

國立交通大學

物理研究所

碩士論文



二維氧化銦參雜錫之

非彈性電子散射時間及量子干涉傳輸現象之研究

**Inelastic electron scattering time and quantum-interference
transport in two-dimensional ITO films**

研究生：林伯聰

指導教授：林志忠 教授

中華民國九十七年七月

二維氧化銦參雜錫之

非彈性電子散射時間及量子干涉傳輸現象之研究

Inelastic electron scattering time and quantum-interference transport
in two-dimensional ITO films

研 究 生：林伯聰

Student : Bo-Tsung Lin

指 導 教 授：林志忠

Advisor : Juhn-Jong Lin

國 立 交 通 大 學

物 理 研 究 所



Submitted to Institute of physics

College of Science

National Chiao Tung University

in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of

Master

in

Physics

July 2008

Hsinchu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年七月

二維氧化銦參雜錫之 非彈性電子散射時間及量子干涉傳輸現象之研究

姓名：林伯聰

指導教授：林志忠 教授

國立交通大學物理所碩士班

摘要

凝態物理在近來物理界相當蓬勃發展，其中電子在材料的傳輸特性，對於科學科技上都有重大的應用與發展。本文藉由量測與分析電子傳輸所造成的電阻與磁電阻，來進一步瞭解二維氧化銦參雜錫之非彈性電子散射時間及量子干涉傳輸現象。進一步想要瞭解無序程度在電子傳輸中所扮演的角色！

我們利用已製造好的 15nm ITO 薄膜，以退火的技術製造出一系列無序程度的樣品。並藉由氦三、氦四致冷器，來進行有無外加磁場的電阻隨溫度變化量測，以及磁電阻量測。我們發現 15nm ITO 薄膜在高溫部分可用無序程度修正下的 Bloch-Grüneisen model 來描述，而低溫部分可用二維電子-電子交互作用與二維弱局域效應的模型來描述。且由磁電阻的分析發現，隨著無序程度的指標變大，二維電子電子交互作用也出現了從無序到有序的關係改變。確定無序程度在電子傳輸的行為上，扮演著一定的角色與地位！

Inelastic electron scattering time and quantum-interference transport in two-dimensional ITO films

Student : Bo-Tsung Lin

Advisor : prof. Juhn-Jong Lin

**Institute of physics
National Chiao Tung University**

ABSTRACT

The condensed matter physics is very active in modern physics. Especially, the transport of electron affects some important advances and applications in material science. We measure and analyze the $R(T)$ and the MR which cause by the transport of electron to study the inelastic electron scattering time and quantum-interference transport in two-dimensional ITO films. And we try to research the relation between disorder and transport of electron.

We make a series of disorder 15nm ITO films by annealing, then we measure the $R(T)$ in the magnetic field, the $R(T)$ in the zero magnetic field and MR by He_3 cryostats and He_4 cryostats. We find that we can use the similar Bloch-Grüneisen form in disorder system to describe our $R(T)$ data in high temperature. As well as we can use 2D electron-electron interaction and 2D weak localization model to describe our $R(T)$ data in low temperature. By the analysis the MR we find that $k_F l$ represent the parameter of disorder has relation with in different disorder of 2D electron-electron interaction. So we can make sure that the disorder has important relation with the transport of electron.

致謝

一眨眼，兩年的學生時光就過了！當初從實習教職回來當學生，心態、思想、智力上做了一番學習、調整與回復。這兩年，我碰了自己想碰的東西，收穫我自己知。

感謝林志忠老師，讓我可以進入低溫實驗的領域，並進而接觸到如此豐厚的實驗資源。

感謝黃旭明的大力傾囊相授。不論是實驗上的實驗技術、數據上的分析直覺，以及理論上的基礎教導。假若沒有他，我自己一個人無法快速進入狀況，且再度回歸思考物理這條路，謝謝！感謝邱邵斌的辛苦教學。教導我在碩一時該有的重要基本功：實驗技術與基礎理論。以及陪我熬夜做實驗的辛苦，夜裡的輕鬆聊天，總是可以讓人忘卻樣品被囚固的痛苦。感謝孫羽澄的氦三熬夜教學。讓原本青春洋溢的大娘，差點變成昏迷小媽。偶而大家一起運動或休閒的日子，更是讓大家擁有從新復活的勇氣。感謝林永翰的一開始指導。扮演大家長的他，除了有不同的角色責任外，也讓我對低溫實驗有個大致通盤瞭解印象。感謝葉勝玄的理論分享。讓我對於物理模型與分析上有更清楚的瞭解，且看他講物理，其實自己也會很開心。感謝小洪學長的熬夜儀器教學、跟品頁學姐的認真理論分享。

感謝王詩雯的打氣陪伴，讓我快速度過難過與恢復精神！碩二的實驗生活，也因為你的存在而讓它是甘苦與甜美的，你的元氣動力更讓我再次看到正向的眼界！感謝王兆圻的一路相挺。讓剛來交大不熟悉的我，得到許多友善的協助，且一起從小碩一的常務特工，到變成碩二的駐實驗室代表，許多甘苦一起度過。感謝你們！

感謝實驗室的學弟們，水果大王陳奕甫、媽媽殺手王大衛、超級 KUSO 連安劭與正妹殺手黃詠隆對於實驗室常務的分擔解勞，讓要畢業的大家，可以放心前進外，也添加了許多實驗室的歡樂！

謝謝口試委員：林志忠老師、孟心飛老師、吳至原老師、鐘元良老師。

最後要感謝老爸、老媽、瑞心、欣蓉的支持，讓我這個哥哥，有個偶而休息的地方外，你們的支持更是我重要的寶藏！感謝夜光獸、獎盃杯、捶子、莊邦邦、顏銘裕、藍莉涵、劉婉芸、林依臻.....等等好友的支持鼓勵，讓我可以回復開心的元氣！

感謝所有友善幫助過我的人，謝謝你們！

目 錄

	頁次
中文摘要	i
英文摘要	ii
誌謝	iii
目錄	iv
表目錄	vii
圖目錄	viii
一、 緒論	1
二、 基本理論	2
2-1 理想晶格時電阻與隨溫度的關係	2
2-2 理想晶格在外加部分雜質時的電阻隨溫度關係	3
2-3 物質波動性與粒子性的相對強度 k_{Fl}	4
2-4 弱局域效應	5
2-4-1 擴散運動	5
2-4-2 量子力學的機率觀點	6
2-4-3 時間反演對稱性	7
2-4-4 同調長度 L_c (coherent length)	9
2-4-5 弱局域效應對電導的修正	10
2-4-6 弱局域效應的維度決定	12
2-5 散射率的物理意義	12
2-6 相位破壞的事件	12
2-6-1 電子與聲子的非彈性碰撞	13
2-6-1a 電子與聲子非彈性碰撞的物理機制	13
2-6-1b 電子與聲子非彈性碰撞的散射率	14
2-6-1c 電子與聲子非彈性碰撞對電阻的修正	15
2-6-2 電子電子交互作用	16
2-6-2a 電子自旋的影響	16
2-6-2b 電子電子交互作用的物理機制	17
2-6-2b(1) 粒子-空穴通道 (Diffusion channel)	17
2-6-2b(2) 粒子-粒子通道 (Cooper channel)	18
2-6-2c 電子電子交互作用的散射率	19
2-6-2d 電子電子交互作用的電導修正	20
2-6-2e 電子電子交互作用的有效維度判斷	20
2-6-3 自旋軌道交互作用	21
2-6-3a 自旋軌道交互作用的散射率	21
2-6-3b 自旋軌道交互作用對電導的修正	21

2-6-4	自旋自旋交互作用	22
2-6-4a	自旋自旋交互作用的散射率	22
2-6-5	外加磁場對弱局域效應相位破壞的影響	23
2-6-5a	Aharonov-Bohm experiment	23
2-6-5b	二維磁電阻修正公式	25
三、	實驗方法	26
3-1	樣品介紹	26
3-2	高溫爐	26
3-2-1	退火機制	27
3-2-2	ITO進行退火時的變數設定	28
3-3	精密低溫量測 AC 鎖相電流的四點量測	29
3-3-1	兩點量測	29
3-3-2	四點量測	30
3-3-3	利用交流電技術 消除 DC thermoelectric EMF	31
3-3-4	磁場對量測上的影響	32
3-3-5	強森雜訊 (Johnson noise)	33
3-4	溫度計 thermometer	34
3-5	致冷器	37
3-5-1	CRYO (⁴ He Cryostats)	37
3-5-1a	主要藉由傳導的方式達到降溫	37
3-5-1b	主要藉由對流的方式來進行 80K~1.2K 的控溫	37
3-5-2	³ He Cryostats	38
3-5-1a	³ He Cryostats 降溫方式	38
3-5-1b	³ He Cryostats 超導磁鐵	41
四、	實驗結果與分析	42
4-1	原始實驗數據	42
4-1-1	R(T) 原始實驗數據	42
4-1-2	樣品基本資訊表	44
4-1-3	外加 4T 垂直磁場時的原始 R(T)	46
4-1-4	磁電阻 MR 的實驗數據	50
4-2	實驗數據分析	53
4-2-1	未加磁場 R(T) 高溫分析：無序系統中的 Bloch-Grüneisen model	54
4-2-2	未加磁場 R(T) 的低溫分析：2D EE + 2D WL 與 外加 4T 垂直磁場 R(T) 的低溫分析：2D EE	58
4-2-2a	電子電子交互作用的定量上維度判別	62
4-2-3	磁電阻 MR 的分析	63
4-2-3a	弱局域效應的定量上維度確定	70
4-2-3b	R _{WL} theory v. s. R _(H=0) -R _(H=4T)	71

4-2-3c	如何確定量測到的磁電阻 MR 是正確的？	75
4-2-3d	非彈性散射時間 τ_{ϕ} 與溫度 T 的關係	76
4-2-3e	說明為何電子聲子交互作用可略	77
4-2-3f	說明為何自旋軌道交互作用可略	78
4-2-3g	說明為何自旋自旋交互作用可略	78
4-2-3h	電子電子交互作用介於 clean system ~ dirty system 之間	79
4-2-3i	k_{F1} v. s. τ_{ϕ} 與 $\log T$ 關係圖中的斜率	80
4-2-3j	$L_{\text{elastic}} < L_{\phi} < L_{\text{e-e Landau}}$	81
五、	結論	82
參考文獻		83
附錄		85
A	15nm ITO	85
A-1	15nm ITO 的 ρ_r 與 β_{BG} 關係	85
A-2	15nm ITO 的 thermopower	86
B	250nm ITO	87
B-1	250nm ITO R(T)	87
B-2	250nm ITO MR	91
B-3	250nm ITO thermopower	92
C	金屬與半導體的電阻隨溫度關係比較	93



表 目 錄

	頁次
表 2-1 在 k_F 各種情況下，電子的物理行為	5
表 2-2 兩顆電子的自旋排列組合。	16
表 3-1 為退火變數設定	28
表 3-2 退火時各樣品的變數設定	28
表 3-3 各種溫度計特性表	34
表 3-4 本實驗室中各類低溫致冷儀所搭配的溫度計	35
表 4-1 樣品電阻資訊	44
表 4-2 E_F 資訊表	44
表 4-3 各樣品平均彈性散射時間， $k_F l$ ， l_{e-e} interaction……等物理參數表	46
表 4-4 Fit 無序系統中的 Bloch-Grüneisen mode 參數表	57
表 4-5 Fit 2D EE&WL 參數表	62
表 4-6 l_{e-e} interaction 與樣品厚度 t 的比較	62
表 4-7 樣品 n_1 在各溫度下擬合磁電阻所得的物理參數。	64
表 4-8 樣品 n_2 在各溫度下擬合磁電阻所得的物理參數。	65
表 4-9 樣品 n_6 在各溫度下擬合磁電阻所得的物理參數。	67
表 4-10 樣品 2_3 在各溫度下擬合磁電阻所得的物理參數。	68
表 4-11 樣品 3_1 在各溫度下擬合磁電阻所得的物理參數。	69
表 4-12 樣品 5_1 在各溫度下擬合磁電阻所得的物理參數。	70
表 4-13 外加電場時電子所獲得的能量 eEL_{e-D} 與環境熱能 $K_B T$ 的比較	75
表 4-14 $1/\tau_{e-D}$ 與 $1/\tau_\phi$ 比較表	77
表 4-15 $L_{elastic}$ 、 L_ϕ 與 L_{e-e} Landau 的關係表	81
表 B-1 擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 參數表	87
表 B-2 $\log T$ 斜率 b 與 ρ_0 的關係圖	89
表 B-3 根號 T 斜率 a_1 與 a_2 和 ρ_0 的參數表	90

圖 3-12	Cernox 溫度計的溫度與敏感度關係圖	36
圖 3-13	氦三氦四的溫度與壓力相圖關係	38
圖 3-14	氦三冷凝裝置說明圖	39
圖 3-15	氦三致冷器裝置圖	40
圖 3-16	氦三樣品座裝置圖	40
圖 3-17	氦三超導磁鐵說明圖	41
圖 4-1	ITO 薄膜其電阻與溫度的關係圖	42
圖 4-2	ITO 薄膜其電阻與根號 T 的關係圖	43
圖 4-3	ITO 薄膜其電阻與 logT 的關係圖	43
圖 4-4	有無外加 4T 垂直磁場下，樣品 n_1 的 R(T) 圖	47
圖 4-5	有無外加 4T 垂直磁場下，樣品 n_2 的 R(T) 圖	47
圖 4-6	有無外加 4T 垂直磁場下，樣品 n_6 的 R(T) 圖	48
圖 4-7	有無外加 4T 垂直磁場下，樣品 2_3 的 R(T) 圖	48
圖 4-8	有無外加 4T 垂直磁場下，樣品 3_1 的 R(T) 圖	49
圖 4-9	有無外加 4T 垂直磁場下，樣品 5_1 的 R(T) 圖	49
圖 4-10	樣品 n_1 在各溫度下的磁電阻	50
圖 4-11	樣品 n_2 在各溫度下的磁電阻	51
圖 4-12	樣品 n_6 在各溫度下的磁電阻	51
圖 4-13	樣品 2_3 在各溫度下的磁電阻	52
圖 4-14	樣品 3_1 在各溫度下的磁電阻	52
圖 4-15	樣品 5_1 在各溫度下的磁電阻	53
圖 4-16	樣品 n_1 在高溫區擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 結果。	54
圖 4-17	樣品 n_2 在高溫區擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 結果。	55
圖 4-18	樣品 n_6 在高溫區擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 結果。	55
圖 4-19	樣品 2_3 在高溫區擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 結果。	56
圖 4-20	樣品 3_1 在高溫區擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 結果。	56
圖 4-21	樣品 5_1 在高溫區擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 結果。	57
圖 4-22	樣品 n_1 擬合電子電子交互作用與電子電子交互作用+弱局域效應結果。	59
圖 4-23	樣品 n_2 擬合電子電子交互作用與電子電子交互作用+弱局域效應結果。	59
圖 4-24	樣品 n_6 擬合電子電子交互作用與電子電子交互作用+弱局域效應結果。	60
圖 4-25	樣品 2_3 擬合電子電子交互作用與電子電子交互作用+弱局域效應結果。	60
圖 4-26	樣品 3_1 擬合電子電子交互作用與電子電子交互作用+弱局域效應結果。	61
圖 4-27	樣品 5_1 擬合電子電子交互作用與電子電子交互作用+弱局域效應結果。	61
圖 4-28	樣品 n_1 在各溫度下擬合磁電阻的結果。	63
圖 4-29	樣品 n_2 在各溫度下擬合磁電阻的結果。	65
圖 4-30	樣品 n_6 在各溫度下擬合磁電阻的結果。	66
圖 4-31	樣品 2_3 在各溫度下擬合磁電阻的結果。	67
圖 4-32	樣品 3_1 在各溫度下擬合磁電阻的結果。	68

圖 4-33	樣品 5_1 在各溫度下擬合磁電阻的結果。	69
圖 4-34	二維弱局域效應在樣品空間中的說明圖	70
圖 4-35	為樣品 n_1 的 $R_{WL \text{ theory}}$ 與 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 比較圖	71
圖 4-36	為樣品 n_2 的 $R_{WL \text{ theory}}$ 與 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 比較圖	72
圖 4-37	為樣品 n_3 的 $R_{WL \text{ theory}}$ 與 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 比較圖	72
圖 4-38	為樣品 2_3 的 $R_{WL \text{ theory}}$ 與 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 比較圖	73
圖 4-39	為樣品 3_1 的 $R_{WL \text{ theory}}$ 與 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 比較圖	73
圖 4-40	為樣品 5_1 的 $R_{WL \text{ theory}}$ 與 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 比較圖	74
圖 4-41	所有樣品的 τ_{ϕ} 與 $\log T$ 關係圖	76
圖 4-42	τ_{ϕ} 與 $\log T$ 關係圖中，線性區的斜率有一變化分佈。	79
圖 4-43	k_{F1} 對 τ_{ϕ} 和 $\log T$ 關係圖中的斜率關係圖。	80
圖 A-1	15nm ITO 的 ρ_r 與 β_{BG} 關係	85
圖 A-2	15nm ITO 的 thermopower	86
圖 B-1	250nm ITO 的 $R(T)$	87
圖 B-2	250nm ITO β_{BG} 與 ρ_0 的關係圖	88
圖 B-3	250nm ITO 有 $\log T$ 線性區的存在	88
圖 B-4	$\log T$ 的斜率 b 與 ρ_0 關係圖	89
圖 B-5	250nm ITO 有兩個根號 T 線性區的存在	90
圖 B-6	根號 T 的斜率 a2 與 ρ_0 關係圖	91
圖 B-7	#15_1MR	91
圖 B-8	#15_3MR	92
圖 B-9	250nm ITO 的 thermopower	92
圖 C-1	純 Al 的電阻隨溫度關係圖	93
圖 C-2	ZnO 的電阻率隨溫度關係圖	93

一、 緒論

最早期解釋電子在金屬中行為的模型：自由電子氣模型，是將電子視為一顆一顆的剛體粒子。而波茲曼利用古典統計的方式，也將電子視為一顆一顆的剛體粒子外，並進一步計算出電阻率隨溫度的關係。但以上的模型都只有考慮物質的粒子性。

隨著量子力學的發展，人們不可忽視在微小系統或低溫系統中，波動性對物質行為的影響，也因此引發出許多美麗而有趣的物理。例如：在自由電子氣模型上加以應用費米狄拉克統計，由於考慮了電子的波動性，於是完美理想晶格變成週期性位能，電子便以延展態的 Bloch wave 來描述，且可進一步來描述電阻與溫度的關係。

科學家們發現，除了同時顯現波動性與粒子性外，處於弱無序環境的電子，還會有弱局域效應與電子電子交互作用發生，且可藉由一個強大的分析方法—磁電阻的量測與分析，得到在物理界一個重要的數值—非彈性碰撞的散射率。進而分析與預測各式各樣的非彈性散射事件！這在凝態物理中是一個重要的課題！

本文架構如下：

第一章 緒論

簡介電子有波動性與粒子性的特性，並進一步指出當同時顯現波動性與粒子性時，會有弱局域效應與電子電子交互作用的發生，且可藉由磁電阻的量測分析出非彈性散射時間。

第二章 基本理論

簡介弱局域效應、電子聲子非彈性碰撞、電子電子交互作用、自旋軌道交互作用、自旋自旋交互作用、還有如何藉由磁電阻的分析來得到總非彈性散射時間。

第三章 實驗方法

簡介低溫小訊號精密量測、退火的技術、溫度計、致冷器與超導磁鐵的作用原理與使用說明。

第四章 實驗結果與分析

有無外加磁場的 $R(T)$ 實驗結果還有磁電阻的呈現，可分別由 Al'tshler 所提出類似 Bloch-Grüneisen model、二維弱局域效應、二維電子電子交互作用來說明。並由非彈性散射事件分析，指出我們不同的樣品對於二維電子電子交互作用而言，是處於無序到有序的系統之間。

第五章 結論

對整份論文作一個總結。

二、基本理論

在本章我們會先討論：利用古典粒子性時，其理想晶格與含有部分雜質的晶格兩種情況中，其電阻隨溫度的變化有何差異外。並進一步定性上討論，波動力學性與古典粒子性共同存在的物理情況，且如何定量上判別該系統是屬於何種物理環境？並接著討論在同時出現波動性與粒子性的物理環境時，會有哪些有趣的物理機制發生？且如何藉由外在改變破壞該物理機制的發生？另一部份會由於破壞上述物理機制，而引出討論各種非彈性碰撞發生的可能性，且會對各種非彈性碰撞描述其物理模型外，還會描述各物理機制下的非彈性散射時間與溫度關係、電導修正……等各種關係。

2-1 理想晶格時電阻隨溫度的關係

最簡單的電子在固體中行為模型-自由電子氣模型(free electron gas model)[1]。是將電子所處的靜電位勢視為均勻分佈，也由於靜電位勢均勻分佈故視此系統為完美晶格系統，於是電子如同古典氣體般侷限在一定空間中行動。我們知道在某時間內古典粒子統計必須符合波茲曼分佈 $f_{(r,p,t)}$ [2]。其中 $n_i = f_{(p_i, r_i, t)} \Delta p_i \Delta r_i$ ， n_i 為發生事件的次數(occupation number)。

我們知道根據波茲曼統計，在某時間內電子間沒有發生任何碰撞，則電子分佈函數隨時間的變化量為零，即 $\frac{df_{(r,p,t)}}{dt} = 0$ 。但在自由電子氣模型中電子是會發生碰撞事件的。故電子的分佈函數隨時間的變化量不為零，即 $\frac{df_{(r,p,t)}}{dt} \neq 0$ 。此時波茲曼作了一項假設近似：

$\frac{d(f - f_0)}{dt} = -\frac{f - f_{0(r_0, p_0, t_0)}}{\tau}$ ，分佈函數隨時間的微分等於分佈函數的變化量除以平均時間。我們知道 $\frac{d(f - f_0)}{dt} = \frac{\partial f}{\partial r} \frac{dr}{dt} + \frac{\partial f}{\partial p} \frac{dp}{dt} + \frac{\partial f}{\partial t}$ ，當我們假設波茲曼分佈是線性函數時則

$f_{(r,p,t)} = f_{0(r_0, p_0, t_0)} + f_1(r_1, p_1, t_1)$ ，其中 $f_{0(r_0, p_0, t_0)}$ 是常數，代入上式得

$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial r} \frac{dr}{dt} + \frac{\partial f}{\partial p} \frac{dp}{dt} = \frac{\partial f_1}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial f_1}{\partial r} + F \cdot \frac{\partial f_1}{\partial p}$ 。當我們假設 f_1 很小時，表示第一階修正很小，則

$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\partial(f_0 + f_1)}{\partial p} \approx \frac{\partial f_0}{\partial p} = \frac{df_0}{dp} = \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \frac{d\epsilon}{dp} = \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \cdot v$ ，在考慮穩定態的情況下，由上試出發可以推

得電阻率為

$$\rho = \frac{m^*}{ne^2\tau} \quad (2.1)$$

其中 m^* 是有效電子質量， τ 是電子發生兩次碰撞之間的平均時間， $n = \frac{N}{V}$ 是電子密度， e 是電子所帶電荷量。

2-2 理想晶格在外加部分雜質時的電阻隨溫度關係

不過 ρ 是統計電子的總效應表現，裡頭包含電子在固體運動的各種資訊。當我們假設較複雜一點的情況，電子在週期性晶格中運動，且有一些雜質、錯位的情形發生，也因此一般金屬系統為上述系統，且為非完美晶格。所以在電阻率的表現上[1]

$$\rho = \frac{m^*}{ne^2\tau} = \frac{m^*}{ne^2\tau_i} + \frac{m^*}{ne^2\tau_{ep}} \quad (2.2)$$

$\frac{m^*}{ne^2\tau_{ep}}$ 是電子在週期性晶格中遇到聲子所造成的電阻貢獻[3]， $\frac{1}{\tau_{ep}}$ 為電子聲子散射率，

通常在高溫時有 $\frac{m^*}{ne^2\tau_{ep}} = AT$ 的行為，當從高溫往低溫時，在某溫區內會有 $\frac{m^*}{ne^2\tau_{ep}} = BT^5$ 的

行為出現，故我們知道電子與聲子的碰撞行為與溫度相關。而 $\frac{m^*}{ne^2\tau_i} = const$ 是電子與雜質或離子錯位散射所造成，且不隨溫度改變。故我們現在所考慮的系統可用下圖來表示。

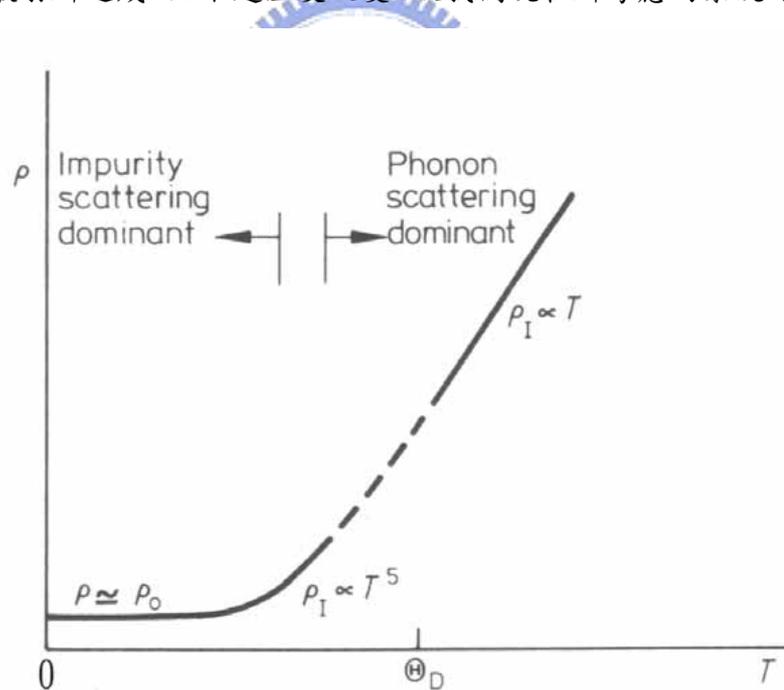


圖 2-1 為一般非完美晶格的金屬系統中，電阻與溫度的關係圖

但在上述物理情況中，我們未考慮到電子波動性與晶格缺陷所造成的影響，且在低溫時隨著維度皆有不同量子修正。以下會先說明 $k_F l$ 值的意義，再藉由 $k_F l$ 來說明，如何的物理環境會產生令人感興趣的弱局域效應與電子電子交互作用。

2-3 物質波動性與粒子性的相對強度 $k_F l$

我們知道用傳統波茲曼理論來證明自由電子氣模型時，是視電子為一顆一顆的古典剛體粒子且由於有部分雜質，使得電阻有 $\rho = \frac{m^*}{ne^2\tau} = \frac{m^*}{ne^2\tau_i} + \frac{m^*}{ne^2\tau_{ep}}$ 特性。但電子有波動性，勢必不能只用古典粒子的統計模型來描述電子行為，也因此判定電子該用波動性或粒子性來描述是件重要的事情。

所以我們必須瞭解如何定量判定波動性與粒子性的相對強弱- $k_F l$ ！

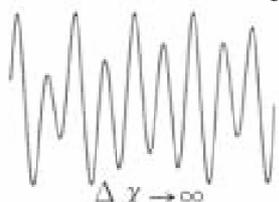
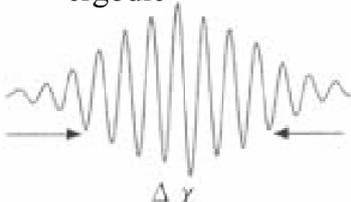
我們知道 $k_F = \frac{2\pi}{\lambda_F}$ ， k_F 可從 $\frac{(\hbar k_F)^2}{2m^*} = E_F$ 得到，所以 k_F 所呈現的是什麼？ k_F 值越小

代表波長越長，也就 k_F 越小代表電子的波動性越強越明顯，其單位維度為 1/長度；同樣的道理 l (or l_{elastic}) 所代表的是電子彈性碰撞的平均自由路徑，且推導此物理的模型中是將電子視為一顆一顆的古典剛體粒子，也就是自由電子氣模型。故 l 越大代表物質的粒子性越強，其單位維度為長度。所以我們發現 $k_F l$ 的單位維度是為 0，且可藉由定量討論 $k_F l$ 的值，來看此物質此時所呈現的是粒子性明顯或波動性明顯！當 $k_F l$ 值越大代表粒子性越強，當 $k_F l$ 值越小代表波動性越強。

所以我們來作三個簡單的劃分 $k_F l = \infty$ 、 $k_F l \gg 1$ or $k_F l \approx 1$ 與 $k_F l \ll 1$ ，所分別代表的是粒子性明顯、介於波動與粒子性之間，與波動性明顯的情況。

就波動性與粒子性的特點來看。電子的粒子性較強時，其傳輸方式是以彈道式傳輸為主，或說該電子波是在延展態的狀況下行動，這些情況在完美晶格或 $k_F l = \infty$ 時容易發生；而當波動性效應強烈明顯時，波會發生強烈的干涉行為，無論是電子自己本身發出的波相互干涉(類似光波的雙狹縫干涉)或不同顆電子間的波相互干涉。我們知道此時波會呈現強烈的局域態[4]，這在絕緣體或 $k_F l \ll 1$ 中容易發生。

表 2-1 在 $k_F l$ 各種情況下，電子的物理行為

材料性質：	良導體	導體	絕緣體
晶格排列：	完美晶格	弱無序	強無序
傳輸方式：	彈道式 延展態	擴散式 弱局域態	波動式 局域態
$k_F l$ ：	$k_F l = \infty$	$k_F l \geq 1$ or $k_F l \gg 1$	$k_F l \ll 1$
	ballistic	diffusive	ergodic
			

當波性與粒子性同時出現在電子行為時 ($k_F l \geq 1$ or $k_F l \gg 1$)，此時電子為擴散式運動，且波性與粒子性會相互競爭下會讓電子介於延展態與局域態之間，故又稱弱局域以表明有微弱的局域態行為。由這樣的物理環境所引發的物理有弱局域效應與電子電子相互作用等物理[5][6][7][8]，這也是我們所主要討論的主題。



2-4 弱局域效應

我們先逐步介紹，擴散運動、粒子力學觀點的計算、時間反演對稱性與同調性長度等物理觀念後，再藉由電子波函數的自我干涉，來推導出弱局域效應在電導上的修正，並做簡單的回顧總結，最後再討論何哪些情況會破壞弱局域效應的發生。

2-4-1 擴散運動

當 $k_F l \geq 1$ or $k_F l \gg 1$ 時，電子所進行的運動是擴散運動，如同愛因斯坦的布朗運動 (Brownian motion) 又稱 Wiener 過程。因此根據布朗運動會有 $r^2 = D\tau$ 的關係。純粹的布朗運動每次碰撞是彈性碰撞，故碰撞前後粒子的能量沒有改變 $E = E'$ 。E 為電子碰撞前的能量，E' 為電子碰撞後的能量。由於能量沒有改變，根據量子力學用來描述波函數的寫法，我們可說此粒子的波函數在碰撞前後是同調性的。

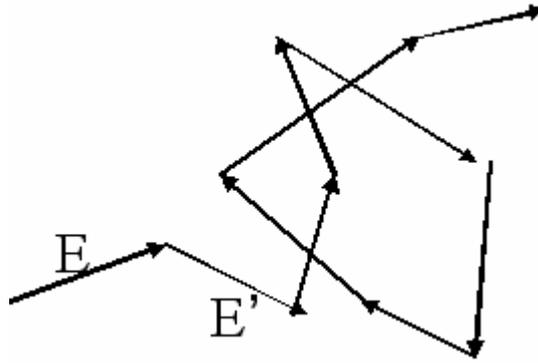


圖 2-2 在布朗運動中，平均而言電子在碰撞前後能量不變，因此維持同調性。

當電子在 $k_F l \geq 1$ or $k_F l \gg 1$ 中處於擴散運動，且碰撞前後能量不變的物理環境下，此系統的電阻會有怎樣的物理特性呢？

2-4-2 量子力學的機率觀點

用量子力學的觀點來看，電阻與電子由 A 點到 B 點的機率有關。當此機率小表示電子由 A 點快速地到 B 點且過程中電子不愛停留，等同於電阻小；當機率大表示電子由 A 點到 B 點的過程中電子容易停留被發現，等同於電阻大。故我們可以藉由量子力學算機率的方式來推導電導進而瞭解電阻的行為表現。

由量子力學，我們知道某一粒子的波函數可以用 $\psi = \sum a_i \varphi_i$ 來描述， φ_i 代表由 A 點到 B 點各種路徑可能的波函數。由於處於不同能量本徵態的同一粒子（各種碰撞發生後都考慮進來），其相位隨時間的變化 $\varphi_n(t) = \frac{E_n}{\hbar} t$ 都不同，放入計算也是過於複雜的系統，不一定符合我們的物理系統，在這邊 n 是代表某一本徵態。所以我們只考慮一顆電子由 A 點到 B 點間，能量沒有改變仍是同調性的波函數，也就是電子在擴散運動中的物理特性[9]。

利用量子力學機率的算法

$$P = |\psi|^2 = \left| \sum \varphi_{ni} \right|^2 = \sum |\varphi_{ni}|^2 + \sum \varphi_{ni} \varphi_{nj} \quad (2.3)$$

其中 $\sum |\varphi_{ni}|^2$ 是同一條路徑的波函數與本身共軛項相乘的總和， $\sum \varphi_{ni} \varphi_{nj}$ 是不同路徑的波函數與非本身共軛項相乘的總和結果。此想法類似光波的自我干涉計算，當將光只視為純粹粒子時，只會有第一項存在，若將光的波動性放入，則光波自我干涉項也就是第二項的貢獻將會出現影響結果。由於不同路徑所導致的相位改變 $\varphi_{ni} - \varphi_{nj}$ 不同，使得古典

擴散運動在統計的總和上幾乎正負總和抵消掉，所以在古典擴散運動中第二項可說是無貢獻。

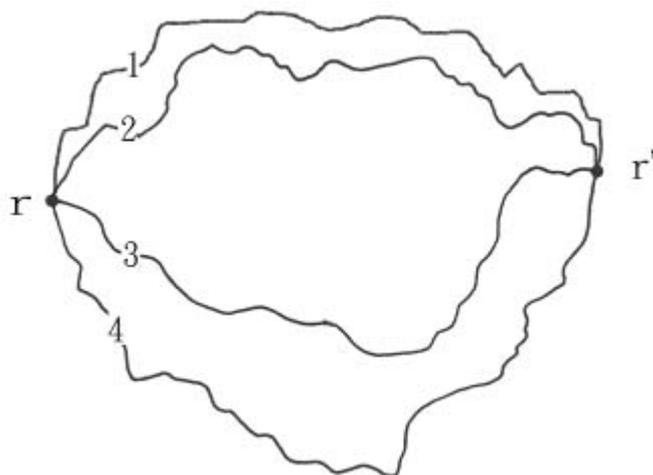


圖 2-3 由於電子由 r 到 r' 的路徑有許多可能，因此我們在計算由 r 到 r' 機率時，必須將不同路徑的可能性給考慮進來。但由於統計關係並無建設性干涉出現。

但我們現在所考慮的是量子統計且必須考慮電子波函數有時間反演對稱性！



2-4-3 時間反演對稱性

我們說過在做機率計算時，必須將各種可能性給考慮進來。因此我們考慮電子由 r 到 r' 其中一種情況 3 號路徑。

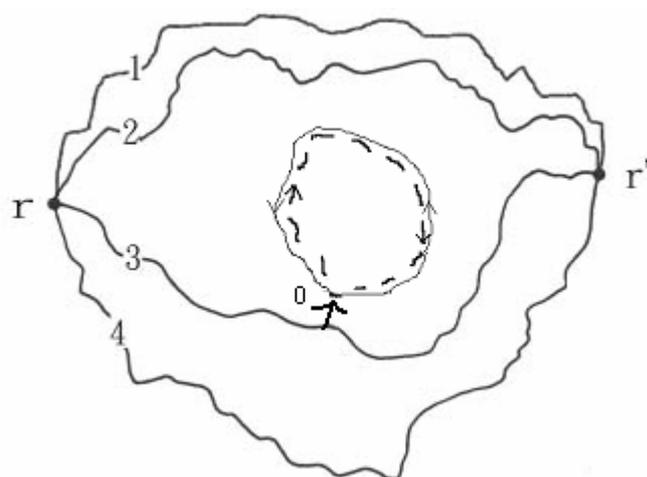


圖 2-4 電子有時間反演對稱性，所以波函數自我干涉時產生建設性貢獻的路徑

在 3 號路徑中有兩種可能，一是順時鐘迴圈，另一是逆時鐘迴圈。這兩種情況都是電子從 0 點經過一連串碰撞回到 0 點的可能，且在 0 點時，動量大小與方向都是相同的 [9]。這也就是時間反演對稱性。此情況為單一電子的波發生自我干涉的現象。

將時間反演對稱性，放入考慮 $P = |\psi|^2 = \left| \sum \varphi_{ni} \right|^2 = \sum |\varphi_{ni}|^2 + \sum \varphi_{ni} \varphi_{nj}$ 時，則變成

$P = \sum |\varphi_{ni}|^2 + \sum \varphi_{ni} \varphi_{nj} = 2 \sum |\varphi_{ni}|^2$ ，其中 $\sum |\varphi_{ni}|^2 = \sum \varphi_{ni} \varphi_{nj}$ 。故此自我干涉為建設性干涉，使得電子停留在 0 點的機率增加，即電阻上升！故電子當由 r 點到 r' 點時，弱局域物理環境的機率值會大於古典擴散的機率值，也因此弱局域時會有電阻上昇的行為。

以上我們是定性上說明，接下來我們要來定量上來推導此弱局域所造成的機率修正與電阻修正的關係。

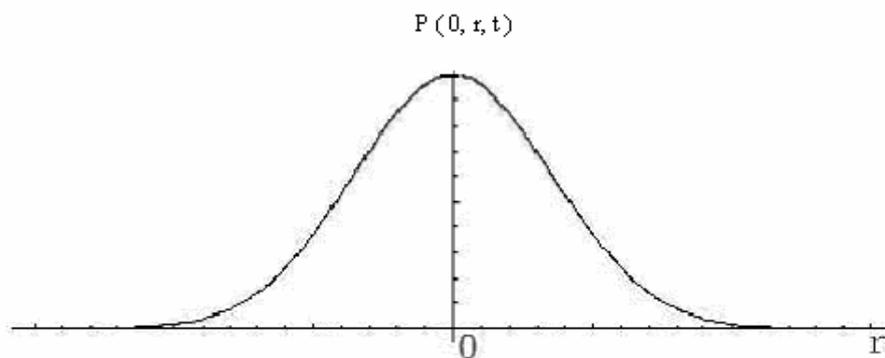


圖 2-5 在完美晶格中，固定時間 t ，電子從 0 點到空間各點的機率密度分佈情形。

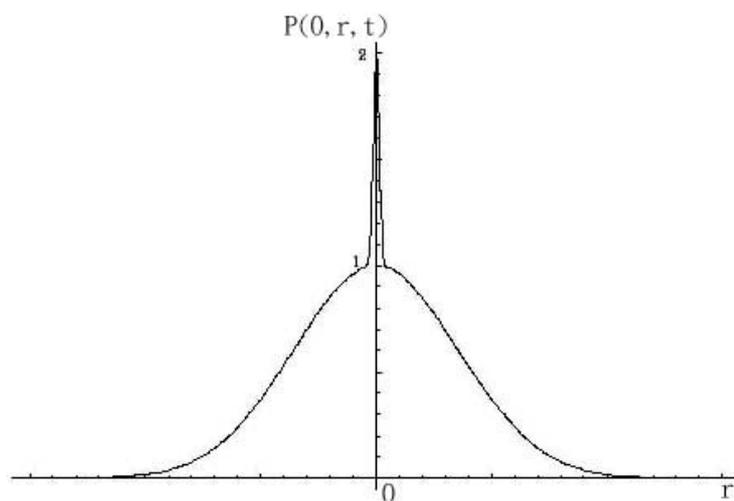


圖 2-6 考慮弱局域效應的情況下，固定時間 t ，電子從 0 點到空間各點的機率密度分佈情形。

2-4-4 同調長度 L_ϕ (coherent length)

在定量推導弱局域的電導修正前，我們必須先瞭解一個物理量-同調性長度 L_ϕ (coherent length)，來幫助我們釐清與思考接下來的物理問題。

我們先假設當電子彈性碰撞平均自由路徑 $l <$ 同調性長度 L_ϕ 時，上述弱局域的物理情況才會發生。因此也可以說只要電子發生彈性碰撞的時間 $\tau_{elastic}$ 比發生非彈性碰撞的時間 τ_ϕ 還要快或短，就有弱局域效應的發生可能。且 L_ϕ 與 τ_ϕ 的關係可用擴散方程來表示，

$$L_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}，其中 D 為擴散常數。$$

而習慣上我們會稱平均非彈性自由路徑為同調性長度 L_ϕ (coherent length)，因為我們可以確定此單一電子在行走 L_ϕ 長度的過程中，此電子能量沒有改變且是同調性的。且我們的假設是合乎物理情況，因為只要電子所總行走的距離大於 L_ϕ 則電子的能量即發生改變，便不再有同調性！則上述我們所謂的弱局域現象將不會發生。

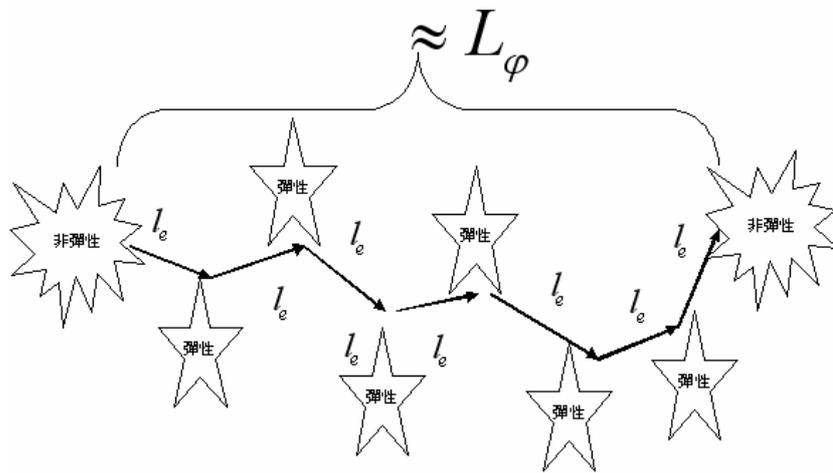


圖 2-7 在兩次非彈性碰撞中，有許多次彈性碰撞發生，且在兩次非彈性碰撞間所行走的長度我們稱為同調性長度 L_ϕ (coherent length)。

當我們瞭解 L_ϕ 後，便可以來定量推導弱局域對電導的修正。

2-4-5 弱局域效應對電導的修正

根據古典擴散理論，電子從時間 $t=0$ 出發，在時間 t ，位置 \vec{r} ，單位體積內被找到電子的機率為：

$$p(\vec{r}, t) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{d/2}} e^{-r^2/4Dt} \quad (2.4)$$

而根據弱局域理論，電子回到原出發點 $0(\vec{r}=0)$ 的機率為：

$$p_{coherence}(0, t) = p(0, t) \times 2 = \frac{1}{(4\pi Dt)^{d/2}} \times 2 \quad (2.5)$$

乘以 2 是因為考慮電子古典貢獻項與單一電子的波函數自我干涉項的結果。

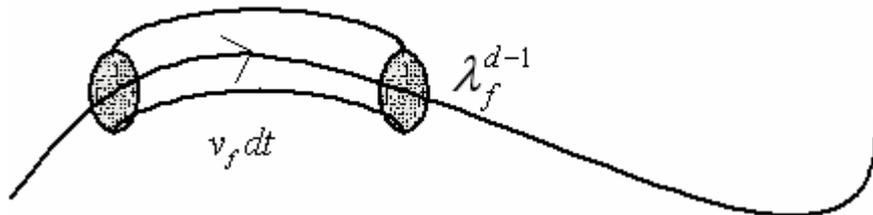


圖 2-8 單一電子波函數與自我共軛的項建設性干涉示意圖

電子在 dt 時間內，以費米速度 v_f 所掃過散射截面為 λ_f^{d-1} 的體積。

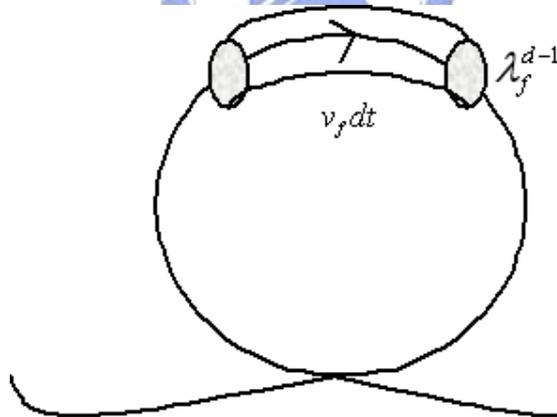


圖 2-9 單一電子波函數與非自我共軛的項建設性干涉示意圖

電子在 dt 時間內，以費米速度 v_f 所掃過散射截面為 λ_f^{d-1} 的體積。

在純粹的步朗運動中，我們知道電子每次經歷的碰撞是彈性碰撞，也就是電子的波函數在碰撞前後還是同調性的，依照上述想法電阻該是無上限上升才對，因為弱局域性的物理一直在發生，但實驗上並沒被觀察到！其物理原因為何？原來在上述的物理環境中只要電子的相位被破壞或者說電子碰撞前後能量改變，其弱局域的物理機制便被破壞，電阻便不會再上升了，也因此有同調性長度上限 L_ϕ 的出現。

所以我們考慮電子在經歷非彈性散射前，所掃過的體積內，即可找到電子的機率為 $P(\tau_\phi)$ 。

$$P(\tau_\phi) = \int_{t_e}^{\tau_\phi} p(O, t) \cdot \lambda_f^{d-1} v_f dt = \int_{t_e}^{\tau_\phi} \frac{2\lambda_f^{d-1} v_f}{(4\pi Dt)^{d/2}} dt = \frac{1}{g} \int_{t_e}^{\tau_\phi} \left(\frac{\tau_D}{4\pi t} \right)^{d/2} \frac{dt}{\tau_D} \quad (2.6)$$

τ_ϕ 是非彈性碰撞平均自由時間， v_f 是費米速度， λ_f^{d-1} 是電子掃過的散射截面， t_e 是電子彈性碰撞時間的最小下限，即是電子彈性碰撞平均自由時間。 τ_D 是電子做擴散運動時感受到邊界的時間且 $\tau_D = L^2 / D$ ， L 是樣品邊界的長度。

利用計算發生非彈性碰撞前的電子存在機率等同於電導修正的負比值可以得到電阻的修正量。 $P(\tau_\phi) = -\frac{\Delta G}{G}$ ，加上負號是因為對電導的修正是負的。

$$\text{可得 } \Delta G = G \times P(\tau_\phi) = \frac{G}{g} \int_{t_e}^{\tau_\phi} \left(\frac{\tau_D}{4\pi t} \right)^{d/2} \frac{dt}{\tau_D} \quad (2.7)$$

將不同維度放入式子，Patrick A. Lee[10]提到其電導修正為：

$$\text{一維： } \Delta G \sim -\frac{se^2}{h} \times \frac{L_\phi}{L} \quad (2.8)$$

$$\text{二維： } \Delta G = -\frac{se^2}{\pi h} \times \ln \frac{L_\phi}{l} \quad (2.9)$$

$$\text{三維： } \Delta G \sim -\frac{se^2}{2\pi h} \times \left(\frac{L}{l} - \frac{L}{L_\phi} \right) \quad (2.10)$$

s 為電子的自旋，在這邊 $s=2$ ， L 是樣品邊界的長度， L_ϕ 是同調性長度， l 是電子彈性碰撞平均自由路徑。

若改成對電阻修正的形式，Patrick A. Lee[10]提到可改寫為：

$$\text{二維系統： } \Delta\sigma(T) = \frac{-e^2}{2\pi^2 h} \alpha p \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad (2.11)$$

α 為一常數， p 為非彈性碰撞散射率與溫度關係的斜率，此式只考慮弱局域效應的結果，若有自旋自旋交互作用或自旋軌道交互作用則不適用。

$$\text{三維系統： } \Delta\sigma(T) = \frac{-e^2}{\pi^2 h} \frac{T^{p/2}}{a} \quad (2.12)$$

$p=3/2$ 在亂度極大系統， $p=2$ 在極有序系統， $p=3$ 在電聲子非彈性散射率主宰非彈性散射率時。在三維系統中，弱局域效應常常相較於電子電子交互作用來得弱。

2-4-6 弱局域效應的維度決定

在這裡弱局域效應的維度決定，是看同調性長度與是否小於材料尺度長度？假若同調性長度都比材料上三個維度的尺寸小，則我們可以說此樣品對弱局域效應而言是三維系統。同樣地假若同調性長度只有比材料上兩個維度的尺寸小，則我們則說此樣品對弱局域效應而言是二維系統。

在這邊做個小回顧總結，只要利用：

1. $k_F l \geq 1$ or $k_F l \gg 1$ (電子在系統中做擴散運動)
2. $l < L_\phi$ (電子的能量在碰撞前後仍維持同調性，也就是無發生非彈性碰撞的情況下。)
3. 量子統計 (量子力學的特性)
4. 時間反演對稱性 (電子的特性)

便可以推導出弱局域效應，由於普通情況下，我們要在電性量測下大幅改變 $k_F l$ 值是不容易的，故我們比較容易改變的是 2 這個條件，且也可從這衍生出很多有趣的物理圖像，所以我們接著來瞭解各種非彈性散射事件。

2-5 散射率的物理意義

在瞭解非彈性碰撞(散射)之前，我們先瞭解一個物理量-散射率 $\frac{1}{\tau}$ [11](scattering rate)，有助於我們接下來的理解。 τ 是兩次同樣物理散射事件發生間的時間間隔。我們習慣計算某物理機制的散射率大小，來表示某物理機制的強度。也因此假如我們可以過濾出 τ_ϕ 的大小，也可以藉由計算 $\frac{1}{\tau_\phi}$ ，來瞭解非彈性散射率的強度，就可以藉由

$\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{1}{\tau_{ep}} + \frac{1}{\tau_{ee}} + \frac{1}{\tau_{so}} + \frac{1}{\tau_{ss}} + \dots$ ，來分析各種非彈性散射或非彈性碰撞的物理效應，這在物

理界是個重要深遠而基礎的問題！ ϕ 為總非彈性散射事件、ep 為電子與聲子非彈性散射事件、ee 為電子電子交互作用，so 為自旋軌道交互作用，ss 為自旋自旋交互作用。上述各種物理事件，在後面皆會有詳細說明。

2-6 相位破壞的事件

我們必須瞭解何種情況下電子相位會發生改變？或者說有哪些機制可以讓電子碰撞前後能量改變使得電子被局域住的現象消失？當我們想出上述答案，也可應用淬取出發生非彈性碰撞的事件，幫助我們分析各種物理效應！

而我們知道造成該粒子能量改變的非彈性碰撞或相位破壞，其發生原因有：

一. 電子與其他粒子發生非彈性碰撞：

1. 電子與聲子的非彈性碰撞
2. 電子與電子的非彈性碰撞
3. 電子自旋與粒子的軌域的非彈性碰撞
4. 電子自旋與粒子的自旋的非彈性碰撞

二. 外加磁場

2-6-1 電子與聲子的非彈性碰撞

電子聲子非彈性散射時間，對於金屬與超導體而言，是一個重要的物理量。他不但影響到超導體中序參數的鬆弛時間、電子氣體的冷卻時間、還有電子波函數的同調性時間。

2-6-1a 電子與聲子非彈性碰撞的物理機制

電子與聲子碰撞可簡單的分為兩種，正常過程 (normal process) 與倒逆過程 (Umklapp process) [1]。這兩種碰撞過程的差別主要在於，正常過程 (normal process) 是小角度的系統彈性碰撞，通常在低溫時相對於倒逆過程 (Umklapp process) 比較明顯被看見，正常過程 (normal process) 其數學描述式為 $k + q = k'$ ， k 為入射電子動量， k' 為反射電子動量， q 為入射聲子動量。倒逆過程 (Umklapp process) 是大角度的系統非彈性碰撞，必須強調的是，這裡指的非彈性碰撞系統是 k, q, k' 此三顆粒子所成的系統，其數學描述式為 $k + q = k' + G$ ， G 為倒晶格向量。而由於晶格是有週期性，所以整個倒逆過程 (Umklapp process) 對 k, q, k', G 而言，還是符合彈性碰撞。

為了滿足 $k + q = k' + G$ ，任一電子的動量大小必須為 $\frac{1}{2}G$ 的整數倍，所以適用倒逆過程的入射電子 k 與反射電子 k' 能量也約在 $\frac{1}{2}K_B\theta$ 的數量級。通常在高溫時 $T > \theta$ ，也因為電子本身熱能夠大 $K_B T > \hbar\omega_{\max} = K_B\theta_D$ ，所以所有的聲子碰撞模式都被激發，而大部分碰撞過程中，入射電子的動量變化量也非常的大，所以高溫時大部分聲子碰撞模式是倒逆過程 (Umklapp process)。

2-6-1b 電子與聲子非彈性碰撞的散射率

由上述出發我們可以瞭解電子聲子碰撞的基本物理環境，進而推導電子聲子散射率，在乾淨金屬完美晶格系統中，大家對於電子聲子的非彈性碰撞散射率 $\frac{1}{\tau_{ep}}$ 有一致性的看法[12][13][14][15]，其中在 1978 年 W. E. Lawrence 和 A. B. Meador[16] 提出電子聲子非彈性碰撞的散射率為：

$$\text{乾淨金屬：} \frac{1}{\tau_{ep}} = 14S(3)\lambda_{ep}\omega_D \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \quad (2.13)$$

$S(3)$ 為 Riemann' s zeta function， λ_{ep} 為電聲子耦合常數， ω_D 為 Debye frequency， θ_D 為 Debye temperature。

而在無序系統中 1971 年，Bergmann 以理論計算無序系統的電子聲子非彈性碰撞。這種過程特別對低能量交換有貢獻。1973 年 Takayama[17] 也討論了這個問題，得到 Bergmann[18] 幾乎相同的結果：

$$\text{無序金屬：} \frac{1}{\tau_{ep}} = \frac{2\pi^2 C K_B T^2}{k_f l \hbar \theta_D} \propto T^2, \quad T \ll \theta_D \quad (2.14)$$

$C = \frac{nmv_f^2 \omega_D^2}{6n_i M v_s^3 k_f}$ ， n 是電子密度， n_i 是離子密度， m 是電子質量， M 是離子質量， v_s 是聲

速。Takayam 指出此式在 $\frac{\omega}{v_s} l < 1$ 的頻率範圍特別重要。

之後在 1986 年 Rammer 和 Schmid[19] 在理論計算上，考慮雜質的震動和其他原子的震動頻率是相同的得到下列結果：

$$\text{無序金屬} \frac{1}{\tau_{ep}} = \frac{\pi^4 l (K_B T)^4}{30mM \hbar v_l^5}, \quad T \ll \theta_D \quad (2.15)$$

v_l 是縱向聲速， m 是電子質量， M 是離子質量， l 是彈性平均自由路徑。

後來 Reizer 和 Sergeyev[20] 計算在無序導體中因電子聲子散射使電子能帶改變的作用也得到和上式一樣的結果。

2-6-1c 電子與聲子非彈性碰撞對電阻的修正

這邊我們看的是 Bloch-Grüneisen model[21][22]。Bloch (1928,1930) 假設純金屬中原子的類位能 (pseudopotential) 是一常數，晶格震盪遵循 Debye model 且忽略聲子的倒逆散射，因此只考慮電子與縱向聲子的耦合，利用變分法的最低階近似，推導出 Bloch-Grüneisen formula。

$$\rho_{BG}(T) = \frac{c}{\theta_D} \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^5 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^5 dx}{(e^x - 1)(1 - e^{-x})} \quad (2.16)$$

其中 $x = \frac{\hbar\omega_D}{K_B T}$ ， ω_D 是 Debye frequency， c 是一常數。在高溫時 ($T \gg \theta_D$) 與低溫時 ($T \ll \theta_D$) 分別可近似為：

$$\text{高溫近似：} \rho_{BG}(T) = \frac{c}{4} \frac{T}{\theta_D^2} \quad (2.17)$$

$$\text{低溫近似：} \rho_{BG}(T) = \frac{124.4c}{\theta_D} \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^5 \quad (2.18)$$

而 Altshuler 計算在無序系統[3]中，當 $T > \frac{a}{l} \theta_D$ (a 是晶格常數)。 l 是電子平均自由程。電子-聲子散射所貢獻的電阻率為：

$$\rho_{BG}(T) = \beta_{BG} T \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^4 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^5 dx}{(e^x - 1)(1 - e^{-x})} \quad (2.19)$$

$$\beta_{BG} = \frac{\pi\beta_l \tau K_B^5}{2\hbar p_f^4 u_l^4} \rho_0 \theta_D^4 \quad (2.20)$$

其中 β_{BG} 為跟材料有關的參數， β_l 電子與縱向聲子的耦合常數， u_l 縱向聲子的聲速， ρ_0 為殘餘電阻率， θ_D 為 Debye 溫度， τ 是電子彈性碰撞的平均自由時間。必須特別強調的是，由於一般金屬而言 $\frac{u_l}{u_e} = 2 \sim 3$ ，所以 β_{BG} 中已將此倍數關係放入考慮，也因此

Altshuler 計算的結果是包含縱向聲子與橫向聲子的貢獻。由於此式子類似

Bloch-Grüneisen formula 所以同樣的在較高溫時， ρ_{BG} 會正比於 T ，而在低溫時 ρ_{BG} 則會跟 T^5 成正比。

2-6-2 電子電子交互作用（電子與電子的非彈性碰撞）

高溫時由於電子與電子之間仍存有屏障效應，故電子與電子之間的碰撞，可視為剛體粒子的彈性碰撞。但在某些物理情況，或低溫且 $k_F l \geq 1$ or $k_F l \gg 1$ 電子行擴散運動時，由於屏障係數的改變與芭立不相容原理的關係，讓電子與電子之間的作用與高溫時相比不一樣，這裡我們討論這種情況下的電子與電子之間碰撞-電子電子交互作用。由於接下來會討論到電子自旋與粒子自旋的影響，所以我們先討論兩顆電子的各種自旋組合情況，有助於瞭解接下來的電子電子交互作用、自旋軌道交互作用與自旋自旋交互作用。再來討論電子電子交互作用的物理機制。

2-6-2a 電子自旋的影響

當初我們只考慮電子空間波函數的自我干涉，便會出現建設性干涉的弱局域效應。現在我們再度考慮電子自旋對於干涉項的影響，而這裡我們先討論兩顆不同電子間的自旋。當一顆電子碰撞到另一顆電子時，其電子對的自旋排列組合有四種：

表 2-2 兩顆電子的自旋排列組合

states	Combination	eigenfunction	J	M
triplet	$\uparrow \uparrow$	φ_{11}	1	1
triplet	$1/(2^{1/2})(\uparrow \downarrow + \downarrow \uparrow)$	φ_{10}	1	0
triplet	$\downarrow \downarrow$	φ_{1-1}	1	-1
singlet	$1/(2^{1/2})(\uparrow \downarrow - \downarrow \uparrow)$	φ_{00}	0	0

箭頭代表自旋方向， φ 代表自旋波函數， j 為總角動量， m 為磁量子數

也因此，在電子的波函數自我干涉中，古典項仍不變，其干涉項可表示為：

$$I = \frac{1}{2} (\underbrace{|\varphi_{11}|^2 + |\varphi_{10}|^2 + |\varphi_{1-1}|^2}_{\text{三態}} - \underbrace{|\varphi_{00}|^2}_{\text{單態}}) \quad (2.21)$$

當只考慮自旋不與其他作用反應時， $|\varphi_{11}|^2 = |\varphi_{10}|^2 = |\varphi_{1-1}|^2 = |\varphi_{00}|^2$ ，代入上式後得

$I = |\varphi_{00}|^2$ ，與之前干涉項的結果相同。但假若我們考慮電子自旋與其他作用交互反應時，則會有不同的結果。

2-6-2b 電子電子交互作用的物理機制

電子電子交互作用與一般的單顆電子與單顆電子非彈性碰撞不同的是，電子電子交互作用是屬於一種多體物理的現象。在夠低溫的乾淨系統中，電子與電子之間會彼此影響作用到，此時可利用 Landau 的費米液體的觀點，來將電子間的集體行為，轉化為彼此不相干的準粒子行為，再加上苞立不相容原理的應用可以推導出一些大家所有共識的結論，這就是起初的電子電子交互作用。但與在乾淨系統中 Landau 費米液體理論不同的是，Altshuler 和 Aronov[23][24]在 1979 年發現在無序系統中，由於電子行擴散運動的緣故，使得不同電子間的屏障作用變弱，假如應用費米液體理論（準粒子的觀念）來推導，會導致在費米能球面附近有明顯的奇異點出現，導致電導率和比熱必須出現修正項。我們簡單說明電子電子交互作用中的兩個通道，粒子-空穴通道與粒子-粒子通道。

(1) 粒子-空穴通道 (Diffusion channel)

只要引起建設性干涉，便需要對電阻提出修正項。這邊我們考慮的是兩顆不同的電子，其路徑分別由 C 到 E 與 D 到 F，過程中他們會在 A 與 B 點交會。當他們的動量幾乎一樣時 ($\vec{k}_1 \cong \vec{k}_2$)，若一開始在 A 點碰撞，但必須到 B 點之後才能完成動量交換，此時 A 到 B 的過程中，兩顆電子維持著同調性，引起建設性干涉。也就是若電子從 A 到 B 的時間 t_{AB} 比完成動量交換的時間 ω^{-1} 短，便會發生上述現象！當我們再將電子自旋放入考慮時，粒子-空穴通道可分為 $J=0$ 自旋相反的 exchange term，與 $J=1$ 自旋相同的 Hartree term。

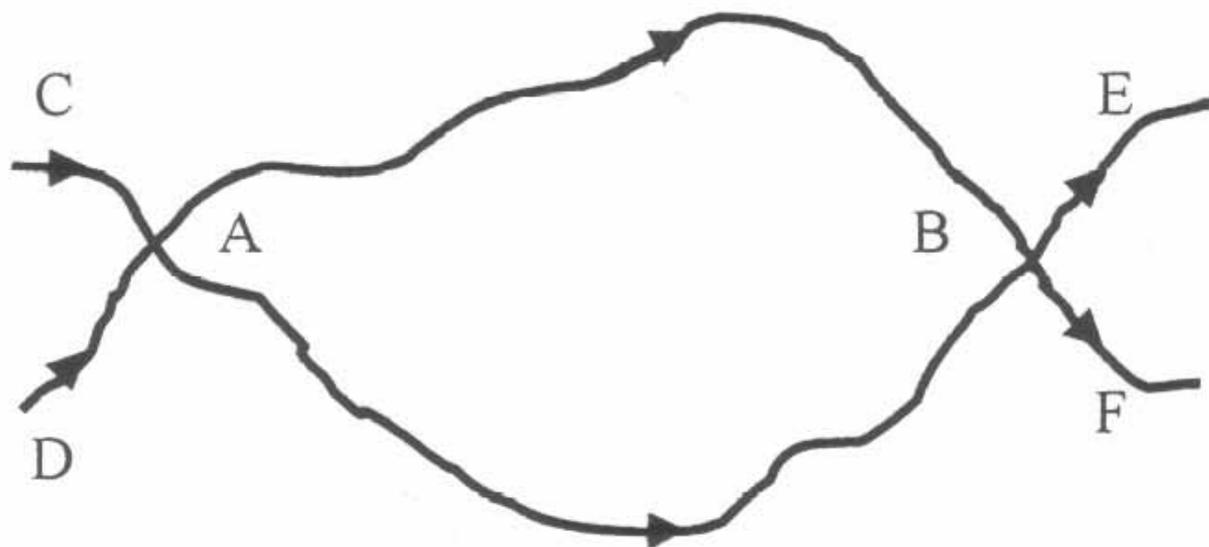


圖 2-10 粒子-空穴通道的物理說明圖

(2) 粒子-粒子通道 (Cooper channel)

當兩顆電子的動量大小幾乎是一樣，但動量總和為零 ($|\vec{k}_1 + \vec{k}_2| = |\vec{q}| \approx 0$)，分別由 E 到 C 與 D 到 F 的路徑運動，過程中若沒其他因素也可維持著同調性，形成建設性干涉。但由於量子力學不確定原理 $\Delta E \Delta t \geq \frac{1}{2} \hbar$ ， ΔE 可為熱擾動，故 $\Delta E = K_B T$ 代入可得熱擾動造成的時間不準度或熱擾動造成能量交換時間間格為 $\Delta t \geq \frac{\hbar}{2K_B T}$ ，故只要熱能交換的時間比電子 A 到 B 的時間還要長 $\Delta t \geq \frac{\hbar}{2KT} > t_{AB}$ ，便有機會發生粒子-粒子通道。其中當電子對自旋相反時，就如同超導電性中的 cooper pair 一樣。

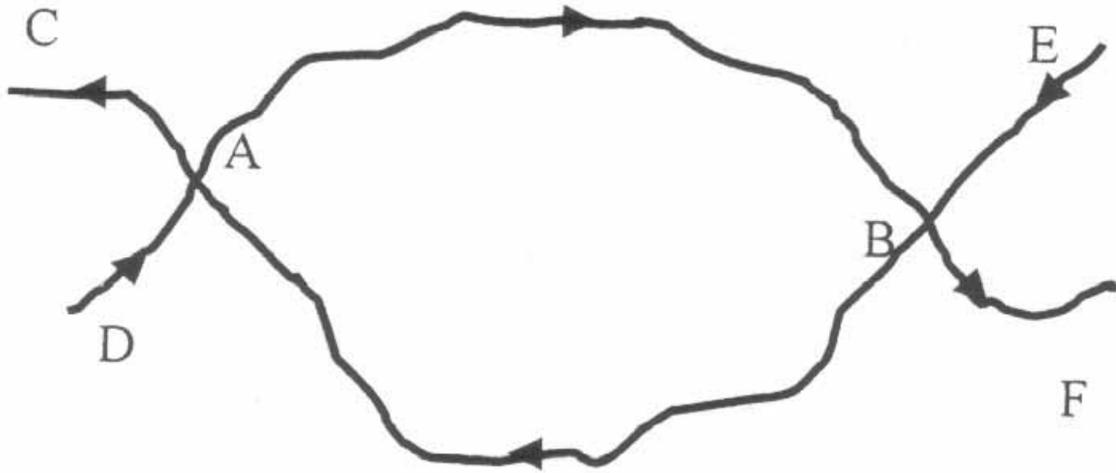


圖 2-11 粒子-粒子通道的物理說明圖

2-6-2c 電子電子交互作用的散射率

在完美晶格中，根據費米液體理論 (Fermi liquid theory)，電子電子散射時間 τ_{ee} 與準粒子能量 ε 的平方成反比[25]。

$$\frac{1}{\tau_{ee}} \propto \frac{\varepsilon^2}{E_f} \quad (2.22)$$

E_f 是費米能量。

將上式轉換成電子電子散射率和溫度的關係可得到下式[11]

$$\frac{1}{\tau_{ee}} \propto \frac{-E_f}{2\pi\hbar} \left(\frac{K_B T}{E_f}\right)^2 \left[\ln\left(\frac{K_B T}{E_f}\right) - \ln\left(\frac{Q_{TF}}{K_f}\right) - \ln 2 - 1 \right] \quad (2.23)$$

$Q_{TF} = \frac{2m^* e^2}{\varepsilon \hbar^2}$ ， Q_{TF} 為二維的 Thomas-Fermi Screening wavevector，此式為二維乾淨系統的電子電子散射率。因為是乾淨系統，我們可利用 $l_{e-e \text{ Landau}} = \tau_{ee} v_F$ 來得到 $l_{e-e \text{ Landau}}$ 。



但在二維無序系統中，B L Altshuleri, A G Aronovf and D E Khmelnsky[26]提出，電子電子交互作用的散射率為：

$$\frac{1}{\tau_{ee}} = \frac{K_B T}{2\pi v(0) D \hbar^2} \ln(\pi v(0) D \hbar) \quad (2.24)$$

其中 $v(0) = \frac{1}{e^2 R_{\square} D}$ ， D 是擴散常數。因為是無序系統，我們可以利用 $l_{e-e \text{ disorder}} = \sqrt{D \tau_{ee}}$ ，來得到 $l_{e-e \text{ disorder}}$ 。

2-6-2d 電子電子交互作用的電導修正

Patrick A. Lee[10]曾提到電子電子交互作用的電導修正：

$$\text{二維系統： } \Delta\sigma(T) = \frac{-e^2}{2\pi^2\hbar} \left(1 - \frac{3}{4}\tilde{F}\right) \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad (2.25)$$

\tilde{F} 為等效屏障係數， T_0 為電子電子交互作用開始的溫度。

$$\text{三維系統： } \Delta G(T) = \frac{-e^2}{4\pi^2\hbar} \frac{1.3}{\sqrt{2}} a \sqrt{\frac{K_B T}{\hbar D}} \quad (2.26)$$

$a = \frac{4}{3} - \frac{3}{2}\tilde{F}$ ， \tilde{F} 為電子等效屏障係數且 $0 < \tilde{F} < 0.929$ ，故 a 最大值為 1.333， D 為擴散係數。

其中粒子-空穴通道 (Diffusion channel) 中 $J=1$ 自旋相同的 Hartree term，在受到外加磁場時會有 Zeem effect spin splitting 會對 Hartree term 造成影響。但由於 Zeem effect spin splitting 的量值約為 $g_e \mu_B H$ ，在這邊 g_e 是電子的藍道 g -factor， μ_B 是波耳磁矩， H 為外加磁場，即使在 1K 時，熱能擾動 $K_B T$ 仍是通常比 $g \mu_B H$ 大，所以外加小磁場對整體而言的電子電子交互作用影響甚小（相對於熱擾動），對電導的修正往往可以忽略。

2-6-2e 電子電子交互作用的有效維度判斷

Patrick A. Lee[10]提到電子電子交互作用的有效維度，可用 $\left(\frac{\hbar D}{K_B T}\right)^{1/2}$ 來判定！

$$l_{e-e \text{ interaction}} = \left(\frac{\hbar D}{K_B T}\right)^{1/2} \quad (2.27)$$

當 $l_{e-e \text{ interaction}} < L$ ， L 為材料尺寸的三維邊界長度，則我們可說電子電子交互作用是在三維的範圍內；當 $l_{e-e \text{ interaction}} < L$ ， L 只合乎材料尺寸的二維邊界長度，則我們可說電子電子交互作用是在二維的範圍內。我們可藉由此式來判別待測系統中的電子電子交互作用是屬於何種維度！必須強調的是，弱局域效應的有效維度判斷與電子電子交互作用的有效維度判斷是不相關的，也就是說，有可能同時發生二維弱局域效應但三維電子電子交互作用的情況。

2-6-3 自旋軌道交互作用（電子自旋與粒子軌域的非彈性碰撞）

當傳導電子進入正離子周圍時，由於帶負電電子繞行正離子進行軌道運動，相當於正離子感受到一磁矩，藉由座標轉換我們可類比為傳導電子感受到一磁矩（磁場作用）。由於電子本身有自旋，當電子本身自旋的磁矩與電子繞行軌道所造成的磁矩發生作用時，我們稱為自旋軌道作用（spin orbital scattering）。

2-6-3a 自旋軌道交互作用的散射率

Abrikosov and Gorkov[27]，第一個提出電子自旋軌道散射時間 τ_{so} 為：

$$\tau_{so} = \frac{\tau_e}{(\alpha Z_i)^4} + \frac{\tau_e}{(\alpha Z)^4}, \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} \quad (2.28)$$

Z_i 是雜質的原子序， Z 是主要元素的原子序， α 是精細常數， τ_e 是電子平均彈性散射時間。且因為角動量守恆的關係，所以自旋軌道作用與溫度無關。

2-6-3b 自旋軌道交互作用對電導的修正

在之前電子波函數考慮自旋電子對後的自我干涉可表示為(2.21)式：

$$I = \frac{1}{2} (\underbrace{(|\phi_{11}|^2 + |\phi_{10}|^2 + |\phi_{-1}|^2)}_{\text{三態}} - \underbrace{|\phi_{00}|^2}_{\text{單態}})^2$$

也由於自旋軌域作用，使原本同調性相干的週期相位由 2π 變為 4π ，詳見[Bergmann, 1982]。當考慮強自旋軌道散射時 $\tau_\phi^{-1} \ll \tau_{so}^{-1}$ ， τ_ϕ 為發生非彈性散射的時間， τ_{so} 為發生自旋軌道散射的時間，三態對干涉項的貢獻很小，只剩單態項的貢獻，使得 $I = \frac{-1}{2} |\phi_{00}|^2$ ，讓波函數留在原點的機率變小，也因此原本弱局域效應的磁電阻由負變為正，所以又稱反弱局域效應。

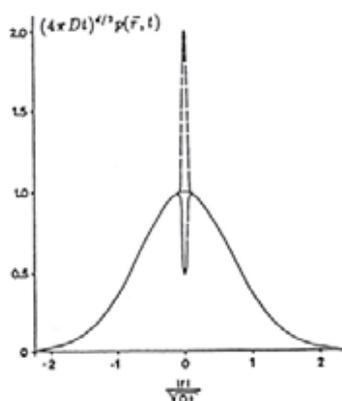


圖 2-12 自旋軌道作用，發生機率與空間關係圖

也可由電導定量分析上來看 (Chakravarty and Schmid, 1986)，

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} \sim -\int_{\tau_e}^{\tau_\phi} \frac{\lambda^{d-1} v_f dt}{(Dt)^{d/2}} \left(\frac{3}{2} e^{-t/\tau_{so}} - \frac{1}{2} \right) \quad (2.29)$$

d 為維度，第一項修正中，exp 指數部分描述自旋軌道 triplet 的衰退；第二項修正中，-1/2 表示 singlet 對傳導的貢獻。如果 $\tau_{so} \ll \tau_\phi$ 則 exp 項會使 triplet 項很快趨於零，

只剩 singlet 對電導有貢獻，產生正的磁電阻。如果 $\tau_\phi \ll \tau_{so}$ 磁場相位破壞時間小於電

子自旋-軌域的散射時間，則 exp 項可視為 1，則 $\frac{\Delta\sigma}{\sigma} \sim -\int_{\tau_e}^{\tau_\phi} \frac{\lambda^{d-1} v_f dt}{(Dt)^{d/2}}$ 回到類似當初推導弱

局域電導的干涉項形式，也就是此時電子自旋-軌域散射並無電導修正！

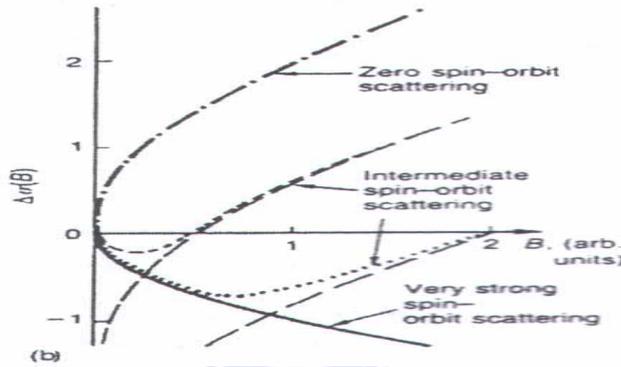


圖 2-13 三種自旋軌道交互作用的情況，將原點歸一化的圖形[28]。

2-6-4 自旋自旋交互作用（電子自旋與粒子自旋的非彈性碰撞）

電子自旋直接受到磁性雜質(localized spin)的散射而翻轉(flip)，造成破壞時間反演對稱性，且不受軌域角動量的大小影響，也因此和原子大小無關，而波函數只有 triplet 的貢獻。

2-6-4a 自旋自旋交互作用的散射率

電子自旋自旋散射時間 Fukuyama[29]提出

$$\frac{1}{\tau_{ss}} \sim 2\pi N(E_f) n_i J^2 S^2 \quad (2.30)$$

n_i 為磁性雜質的密度， $N(E_f)$ 為費米態密度。一般而言因為角動量守恆，所以電子自旋自旋作用與溫度無關。但假若是屬於 Kondo effect 的話，其散射率會與 T_k 有關且會是溫度的函數。

2-6-5 外加磁場對弱局域效應相位破壞的影響

我們知道在弱局域效應中，是同調性的波函數自我干涉後產生建設性的結果。所以只要逐漸外加磁場，破壞波函數的同調性，除了可以使弱局域效應的電阻修正消失外，這也是個強大有力的瞭解非彈性散射時間 τ_ϕ 方式。最簡單說明外加磁場對弱局域效應的例子就是 Aharonov-Bohm experiment[30]。

2-6-5a Aharonov-Bohm experiment

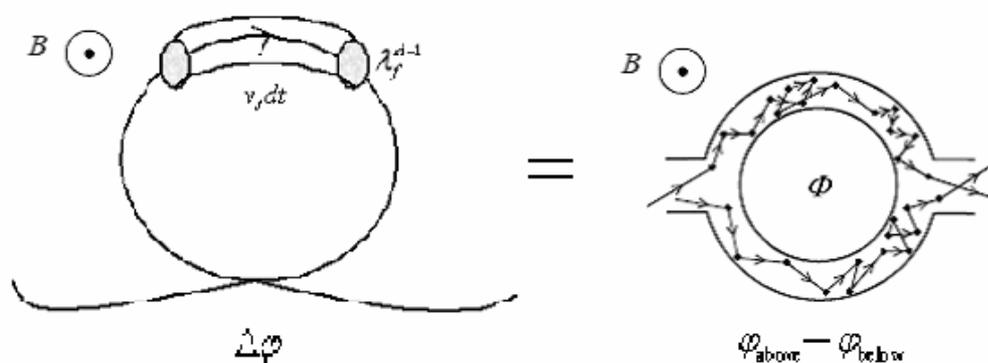


圖 2-14 外加垂直磁場時，波函數相位變化說明圖

我們知道電子波函數形成封閉迴路時，當外加垂直磁場通過封閉面，就會有相位差產生。我們利用費曼路徑積分的技巧，以及電磁學的特點-線積分與路徑無關，只與積分起點與終點有關，來將此問題等同於上下兩個半圓路徑積分的差，可得下式

$$\Delta\varphi = \frac{e}{\hbar} \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \frac{e}{\hbar} \int_{\text{above}} \vec{A} \cdot d\vec{l} - \frac{e}{\hbar} \int_{\text{below}} \vec{A} \cdot d\vec{l} = 2\pi \frac{\Phi_B}{\Phi_0} \quad (2.31)$$

其中 $\Phi_0 = \frac{h}{e} = 4.135 \times 10^{-15} (\text{Tesla} \cdot \text{m}^2)$ 。當積分圓面的週長等同於 L_ϕ 時，

$\Phi_B = B_\phi A \sim B_\phi \pi r^2 \sim B_\phi L_\phi^2 \sim B_\phi \tau_\phi D$ 再代入上式，便可得特徵磁場 $B_\phi \sim \frac{\hbar}{eD\tau_\phi}$ ，通常我們

定義 $B_\phi = \frac{\hbar}{4eD\tau_\phi}$ 。

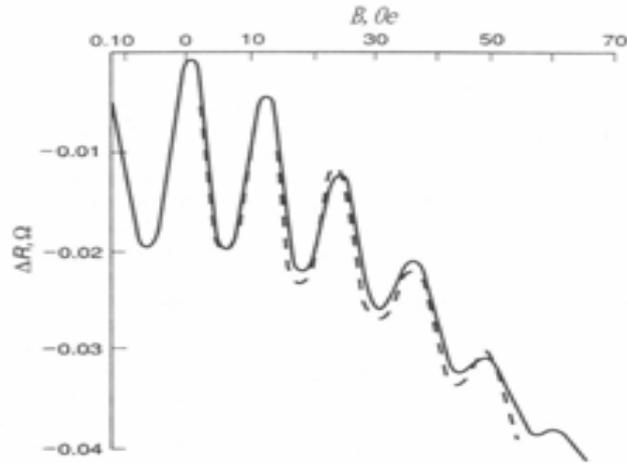


圖 2-15 弱局域效應中，磁電阻隨磁場的週期震盪變化圖[31][32]

由 $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Phi_B}{\Phi_0}$ 可看到相位會隨著磁場有週期性變化，故只要我們設計的系統中，電子數量夠多走上上述路徑行為時，磁電阻會隨磁場有固定震盪週期性變化，如圖 2_15 所示。當我們的系統是二維平面或三維立方體的弱局域系統時，由於電阻行為必須考慮統計平均的結果，因此磁電阻有隨磁場震盪週期性變化的現象並不明顯。但基本上只要可發生弱局域效應的系統，都有隨著磁場增強，而越來越多的電子自我干涉迴圈不能形成的現象，也因此整體行為而言，弱局域效應是隨磁場增強而削弱，且外加磁場大到某一程度 B_ϕ ，弱局域現象會完全消失。

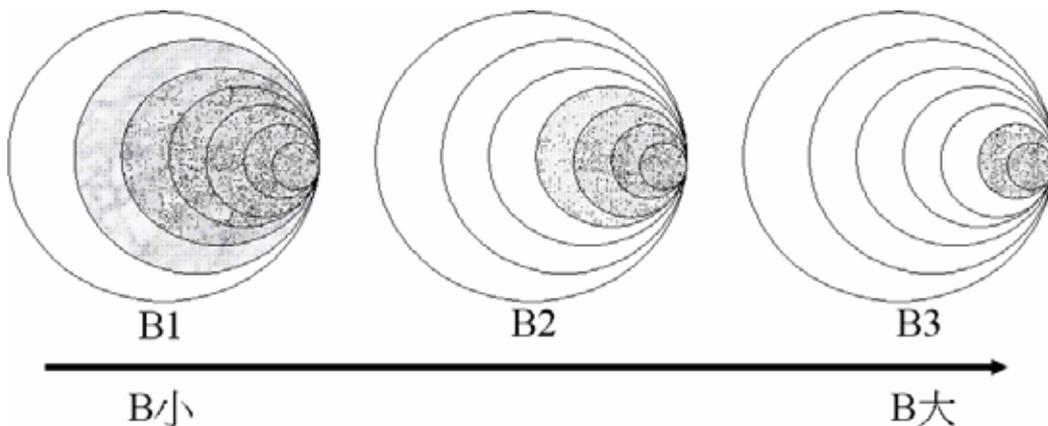


圖 2-16 隨著磁場增強，可以形成的 L_0 也跟著變小

2-6-5b 二維磁電阻修正公式

其中二維磁電阻修正公式

$$\frac{\Delta R_{\square}}{R_{\square}^2} = \frac{-e^2}{2\pi^2\hbar} \left\{ \left[\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{B_1}{B}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{B_2}{B}\right) \right] + \frac{\left[\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{B_3}{B}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{B_2}{B}\right) \right]}{2} \right\} \quad (2.32)$$

B : 外加磁場, $B_1 = B_{ee} + B_{so} + B_{ss}$, $B_2 = \frac{4}{3}B_{so} + \frac{2}{3}B_{ss} + B_i$, $B_3 = B_i + 2B_{ss} = B_{\varphi}$, $\Psi\left(\frac{1}{2} + x\right)$

為 digamma function, 在這裡 B_i 同時包括 B_{ep} 與 B_{ee} 的作用, 且 B_i 與溫度有關, B_{ss} (Kondo effect 除外) 和 B_{so} 與溫度無關。而在二維系統中, B_{ee} 通常會比 B_{ep} 效應明顯。我們可藉

由實驗數據經由擬合理論得到特徵磁場 B_{φ} , 再由定義 $B_j = \frac{\hbar}{4eD\tau_j}$ 得到散射時間 τ_j , 與

藉由 $\tau_j = \frac{L_j^2}{D}$ 得到 L_j 。j 可分別表示 φ 總非彈性散射事件 (外加磁場造成非彈性事件的發生)、ep (電聲子非彈性散射)、ee (電電子非彈性散射)、i= ep + ee、so (電子自旋軌道非彈性散射) 或 ss (電子自旋自旋非彈性散射)。



三、實驗方法

本章將會介紹：ITO 樣品的基本資訊，且我們如何藉由退火的技術，製造出一系列無序程度的 ITO 樣品。且在低溫量測金屬性樣品時，所必須注意到的各種小訊號量測技術。以及各種溫度計、各種致冷器還有超導磁鐵的使用。

3-1 樣品介紹

ITO= $\text{In}_2\text{O}_3:\text{Sn}_2\text{O}$ 是將錫參雜於氧化銦，屬於一種 N 型半導體。我們的樣品是由鍊德科技所提供，從鍊德科技得到的資訊，ITO 是由射頻濺鍍機 (RF Sputter) 所製成且 ITO= $\text{In}_2\text{O}_3:\text{Sn}_2\text{O}$ 其重量百分比為 9:1 Wt%。故我們的 ITO $\rightarrow \text{In}_{(2-x)}\text{Sn}_x\text{O}_3$ $x=0.195$ ，因此原子數比 (atom ratio) 為 In: Sn =90.25% : 9.75%。晶格常數約為 1 奈米為立方體結構，且密度 (Density) 為 $7.19 \text{ (g/cm}^3\text{)}$ ，其中 $m^*=0.4m_e$ [33]。我們將兩種厚度的 ITO 製成一系列無序程度，再拿來做電性量測。兩種厚度分別為 250nm 與 15nm。

3-2 高溫爐

我們藉由高溫爐利用退火技術將鍊德科技已製成的 ITO，造成一定程度無序程度以達到我們想要觀察的弱無序狀態。

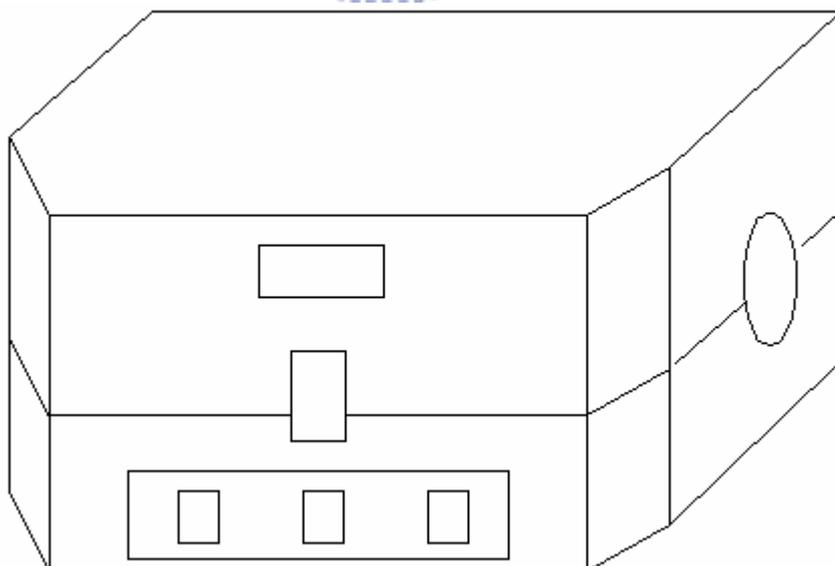


圖 3-1 為高溫爐外觀圖

3-2-1 退火機制

何謂退火？退火 (annealing) 主要是指將一種材料曝露於高溫一段很長時間後，然後再慢慢冷卻的熱處理製程。而在我們實驗室所用的加溫裝置即是高溫爐。

通常金屬樣品在**真空中**進行退火，且退火時間夠長且變溫速率夠慢的話，會讓樣品排列較完美（無序程度減弱，電阻率變小）。主要是高溫環境會給予原子足夠的能量，且時間夠長或降溫夠慢的話能讓原子有時間達到最穩定的狀態（成為週期性晶格排列），故知道溫度、時間與變溫速率這三個參數可以影響到退火的結果。

我們將 ITO 樣品（非純金屬樣品）至入可耐高溫的石英玻璃管，並在退火過程中通入一定流量的氬氣 (Ar)，主要是希望在高溫時，藉由氬氣來撞擊 ITO，幫助 ITO 重新排列。並藉由一個外加冷源（流動的氬氣）讓溫度下降快一點以讓 ITO 來不及重新排列（無序大），且維持在高溫時間不長（來不及形成完美排列），以可製造出一定較大無序程度的 ITO。

而我們所設定氬氣的流量為 1 秒鐘一顆泡泡流出玻璃管。

至於為何選擇氬氣？因為氬氣是惰性氣體，可以確保不會和 ITO 進行化學反應形成新物質，且相對其他惰性氣體而言分子量較大（撞擊比較有影響）也較容易取得，故選擇用氬氣。

ITO 的熔點 (Melting Point) 為 1910°C ，而我們所外加的溫度最高為 550°C 。故退火過程中，並不會將 ITO 給融化掉。

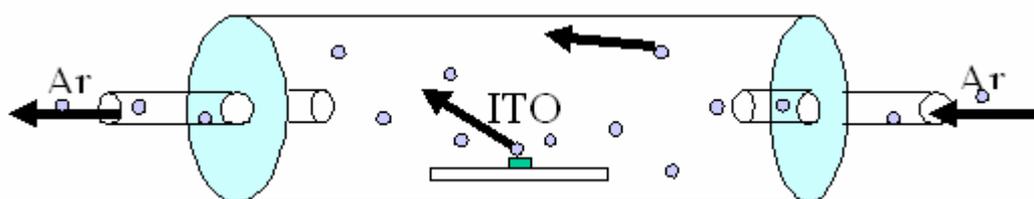


圖 3-2 為退火進行時，石英玻璃管內示意圖

3-2-2 ITO 進行退火時的變數設定

表 3-1 為退火變數設定

r1(°C/min)	L1(°C)	d1(min)	r2(°C/min)	L2(°C)	d2(min)	Hb(°C)
10	控制變因	60	5	0	5	10

其中，

r1 = ramp 1. 為變溫速率。

r2 = ramp 2. 為變溫速率。

L1 = target level 1. 為目標溫度。

L2 = target level 2. 為目標溫度。

d1 = dwell time 1. 維持在目標溫度的時間。

d2 = dwell time 2. 維持在目標溫度的時間。

Hb = holdback band. 允許目標溫度與實際溫度的溫差。只要在此設定溫差內高溫爐的溫控程式會繼續跑下去。

#n_系列與#0_系列分別為未 anneal 的 2 維與 3 維樣品 ITO 樣品

其他樣品各樣品間，則 L1 的參數設定不同，如下表。

表 3-2 退火時各樣品的變數設定

2D (15nm)

sample name	#n_1	#n_2	#n_6	
L1(°C)	non-anneal	non-anneal	non-anneal	
$\rho_{300K}(\mu\Omega\text{cm})$	838.2	684.7	712.7	
sample name	#2_3	#3_1	#5_1	#5_3
L1(°C)	500	300	550	550
$\rho_{300K}(\mu\Omega\text{cm})$	1035	1168	1185	1184

3D (250nm)

sample name	#0_2			
L1(°C)	non-anneal			
$\rho_{300K}(\mu\Omega\text{cm})$	162			
sample name	#5	#12_1	#12_2	#13_1
L1(°C)	600	450	450	400
$\rho_{300K}(\mu\Omega\text{cm})$	171	227	239	251
sample name	#13_2	#13_3	#15_1	#15_3
L1(°C)	400	400	400	400
$\rho_{300K}(\mu\Omega\text{cm})$	282	268	267	267

3-3 精密低溫量測 AC 鎖相電流 四點量測

在這邊我們會先分別討論兩點量測、四點量測、如何消除直流熱電勢、如何避免磁場上對量測訊號的影響，以及無法如何辨別最佳樣品訊號的方式！

3-3-1 兩點量測

兩點量測為傳統測量電阻的方式[34]。最常見的例子即為用三用電表直接測量，其外送電流與量測電壓皆為同一條導線，簡單快速。但在精密量測中有其缺點。如圖所示，其所量測到的電阻 $R_{\text{電表}} = R_{\text{樣品}} + R_{\text{導線}} + R_{\text{接點}} > R_{\text{樣品}}$ 。會將導線電阻與接點電阻給一起算進去。故需要更精密的量測方式，四點量測。

Tow-wire resistance measurement

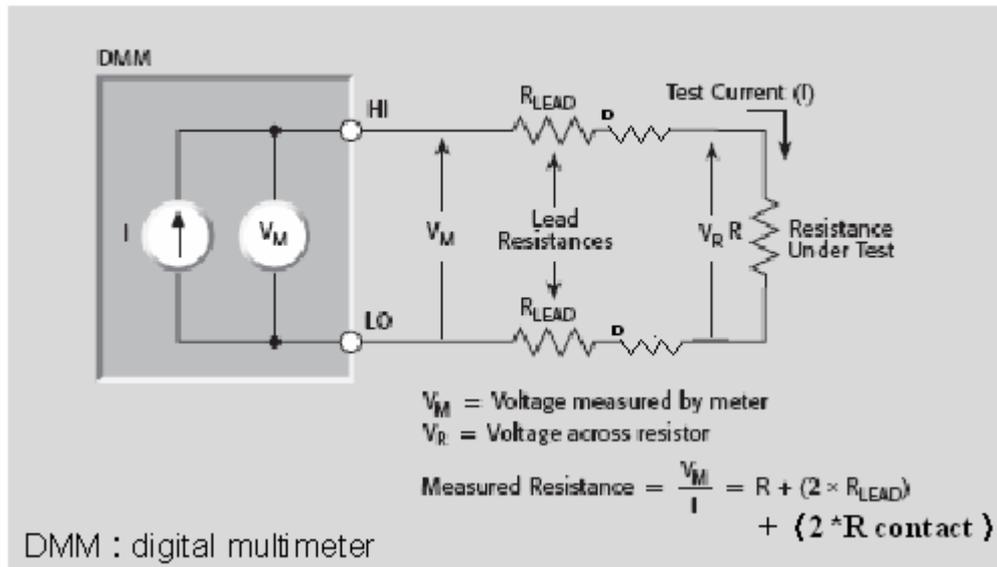


圖 3-3 兩點量測除了量測樣品電阻外，還會量到導線電阻與接觸電阻的訊號

3-3-2 四點量測

four-wire resistance measurement !

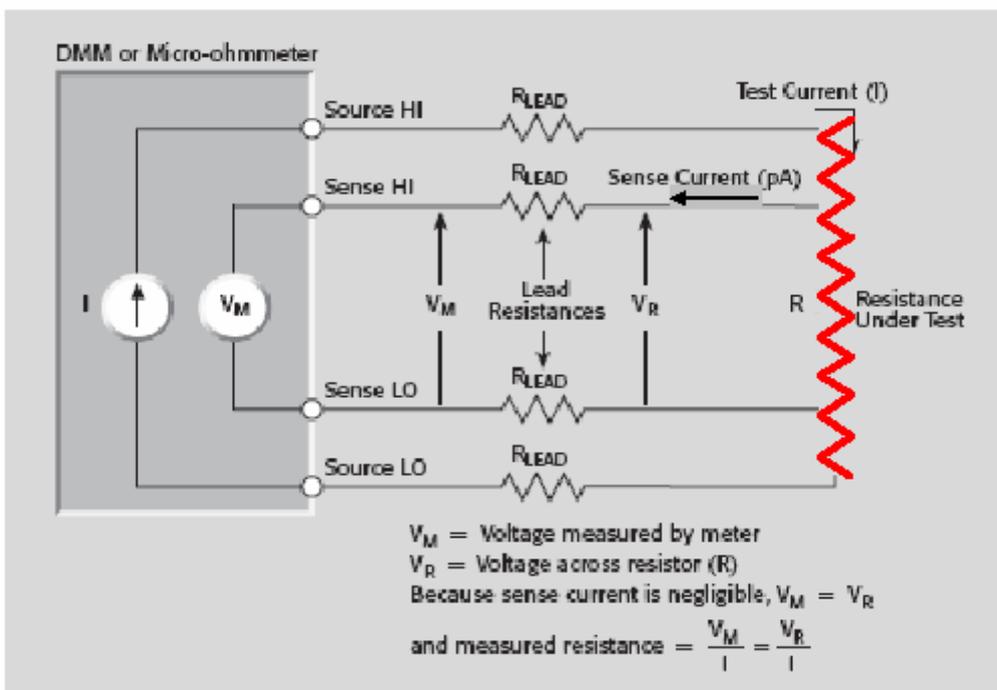


圖 3-4 四點量測示意圖

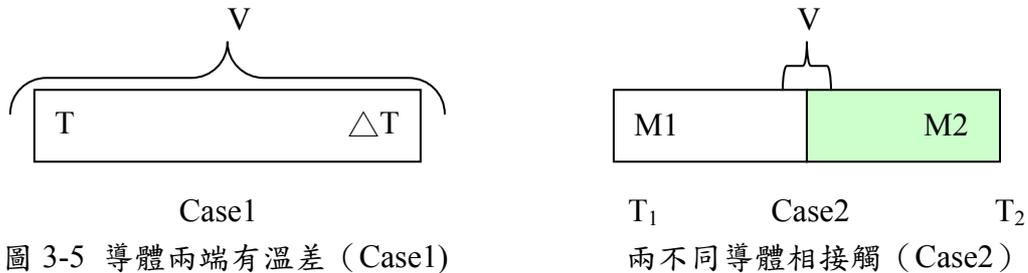
如圖所示，將外送電流導線 (Source HI & Source LO) 與量測電壓導線 (Sense HI & Sense LO) 分為兩組來看，並同時跨接在樣品身上。我們知道當電流 I 從電流源流出，並流入樣品時，除非遇到分流通路，不然電流 I 大小不會改變。當電流 I 流經 Sense HI 時，由於伏特計的內電阻極大，故分流流入 Sense HI 的電流極小(其等級約為 pA)。也因為流過 Sense HI & Sense LO 兩端的電流極小，故這段導線造成的電壓降貢獻很小 ($V_{\text{導線}} \approx 0$)，所以伏特計量到的電壓 $V = V_{\text{導線}} + V_{\text{樣品}} \approx V_{\text{樣品}}$ ，也因此四點量測量測到的電阻

$$R_{\text{measure}} = \frac{V_{\text{measure}}}{I_{\text{source}}} \approx \frac{V_{\text{sample}}}{I_{\text{source}}} \quad (3.1)$$

由式子可知 我們利用量測電壓的大輸入電阻，消掉接點電阻與導線電阻的影響，量測到更正確精細的電壓降信號。

3-3-3 利用交流電技術 消除 DC thermoelectric EMF

當導體兩端有溫差 (Case1)、與兩不同導體相接觸 (Case2) 時，會出現直流熱電電動勢 (DC thermoelectric EMF)。



精密量測在低溫物理裡，是個重要且一定需要面對的課題。其中還需考慮的課題為直流熱電動勢。我們可以利用

1. 特殊的混合金屬 thermo free 作為焊料將直流熱電電動勢消到最小。
2. 利用交流電的技術來消除直流熱電電動勢。

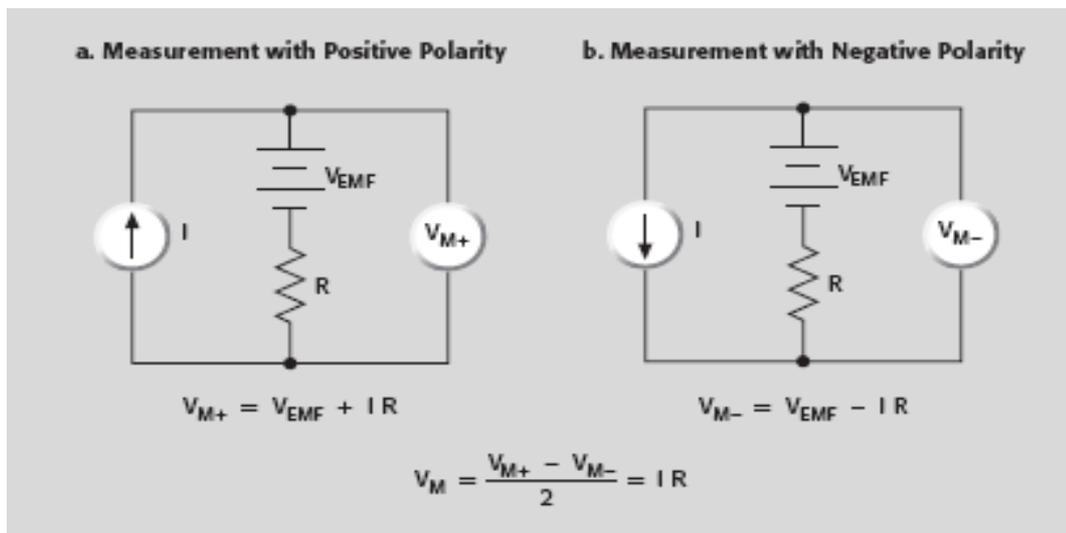


圖 3-6 交流電的技術來消除直流熱電電動勢

且如圖 3-6 所示，即使我們使用四點量測，只要有溫差或用導線跨皆在樣品身上，就會有直流熱電電動勢 (DC thermoelectric EMF) 的產生。所以交流電的技術是必要的。

且伏特計量測到的電壓 $V_{measure} = IR_{待測電阻} + V_{EMF}$ ，而 $R_{measure} = \frac{V_{measure}}{I_{source}} \neq \frac{V_{sample}}{I_{source}}$ 。當我們改用交流電時，順向電流 $V_{measure} = V_{M+}$ ，反向電流 $V_{measure} = V_{M-}$ ，計算 $V_M = \frac{V_{M+} + V_{M-}}{2} = IR_{待測電阻}$ 便可以消除直流熱電電動勢的影響。

3-3-4 磁場對量測上的影響

FIGURE 3-9: Low Voltages Generated by Magnetic Fields

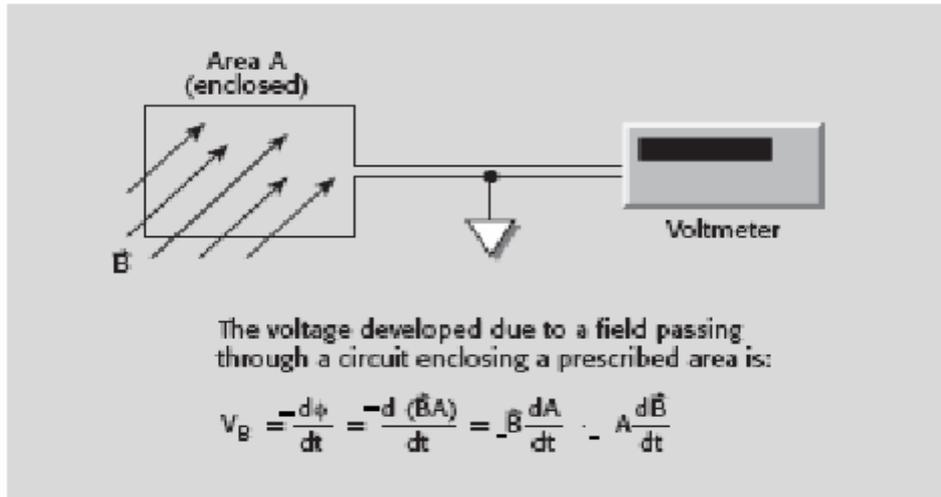


圖3-7 磁場對量測影響的示意圖

- V_B = induced voltage 感應電壓 一般而言 V_B 為 奈米伏特大小
- A = loop area 迴路面積
- B = magnetic flux density 磁通量密度
- $\Phi = BA$ = magnetic flux 磁通量大小

由上圖利用電磁學的知識可發現，當外加磁場時，會容易對我們量測訊號造成額外的貢獻，或稱雜訊。故我們利用雙絞線的技術，來改良上述缺點。

假若使用雙絞線，且考慮外界磁場所造成的互感時。由於同一條線路上，磁場感應出來的電流方向不同，感應電流大小相同，所以感應電流可以抵銷，並不會有額外雜訊出現。

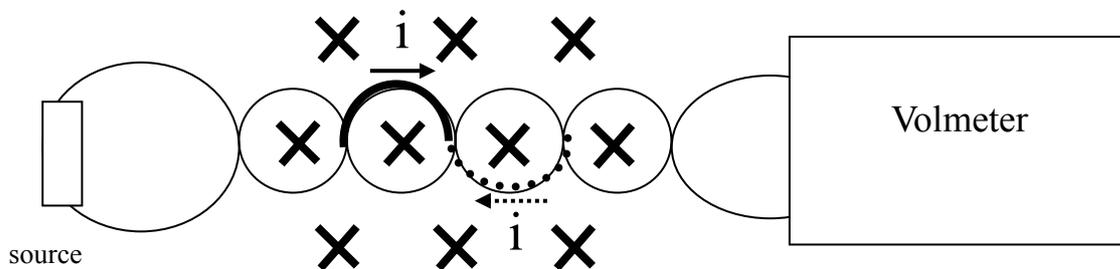


圖 3-8 雙絞線可避免外加磁場所造成的雜訊。

3-3-5 強森雜訊 (Johnson noise)

強森雜訊是一種電性測量上必然會存在的雜訊！我們無法藉由其他方式來消除強森雜訊，故當實驗量測的雜訊大小（雜訊寬度）恰好為強森雜訊時，即表示我們所量測到的訊號幾乎是樣品本身的電性訊號。其理論推導是利用古典普郎克的量子統計所得。其結果如下式：

$$P = 4k_B TB = \frac{V_{rms}^2}{R} = I_{rms}^2 R$$

$$V_{rms} = \sqrt{4k_B TBR} \Rightarrow \text{noise voltage } \uparrow \text{ as } R \uparrow$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{4k_B TB}{R}} \Rightarrow \text{noise current } \downarrow \text{ as } R \uparrow$$
(3.2)

P：強森雜訊所造成的功率

V_{rms} ：量測電壓上的強森雜訊

I_{rms} ：量測電流上的強森雜訊

k_B ：波茲曼常數

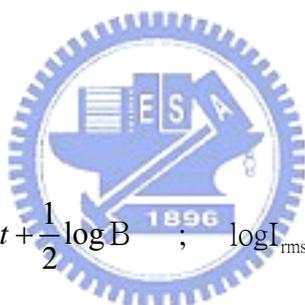
T：溫度

B：量測時的訊號頻寬

R：待測物的電阻值

將上式取對數 會發現

$$\log V_{rms} = \text{const} + \frac{1}{2} \log B \quad ; \quad \log I_{rms} = \text{const} + \frac{1}{2} \log B$$
(3.3)



如下圖所示：

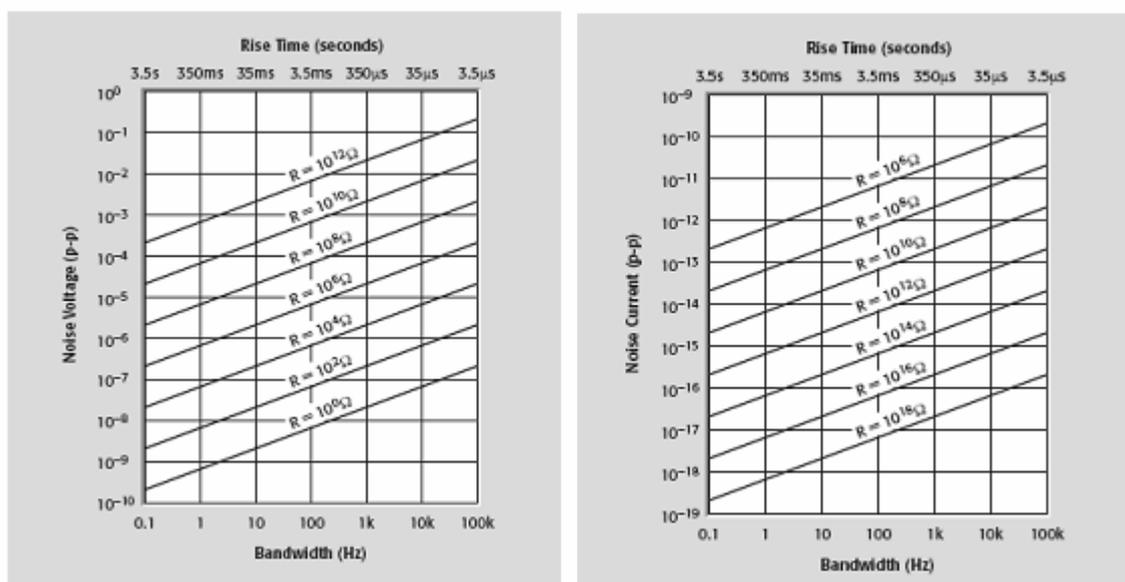


圖 3-9 由於電表本身有輸入組抗與輸出組抗，所以可瞭解到電表量測上的極限。

3-4 溫度計 thermometer

溫度計依制訂溫度的協定，可分為兩種溫度計：原始溫度計（primary thermometer）與從屬溫度計(secondary thermometer)。

原始溫度計是指可用來制訂溫度用的溫度計，且依據熱力學相關的理論式，來訂出溫度的物理環境，故只要架設好是不需要經過校正的。

從屬溫度計是指大部分實驗室或一般量測溫度時所用的溫度計。此溫度計有方便使用、可覆現性、更敏捷感受溫度變化的特性，故從屬溫度計有大熱導、小熱容、優良的熱接觸等特性，但最好必須經過原始溫度計的校正。一般實驗室所用的從屬溫度計以熱電偶溫度計及電阻式溫度計居多。其中電阻式溫度計主要以送電流量電壓或送電壓量電流的方式來量測電阻，有以下幾種：

鉑溫度計、二極體溫度計、鍺溫度計、碳溫度計、碳玻璃溫度計、Cernox 溫度計、RuO₂ 溫度計。特性如下表所列

表 3-3 各種溫度計特性表

thermometers Overview	Temperature Range	Standard Curve	Below 1 K	Can be used in radiation	Performance in magnetic field
Positive Temperature Coefficient RTDs					
<i>Platinum</i>	14 K to 873 K	<i>o</i>		<i>o</i>	<i>Fair above 30 K</i>
Diodes					
<i>Silicon</i>	1.4 K to 500 K	<i>o</i>			<i>Fair above 60 K</i>
Negative Temperature Coefficient RTDs					
<i>Germanium</i>	0.05 K to 100 K		<i>o</i>	<i>o</i>	<i>Not recommended</i>
<i>Carbon</i>	1.4K to 300K(A-B) 0.28 to 6.2K(S)				<i>Good</i>
<i>Carbon-Glass</i>	1.4 K to 325 K			<i>o</i>	<i>Good</i>
<i>Cernox™</i>	0.10 K to 325 K		<i>o</i>	<i>o</i>	<i>Excellent above 1 K</i>
<i>Ruthenium oxide*</i>	0.01 K to 40 K	<i>o</i>	<i>o</i>	<i>o</i>	<i>Good below 1 K</i>
Other					
<i>Thermocouples</i>	1.2 K to 1543 K	<i>o</i>			<i>Fair</i>

表 3-4 本實驗室中各類低溫致冷儀所搭配的溫度計

Facilities	sensor position	sensor name	be calibrated?	be calibrated temperature range
CRYO	sample holder(ch1)	silicon diode DT-470-CU-13	o(1998/2)	1.4K ~ 325K
		silicon diode DT-470-CU-13	x	
CRYO	sample holder	Cernox-1050-CU-1.4L	o(2002/7)	1.4K ~ 325K
		thermal couple	x	
		thermal couple	x	
CRYO	sample holder (B)	silicon diode DT-670-CU-13	o(2006/11)	1.4K ~ 325K
		silicon diode DT-670-CU-13	x	
old ^3He	sorb	Allen-Bradley sensor 270 Ω (carbon resistor)	x	
	1K pot	Speer 470 Ω sensor (carbon resistor)	x	
	^3He -pot	CGR-1-1000	o(1995/8)	1.5K ~ 300K
	^3He -pot	RuO ₂	o	0.3K ~ 3.8K
new ^3He	sorb	Allen-Bradley sensor 270 Ω (carbon resistor)	x	
	1K pot	RuO ₂	x	
	^3He -pot	Cernox-1050-AA-1.4L	o(2003/5)	1.4K ~ 325K
	^3He -pot	RuO ₂	o(2003/3)	25mK ~ 4.2K
	^3He -pot	RuO ₂	x	
dilution	sample holder	RuO ₂	o(2001/12)	20mK ~ 4.2K

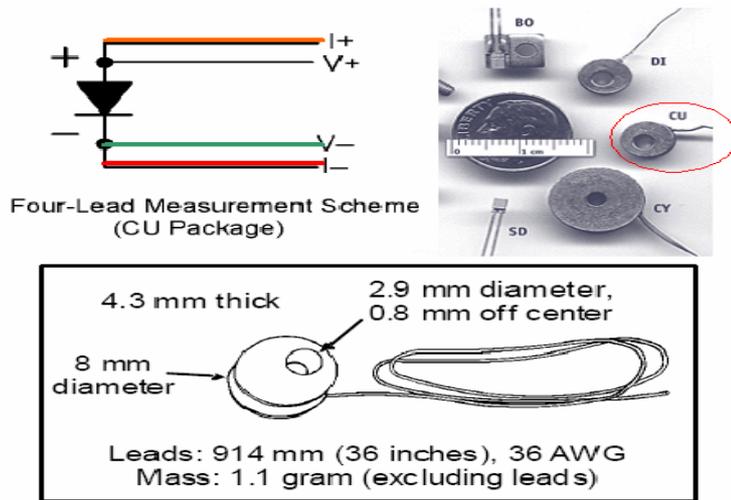


圖 3-10 二極體溫度計 silicon diode DT-670-CU-13 外觀與裝置使用示意圖

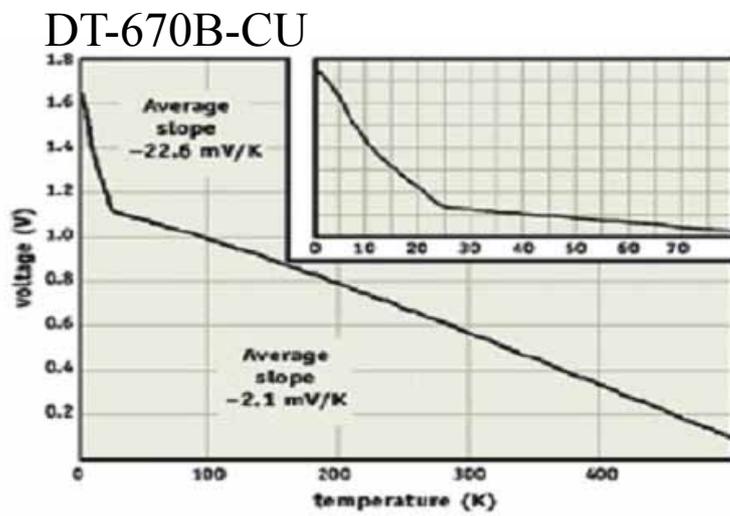


圖 3-11 外加電流為 $10 \mu A$ 時，二極體溫度計量測電壓與溫度的關係圖

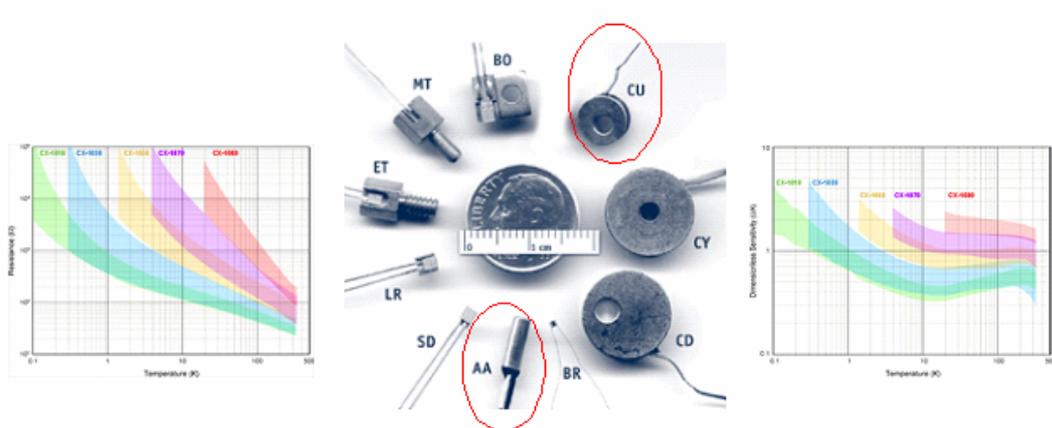


圖 3-12 Cernox 溫度計的溫度與敏感度關係圖

3-5 致冷器

致冷器是用來將樣品降溫用的儀器。我們可以利用致冷器，來將樣品控制在我們所希望的溫度條件，加以做電性，光學等各種量測。不同的致冷器所能達到的最低溫度，與致冷方式都不同。這邊我們介紹兩種致冷器，CRYO 與 ^3He Cryostats。

3-5-1 CRYO (^4He Cryostats)

將樣品由室溫降至低溫做電性量測時，我們希望可以穩定控制或改變在我們所希望的溫度。必定需要有可達成熱平衡的冷源與熱源。但不論熱源與冷源都必須藉由熱傳導的方式來傳遞熱量。故當我們理解且可控制傳熱便可以達到我們所希望的溫度，來觀察我們所想研究的課題。傳熱的主要方式有：傳導、對流、輻射。

我們利用 CRYO 本身的真空夾層(減少對流)，來減少樣品與外界室溫的熱傳導，再利用浸泡在液態氦(傳導為主)與抽冷氦氣的流量大小(對流為主)控制來達到我們想要的溫度。

^4He Cryostats 的降溫可以分為幾個階段。

- a. 300K~80K 浸泡在液態氦(傳導為主)
- b. 80K~1.2K 抽冷氦氣(對流為主)



3-5-1a 主要藉由傳導的方式達到降溫

我們將 Cryostats 抽好真空夾層(做好樣品空間與外界的溫度隔絕)，並使抽氦氣的通道(針閥至大閥間)確保暢通，將 ^4He Cryostats 浸入液氦中。由於真空夾層約 10^{-4} ~ 10^{-5} toor 而已，我們仍可以藉由以傳導為主的方式，將樣品的溫度逐漸緩慢降至 80K 左右。

3-5-1b 主要藉由對流的方式來進行 80K~1.2K 的控溫

經過十個小時左右的時間， ^4He Cryostats 內的樣品溫度可從室溫降至約 90K 左右。我們在確保抽氦氣的通道是暢通時，將 ^4He Cryostats 從液態氦移到液態氦，並裝置回收氦氣管路抽冷氦氣。利用抽冷氦氣流量的大小(控針閥、控大閥、幫浦選擇與抽液氦的管路選擇)，與控制樣品與液氦面的相對高度我們可以控制們想要的溫度。

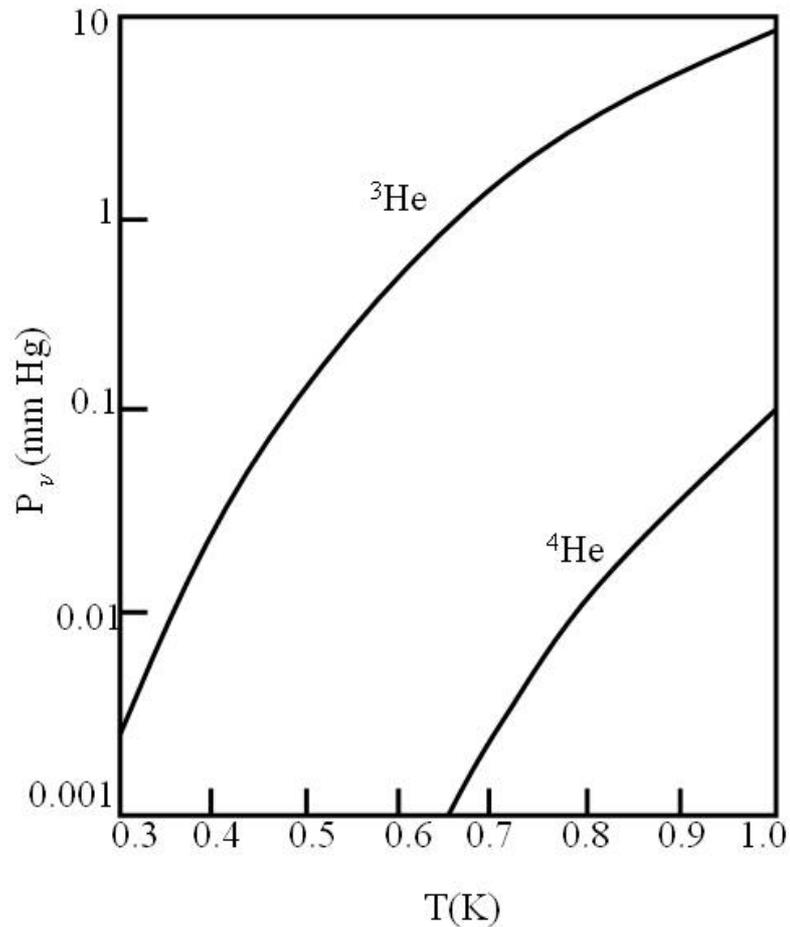


圖 3-13 氦三氦四的溫度與壓力相圖關係

3-5-2 ^3He Cryostats

^3He Cryostats 與 ^4He Cryostats 最大的不同在於 ^3He Cryostats 內含有 ^3He 氣體，也因此 ^3He Cryostats 可以降到約 0.3K 左右！且 ^3He Cryostats 可以外加磁場！

3-5-2a ^3He Cryostats 降溫方式

在 ^4He Cryostats 中，80K~1.2K 的降溫主要是藉由抽冷 ^4He 氣體。而 ^3He Cryostats 除了藉由抽冷 ^4He 氣體外，還由於 ^3He Cryostats 是用封 can 的方式來隔絕外界，所以真空度較 ^4He Cryostats 小，較易發生傳導，也因此插入液態氦或液態氦時降溫也快些。且額外還有一個冷源-抽冷 ^3He 液體。因此我們可以利用被抽起的 ^3He 氣體，來達到約 0.25K 以下的降溫。

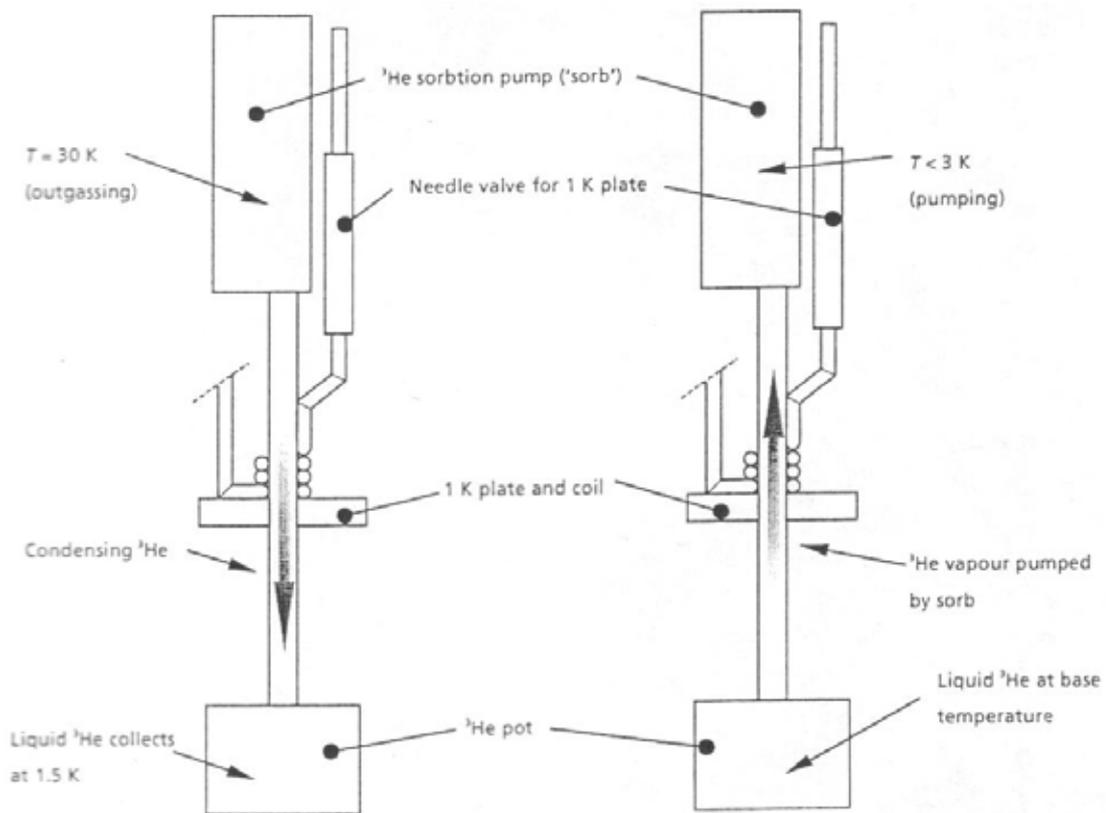


圖 3-14 氦三冷凝裝置說明圖

由於 ^3He 氣體稀有且很貴，所以對氣體 ^3He 氣體的處理有別於其他氣體的處理。我們希望 ^3He 氣體可以重複使用，所以 ^3He 氣體是在封閉管路內活動的。也因此操作 ^3He Cryostats 時，有一部份在將 ^3He 氣體給冷凝成液體的預備工作上。

我們抽冷 ^4He 氣體，利用傳導的方式來將 ^3He 氣體降溫至 ^3He 的凝結點 3.19 K 以下，將 ^3He 冷凝成液體，作為另一個冷源的預備。

我們要如何抽取冷凝下來的 ^3He 來達到 0.3 K 附近的溫度呢？假如外接幫浦來抽取會有漏洩 ^3He 氣體的機會發生。所以我們希望幫浦是內建的，如此便可以將 ^3He 氣體困在封閉空間內。但假如內建機械式幫浦，會有油氣污染，且定期維修會不便，所以要想一個新的方式來代替傳統機械幫浦的角色。在 ^3He Cryostats 上選擇用活性炭來作為幫浦。活性炭在高溫時會排放氣體；在低溫時會吸附氣體。所以我們利用此物理特性將活性炭當作幫浦使用。

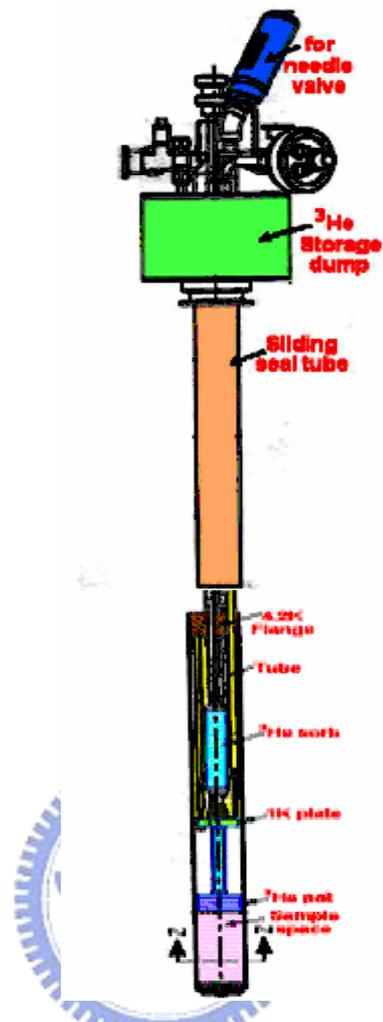


圖 3-15 氦三致冷器裝置圖

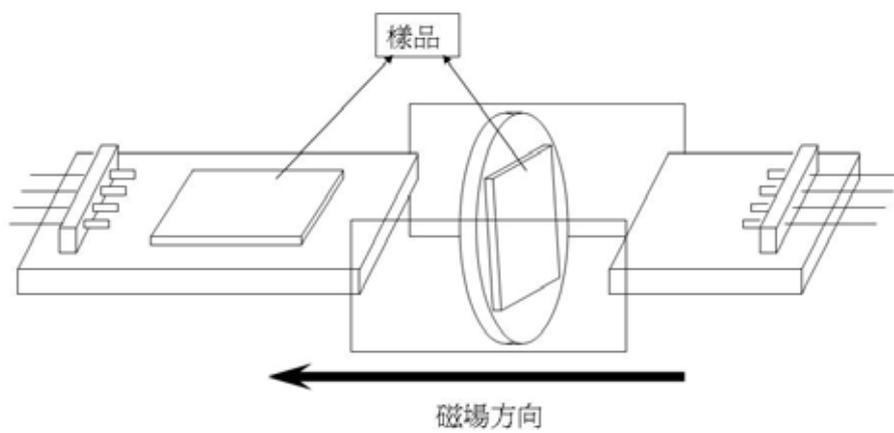


圖 3-16 氦三樣品座裝置圖

3-5-2b ^3He Cryostats 超導磁鐵

何謂超導磁鐵？超導磁鐵是利用纏繞多圈的超導線圈，再藉由大電流流過產生較大的磁場。我們實驗室有兩根 ^3He Cryostats，個別可以產生 2 Tesla 與 4 Tesla 的磁場通過樣品空間。超導磁鐵構造說明圖如下：

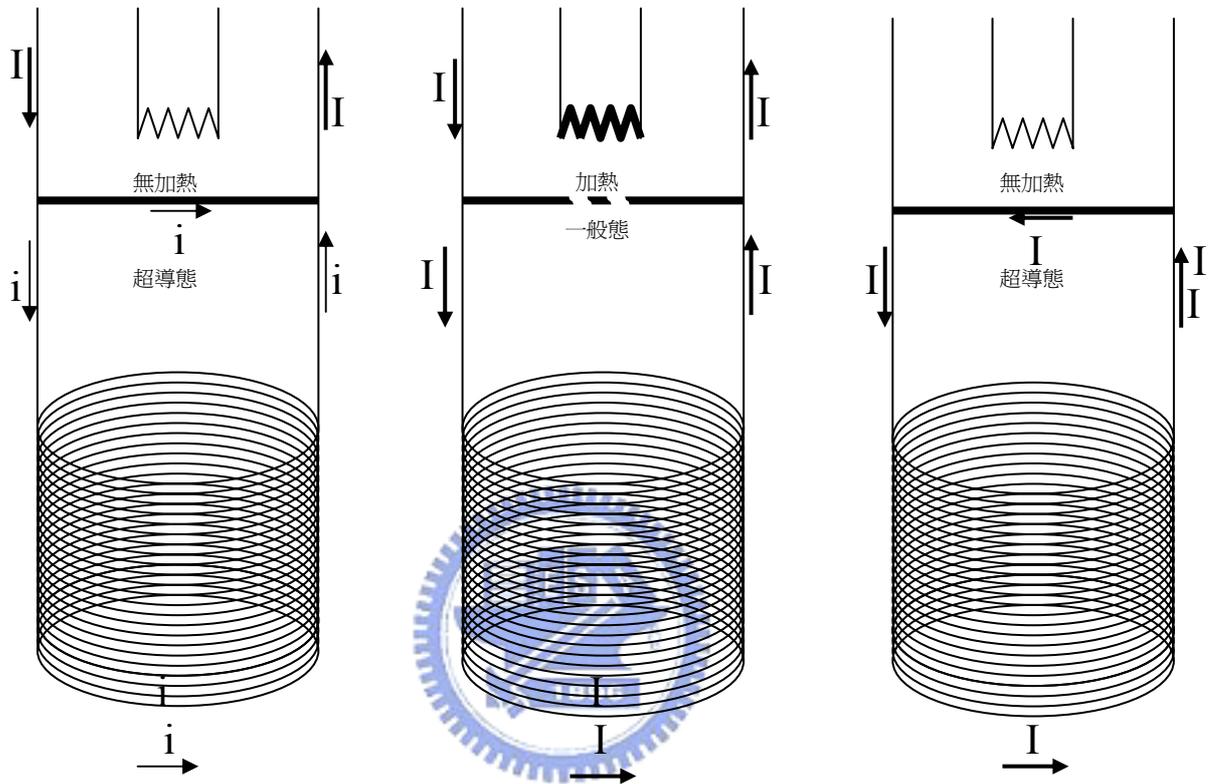


圖 3-17 氦三超導磁鐵說明圖

磁鐵線圈的上方也有一超導線，且其附近有一加熱器。我們可以利用加熱器作為上方導線的開關。這是利用超導線在 9K 以下便會由一般態變成超導態的物理特性。

四、實驗結果與分析

本章藉由量測 ITO 的電阻與溫度關係、外加 4T 垂直磁場下的電阻與溫度關係，還有在各溫度下掃磁電阻，以進行高溫與低溫部分的 R(T) 分析，磁電阻的分析，並做進一步的分析結果確認合理與否。

4-1 原始實驗數據：

分別展示我們所量測到的實驗數據，並由實驗數據來做進一步的物理模型預測。

4-1-1 R(T) 原始實驗數據

一般金屬性的樣品會隨著溫度的降低，其電阻值降低，通常 40K 以下才有機會出現隨溫度降低而電阻升高的現象，視樣品特性與製造過程而定。而 ITO 樣品在高溫時有金屬性的特性是大家有共識的。但藉由量測 15nm 的 ITO 薄膜其電阻與溫度的關係圖上，我們可以發現在約 150K 附近，電阻值便出現隨著溫度降低而升高的現象，且在其低溫時的電阻值相對於 300K 時的電阻值而言相當高，在低溫時與一般金屬不同。故我們大部分放在低溫的量測與分析上。

由實驗 R(T) 來看，在低溫時有電阻與 $\log T$ 呈線性的行為，而低溫時電阻與根號 T 呈線性的行為並不明顯。有許多現象跟 $\log T$ 有關：二維弱局域效應，二維電子電子交互作用還有 Kondo effect 跟 two channel Kondo effect。

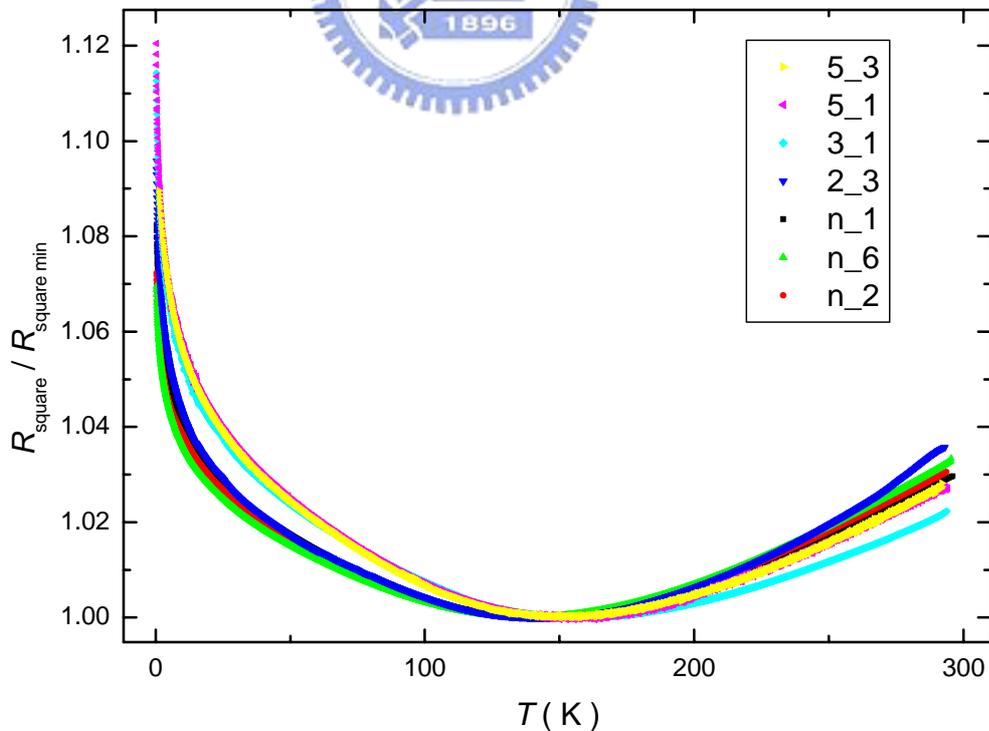


圖 4-1 ITO 薄膜其電阻與溫度的關係圖

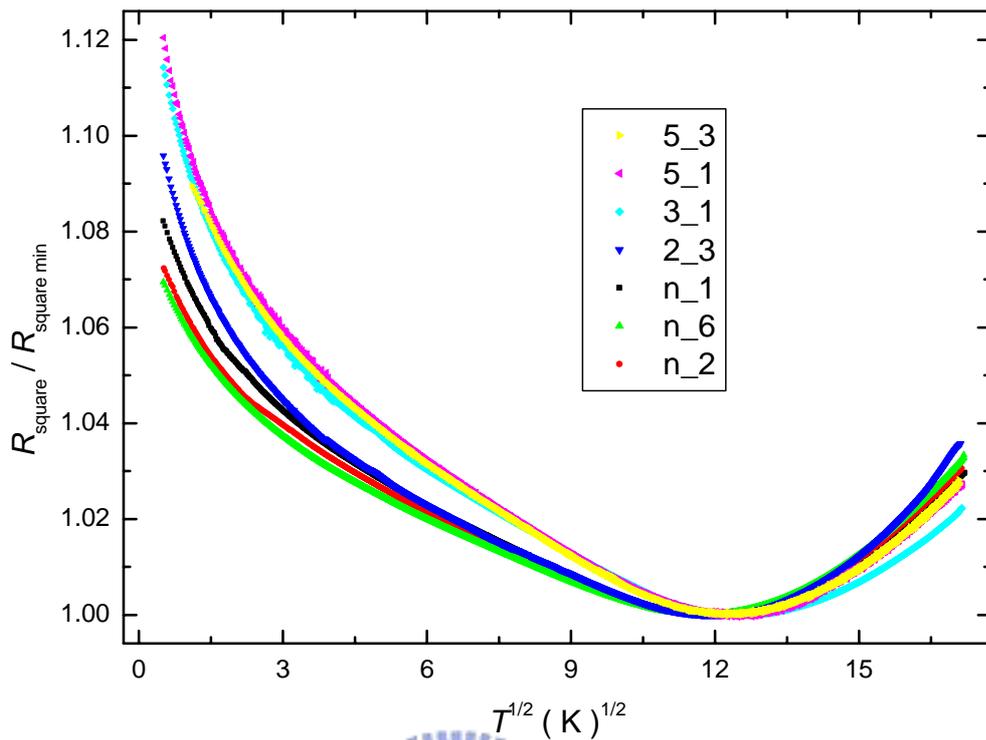


圖 4-2 ITO 薄膜其電阻與根號 T 的關係圖

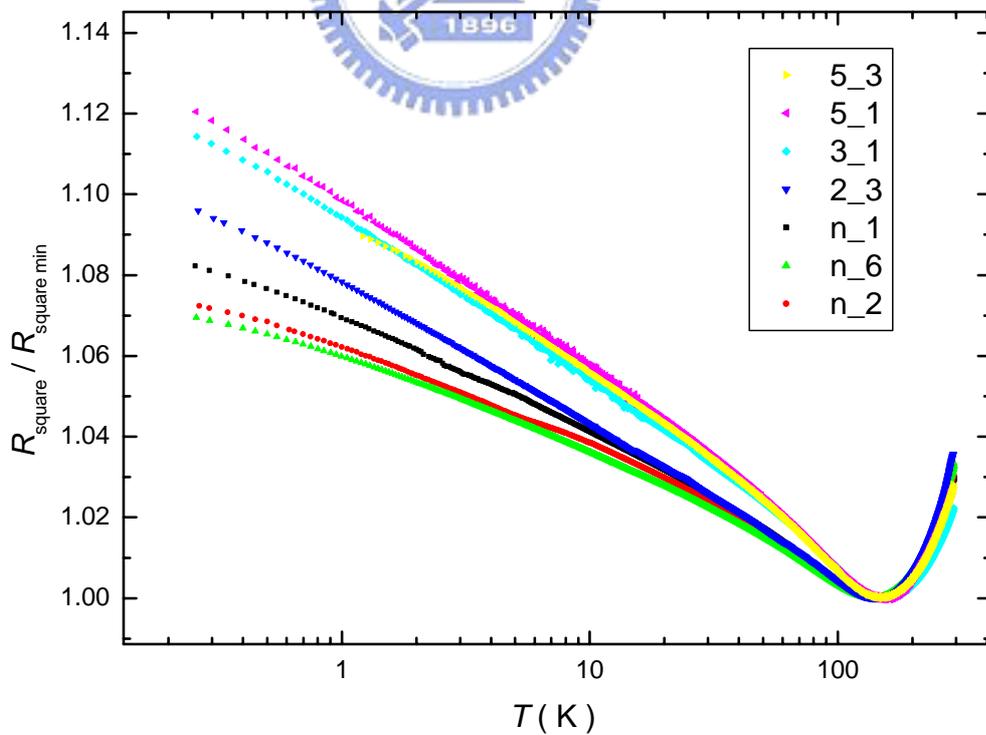


圖 4-3 ITO 薄膜其電阻與 logT 的關係圖

4-1-2 樣品基本資訊表

表 4-1 樣品電阻資訊

#	$R_{T=300K} (\Omega)$	W (mm)	L (mm)	$\rho (\mu\Omega\text{cm})$	$R_{\text{square}} (\Omega)$
n_1	2174	1.1	4.28	838.2	558.8
n_2	590	1.5	1.94	684.7	456.5
n_6	1305	2.05	5.63	712.7	475.2
#2_3	1800	2.02	5.27	1034.7	689.8
#3_1	2596	2.02	6.735	1168.0	778.7
#5_1	2496	2	6.32	1184.6	789.7
#5_3	2600	2.08	6.85	1184.0	789.3

#	$R_{\text{square min}} (\Omega)$	$T_{R_{\text{square min}}} (K)$	$R_{\text{square } T=0.25K} (\Omega)$	RRR
n_1	543	144	587.3	1.030
n_2	443	141	475.0	1.031
n_6	460	138	491.8	1.033
#2_3	666	142	729.8	1.036
#3_1	762	158	848.7	1.022
#5_1	769	156	861.4	1.027
#5_3	768	155	X	1.028

W 為樣品寬度，L 為樣品長度。

其中#5_3 只有放入 CRYO 中量測，故無小於 1.5K 以下還有磁電阻的數據

表 4-2 E_f 資訊表

	$E_f (\text{eV})$	$k_F (1/\text{m})$	$V_F (\text{m/sec})$	$n (\#/m^3)$
non-anneal	0.56	2.42E+09	7.00E+05	4.78E+26
anneal	0.47	2.23E+09	6.46E+05	3.76E+26

E_f 由 thermopower 量出，

分別量取 n_1 與 2_3 作為 non-anneal 與 anneal 後的代表。

表 4-3 各樣品平均彈性散射時間， $k_F l$ ， $l_{e-e \text{ interaction}}$ ……等物理參數表

n_1	T (K)	$\tau_{\text{elastic}} (\text{sec})$	$l_{\text{elastic}} (\text{m})$	D (m^2/sec)	$k_F * l_{\text{elastic}}$	$l_{e-e \text{ interaction}} (\text{m})$
	0.3	3.32E-15	2.32E-09	5.43E-04	5.63E+00	2.08E-07
	1	3.35E-15	2.35E-09	5.48E-04	5.68E+00	1.15E-07
	5	3.41E-15	2.39E-09	5.58E-04	5.79E+00	5.18E-08
	10	3.44E-15	2.41E-09	5.63E-04	5.83E+00	3.68E-08

30	3.49E-15	2.45E-09	5.71E-04	5.92E+00	2.14E-08
50	3.52E-15	2.47E-09	5.76E-04	5.97E+00	1.66E-08

n_2

T (K)	τ_{elastic} (sec)	l_{elastic} (m)	D (m ² /sec)	$k_F * l_{\text{elastic}}$	$l_{\text{e-e interaction}}$ (m)
0.3	4.16E-15	2.92E-09	6.80E-04	7.05E+00	2.33E-07
1	4.20E-15	2.94E-09	6.87E-04	7.12E+00	1.28E-07
5	4.27E-15	2.99E-09	6.98E-04	7.23E+00	5.79E-08
10	4.30E-15	3.01E-09	7.03E-04	7.29E+00	4.11E-08
30	4.36E-15	3.05E-09	7.13E-04	7.39E+00	2.39E-08
50	4.40E-15	3.08E-09	7.18E-04	7.45E+00	1.86E-08

n_6

T (K)	τ_{elastic} (sec)	l_{elastic} (m)	D (m ² /sec)	$k_F * l_{\text{elastic}}$	$l_{\text{e-e interaction}}$ (m)
0.3	4.03E-15	2.82E-09	6.58E-04	6.82E+00	2.29E-07
1	4.06E-15	2.84E-09	6.64E-04	6.88E+00	1.26E-07
5	4.12E-15	2.89E-09	6.74E-04	6.98E+00	5.69E-08
10	4.15E-15	2.91E-09	6.79E-04	7.03E+00	4.04E-08
30	4.21E-15	2.95E-09	6.88E-04	7.13E+00	2.35E-08
50	4.24E-15	2.97E-09	6.92E-04	7.18E+00	1.82E-08

2_3

T (K)	τ_{elastic} (sec)	l_{elastic} (m)	D (m ² /sec)	$k_F * l_{\text{elastic}}$	$l_{\text{e-e interaction}}$ (m)
0.3	3.46E-15	2.23E-09	4.81E-04	4.99E+00	1.96E-07
1	3.51E-15	2.27E-09	4.88E-04	5.06E+00	1.08E-07
5	3.59E-15	2.32E-09	5.00E-04	5.18E+00	4.90E-08
10	3.63E-15	2.34E-09	5.04E-04	5.23E+00	3.48E-08
20	3.66E-15	2.37E-09	5.10E-04	5.28E+00	2.47E-08
50	3.72E-15	2.40E-09	5.17E-04	5.36E+00	1.58E-08

3_1

T (K)	τ_{elastic} (sec)	l_{elastic} (m)	D (m ² /sec)	$k_F * l_{\text{elastic}}$	$l_{\text{e-e interaction}}$ (m)
0.3	2.97E-15	1.92E-09	4.13E-04	4.29E+00	1.82E-07
1	3.02E-15	1.95E-09	4.21E-04	4.36E+00	1.00E-07
5	3.10E-15	2.00E-09	4.31E-04	4.47E+00	4.55E-08
10	3.13E-15	2.03E-09	4.36E-04	4.52E+00	3.24E-08
30	3.20E-15	2.07E-09	4.45E-04	4.62E+00	1.89E-08

50	3.23E-15	2.09E-09	4.50E-04	4.67E+00	1.47E-08
----	----------	----------	----------	----------	----------

5_1

T (K)	τ_{elastic} (sec)	l_{elastic} (m)	D (m ² /sec)	$k_F * l_{\text{elastic}}$	$l_{\text{e-e interaction}}$ (m)
0.3	2.93E-15	1.89E-09	4.08E-04	4.23E+00	1.81E-07
1	2.98E-15	1.93E-09	4.15E-04	4.30E+00	9.98E-08
5	3.06E-15	1.98E-09	4.26E-04	4.42E+00	4.52E-08
10	3.10E-15	2.00E-09	4.31E-04	4.47E+00	3.22E-08
30	3.16E-15	2.04E-09	4.40E-04	4.56E+00	1.88E-08
50	3.20E-15	2.07E-09	4.45E-04	4.62E+00	1.46E-08

4-1-3 外加 4T 垂直磁場時的原始 R(T)

從原始實驗數據來看，當初未外加垂直磁場時，我們便有看到電阻與 $\log T$ 有線性的行為，但在約 3K 之下時，電阻與 $\log T$ 的關係圖便出現逐漸飽和的行為。但再外加 4T 垂直磁場時，一路從 0.3K~20K 都屬於電阻與 $\log T$ 的線性行為，並無飽和發生。

在 Kondo effect 理論中，電阻與溫度的關係有 $\log T$ 的行為，除了會隨著低溫而逐漸出現 T^2 (飽和) 的關係外，電阻與溫度的行為也不隨著外加磁場有明顯改變。但我們所量測到的數據中，雖然可看到無外加磁場下，電阻與溫度的關係有 $\log T$ 的線性外，也有隨著低溫而出現飽和的行為，但在外加 4T 垂直磁場下，電阻與溫度的關係並無飽和出現。其電阻與溫度的行為在有無外加磁場下也是不一樣的，故我們認為並不是 Kondo effect 所造成此低溫部分的物理。

在 two channel Kondo effect 理論中，電阻有隨著低溫由 $\log T$ 轉根號 T 在轉 T^2 的行為，且就理論上 two channel Kondo effect 並不受外加磁場影響有明顯改變。由於我們未加磁場的 R(T) 中，實驗上觀察到由 $\log T$ 轉為根號 T 的現象並不明顯，且我們在外加磁場的 R(T) 中，完全無看到由 $\log T$ 轉為根號 T 的訊號。故我們也認為並不是 two channel Kondo effect 造成。

理論上二維電子電子交互作用在電阻上有 $\log T$ 的貢獻，且並不會隨著外加弱磁場而有明顯改變；而理論上二維弱局域效應也在電阻上有 $\log T$ 的貢獻，但會隨著磁場增加超過特徵磁場時而消失貢獻。而我們外加磁場所量的 R(T) 中，其外加磁場是 4T，相對於一般二維弱局域效應的特徵磁場 $\approx 0.1T$ 而言是相當大的，故推測外加 4T 垂直磁場量 R(T) 時二維弱局域效應消失。且當二維弱局域效應發生時，從很多實驗上，在未加磁場 R(T) 接近 0K 的部分，會有弱局域效應飽和的現象，故猜測未加磁場時，我們實驗上所量到的 R(T) 飽和現象，是二維弱局域所造成。後面會藉由 fit 出 τ ，來確認我們所做的假設是正確的。另一方面也由於我們的 ITO 薄膜夠薄 (15nm)，更添加低溫部分的解釋是二維弱局域效應與二維電子電子交互作用的可能！必須強調的是，在這邊我們假設外加磁場是 4T，並不會改變電子電子交互作用對電阻的貢獻。

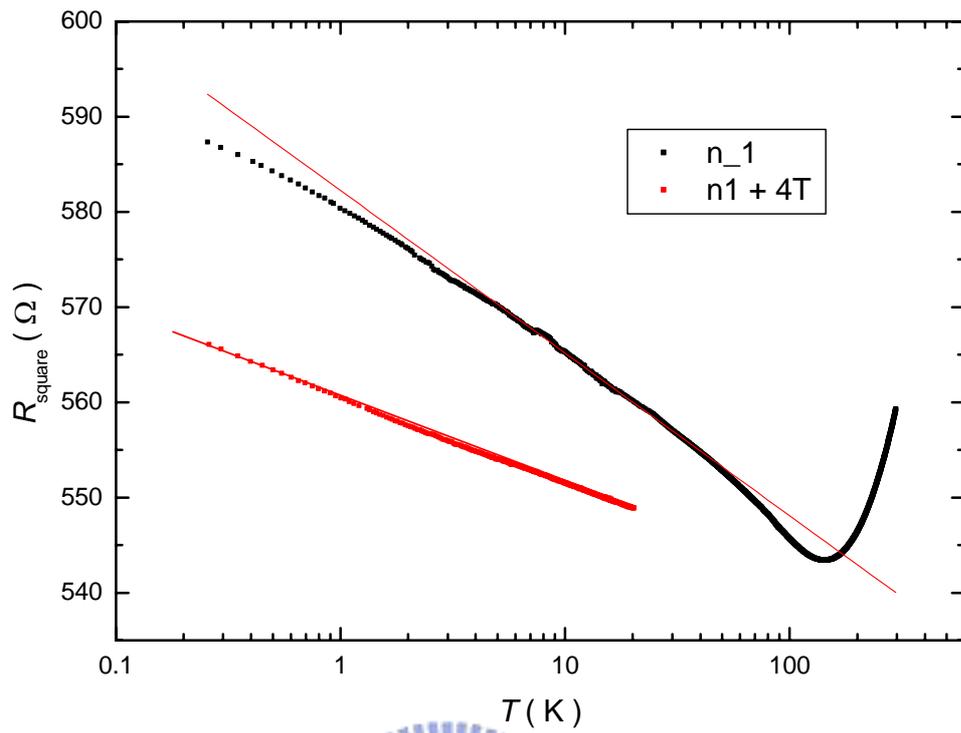


圖 4-4 有無外加 4T 垂直磁場下，樣品 n_1 的 $R(T)$ 圖

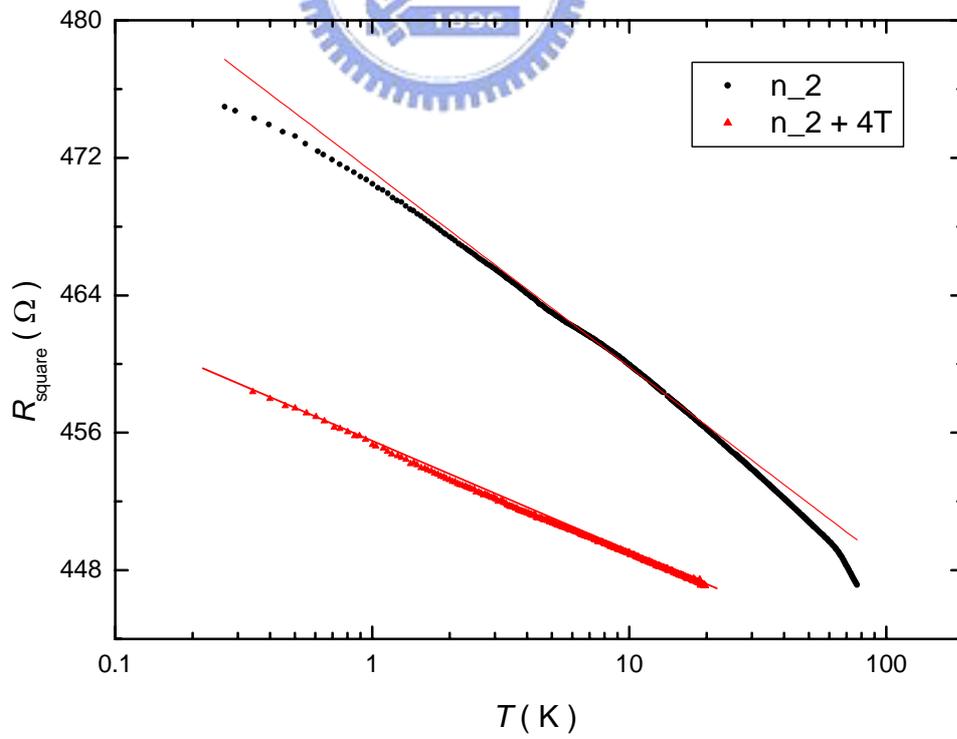


圖 4-5 有無外加 4T 垂直磁場下，樣品 n_2 的 $R(T)$ 圖

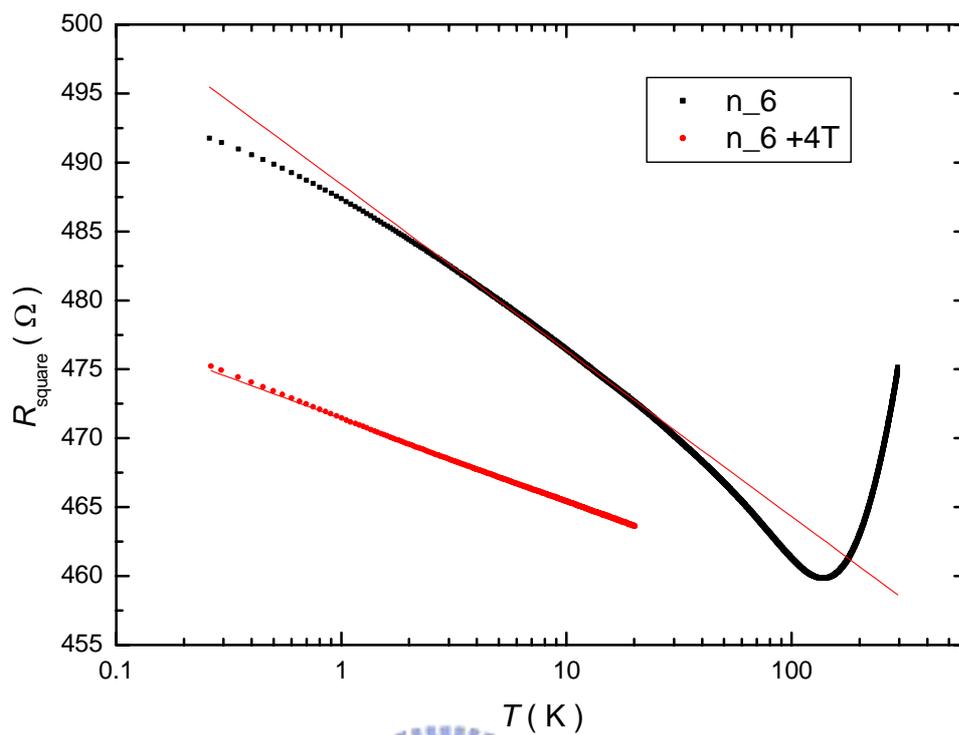


圖 4-6 有無外加 4T 垂直磁場下，樣品 n_6 的 $R(T)$ 圖

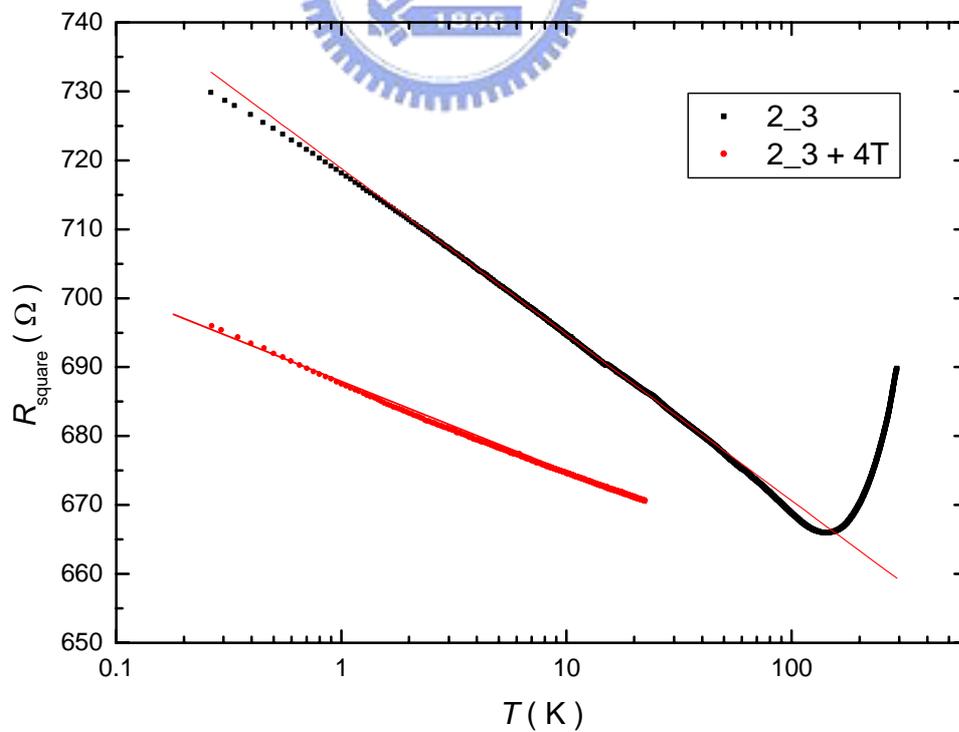


圖 4-7 有無外加 4T 垂直磁場下，樣品 2_3 的 $R(T)$ 圖

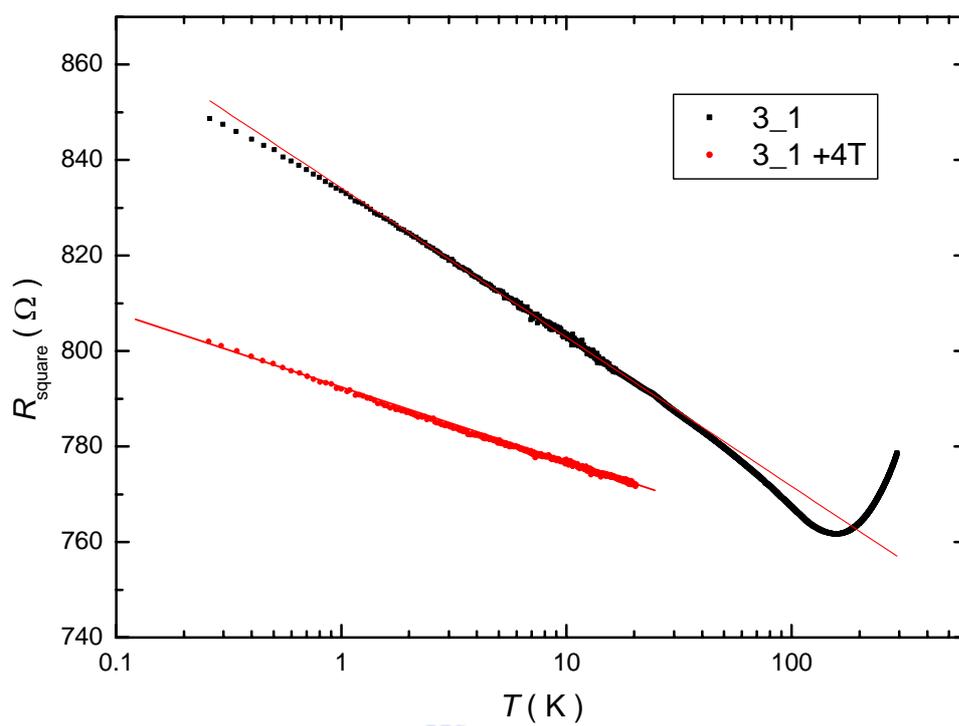


圖 4-8 有無外加 4T 垂直磁場下，樣品 3_1 的 R(T) 圖

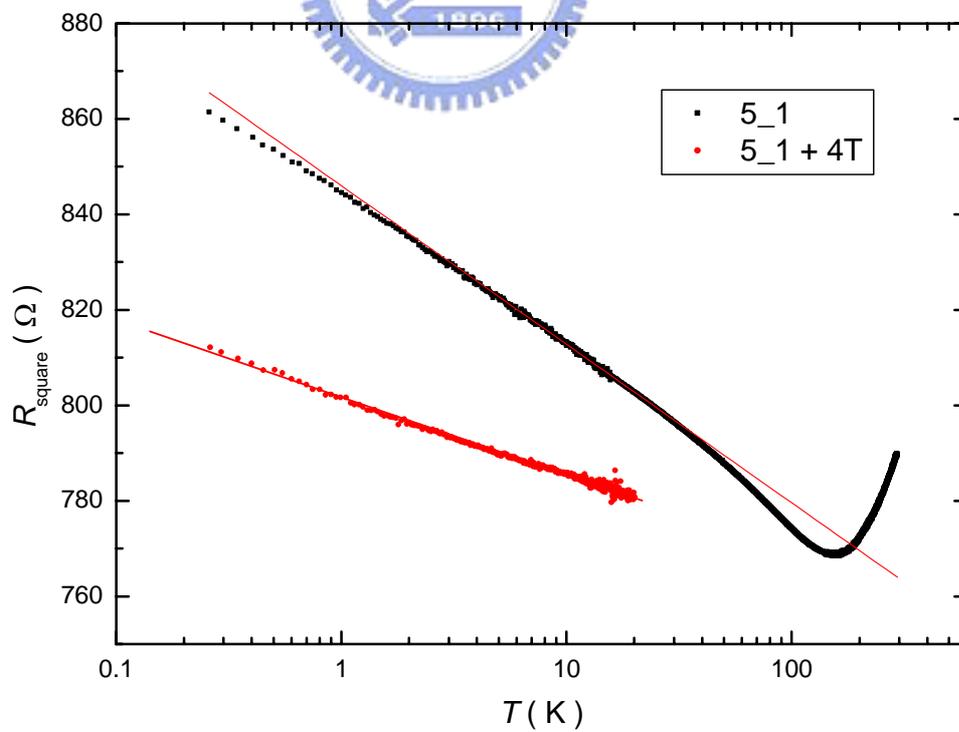


圖 4-9 有無外加 4T 垂直磁場下，樣品 5_1 的 R(T) 圖

4-1-4 磁電阻 MR 的實驗數據

由磁電阻實驗數據可發現，各樣品的磁電阻，隨著磁場由零開始增加並無明顯正磁電阻的發生，故自旋軌道作用相對於其他作用而言相當微弱。

基本上越低溫時，磁電阻的變化越明顯，但各樣品在低溫（0.3K~1K）時，不同溫度下的磁電阻行為卻變化不大，推測此現象與二維弱局域效應在低溫處 $R(T)$ 的飽和有關係，也就是未加磁場的 $R(T)$ 在 0.3K~1K 時，弱局域效應相對於其他作用的貢獻逐漸減弱。

基本上各樣品在溫度 0.3K，外加磁場加到約 0.2T 時，磁電阻本身就逐漸出現飽和；而比 0.3K 更高溫的磁電阻隨著磁場，更早出現飽和的現象。故我們可以確定在 0.3K~50K 之間 $B\phi \leq 0.2T$ ，且此時的二維電導變化率約為 $4E-5$ (Ω^{-1})。

之後我們會進行磁電阻的 fitting 來探討更多重要且有意義的物理量！

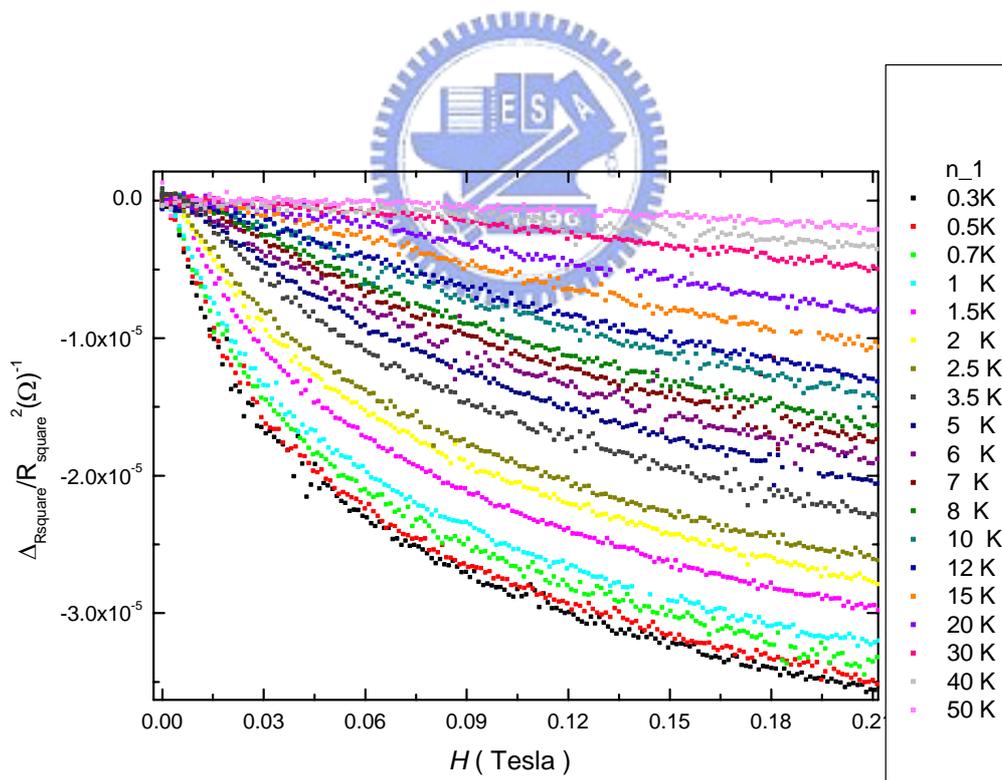


圖 4-10 樣品 n_1 在各溫度下的磁電阻

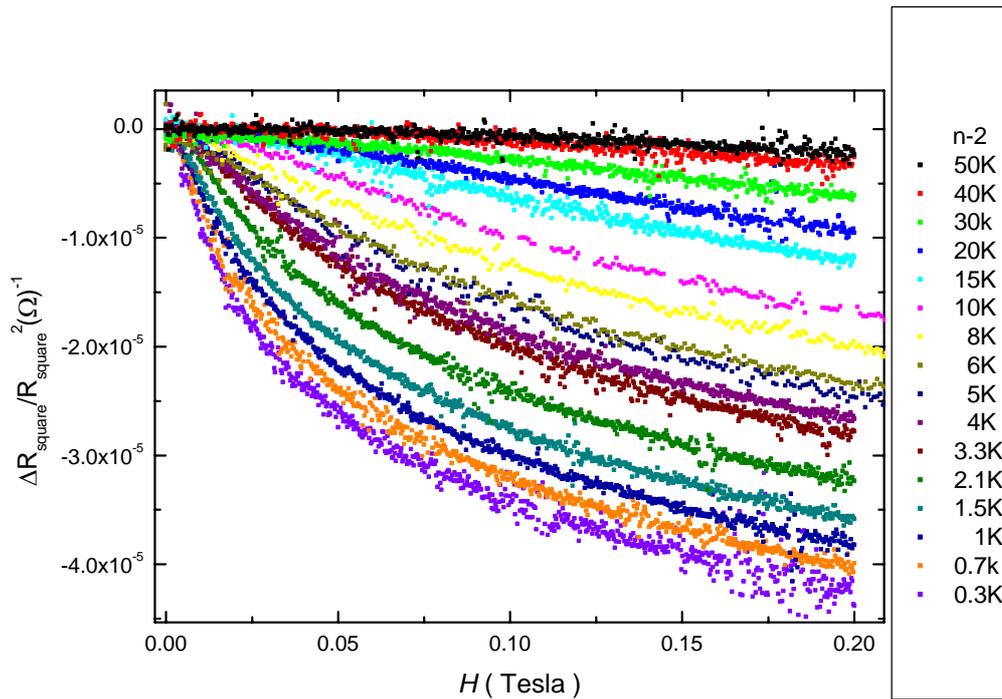


圖 4-11 樣品 n_2 在各溫度下的磁電阻

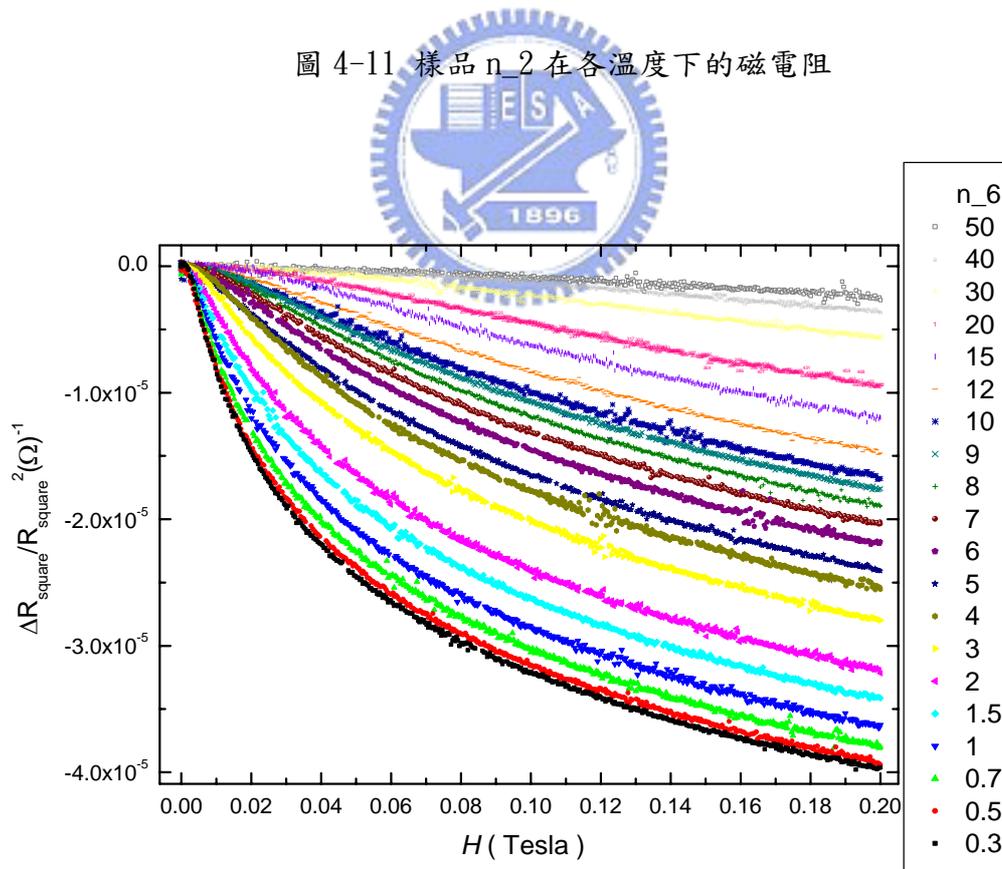


圖 4-12 樣品 n_6 在各溫度下的磁電阻

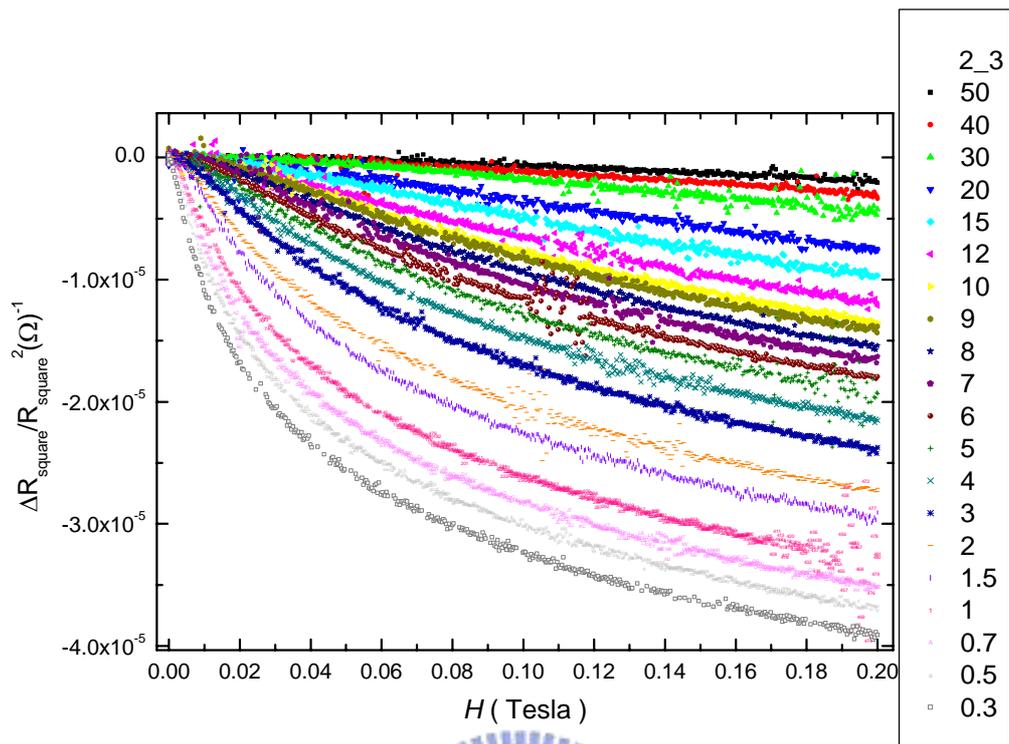


圖 4-13 樣品 2_3 在各溫度下的磁電阻

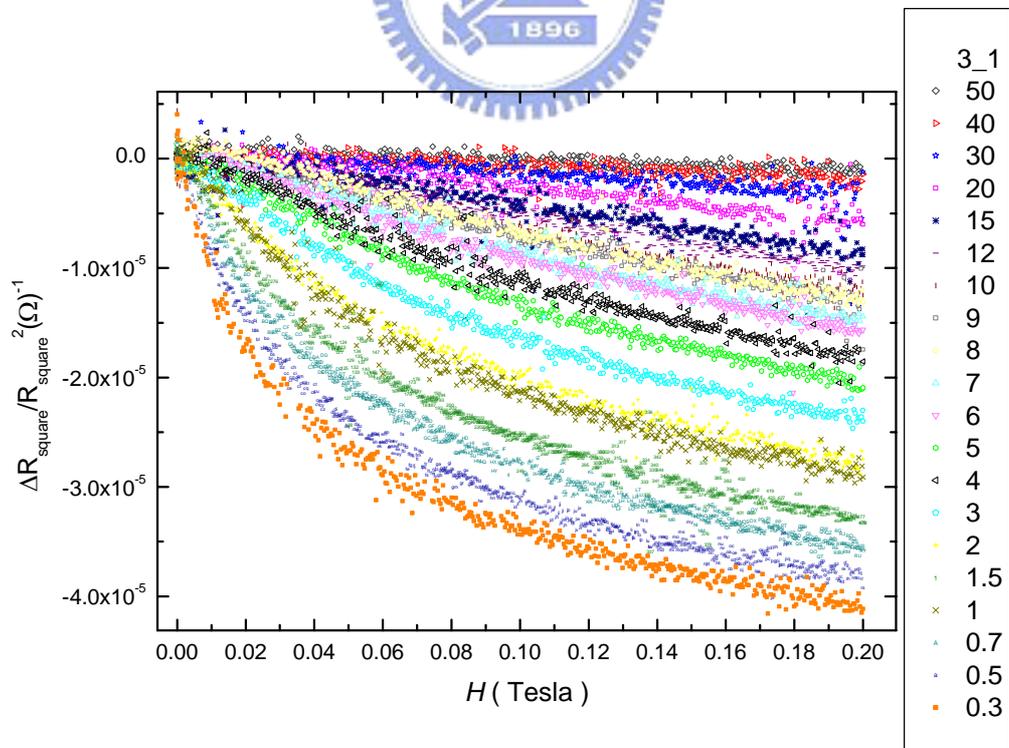


圖 4-14 樣品 3_1 在各溫度下的磁電阻

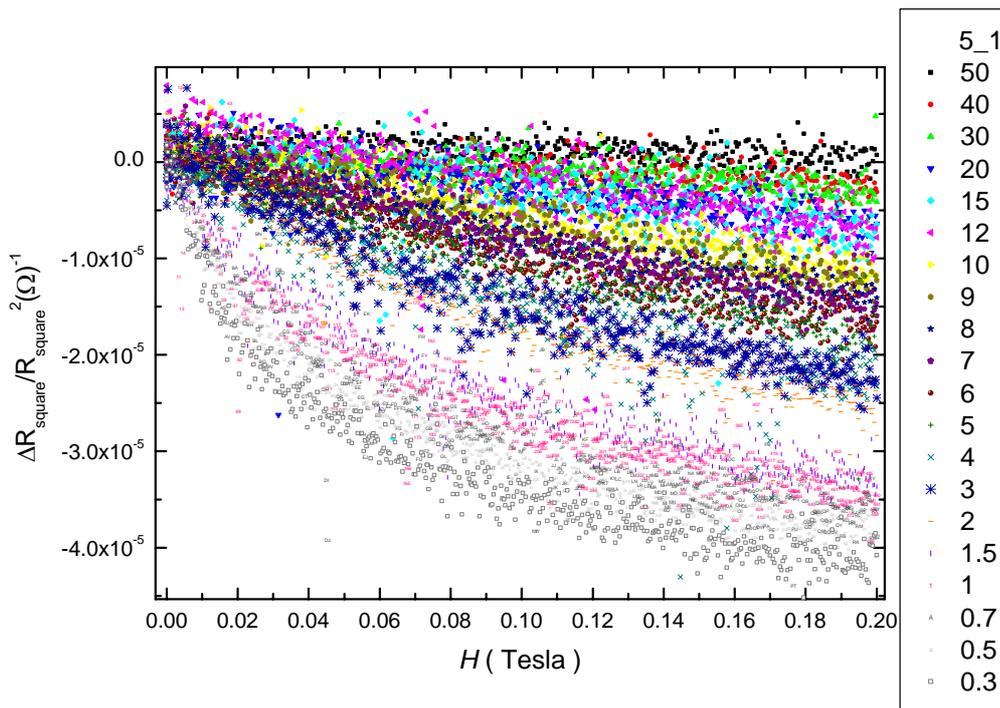


圖 4-15 樣品 5_1 在各溫度下的磁電阻

4-2 實驗數據分析

在這我們會分別解釋：

1. 未加磁場的 R_T 。且分為高溫部分以無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 來解釋，低溫部分以二維弱局域效應 (2D WL) 與二維電子電子相互作用 (2D EE) 來探討。

2. 0~20K 時外加 4T 垂直磁場的 $R(T)$ ，推測裡面所含的資訊以二維電子電子相互作用為大宗。

3. 進行磁電阻的擬合分析，並進一步由理論上定量討論，電子自旋軌道相互作用、電子電子相互作用、電子聲子非彈性碰撞……等各效應的強弱外，也會藉由討論擬合出來的 τ_ϕ 與溫度 T 之間的關係，來討論各種物理效應間的相對強弱與各物理效應出現的溫度範圍。

4-2-1 未加磁場 R(T) 高溫分析：無序系統中的 Bloch-Grüneisen model

由於我們由實驗數據觀察，發現 ITO 薄膜在高溫區（150K~200K），有十分類似金屬性的電阻行為。故我們利用無序系統中的 Bloch-Grüneisen model [3] 來與此段溫區的實驗數據進行擬合，發現可以描述得十分良好。以下圖與下表為擬合結果。

無序系統中的 Bloch-Grüneisen model：

$$\rho = \rho_r + \rho_{BG}(T)$$

$$\rho_{BG}(T) = \beta_{BG} T \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^4 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^5 dx}{(e^x - 1)(1 - e^{-x})}, \text{ 其中 } \beta_{BG} = \frac{\pi \beta_l \tau K_B^5}{2 \hbar p_f^4 u_l^4} \rho_0 \theta_D^4 \quad (4.1)$$

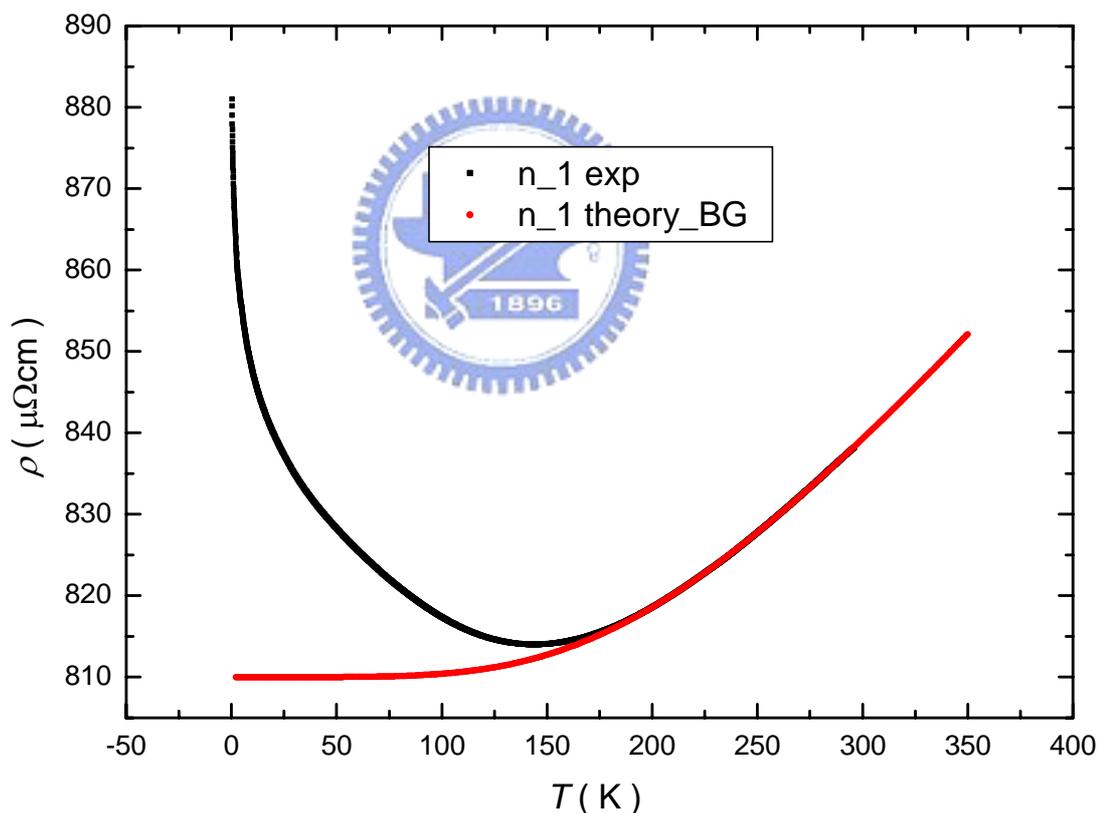


圖 4-16 樣品 n_1 在高溫區擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 結果。

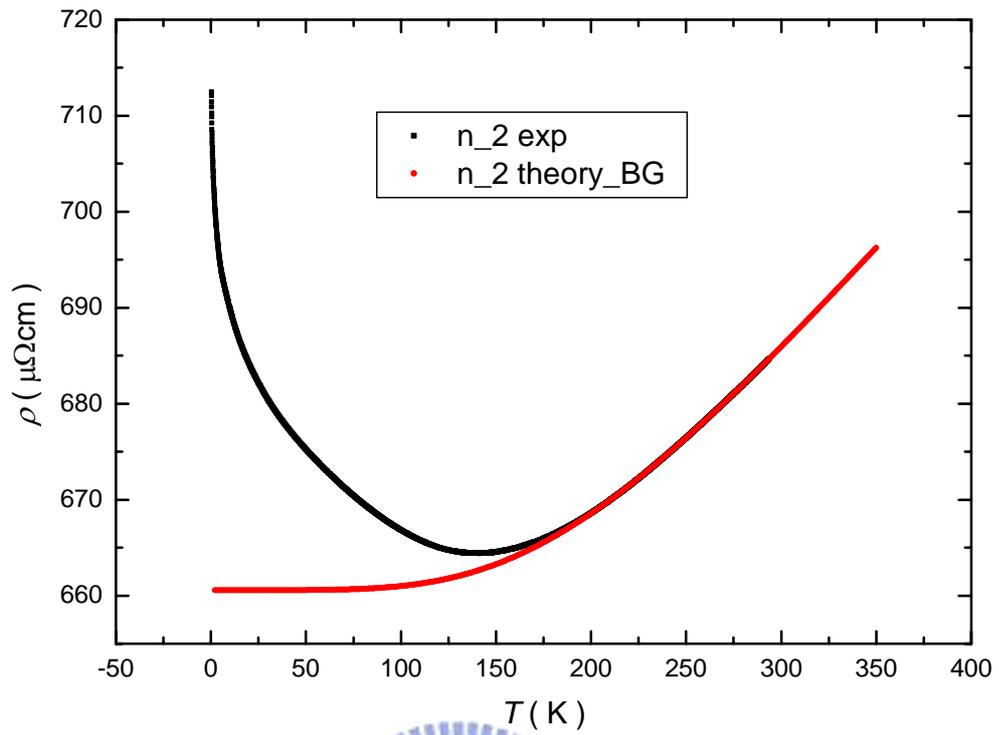


圖 4-17 樣品 n_2 在高溫區擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 結果。

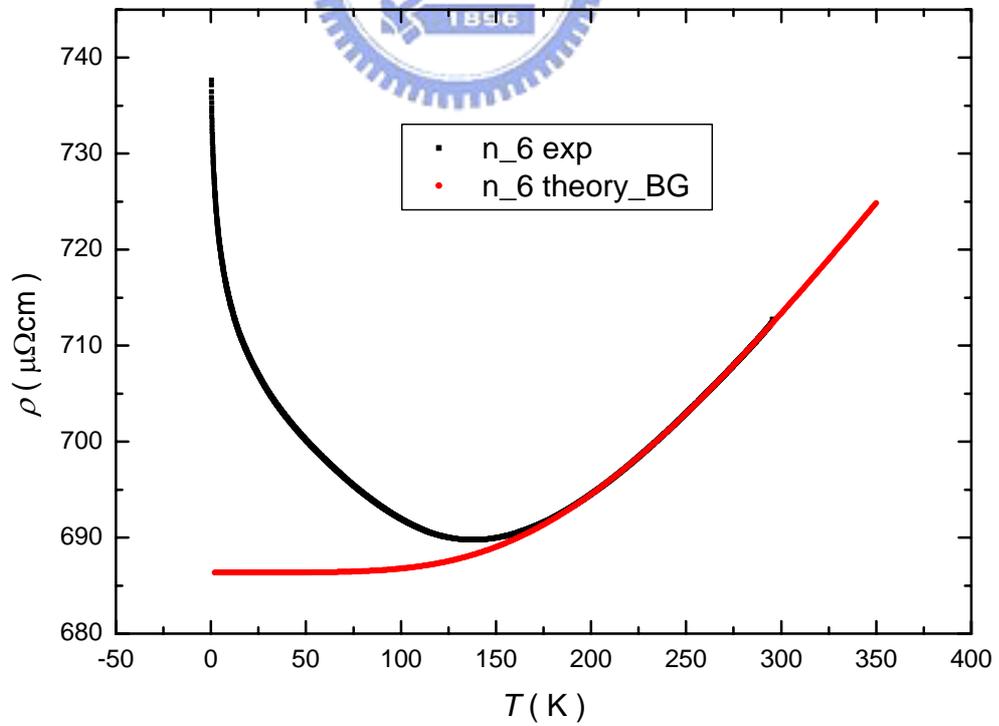


圖 4-18 樣品 n_6 在高溫區擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 結果。

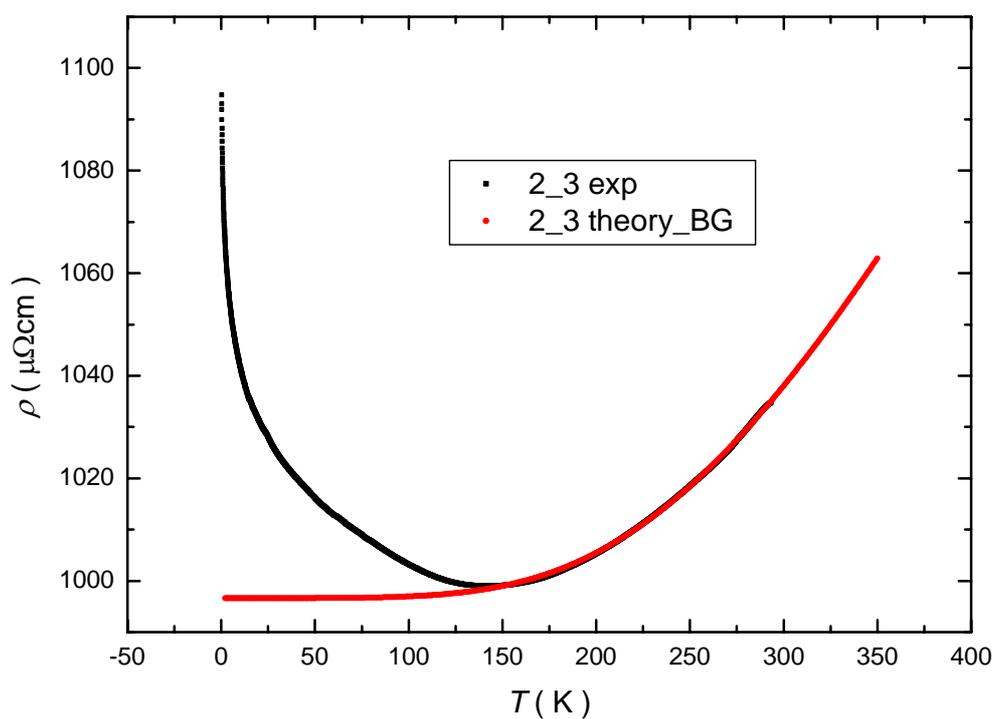


圖 4-19 樣品 2_3 在高溫區擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 結果。

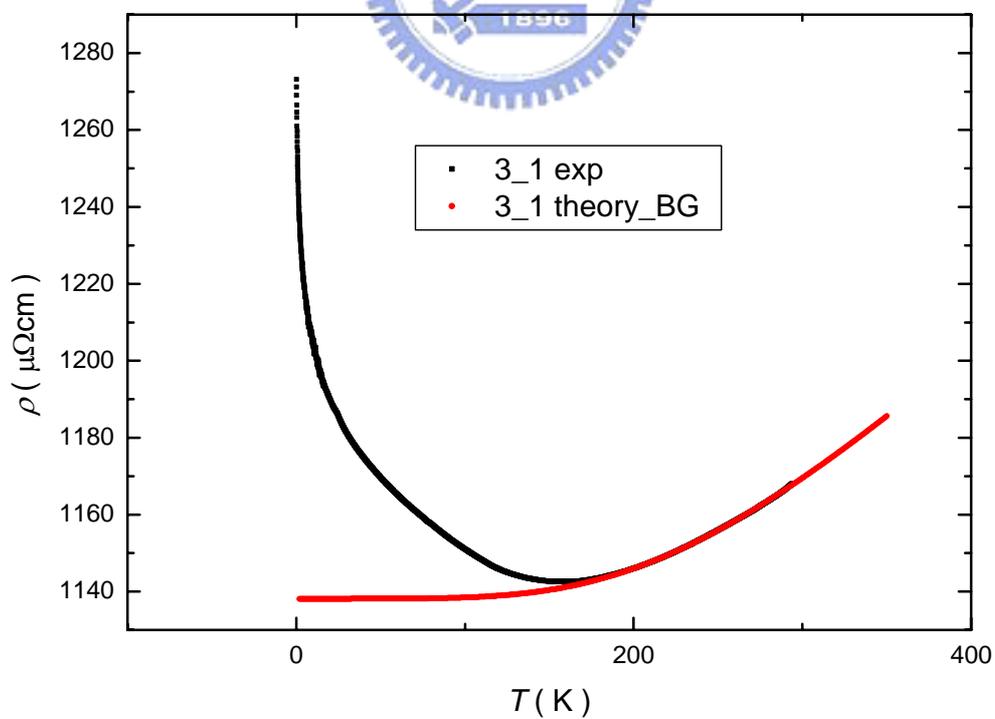


圖 4-20 樣品 3_1 在高溫區擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 結果。

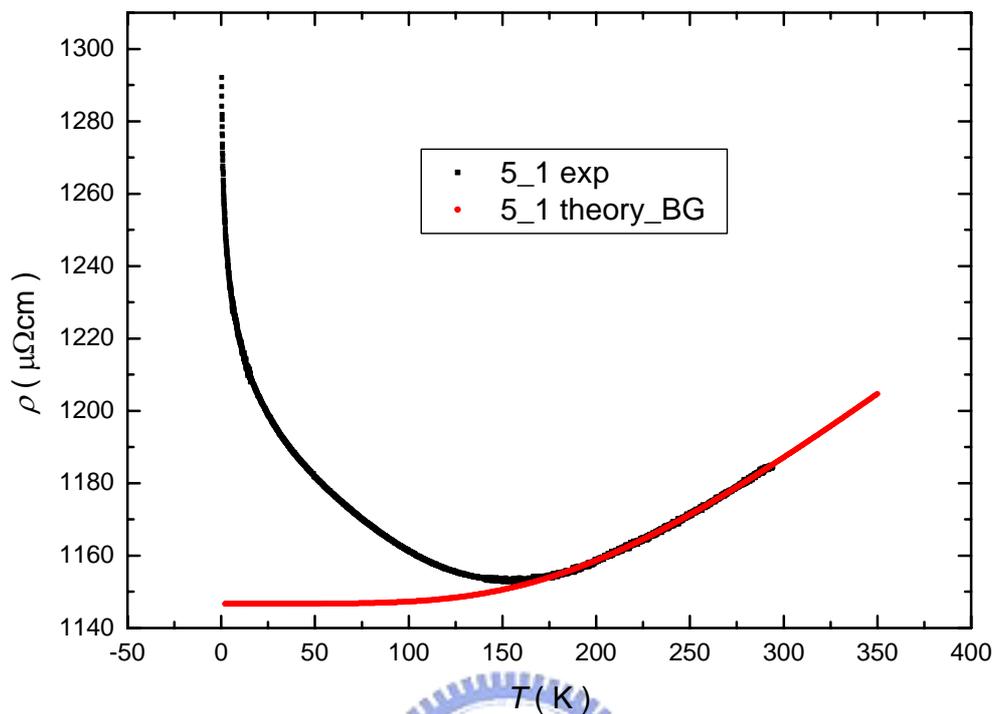


圖 4-21 樣品 5_1 在高溫區擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 結果。

表 4-4 Fit 無序系統中的 Bloch-Grüneisen mode 參數表

#	ρ_r ($\mu \Omega \text{cm}$)	β_{BG} ($\mu \Omega \text{cm/K}$)	Θ_D (K)
n_1	809.98	0.95	1296.11
n_2	660.56	0.74	1205.85
n_6	686.35	0.84	1260.21
2_3	996.63	2.32	1736.98
3_1	1138.10	1.30	1499.03
5_1	1146.69	1.29	1283.29

經由無序系統中的 Bloch-Grüneisen mode 擬合，我們可以看到， ρ_r 隨著 β_{BG} 有線性變化，此部分的結果與討論，在之前葉勝玄的論文中便有提到，因此我們將此結果放在附錄討論。而樣品未 anneal 前，Debye 溫度約在 1250K 左右，但樣品在 anneal 後，debye 溫度有出現改變。

4-2-2 未加磁場 R(T)的低溫分析：2D EE + 2D WL 與

外加 4T 垂直磁場 R(T)的低溫分析：2D EE

我們看到，在外加 4T 垂直磁場時 R(T)實驗的低溫部分，只有 $\log T$ 行為且無隨著低溫而出現飽和。雖然二維弱局域效應有 $\log T$ 的貢獻，但弱局域效應會在外加 4T 下（我們已由 MR 實驗數據可看出 $B\phi \leq 0.2T$ ）其貢獻消失。靜藤效應在外加磁場下，R(T)除了有 $\log T$ 的貢獻，在更低溫處會出現 T^2 的貢獻。雙通道靜藤效應在外加磁場下，除了有隨著低溫出現 $\log T$ 轉根號 T 的行為外，在更低溫處也會出現 T^2 的貢獻。上述三種物理效應都無法完全符合我們的實驗結果，只有二維電子電子交互作用，在外加小磁場下其電阻與溫度的行為仍只有 $\log T$ ，可完全符合我們的外加垂直磁場下 R(T)實驗的低溫部分。

而在未加磁場 R(T)的低溫部分，除了有二維電子電子交互作用的貢獻外，還有二維弱局域效應也會造成貢獻。且我們認為未加磁場 R(T)低溫處的飽和是二維弱局域效應所造成，之後會加以證明。

綜合上述論點，我們可用利用二維弱局域效應[10]與二維電子電子交互作用[10]來分析我們的未加磁場低溫 R(T)與外加磁場低溫 R(T)。其中


$$\text{二維弱局域效應：} \Delta\sigma(T) = \frac{-e^2}{2\pi^2\hbar} \alpha p \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad (4.2)$$

$$\text{二維電子電子交互作用：} \Delta\sigma(T) = \frac{-e^2}{2\pi^2\hbar} \left(1 - \frac{3}{4}\tilde{F}\right) \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad (4.3)$$

$$\text{，我們令 } b_{-2} = 1 - \frac{3}{4}\tilde{F}$$

由於上兩式形式一樣，所以可合併為：

$$\text{二維弱局域效應 + 二維電子電子交互作用：} \Delta\sigma(T) = \frac{-e^2}{2\pi^2\hbar} \left[\alpha p + \left(1 - \frac{3}{4}\tilde{F}\right) \right] \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \quad (4.4)$$

$$\text{，我們令 } b = \alpha p + \left(1 - \frac{3}{4}\tilde{F}\right) \text{。}$$

我們先利用(4.4)來擬合 5K~20K 未加磁場的實驗 R(T)，再利用(4.3)來擬合 0.3K~20K 外加磁場的實驗 R(T)

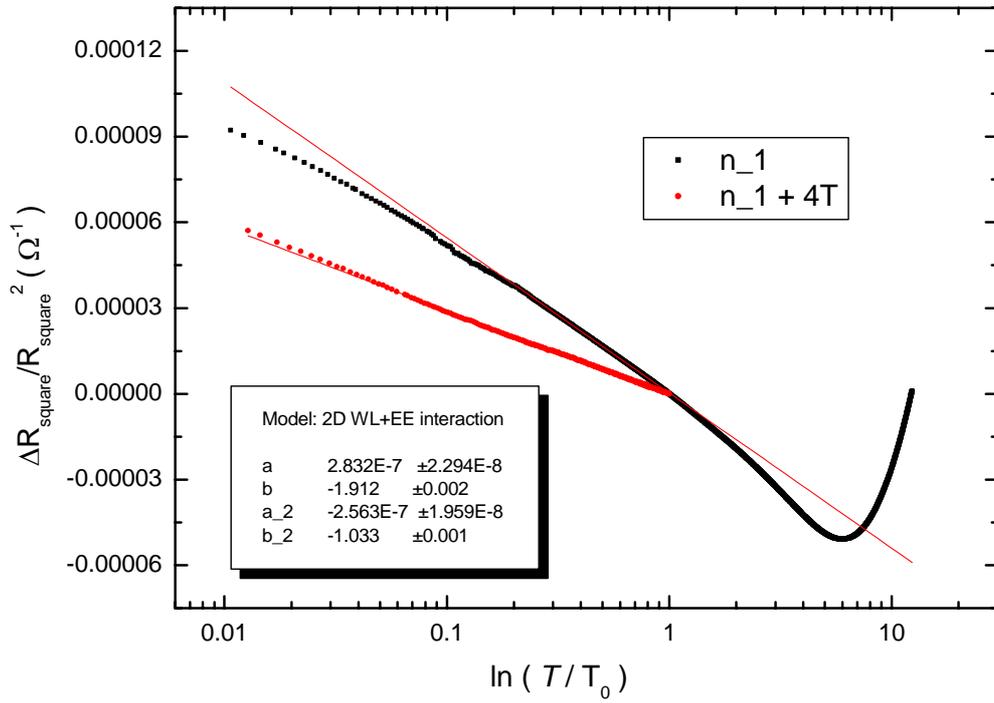


圖 4-22 樣品 n_1 擬合電子電子交互作用與電子電子交互作用+弱局域效應的結果。

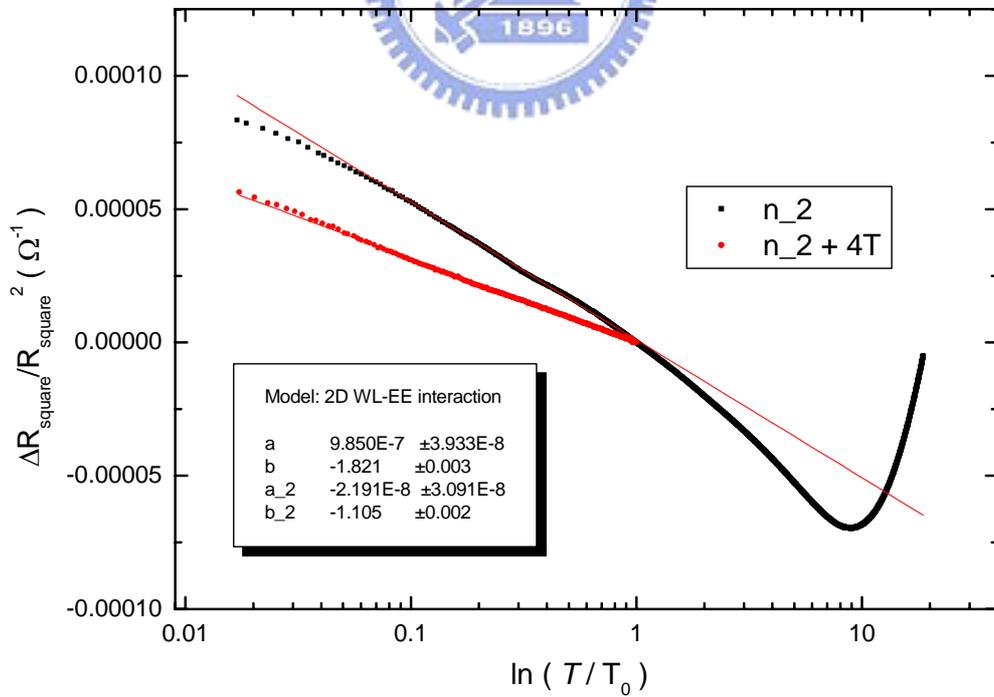


圖 4-23 樣品 n_2 擬合電子電子交互作用與電子電子交互作用+弱局域效應的結果。

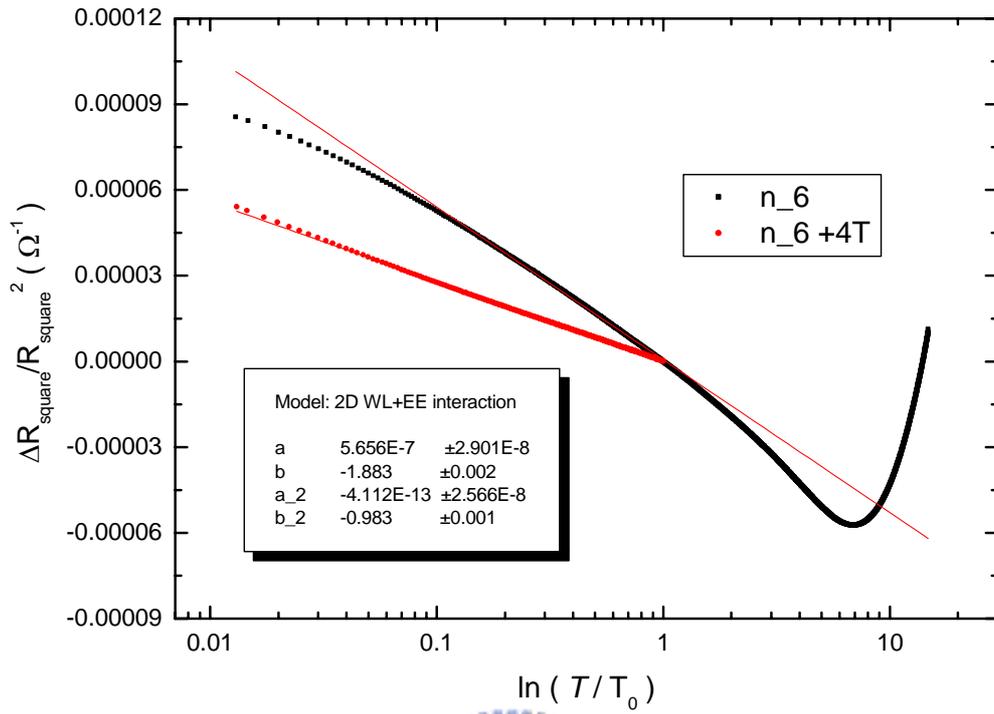


圖 4-24 樣品 n_6 擬合電子電子交互作用與電子電子交互作用+弱局域效應的結果。

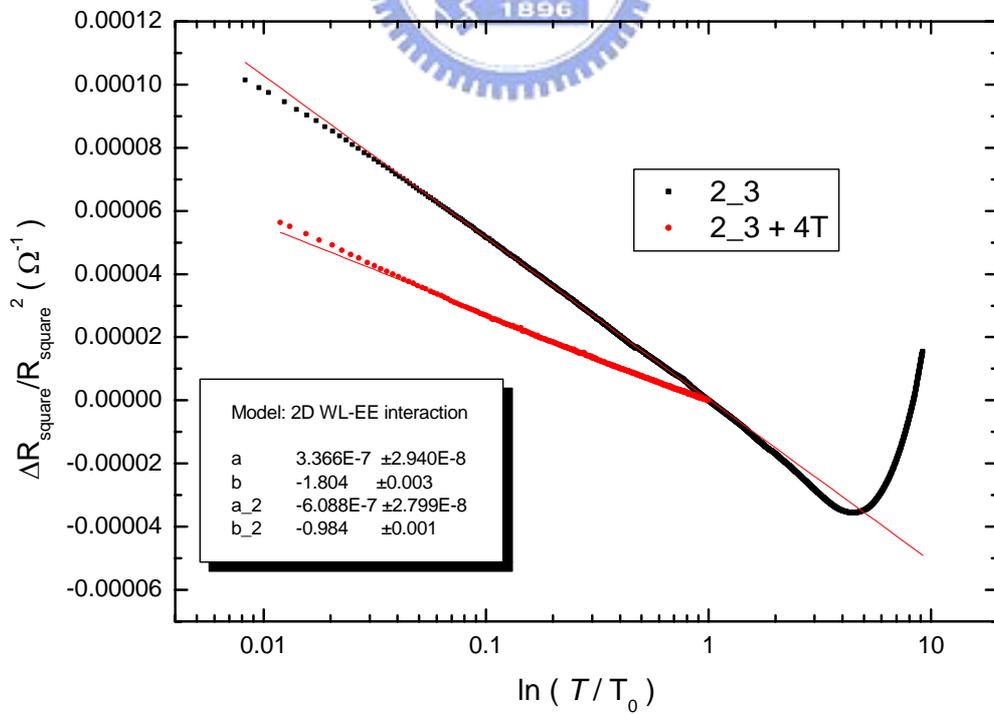


圖 4-25 樣品 2_3 擬合電子電子交互作用與電子電子交互作用+弱局域效應的結果。

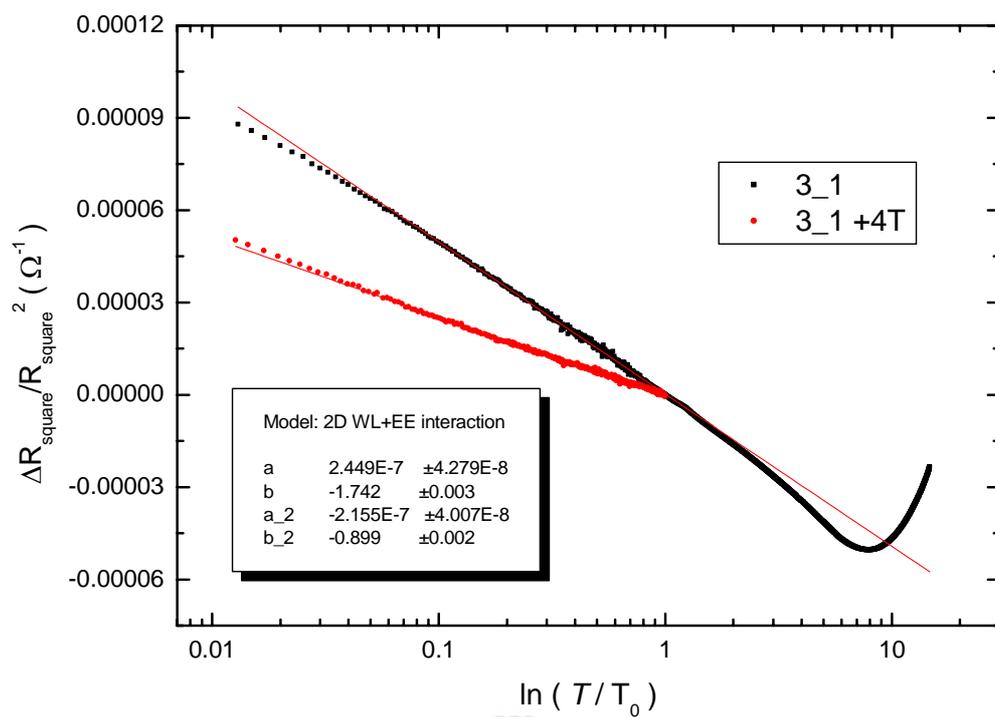


圖 4-26 樣品 3_1 擬合電子電子交互作用與電子電子交互作用+弱局域效應的結果。

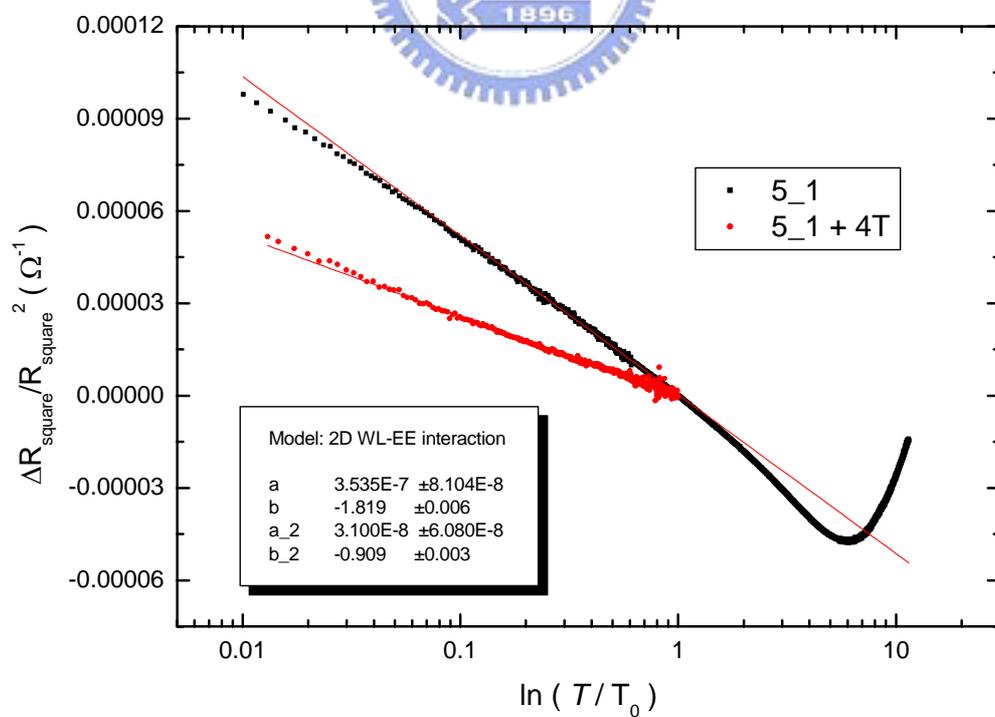


圖 4-27 樣品 5_1 擬合電子電子交互作用與電子電子交互作用+弱局域效應的結果。

表 4-5 Fit 2D EE&WL 參數表

#	fit 2D WL + 2D EE, H = 0	fit 2D EE, H = 4T	2DWL
#	b	b ₂	b - b ₂
n_1	-1.912 ± 0.002	-1.033 ± 0.001	-0.879 ± 0.003
n_2	-1.821 ± 0.003	-1.105 ± 0.002	-0.716 ± 0.005
n_6	-1.883 ± 0.002	-0.983 ± 0.001	-0.900 ± 0.003
2_3	-1.804 ± 0.003	-0.984 ± 0.001	-0.820 ± 0.004
3_1	-1.742 ± 0.003	-0.899 ± 0.002	-0.843 ± 0.005
5_1	-1.819 ± 0.006	-0.909 ± 0.003	-0.910 ± 0.009

由上表我們可以看到各樣品，在未外加磁場時的 2D WL + 2D EE 擬合，其斜率 b 都在約-1.8 左右。在外加 4T 垂直磁場時 2D EE 的擬合，其斜率 b₂ 都在約-1 左右。而 b - b₂ 都在-0.8 左右。發現若只由電導修正來擬合，各樣品間斜率的差異並不明顯，且並無觀察到與無序程度 ρ_r 有明顯關係。

在之前我們只有由實驗數據結果，推測很有可能是二維弱局域效應與二維電子電子交互作用，影響著我們實驗 R(T) 的行為。接下來我們要由定量上來分析，確立我們的推論沒有錯！



4-2-2a 電子電子交互作用的定量上維度判別

在第二章基本理論中，我們已提過可藉由 $l_{e-e \text{ interaction}} = \left(\frac{\hbar D}{K_B T} \right)^{1/2}$ 來判別電子電子交互

作用的維度[10]。故我們嘗試計算 0.3K、20K、50K 時 $l_{e-e \text{ interaction}}$ 的有效長度，並且跟我們 ITO 薄膜的厚度 t 比較。其結果如下表：

表 4-6 $l_{e-e \text{ interaction}}$ 與樣品厚度 t 的比較

#	$l_{e-e \text{ interaction}}(\text{m})$, T = 0.3K		$l_{e-e \text{ interaction}}(\text{m})$, T = 20K		$l_{e-e \text{ interaction}}(\text{m})$, T = 50K		t (m)
n_1	2.08E-07	>	2.61E-08	>	1.66E-08	>	1.50E-08
n_2	2.33E-07	>	2.92E-08	>	1.86E-08	>	1.50E-08
n_6	2.29E-07	>	2.87E-08	>	1.82E-08	>	1.50E-08
2_3	1.96E-07	>	2.47E-08	>	1.58E-08	>	1.50E-08
3_1	1.82E-07	>	2.30E-08	>	1.47E-08	≐	1.50E-08
5_1	1.81E-07	>	2.29E-08	>	1.46E-08	≐	1.50E-08

由上表我們可以發現，在 0.3K~50K 時 $l_{e-e \text{ interaction}} \geq t=15\text{nm}$ ，且不論在各溫度，

$l_{e-e \text{ interaction}} \ll$ 樣品寬度 W 與樣品長度 L ，故由定量分析上我們可以確立，用二維電子電子交互作用來解釋我們 ITO 薄膜樣品的低溫行為是合理的！

接下來我們也要同樣地來確立，二維弱局域效應是否成立？在這之前，我們要先經由二維磁電阻的擬合，才能計算出弱局域效應的有效同調性長度 L_ϕ ，再作同於上述的比較。

4-2-3 磁電阻 MR 的分析

我們可以藉由第二章基本理論所提到的，二維磁電阻修正來進行實驗的擬合。

$$\frac{\Delta R_\square}{R_\square^2} = \frac{-e^2}{2\pi^2\hbar} \left\{ \left[\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{B_1}{B}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{B_2}{B}\right) \right] + \frac{\left[\Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{B_3}{B}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{B_2}{B}\right) \right]}{2} \right\} \quad (4.5)$$

當我們擬合出 B_3 ($B_3 = B_\phi$) 的時候，可以藉由 $B_\phi = \frac{\hbar}{4eD\tau_\phi}$ 來得出 τ_ϕ ，進一步得到同調性長度 L_ϕ 。以下圖表為擬合出的結果與物理參數。

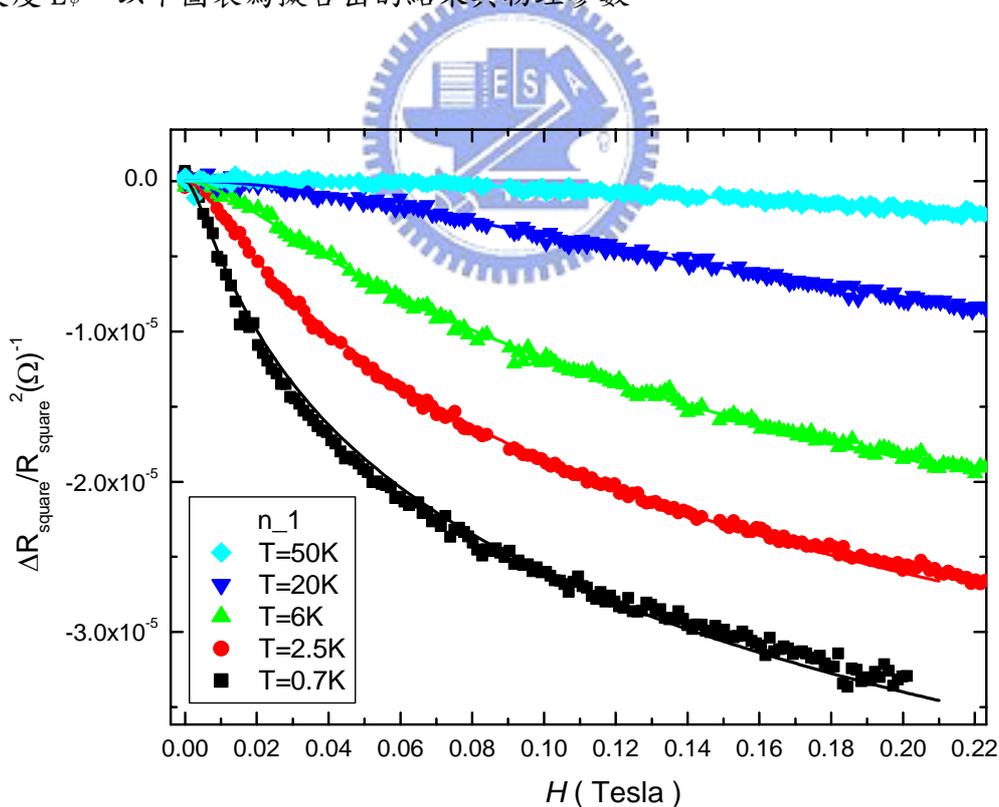


圖 4-28 樣品 n_1 在各溫度下擬合磁電阻的結果。

表 4-7 樣品 n_1 在各溫度下擬合磁電阻所得的物理參數。

n_1

T (K)	B_{ϕ} (Tesla)	D (m ² /sec)	τ_{ϕ} (sec)	l_{ϕ} (m)
0.3	1.56E-03	5.43E-04	1.95E-10	3.25E-07
0.5	1.66E-03	5.45E-04	1.82E-10	3.15E-07
0.7	1.86E-03	5.47E-04	1.62E-10	2.97E-07
1	2.09E-03	5.48E-04	1.44E-10	2.81E-07
1.5	2.60E-03	5.51E-04	1.15E-10	2.52E-07
2	3.21E-03	5.52E-04	9.28E-11	2.26E-07
2.5	3.70E-03	5.54E-04	8.03E-11	2.11E-07
3.5	4.50E-03	5.56E-04	6.57E-11	1.91E-07
5	5.19E-03	5.58E-04	5.68E-11	1.78E-07
6	5.79E-03	5.59E-04	5.08E-11	1.69E-07
7	7.31E-03	5.60E-04	4.02E-11	1.50E-07
8	8.13E-03	5.61E-04	3.61E-11	1.42E-07
10	9.57E-03	5.63E-04	3.06E-11	1.31E-07
12	1.38E-02	5.64E-04	2.11E-11	1.09E-07
15	1.91E-02	5.66E-04	1.52E-11	9.28E-08
20	2.62E-02	5.68E-04	1.11E-11	7.93E-08
30	3.66E-02	5.71E-04	7.86E-12	6.70E-08
40	5.58E-02	5.74E-04	5.14E-12	5.43E-08
50	3.51E-02	5.76E-04	8.15E-12	6.85E-08

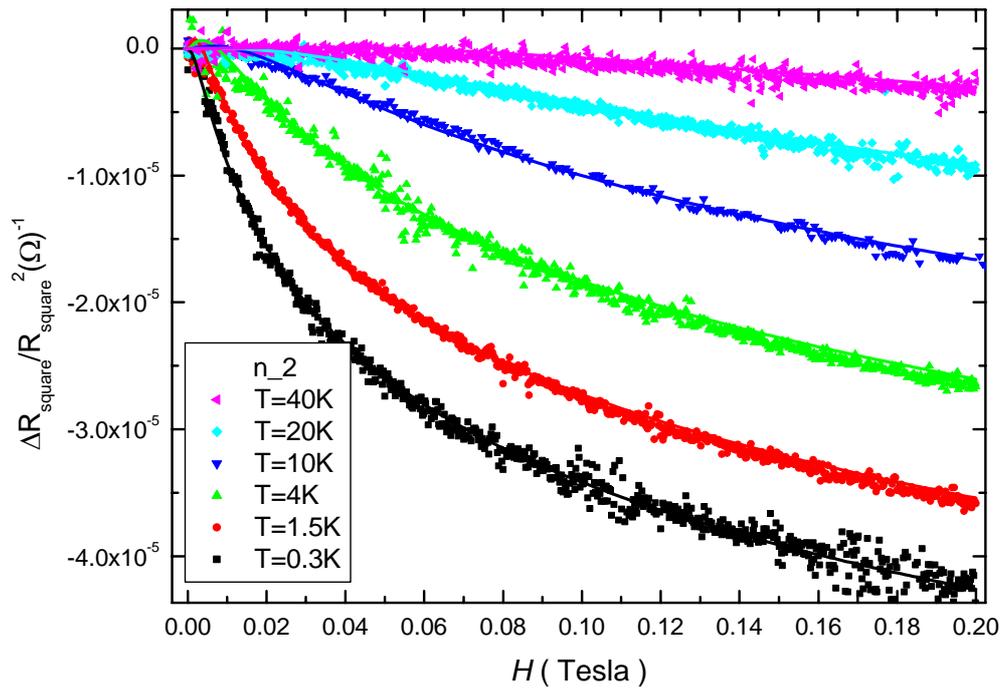


圖 4-29 樣品 n_2 在各溫度下擬合磁電阻的結果。

表 4-8 樣品 n_2 在各溫度下擬合磁電阻所得的物理參數。

n_2

T (K)	B _φ (Tesla)	D (m ² /sec)	τ _φ (sec)	l _φ (m)
0.3	1.54E-04	6.80E-04	1.58E-09	1.04E-06
0.7	2.00E-04	6.85E-04	1.20E-09	9.06E-07
1	2.13E-04	6.87E-04	1.12E-09	8.78E-07
1.5	3.16E-04	6.89E-04	7.57E-10	7.22E-07
2.1	4.20E-04	6.92E-04	5.67E-10	6.26E-07
3.3	6.03E-04	6.95E-04	3.93E-10	5.23E-07
4	7.56E-04	6.96E-04	3.13E-10	4.67E-07
5	8.10E-04	6.98E-04	2.91E-10	4.51E-07
6	1.42E-03	6.99E-04	1.66E-10	3.40E-07
8	1.75E-03	7.01E-04	1.34E-10	3.06E-07
10	2.49E-03	7.03E-04	9.39E-11	2.57E-07
15	4.51E-03	7.07E-04	5.17E-11	1.91E-07
20	7.74E-03	7.09E-04	3.00E-11	1.46E-07
30	1.51E-02	7.13E-04	1.53E-11	1.05E-07
40	1.59E-02	7.16E-04	1.44E-11	1.02E-07
50	6.99E-02	7.18E-04	3.28E-12	4.85E-08

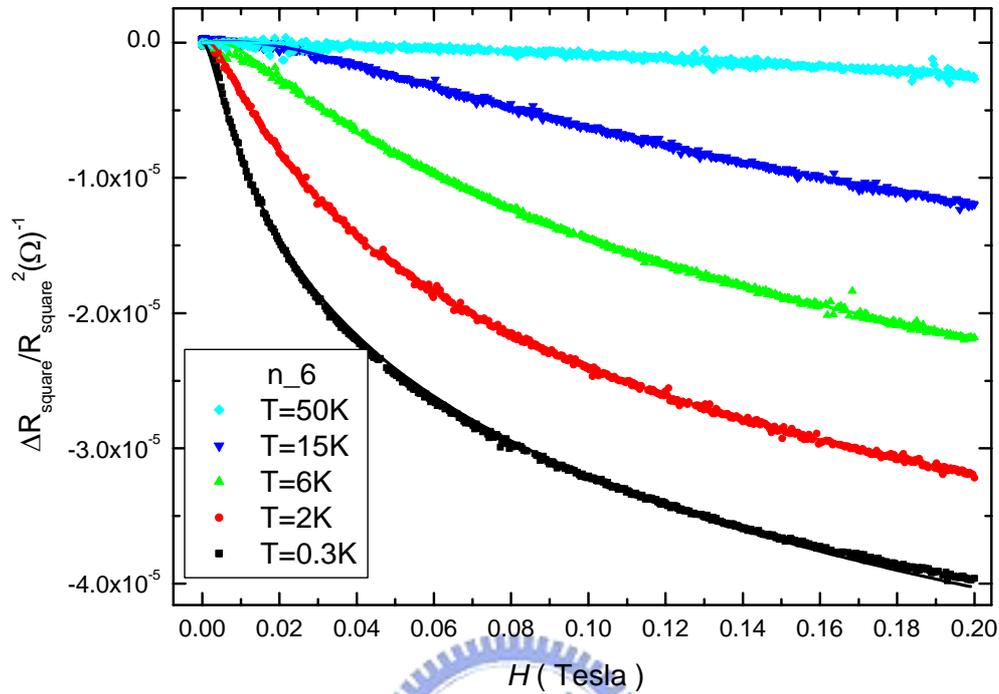


圖 4-30 樣品 n_6 在各溫度下擬合磁電阻的結果。

表 4-9 樣品 n_6 在各溫度下擬合磁電阻所得的物理參數。

n_6

T (K)	B_ϕ (Tesla)	D (m ² /sec)	τ_ϕ (sec)	l_ϕ (m)
0.3	5.63E-04	6.58E-04	4.44E-10	5.40E-07
0.5	6.21E-04	6.60E-04	4.01E-10	5.15E-07
0.7	6.47E-04	6.62E-04	3.84E-10	5.04E-07
1	5.68E-04	6.64E-04	4.36E-10	5.38E-07
1.5	7.40E-04	6.66E-04	3.34E-10	4.71E-07
2	7.73E-04	6.68E-04	3.19E-10	4.61E-07
3	1.01E-03	6.70E-04	2.43E-10	4.04E-07
4	1.07E-03	6.72E-04	2.28E-10	3.92E-07
5	1.85E-03	6.74E-04	1.32E-10	2.98E-07
6	1.79E-03	6.75E-04	1.36E-10	3.03E-07
7	2.08E-03	6.76E-04	1.17E-10	2.81E-07
8	2.41E-03	6.77E-04	1.01E-10	2.61E-07
9	2.65E-03	6.78E-04	9.15E-11	2.49E-07
10	3.41E-03	6.79E-04	7.11E-11	2.20E-07

12	4.32E-03	6.80E-04	5.60E-11	1.95E-07
15	4.94E-03	6.82E-04	4.88E-11	1.82E-07
20	8.25E-03	6.84E-04	2.92E-11	1.41E-07
30	1.79E-02	6.88E-04	1.34E-11	9.60E-08
40	2.87E-02	6.90E-04	8.31E-12	7.57E-08
50	6.85E-02	6.92E-04	3.47E-12	4.90E-08

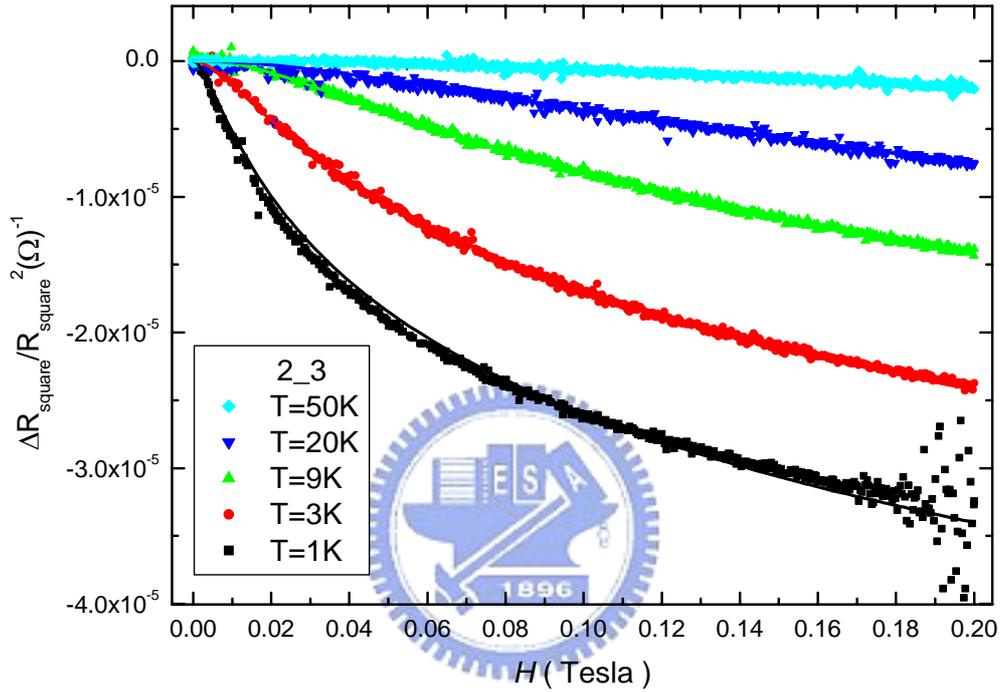


圖 4-31 樣品 2_3 在各溫度下擬合磁電阻的結果。

表 4-10 樣品 2_3 在各溫度下擬合磁電阻所得的物理參數。

2_3

T (K)	B_{ϕ} (Tesla)	D (m ² /sec)	τ_{ϕ} (sec)	l_{ϕ} (m)
0.3	1.07E-03	4.81E-04	3.20E-10	3.92E-07
0.5	1.32E-03	4.84E-04	2.58E-10	3.54E-07
0.7	1.54E-03	4.86E-04	2.20E-10	3.27E-07
1	1.87E-03	4.88E-04	1.81E-10	2.97E-07
1.5	2.59E-03	4.91E-04	1.30E-10	2.52E-07
2	3.17E-03	4.93E-04	1.05E-10	2.28E-07
3	4.31E-03	4.96E-04	7.69E-11	1.95E-07
4	5.47E-03	4.98E-04	6.04E-11	1.73E-07
5	6.78E-03	5.00E-04	4.86E-11	1.56E-07

6	7.68E-03	5.01E-04	4.28E-11	1.46E-07
7	1.06E-02	5.02E-04	3.09E-11	1.24E-07
8	1.16E-02	5.03E-04	2.83E-11	1.19E-07
9	1.46E-02	5.04E-04	2.25E-11	1.06E-07
10	1.34E-02	5.04E-04	2.43E-11	1.11E-07
12	1.49E-02	5.06E-04	2.19E-11	1.05E-07
15	2.63E-02	5.08E-04	1.23E-11	7.91E-08
20	2.57E-02	5.10E-04	1.26E-11	8.00E-08
30	5.33E-02	5.13E-04	6.02E-12	5.56E-08
40	5.88E-02	5.15E-04	5.43E-12	5.29E-08
50	5.03E-02	5.17E-04	6.33E-12	5.72E-08

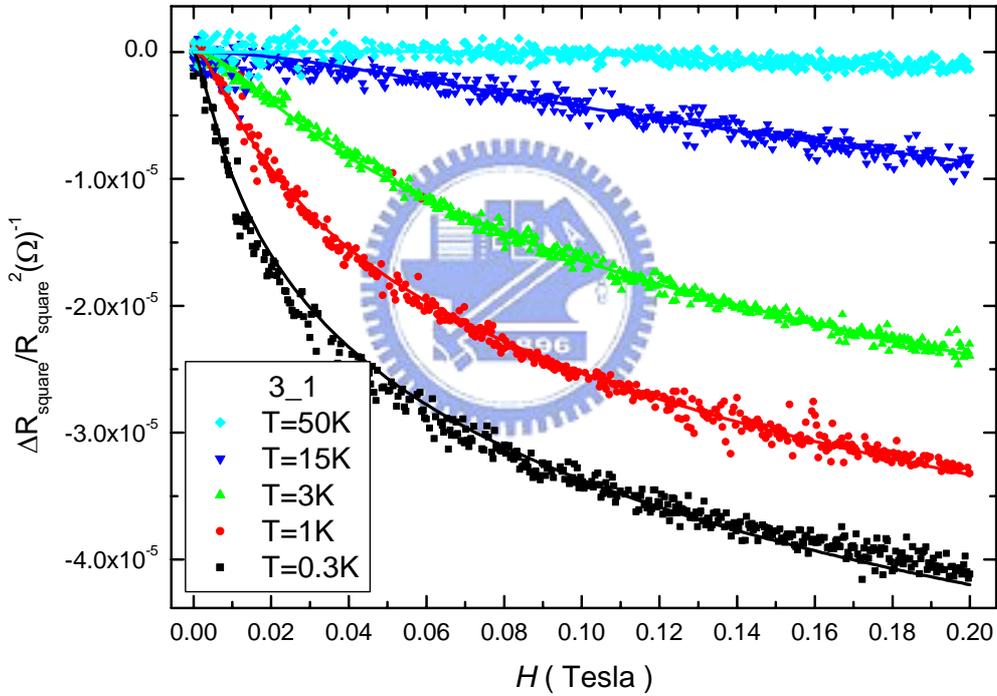


圖 4-32 樣品 3_1 在各溫度下擬合磁電阻的結果。

表 4-11 樣品 3_1 在各溫度下擬合磁電阻所得的物理參數。

3_1

T (K)	B_ϕ (Tesla)	D (m ² /sec)	τ_ϕ (sec)	l_ϕ (m)
0.3	9.55E-04	4.13E-04	4.17E-10	4.15E-07
0.5	2.81E-07	4.16E-04	1.41E-06	2.42E-05
0.7	1.57E-03	4.18E-04	2.50E-10	3.24E-07
1	1.68E-03	4.21E-04	2.33E-10	3.13E-07

1.5	2.23E-03	4.23E-04	1.74E-10	2.72E-07
2	2.50E-03	4.25E-04	1.55E-10	2.56E-07
3	2.19E-03	4.28E-04	1.76E-10	2.74E-07
4	2.30E-03	4.30E-04	1.66E-10	2.67E-07
5	2.79E-03	4.31E-04	1.37E-10	2.43E-07
6.2	4.00E-03	4.33E-04	9.50E-11	2.03E-07
7	5.29E-03	4.34E-04	7.18E-11	1.76E-07
8	2.59E-03	4.35E-04	1.46E-10	2.52E-07
9	5.64E-03	4.35E-04	6.70E-11	1.71E-07
10	5.63E-03	4.36E-04	6.70E-11	1.71E-07
12	9.71E-03	4.38E-04	3.87E-11	1.30E-07
15	2.20E-02	4.39E-04	1.70E-11	8.65E-08
20	3.34E-02	4.42E-04	1.11E-11	7.02E-08
30	5.48E-02	4.45E-04	6.74E-12	5.48E-08
40	1.08E-01	4.48E-04	3.41E-12	3.91E-08
50	2.82E-02	4.50E-04	1.30E-11	7.64E-08

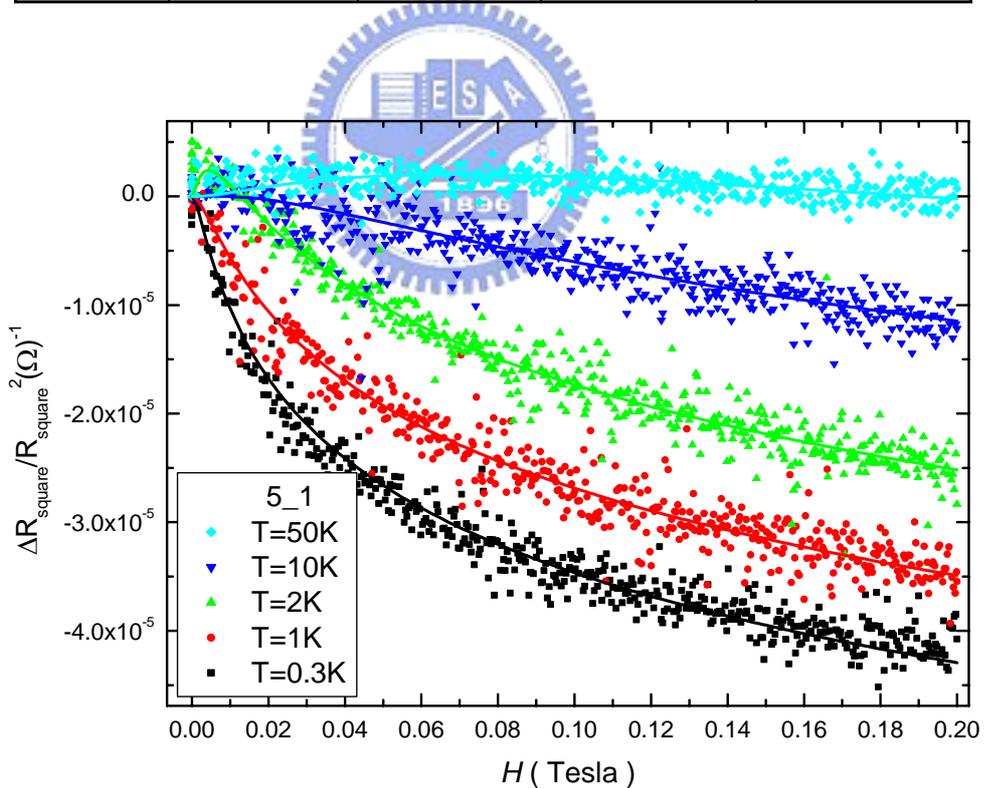


圖 4-33 樣品 5_1 在各溫度下擬合磁電阻的結果。

表 4-12 樣品 5_1 在各溫度下擬合磁電阻所得的物理參數。

5_1

T (K)	B_ϕ (Tesla)	D (m ² /sec)	τ_ϕ (sec)	l_ϕ (m)
0.3	8.82E-04	4.08E-04	4.58E-10	4.32E-07
0.5	1.18E-03	4.11E-04	3.41E-10	3.74E-07
0.7	1.38E-03	4.12E-04	2.88E-10	3.45E-07
1	1.73E-03	4.15E-04	2.30E-10	3.09E-07
1.5	2.00E-03	4.17E-04	1.97E-10	2.87E-07
2	3.75E-04	4.21E-04	1.04E-09	6.62E-07
3	4.66E-03	4.23E-04	8.34E-11	1.88E-07
4	5.33E-03	4.24E-04	7.29E-11	1.76E-07
5	1.03E-02	4.26E-04	3.76E-11	1.27E-07
6	9.02E-03	4.27E-04	4.27E-11	1.35E-07
7	1.34E-02	4.29E-04	2.86E-11	1.11E-07
8	4.48E-03	4.29E-04	8.56E-11	1.92E-07
9	4.26E-03	4.30E-04	8.99E-11	1.97E-07
10	5.68E-03	4.31E-04	6.72E-11	1.70E-07
12	2.03E-03	4.34E-04	1.87E-10	2.85E-07
15	4.68E-03	4.35E-04	8.09E-11	1.88E-07
20	3.08E-02	4.37E-04	1.22E-11	7.30E-08
30	1.50E-02	4.40E-04	2.50E-11	1.05E-07
40	6.12E-02	4.42E-04	6.08E-12	5.19E-08
50	6.90E-03	4.45E-04	5.36E-11	1.54E-07

4-2-3a 弱局域效應的定量上維度確定

由二維磁電阻擬合，可得到 0.3K~50K 間的 $L_\phi > t = 15\text{nm}$ ，且不論在各溫度， $L_\phi \ll$ 樣品寬度 W 與樣品長度 L ，故再次由定量分析上我們可以確立，用二維弱局域效應來解釋我們 ITO 樣品的低溫行為是合理的！

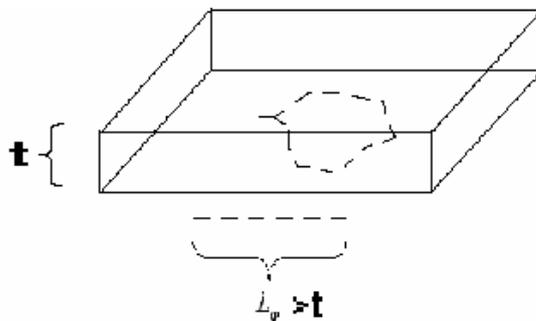


圖 4-34 二維弱局域效應在樣品空間中的說明圖

4-2-3b R_{WL} theory v.s. $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$

由之前分析，我們已可確定可用二維弱局域效應來描述，ITO 薄膜在低溫的物理行為。接著我們試著由理論來定量算出，二維弱局域效應對於電阻的貢獻，並進一步與我們的假設（外加 4T 磁場時，可以完全消去二維弱局域效應）來比較，看看是否合理。

二維弱局域在電導上的貢獻[10]為：

$$\Delta G = -\frac{se^2}{\pi h} \times \ln \frac{L_\phi}{l} \quad (4.6)$$

for 電子自旋 $s=2$ ， L_ϕ 是同調性長度， l 是電子彈性碰撞平均自由路徑。

由於我們假設 $H=4T$ 時，可消掉 R_{WL} 的貢獻，所以我們利用實驗數據得到 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)} = R_{WL}$ 與溫度的關係，再與理論上 R_{WL} 來比較。

發現除了片電阻有一個平移量外，兩者隨溫度的行為是十分相似的。這也更確立我們用假設 $H=4T$ 可消掉 R_{WL} 貢獻的假設是正確的！

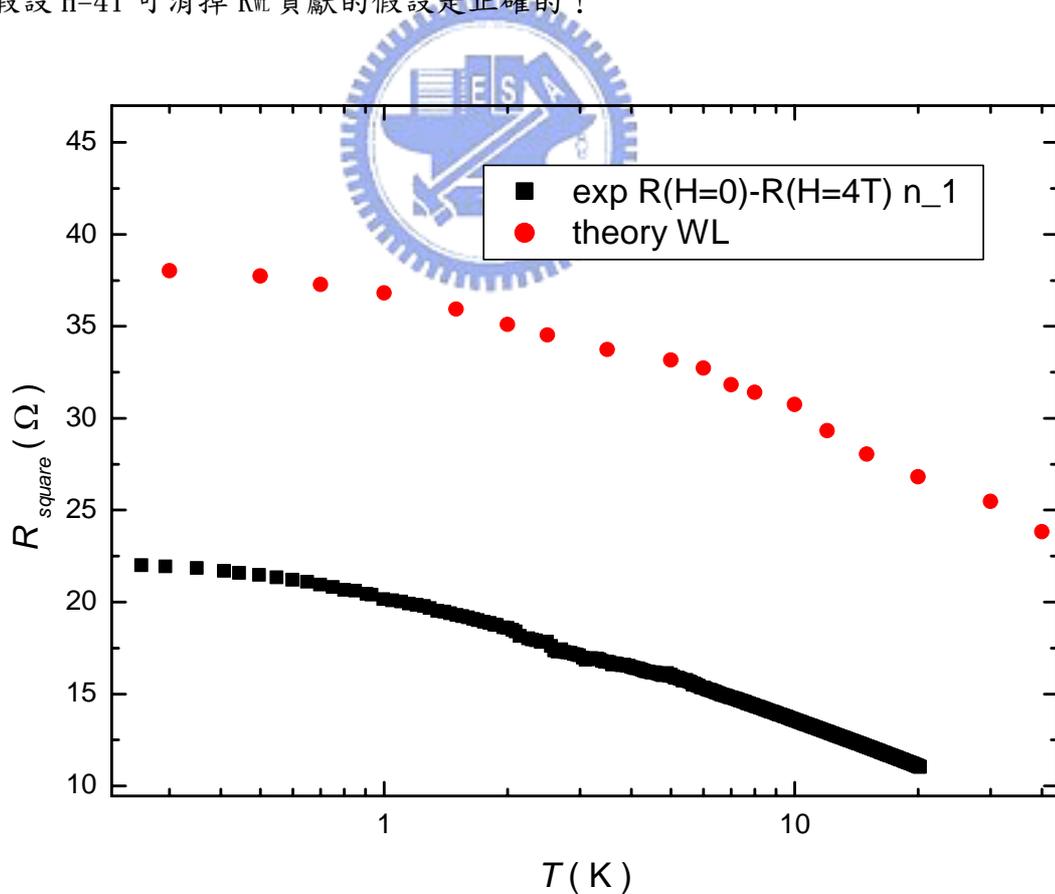


圖 4-35 為樣品 n_1 的 R_{WL} theory 與 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 比較圖

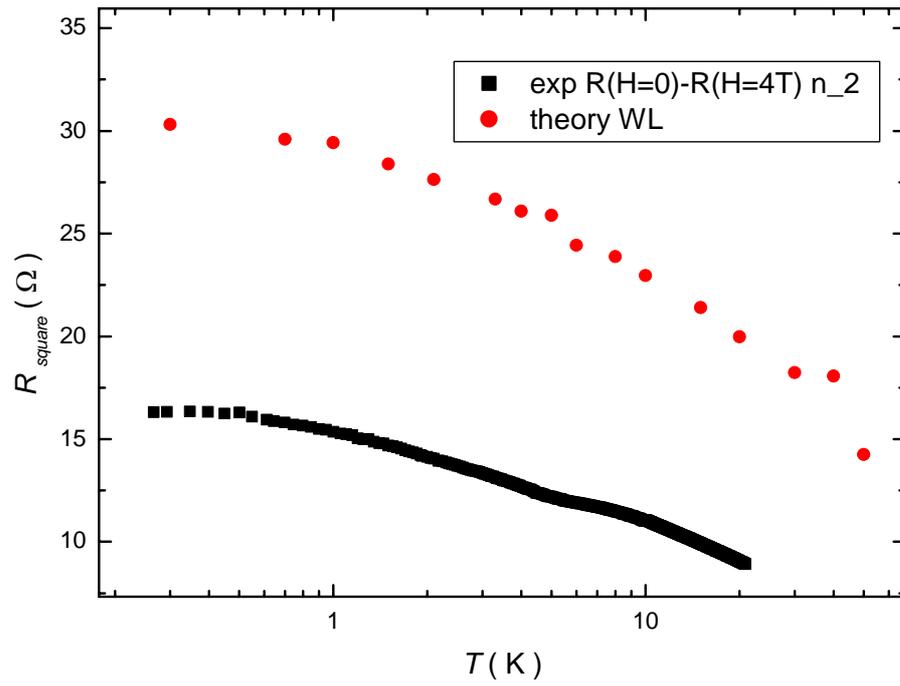


圖 4-36 為樣品 n_2 的 $R_{WL \text{ theory}}$ 與 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 比較圖

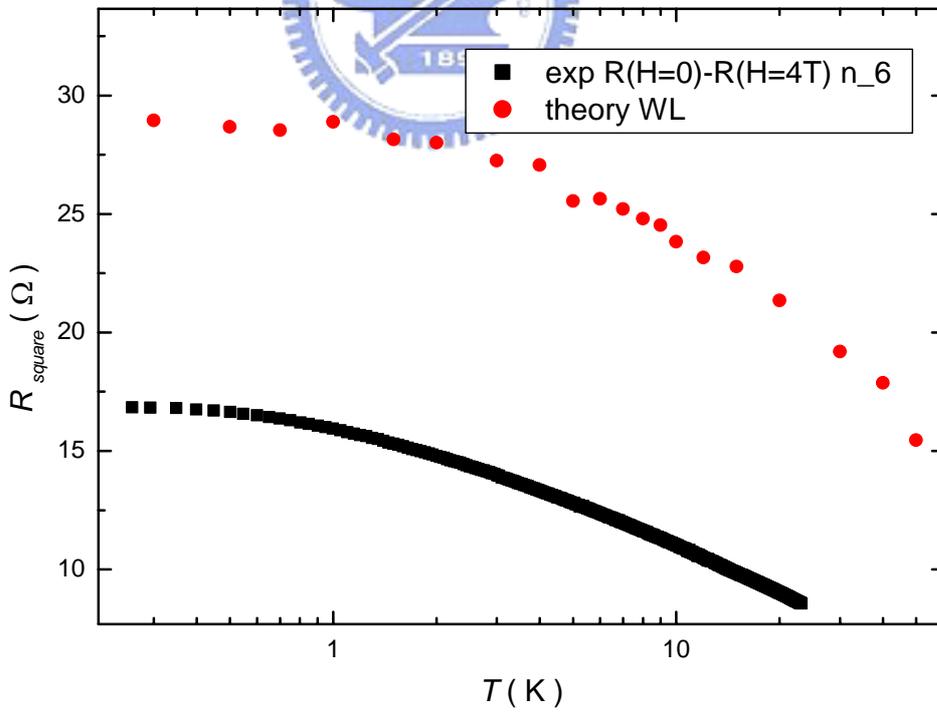


圖 4-37 為樣品 n_6 的 $R_{WL \text{ theory}}$ 與 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 比較圖

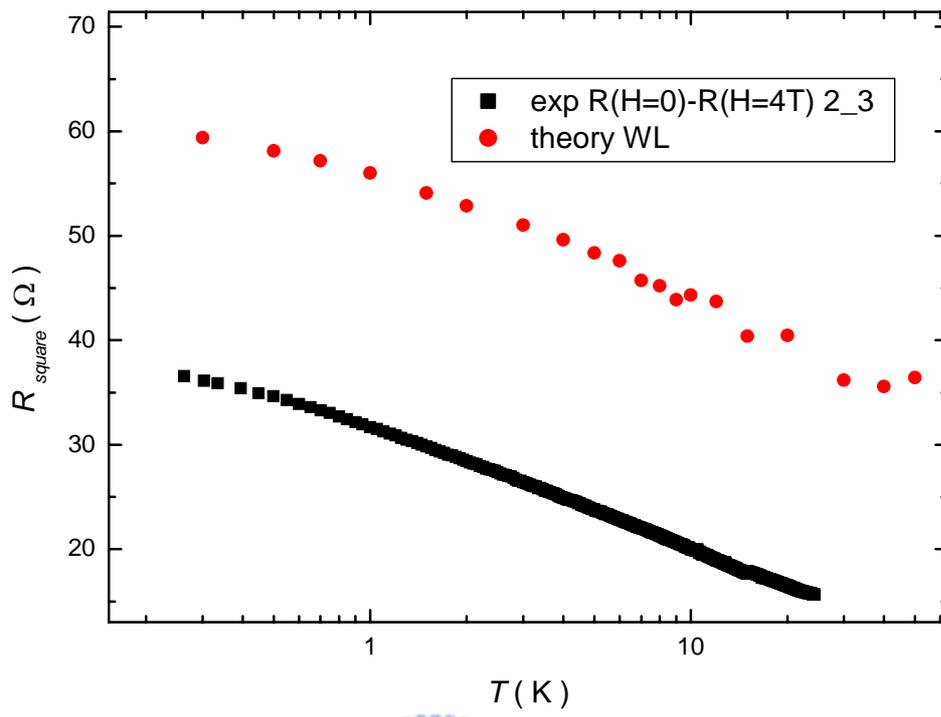


圖 4-38 為樣品 2_3 的 $R_{WL \text{ theory}}$ 與 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 比較圖

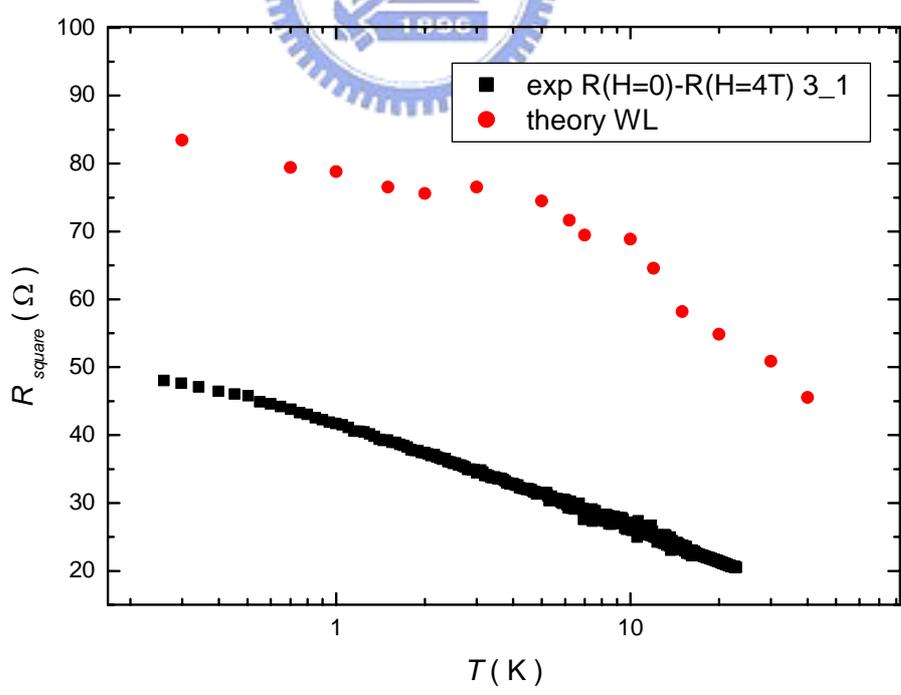


圖 4-39 為樣品 3_1 的 $R_{WL \text{ theory}}$ 與 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 比較圖

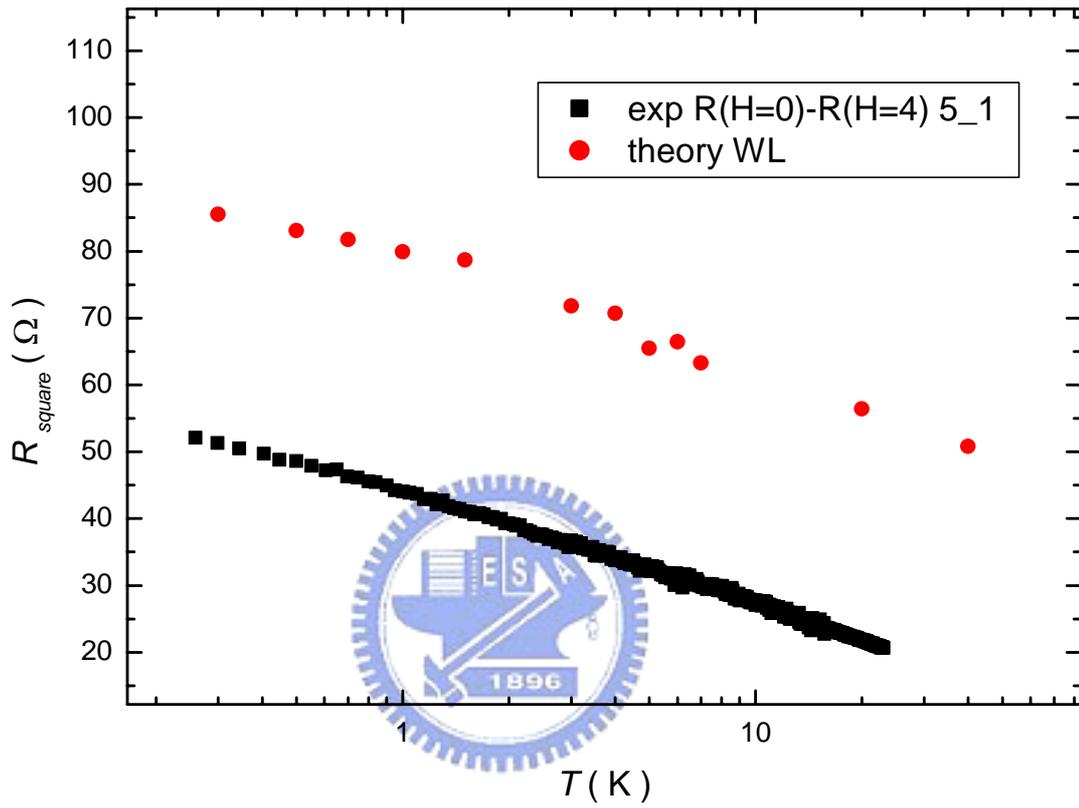


圖 4-40 為樣品 5_1 的 $R_{WL \text{ theory}}$ 與 $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 比較圖

4-2-3c 如何確定量測到的磁電阻 MR 是正確的？

實驗上量測 $R(T)$ 時，有時會因為通入過大的電流而出現 heating 的效應。這是由於外加電流所造成的熱功率大於環境所提供的冷功率，使得經過一段時間後的溫度，在空間上還是有極大的梯度變化，由於溫度計與樣品是有空間上的距離，所以當有 heating 效應出現時，溫度計所量測到的溫度，並不是真的樣品溫度，這會影響我們讀取正確的樣品溫度訊號。故我們可以藉由決定外加電流，來控制 heating power 比致冷器本身的 cooling power 小於約百分之一，以確保沒有 heating 的效應發生。也可從相同的 $R(T)$ 實驗上來看，當我們分別用大電流與小電流來通入樣品，做同樣溫區的 $R(T)$ 量測時，這兩種量測下的電阻值隨溫度趨勢卻不一樣，表示通入大電流的量測有 heating 效應的存在。

但有 Z. Ovadyahu 在實驗上指出 [35]，即使在 $R(T)$ 實驗上與理論計算 heating power 上，都確定沒有 heating 效應，但在做磁電阻量測時，卻因為通入不同大小的電流，而出現不同的磁電阻結果。由於我們也有量測磁電阻，因此在這方面的判斷訊號正確與否，也是十分重要的！

我們可藉由計算，外加電場時，在兩次電聲子非彈性碰撞間所得到的能量 (eEL_{e-p}) 是不是比環境熱能 ($K_B T$) 小，來確定我們所量測到的磁電阻是正確的！

表 4-13 外加電場時電子所獲得的能量 eEL_{e-p} 與環境熱能 $K_B T$ 的比較

T=0.3K

#	E(V/m)	L_{e-p} (m)	eEL_{e-p} (J)		$K_B T$ (J)
n_1	1.40E-01	1.5E-10	3.37E-30	<<	4.14E-24
n_2	3.09E-02	7.04E-11	3.49E-31	<<	4.14E-24
n_6	1.07E-02	4.13E-11	7.06E-32	<<	4.14E-24
2_3	1.14E-02	4.27E-11	7.79E-32	<<	4.14E-24
3_1	8.91E-03	3.78E-11	5.39E-32	<<	4.14E-24
5_1	9.49E-03	3.9E-11	5.93E-32	<<	4.14E-24

在這邊 L_{e-p} 是用乾淨系統的 $\frac{1}{\tau_{ep}} = 14S(3)\lambda_{ep}\omega_D \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3$ 來估計計算。因為在我們的 ITO

樣品裡面有 $\rho_r \propto \beta_{BG}$ 的關係 (詳見附錄)，所以越乾淨的系統電子聲子發生非彈性碰撞的機率就越少， L_{e-p} 也越長，也因此我們所估計的 L_{e-p} 是最大量值。只要 $L_{e-p} \ll K_B T$ 一定可以確定不會對磁電阻的量測，造成錯誤的影響！

4-2-3d 非彈性散射時間 τ_ϕ 與溫度 T 的關係

我們經由磁電阻的擬合，可以得到在各溫度下的非彈性散射時間 τ_ϕ 。在 τ_ϕ 與 $\log T$ 的關係圖中，我們可以看到在 5~40K 間有線性區出現，裡面影含著一些物理機制，在後面我們會詳細分析。而 τ_ϕ 與 $\log T$ 的關係圖在 5K 以下逐漸出現飽和的行為，此現象的飽和與實驗上 $R(T)$ 低溫處的飽和是一樣的現象，這在之前 $R_{WL, theory}$ v. s. $R_{(H=0)}-R_{(H=4T)}$ 的比較中已討論過。

下圖的 τ_ϕ 與 $\log T$ 的關係圖中，我們已將不同樣品間做一個簡單的平移。其平移的參數如圖所示。

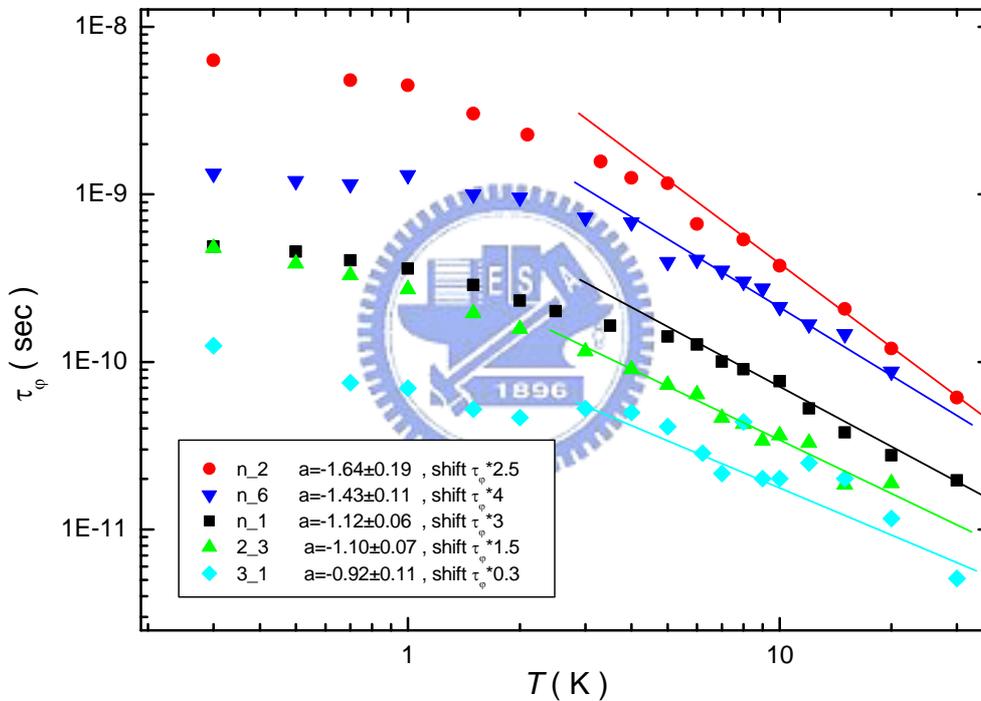


圖 4-41 所有樣品的 τ_ϕ 與 $\log T$ 關係圖

我們知道 $\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{1}{\tau_{ep}} + \frac{1}{\tau_{ee}} + \frac{1}{\tau_{so}} + \frac{1}{\tau_{ss}} + \dots$ 所以我們先個別分析各效應的貢獻，再來討論

我們在 τ_ϕ 與 $\log T$ 的關係圖中，所看到的線性區為何種物理效應！

4-2-3e 說明為何電子聲子交互作用可略

由實驗上我們可看到，ITO 薄膜由 300K 往下降的過程中，其電阻變化有一般金屬的特性，且造成此段溫區的電阻下降，主要是電子聲子非彈性碰撞的緣故，當降到 150K 左右即出現電阻隨溫度的最小值，表示電子聲子作用在此時已經很微弱了。這是在很多實驗上都有被看到的現象，且也有論文對此現象提出一樣的說明解釋。

而我們更試著定量上來分析，關於電子聲子非彈性碰撞的貢獻，我們可用下式來估計[16]：

$$\frac{1}{\tau_{ep}} = 14S(3)\lambda_{ep}\omega_D \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \quad (4.7)$$

利用 $\rho_{BG}(T) = \beta_{BG}T \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^4 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^5 dx}{(e^x - 1)(1 - e^{-x})}$ ， $\frac{1}{\tau} = \lambda_{ep}\omega_D \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^5 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^5 dx}{(e^x - 1)(1 - e^{-x})}$ ，還有 $\rho = \frac{m^*}{ne^2\tau}$ 可將 λ_{ep} 估計出來， τ 是電子彈性碰撞的平均自由時間，而 Deybe 物理參數之前已用無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 擬合過了，因此我們可以找到 $\frac{1}{\tau_{ep}}$ 的貢獻。

表 4-14 $1/\tau_{e-p}$ 與 $1/\tau_{\phi}$ 比較表

T = 10 K

#	$1/\tau_{e-p}$ (1/sec)		$1/\tau_{\phi}$ (1/sec)
n_1	3.19E+09	<	3.27E+10
n_2	2.88E+09	<	1.07E+10
n_6	2.99E+09	<	1.41E+10
2_3	3.43E+09	<	4.11E+10
3_1	2.58E+09	<	1.49E+10
5_1	3.48E+09	<	1.49E+10

由上表我們可知， $1/\tau_{e-p}$ 相對於 $1/\tau_{\phi}$ 可忽略，因此與我們由實驗上觀測而提出的想法是一樣的，也可確立電子聲子交互作用的貢獻很小。接著我們來看自旋軌道交互作用的貢獻。

4-2-3f 說明為何自旋軌道交互作用可略

我們在磁電阻 MR 的實驗上，幾乎沒有看到正磁電阻的行為出現，這表示自旋軌道交互作用非常微弱 (τ_{so}^{-1} 很小)。這是因為電子自旋軌道交互作用，一開始不是受外加磁場作用，而是受靜電作用。所以原子的大小強烈地影響電子自旋-軌道散射的強度。我們可藉由下式[27]來定性上分析。

$$\tau_{so} = \frac{\tau_e}{(\alpha Z_i)^4} + \frac{\tau_e}{(\alpha Z)^4}, \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} \quad (4.8)$$

其中 Z_i 為雜質原子序， Z 為主要元素原子序。因為 In : $Z=49$; O : $Z=8$; Sn : $Z=50$, 所以 τ_{so} 被氧給主導。而我們知道在實驗上或理論上所主導的 Z 值越大，其自旋軌道交互作用越強，而在實驗上 Cu : $Z=29$ 在逐漸外加弱磁場時，已出現負磁電阻的行為了！

更何況我們的 ITO 是被氧 : $Z=8$ 給主導，也因此 ITO 的 τ_{so}^{-1} 很小，很少發生自旋軌道交互作用。且事實上自旋軌道交互作用與溫度無關，對於我們想分析 τ_{ϕ} 與 $\log T$ 關係圖中的線性斜率而言，是影響不大的！

4-2-3g 說明為何自旋自旋交互作用可略

這邊我們假設 ITO 非磁性雜質，所以當只有電子自旋卻無局域性磁性雜質時，是無法形成自旋自旋軌道交互作用的。且實際上我們有用實驗數據來進行 Kondo effect 中的 τ_{ϕ} 與溫度的擬合，發現擬合出來的數值強度很小，故我們說 ITO 無局域性雜質。也因此更進一步，我們假設自旋自旋交互作用可略。

4-2-3h 電子電子交互作用介於 clean system ~ dirty system 之間

我們知道 $\frac{1}{\tau_\phi} = \frac{1}{\tau_{ep}} + \frac{1}{\tau_{ee}} + \frac{1}{\tau_{so}} + \frac{1}{\tau_{ss}} + \dots$ ，由上述幾點可知 $\frac{1}{\tau_{ep}}$ 、 $\frac{1}{\tau_{so}}$ 與 $\frac{1}{\tau_{ss}}$ 的作用很小，且 $\frac{1}{\tau_{so}}$ 與 $\frac{1}{\tau_{ss}}$ （不考慮 Kondo effect 時）根本與溫度無關，所以我們強烈懷疑此線性斜率部分由 $\frac{1}{\tau_{ee}}$ 所造成！

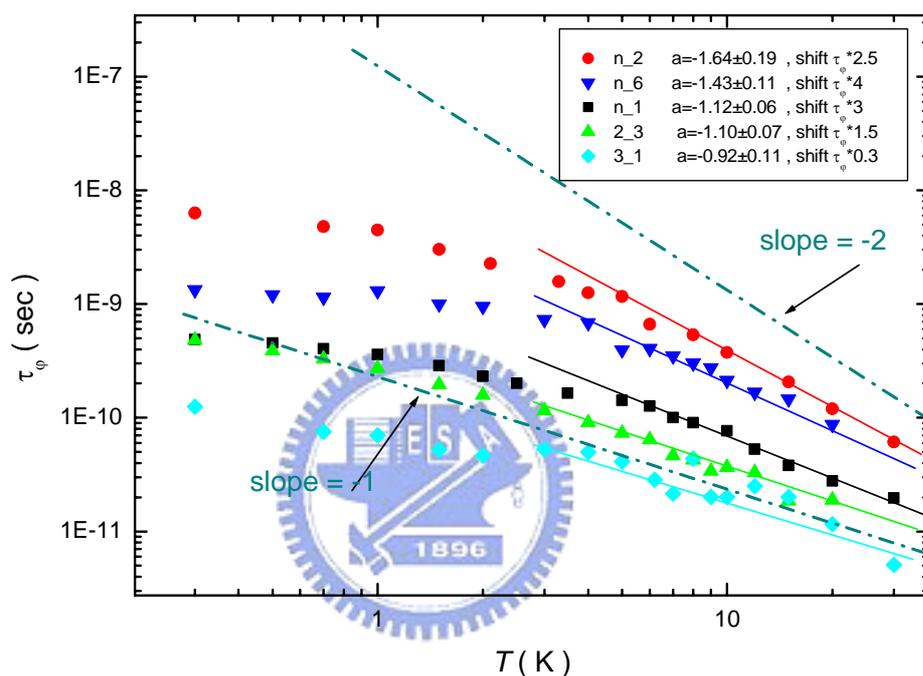


圖 4-42 τ_ϕ 與 $\log T$ 關係圖中，線性區的斜率有一變化分佈。

由電子電子交互作用的理論上，我們知道乾淨系統的電子電子散射率[11]為：

$$\frac{1}{\tau_{ee}} \propto \frac{-E_f}{2\pi\hbar} \left(\frac{K_B T}{E_f}\right)^2 \left[\ln\left(\frac{K_B T}{E_f}\right) - \ln\left(\frac{Q_{TF}}{K_f}\right) - \ln 2 - 1 \right] \propto T^2 \quad (4.9)$$

但在無序系統中，電子電子散射率[26]為：

$$\frac{1}{\tau_{ee}} = \frac{K_B T}{2\pi\nu(0)D\hbar^2} \ln(\pi\nu(0)D\hbar) \propto T^1 \quad (4.10)$$

電子電子交互作用在乾淨系統中有 $\frac{1}{\tau_{ee}} \propto T^2$ 的行為，但在無序系統中有 $\frac{1}{\tau_{ee}} \propto T^1$ 的行為。故我們認為造成 τ_ϕ 與 $\log T$ 關係圖中，線性區由斜率 -2 到 -1 之間改變，主要是我們的一系列 ITO 薄膜，對於電子電子交互作用而言，是處於有序系統到無序系統的關係！

4-2-3i k_{F1} v. s. τ_{ϕ} 與 $\log T$ 關係圖中的斜率

我們由一個可以判別有序或無序系統的參數 k_{F1} 來與 τ_{ϕ} 和 $\log T$ 關係圖中的斜率做圖，發覺會有線性關係！且令人驚訝的是，我們將 Tyuzi Oyama 的 ITO 薄膜論文中[36]，所提及的 k_{F1} 來與 τ_{ϕ} 和 $\log T$ 關係圖中的斜率，一起放入我們的圖中，竟然也在此線性區上！所以我們更確立與堅信我們的假設是沒有錯的！

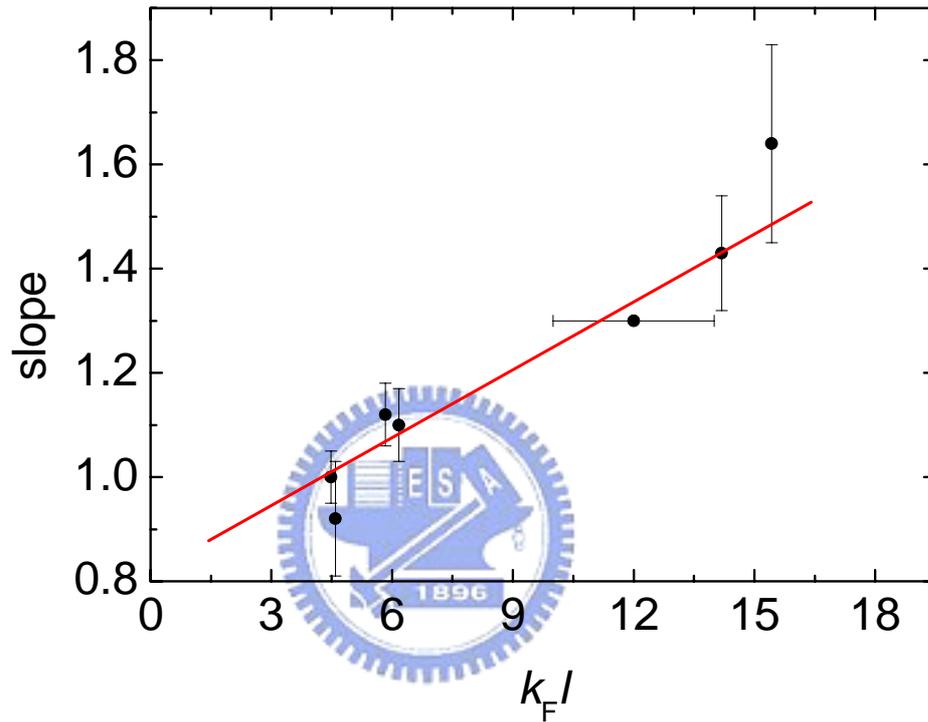


圖 4-43 k_{F1} 對 τ_{ϕ} 和 $\log T$ 關係圖中的斜率關係圖。
必須強調的是， $k_{F1}=12$ 為其他實驗室的實驗結果[36]。

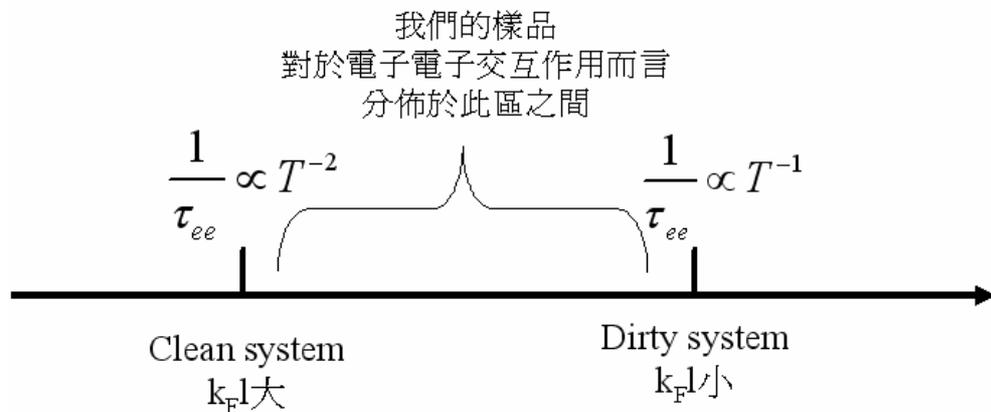


圖 4-44 我們樣品的分佈區域

4-2-3j $L_{\text{elastic}} < L_{\phi} < L_{\text{e-e Landau}}$

也由於我們認為 τ_{ϕ} 與 $\log T$ 有線性關係的部分，主要是電子電子交互作用所造成。所以我們更進一步來分析 L_{elastic} 、 L_{ϕ} 與 $L_{\text{e-e Landau}}$ 之間的關係是否合理？

在乾淨系統，我們可利用 $l_{\text{e-e Landau}} = \tau_{ee} * v_F$ 來得到 $l_{\text{e-e Landau}}$ ， τ_{ee} 必須用乾淨系統中的費米液體理論中的式(2.23)來求得

表 4-15 L_{elastic} 、 L_{ϕ} 與 $L_{\text{e-e Landau}}$ 的關係表

at 10K	L_{elastic} (m)		L_{ϕ} (m)		$L_{\text{e-e Landau}}$ (m)	$\tau_{\text{e-e Landau}}$ (sec)	v_f (m/sec)
n_1	2.41E-09	<	1.31E-07	<	3.46E-04	4.94E-10	7.00E+05
n_2	3.01E-09	<	2.57E-07	<	3.45E-04	4.93E-10	7.00E+05
n_6	2.91E-09	<	2.20E-07	<	3.46E-04	4.94E-10	7.00E+05
2_3	2.34E-09	<	1.11E-07	<	2.69E-04	4.16E-10	6.46E+05
3_1	2.03E-09	<	1.71E-07	<	2.71E-04	4.20E-10	6.46E+05
5_1	2.00E-09	<	1.70E-07	<	2.71E-04	4.20E-10	6.46E+05

L_{elastic} 為電子彈性碰撞的平均自由路徑， L_{ϕ} 為平均同調性長度，也就是電子非彈性碰撞的平均自由路徑， $L_{\text{e-e Landau}}$ 為乾淨系統中，費米電子液體的平均自由路徑長度。

在弱局域效應的假設中， L_{elastic} 必須小於 L_{ϕ} 才有機會形成弱局域效應。另一方面也由於 $\frac{1}{\tau_{\phi}} = \frac{1}{\tau_{ee}} + \dots$ 又 $L_{\phi} = \sqrt{D\tau_{\phi}}$ ，所以 L_{ϕ} 必須小於 $L_{\text{e-e Landau}}$ 才會合理。而我們的實驗計算結果，顯示上兩關係式都符合，也因此我們可以說弱局域效應的存在與乾淨系統中的電子電子交互作用的存在是相當合理的！

五、結論

我們藉由低溫精密電性量測實驗，來量測一系列無序程度的 ITO 薄膜。其中我們做了未加磁場 $R(T)$ ，外加垂直磁場 $R(T)$ ，還有磁電阻 MR 的量測。

經由一系列的分析與擬合，我們發現 ITO 薄膜，在未加磁場 $R(T)$ 的高溫部分可用無序程度修正下的 Bloch-Grüneisen model 來描述，而低溫部分可用二維弱局域效應與二維電子電子交互作用來解釋，且當外加 4T 垂直磁場 $R(T)$ 的低溫部分會消除掉二維弱局域效應，只剩下二維電子電子交互作用存在 ITO 薄膜中。

我們藉由理論計算，確認弱局域效應與電子電子交互作用都是屬於二維的情況。並進一步由理論來確認我們的磁電阻實驗數據是可性的。

並且我們試著解釋在低溫時，為何我們可以忽略電子聲子非彈性碰撞、自旋軌道交互作用、自旋自旋交互作用，在散射率上的貢獻。並進一步分析各 ITO 樣品在 τ_ϕ 與 $\log T$ 線性關係中的斜率分佈，是由於各樣品的二維電子電子交互作用，處於有序系統到無序系統之間的關係！並且在經由 $L_{\text{elastic}} < L_\phi < L_{e-e}$ Landau 的計算來確認我們的假設是合理的。



參考文獻

- [1] Charles Kittel, Introduction to Solid State Physics, 8th Edition, John, Wiley & Sons, New York(2005)
- [2] Kerson Huang, Statistical Mechanics, Second Editoin, John Wiley & Sons
- [3] B. L. Altshuler, Zh. Eksp. teor. Fiz. , *Sov. phys. JETP*, **48**, 670(1978)
- [4] P. W. Anderson, *Phys. Rev.* **109**, 1942(1958)
- [5] P. Chaudhari, H. U. Habermeier, *phys. Rev. Lett.* **44**, 40(1980)
- [6] G. J. Dolan, D. D. Osheroff, *phys. Rev. Lett.* **43**, 721(1979)
- [7] N. Giordano, *phys. Rev. B* **22**, 5635(1980)
- [8] N. Giordano, W. Gilson, D. E. Prober, *Phys. Rev. Lett.* **43**, 725(1979)
- [9] G. Bergmann, *Phys. Rev. B* **28**, 2914(1983)
- [10] Patrick A. Lee, T. V. Ramakrishnan, *Rev. Mod. Phys.* **57**, 287, (1985)
- [11] J. J. Lin, J. P. Bird, *J. phys. Condens Matter*, **14**, R501–R596(2002)
- [12] M. Yu. Reizer, *Phys. Rev. B* **40**, 5411(1989)
- [13] M. L. Roukes, *et al. phys. Rev. Lett.* **55**, 422(1985)
- [14] A. Keck, A. Schmid, *Solid State Commun.* **17**, 799(1975)
- [15] A. Keck, A. Schmid, *J. Low Temp. phys.* **24**, 7611(1976)
- [16] W. E. Lawrence, A. B. meador, *phys. Rev. B*, **18**, 1154 (1978)
- [17] H. Takayama, *Z. Phys.* **263**, 329(1973)
- [18] G. Bergmann, *Phys. Rev. B* **3**, 3797(1971)
- [19] J. Rammer, Aschmid, *Phys. Rev. B* **34**, 1352(1986)
- [20] M. Yu. Reizer,
A. V. Sergeyev, Zh. Eksp. Teor. Fiz. , *Sov. Phys. JETP*, **63**, 616(1986)
- [21] N. G. Ptitsina, G. M. Ghulkova, *et al.* , *Phys. Rev. B*, **56**, 10089(1997)
- [22] F. J. Blatt, Physics of Electronic Conduction in Solids, McGraw-Hill, New York(1970)
- [23] B. L. Altshuler, A. G. Aronov, *Sov. phys. JETP*, **50**, 968(1979)
- [24] B. L. Altshuler, A. G. Aronov, *Solid State Commun.* **36**, 115(1979)
- [25] B. L. Altshuler, A. G. Aronov, M. E. Gershenzon,
Y. u. V. Sharvin, *Sov. Sci. Rev. A* **9**, 223(1987)
- [26] B. L. Altshuler, A. G. Aronovf, D. E. Khmelnsky, *J. Phys. C: Solid State Phys.* , **15**, 7367–7386(1982)
- [27] Abrikosov, L. P. gorkov, *Sov. Phys. JETP*, **15**, 1088(1962)
- [28] J. S. Dugdale, The electrical properties of disorder metals, Cambridge(1995)
- [29] H. Fukuyama, In Electron-Electron Interaction in disordered Systems, edited by A. L. Efros and M. Pollak, Elsevier, Amsterdam(1985)

- [30] J. J. Sakurai, Modern Quantum Mechanics Revised Edition, Pearson Education
- [31] B. L. Altshuler, A. G. Aronov, B. Z. Zpivak, *JETP Lett.* **33**, 94(1981)
- [32] D. Y. Sharvin, Y. V. Sharvin, *JETP Lett.* **34**, 272(1981)
- [33] Z. Q. Li, J. J. Lin, *Journal of Applied Physics*, **96**, 5918(2004)
- [34] Keithley, Low level Measurements Handbook, 6th edition, Keithley Instruments, 2004
- [35] Z. Ovadyahu, *Phys. Rev. B*, **63**. 235403
- [36] Tyuzi OHYAMA, Minoru OKAMOTO and Eizo OTSUKA, *Journal of the Society of Japan*, **52**, 10, pp. 3571-3578(1983)
- [37] J. J. Lin, 「Localization and Electron-Electron Interaction Effects in Thin Gold-Palladium Films And Wires」, Purdue University, Doctor of Philosophy, May 1986
- [38] 吳志原, 「鈦合金超導體中之電子-聲子散射時間和電子-電子交互作用」, 國立台灣大學, 博士論文, 民國八十五年。
- [39] 鐘元良, 「金鈮合金厚膜之電子-聲子散射時間與電子-電子作用之研究」, 國立台灣大學, 碩士論文, 民國八十六年
- [40] 邱劭斌, 「金鋁合金中之電子-聲子散射時間之研究」, 國立交通大學, 碩士論文, 民國八十九年
- [41] 張少凡, 「三維無序金屬之非彈性電子散射時間及量子傳輸現象之研究」, 國立交通大學, 碩士論文, 民國八十九年
- [42] 江品頁, 「弱無序銅鍍金薄膜之低溫電性傳輸行為研究」, 國立交通大學, 碩士論文, 民國九十四年

附錄

A 15nm ITO

A-1 15nm ITO 的 ρ_r 與 β_{BG} 關係

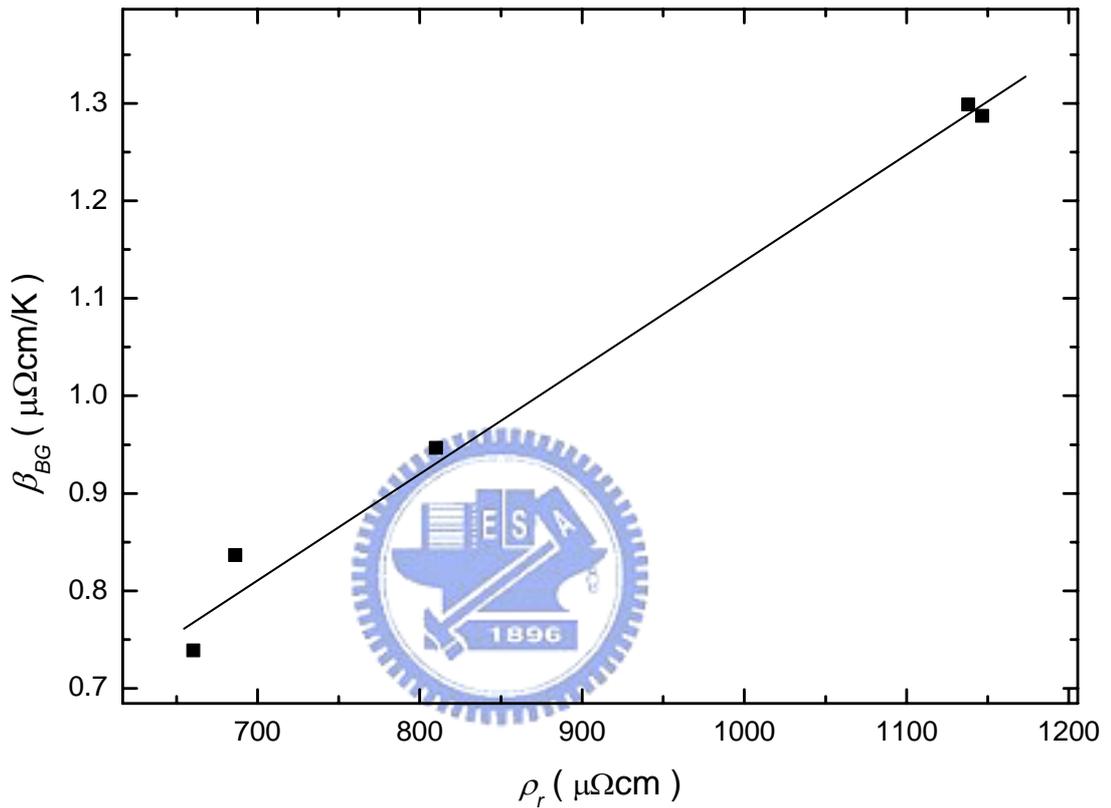


圖 A-1 15nm ITO 的 ρ_r 與 β_{BG} 關係

當 E_F 與無序程度無關時， β_{BG} 是與無序程度無關的參數。

但結果顯示 β_{BG} 與 ρ_0 是有線性關係的。這在葉勝玄的論文中有提及。

A-2 15nm ITO 的 thermopower

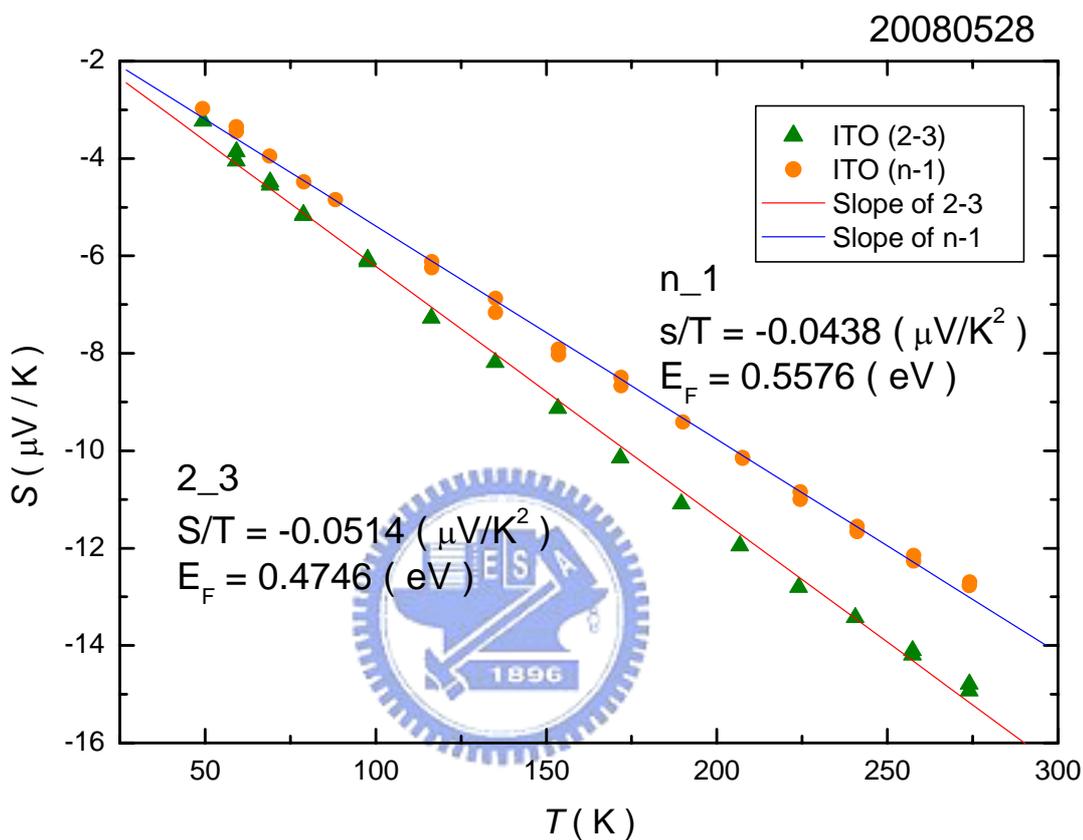


圖 A-2 15nm ITO 的 thermopower

我們可以藉由 $E_F = \frac{\pi^2 k_B^2}{3e(\frac{S}{T})} = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m^*}$ ，並利用三維自由電子氣模型 $n = \frac{1}{3\pi^2} \left(\frac{2m^* E_F}{\hbar^2}\right)^{3/2}$ 、

$\tau = \frac{m^*}{\rho n e^2}$ 、 $l = v_F \tau$ 與 $D = \frac{v_F l}{3}$ 來得到我們所感興趣的參數。此為陳奕甫學弟量測

B 250nm ITO

B-1 250nm ITO R(T)

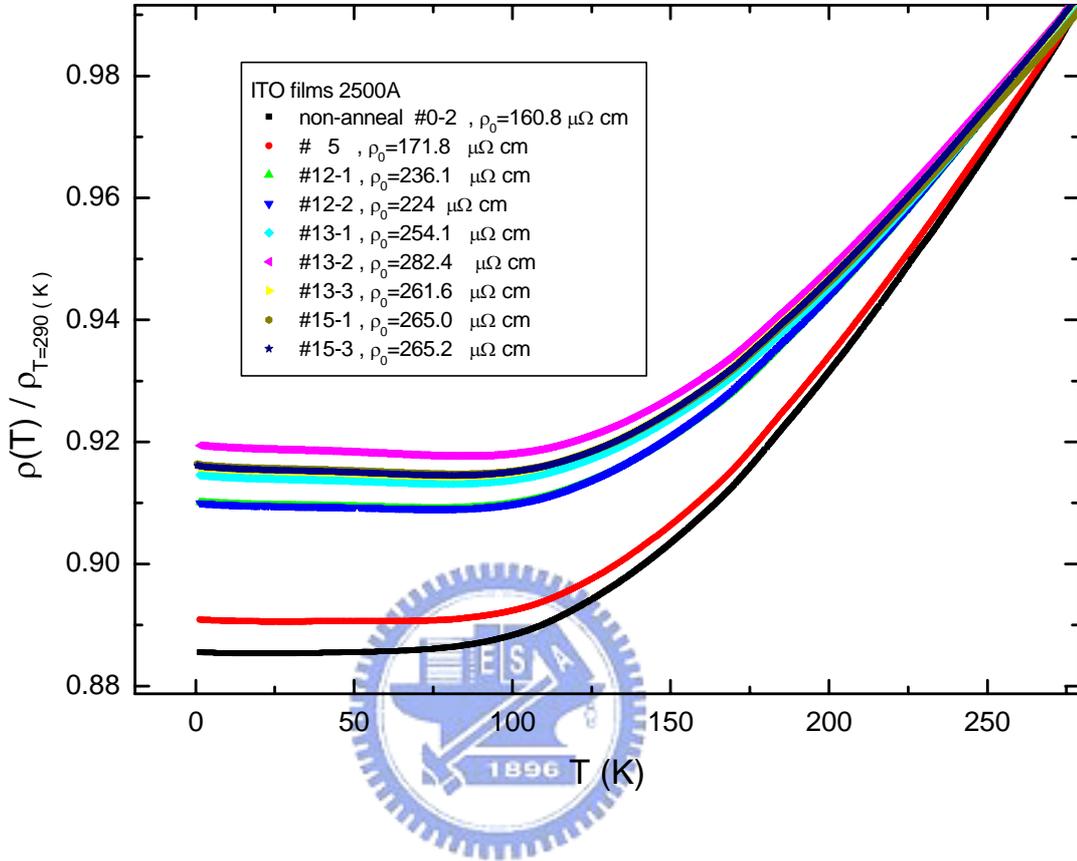


圖 B-1 250nm ITO 的 R(T)

表 B-1 擬合無序系統中的 Bloch-Grüneisen model 參數表

#Sample	$\rho_0 (\mu \Omega \text{ cm})$	$\beta_{\text{BG}} (\mu \Omega \text{ cm})$	$\Theta_{\text{D}} (\text{K})$
#0-2	142.358	0.46	1003
#5	153.05	0.47	983
#12-2	203.633	0.53	1014
#12-1	214.55	0.57	1023
#13-1	232.0	0.61	1068
#13-3	239.2	0.60	1029
#15-1	243.3	0.60	1029
#15-3	242.5	0.61	1033
#13-2	259.1	0.63	1034

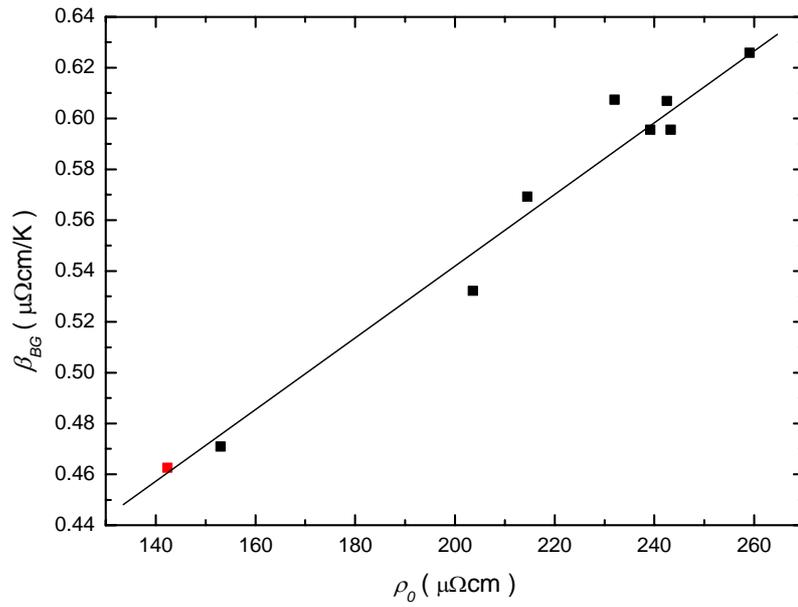


圖 B-2 250nm ITO β_{BG} 與 ρ_0 的關係圖

當 E_F 與無序程度無關時， β_{BG} 是與無序程度無關的參數。

但結果顯示 β_{BG} 與 ρ_0 是有線性關係的。不論 15nm ITO 與 250nm ITO 都有此行為。

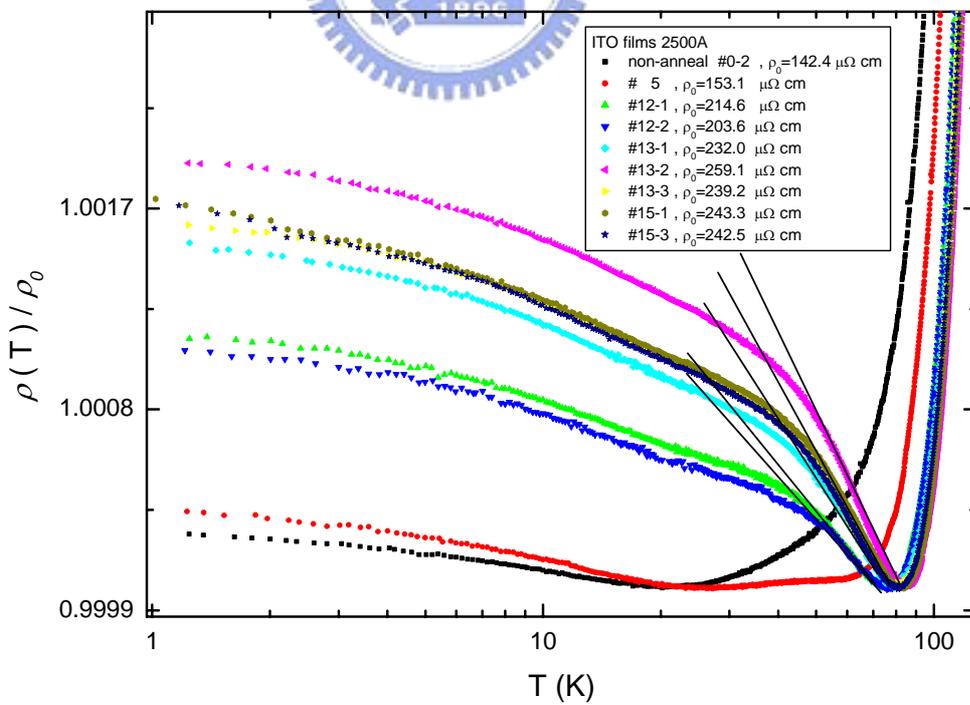


圖 B-3 250nm ITO 有 $\log T$ 線性區的存在

表 B-2 logT 斜率 b 與 ρ_0 的關係圖

#Sample	$\rho_0 (\mu \Omega \text{cm})$	b
#0-2	142.3579	X
#5	153.05	X
#12-2	203.6326	0.00090
#12-1	214.5503	0.00094
#13-1	232.0	0.00126
#13-3	239.2	0.00127
#15-1	243.3	0.00137
#15-3	242.5	0.00134
#13-2	259.1	0.00169

此處我們利用 $\rho(T)/\rho_0 = a + b \cdot \log(T)$ 來擬合。

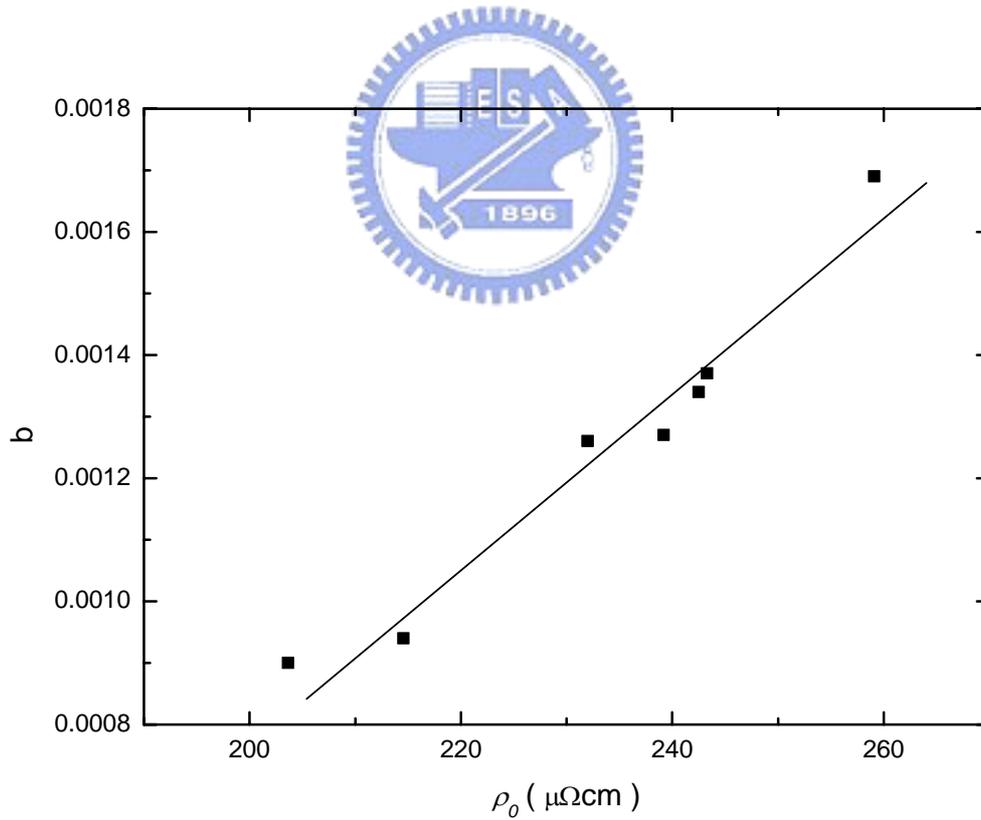


圖 6-5

圖 B-4 logT 的斜率 b 與 ρ_0 關係圖

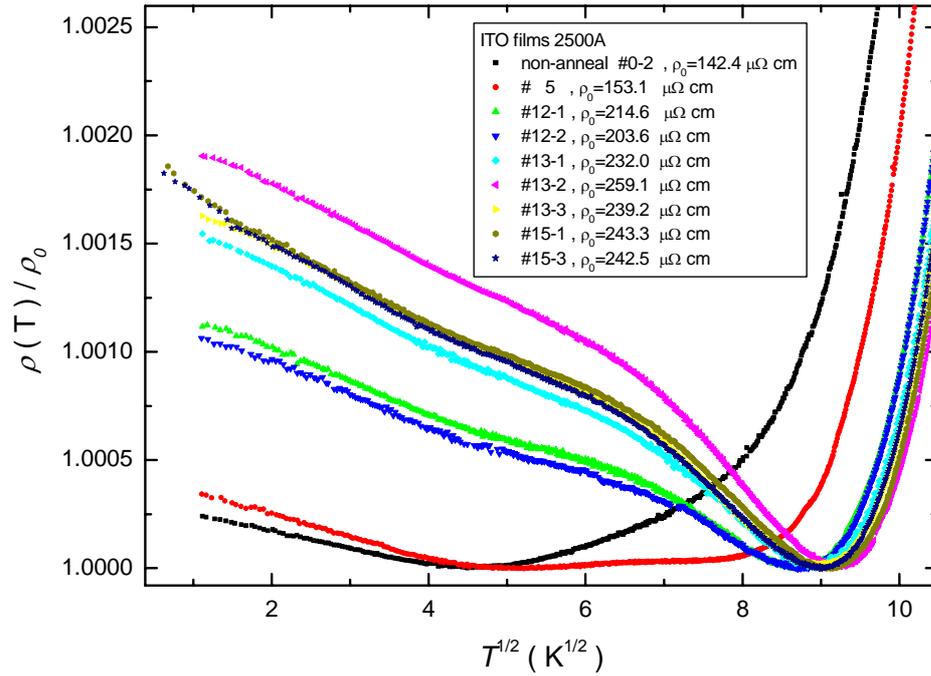


圖 B-5 250nm ITO 有兩個根號 T 線性區的存在

表 B-3 根號 T 斜率 a1 與 a2 和 ρ₀ 的參數表。

#Sample	ρ₀ (μΩ cm)	a1	a2
#0-2	142.3579	1.45	
#5	153.05	1.80	
#12-2	203.6326	1.83	2.72
#12-1	214.5503	1.71	2.74
#13-1	232.0	1.81	3.13
#13-3	239.2	1.73	3.32
#15-1	243.3	1.87	3.34
#15-3	242.5	1.97	3.33
#13-2	259.1	1.55	3.69

a 為擬合三維電子電子交互作用的斜率，我們將 a 分為 a1 與 a2。

a1 為 5~40K 的根號 T 線性區斜率，a2 為 50~80K 的根號 T 線性區斜率。

$$\frac{\Delta\rho}{\rho^2} = \frac{-0.915e^2k_B^{1/2}}{4\pi^2\hbar^{3/2}} a \sqrt{\frac{T}{D}}, \quad a = \frac{4}{3} - \frac{3}{2} \tilde{F}, \quad 0 < \tilde{F} < 0.929, \quad a \text{ 的最大值為 } 1.333$$

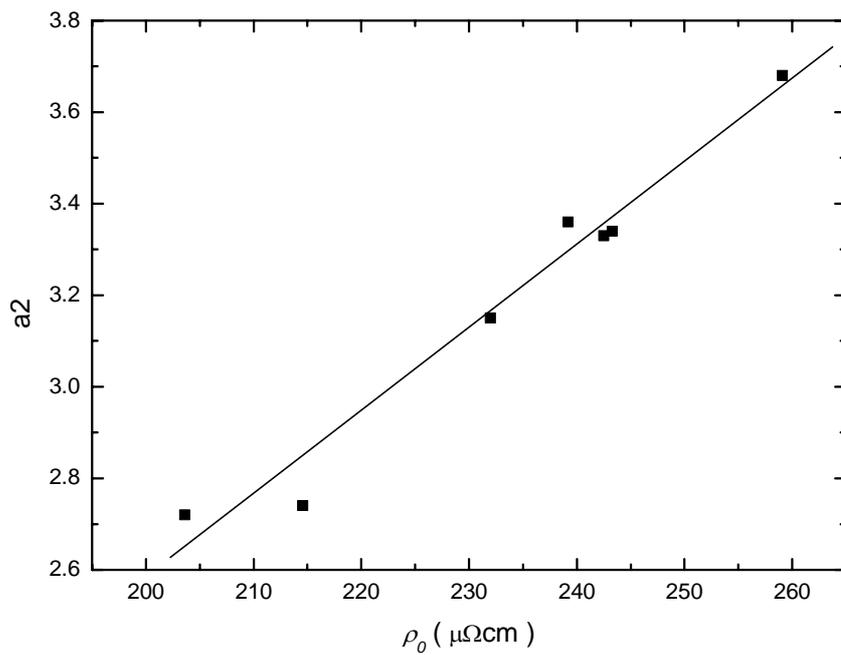


圖 B-6 根號 T 的斜率 a_2 與 ρ_0 關係圖

B-2 250nm ITO MR

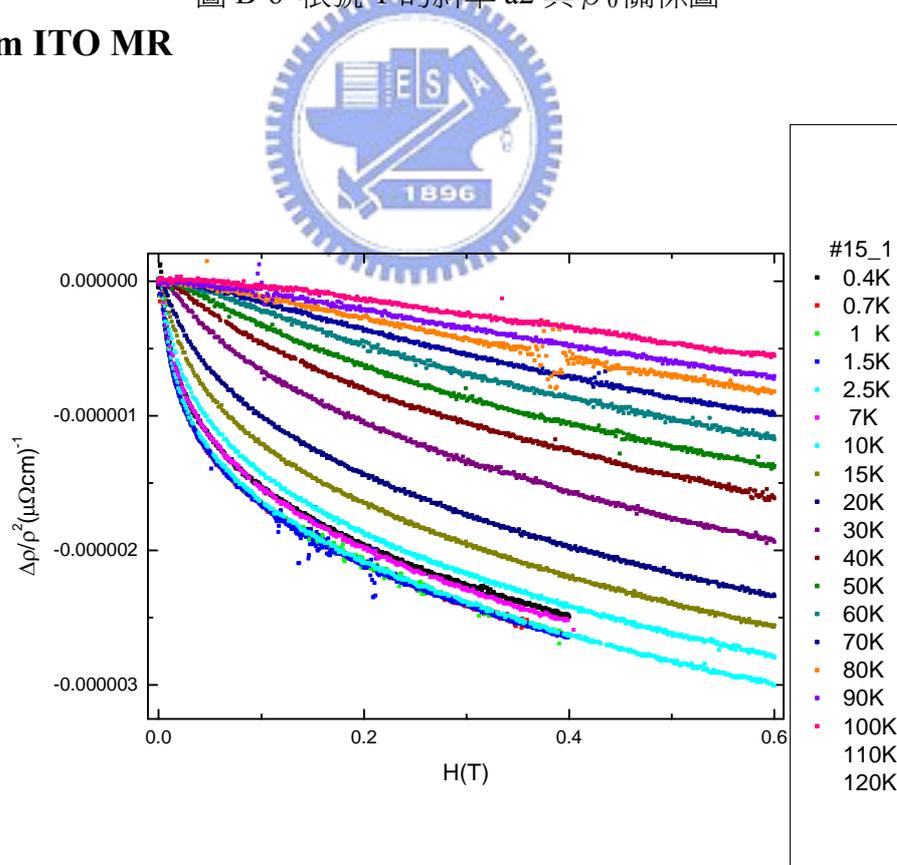


圖 B-7 #15_1MR

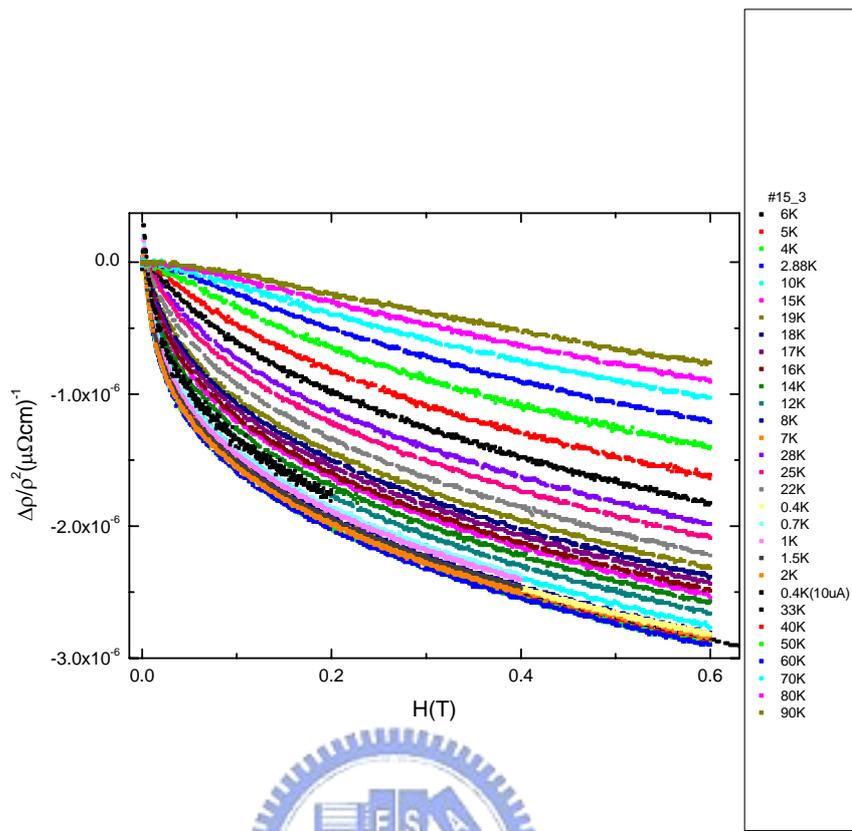


圖 B-8 #15_3MR

B-3 250nm ITO thermopower

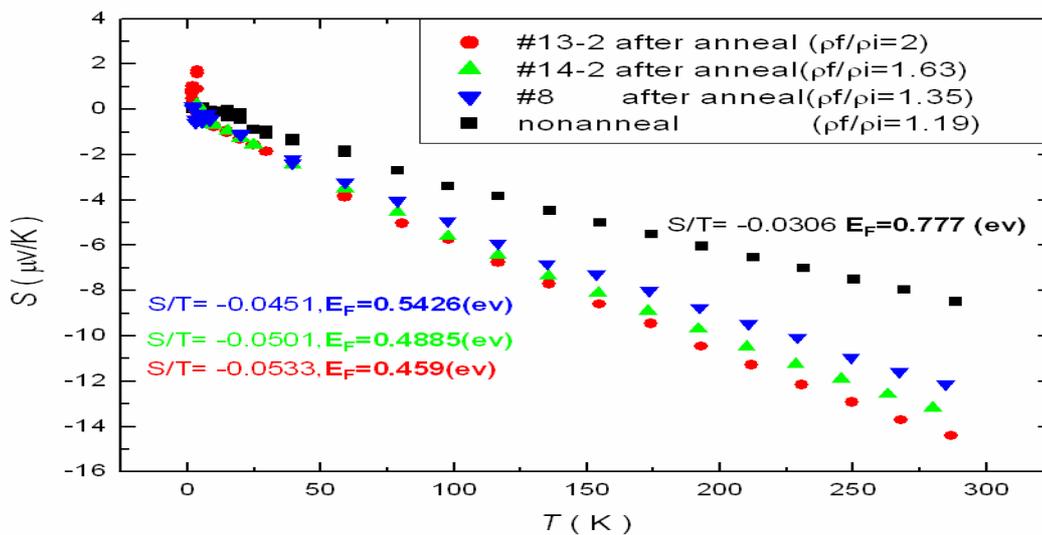


圖 B-9 250nm ITO 的 thermopower
此為王詩雯同學量測。

C 金屬與半導體的電阻隨溫度關係比較

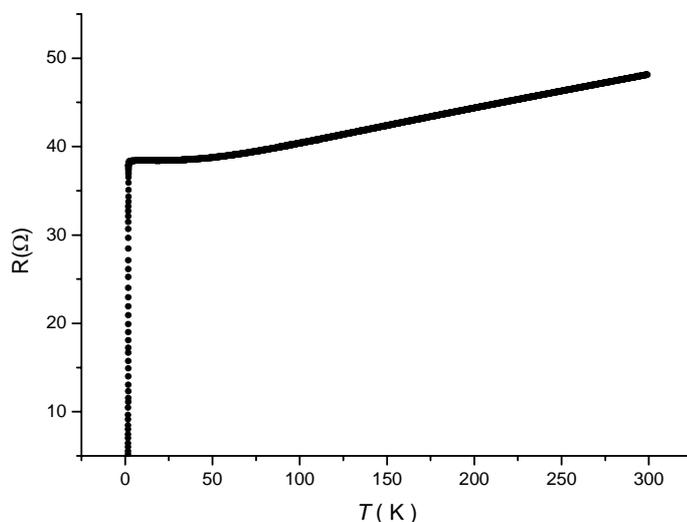


圖 C-1 純 Al 的電阻隨溫度關係圖

在純 Al 樣品中，我們除了可看到電阻隨溫度下降外，且有看到超導的行為。此為張立德學弟量測

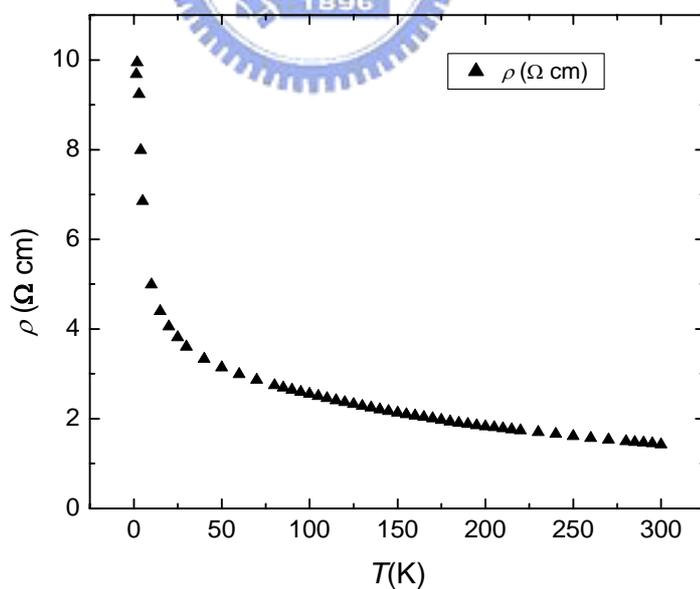


圖 C-2 ZnO 的電阻率隨溫度關係圖

在 ZnO 的樣品中，我們可看到電阻隨著溫度降低而有上升的趨勢。此 ZnO 樣品為真空中用 sputter 製造。由黃詠隆學弟量測。