = 0;
yn     = 0;
[Xo,Yo] = meshgrid(xo,yo); % 座標平面(Xo,Yo)
dxo    = L/a;
dyo    = W/b;
da     = dxo*dyo;
f      = 16; lamda = 5.32*(10^-5) % 波長 532nm
theda  = (45)*(pi/180); % 記錄夾角
t      = 0.2; % 厚度 0.0001(micrometer),1(cm)
%-----定義矩陣-----
G1     = zeros(3*b,3*a); % 建立一個 3 倍大的矩陣
G2     = zeros(3*b,3*a); % 建立一個 3 倍大的矩陣
G1(b+1:2*b,a+1:2*a)=G; % 將標靶圖形置於 G1 的中心
Modulation = zeros(b,a);
Uc     = zeros(2*b+1,2*a+1); % 輸出光場
%-----for loop-----
p3     = -(Xo.^2 + Yo.^2);
for n = -b:b
    for m = -a:a
        xc = m*dxo; yc = (-n)*dyo;
        x_shift = round( (xc+xm)*(a/L) );
        y_shift = round(((yc+yn)*cos(theda) + (xc^2+yc^2-xm^2-yn^2)*sin(theda)/(2*f))*(b/W));
        G2 = circshift(G1,[-y_shift,x_shift]);
        p1 = (Xo + xc + xm).^2;
        p2 = (Yo + (yc + yn)*cos(theda) + (((xc^2+yc^2 - xm^2 - yn^2)*sin(theda))/(2*f))).^2;
        p4 = (xc^2 + yc^2 - xm^2 - yn^2)*cos(theda);
        p5 = -(2*f)*(yc + yn)*sin(theda);
        Modulation = sinc( t/(2*lamda*(f^2)) ).*(p1 + p2 + p3 + p4 + p5);
        FGM      = F.*conj(G2(b+1:2*b,a+1:2*a)).*Modulation;
        Uc(n+b+1,m+a+1) = sum(sum(FGM)).*da;
    end
end
I = Uc.*conj(Uc);
I1 = (I./max(max(I))); % (矩陣轉置)
toc
figure(1),imshow(I1),colormap(jet),colorbar,title('F&G Crosscorrelation I')
figure(2),surf(I1),colormap(jet),colorbar,title('F&G Crosscorrelation I'),axis([1 2*b+1 1 2*a+1 -0.5 1]),view(225,45)
```

2. 多頻道式體積全像光學相干器—輸出光場強度分佈

```

%=====Multi-Channel Corrlator=====
clear all
clc
tic
%-----定義參數-----
F      = imread('\a11');      % 比對圖形 矩陣轉置 (使用單數)
[b,a]  = size(F);           % 三個圖形大小必須一樣
L      = a*3.3*10^(-3);      % length x 方向 LCTV 幾何尺寸
W      = b*3.3*10^(-3);      % wide y 方向 LCTV 幾何尺寸
xo     = linspace(-L/2,L/2,a); % hologram 尺寸
yo     = linspace(-W/2,W/2,b); % hologram 尺寸
[Xo,Yo] = meshgrid(xo,yo);   % 座標平面(Xo,Yo)
dxo    = L/a;
dyo    = W/b;
da     = dxo*dyo;
f      = 16;                % 焦距 16cm
lamda  = 5.32*(10^-5);      % 波長 532nm
%=====
theda  = (90)*(pi/180);      % 夾角 90 度
t      = 1;                  % 全像片厚度 1cm
xchannel= 3;  ychannel = 100; % 頻道數目 橫 y 縱 x (使用單數)
xc_pixelrange = 25*xchannel; % 頻道間隔為 25*2*33micro
yc_pixelrange = 1*ychannel;  % 頻道間隔為 1*2*33micro
xc_range     = xc_pixelrange*dxo;
yc_range     = yc_pixelrange*dyo;
%=====
xm      = linspace(-xc_range,xc_range,2*xc_pixelrange+1);
xinterval = round((2*xc_pixelrange+2)/(xchannel+1));
yn      = linspace(yc_range,-yc_range,2*yc_pixelrange+1);
yinterval = round((2*yc_pixelrange+2)/(ychannel+1));
%-----定義矩陣-----
G1      = zeros(3*b,3*a);    % 建立一個 3 倍大的矩陣
G2      = zeros(3*b,3*a);    % 建立一個 3 倍大的矩陣
Modulation = zeros(b,a);
Uc      = zeros(2*yc_pixelrange+1,2*xc_pixelrange+1);
UC      = zeros(2*xc_pixelrange+1,2*yc_pixelrange+1); % 總輸出光場 矩陣轉置
%-----for loop-----
p3      = -(Xo.^2 + Yo.^2);
for N = 1:ychannel
    for M = 1:xchannel
        Xm = xm(M*xinterval);
        Yn = yn(N*yinterval);
        eval(['address='\,num2str(M),num2str(N),',';]);
        file = [address,'\.bmp']; % 產生有序列之檔名
        G    = imread(file);      % 標靶圖形,矩陣轉置
        G1(b+1:2*b,a+1:2*a) = G;   % 將標靶圖形置於 G1 的中心
        for n = -yc_pixelrange:yc_pixelrange
            for m = -xc_pixelrange:xc_pixelrange
                xc = m*dxo;  yc = (-n)*dyo;
                x_shift = round( (xc+Xm)*(a/L) );
                y_shift = round(((yc+Yn)*cos(theda) + (xc^2+yc^2-Xm^2-Yn^2)*sin(theda)/(2*f))*(b/W));
                G2 = circshift(G1,[-y_shift,x_shift]);
                p1 = (Xo + xc + Xm).^2;
                p2 = (Yo + (yc + Yn)*cos(theda) + (((xc^2+yc^2 - Xm^2 - Yn^2 )*sin(theda))/(2*f)).^2);
                p4 = (xc^2 + yc^2 - Xm^2 - Yn^2 )*cos(theda);
            end
        end
    end
end

```

```

        p5 = -(2*f)*(yc + Yn)*sin(theda);
        Modulation = sinc( t/(2*lamda*(f^2))).*(p1 + p2 + p3 + p4 + p5);
        FGM      = F.*conj(G2(b+1:2*b,a+1:2*a)).*Modulation;
        Uc(n+yc_pixelrange+1,m+xc_pixelrange+1) = sum(sum(FGM)).*da;
    end
end
UC = UC + Uc';          %矩阵转置
end
end
I = UC.*conj(UC);
I1 = I./max(max(I));
toc
figure(1),imshow(I1),colormap(gray),colorbar
figure(2),surf(I1),colormap(jet),colorbar,axis([1 2*yc_pixelrange+1 1 2*xc_pixelrange+1 -0.5 1]),view(225,45)

```



3. 體積全像光學相干器之輸出光場峰值半高寬

A. 輸出光場峰值半高寬相對於體積全像片厚度作圖

```
%=====Full Width at Half Maximum (Thickness)=====
clear all
clc
tic
%-----定義參數-----
%*****
a      = 454 ; b  = a;          % xo-yo 矩陣 size <---因為 FFT 取原點值為求準確,ab 值用奇數
L      = a*0.00165 ;          % length x 方向 (全像片 x 方向範圍) 454*0.0033*2=1.5cm
W      = b*0.00165 ;          % wide y 方向 (全像片 y 方向範圍) 454*0.0033*2=1.5cm
take   = 200;                 % 取值數量
theda  = (90)*(pi/180);       % 記錄角度
f      = 16;                   % 焦距 16cm
lamda  = 5.32*(10^-5);        % 波長 532nm
%*****
xo      = linspace(-L/2,L/2,a) ; % hologram 尺寸
yo      = linspace(-W/2,W/2,b) ; % hologram 尺寸
dx      = L/a; dy = W/b;       % xc-yc 解析度
Uc_x    = zeros(1,2*a+1);
Uc_y    = zeros(1,2*b+1);
x_fwhm  = zeros(1,take);
y_fwhm  = zeros(1,take);
t_matrix = linspace(0.0001,1,take);
%-----for loop-----
for T = 1:take
    t = t_matrix(T);
    for m = -a:a
        xc = m*dx;
        Uc_x(m+a+1) = sum( sinc((t/(2*lamda*(f^2))).*((xo + xc).^2 + (((xc^2)*sin(theda))/(2*f)).^2 - xo.^2 +
(xc^2)*cos(theda))) ).*dx ;
    end
    for n = -b:b
        yc = -n*dy;
        Uc_y(n+b+1) = sum( sinc((t/(2*lamda*(f^2))).*((yo + yc.*cos(theda) + (((yc^2)*sin(theda))/(2*f)).^2 - yo.^2 +
(yc^2)*cos(theda) - 2*f*yc*sin(theda))) ).*dy;
    end
    I_x = Uc_x.*conj(Uc_x) ; I_y = Uc_y.*conj(Uc_y);
    I1_x = I_x/max(I_x) ; I1_y = I_y/max(I_y) ;
    x_fwhm(T) = (length(find(I1_x >= 0.5))).*dx ; % 針對兩全白圖,因其輸出具有原點對稱性
    y_fwhm(T) = (length(find(I1_y >= 0.5))).*dy ; % 針對兩全白圖,因其輸出具有原點對稱性
end
end
toc
figure(1),plot(t_matrix,x_fwhm),axis([0 1 0 1.5])
figure(2),plot(t_matrix,y_fwhm),axis([0 1 0 1.5])
```



B. 輸出光場峰值半高寬相對於記錄夾角作圖

```

%=====Full Width at Half Maximum (Angle)=====
clear all
clc
tic
%-----定義參數-----
%*****
a      = 454 ; b  = a;          % xo-yo 矩陣 size <---因為 FFT 取原點值為求準確,ab 值用奇數
L      = a*0.00165 ;          % length x 方向 (全像片 x 方向範圍) 454*0.0033*2=1.5cm
W      = b*0.00165 ;          % wide y 方向 (全像片 y 方向範圍) 454*0.0033*2=1.5cm
t      = 1;                   % 厚度 0.1(mm);1(cm)
take   = 91;                  % 取值數量
f      = 16;                  % 焦距 16cm
lamda  = 5.32*(10^-5);        % 波長 532nm
%*****
xo     = linspace(-L/2,L/2,a) ; % hologram 尺寸
yo     = linspace(-W/2,W/2,b) ; % hologram 尺寸
dx     = L/a; dy = W/b;        % xc-yc 解析度
Uc_x   = zeros(1,2*a+1);
Uc_y   = zeros(1,2*b+1);
x_fwhm = zeros(1,take);
y_fwhm = zeros(1,take);
theda_matrix = linspace(0,90,take);
%-----for loop-----
for T = 1:take
    theda = theda_matrix(T)*(pi/180);
    for m = -a:a
        xc = m*dx;
        Uc_x(m+a+1) = sum( sinc((t/(2*lamda*(f^2))).*( (xo + xc).^2 + (((xc^2)*sin(theda))/(2*f)).^2 - xo.^2 +
(xc^2)*cos(theda))) ).*dx ;
    end
    for n = -b:b
        yc = -n*dy;
        Uc_y(n+b+1) = sum( sinc((t/(2*lamda*(f^2))).*( (yo + yc.*cos(theda) + (((yc^2)*sin(theda))/(2*f)).^2 - yo.^2 +
(yc^2)*cos(theda) - 2*f*yc*sin(theda))) ).*dy;
    end
    I_x = Uc_x.*conj(Uc_x) ; I_y = Uc_y.*conj(Uc_y);
    I1_x = I_x/max(I_x) ; I1_y = I_y/max(I_y) ;
    x_fwhm(T) = (length(find(I1_x >= 0.5))).*dx ; % 針對兩全白圖,因其輸出具有原點對稱性
    y_fwhm(T) = (length(find(I1_y >= 0.5))).*dy ; % 針對兩全白圖,因其輸出具有原點對稱性
end
end
toc
figure(1),plot(theda_matrix,x_fwhm),axis([0 90 0 1.5])
figure(2),plot(theda_matrix,y_fwhm),axis([0 90 0 1.5])

```

