

國立交通大學

統計學研究所

碩士論文

改善管制圖的方法

A Method of Improving the Control Chart



研究生：周姿蓓

指導教授：彭南夫 教授

中華民國九十七年六月

改善管制圖的方法

A Method of Improving the Control Chart

研究生：周姿蒨

Student : Chou Tzu-Chien

指導教授：彭南夫 教授

Advisor : Dr. Nan-Fu Peng

國立交通大學

統計學研究所



Submitted to Institute Statistics
College of Science
National Chiao Tung University
in partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of
Master
in

Statistics

June 2008

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年六月

改善管制圖的方法

學生：周姿蓓

指導教授：彭南夫 教授

國立交通大學統計學研究所碩士班



我們實際推導出一個改善管制圖的方法，首先，將每個樣本點加上本身位置的某個倍數，經過排序後的數列對應到原本的樣本資料，可以得到一組新的數列，此新的數列中會發現相鄰的兩個樣本點會產生負相關，將其特性運用至管制圖上，製成非傳統的 \bar{X} 管制圖。因為負相關使得變異數變小，在和傳統的 \bar{X} 管制圖有相同的型 I 誤差 α 風險下，其型 II 誤差 β 風險降低，相對的提高檢定力，在製造出更多不合格品前能發現製程變異並進行改善，使產品更符合客戶的需求，藉以提升企業本身的競爭力。

關鍵字：管制圖、負相關

A Method of Improving the Control Chart

Student : Chou Tzu-Chien

Advisor : Dr. Nan-Fu Peng

Institute of Statistics
National Chiao Tung University

ABSTRACT

We verify the method that improves the control chart. We reorder sample data by values of itself plus a fixed multiple of its time order. In the new sequence, we can find the negative correlation between the neighboring two sample points. We apply the characteristic to the control chart then we can construct a non-traditional control chart. Because the negative correlation reduces the variance, the risk of type II error will be lower under the similar risk of type I error and the power will increase. We are able to detect the variation of process before making more defectives and improve the process. Therefore, our control chart achieves requirement for the customer and promotes company's competitive power.

Keyword: control chart, negative correlation

誌謝

在交大統計學研究所學習的這兩年來，首先要感謝我的指導教授 彭南夫老師，不厭其煩的指導我如何解決論文之問題，以及如何撰寫論文，讓我的論文可以如期完成。還要謝謝我的口試委員洪慧念老師、王鴻龍老師以及鄭天澤老師，給予我建議與指導，使我的論文更臻完善。

感謝研究所的小賴學長，同學夙吟、佩芳、香菱、珮琦、瑜達…等，在課業以及日常生活上受到他們的幫助，讓我在這兩年的研究生活過的很充實愉快。另外，感謝鳳如學姊平常對我的照顧與鼓勵，撥空聽我的口試預演。

當然還要感謝我的家人及宏杰的支持與鼓勵，讓我能夠堅持走到最後，完成求學旅途中的最後一個階段。最後，將此論文獻給我的家人以及朋友。



周姿蓓 謹誌于

國立交通大學統計研究所

中華民國九十七年六月

目錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	vi
圖目錄	vii
一、緒論	1
1.1 研究動機與目的	1
1.2 研究架構與方法	2
二、理論及數值計算	4
2.1 理論部份	4
2.2 數值計算	6
2.3 負相關	10
三、模擬	14
3.1 模擬方法	14
3.1.1 變異數	14
3.1.2 共變異數	15
3.2 圖表說明	16
四、改善製程管制圖	19
4.1 統計製程管制	19
4.2 管制圖介紹	19
4.3 改善傳統管制圖	22
五、結論	24
參考文獻	25

附錄 A.....	26
附錄 B.....	30
附錄 C.....	34
附錄 D.....	39
附錄 E.....	45
附錄 F.....	46



表目錄

表 2-1 d 從 0.3 到 3.0 間隔差 0.1 的 $f_{x'_i, x'_{i+1}}(s, t)$	8
表 2-2 d 從 0.3 到 3.0 間隔差 0.1 的 $f_{x'_i, x'_{i+2}}(s, t)$	9
表 2-3 d 從 0.3 到 3.0 間隔差 0.1 的 $E(x'_i \cdot x'_{i+1})$	11
表 2-4 d 從 0.3 到 3.0 間隔差 0.1 的 $E(x'_i \cdot x'_{i+2})$	11
表 3-1 $m=2$ ，不同 d 值的變異數	17
表 3-2 不同 m 下，最佳的 d^* 值	17
表 3-3 不同 m 下， Cov 為相鄰兩組樣本間的關係	18
表 D-1 $m=3$ ，不同 d 值的變異數	39
表 D-2 $m=4$ ，不同 d 值的變異數	39
表 D-3 $m=5$ ，不同 d 值的變異數	40
表 D-4 $m=6$ ，不同 d 值的變異數	40
表 D-5 $m=7$ ，不同 d 值的變異數	41
表 D-6 $m=8$ ，不同 d 值的變異數	41
表 D-7 $m=9$ ，不同 d 值的變異數	42
表 D-8 $m=10$ ，不同 d 值的變異數	42
表 E-1 不同 m 下，最佳的 d^* 值	45
表 E-2 不同 m 下，最佳的 d^* 值	45
表 F-1 $m=2$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別	46
表 F-2 $m=3$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別	46
表 F-3 $m=4$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別	46
表 F-4 $m=5$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別	47
表 F-5 $m=6$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別	47
表 F-6 $m=7$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別	47
表 F-7 $m=8$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別	47
表 F-8 $m=9$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別	48
表 F-9 $m=10$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別	48

圖目錄

圖 2-1 原始樣本資料 x_i 和新的樣本資料 y_i	4
圖 2-2 新的樣本資料 x'_i	5
圖 2-3 x'_i 的位置	5
圖 2-4 相鄰 x'_i 和 x'_{i+1} 的對應關係	6
圖 2-5 x'_i 和 x'_{i+2} 中間隔一個樣本資料的對應關係	8
圖 2-6 x'_i 、 x'_{i+1} 、 x'_{i+2} 之間的關係	12
圖 4-1 典型的管制圖	20
圖 4-2 管制圖的變化	23
圖 A-1 x'_i 和 x'_{i+1} 的聯合機率密度函數流程圖	26
圖 A-2 不同 d 值的 $f(x'_i, x'_{i+1})$	28
圖 A-3 不同 d 值的 $E(x'_i \cdot x'_{i+1})$	29
圖 B-1 x'_i 和 x'_{i+2} 的聯合機率密度函數流程圖	30
圖 B-2 不同 d 值的 $f(x'_i, x'_{i+2})$	33
圖 B-3 不同 d 值的 $E(x'_i \cdot x'_{i+2})$	33
圖 D-1 $m=2$ ，不同 d 值的變異數	43
圖 D-2 $m=3$ ，不同 d 值的變異數	43
圖 D-3 $m=4$ ，不同 d 值的變異數	43
圖 D-4 $m=5$ ，不同 d 值的變異數	43
圖 D-5 $m=6$ ，不同 d 值的變異數	43
圖 D-6 $m=7$ ，不同 d 值的變異數	43
圖 D-7 $m=8$ ，不同 d 值的變異數	44
圖 D-8 $m=9$ ，不同 d 值的變異數	44
圖 D-9 $m=10$ ，不同 d 值的變異數	44
圖 F-1 $m=2$ ，原檢定力及新檢定力差別	48
圖 F-2 $m=3$ ，原檢定力及新檢定力差別	48
圖 F-3 $m=4$ ，原檢定力及新檢定力差別	49
圖 F-4 $m=5$ ，原檢定力及新檢定力差別	49
圖 F-5 $m=6$ ，原檢定力及新檢定力差別	49
圖 F-6 $m=7$ ，原檢定力及新檢定力差別	49
圖 F-7 $m=8$ ，原檢定力及新檢定力差別	50
圖 F-8 $m=9$ ，原檢定力及新檢定力差別	50
圖 F-9 $m=10$ ，原檢定力及新檢定力差別	50

一、緒論


1.1 研究動機與目的

隨著生產技術的進步，消費者的需求量日益提高，產品生產量比以往增加幾百甚至幾千倍。在產量增加的情況下，目前企業關心的問題是要如何讓不合格率降低，換句話說，過去產量低的時代，假設一年生產一萬件產品，產品不合格率為 5%，也就有 500 件不合格產品；如今產量增加，在不合格率維持不變的情況下，假設一年生產 50 萬件產品中就會有 2 萬 5 千件不合格產品，不合格的數量增多許多，消費者也會感受到商品品質已經不如從前，而且商品重修或報廢的成本也會相對提高，另外，當公司提供讓消費者不滿意的服務，會導致消費者選擇退貨或者選擇其他家購買。如何讓產品可以在競爭激烈的國際市場中生存，產品品質將是消費者決定購買商品或服務的主要因素。而且近年來全球景氣持續低迷，如何讓高科技產業能永續經營，唯有了解顧客需求，提昇產品本身之品質，才能增加產品競爭性，以鞏固市場並維持競爭的優勢。

統計製程管制(statistical process control；簡稱 SPC)是運用統計方法降低變異以改善製程能力並使製程穩定，是一種廣泛應用在工業上的統計工具。管制圖(control chart)為統計製程管制的一種分析方法，主要用途為：減少製程變異、觀察和監控制程、估計產品或製程參數。當製程有所偏差時，可以透過管制圖察覺，並及時修正。

本論文之研究動機與目的是如何改善品質管制，以減少製程上不必要浪費的人力與資源，並且更有效地監控整個產品的製造過程，利用品質管制中最常使用的 \bar{X} 管制圖上作改善，資料經過特殊排序後，會產生負相關的情況，與傳統的 \bar{X} 管制圖有相同的型 I 誤差 α 風險下，使其型 II 誤差 β 風險降低，進而提高檢定力(power)，可以更有效的掌控整個產品的製造過程，更快偵測出不合格的商品，減少不必要的人力資源，並且降低成本，使得產品更符合客戶的需求，藉以提升企業本身的競爭力。

1.2 研究架構與方法



本文主要分為五個部分，首先在第一章先確立研究動機及主題。在確定研究的目的之後，接下來第二章為實際的理論推導，我們從一組樣本資料 x_i ，經過特殊排序後可以得到一組新的樣本資料 x'_i ，找出相鄰兩樣本 x'_i 和 x'_{i+1} 的聯合機率分配函數(joint probability density function)，用數值計算驗證聯合機率分配函數是否正確，並且計算出 x'_i 和 x'_{i+1} 的共變異數(covariance)小於零，即兩者之間具有負相關的情形。同時也找出新的樣本資料中間隔一個樣本的 x'_i 和 x'_{i+2} 的聯合機率分配函數，觀察 x'_i 和 x'_{i+2} 之間的共變異數，以及與相鄰兩樣本的共變異數做比較。

第三章中，我們利用電腦模擬，找出特殊方法排序後，讓樣本的變異數(variance)減少最多的最佳 d^* 值，並計算變異數降低多少，觀察最佳 d^* 值下

共變異數的情形，並且和原始樣本資料計算的結果作比較，方法如下：

- (1) 收集每單位時間的代表性樣本資料。
- (2) 每個樣本點 x_i 加上 i 倍的 d ，即 $y_i = x_i + id$ ，其中 i 是間隔為 1 的數列。
- (3) 將 y_i 由小到大排序，得到一組新的樣本資料 $y_{(1)}, y_{(2)}, \dots, y_{(n)}$ 。
- (4) 從 $y_{(1)}, y_{(2)}, \dots, y_{(n)}$ 中，可找出原本所對應的 x 值，即可得到由原始資料 x_i 排序後的新的 x'_i 數列。
- (5) 固定每間隔至少 30 個樣本資料 x' ，取 m 個 x' 值作平均得到 w' 值，可收集到一組 w' 數據。
- (6) 利用這組 w' 數據去估算樣本變異數，找出最佳的 d^* 使得變異數最小。

第四章，介紹傳統的 \bar{X} 管制圖，且和我們得到的非傳統 \bar{X} 管制圖比較；即可有相同的型 I 誤差 α 風險下，新的管制界線會比傳統的管制界線離中心線近，降低型 II 誤差 β 風險，使檢定力 $1-\beta$ 提高。最後，第五章是本研究的結論，除了對傳統方法和新方法做一總結外，並於文末提出未來研究方向。

二、理論及數值計算

2.1 理論部份

針對賴文祥學長在負相關在管制圖上之應用(2004)中，我們從模擬的結果中看出當收集的樣本資料經過特殊排序後，會產生負相關。在此，我們僅討論標準常態分配的情況，利用數值計算去驗證負相關的情形是否存在。

首先，假設 x_i 來自一獨立且服從標準常態分配的隨機變數， $i=1,2,\dots,n$ ， y_i 為 x_i 加上它所在位置 i 倍的 d ，即 $y_i = x_i + id$ ， d 給定。我們將 y_i 由小到大排序為 $y_{(1)} \leq y_{(2)} \leq \dots \leq y_{(n)}$ ，並找出每個 $y_{(i)}$ 原本對應到的 x 值，也就是

$y_{(i)} = x_j + jd$ ，並令 $x'_i = x_j$ ，這組新的 x'_i 數列是按照 $y_{(i)}$ 大小排序，亦

$y_{(1)} \leq y_{(2)} \leq y_{(3)} \leq \dots \leq y_{(n)}$ 推得 $x'_1 \rightarrow x'_2 \rightarrow x'_3 \rightarrow \dots \rightarrow x'_n$ 。

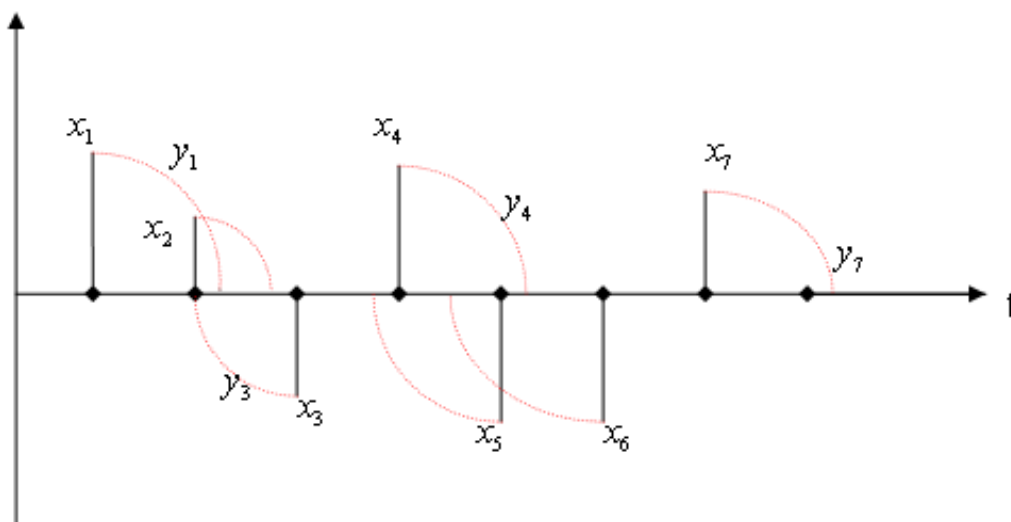


圖 2-1 原始樣本資料 x_i 和新的樣本資料 y_i

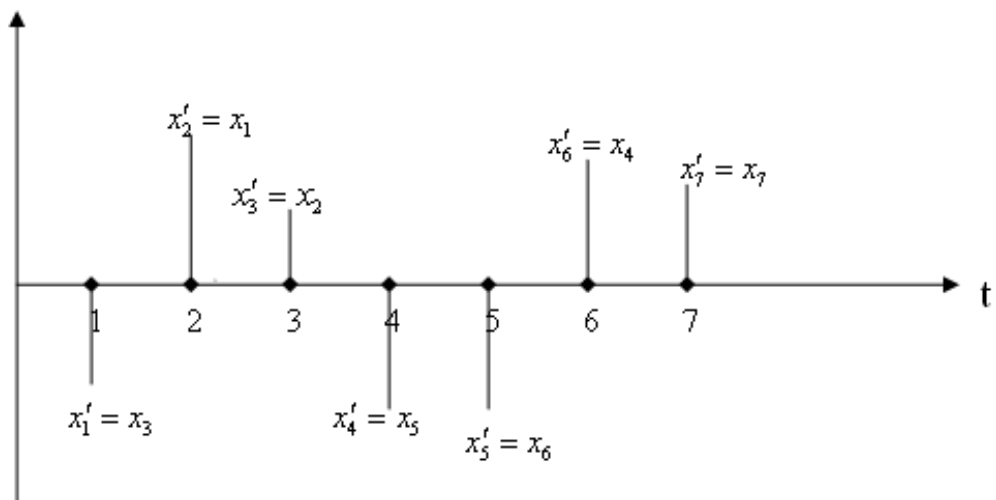


圖 2-2 新的樣本資料 x'_i

當 $x_i > 0$ ，加上 id 經過排序後， x_i 的位置向後移動；當 $x_i < 0$ ，加上 id 經過排序後， x_i 的位置向前移動，換句話說，我們希望經過特殊的排序後，每個樣本資料交換位置順序的變動不會太大，這樣 x_i 就只是跟附近的樣本資料有關係而已，當製程在某一資料點偵測出問題，可以觀察它本身以及附近資料點來找出問題所在，如圖 2-3。

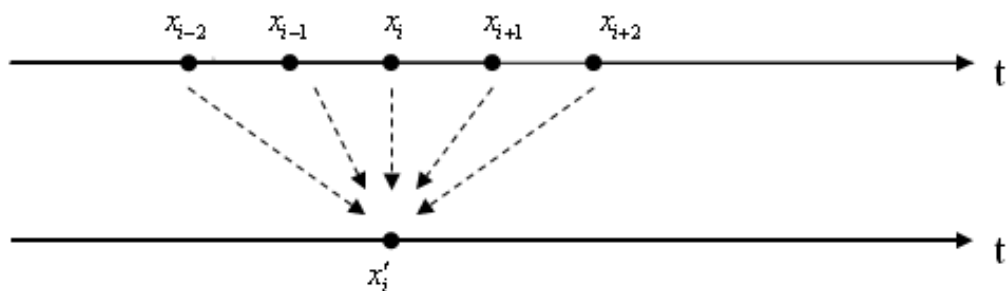


圖 2-3 x'_i 的位置

2.2 數值計算

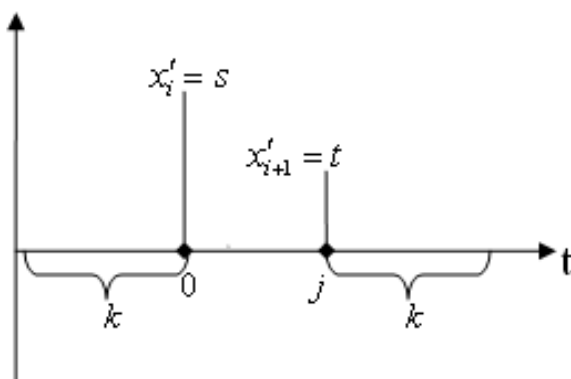


圖 2-4 相鄰 x'_i 和 x'_{i+1} 的對應關係

因為兩個相鄰資料 x'_i 和 x'_{i+1} 的邊際機率密度函數(marginal probability density function)都是標準常態分配，而聯合機率密度函數是相依(dependent)的二元常態分配(bivariate normal)，我們從圖 2-4 的概念，找出之聯合機率密度函數，

$$f_{x'_i, x'_{i+1}}(s, t) = p(x'_i = s, x'_{i+1} = t)$$

$$= \sum_{j=-\infty}^{\infty} f(s) f(t) I(t + jd > s) \prod_{\substack{k=-\infty \\ k \neq j}}^{\infty} [p(x_k + kd < s) + p(x_k + kd > t + jd)] \quad (1)$$

$$= \sum_{j=-\infty}^{\infty} f(s) f(t) I(t + jd > s) \prod_{\substack{k=-\infty \\ k \neq j}}^{\infty} [1 - p(s - kd < x_k < t + (j - k)d)] \quad (2)$$

其中 $j (j \neq 0)$ 為原樣本資料 s 和 t 的相對位置，當 $t + jd$ 和 s 排序後， $t + jd$ 與 s 位置相鄰且 $t + jd > s$ ； $k (k \neq 0, k \neq j)$ 為原樣本資料 x_k 和 s 的相對位置，當 $x_k + kd$ 排序後， $x_k + kd > t + jd$ 或者 $x_k + kd < s$ 。實際上我們不可能計算出相對位置 j 和 k 趨近 $\pm\infty$ 的值，所以從式子(1)中，檢驗是否為聯合機率分配函數

時，利用數值計算找出相對位置的有限範圍，分別有以下幾點：

(1) 當 $x_k + kd < s$ 的機率接近 1 的時候， $x_k + kd > t + jd$ 的機率也會接近 0，則在

式子(1)中， $\prod_{k \neq j} [p(x_k + kd < s) + p(x_k + kd > t + jd)]$ 幾乎不受影響

$$p(x_k + kd < s) \approx 1$$

$$\Rightarrow p(x_k < s - kd) \approx 1$$

$$\Rightarrow s - kd > 5$$

$$\Rightarrow k < \frac{s-5}{d}$$

可以找出 k 的下界， $k_1 = \left[\frac{x-5}{d} \right]$ ，其中 $[\cdot]$ 為高斯符號。

(2) 當 $x_k + kd > t + jd$ 的機率接近 1 的時候， $x_k + kd < s$ 的機率也會接近 0，則

$\prod_{k \neq j} [p(x_k + kd < s) + p(x_k + kd > t + jd)]$ 幾乎不受影響，這時候即可往下推算

第 $j+1$ 個值。

$$p(x_k + kd > t + jd) \approx 1$$

$$\Rightarrow p(x_k > t + (j-k)d) \approx 1$$

$$\Rightarrow t + (j-k)d < -5$$

$$\Rightarrow k > \frac{t + jd + 5}{d}$$

可以找出 k 的上界， $k_2 = \left[\frac{t + jd + 5}{d} \right] + 1$

(3) 我們知道 $I(t + jd > s) = 1$ 時，才符合 s 的下一個是 $t + jd$

$$t + jd > s$$

$$\Rightarrow j > \frac{s-t}{d}$$

可以找出 j 的下界， $j_1 = \left[\frac{s-t}{d} \right]$

$$x_k + kd$$



(4) $t + jd > 20 \Rightarrow p(t + jd > s) = 1$ ，即聯合機率分配函數的尾端，出現的機率極小

$$t + jd > 20$$

$$\Rightarrow j > \frac{20 - t}{d}$$

可以得知 j 的上界， $j_2 = \left\lceil \frac{20 - t}{d} \right\rceil$

上述這四點，由式子(2)，我們利用附錄 A 的運算，可驗證 $f_{x'_i, x'_{i+1}}(s, t)$ 的確是一個聯合機率分配函數(表 2-1)。

表 2-1 d 從 0.3 到 3.0 間隔差 0.1 的 $f_{x'_i, x'_{i+1}}(s, t)$

d	$f(x'_i, x'_{i+1})$	d	$f(x'_i, x'_{i+1})$	d	$f(x'_i, x'_{i+1})$	d	$f(x'_i, x'_{i+1})$
0.3	0.996728	1.0	0.997485	1.7	0.999777	2.4	0.999561
0.4	0.995936	1.1	0.999434	1.8	0.999175	2.5	0.999544
0.5	0.993799	1.2	0.999507	1.9	0.999297	2.6	0.999635
0.6	0.998864	1.3	0.99866	2.0	0.999264	2.7	0.999623
0.7	0.998956	1.4	0.998881	2.1	0.999412	2.8	0.999672
0.8	0.997852	1.5	0.99868	2.2	0.999408	2.9	0.999723
0.9	0.998004	1.6	0.99973	2.3	0.999482	3.0	0.999706

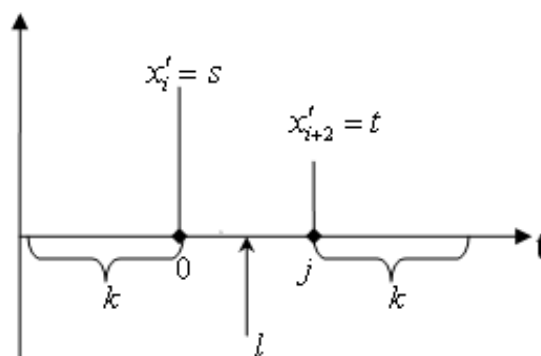


圖 2-5 x'_i 和 x'_{i+2} 中間隔一個樣本資料的對應關係

間隔一個樣本的 x'_i 和 x'_{i+2} 的邊際機率密度函數也是標準常態分配，聯合機率密度函數是相依的二元常態分配，從圖 2-5 的概念，找出間隔一個樣本的 x'_i 和 x'_{i+2} 之聯合機率分配函數，

$$\begin{aligned}
 f_{x'_i, x'_{i+2}}(s, t) &= p(x'_i = s, x'_{i+2} = t) \\
 &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} f(s) f(t) I(t + jd > s) \times \\
 &\quad \left\{ \sum_{\substack{l=-\infty \\ l \neq j}}^{\infty} \left[p(s < x_i + ld < t + jd) \prod_{\substack{k=-\infty \\ k \neq j \\ k \neq l}}^{\infty} [p(x_k + kd < s) + p(x_k + kd > t + jd)] \right] \right\} \quad (3)
 \end{aligned}$$

其中 $l (l \neq 0, l \neq j)$ 為 x_i 和 s 的相對位置， $x_i + ld$ 排序後，介於 s 與 $t + jd$ 之間為 x'_i ，且 $k \neq 0, j, l$ 。同樣地，算出 $l_1 = \left\lceil \frac{x - 5}{d} \right\rceil$ 和 $l_2 = \left\lceil \frac{t + jd + 5}{d} \right\rceil + 1$ 。由式子(3)，利用附錄 B 的運算，可驗證 $f_{x'_i, x'_{i+2}}(s, t)$ 的確是一個聯合機率分配函數(表 2-2)。

表 2-2 d 從 0.3 到 3.0 間隔差 0.1 的 $f_{x'_i, x'_{i+2}}(s, t)$

d	$f(x'_i, x'_{i+2})$	d	$f(x'_i, x'_{i+2})$	d	$f(x'_i, x'_{i+2})$	d	$f(x'_i, x'_{i+2})$
0.3	0.992858	1.0	0.999816	1.7	0.99988	2.4	0.999886
0.4	0.996305	1.1	0.999836	1.8	0.999882	2.5	0.999886
0.5	0.999367	1.2	0.99985	1.9	0.999883	2.6	0.999886
0.6	0.999563	1.3	0.99986	2.0	0.999884	2.7	0.999886
0.7	0.999675	1.4	0.999868	2.1	0.999885	2.8	0.999886
0.8	0.999743	1.5	0.999873	2.2	0.999885	2.9	0.999886
0.9	0.999787	1.6	0.999877	2.3	0.999886	3.0	0.999886

從式子(2)和式子(3)，我們可以個別計算相鄰的兩樣本資料和間隔一個的兩樣本資料的共變異數值，並觀察樣本變異數經過排序後的差別。

2.3 負相關

我們希望驗證相鄰的兩個隨機變數有負相關(negative correlation)的情形，也就是共變異數為負值，亦 $\text{cov}(x'_i, x'_{i+1}) < 0$ 。以下我們要討論當樣本資料 x_i 加上 id 後再作排序，得到數列 y_i ，從數列 y_i 找回原對應的 x_i 值，即可得到一組新的樣本資料 x'_i ，當製程進入穩定狀態(steady state)時， x'_i 依然為常態分配且 x'_i 和 x'_{i+1} 具有負相關，降低變異數，讓檢定力提高。

原本的樣本資料 x_i 中，取 m 個 x_i 平均的變異數為

$$\text{Var}\left(\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_m}{m}\right) = \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \text{Var}(x_i) = \frac{1}{m} \text{Var}(x_i) \quad (4)$$

新的一組樣本資料 x'_i ，可推導出 m 個 x'_i 平均的變異數，如下：

$$\begin{aligned} \text{Var}\left(\frac{x'_1 + x'_2 + \cdots + x'_m}{m}\right) &= \frac{1}{m^2} \left[\sum_{i=1}^m \text{Var}(x'_i) + 2 \sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \text{Cov}(x'_i, x'_j) \right] \\ &= \frac{1}{m} \left[\text{Var}(x'_i) + 2(m-1)\text{Cov}(x'_i, x'_{i+1}) + 2(m-2)\text{Cov}(x'_i, x'_{i+2}) + \cdots \right] \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $\text{Cov}(x'_i, x'_{i+1}) = E(x'_i \cdot x'_{i+1}) - E(x'_i)E(x'_{i+1}) = E(x'_i \cdot x'_{i+1}) - [E(x'_i)]^2$ ，因為 $x'_i \sim N(0,1)$ ，

則 $\text{Cov}(x'_i, x'_{i+1}) = E(x'_i \cdot x'_{i+1})$ ；同樣地， $\text{Cov}(x'_i, x'_{i+2}) = E(x'_i \cdot x'_{i+2}) - E(x'_i)E(x'_{i+1})$

$= E(x'_i \cdot x'_{i+2})$ ，直接去計算相鄰兩資料 x'_i 和 x'_{i+1} 相乘積的期望值，即等於我們想

求得的 x'_i 和 x'_{i+1} 的共變異數值。由附錄 A 可算出 $E(x'_i \cdot x'_{i+1}) = \iint_R \text{stf}_{x'_i, x'_{i+1}}(s, t) ds dt$ 。

表 2-3 d 從 0.3 到 3.0 間隔差 0.1 的 $E(x'_i \cdot x'_{i+1})$

d	$E(x'_i \cdot x'_{i+1})$	d	$E(x'_i \cdot x'_{i+1})$	d	$E(x'_i \cdot x'_{i+1})$	d	$E(x'_i \cdot x'_{i+1})$
0.3	-0.04156	1.0	-0.0802	1.7	-0.05316	2.4	-0.01601
0.4	-0.05166	1.1	-0.07919	1.8	-0.04685	2.5	-0.0127
0.5	-0.06063	1.2	-0.07715	1.9	-0.04064	2.6	-0.00993
0.6	-0.06786	1.3	-0.07424	2.0	-0.03483	2.7	-0.00764
0.7	-0.07326	1.4	-0.06967	2.1	-0.0293	2.8	-0.00581
0.8	-0.07753	1.5	-0.06472	2.2	-0.02436	2.9	-0.00436
0.9	-0.07911	1.6	-0.05924	2.3	-0.01991	3.0	-0.00317

表 2-3 中，可看出 $d = 0.1i$ ， $i = 3, 4, 5, \dots, 30$ ，相鄰資料 x'_i 和 x'_{i+1} 乘積的期望值都是負的， $E(x'_i \cdot x'_{i+1}) < 0 \Rightarrow Cov(x'_i, x'_{i+1}) < 0$ 。其中以 $d = 1.0$ ， $E(x'_i \cdot x'_{i+1}) = -0.0802$ 為最小，也就是負相關的情形最明顯是在 $d = 1.0$ 的時候。

表 2-4 d 從 0.3 到 3.0 間隔差 0.1 的 $E(x'_i \cdot x'_{i+2})$

d	$E(x'_i \cdot x'_{i+2})$	d	$E(x'_i \cdot x'_{i+2})$	d	$E(x'_i \cdot x'_{i+2})$	d	$E(x'_i \cdot x'_{i+2})$
0.3	-0.03193	1.0	0.014838	1.7	0.045221	2.4	0.016127
0.4	-0.0348	1.1	0.025756	1.8	0.041853	2.5	0.012912
0.5	-0.03345	1.2	0.034875	1.9	0.037678	2.6	0.010186
0.6	-0.02806	1.3	0.041661	2.0	0.0331	2.7	0.007925
0.7	-0.01957	1.4	0.045907	2.1	0.028448	2.8	0.006084
0.8	-0.00889	1.5	0.047696	2.2	0.023967	2.9	0.004612
0.9	0.002948	1.6	0.047326	2.3	0.019827	3.0	0.003453

再者我們由附錄 B 得到 $E(x'_i \cdot x'_{i+2}) = \iint_R stf_{x'_i, x'_{i+2}}(s, t) ds dt$ ，表 2-4 中，可看出 $d = 0.1i$ ， $i = 9, 10, 11, \dots, 30$ ，間隔一個樣本資料的 x'_i 和 x'_{i+2} 相乘的期望值是大於零， $E(x'_i \cdot x'_{i+2}) > 0 \Rightarrow Cov(x'_i, x'_{i+2}) > 0$ 。可以想像的到，當 x'_i 和 x'_{i+1} 具有負相關，且 x'_{i+1} 和 x'_{i+2} 也具有負相關，則 x'_i 和 x'_{i+2} 會有正相關(圖 2-6)。

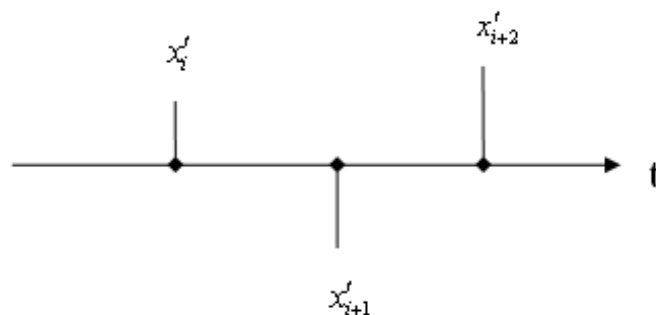


圖 2-6 x'_i 、 x'_{i+1} 、 x'_{i+2} 之間的關係

我們考慮相鄰兩資料中負相關最明顯的 $d=1.0$ 的時候，觀察 x'_i 和 x'_{i+2} 的 $Cov(x'_i, x'_{i+2}) = E(x'_i \cdot x'_{i+2}) = 0.0148$ ， $|Cov(x'_i, x'_{i+1})| = 0.0802 \gg 0.0148 = |Cov(x'_i, x'_{i+2})|$ ，共變異數取絕對值做比較，相鄰兩樣本資料的變異數是間隔一個樣本資料的 5.4 倍，可看出相鄰兩樣本資料的變異數遠大於間隔一個樣本資料的兩樣本資料，猜測 x'_i 和 x'_{i+3} 的共變異數值會更小，則距離越遠互相影響的關係就會越小，在此，我們不考慮間隔兩個樣本以上的共變異數。又 $Var(x'_i) = Var(x_i)$ ，可推導出式子(5)會小於式子(4)，

$$Var\left(\frac{x'_1 + x'_2 + \dots + x'_m}{m}\right) \approx \frac{1}{m} Var(x_1) + \frac{1}{m} [2(m-1)Cov(x'_i, x'_{i+1}) + 2(m-2)Cov(x'_i, x'_{i+2})]$$

$$< Var\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_m}{m}\right) = \frac{1}{m} Var(x_1)$$

例如： $m=3$

$$Var\left(\frac{x'_1 + x'_2 + x'_3}{3}\right) = \frac{1}{3} Var(x_1) + \frac{1}{3} [4Cov(x'_1, x'_2) + 2Cov(x'_1, x'_3)]$$

$$= 0.236 < 1 = Var\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}\right)$$

$$\text{Cov}\left(\frac{x'_1 + x'_2 + \cdots + x'_m}{m}, \frac{x'_{m+1} + x'_{m+2} + \cdots + x'_{2m}}{m}\right) = \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=m+1}^{2m} \text{Cov}(x'_i, x'_j) \cong \frac{1}{m^2} \text{Cov}(x'_m, x'_{m+1}),$$

m 越大，兩組樣本平均的共變異數趨近零，則每組樣本平均幾乎獨立。經過特殊排序後，新樣本資料的變異數小於原來樣本資料的變異數，且數列 x'_i 中相鄰的數都會呈現負相關的關係，使得變異數降低，檢定力提高，由下一章會模擬一組樣本資料去佐證負相關的結果。



三、模擬

3.1 模擬方法

3.1.1 變異數

利用電腦模擬的方式找出 n 很大的情形下，不同的 m 中最佳 d^* 值是多少，也就是 $m=2,3,\dots,10$ ，會找出最佳 d^* 值讓變異數降低最多，利用此 d^* 值製作出非傳統 \bar{X} 管制圖，能夠提高檢定力，使品質管制人員可以更快的偵測到發生錯誤，才能在產生更多不良品前可以有效改善製程。

步驟一、模擬樣本值 x_1, x_2, \dots, x_n 為獨立且服從標準常態分配的隨機變數。

步驟二、令 $y_i = x_i + id$ ， $i=1,2,\dots,n$ 。

步驟三、將 y_1, y_2, \dots, y_n 排序，可得到 $y_{(1)} \leq y_{(2)} \leq \dots \leq y_{(n)}$ 。

步驟四、由 $y_{(1)}, y_{(2)}, \dots, y_{(n)}$ 的先後次序，找回原本對應的 x 值，即可獲得一個新的數列 x'_1, x'_2, \dots, x'_n 。

步驟五、從新的數列 x'_1, x'_2, \dots, x'_n 固定每間隔 $(40-m)$ 個 x' ，可算出

$$w'_{m,k} = \frac{x'_{101+40(k-1)} + x'_{102+40(k-1)} + \dots + x'_{100+m+40(k-1)}}{m}, \quad k=1,2,\dots,n_1。$$

步驟六、從步驟五可以得到 n_1 個 $w'_{m,k}$ 值，利用此 n_1 個值計算出

$$S_m^2 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{k=1}^{n_1} (w'_{m,k} - \bar{w}'_m)^2, \quad \text{其中 } \bar{w}'_m = \frac{1}{n_1} \sum_{k=1}^{n_1} w'_{m,k}。$$

步驟七、 d 是 0.1 至 3.0 為間隔差 0.1 的值， $d=0.3,0.4,0.5,\dots,3.0$ 以及 0.01 和 0.05，重覆步驟一至步驟六。



圖 3-1 w'_m 的樣本資料彼此獨立

在這裡給定 $n=10^7$ ， $n_1 = \text{floor}\left[\frac{(n-100)}{40}\right]$ ，即 n_1 為 $(n-100)/40$ 取最靠近

此的整數值，也就是我們假設在 100 個樣本資料以後已經進入穩定狀態 (steady state)，樣本資料在重新排序後，有較大的機率會發生附近的資料交換位置，而不會有很大的位置變動，即重排之後的資料，最大的可能是不移動位置或者和前後 1~2 個互換順序，並不會有太大的改變，我們取 m 個值作平均為一個 w' ，最後不足 m 個就捨去，每個 w' 之間都至少間隔 30，讓彼此 w' 互相獨立，不會相互影響，計算其變異數和原本樣本取 m 個作平均的 w 之變異數做比較。

3.1.2 共變異數

從上一小節中，針對不同的 m 找出最佳的 d^* 值，重新模擬計算其對應到的共變異數值，方法如下：

步驟一、重複 3.1.1 節的步驟一至步驟四。

步驟二、從新的數列 x'_1, x'_2, \dots, x'_k 固定每間隔 $(40-2m)$ 個 x' ，可以求得

$$w'_{m,1,k} = \frac{x'_{101+40(k-1)} + x'_{102+40(k-1)} + \dots + x'_{100+m+40(k-1)}}{m}$$

$$w'_{m,2,k} = \frac{x'_{101+m+40(k-1)} + x'_{102+m+40(k-1)} + \dots + x'_{100+2m+40(k-1)}}{m}, \quad k = 1, 2, \dots, n_1 \circ$$

步驟三、從步驟五可以得到 n_1 個 $w'_{m,1,k}$ 值和 $w'_{m,2,k}$ 值，利用此 n_1 個值計算出

$$Cov(w'_{m,1}, w'_{m,2}) = \frac{1}{n_1} \sum_{k=1}^{n_1} w'_{m,1,k} \cdot w'_{m,2,k}$$

如圖 3-2，每個 $w'_{m,1,k}$ 和 $w'_{m,2,k}$ 之間是有相關的，但每一組 $(w'_{m,1,k}, w'_{m,2,k})$ 都至少間隔 20，讓彼此獨立。

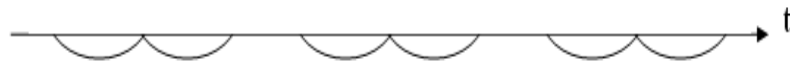


圖 3-2 $w'_{m,1}$ 和 $w'_{m,2}$ 的樣本資料

3.2 圖表說明

經過 3.1 節的模擬步驟計算，可由中央極限定理 (central limit theorem) 得到 $S_m^2 \rightarrow Var(w'_m)$ ，原始樣本資料的變異數 $Var(w_m) = \frac{\sigma^2}{m}$ ，比較原始樣本的變異數和經過特殊的重排方法後得到的樣本變異數，也就是比較 S_m^2 和

$Var(w_m)$ ，計算出 $ratio = \frac{\frac{\sigma^2}{m} - S_m^2}{\frac{\sigma^2}{m}}$ ，讓此 $ratio$ 為最大的 S_m^2 ，即是找出變異數減少

幅度最多的 d^* 值。由上述模擬步驟，從表 3-1 可以看出在 $m=2$ ， $d=1.0$ 時

$S_2^2 = 0.458869$ 是最小的變異數， $ratio = \frac{\frac{1}{2} - S_2^2}{\frac{1}{2}} = 0.082262$ 為最大，則說明 $d^* = 1.0$

時，特殊的排序方法會使得變異數降低 8.23%。參照表 3-2，我們模擬的結果發現不論 m 是多少， S_m^2 和 $Var(w_m)$ 的關係為 $S_m^2 < Var(w_m)$ ，其中

$$Var(w_m) = \frac{1}{n_1} \sum_{k=1}^{n_1} (w_{m,k} - \bar{w}_m)^2 = \frac{\sigma^2}{m},$$

$$S_m^2 = Var(w'_m) = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{k=1}^{n_1} (w'_{m,k} - \bar{w}'_m)^2 = \frac{\sigma^2}{m} + \frac{1}{m} \left[2 \sum_{i=1}^m \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m Cov(x'_{100+i}, x'_{100+j}) \right], \text{ 所以共變異數}$$

為負值。例如 $m=2$ ， $S_2^2 = 0.458869 < 0.5 = \frac{\sigma^2}{2}$ 。可以驗證第 2 章的負相關

$Cov(x'_i, x'_{i+1}) < 0$ ，在經過重排後得到的資料可以降低變異數，且最佳的 d^* 值降低幅度為最多。

表 3-1 $m=2$ ，不同 d 值的變異數

d	S_2^2	d	S_2^2	d	S_2^2	d	S_2^2
0.01	0.499779	0.7	0.463534	1.5	0.46717	2.3	0.490522
0.05	0.495885	0.8	0.461041	1.6	0.470033	2.4	0.492499
0.1	0.493203	0.9	0.459928	1.7	0.472639	2.5	0.493987
0.2	0.48752	1.0	0.458869	1.8	0.476676	2.6	0.495284
0.3	0.482795	1.1	0.459023	1.9	0.480154	2.7	0.496424
0.4	0.478179	1.2	0.459233	2.0	0.482712	2.8	0.497758
0.5	0.472276	1.3	0.461126	2.1	0.485465	2.9	0.498377
0.6	0.466327	1.4	0.46379	2.2	0.488463	3.0	0.499265

表 3-2 不同 m 下，最佳的 d^* 值

m	d^*	$\frac{\sigma^2}{m}$	S_m^2	ratio
2	1.0	0.5	0.458869	0.082262
3	0.7	0.333333	0.296983	0.109051
4	0.5	0.25	0.2188	0.124801
5	0.5	0.2	0.173342	0.133292
6	0.4	0.166667	0.143603	0.138381
7	0.3	0.142857	0.122093	0.145352
8	0.3	0.125	0.106356	0.149151
9	0.2	0.111111	0.094523	0.149291
10	0.2	0.1	0.084534	0.15466

重複很多次模擬後，會發現相同的 m 下可能會有不同的最佳 d^* 值，可參考附錄 E，這是因為 d 值的間隔只取 0.1，以 $m=2$ 來看，表 3-1 最佳的 d^* 值為 1.0，在表 E-1 最佳的 d^* 值變成 0.9，我們可以推測在 $m=2$ 的時候，最佳的 d^* 值其實是介於 0.9~1.0 之間。

在不同的 m 中，最佳的 d^* 值對應到的共變異數都是正的， $Cov(w'_{m,1}, w'_{m,2}) > 0$ (表 3-3)。在 $m=2$ 的例子中， $Cov(w'_{m,1}, w'_{m,2}) = 0.003797$ ， S_m^2 是 $Cov(w'_{m,1}, w'_{m,2})$ 的 120.85 倍，兩組樣本資料間的相關性非常小，可以忽略，其他 m 中也有這種現象。

表 3-3 不同 m 下， Cov 為相鄰兩組樣本間的關係

m	d^*	S_m^2	Cov
2	1.0	0.458869	0.003797
3	0.7	0.296983	0.006185
4	0.5	0.2188	0.004754
5	0.5	0.173342	0.00852
6	0.4	0.143603	0.007412
7	0.3	0.122093	0.004637
8	0.3	0.106356	0.005766
9	0.2	0.094523	0.001792
10	0.2	0.084534	0.003107

四、改善製程管制圖

4.1 統計製程管制

統計製程管制是利用抽樣的樣本資料，來監控整個製程的狀態，當製程發生不穩定時，採取調整製程參數，以降低產品品質之變異和改善製程能力。製程發生變異的原因有兩種，分別是機遇原因(chance causes)和可歸屬原因(assignable causes)，機遇原因是指自然變異及無法避免的原因造成的，不會影響製程的偏移；相反地，可歸屬原因則會使製程失控(out of control)，可能發生在製程中參數的不適當調整，操作人員的失誤或者使用不良的原料。

統計製程管制的最終目的是盡快的偵測出可歸屬原因的出現造成製程偏移，減少產品之間的差異並提升製程能力，所以說，統計製程管制為預防性的品質管制手段，而管制圖為最常被採用的統計分析方法。

4.2 管制圖介紹

在統計製程管制中，管制圖是一個廣泛應用在線上監控制程的工具，可用來估計製程的參數，盡可能的減少製程變異。

典型的管制圖是以抽樣的時間或樣本數，與抽得的樣本平均測量值所繪成的圖，由三條線組合而成，中心線(central line；簡稱 CL)、管制界線上界(upper control limit；簡稱 UCL)及管制界線下界(lower control limit；簡

稱 LCL)，其中中心線代表製程在統計管制狀態下品質特性的平均值，沒有不正常的變數干擾下的製程特徵。一個基本的管制圖如圖 4-1。

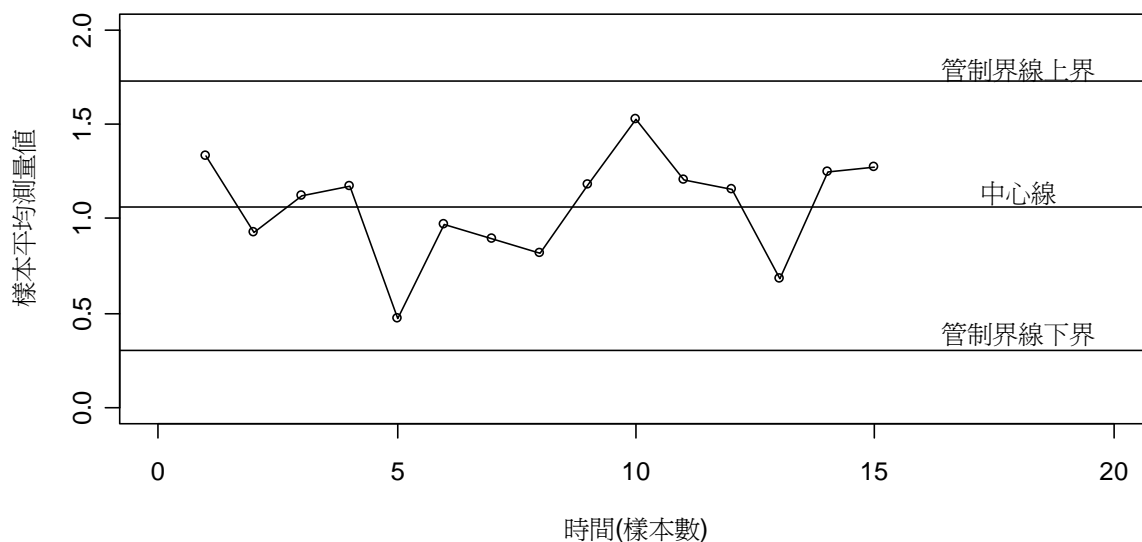


圖 4-1 典型的管制圖

管制圖與統計假設檢定間有密切的關係，即將統計假設檢定的過程加以圖示化表示。我們可以由圖 4-1 看出樣本點都落在管制界線內，可推論此製程是在管制狀態下，相當於無法拒絕製程在管制狀態內的虛無假設 (non-reject null hypothesis)；反之，若管制圖內一點落在管制界線外，可推論製程已經失控，相當於拒絕製程在管制狀態內的假設，也就是對立假設 (alternative hypothesis) 成立。

管制圖中型 I 誤差及型 II 誤差和統計假設檢定有相同意義，型 I 誤差的機率就是當製程實際為管制狀態下卻被宣告為製程失控的錯誤；型 II 誤差的機率即為製程實際已經失控，卻被宣告在管制狀態下的錯誤。訂定管制界線被視為一重要的決策，若管制界線拉離中心線，即管制界線加寬，

將會減少型 I 誤差的風險，(指製程實際為正常，但由於一點超出管制界線外，而推論製程失控的機率)，然而這會導致型 II 誤差的增加(指製程失控時，由於一點落在管制界線內，而推論製程正常的機率)。

例如：我們想知道某產品是否符合產品規格，首先已知產品規格須滿足常態分配，其中變異數已知，目標是 $\mu = \mu_0$ 。則我們須對產品進行抽樣，得到樣本平均數 \bar{X}_n ，檢定 $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$

解法：在型 I 誤差 α 下，由臨界值檢定法，臨界值為 $\mu_0 \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ，若

$\bar{X}_n > \mu_0 + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 或 $\bar{X}_n < \mu_0 - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ，則拒絕 H_0 ，此產品不符合產品規

格。同樣地，從管制圖來看， $CL = \mu_0$ 、 $UCL = \mu_0 + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 、

$LCL = \mu_0 - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ，若管制圖中一點超出上下管制界線時，我們就拒

絕 H_0 ，說明產品不符合產品規格。

通常產品特性是常態分配時，我們會使用 3 倍的標準差作為一般管制圖中的管制界線，型 I 誤差的機率為 0.0027，則 \bar{X} 管制圖界線為

$$UCL = \mu + 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad , \quad CL = \mu \quad , \quad LCL = \mu - 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad .$$

4.3 改善傳統管制圖

在每單位時間所得到的樣本資料為標準常態分配經由特殊的方法排序，利用其排序產生新的樣本資料，將固定幾個(2,3,...,10)樣本數相加取平均值，可產生負相關，因為負相關可以降低變異數，將這樣的結果運用在管制圖上，可製程成新的非傳統 \bar{x} 管制圖。

例如：第3章中 $m=2$ ，最佳的 d^* 值為1.0

$$\text{可算出 } \text{Var}\left(\frac{x'_1+x'_2}{2}\right) < \text{Var}\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) \Rightarrow 0.458869 < 0.5$$

管制圖中心線 $CL = \mu = 0$

原樣本資料的管制圖的上下界線為：

$$UCL = 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 2.121320, \quad LCL = -3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -2.121320$$

新的樣本資料的管制圖的上下界線為：

$$UCL' = 3 \cdot S_2^2 = 2.032196, \quad LCL' = -3 \cdot S_2^2 = -2.032196$$

圖 4-2 實線為原樣本資料的上下管制界線，虛線為新樣本資料的上下管制界線，因為 $\text{Cov}(x'_i, x'_{i+1}) < 0$ ，使變異數降低了，管制界線會往中心線移動，增加製程的檢定力。

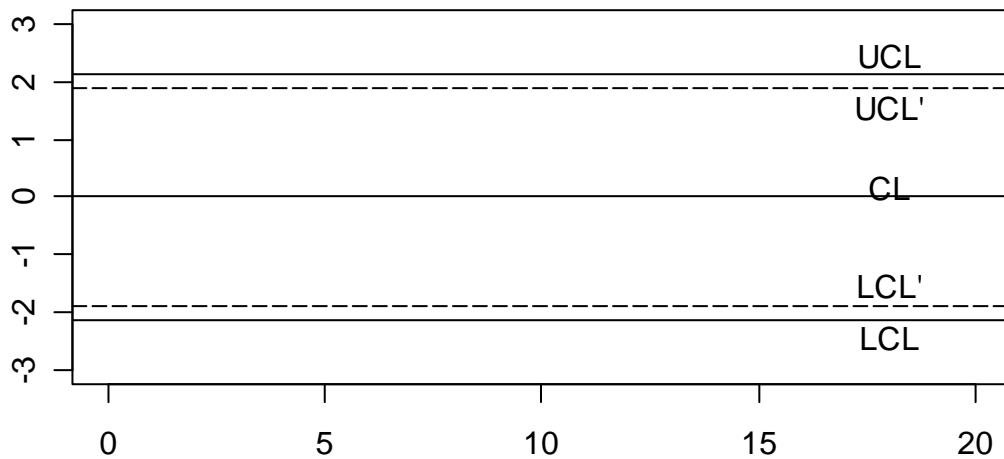


圖 4-2 管制圖的變化

我們知道 $x_1, x_2, \dots, x_n \sim N(0,1)$ ，由第 3 章的方法可以找出最佳的 d^* 值，令

$y_i = x_i + id^*$ ，經過 2.1 節的方法重排，可以得到新數列 x'_i ，當製程進入穩定

狀態後， x'_i 和 x'_{i+1} 具有負相關而降低變異數，所以 $Var\left(\frac{x'_1 + x'_2 + \dots + x'_m}{m}\right)$

$< Var\left(\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_m}{m}\right) \Rightarrow Var(\bar{x}') < Var(\bar{x}) = \frac{1}{m}$ ，則檢定力為

$$1 - \beta = P\left(\bar{x} \geq 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{m}} \mid \text{製程失控下}\right) + P\left(\bar{x} \leq -3 \cdot \frac{1}{\sqrt{m}} \mid \text{製程失控下}\right)$$

$$= P\left(|\bar{x}| \geq 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{m}} \mid \text{製程失控下}\right) \leq P\left(|\bar{x}| \geq 3 \cdot S_m \mid \text{製程失控下}\right)$$

應用在管制圖上，我們可以在同一個型 I 誤差 α 風險下，因為變異數降低，

使型 II 誤差 β 風險變小，偵測平均值改變的機率為檢定力會比原來的檢定力

大(參照附錄 F)，讓檢測人員能更快地發現製程發生偏移，找出可歸屬原

因，更能有效的監控整個製程，使製程穩定。

五、結論

本論文利用 $x_1, x_2, \dots, x_n \stackrel{iid}{\sim} N(0,1)$ ，其中 x_i 為實際產品數值，經過 2.1 節的方法排序後，實際去計算出相鄰的 x'_i 和 x'_{i+1} 的變異數，發現共變異數為負值，使變異數比原來的小，表示樣本之間比較集中，具有負相關，也就是說會 \bar{x} 的期望值不變下，降低其變異數。由第 3 章的方法找出最佳的 d^* 值，運用在品質管制上，製成非傳統 \bar{X} 管制圖，可以得到和傳統 \bar{X} 管制圖有相同的型 I 誤差的風險 α ，但是我們讓變異數的值變小，所以型 II 誤差的風險 β 也會降低，偵測到製程發生改變的機率 $1-\beta$ 會變大，則檢定力提高，能讓品質管制人員更準確地監控制程狀態，儘快偵測出製程發生跳動及產生錯誤的原因，以便在製造出不合格產品前發現製程的變異並著手進調整、修正。可以將其特性運用在不同的領域上，如電子通訊、生物科技或醫學。

在競爭激烈的商業環境中，品質管制是一個企業想要永續經營維持競爭力的最主要因素。近幾年來，消費者意識抬頭，品質也成為影響消費者在選擇商品或服務時的重要決策之一，每個企業都應該在經濟與利益中取得平衡，瞭解並改善品質，妥善的利用品質改善工具來不斷提升產品，並提供完善的品質服務達到消費者的需求。

參考文獻

- [1] 鄭春生，品質管理，三民書局，台北，民國八十五年。
- [2] Douglas C. Montgomery, Introduction to Statistical Quality Control, Fifth Edition, Wiley, United States, 2004.
- [3] 賴文祥，「負相關在管制圖上之應用」，交通大學統計學研究所，碩士論文，民國 93 年。
- [4] 曾翊琳，「運用重排資料改善統計製程管制圖」，交通大學統計學研究所，碩士論文，民國 94 年。



附錄 A

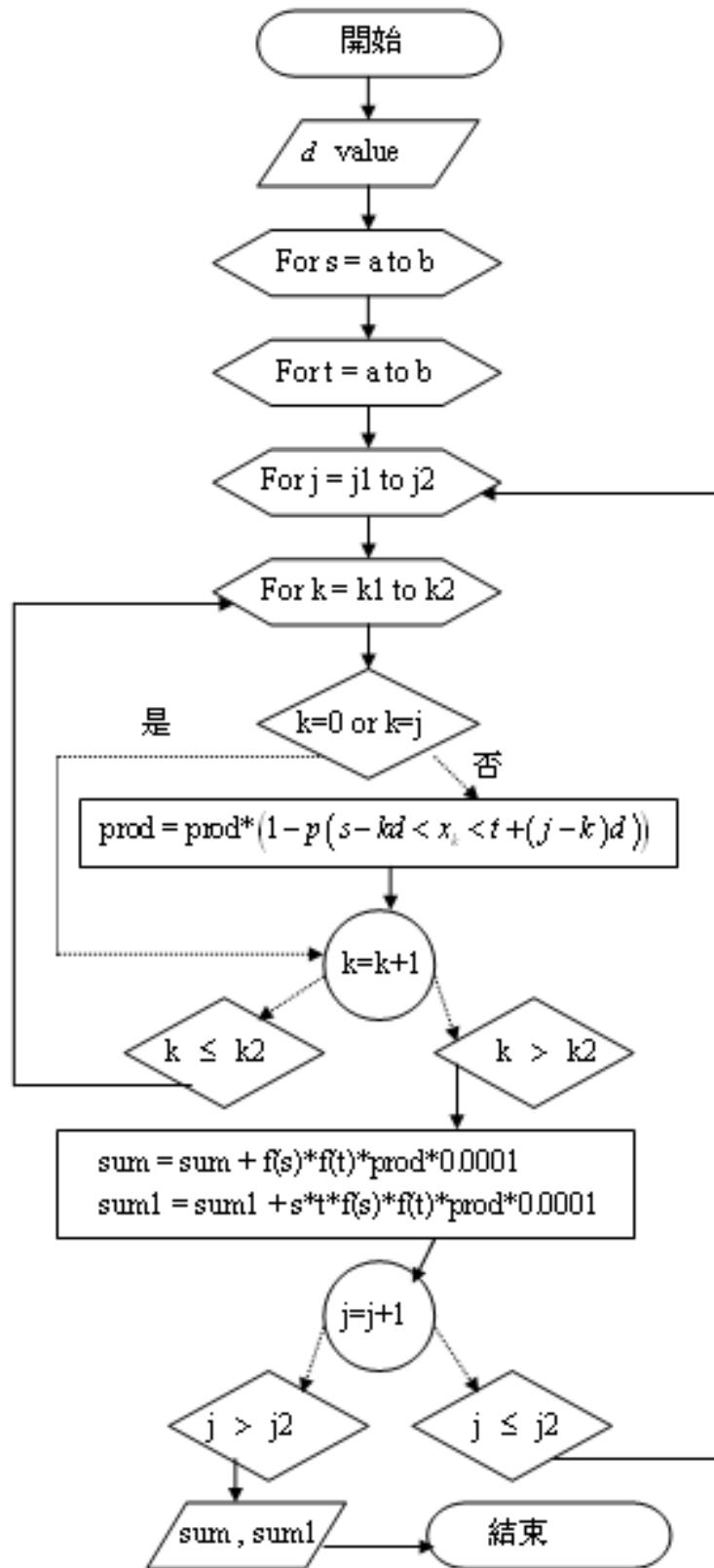


圖 A-1 x'_i 和 x'_{i+1} 的聯合機率密度函數流程圖

```

#include <iostream>
#include <cmath>
#include <imsls.h>
using namespace std ;

#define pi          (3.1415926)
#define f(x)      (exp(-(x*x)/2)/sqrt(2*pi))
#define k1(x)     (static_cast<int>((x-5)/d))          /* k 的下界 */
#define k2(y,j)   (static_cast<int>((y+j*d+5)/d)+1)    /* k 的上界 */
#define j1(x,y)   (static_cast<int>((x-y)/d))          /* j 的下界 */
#define j2(y)     (static_cast<int>((20-y)/d))        /* j 的上界 */

FILE *out;

//相鄰的 ftp & covariance
int main()
{
    int    j, k, d1, x1, y1;
    double x, y, sum, sum_1, prod, d; /* x=s , y=t */
    out=fopen("in1.txt","w");

    for ( d1=0 ; d1<28 ; ++d1) { /* d 從 3.0~0.3,間距 0.1 */
        d = 3-d1*0.1 ;
        sum = 0.0 ; /*pdf 值*/
        sum_1 = 0.0 ; /* Cov 值*/
        /* (b-a)/間距 => (4-(-4))/0.01=800 , 切割塊數 */
        /* x & y 切成 800 格*/
        for ( x1=0 ; x1<=800 ; ++x1 ) {
            x = -4+x1*0.01 ;
            for ( y1=0 ; y1<=800 ; ++y1 ) {
                y = -4+y1*0.01 ;
                /* 所有 j 加總 */
                for ( j = j1(x,y) ; j<=j2(y) ; ++j ) {
                    if ( j != 0 && (y+j*d) > x ) {
                        prod = 1.0 ;
                        /* xk+kd 在 s 或 t+jd 兩邊的機率(k 連乘) */
                        for ( k = k1(x) ; k<=k2(y,j) ; ++k ) {
                            if ( k !=0 && k !=j ) {
                                prod *= ( 1 -

```



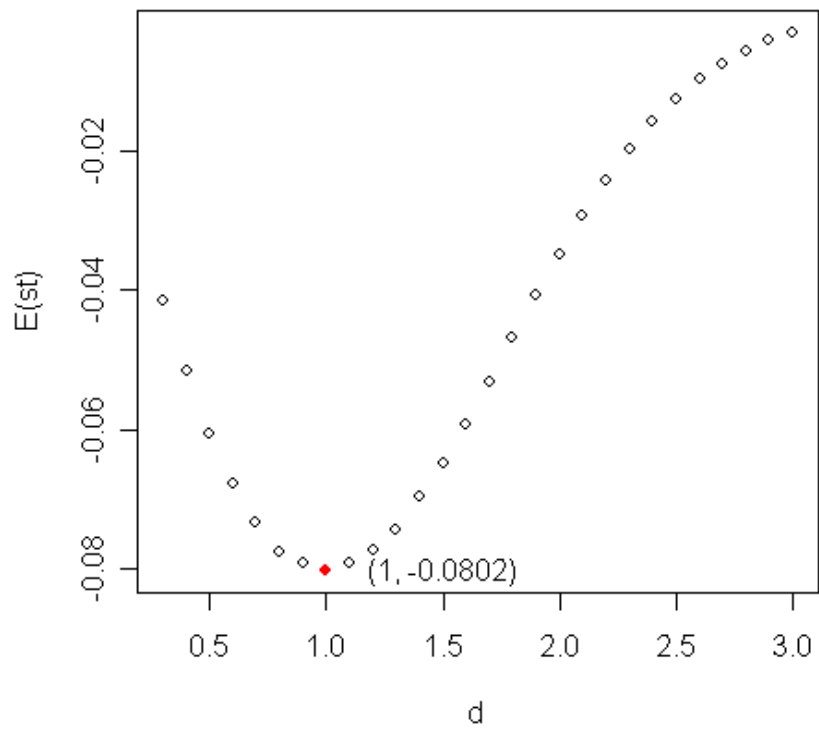


圖 A-3 不同 d 值的 $E(x'_i \cdot x'_{i+1})$



附錄 B

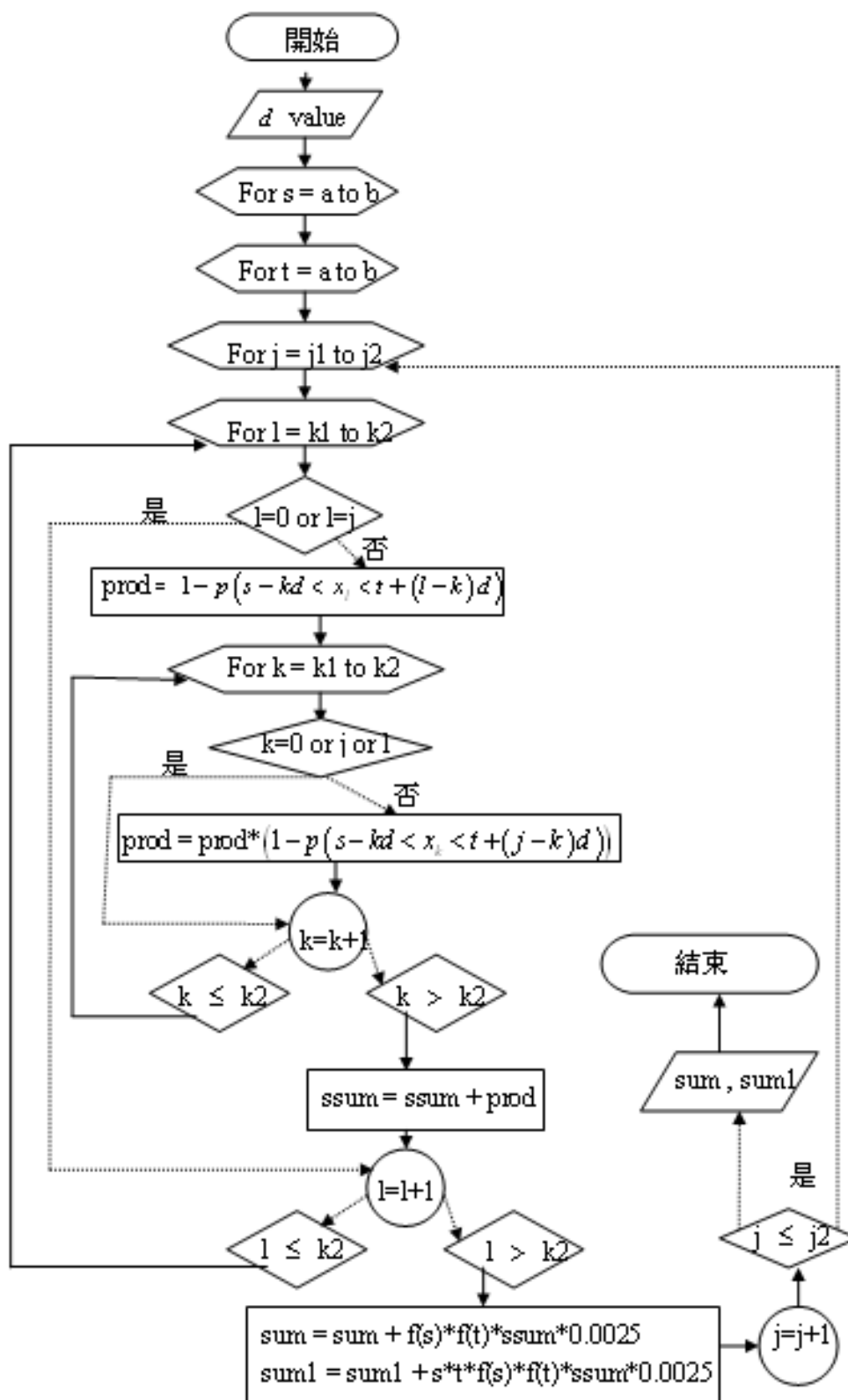


圖 B-1 x'_i 和 x'_{i+2} 的聯合機率密度函數流程圖

```

#include <iostream>
#include <cmath>
#include <imsls.h>
using namespace std ;

#define pi          (3.1415926)
#define f(x)       (exp(-(x*x)/2)/sqrt(2*pi))
#define k1(x)      (static_cast<int>((x-5)/d))          /* k 和 1 的下界 */
#define k2(y,j)    (static_cast<int>((y+j*d+5)/d)+1)    /* k 和 1 的上界 */
#define j1(x,y)    (static_cast<int>((x-y)/d))          /* j 的下界 */
#define j2(y)      (static_cast<int>((20-y)/d))         /* j 的上界 */

FILE *out2;

int main()
{
    int    j, k, d1, x1, y1, i1;
    double x, y, sum, prod, d, sum1, sum_1; /* x=s, y=t */

    for ( d1=0 ; d1<28 ; ++d1) { /* d 從 3.0~0.3,間距 0.1 */
        out2=fopen("in2.txt","w");
        d = 3-d1*0.1 ;
        sum = 0.0 ; /*pdf 值*/
        sum_1 = 0.0 ; /* Cov 值*/
        /* (b-a)/間距 => (4-(-4))/0.05=160 , 切割塊數 */
        /* x & y 切成 160 格 */
        for ( x1=0 ; x1<=160 ; ++x1 ) {
            x = -4+x1*0.05 ;
            for ( y1=0 ; y1<=160 ; ++y1 ) {
                y = -4+y1*0.05 ;
                /* 所有 j 加總 */
                for ( j = j1(x,y) ; j<=j2(y) ; ++j ) {
                    if ( j != 0 && (y+j*d) > x ) {
                        sum1 = 0.0 ;
                        for ( i1 = k1(x) ; i1<= k2(y,j) ; ++i1 ) {
                            if ( i1 !=0 && i1 !=j ) {
                                /*  $p(x<x_{i1}+i1d<y+jd) = p(x-i1d<x_{i1}<y+(j-i1)d)$ 
                                一個值落在 x 和 y 裡面的機率 */
                                prod =

```

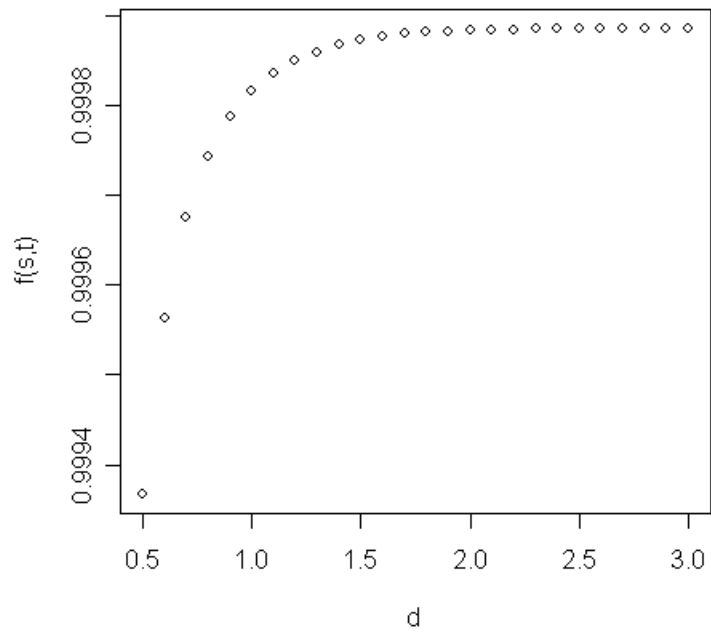



圖 B-2 不同 d 值的 $f(x'_i, x'_{i+2})$

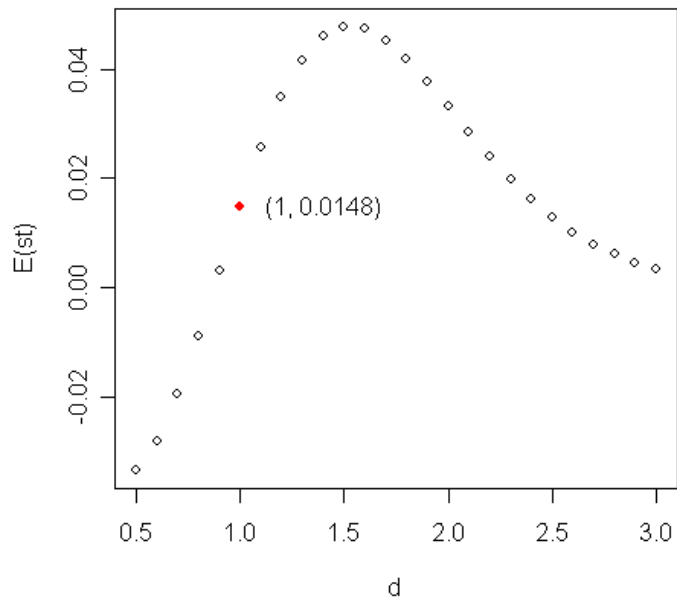
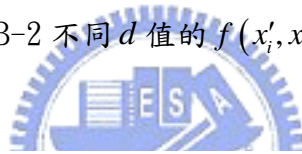


圖 B-3 不同 d 值的 $E(x'_i \cdot x'_{i+2})$

附錄 C

利用統計軟體 R 模擬出重排前後的變異數，檢定力，並且畫圖。

```
n<-10^7
n1<-floor((n-100)/40)
x<-rnorm(n,0,1)
y<-rep(0,n)
s2<-matrix(rep(1,320), nrow = 32, ncol=10, byrow=F)

d=0.01
s2[1,1]=0.01
for(i in 1:n)
y[i]<-x[i]+i*d #排序
o<-order(y)
xi<-x[o]
m=2
for(m in 2:10){
w1<-matrix(rep(0,2*n1), nrow = n1, ncol=2, byrow=T)
for(k in 1:n1){
for(j in 1:m){
w1[k,1]=w1[k,1]+xi[100+40*(k-1)+j]
w1[k,2]=w1[k,2]+xi[100+m+40*(k-1)+j]
}
}
s2[1,m]=var(w1)[1,1]/m^2
write.table(s2, file = "C:/s2.txt",col.names = F)
}

d=0.05
s2[2,1]=0.05
for(i in 1:n)
y[i]<-x[i]+i*d
o<-order(y)
xi<-x[o]
for(m in 2:10){
w1<-matrix(rep(0,2*n1), nrow = n1, ncol=2, byrow=T)
for(k in 1:n1){
for(j in 1:m){
```



```

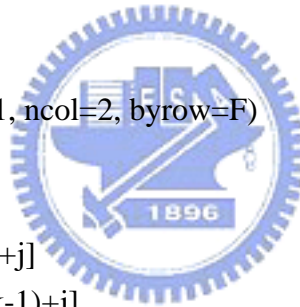
w1[k,1]=w1[k,1]+xi[100+40*(k-1)+j]
w1[k,2]=w1[k,2]+xi[100+m+40*(k-1)+j]
}
}
s2[2,m]=var(w1)[1,1]/m^2
write.table(s2, file = "C:/s2.txt",col.names = F)
}

```

```

# d=0.1~3.0
for(d1 in 1:30){
d=d1*0.1
s2[d1+2,1]=d1*0.1
for(i in 1:n)
y[i]<-x[i]+i*d
o<-order(y)
xi<-x[o]
#m 從 2~10
for(m in 2:10){
w1<-matrix(rep(0,2*n1), nrow = n1, ncol=2, byrow=F)
for(k in 1:n1){
for(j in 1:m){
w1[k,1]=w1[k,1]+xi[100+40*(k-1)+j]
w1[k,2]=w1[k,2]+xi[100+m+40*(k-1)+j]
}
}
s2[d1+2,m]=var(w1)[1,1]/m^2
write.table(s2, file = "C:/s2.txt",col.names = F)
}
}

```



```

#####
##### 找出最佳的 d 值 #####
#####
M<-matrix(rep(1,36), nrow = 9, ncol=4, byrow=F)
for( m in 1:9){
M[m,1]=s2[which.min(s2[,m+1]),1]
M[m,2]=min(s2[,m+1])
}

```

```

m<-1
w1<-matrix(rep(0,2*n1), nrow = n1, ncol=2, byrow=F)
for(i in 1:n)
y[i]<-x[i]+i*M[m,1]
o<-order(y)
xi<-x[o]

for(k in 1:n1){
for(j in 1:m+1){
w1[k,1]=w1[k,1]+xi[100+40*(k-1)+j]
w1[k,2]=w1[k,2]+xi[101+m+40*(k-1)+j]
}
}
M[m,3]<-cov(w1)[1,2]*(n1-1)/(n1*(m+1)^2)
M[m,4]<-M[m,2]/M[m,3]
write.table(M, file = "C:/m_10_7.txt",col.names = F)

```

```

for(m1 in 2:9){
if(M[m1,1]!=M[m,1]){
for(i in 1:n)
y[i]<-x[i]+i*M[m1,1]
o<-order(y)
xi<-x[o]
}
w1<-matrix(rep(0,2*n1), nrow = n1, ncol=2, byrow=T)
for(k in 1:n1){
for(j in 1:m1+1){
w1[k,1]=w1[k,1]+xi[100+40*(k-1)+j]
w1[k,2]=w1[k,2]+xi[101+m1+40*(k-1)+j]
}
}

M[m1,3]<-cov(w1)[1,2]*(n1-1)/(n1*(m1+1)^2)
M[m1,4]<-M[m1,2]/M[m1,3]
write.table(M, file = "C:/m_10_7.txt",col.names = F)
m<-m1
}

```



```

#####
##### 作 S^2 圖 #####
#####
for(a in 2:10){
  bmp(file=paste("C:/m_", a, ".jpeg", swp=""))
  plot(s2[,1],s2[,a],xlab="d",ylab="Var",main=paste("m = ", a, swp=""))
  points(M[a-1,1],M[a-1,2],col="red",pch=19)
  text(M[a-1,1]+0.4,M[a-1,2],paste("(", M[a-1,1], ", ", round(M[a-1,2],3), ")", sep=""))
  dev.off()
}

#####
##### power #####
#####
pow<-matrix(rep(1,108), nrow = 12, ncol=9, byrow=F)
pow<-cbind(rep(1:12)*0.25,pow)
newpow<-matrix(rep(1,108), nrow = 12, ncol=9, byrow=F)
newpow<-cbind(rep(1:12)*0.25,newpow)
n1<-249997

for(s in 1:12){
  x<-rnorm(n,s*0.25,1)
  y<-rep(0,n)

for(m in 2:10){
  d<-M1[m-1,1]

#偏移，排序前
w<-rep(0,n1)
for(k in 1:n1){
  for(j in 1:m){
    w[k]=w[k]+x[100+40*(k-1)+j]
  }
}
w<-w/m
a=0;
for(i in 1:n1){
  if( abs(w[i])> 3/sqrt(m) ) a=a+1;
}

```



```

#偏移，排序後
for(i in 1:n)
y[i]<-x[i]+i*d
o<-order(y)
xi<-x[o]

w<-rep(0,n1)
for(k in 1:n1){
for(j in 1:m){
w[k]=w[k]+xi[100+40*(k-1)+j]
}
}
w<-w/m
b=0;
for(i in 1:n1){
if( abs(w[i])> 3*sqrt(M1[m-1,2]) ) b=b+1;
}

#power
pow[s,m]<-a/n1
newpow[s,m]<-b/n1

}
write.table(pow, file = "C:/pow.txt",col.names = F)
write.table(newpow, file = "C:/newpow.txt",col.names = F)
}

#####
##### 作 power 圖 #####
#####
for(a in 2:10){
bmp(file=paste("C:/pow_", a, ".jpeg", swp=""))
plot(pow[,1],pow[,a],xlab="shift",ylab="power",main=paste("m = ", a,
swp=""),col=2,lty=1,type="b")
lines(newpow[,1],newpow[,a],xlab="shift",col=4,lty=3,type="b")
legend(2.2,0.2+a*0.01,c("old","new"),col=c(2,4),lty=c(1,3))
dev.off()
}

```



附錄 D

模擬出 10^7 個值服從標準常態分配，給定 d 值，經過重排後計算樣本資料的變異數。

表 D-1 $m=3$ ，不同 d 值的變異數

d	S_3^2	d	S_3^2	d	S_3^2	d	S_3^2
0.01	0.333221	0.7	0.296983	1.5	0.314656	2.3	0.328713
0.05	0.329182	0.8	0.298402	1.6	0.317133	2.4	0.329312
0.1	0.323871	0.9	0.300243	1.7	0.319151	2.5	0.330083
0.2	0.316649	1.0	0.301188	1.8	0.321512	2.6	0.331016
0.3	0.310324	1.1	0.303803	1.9	0.323235	2.7	0.331485
0.4	0.305109	1.2	0.30701	2.0	0.325088	2.8	0.331787
0.5	0.299795	1.3	0.309418	2.1	0.326379	2.9	0.332253
0.6	0.298151	1.4	0.311769	2.2	0.327832	3.0	0.333054

備註： $m=3$ ， $d=0.7$ 時 $S_3^2=0.296983$ 為最小， $ratio = \frac{\frac{\sigma^2}{m} - S_m^2}{\frac{\sigma^2}{m}} = 0.1091$ 為最大值

表 D-2 $m=4$ ，不同 d 值的變異數

d	S_4^2	d	S_4^2	d	S_4^2	d	S_4^2
0.01	0.249174	0.7	0.22116	1.5	0.240001	2.3	0.247077
0.05	0.245113	0.8	0.224157	1.6	0.241417	2.4	0.247577
0.1	0.239839	0.9	0.226914	1.7	0.242717	2.5	0.248134
0.2	0.231453	1.0	0.229272	1.8	0.2437	2.6	0.248569
0.3	0.225913	1.1	0.231673	1.9	0.244426	2.7	0.248949
0.4	0.221396	1.2	0.234249	2.0	0.24537	2.8	0.249352
0.5	0.2188	1.3	0.236114	2.1	0.245949	2.9	0.249475
0.6	0.219622	1.4	0.238128	2.2	0.24651	3.0	0.249642

備註： $m=4$ ， $d=0.5$ 時 $S_4^2=0.2188$ 為最小， $ratio = \frac{\frac{\sigma^2}{m} - S_m^2}{\frac{\sigma^2}{m}} = 0.1248$ 為最大值

表 D-3 $m=5$ ，不同 d 值的變異數

d	S_5^2	d	S_5^2	d	S_5^2	d	S_5^2
0.01	0.198687	0.7	0.178261	1.5	0.193262	2.3	0.19826
0.05	0.194348	0.8	0.181468	1.6	0.1942	2.4	0.198492
0.1	0.188735	0.9	0.184338	1.7	0.194878	2.5	0.198896
0.2	0.181082	1.0	0.186213	1.8	0.195683	2.6	0.199257
0.3	0.17624	1.1	0.188145	1.9	0.196407	2.7	0.199391
0.4	0.173647	1.2	0.189823	2.0	0.197039	2.8	0.199637
0.5	0.173342	1.3	0.190894	2.1	0.197524	2.9	0.199668
0.6	0.175263	1.4	0.19197	2.2	0.197804	3.0	0.199802

備註：在 $m=5$ ， $d=0.5$ 時 $S_5^2=0.173342$ 為最小， $ratio = \frac{\frac{\sigma^2}{m} - S_m^2}{\frac{\sigma^2}{m}}$ 為最大值

表 D-4 $m=6$ ，不同 d 值的變異數

d	S_6^2	d	S_6^2	d	S_6^2	d	S_6^2
0.01	0.164812	0.7	0.150549	1.5	0.162265	2.3	0.165752
0.05	0.160781	0.8	0.153441	1.6	0.16287	2.4	0.166028
0.1	0.154809	0.9	0.155369	1.7	0.163509	2.5	0.166222
0.2	0.14799	1.0	0.156865	1.8	0.164033	2.6	0.16629
0.3	0.144058	1.1	0.158355	1.9	0.1644	2.7	0.166484
0.4	0.1436	1.2	0.159456	2.0	0.164911	2.8	0.166643
0.5	0.14503	1.3	0.160441	2.1	0.1651	2.9	0.166663
0.6	0.147668	1.4	0.161284	2.2	0.165496	3.0	0.16676

備註：在 $m=6$ ， $d=0.5$ 時 $S_6^2=0.143603$ 為最小， $ratio = \frac{\frac{\sigma^2}{m} - S_m^2}{\frac{\sigma^2}{m}}$ 為最大值

表 D-5 $m=7$ ，不同 d 值的變異數

d	S_7^2	d	S_7^2	d	S_7^2	d	S_7^2
0.01	0.141214	0.7	0.131024	1.5	0.139436	2.3	0.142121
0.05	0.13681	0.8	0.13311	1.6	0.139889	2.4	0.142362
0.1	0.131085	0.9	0.13464	1.7	0.140284	2.5	0.142547
0.2	0.124784	1.0	0.135731	1.8	0.140815	2.6	0.142646
0.3	0.122093	1.1	0.136871	1.9	0.141089	2.7	0.142821
0.4	0.12291	1.2	0.137796	2.0	0.141414	2.8	0.142876
0.5	0.125432	1.3	0.13829	2.1	0.141662	2.9	0.142908
0.6	0.128348	1.4	0.138854	2.2	0.14189	3.0	0.142947

備註：在 $m=7$ ， $d=0.5$ 時 $S_7^2=0.122093$ 為最小， $ratio = \frac{\frac{\sigma^2}{m} - S_m^2}{\frac{\sigma^2}{m}}$ 為最大值

表 D-6 $m=8$ ，不同 d 值的變異數

d	S_8^2	d	S_8^2	d	S_8^2	d	S_8^2
0.01	0.123183	0.7	0.116147	1.5	0.122603	2.3	0.1245
0.05	0.119282	0.8	0.11753	1.6	0.12292	2.4	0.124612
0.1	0.113564	0.9	0.118719	1.7	0.123194	2.5	0.12476
0.2	0.107584	1.0	0.119505	1.8	0.123569	2.6	0.124833
0.3	0.106356	1.1	0.120367	1.9	0.123855	2.7	0.124946
0.4	0.108528	1.2	0.121092	2.0	0.124067	2.8	0.125089
0.5	0.111152	1.3	0.121487	2.1	0.124242	2.9	0.125086
0.6	0.113902	1.4	0.12202	2.2	0.124389	3.0	0.125148

備註：在 $m=8$ ， $d=0.5$ 時 $S_8^2=0.106356$ 為最小， $ratio = \frac{\frac{\sigma^2}{m} - S_m^2}{\frac{\sigma^2}{m}}$ 為最大值

表 D-7 $m=9$ ，不同 d 值的變異數

d	S_9^2	d	S_9^2	d	S_9^2	d	S_9^2
0.01	0.109122	0.7	0.104057	1.5	0.109205	2.3	0.110553
0.05	0.105129	0.8	0.1051	1.6	0.10934	2.4	0.110627
0.1	0.099656	0.9	0.10613	1.7	0.109514	2.5	0.110743
0.2	0.094523	1.0	0.10666	1.8	0.109795	2.6	0.110822
0.3	0.094859	1.1	0.107338	1.9	0.110005	2.7	0.110914
0.4	0.097384	1.2	0.107982	2.0	0.110162	2.8	0.110942
0.5	0.10018	1.3	0.108358	2.1	0.110275	2.9	0.110972
0.6	0.102499	1.4	0.108749	2.2	0.110425	3.0	0.111028

備註：在 $m=9$ ， $d=0.5$ 時 $S_9^2=0.094523$ 為最小， $ratio = \frac{\frac{\sigma^2}{m} - S_m^2}{\frac{\sigma^2}{m}}$ 為最大值

表 D-8 $m=10$ ，不同 d 值的變異數

d	S_{10}^2	d	S_{10}^2	d	S_{10}^2	d	S_{10}^2
0.01	0.097984	0.7	0.094159	1.5	0.098268	2.3	0.099579
0.05	0.094067	0.8	0.095089	1.6	0.098476	2.4	0.099675
0.1	0.088678	0.9	0.09592	1.7	0.098665	2.5	0.099789
0.2	0.084534	1	0.096471	1.8	0.098907	2.6	0.099874
0.3	0.085745	1.1	0.097016	1.9	0.099044	2.7	0.099948
0.4	0.088568	1.2	0.09741	2	0.099179	2.8	0.099975
0.5	0.091008	1.3	0.097693	2.1	0.099237	2.9	0.099996
0.6	0.093026	1.4	0.09792	2.2	0.099413	3	0.100041

備註：在 $m=10$ ， $d=0.2$ 時 $S_{10}^2=0.084534$ 為最小， $ratio = \frac{\frac{\sigma^2}{m} - S_m^2}{\frac{\sigma^2}{m}}$ 為最大值

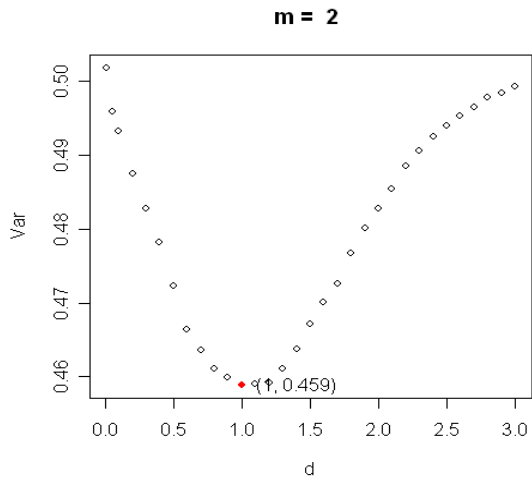


圖 D-1 $m = 2$ ，不同 d 值的變異數

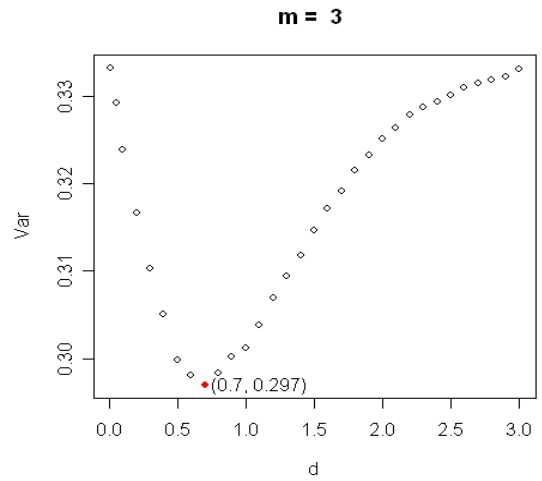


圖 D-2 $m = 3$ ，不同 d 值的變異數

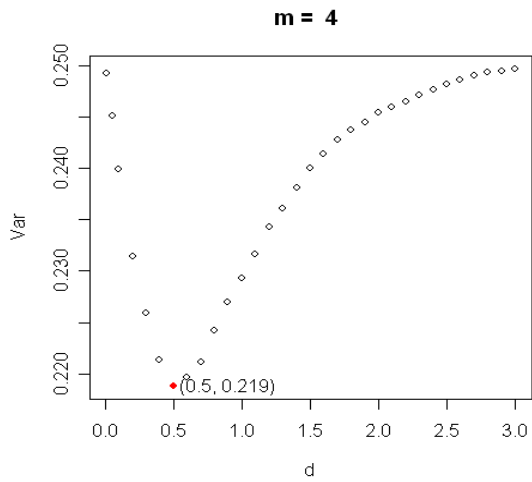


圖 D-3 $m = 4$ ，不同 d 值的變異數

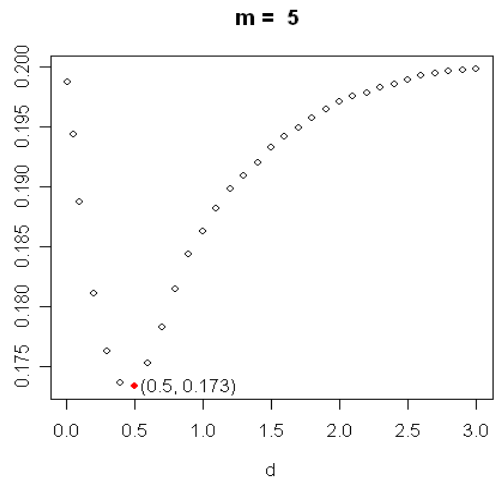


圖 D-4 $m = 5$ ，不同 d 值的變異數

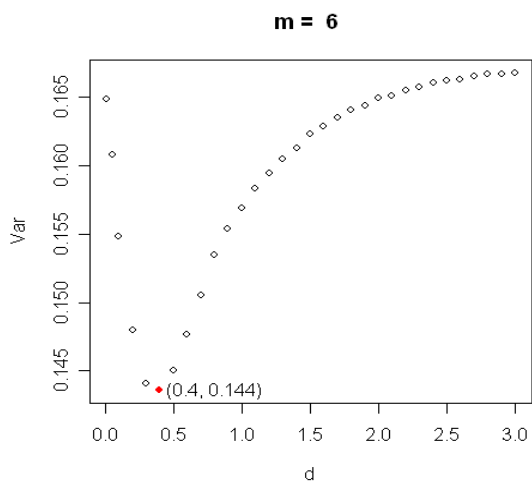


圖 D-5 $m = 6$ ，不同 d 值的變異數

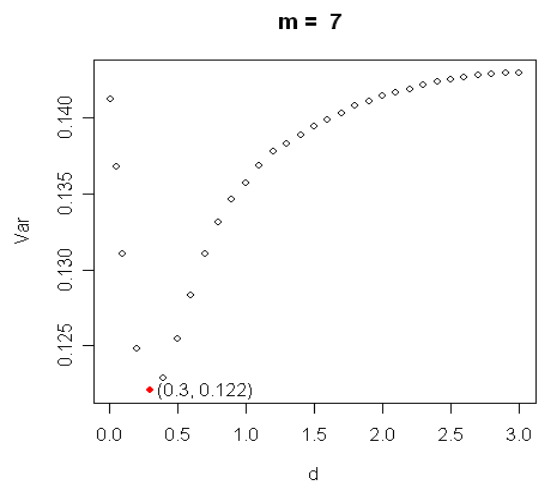


圖 D-6 $m = 7$ ，不同 d 值的變異數

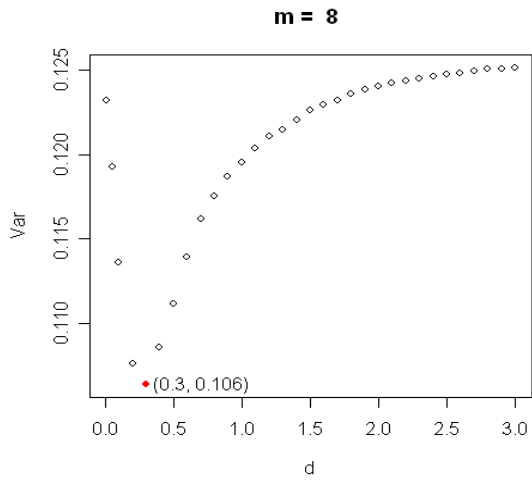


圖 D-7 $m=8$ ，不同 d 值的變異數

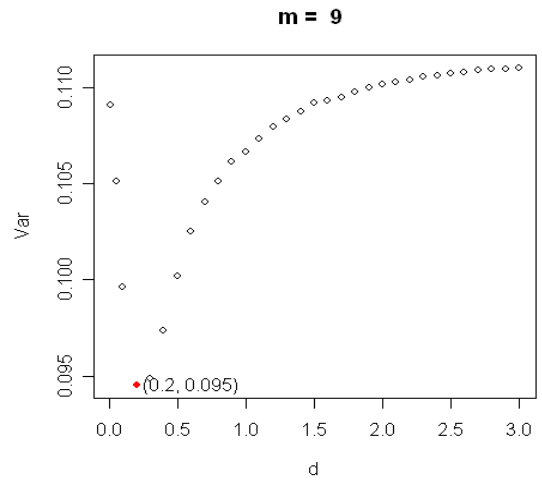


圖 D-8 $m=9$ ，不同 d 值的變異數

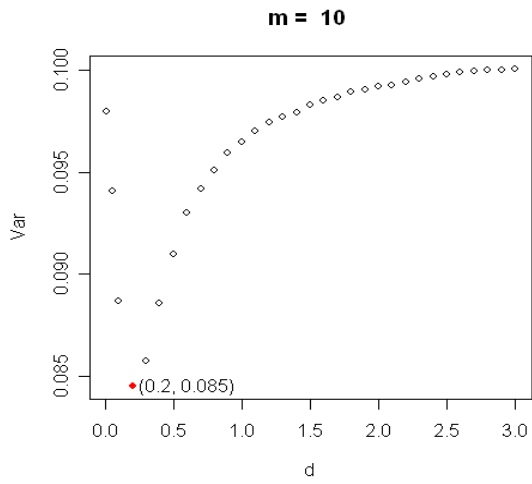


圖 D-9 $m=10$ ，不同 d 值的變異數



附錄 E

模擬多次後，相同的 m 下會有不同的 d^* 值，因為 d 為間隔差 0.1 的值。

表 E-1 不同 m 下，最佳的 d^* 值

m	d^*	$\frac{\sigma^2}{m}$	S_m^2	$ratio$
2	0.9	0.5	0.459243	0.081515
3	0.7	0.333333	0.295135	0.114596
4	0.5	0.25	0.217253	0.130989
5	0.5	0.2	0.171772	0.141139
6	0.4	0.166667	0.142592	0.144446
7	0.3	0.142857	0.121251	0.15124
8	0.3	0.125	0.105711	0.154313
9	0.3	0.111111	0.093982	0.154162
10	0.2	0.1	0.084037	0.159628

表 E-2 不同 m 下，最佳的 d^* 值

m	d^*	$\frac{\sigma^2}{m}$	S_m^2	$ratio$
2	1.0	0.5	0.459954	0.080092
3	0.7	0.333333	0.295766	0.112701
4	0.5	0.25	0.218316	0.126736
5	0.4	0.2	0.17333	0.13335
6	0.4	0.166667	0.142999	0.142004
7	0.3	0.142857	0.121672	0.148299
8	0.3	0.125	0.10616	0.150718
9	0.3	0.111111	0.094614	0.14847
10	0.2	0.1	0.084671	0.153293

附錄 F

製程平均值發生偏移，模擬 10^7 的值服從 $N(\delta,1)$ ，經過重排後計算 $1-\beta$ 和原本的 $1-\beta$ 的值。

表 F-1 $m=2$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別

δ	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5
power	0.004236	0.010884	0.026124	0.055317	0.108777	0.189466
new_power	0.004844	0.01164	0.029268	0.062917	0.122613	0.212799
δ	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0
power	0.2992	0.432457	0.572631	0.703812	0.813518	0.893751
new_power	0.335184	0.478454	0.623283	0.752997	0.854186	0.921723

表 F-2 $m=3$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別

δ	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5
power	0.0053	0.016268	0.044093	0.100869	0.201926	0.344968
new_power	0.00604	0.018172	0.052373	0.121897	0.239907	0.403725
δ	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0
power	0.512894	0.67884	0.814962	0.907967	0.960248	0.98574
new_power	0.584791	0.751265	0.87179	0.943703	0.979232	0.993956

表 F-3 $m=4$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別

δ	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5
power	0.00634	0.022564	0.066137	0.158462	0.308476	0.50077
newpower	0.006996	0.026096	0.082653	0.19463	0.374444	0.584911
δ	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0
power	0.690968	0.842882	0.933811	0.977504	0.993832	0.998684
newpower	0.771949	0.901315	0.965452	0.990068	0.998056	0.99968

表 F-4 $m = 5$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別

δ	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5
power	0.007484	0.029536	0.092301	0.222011	0.418793	0.639356
new_power	0.00852	0.03612	0.117857	0.277599	0.506394	0.729665
δ	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0
power	0.819174	0.929643	0.979396	0.995224	0.99926	0.999884
new_power	0.887679	0.96512	0.9919	0.9985	0.999852	0.999976

表 F-5 $m = 6$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別

δ	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5
power	0.008524	0.037152	0.121669	0.290635	0.52461	0.750417
newpower	0.009956	0.045645	0.154518	0.359408	0.620067	0.833298
δ	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0
power	0.900571	0.971316	0.99426	0.999028	0.999936	0.999996
newpower	0.948427	0.988776	0.998376	0.999776	0.999984	1

表 F-6 $m = 7$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別

δ	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5
power	0.00976	0.046221	0.154074	0.36148	0.621115	0.83347
newpower	0.011084	0.056685	0.195934	0.442765	0.717829	0.901775
δ	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0
power	0.948911	0.989108	0.998504	0.999796	0.999984	1
newpower	0.977284	0.99684	0.999692	0.999984	1	1

表 F-7 $m = 8$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別

shift	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5
power	0.011112	0.055793	0.18953	0.431401	0.703792	0.893055
newpower	0.012744	0.069221	0.241667	0.523442	0.797386	0.945243
shift	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0
power	0.974404	0.996148	0.999688	0.999988	0.999996	1
newpower	0.990652	0.999144	0.999944	1	1	1

表 F-8 $m = 9$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別

shift	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5
power	0.012332	0.066473	0.227043	0.499074	0.772725	0.933223
newpower	0.014672	0.083641	0.288023	0.600579	0.856646	0.969928
shift	1.75	2.0	2.25	2.5	2.75	3.0
power	0.988072	0.998616	0.999944	1	1	1
newpower	0.99648	0.99982	0.999984	1	1	1

表 F-9 $m = 10$ ，製程平均值偏移，原檢定力及新檢定力差別

shift	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5
power	0.013584	0.077965	0.264443	0.563687	0.82941	0.959368
newpower	0.01662	0.098953	0.337708	0.669688	0.903555	0.984664
shift	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3
power	0.99478	0.999504	0.999988	1	1	1
newpower	0.998804	0.99998	1	1	1	1

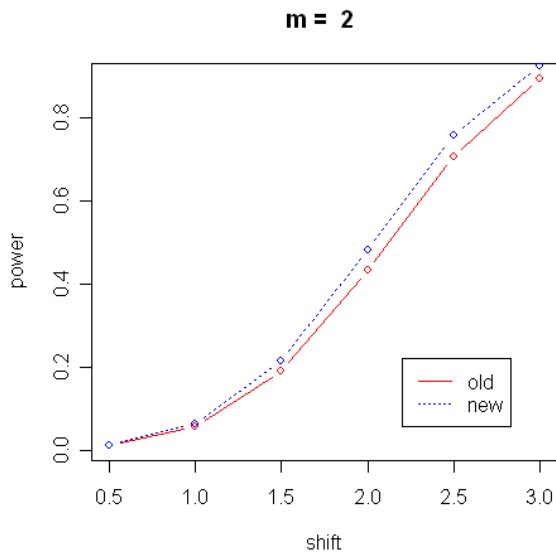


圖 F-1 $m = 2$ ，原檢定力及新檢定力差別

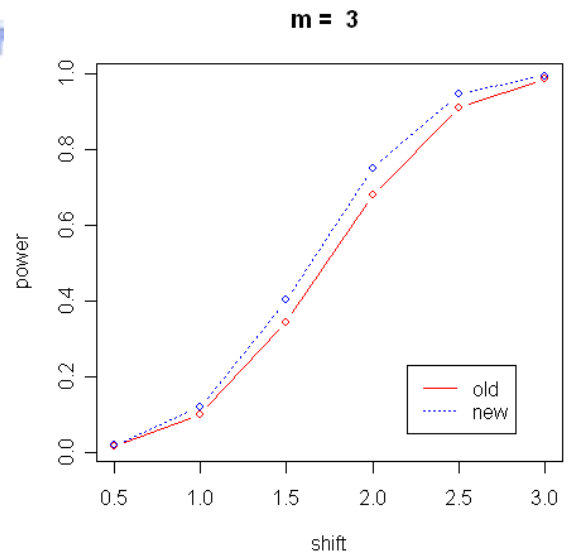


圖 F-2 $m = 3$ ，原檢定力及新檢定力差別

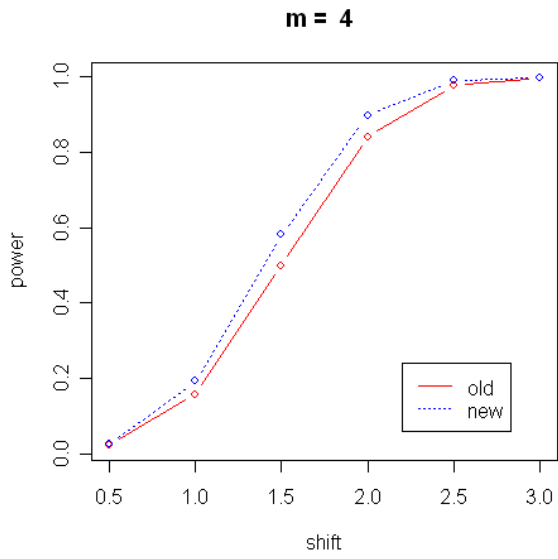


圖 F-3 $m = 4$ ，原檢定力及新檢定力差別

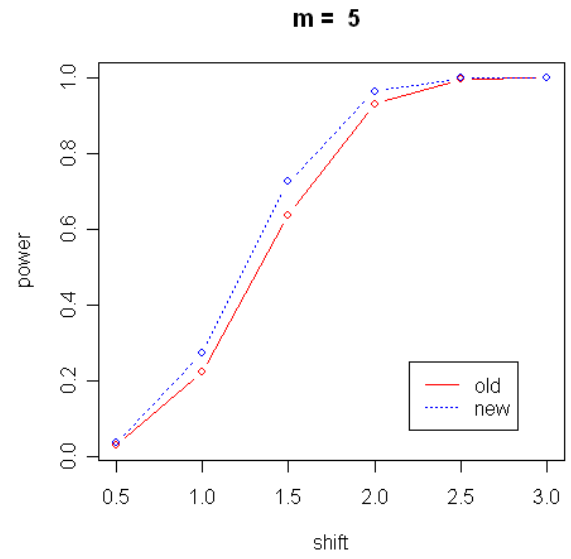


圖 F-4 $m = 5$ ，原檢定力及新檢定力差別

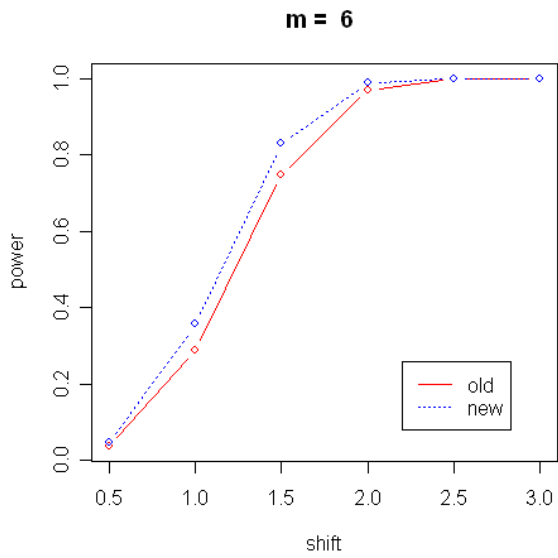
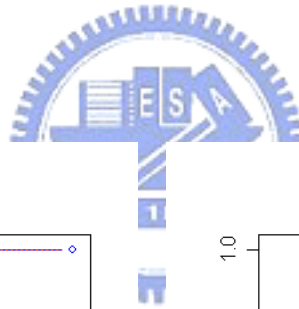


圖 F-5 $m = 6$ ，原檢定力及新檢定力差別

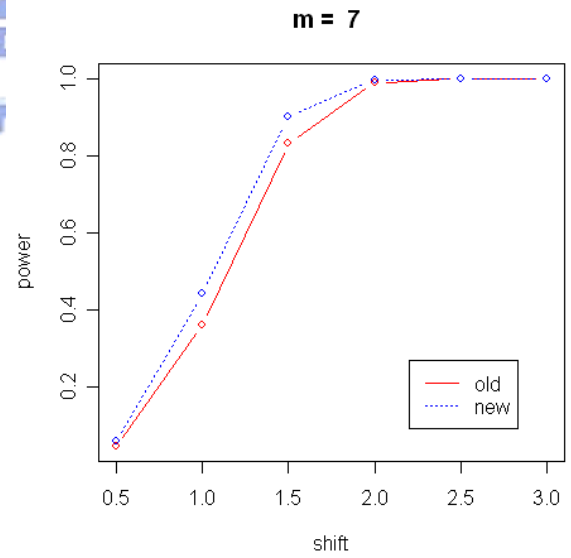


圖 F-6 $m = 7$ ，原檢定力及新檢定力差別

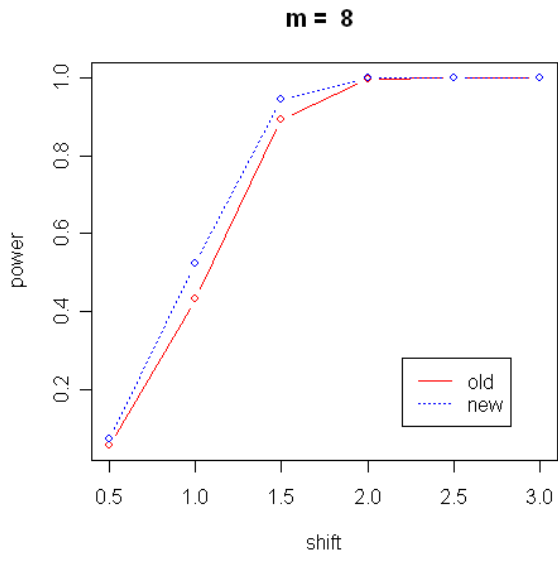


圖 F-7 $m=8$ ，原檢定力及新檢定力差別

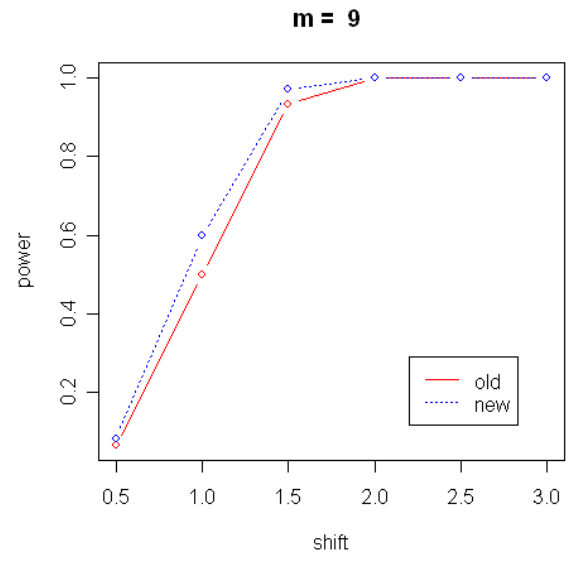


圖 F-8 $m=9$ ，原檢定力及新檢定力差別

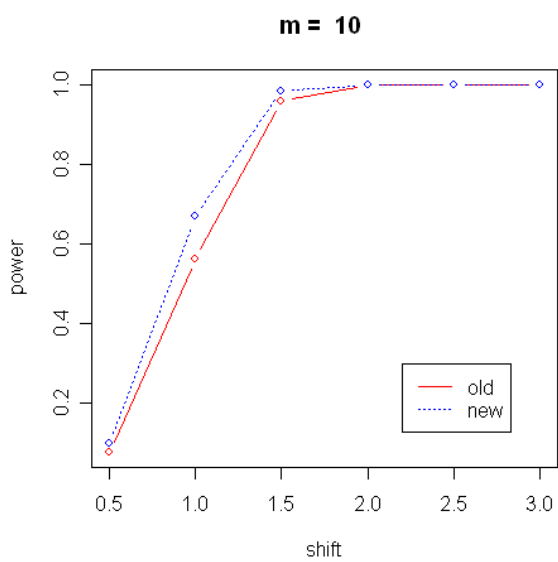


圖 F-9 $m=10$ ，原檢定力及新檢定力差別