

國立交通大學
工業工程與管理學系

碩士論文

利用自組性演算法與基因演算法於混合實驗
最佳化之研究

Optimizing Mixture Experiments using GMDH
and Genetic Algorithm

研究生：余靜芳

指導教授：唐麗英 博士

洪瑞雲 博士

中華民國九十七年六月

利用自組性演算法與基因演算法於混合實驗最佳化之研究

Optimizing Mixture Experiments using GMDH and Genetic
Algorithm

研究生：余靜芳

Student: Jing-Fung Yu

指導教授：唐麗英 博士

Adviser: Lee-Ing Tong

洪瑞雲 博士

Ruei-Yun Hung

國立交通大學

工業工程與管理學系



Submitted to Department of Industrial Engineering and Management
College of Management

National Chiao Tung University

In Partial Fulfillment of the Requirements

For the Degree of Master of Science

In

Industrial Engineering

June 2008

Hsin Chu, Taiwan, Republic of China

中華民國九十七年六月

利用自組性演算法與基因演算法於混合實驗最佳化 之研究

研究生：余靜芳

指導教授：唐麗英

洪瑞雲

國立交通大學工業工程與管理學系碩士班

摘要

在許多產業(如：食品、化工等)，應使用混合實驗(Mixture Experiments)最佳化設計問題，不適用傳統的實驗設計(Design of Experiments, DOE)來規劃實驗以求最佳配方。此乃因混合實驗之反應變數是受因子(或成份)間之相對比例所影響，而一般實驗之反應變數是受因子之水準所影響，混合實驗之目的在於找出最佳成份比例配方，故傳統之實驗設計手法不適用於混合實驗。此外，隨著科技日益精進以及消費者對產品品質之要求越來越嚴苛，使得產品設計日趨複雜，產品之品質已非單一品質特性所能決定。因此本論文之主要目的是利用類神經網路中的自組性演算法 (Group Method of Data Handling) 及基因演算法 (Genetic Algorithm)，發展出一套同時最佳化單品質及多品質特性混合實驗之演算法，以求出一組可使產品品質特性最大化的成份比例。最後，本論文以一個文獻中之案例及台灣某公司汽車煞車用橡膠皮碗之實例，來驗證本論文所提出之多品質特性混合實驗問題之最佳化演算法確實有效可行。

【關鍵詞】 混合實驗、多品質特性最佳化、自組性演算法、基因演算法

Optimizing Mixture Experiments using GMDH and Genetic Algorithm

Student: Jing-Fung Yu

Adviser: Lee-Ing Tong

Ruei-Yun Hung

Department of Industrial Engineering and Management

National Chiao Tung University

Taiwan

Abstract

In some specific areas, such as chemical or material experiments, engineers often misuse factorial design on mixture experiments. Because the responses of mixture experiments are affected by the proportional relationship among the factors (or components) rather than the quantities of the factors, the conventional designed of experiments techniques are not appropriate for the mixture experiments. Moreover, with the improvement of technology and the increasing demands from the consumers, product design is becoming more and more complicated. Optimization of a single response can no longer satisfy the needs of customers. Therefore, this study utilizes Group Method of Data Handling (GMDH) and Genetic Algorithm (GA) to develop a procedure for optimizing single response and multi-response mixture experiments. Two cases from previous studies and a real case of rubber bowl production from a Taiwanese automobile company are utilized to demonstrate the effectiveness of the proposed procedure.

Key Words: Mixture Experiments, multi-response, GMDH, Genetic Algorithm.

誌謝

在許多人的幫助之下，本篇論文才能夠順利誕生，其中首先要感謝的是我的指導教授唐麗英博士，不辭辛勞地給予我指導與建議，使我能夠順利完成論文，並從中學習到許多寶貴的經驗與知識，相當感謝唐老師。此外，感謝兩位口試委員王春和博士與黎正中博士針對本篇論文給予相當多的建議，在論文提案、口試時，都提出很多寶貴的建議，使我的論文更加完善。

攻讀碩士的這兩年時光中，大半都在實驗室度過，感謝實驗室的好伙伴宜芳、佩珊、啟揚、聖偉、御哲、育璋、敬凱，在這兩年共同度過苦悶的研究生生活，大家一起玩樂、聊心事、打作業以及討論論文，留下了許多難忘的回憶，以及學弟妹們在我們需要的時候給予我們的助力，還有可愛的Lucky、多芬、山豬，不論我的心情好壞都忠心地陪伴著我，謝謝大家，這兩年的點點滴滴將成為我美好的回憶，

能夠順利在兩年內攻讀碩士學位，而完成我十八年的求學生涯，父母親的養育及照顧之恩，實在無以回報，在此僅以本篇論文的一切貢獻歸於我的父母親與家人們，來表達我的感激。

本文中實在沒有辦法一一提及所有幫助過我的人，在此僅對我所有的師長、家人以及朋友們，不論在學業和生活各方面所給予我的支持與鼓勵，由衷地表達感謝之意。僅以此文向曾經幫助、關心、照顧我的人，表達我心中最深的謝意。僅以此文向曾經幫助、關心、照顧我的人，表達我心中最深的謝意。

余靜芳 謹誌於

交通大學工業工程與管理研究所

2008年6月23日

目錄

| | |
|--|-----|
| 摘要..... | i |
| Abstract..... | ii |
| 誌謝..... | iii |
| 目錄..... | iv |
| 圖目錄..... | vi |
| 表目錄..... | vii |
| 第一章 緒論..... | 1 |
| 1.1 研究背景和動機..... | 1 |
| 1.2 研究目的..... | 2 |
| 1.3 研究方法..... | 2 |
| 1.4 研究架構..... | 3 |
| 第二章 文獻探討..... | 5 |
| 2.1 混合實驗介紹[12]..... | 5 |
| 2.2 電腦輔助設計 (Computer-Generated Designs) | 10 |
| 2.3 TOPSIS(Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution)..... | 11 |
| 2.4 類神經網路(Neural Networks)..... | 13 |
| 2.4.1 資料處理組成方法(Group Method of Data Handling)..... | 14 |
| 2.5 基因演算法(Genetic Algorithm)..... | 16 |
| 2.5.1 基因演算法演算流程..... | 17 |
| 2.5.2 複製..... | 18 |
| 2.5.3 交配..... | 18 |
| 2.5.4 突變..... | 19 |
| 2.5.5 適合度函數..... | 19 |
| 2.5.6 基因演算法主要特性..... | 19 |
| 2.6 多品質特性混合實驗設計之相關研究..... | 20 |
| 第三章 研究方法..... | 22 |
| 3.1 混合實驗設計之規劃..... | 22 |
| 3.2 應用 TPOSIS(Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution)整合多品質為單一指標..... | 22 |
| 3.3 適配曲面模型及求最佳配方..... | 23 |
| 第四章 實例說明..... | 25 |
| 4.1 紗線拉長值最大化案例..... | 25 |
| 4.2 橡膠皮碗案例..... | 27 |
| 第五章 結論..... | 33 |
| 5.1 結論..... | 33 |

| | |
|-------------|----|
| 5.2 建議..... | 34 |
| 參考文獻..... | 35 |



圖目錄

| | |
|--------------------------------------|----|
| 圖 2.1 解空間的轉換說明[12]..... | 6 |
| 圖 2.2 $\{3,2\}$ 單體晶格設計[12]..... | 8 |
| 圖 2.3 $q=3$ 和 $q=4$ 的單體質心設計[12]..... | 8 |
| 圖 2.4 擴大單體晶格設計[12]..... | 9 |
| 圖 2.5 成份有下限時之線性轉換[12]..... | 10 |
| 圖 2.6 類神經網路基本架構圖..... | 14 |
| 圖 2.7 基因演算法基本流程架構圖..... | 17 |



表目錄

| | |
|---|----|
| 表 4-1 紗線拉長問題的 {3,2} 單體晶格設計[17]..... | 25 |
| 表 4-2 案例一使用基因演算法求得之結果 | 27 |
| 表 4-3 汽車橡膠皮碗之規格標準 | 28 |
| 表 4-4 橡膠皮碗之混合實驗規劃[2]..... | 29 |
| 表 4-5 多品質特性經 TOPSIS 運算後之指標值(C_i)..... | 30 |
| 表 4-6 案例三使用基因演算法所求得之結果 | 31 |
| 表 4-7 使用不同方法所求得之績效值比較表 | 32 |



第一章 緒論

1.1 研究背景和動機

在現今競爭日趨激烈的全球市場中，消費者對產品品質提昇的要求愈來愈嚴格，因此，品質理所當然的成為了企業競爭的核心。為了提昇競爭力，各企業無不致力於發展一套不僅可提昇產品品質、同時也可降低成本的經營策略。為了使新產品具有競爭優勢，需找出其最佳配方之參數組合。為了能有效率的找出最佳配方，一般常使用實驗設計(Design of Experiments, DOE)或是田口方法(Taguchi Method)來協助工程人員規劃實驗以找尋最佳配方。

然而在許多產業中，如：食品、化工等，並不適用傳統的實驗設計來規劃實驗以求最佳配方，因為此類產業之各成份間是呈現比例關係，其實驗之反應變數(response variables, 即品質特性)並非受到其成份之絕對數量所影響，而是與各成份所佔的實驗組合總含量之比例有關，此屬混合實驗(Mixture Experiments)之範疇。混合實驗之反應變數值與各成份之含量多寡無關，而是與其各成份佔總含量的比例有關。混合實驗並非只單純考慮到成份之最佳水準組合，還同時考量到成份之間的交互影響，其主要目地在於找出各成份間最佳使用量的比例，各成份間相互不為獨立，故無法只調整單一成份比例來達到最佳配方。混合實驗若是採用傳統實驗設計的規劃與分析方法易造成成份析結果的偏誤，連帶也會造成實驗成本無謂的浪費，更會拖延產品上市的時效性，最後使得公司產品在市場上的競爭力大打折扣。

而隨著高科技時代的來臨，產品的設計、製程等程序日益繁雜，評量產品品質好壞通常需同時考量到多個品質特性。由於多個品質特性彼此間常有關連性，因此若分別最佳化每個品質，則各品質之最佳因子水準設定(或最佳配方)可能在某個因子上出現衝突的情形。如:最佳化品質特性時，A 因子需設為低水準，但在最佳化 2 品質特性時，A 因子則需設為高水準才可，這種情形對混合實驗之最佳配方之決定影響尤大，因其因子之各水準間又有關連性。因此，如何使多品質

特性達到最佳化，也是本論文所要探討的一個重要課題。

近年來雖有文獻提出一些關於多品質最佳化的演算法，例如：灰關聯分析 (Grey Relational Analysis)、反應曲面法(Response Surface Method)、望想函數(The Desirability Function)、主成份分析法(Principal Component Analysis, PCA)等方法，利用這些方法通常可以找出重要之製程參數，用以決定其最佳之因子水準設定值。然而上述演算法大部份只針對田口實驗而設計，並不適用於混合實驗。而具多品質特性之混合實驗的文獻更是不多見。王伯齡[2]以六標準差望想函數演算法，將各實驗組合下的多個品質特性觀測值，合成具有六標準差品質水準之總望想值，再將各實驗組合之總望想值，適配原混合實驗模型之反應曲面，最後以反應曲面法找出最佳配方，但其並未將成本納入考量；江盈杰[3]先利用資料包絡法 (DEA) 中的 CCR 模式評比多個品質特性，找出其綜合指標，再使用自組性演算法 (Group Method of Data Handling, GMDH) 找到因子與相對效率值間的函數關係，接著適配出因子和新的綜合指標間的類神經多項式網路，最後利用線性規劃找出最佳參數設定值。不過 CCR 模式所產生之績效值在有差額變數存在 (有改善空間) 的情形下，仍有可能為一 (高效)，不能確實反應出真正的高效；靳孟學[7]使用資料包絡法中的 SBM (Slack-Based Measure) 模式找出多個品質特性之指標，然後納入各配方之成本因素，結合雙反應曲面方法(Dual Response Surface Method, DRSM)，在各個成份的比例限制和成本限制下，找出多個品質特性同時最佳化之配方，但此法計算過程繁複，推廣不易。

1.2 研究目的

本論文針對單品質及多品質混合實驗問題，發展一套可同時最佳化多品質之演算法。最後並與 Montgomery[17]於 Design and Analysis of Experiments 書中一例以及一個工業界實例，來說明如何分析最佳配方之品質水準，並以此例同時驗證本研究之有效性。

1.3 研究方法

本論文針對單品質混合實驗之問題，先使用自組性演算法(Group Method of Data Handling, GMDH)適配出一成份與品質特性間之關係式，接著使用基因演算法(Genetic Algorithm)求出最佳組合配方。在針對多品質特性之混合實驗問題時，先利用TOPSIS(Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution, TOPSIS)將多個品質特性整合成單一指標。接著再使用自組性演算法找出成份與多品質特性間的關係式，而後利用基因演算法搜尋最佳配方。

1.4 研究架構

本論文共分為五章，第一章為緒論，說明本論文的研究背景、動機、目的以及方法。第二章為文獻探討，介紹混合實驗、多品質混合實驗最佳化之相關文獻、TOPSIS、自組性演算法以及基因演算法。第三章為本論文之核心所在，分別說明本研究如何在單品質以及多品質混合實驗下，使用TOPSIS結合自組性演算法以及基因演算法來找尋多品質特性混合實驗最佳化過程。第四章為實例說明，本論文以Montgomery[17]於Design and Analysis of Experiments書中提出一單品質混合實驗之例子，加上一個煞車專用橡膠皮碗多品質混合實驗實例來驗證本研究所提方法的可行性與有效性；第五章說明本論文的結論與建議，提出後續可研究之方向以供參考。本論文之架構圖如圖1.1所示。

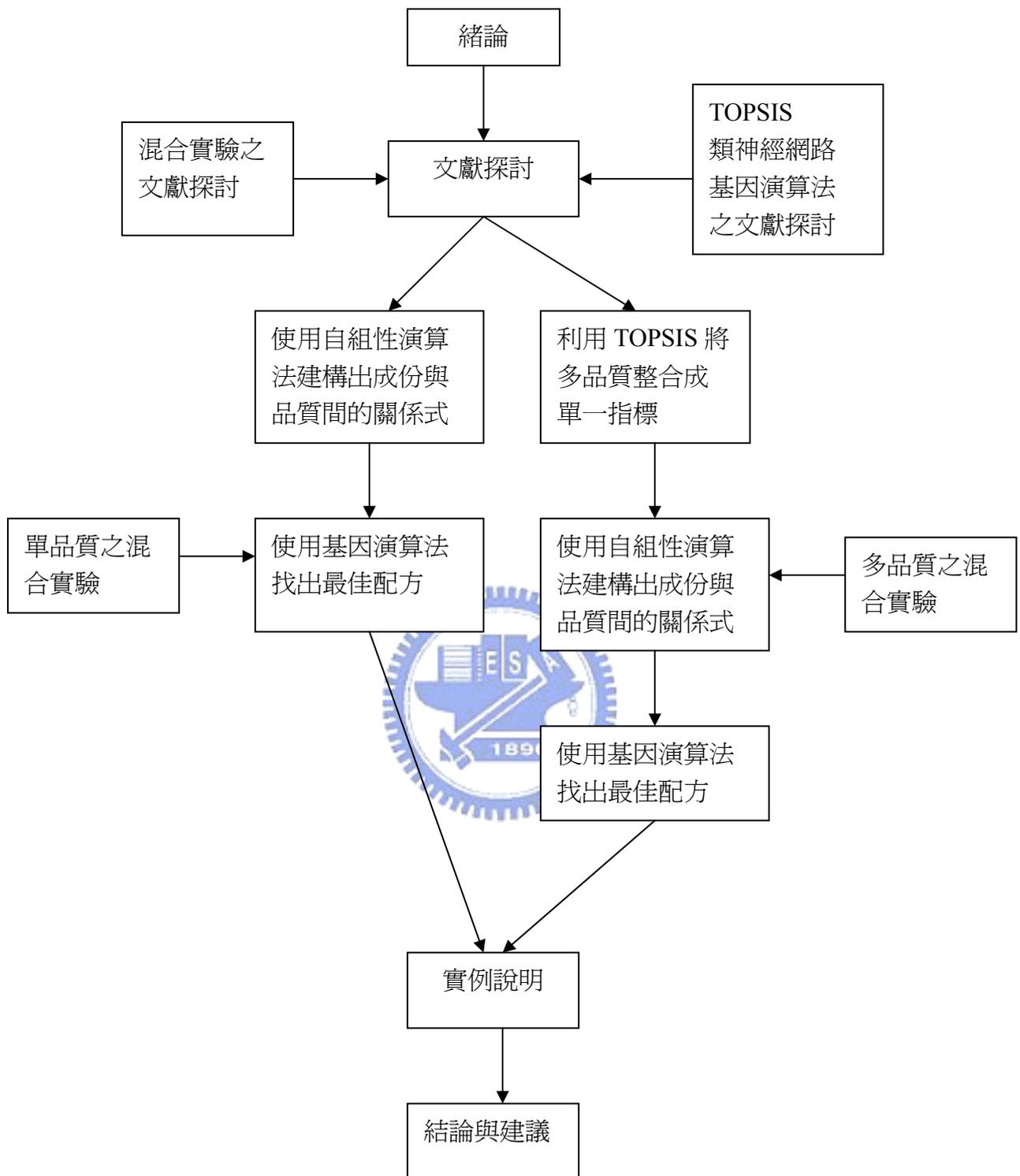


圖 1.1 論文架構圖

第二章 文獻探討

本章各小節依序介紹混合實驗設計的基本原理以及其電腦輔助設計，接著介紹本研究所使用到之演算法：TOPSIS、自組性演算法以及基因演算法，最後則是探討多品質特性混合實驗最佳化之相關文獻進行說明。

2.1 混合實驗介紹[12]

混合實驗首先由 Scheffé[19]提出，適用於產品設計牽涉到配方百分比或混合物之情況，通常應用在化學、食品、醫藥和材料等工業領域。在傳統實驗設計中的因子 (factor) 在混合實驗中稱為成份 (component)，在傳統實驗設計中，因子間的水準是獨立的，和在混合實驗中，各成份間的比例則是不獨立的。Scheffé 定義混合實驗設計中各成份佔總成份比例為 0 到 1 之間，且各成份比例總和等於 1，即若 x_1, x_2, \dots, x_q 表示一種混合物的 q 種成份的比例，則

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (2-1)$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_q = 1 \quad (2-2)$$

由於(2-2)式之限制，會使自變數之可行解空間降低一個維度。分別以 $q=2$ 及 $q=3$ 時為例，圖 2-1 的(a)為傳統二因子之解空間示意圖，兩種成份設計的因子空間包含了在線段上兩種成份的所有值，而每種成份都是介於 0 與 1 之間，但是混合實驗因多了限制式 $x_1 + x_2 = 1$ ，造成解空間降低一維度，如圖 2-1 的(b)所示。而圖 2-1 的(c)是一般傳統三因子實驗設計所產生的合理解空間，混合空間是一個三角形，而頂點對應的是純混合 (pure blends) (100%單一成份)。然而混合實驗設計把限制式 $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ 加入後，合理解的空間轉變為圖 2-1 的(d)中立方體紅虛線的斜三角形平面。

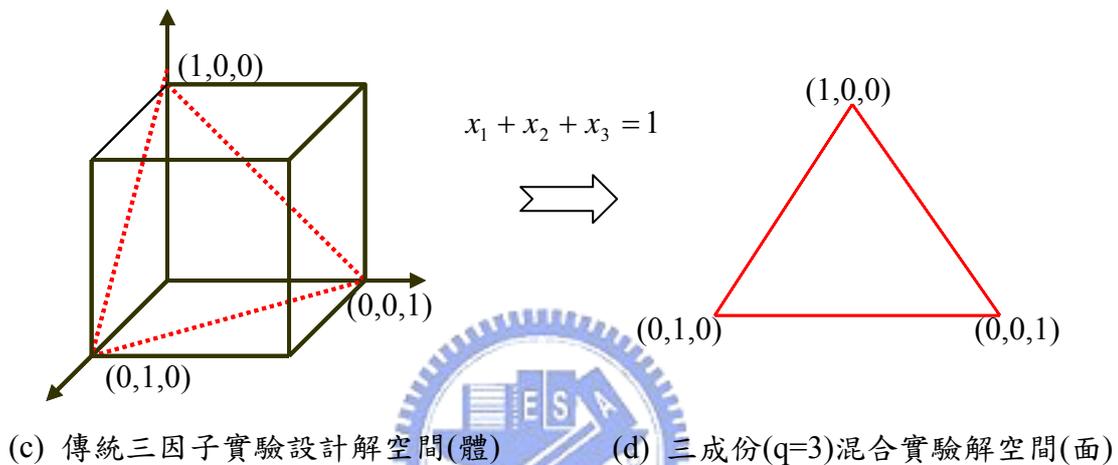
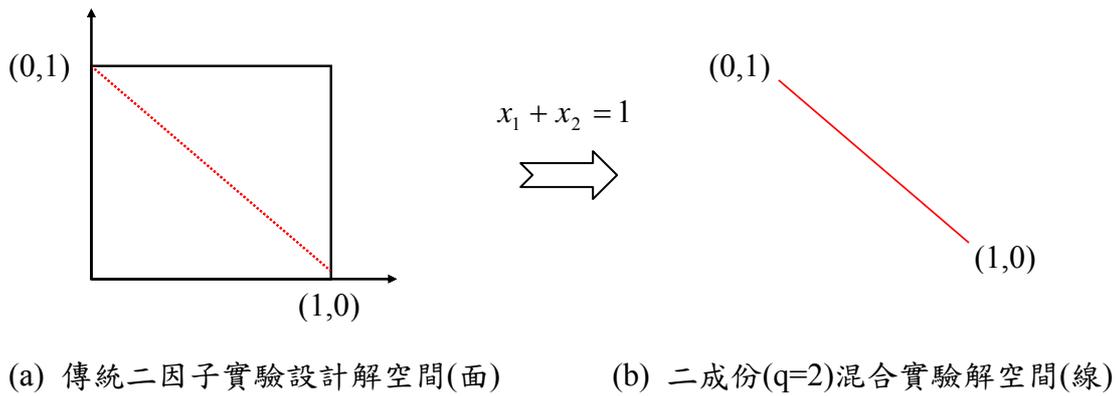


圖 2.1 解空間的轉換說明[12]

在混合實驗設計中，找出最適模型有下列三個步驟：(1)在可行解區域內尋找適當的反應曲面模型，(2)檢定所選定模型之適當性，(3)依據所收集之實驗數據找出最適之模型，並適配該模型與檢定其適配模型的正確性。模型標準型式有下列四種：

(1) 線性(Linear)模式：

$$E(y) = \sum_{i=1}^p \beta_i x_i \quad (2-3)$$

(2) 二次(Quadratic)模式：

$$E(y) = \sum_{i=1}^p \beta_i x_i + \sum_{i < j}^p \beta_{ij} x_i x_j \quad (2-4)$$

(3) 完全三次(Full Cubic)模式：

$$E(y) = \sum_{i=1}^p \beta_i x_i + \sum_{i<j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i<j} \delta_{ij} x_i x_j (x_i - x_j) + \sum_{i<j<k} \beta_{ijk} x_i x_j x_k \quad (2-5)$$

(4) 特殊三次(Special Cubic)模式：

$$E(y) = \sum_{i=1}^p \beta_i x_i + \sum_{i<j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i<j<k} \beta_{ijk} x_i x_j x_k \quad (2-6)$$

其中 β_i 為 $x_i = 1$ 、 $x_j = 0$ ($j \neq i$) 之純混合物之期望反應值，而 $\sum_{i=1}^q \beta_i x_i$ 的部份被稱之為線性混合部份 (linear blending portion)。研究者可依實驗自身需求採用適當之反應曲面模型來進行實驗。

混合實驗設計法一般可分為無成份比例限制的單體實驗設計與具有上下限成份限制的混合實驗設計。若該實驗的成份之比例介於 0 至 1 之間，或可經由執行變數轉換而使得所有成份比例於可行解範圍內呈現規則形狀(即實驗之可行解區域完整)，在此情況下執行之實驗稱為單體實驗。一般常使用的單體實驗之規劃方式有兩種，分別為 $\{q, m\}$ 單體晶格設計(simplex lattice design)或 q -成份單體質心設計(simplex centroid design)。

q 種成份的 $\{q, m\}$ 單體晶格設計包含由以下座標設定所定義的點，每種成份比例是將 $[0,1]$ 分成 $m+1$ 個等距間距，即

$$x_i = 0, \frac{1}{m}, \frac{2}{m}, \dots, 1 \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (2-7)$$

以 $q=3$ 和 $m=2$ 為例，則

$$x_i = 0, \frac{1}{2}, 1 \quad i = 1, 2, 3$$

$\{3,2\}$ 單體晶格設計包含以下 6 個試驗：

$$(x_1, x_2, x_3) = (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right), \left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right), \left(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

此設計圖如圖 2-2 所示，三個頂點 $(1,0,0)$ ， $(0,1,0)$ ， $(0,0,1)$ 為純混合，而點 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$ ， $(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$ 和 $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 為二元混合或二成份混合，位於三角形三個邊的中點。

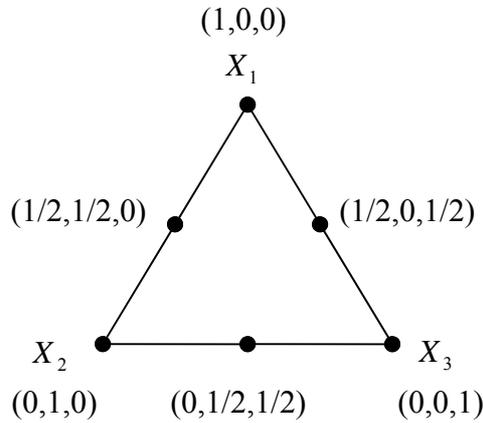


圖 2.2 $\{3,2\}$ 單體晶格設計[12]

單體晶格設計以外的另一種選擇就是 q -成份單體質心設計， q -成份單體質心設計，共有 $2^q - 1$ 實驗點，對應到 $(1, 0, 0, \dots, 0)$ 端點之 q 種排列組合， $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, \dots, 0)$ 的 $\binom{q}{2}$ 種排列組合， $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, \dots, 0)$ 的 $\binom{q}{3}$ 種排列組合等，和整體質心 $(\frac{1}{p}, \frac{1}{p}, \dots, \frac{1}{p})$ 。圖 2-3 為 $q=3$ 和 $q=4$ 的單體質心設計示意圖。

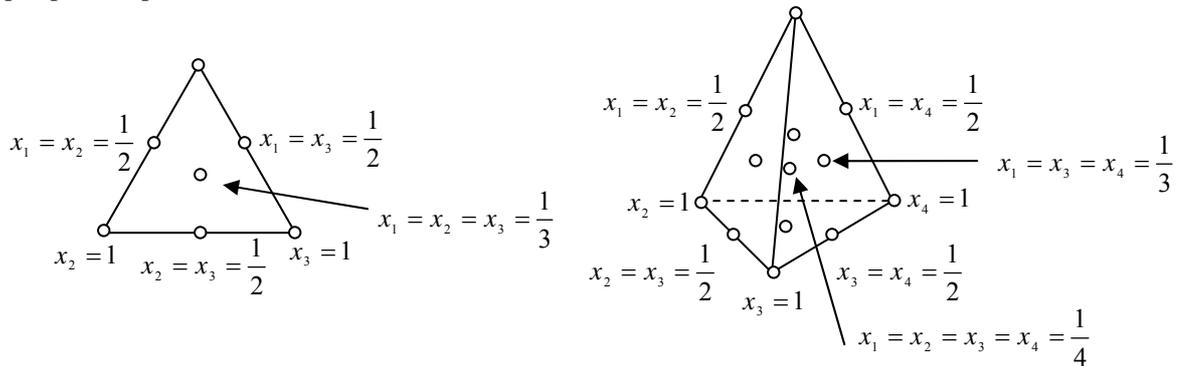


圖 2.3 $q=3$ 和 $q=4$ 的單體質心設計[12]

前面提到的單體晶格設計與單體質心設計都是邊界點設計(boundary point design)。倘若實驗者想對整個混合性質預測，則更希望在單體內部有更多的實

驗，建議加入軸點與總重心(若重心不是原設計點)，擴大一般單體設計。

由基點(base point) $x_i=0, x_j=1/(q-1), j \neq i$ ，延長到對面頂點 $x_i=1, x_j=0, j \neq i$ 的直線，稱為 i 成份軸(axis of component i)。基點永遠位於頂點 $x_i=1, x_j=0, j \neq i$ 對面 $q-2$ 維單體邊界的重心上。成份軸的長度為一單位。沿著成份軸，自單體重心距離 Δ 處為軸點(axial point)。 Δ 的最大值為 $(q-1)/q$ 。建議軸點位於單體質心與頂點之間的中點，則 $\Delta=(q-1)/2q$ 。適配初步混合型模型時，通常實務上都不包含軸點，然後用軸點來檢查初步模型適配的合適性，因此，有時候軸點稱為軸檢查點(axial check blends)。

{3,2}單體晶格設計加上軸點的圖形為圖 2-4。此設計有單體內的 4 個點，總共有 10 個點。研究完整混合的反應時，擴大單體晶格設計優於單體晶格設計，即擴大單體晶格設計可以偵測與建單體內部的曲率，而單體卻是做不到的。此外，擴大單體晶格設計也有偵測缺適性的較大檢定力。當實驗者不能確定要用的模型，並且計畫以簡單多項模型(可能是一次模型)開始，再做模型缺適性檢定，再擴大模型(加上高次項)，再進行新模型的缺適性檢定等逐次的建構模型時，擴大單體晶格設計是特別有用的。

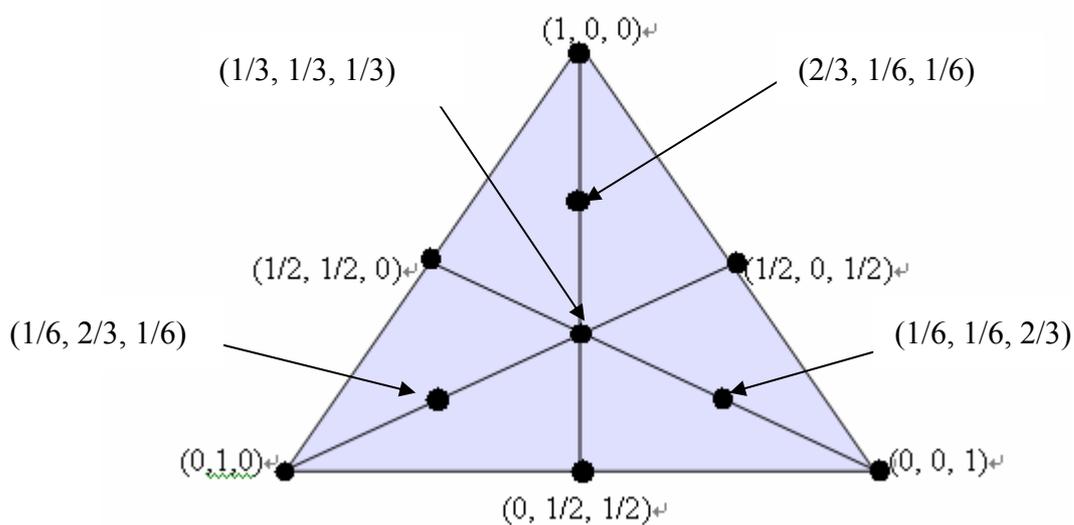


圖 2.4 擴大單體晶格設計[12]

在某些混合實驗問題中，當個別成份 x_i 之範圍並非介於 $[0,1]$ 之間，而是由式 (2-8) 之型式呈現，則

$$0 \leq L_i \leq x_i \leq U_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, q \quad (2-8)$$

此時可進行線性轉換，以得到完整成份之可行解區域。其中 L_i 和 U_i 分別為 x_i 之下限與上限，其值通常是該領域專家藉由經驗或專業知識決定的。當成份僅有單邊限制時，可分別以 x_i^* 及 $x_i^\#$ 代表 x_i 線性轉換後之新變數，稱之為假成份

(pseudocomponents)。若成份只有下限時，則令 $x_i^* = \frac{x_i - L_i}{1 - L_i}$ ，經過轉換後可使

$0 \leq x_i^* \leq 1$ ，其中 $L = \sum_{i=1}^q L_i$ ，如圖 2-5 所示；若成份比例只有上限時，則令

$x_i^\# = \frac{U_i - x_i}{U - 1}$ ，經過轉換後可使 $0 \leq x_i^\# \leq 1$ ，其中 $U = \sum_{i=1}^q U_i$ 。

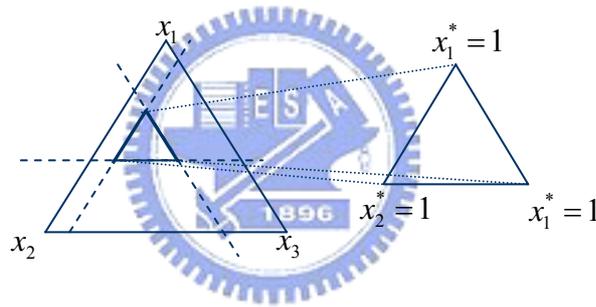


圖 2.5 成份有下限時之線性轉換[12]

然而，在無法進行線性轉換而使得各別新成份之範圍均為 0 到 1 時，成份之可行解空間會呈不規則形狀，為非完整解空間，或是存在其他限制式如 $\sum_{i=1}^q Hx_i \geq 0$ 時，其中 $H \in \mathbb{R}^q$ ，在此情況下單體晶格設計與單體質心設計均無法使用，必須以電腦輔助設計 (Computer-Aided Design) 來規劃實驗。

2.2 電腦輔助設計 (Computer-Generated Designs)

無論是立方體或球體的實驗區域，都適用於標準的反應曲面設計。然而，當實驗者面對無法明確選擇標準反應曲面設計規劃實驗時，可以選擇使用電腦輔助設計[17]。

電腦輔助設計的理论主要是以 Kiefer and wolffowitz[15]於 1959 年所發表之期刊為基礎所延伸出來。Montgomery[17]整理出三種特別狀況，需採電腦產生設計來決定適配較佳的反應曲面模型，此三種狀況說明如下：

1. 不規則實驗區域(An irregular experimental region)：若實驗區域不是立方體或球體時，或是因子有額外的受限時，標準反應曲面設計並非一個好的規劃實驗方法。
2. 非標準反應曲面模型(A nonstandard model)：有時使用者可能會對製程有一些特殊知識或洞察能力，因而採取非標準模型來規劃實驗。通常使用者會選取一階或二階的反應曲面模型，且認為此經驗模型 (empirical model) 會近似真實情況。
3. 少量的樣本數需求(Unusual sample size requirements)：如使用中心混合實驗設計適配一個四個因子的二階模型至少需要 28 次實驗，但是若實驗成本很高或每次實驗需很長的時間，不適合進行如此多次的實驗，此時則需在有限的實驗次數下決定較佳的實驗點。

2.3 TOPSIS(Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution)

TOPSIS 係由 Hwang 與 Yoon[14] 於 1981 所提出之多準則決策 (Multi-Criteria Analysis Model) 方法，該理論基礎在於先界定正理想解 (Positive Ideal Solution) 以及負理想解 (Negative ideal Solution)。此部分是將多品質混合實驗的實驗數據以及成本資料，使用 TOPSIS 法將多品質特性轉換為績效指標。將多個品質特性依資料本身特性決定權重，其中視具望大性質之品質特性為產出項，而具望小性質之品質特性視為投入項，最後可找到最具代表性之單一綜合指標，資料的維度也會大幅降低。一般來說在使用 TOPSIS 進行決策單位間之評比時，是不受投入或產出項之單位影響，唯當投入與產出項間因不同單位間的數值大小差距太大時，會使得評比結果產生偏誤。為使各評估準則之間能有客

觀的比較基準，需將原始矩陣作一正規化動作，以去除不同單位間相比所產生的影響。接著依循以下步驟，最終得以求出離正理想解最近、與負理想解最遠之方案。正理想解是所有準則最佳值所組成，即為利益屬性值最大者、成本屬性值最小者，反之負理想解則是所有準則最差值所組成即為利益屬性值最小者、成本屬性值最大者。由於望想函數僅考慮到方案與負理想解之間的距離，而TOPSIS則將方案與正理想解的距離一併考量，較為周詳，因此本研究選擇使用TOPSIS來將多品質特性整合為單一指標。

先建立績效矩陣如下：

$$D = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mj} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

其中 x_{ij} 表示第 i 個方案對第 j 個績效評估準則。接著進行運算，其步驟如下：

步驟一：原始資料正規化，即將所有 x_{ij} 轉換成 r_{ij} ，轉換公式如下：

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}} \quad (3-1)$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1j} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2j} & \cdots & r_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mj} & \cdots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

正規化的目地在於求取各指標間單位的一致性以及可比性。

步驟二：建立加權後的正規化矩陣。

$$V = \begin{bmatrix} w_1 v_{11} & w_2 v_{12} & \cdots & w_j v_{1j} & \cdots & w_n v_{1n} \\ w_1 v_{21} & w_2 v_{22} & \cdots & w_j v_{2j} & \cdots & w_n v_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ w_1 v_{m1} & w_2 v_{m2} & \cdots & w_j v_{mj} & \cdots & w_n v_{mn} \end{bmatrix}$$

其中向量 $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ 為權重值， $\sum_{j=1}^n w_j = 1$

步驟三：找尋正理想解(A^+)與負理想解(A^-)，其定義如下：

$$A^+ = \left\{ \left(\max_i v_{ij} / j \in J \right), \left(\min_i v_{ij} / j \in J' \right) / i = 1, 2, \dots, m \right\} = (v_1^+, v_2^+, \dots, v_n^+)$$

$$A^- = \left\{ \left(\min_i v_{ij} / j \in J \right), \left(\max_i v_{ij} / j \in J' \right) / i = 1, 2, \dots, m \right\} = (v_1^-, v_2^-, \dots, v_n^-)$$

步驟四：計算各方案與正理想解的距離(S_i^+)以及負理想解的距離(S_i^-)。公式如下：

$$\begin{aligned} S_i^+ &= \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^+)^2} \quad i = 1, 2, \dots, m \\ S_i^- &= \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2} \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (3-2)$$

步驟五：計算各方案對負理想解的相對距離。

$$C_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-} \quad 0 < C_i^+ < 1, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3-3)$$

由於最佳解離負理想解越遠越好，因此所求之 C_i 值越大越好。



2.4 類神經網路(Neural Networks)

類神經網路的概念來自於人類複雜的腦部結構。人類的大腦大約由 10^{11} 個神經細胞(nerve cells)組成，而每個神經細胞又有 10^4 個突觸(synapses)與其他細胞互相連結成一個非常複雜的神經網路。目前我們對於大腦內部構造以及神經元之運作所知有限，自然無法完整的複製出相同的系統構造，此處類神經指的僅是利用人工神經元模仿生物神經元所構成的神經網路，因此人工神經元並無完全與生物神經元相對應的結構，只具有簡化之後的訊號輸出與輸入的能力。類神經網路是科學家為研究神經網路之架構、特徵、學習經驗的一種研究工具，進而模仿生物的一些行為。圖 2-6 所示為一個簡單的類神經架構圖：

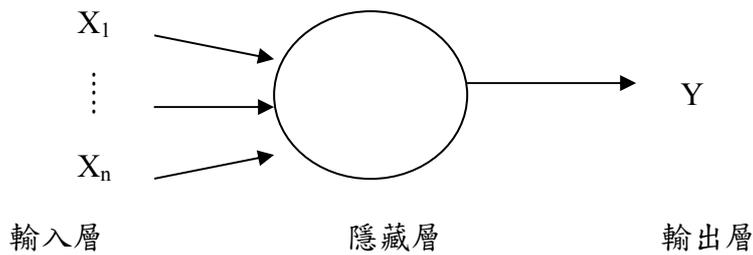


圖 2.6 類神經網路基本架構圖

由於類神經網路具有良好之非線性模型分析能力，且不須於建構時如傳統統計模型般設定許多假設條件，因此近年來類神經網路已廣泛使用於資料分析、製程管制、預測、信用評估等工程及社會科學方面。目前為止，許多的學者針對不同的問題，提出許多的類神經網路模型，每一種類神經網路的演算法並不相同。下一小節便針對本研究所使用之自組性演算法(GMDH)作說明。

2.4.1 資料處理組成方法(Group Method of Data Handling)

GMDH 演算法[16][1][3]是由俄國學者 Ivakhnenko 於 1970 年提出，為一種多層次輸入-輸出關係之自組性(self-organization)網路架構，又稱為自組性演算法，此方法具有輸入變數自行競爭、淘汰之功能，可自行衍生出最佳模式。GMDH 演算法之基本構想乃是利用輸入變數或方程式為出發點，屬於前向式(feed-forward)網路架構，可視為特殊型式之類神經網路。其結構建立之概念類似動植物演化過程，根據「適者生存」的原則來決定新方程式之取捨，經競爭後留下的方程式將比原始方程式更適合描述此系統。若將這些優勝的方程式再加以組合、競爭，則又可以得到更能描述系統的數學模型，以此方式向下推演，直到滿足停止條件或下一代方程式無明顯優於上一代為止。在推演的過程中，對系統不重要的輸入變數會被自行淘汰，並且自動形成一輸入與輸出間之網路架構，

此演算法之優點是具有自組性的功能，對於複雜的非線性系統可做較佳的推估，並且對於函數架構不明，數據不足和變數太多的問題也可加以分析。與

其他類神經網路相比有兩大主要優點，如下：

1. 使用者不需學習過類神經網路相關課程。
2. 不需透過試誤法調整參數，可節省時間。

一般而言，GMDH演算法輸出與輸入變數間的關係可用Kolmogorov-Gabor多項式來描述，如下所示：

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^M a_i x_i + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \quad (2-9)$$

其中 y 為輸出變數， $X = (x_1, x_2, x_3, \dots)$ 為輸入變數之向量， $A = (a_1, a_2, a_3, \dots)$ 為方程式之係數。GMDH演算步驟如下：

步驟一：選擇輸入變數 x_i ， $i = 1, 2, 3, \dots, m$ 。

步驟二：構建各層間輸入與輸出之關係。假設第 $n+1$ 層之輸入是由第 n 層經過優選後之輸出變數任取兩者組合，並以下列方程式構建而成：

$$y = f(x_i, x_j) = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i x_j$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, m, \quad j = 1, 2, 3, \dots, m, \quad i \neq j$$

其中 x_i 為輸入層的變數， $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ， $Z_q^{(p)}$ 代表第 p 層第 q 個輸入變數，對所有 $p = 1, 2, 3, \dots$ 和 $q = 1, 2, 3, \dots$ ， r 代表第一層之輸入變數個數

$$r = C_2^m = \frac{m \times (m-1)}{2}$$

第一層的輸入變數為：

$$Z_1^{(1)} = f(x_1, x_2), Z_2^{(1)} = f(x_2, x_3), \dots, Z_r^{(1)} = f(x_{m-1}, x_m)$$

以此類推第 $n+1$ 層的新輸入變數為：

$$Z_1^{(n+1)} = f(Z_1^{(n)}, Z_2^{(n)}), Z_2^{(n+1)} = f(Z_1^{(n)}, Z_2^{(n)}), Z_3^{(n+1)} = f(Z_2^{(n)}, Z_3^{(n)}), \dots, Z_s^{(n+1)} = f(Z_\nu^{(n)}, Z_{\nu-1}^{(n)})$$

，其中 ν 為第 n 層透過優選後之輸出變數的個數， s 為第 $n+1$ 層之輸入變數的個數

$$s = C_2^v = \frac{v \times (v-1)}{2}。$$

步驟三：設定各層之優選條件。根據步驟二所產生之迴歸式(即輸出變數)的均方根 (Root Mean Square, RMS)和誤差均方根(Root Mean Square Error, RMSE)決定第 n 層較佳之輸出變數個數 F ，以作為第 $n+1$ 層之候選輸入變數，其中 F 小於或等於第 n 層之輸入變數的個數。其中 RMS 和 $RMSE$ 之說明如下：

(1) RMS ：令 r_i 為第 n 層中第 i 條迴歸式之均方根值， $y(t)$ 為 t 時間點之實際

觀測值， $Z_i^{(n)}(t)$ 為第 n 層第 i 條迴歸式於第 t 時點之預測值， r_i 公式如下：

$$r_i = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (y(t) - Z_i^{(n)}(t))^2}{\sum_{t=1}^T (y(t))^2}} \quad (2-10)$$

(2) $RMSE$ ： ε_i 為第 n 層中第 i 條迴歸式之均方根值，其公式如下：

$$\varepsilon_i = \sqrt{\sum_{t=1}^T (y(t) - Z_i^{(n)}(t))^2} \quad (2-11)$$

步驟四：設定終止條件。當該層選出之最佳模式無法明顯改善模型解釋能力時，則停止，否則回至步驟二、步驟三，直到符合停止條件為止。

步驟五：經過上述步驟，GMDH之多層次架構已成型，當指標不再改善即可確定最終層之網路架構，並從最後停止層中選定最小RMSE值之輸出單元，再層層回推至最初單元，此一層層鍵結之高階方程式即為所得之最佳方程式。

2.5 基因演算法(Genetic Algorithm)

基因演算法[6][10]的基本概念是根據達爾文提出的「物競天擇說」，適者生存，不適者淘汰，經由此自然演化過程，留下較佳之後代。生物演化的目地在於比上一代更能適應目前的環境，基因演算法就是要將生物界演進的機制應用在找尋最佳解上，進而所發展出的尋優演算法，此種方法採取隨機的搜尋方式，優點在於避免只找尋到區域最佳解(local optimum)，可獲得全域(global optimum)，基

因演算法常被使用在排程、途程選擇或是最佳化問題上。基因演算法經由長時間發展，具備完整的理論基礎及架構，擁有強大搜尋最佳解之功能。

2.5.1 基因演算法演算流程

首先要將問題編碼成數值型或是二元字串，稱之為染色體(chromosome)，而染色體是由多個基因所組成，數值型編碼是直接以數字排列作為染色體的編碼方式，二元編碼是指利用二進位方式進行編碼。接著計算其事先所訂定的適合度函數(fitness function)，檢測其適合度是否為佳，若是適合度不佳則需進行複製(reproduction)、交配(Crossover)、突變(Mutation)等動作，動作完成後則需再次計算其適合度函數，不斷重覆以上流程直到其適合度函數符合問題要求為止，即為搜尋到最佳解。其基本流程架構如圖 2-7 所示：

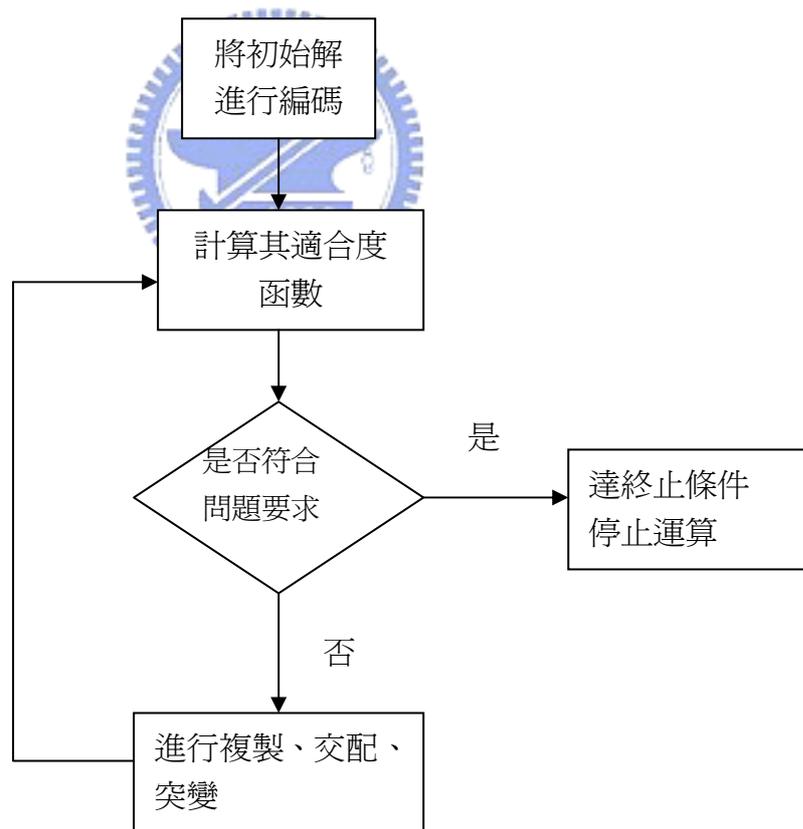


圖 2.7 基因演算法基本流程架構圖

2.5.2 複製

複製是將族群裡的所有染色體照特定的選擇方式來挑選染色體進行複製，挑選的原則是要保存優良的染色體可以繼續被複製被保留，所以必須挑選適合度高的染色體來進行複製，在挑選染色體的方法一般有兩種：(1) 輪盤式選擇，(2) 競爭式選擇。兩種方式以下個別簡短的作說明：

(1) 輪盤式選擇

輪盤式的選擇先將所有染色體求出其適合度值，各染色體依據個適合值的大小來決定輪盤上所佔有面積之大小，所佔面積越大，代表被選擇複製進入交配池的機率就越大。此種挑選方式使得交配池中擁有大小適合值的染色體，亦即適合值低的也有機會被選入進行交配，使最佳解不落入區域最佳解中。

(2) 競爭式選擇

競爭式選擇首先也要求出各染色體適合度值，所謂競爭式選擇是指將適合值最佳的染色體直接複製放入交配池中進行交配，並將適合值符合的染色體一同放入交配池中，此種挑選染色體的方式可確保優良的染色體不會被剔除，可幫助演算法收斂的速度。

2.5.3 交配

交配提供染色體基因一個互相交換的機制，以增大搜尋空間。交配後的子代擁有母代混合的特性，而交配的主要目地是要繁衍優良的子代，使子代擁有母代所共有的優點，當然缺點也會一同出現，而當一子代擁有太多缺點即為不良子代，便會被淘汰。交配是以隨機的方式在交配池中選取兩個不同的染色體進行交配，經過交配後所產生之染色體稱為子代。交配池中的每對染色體不一定都會進行交配，是否進行交配是以交配率來作決定的。

交配的機率若是越高，得到新子代進入族群的機會便越大，使得搜尋到最佳解的速度也越快。交配率設太高或太低都有其缺點在，如果交配率太高，將導致在族群中優良物種被取代的速度比新物種進入族群的速度快，使得原本交配的意

義不存在。若是交配率過低，會始得新物種進入的速度變慢，導致搜尋到最佳解的速度也會相當緩慢。

2.5.4 突變

突變是必須的，因為在複製與交配的過程中，有可能產生在位元組合中的位元皆相同，如此一來交配就無法產生新的物種，因此需要少量的突變程序，突變與否則是由突變率來判斷。突變也是用來跳脫區域解的一個重要步驟，使得搜尋的空間更為廣大，以逼進全域最佳解。突變通常可分為單點突變、雙點突變、轉置突變以及隨機選取突變。

2.5.5 適合度函數

在生物界中，適應性越強的物種存活的機率越高，在基因演算法中亦然，染色體的適合度是一個重要的評估機制，適應能力經由適合度函數計算表示，適合度越高表其適應性越佳。



2.5.6 基因演算法主要特性

一、基因演算法是以參數集合之編碼進行運算而不是參數本身，因此可以跳脫搜尋空間分析上的限制。

二、基因演算法同時考慮搜尋空間上多個點而不是單一個點，因此可以較快地獲得全域最佳解，同時也可避免陷入區域最佳解的機會，此為基因演算法最大之優點。

三、基因演算法只使用適合度函數的資訊而不需要其它輔助的資訊(例如梯度)，因此可以使用各種型態的適合函數，並可節省計算機資源避免繁複的數學運算。

四、基因演算法使用機率規則方式去引導搜尋方向，而不是用明確的規則，因此較能符合各種不同類型的最佳化問題。

2.6 多品質特性混合實驗設計之相關研究

越來越多領域的產業所面臨到的問題並非傳統實驗設計，而是屬於混合實驗設計的範疇，且單品質產品已不符現今消費者的需求，因此多品質混合實驗的重要性與日遽增。以下將簡單介紹國內外多品質混合實驗之相關文獻。

Smith 與 Cornell[22]使用二維圖(Biplot)來同時表示所有反應變數與混合成分變數之關係。二維圖僅是用來展示品質特性間之相關性及各因子對各反應變數之影響效果，可幫助研究人員清楚瞭解各自變數與應變數間的關係，但是無法做最佳配方之求解。Dabbas[13]等人將混合實驗設計應用於半導體廠之派工法則最佳化研究，其目的在於找出各派工法的最適當比例。該研究使用望想函數法將多個反應變數整合成單一指標，再加入準時交貨、延誤變異、生產週期與生產週期變異四項績效指標進行混合實驗規劃，最後以反應曲面法找出最佳比例之排程組合。Tingzong et al.[19] 探討使用固化的技術來解決磷石膏污染環境的問題。此研究基本上是分別針對三個品質特性來建立反應曲面，然後再用 trade-off 的方法找出最佳解。此法之求出之解不一定為真正最佳解，當因子水準為連續性時亦無法用此法找到最佳解。

賴昱甫[9]應用混合實驗設計和反應曲面法找出脂肪替代品甲基葡萄糖多酯(MGPE)的最佳化合成條件，探討紅花籽油、大豆油及棕櫚油混合比例合成的甲基葡萄糖多酯之物理特性，以 $(2^p - 1; p = 3)$ 單體質心設計法研究不同比例的脂肪酸混合物對MGPE物理特性的影響。周柏宏[5]探討如何使印字的產出量變大和生產週期變小，他研究了RSM、TOPSIS、PCA、PCA 結合TOPSIS 及雙反應曲面等方法之優缺點，再比較哪一種方法可以有較好的解，結果顯示DRSM 的解最好，此文獻並認為主成份分析或TOPSIS 在尋找最佳的起始水準有不錯的效果。王柏齡[2]結合反應六標準差之望想函數與反應曲面法，將多品質特性整合成一套具有六標準差品質水準之絕對指標，提出一套能反應當製程穩定生產時之生產良率並同時處理各品質特性的最佳化演算法，但其所求得並未考量到配方成本。李

百川[4]應用雙反應曲面法於混合實驗多品質特性最佳化之研究，先判斷各個品質的相關程度，當相關程度高時，利用主成份分析法將多品質合成單一指標，而當相關程度低時則利用灰色多屬性決策法來簡化多品質特性。並將配方成本因素納入考量，提出降低生產成本並同時處理各品質特性的最佳化演算法，但此研究中並未考慮各品質特性之變異情形。壽正琪[8]針對多品質特性之混合實驗問題，用反應六標準差品質之望想函數求得各組實驗組合下之總望想值，再進一步納入成本因素，結合雙反應曲面方法，令總望想值為主要反應變數、成本為限制反應變數，在各個成份的比例限制和成本限制下，以最大化總望想值為目標，以達到多個品質特性同時最佳化之結果。蘇俊榮[11]透過灰關聯分析計算各實驗因子組合下的灰關聯度並結合VIKOR程序獲得總灰關聯度VIKOR單一指標值，適配原混合實驗之反應曲面模型，最後以反應曲面法找出最佳配方。江盈杰[3]利用資料包絡法之CCR模式評比多個品質特性，找出其多個品質特性的綜合指標，接著利用資料包絡法獲得的相對效率值，再使用自組性演算法找到因子與相對效率值間的函數關係。接著適配出因子和新的綜合指標間的類神經多項式網路，最後利用線性規劃找出最佳參數設定值，不過CCR模式所產生之績效值在有差額變數存在（有改善空間）的情形下，仍有可能為一（高效），不能確實反應出真正的高效。靳孟學[7]使用資料包絡法中的SBM（Slack-Based Measure）模式找出多個品質特性之指標，然後納入各配方之成本因素，結合雙反應曲面方法，在各個成份的比例限制和成本限制下，找出多個品質特性同時最佳化之配方，但其計算過程繁複，推廣不易。

第三章 研究方法

根據第二章所提現有之品質混合實驗最佳化方法的缺失，本論文乃針對單品質及多品質混合實驗，提出一套最佳化演算法，分別求取單品質最佳化以及多品質同時最佳化之各成份比例。本章各小節將依序介紹本演算法之執行步驟。

3.1 混合實驗設計之規劃

收集各混合成份之相關實驗數據資料，如：可行解區域及各變數之水準，反應變數之個數、反應變數之目標值或望大望大屬性、其上下限與可接受範圍及實驗次數等。

根據自變數之性質，規劃適當之混合實驗模型，其方式如下：

1. 若成份變數具有完整之可行解區域，則根據 2.1 節所述，使用 $\{q, m\}$ 單體晶格設計或 q -成份單體質心設計，依步驟選出適當之實驗點進行實驗。
2. 若成份變數無法經過變數轉換至完整可行解區域，則使用電腦輔助設計來選出適當之模型並規劃實驗，其中以 D-最佳化設計或 A-最佳化設計為常使用之電腦輔助設計。本研究以 D-最佳化設計來規劃此類實驗。

3.2 應用 TPOSI(Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution)整合多品質為單一指標

以往相關中外文獻對於多品質的處理方式，多是在給定權重後，再直接乘以單品質特性所求之衡量指標，以求出最佳因子水準組合。但在許多情形下，品質特性彼此間往往是相關的，如果直接將個別品質特性所求得的績效值加總，極有可能受到交互作用的影響。因此在本研究中以多屬性的方法來解決多重品質的問題，因為多屬性決策即是用來解決不同屬性及方案間相互衝突的問題。

因此當混合實驗屬於多品質特性時，本研究使用 TOPSIS 將多個品質特性整

合為單一指標。

3.3 適配曲面模型及求最佳配方

本論文使用類神經網路中的自組性演算法(GMDH)來建構品質特性混合實驗之類神經網路多項式，因其對於推估複雜非線性系統有很好能力，並且對於架構不明之函數，或是變數過多和數據不足的問題也可加以分析，故本論文以綜合效率指標為應變數，各成份數值為自變數適配出類神經網路多項式曲面。

當類神經網路經由訓練樣本訓練完成後，雖然神經網路的輸出已經與所要求的數值接近，但對於不是由訓練樣本所產生的輸入，並不會知道會得到何種輸出。因此，必須使用另一組類神經網路從未見過樣本進入到類神經網路中，測試其推廣性，看看是否與所要求的值接近。推廣性亦是類神經網路中的一項優點，當類神經網路訓練完成後，對於與訓練樣本相近的輸入，類神經網路亦能給予一個合理的輸出。

在適配出最佳的反應曲面後，將以自組性演算法所求得之多項式視為基因演算法所需之適合度函數。將實驗點代入此多項式中，所獲得最佳解之實驗點視為基因演算法之初始解，接著進行基因演算法之運算，以求得成份之最佳配方解。

圖 3-1 為本研究所提混合實驗最佳化流程圖。

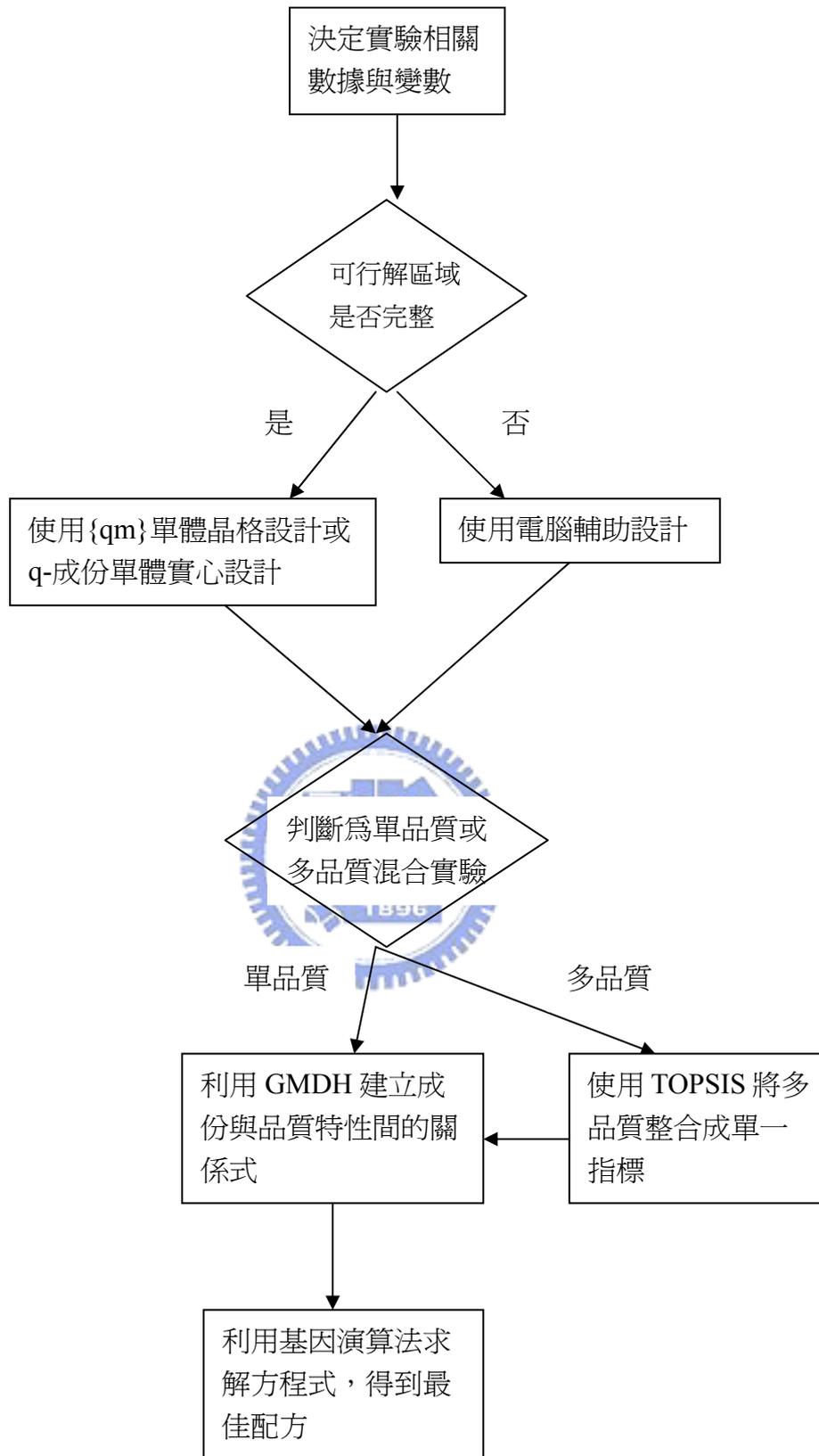


圖 3.1 本研究所提混合實驗最佳化流程圖

第四章 實例說明

本論文針對單品質與多品質混合實驗提出一套演算法以取得實驗之最佳配方。以下以兩個案例加以說明，並展示所提方法之有效性。案例一取自 Montgomery[17]於 Design and Analysis of Experiments 書，案例二則是以王柏齡[2]論文中所用之台灣某汽車公司煞車用橡膠皮碗混合實驗案例，來驗證本研究提出之最佳化演算法之有效性及可行性。

4.1 紗線拉長值最大化案例

本例是描述將聚乙烯(x_1)、聚苯乙烯(x_2)、聚丙烯(x_3)三種成份被混合形成纖維，織成窗簾用的紗線，有興趣的反應變數為施力(公斤)後紗線的拉長值，拉長值屬望大特性，使用{3,2}單體晶格設計來研究。設計點及觀測值如表 4-1 所示。由表 4-1 中之數據可以計算出紗線拉長值總平均為 13.367，標準差為 3.104。

表 4-1 紗線拉長問題的{3,2}單體晶格設計[17]

| 設計點 | 成份比例 | | | 所觀測到之拉長值 | 平均拉長值 |
|-----|-------|-------|-------|----------------|-------|
| | x_1 | x_2 | x_3 | | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 11.0 12.4 | 11.7 |
| 2 | 0.5 | 0.5 | 0 | 15.0 14.8 16.1 | 15.3 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 8.8 10.0 | 9.4 |
| 4 | 0 | 0.5 | 0.5 | 10.0 9.70 11.8 | 10.5 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 16.8 16.0 | 16.4 |
| 6 | 0.5 | 0 | 0.5 | 17.7 16.4 16.6 | 16.9 |

適配上述數據可得一個二階的混合多項式：

$$y = 11.7x_1 + 9.4x_2 + 16.4x_3 + 19.0x_1x_2 + 11.4x_1x_3 - 9.6x_2x_3$$

因拉長值為望大特性，應選擇成份一和成份三來混合，且比例分別為 80%及 20%，如此可得到拉長值為 17.184。

步驟一 本論文利用 NeuroShell2.0 軟體作為使用自組性演算法之輔助分析工

具。將上表之三個成份比例及反應變數(拉長值)輸入至 NeuroShell2.0 軟體中，得到一方程式如下：

$$y = 41 - 9.3x_1 - 32x_2 - 20x_1^2 + 8.7x_3^2 - 33x_3$$

步驟二 將步驟一所得之方程式，視為基因演算法之適應函數，並將例子中得到最佳反應變數之實驗點(0.5, 0, 0.5)視為基因演算法之初始解，如此一來可加速基因演算法收斂之速度。參數設定使用其內建值，交配率為 0.8，突變率為 0.2，而 initial population 內建為 20，本論文自行調至設為 50，因經過不斷試誤得知，當 initial population 高於 20 會得到較佳之解，而 initial population 超過 50 時，解將不會有明顯改善，因此本論文設定 initial population 為 50。而交配率及突變率經試誤發現，若設定為其他機率值，並不會使解有明顯改善，因此本論文使用 matlab 內建之交配率及突變率進行求解(成份比例)。

步驟三 將步驟二所求得之成份比例帶入步驟一之方程式中進行運算，求得反應變數(拉長值)。本研究以 MATLAB R2007a 軟體協助進行基因演算法之作業。表 4-2 為使用基因演算法所求得之成份比例(x_1 x_2 x_3)及經計算過後之拉長值，共重複 15 次之數據，總平均值為 17.507，標準差為 0.068。表 4-2 中，以第 15 次實驗結果最佳，擁有最長之拉長值，因此本案例中所求得之最適配方為(0.28598, 0.0001, 0.71302)。

本例屬於望大特性，書中所得之拉長值為 17.184，小於使用本論文所得之拉最長拉長值 17.598，表示本論文所提之方法得到的結果優於傳統混合實驗所使用之方法，亦可說明本論文所提方法之有效性。

表 4-2 案例一使用基因演算法求得之結果

| 次數 | x_1 | x_2 | x_3 | 所求得之拉長值 |
|----|---------|------------|---------|---------|
| 1 | 0.28092 | 0.0020866 | 0.716 | 17.575 |
| 2 | 0.28588 | 0.0052113 | 0.70791 | 17.539 |
| 3 | 0.28171 | 0.0025652 | 0.71476 | 17.568 |
| 4 | 0.36197 | 0.011548 | 0.6256 | 17.404 |
| 5 | 0.37137 | 0.00031856 | 0.62731 | 17.5 |
| 6 | 0.37509 | 0.00017972 | 0.62374 | 17.494 |
| 7 | 0.2828 | 0.00055116 | 0.71576 | 17.592 |
| 8 | 0.358 | 0.0017853 | 0.63921 | 17.511 |
| 9 | 0.29392 | 0.017448 | 0.68764 | 17.402 |
| 10 | 0.30801 | 0.013951 | 0.67706 | 17.437 |
| 11 | 0.29617 | 0.012619 | 0.69021 | 17.455 |
| 12 | 0.31249 | 0.0011 | 0.68651 | 17.586 |
| 13 | 0.29458 | 0.013512 | 0.69098 | 17.444 |
| 14 | 0.37403 | 0.00097 | 0.625 | 17.497 |
| 15 | 0.28598 | 0.0001 | 0.71302 | 17.598 |

4.2 橡膠皮碗案例

本案例是以王柏齡[2]論文中所用之台灣某汽車公司煞車用橡膠皮碗混合實驗案例。

橡膠皮碗是汽車煞車系統中的重要元件，由於在使用過程中，經常受到拉扯與壓縮等外力影響，且長期與煞車系統中之潤滑液等油料接觸，使其耐用性大幅降低。本研究希望找出橡膠皮碗之最佳配方，使其在上述惡劣環境中能夠長時間正常地發揮功效。根據專家經驗，影響橡膠皮碗之強度與耐用性等性能之主要因素為製作過程中加入的老防劑、流動助劑與架橋劑等化學配料種類與份量。由於

事先已經找出適當的化學配料種類，故本例之目的在於找出橡膠皮碗生產過程中，各化學配料的最佳投量比例。

橡膠皮碗之製作，一開始必須先將適當比例之橡膠原料與化學配方投入橡膠生成機，即可生成特定配方之橡膠在製品，再用特定機台壓模成型後，製成橡膠皮碗之成品。成品製成後，要了解該配方之橡膠皮碗是否能在煞車系統中長時間正常地運作，必須經過一系列的測試。本例以萬能試驗機進行橡膠在製品之各種檢測，此外，為了模擬長時間使在煞車系統中使用後的環境，分別以老化爐與耐液爐進行加速老化程序與耐液加速老化程序，再以萬能試驗機檢測該橡膠皮碗在長時間處於惡劣工作環境中，是否仍能正常地運作。

根據經濟部標準檢驗局規定之汽車用液壓煞車缸之橡膠皮碗檢測標準，本例之品質特性共有：硬度、抗拉強度、伸長率、壓縮永久變形率及體積變化率等五項，依據常態、老化性及耐液性等不同情況，上述五項品質特性共可分為十一個反應變數，各反應變數及規格界限與目標值如表 4-5 所示。

表 4-3 汽車橡膠皮碗之規格標準

| 反應變數項目 | | 變數名稱 | 規格下限 | 目標值 | 規格上限 | 最差可接受值 |
|---------|----------------------------|------|------|-----|------|--------|
| 常態 | 硬度(Hs) | H1 | 65 | 70 | 75 | — |
| | 抗拉強度(kgf/cm ²) | T1 | — | 望大 | — | 100 |
| | 伸長率(%) | E1 | — | 望大 | — | 200 |
| 老化性 | 硬度變化(Hs) | H2 | -5 | 0 | 5 | — |
| | 抗拉強度變化率(%) | T2 | — | 0 | — | 40 |
| | 伸長變化率(%) | E2 | — | 0 | — | 40 |
| 壓縮永久變形率 | 壓縮永久變形率(%) | C | — | 0 | — | 30 |
| 耐液性 | 硬度變化(Hs) | H3 | -15 | 0 | 0 | — |

| | | | | | | |
|--|------------|----|---|---|---|----|
| | 抗拉強度變化率(%) | T3 | — | 0 | — | 40 |
| | 伸長變化率(%) | E3 | — | 0 | — | 40 |
| | 體積變化率(%) | V | — | 0 | — | 20 |

本例希望能找出各化學配料之最佳投量，由於影響橡膠皮碗品質特性的是各化學配料之投量比例，而非各化學配料之投入量，因此本實驗符合混合實驗之特性，應該以混合實驗來規劃，以下為本例實驗規劃之說明。

首先根據專家經驗，選擇混合實驗之成分，包括老防劑(x_1)、流動助劑 A(x_2)、流動助劑 B(x_3)及架橋劑(x_4)，該四種化學配料佔橡膠皮碗總重量的 16.7%。此外，專家依實務經驗判斷上述四種成分之比例限制分別為：6.7%~16.7%、13.3%~25%、13.3%~25%、33.3%~66.7%，由於成分變數之可行解區域不完整，本例採用 D-最佳化設計進行實驗規劃，實驗規劃如表 4-6 所示。

表 4-4 橡膠皮碗之混合實驗規劃[2]

| 次數 | 老防劑 (x_1) | 流動助劑 A (x_2) | 流動助劑 B (x_3) | 架橋劑 (x_4) |
|----|------------------|---------------------|---------------------|------------------|
| 1 | 0.167 | 0.133 | 0.133 | 0.567 |
| 2 | 0.1135 | 0.25 | 0.1915 | 0.445 |
| 3 | 0.06 | 0.1915 | 0.25 | 0.4985 |
| 4 | 0.06 | 0.133 | 0.195 | 0.612 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 12 | 0.1042 | 0.1812 | 0.133 | 0.5816 |
| 13 | 0.06 | 0.25 | 0.133 | 0.557 |
| 14 | 0.167 | 0.25 | 0.133 | 0.45 |
| 15 | 0.06 | 0.1915 | 0.25 | 0.4985 |

步驟一 本案例屬於多品質混合實驗，因此要先將多個品質特性整合成為單一指標。本論文使用 TOPSIS 將多個品質特性按照第 2.3 節所述步驟進行運算，結果可得出指標值(C_i)，如表 4-7 所示。 C_i 值越大表示該次所使用之成份比例越佳。

表 4-5 多品質特性經 TOPSIS 運算後之指標值(C_i)

| 次數 | 老防劑 (x_1) | 流動助劑 A (x_2) | 流動助劑 B (x_3) | 架橋劑 (x_4) | 指標值(C_i) |
|----|------------------|---------------------|---------------------|------------------|--------------|
| 1 | 0.167 | 0.133 | 0.133 | 0.567 | 0.64529 |
| 2 | 0.1135 | 0.25 | 0.1915 | 0.445 | 0.5666 |
| 3 | 0.06 | 0.1915 | 0.25 | 0.4985 | 0.27597 |
| 4 | 0.06 | 0.133 | 0.195 | 0.612 | 0.59925 |
| 5 | 0.167 | 0.25 | 0.133 | 0.45 | 0.60207 |
| 6 | 0.167 | 0.25 | 0.25 | 0.333 | 0.6025 |
| 7 | 0.167 | 0.1915 | 0.1915 | 0.45 | 0.67726 |
| 8 | 0.167 | 0.133 | 0.25 | 0.45 | 0.65174 |
| 9 | 0.06 | 0.25 | 0.133 | 0.557 | 0.66198 |
| 10 | 0.167 | 0.133 | 0.1915 | 0.5085 | 0.68622 |
| 11 | 0.067 | 0.133 | 0.133 | 0.667 | 0.59817 |
| 12 | 0.1042 | 0.1812 | 0.133 | 0.5816 | 0.50386 |
| 13 | 0.06 | 0.25 | 0.133 | 0.557 | 0.65394 |
| 14 | 0.167 | 0.25 | 0.133 | 0.45 | 0.60993 |
| 15 | 0.06 | 0.1915 | 0.25 | 0.4985 | 0.50968 |

步驟二 本論文利用 NeuroShell2.0 軟體作為使用自組性演算法之輔助分析工具。將上表之四個成份比例及反應變數(指標值)輸入至 NeuroShell2.0 軟體

中，得到一方程式如下：

$$y = -0.8x_1 + 0.9 - 0.58x_3^2 + 1.e - 004x_2x_3 - 1.3e - 003x_3 + 3.4e - 002x_1x_3 - 0.31x_1^2x_3 + 3.2e - 003x_3^3 - 3.4e - 003x_1x_3^2 + 0.89x_1^3x_3 - 1.9e - 002x_1x_3^3 + 2.e - 002x_1^2x_3^2 + 0.73x_1^2$$

步驟三 將步驟二所得之方程式，視為基因演算法之適應性函數，參數設定使用其內建值，交配率為 0.8，突變率為 0.2，initial population 設為 50，進行求解(成份比例)。

步驟四 將步驟三所求得之成份比例帶入步驟二之方程式中進行運算，求得反應變數(指標值)。表 4-8 為使用基因演算法所求得之成份比例(x_1 x_2 x_3 x_4)及經計算過後之指標值(C_i)，共重複 15 次之數據。 C_i 值越大表示該次所使用之成份比例越佳，因此本例屬於望大特性。表 4-8 中 15 次實驗，以第 8 次實驗所得之績效值最高，亦表示第 8 次實驗之成份比例(0.072137, 0.22065, 0.14285, 0.56373)為目前最適配方。

表 4-6 案例三使用基因演算法所求得之結果

| 次數 | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | 指標值 C_i |
|----|----------|---------|---------|---------|--------------|
| 1 | 0.074576 | 0.22883 | 0.16599 | 0.53005 | 0.828 |
| 2 | 0.097836 | 0.1508 | 0.18452 | 0.56648 | 0.809 |
| 3 | 0.067024 | 0.24457 | 0.18517 | 0.5024 | 0.830 |
| 4 | 0.13471 | 0.17265 | 0.19415 | 0.49783 | 0.784 |
| 5 | 0.079619 | 0.23481 | 0.16769 | 0.5175 | 0.825 |
| 6 | 0.070953 | 0.23963 | 0.15487 | 0.5336 | 0.833 |
| 7 | 0.072823 | 0.16645 | 0.22192 | 0.53963 | 0.817 |
| 8 | 0.072137 | 0.22065 | 0.14285 | 0.56373 | 0.834 |
| 9 | 0.085565 | 0.1688 | 0.1471 | 0.59918 | 0.824 |

| | | | | | |
|----|----------|---------|---------|---------|--------------|
| 10 | 0.071907 | 0.16565 | 0.2222 | 0.53963 | 0.818 |
| 11 | 0.068855 | 0.13448 | 0.18615 | 0.60982 | 0.828 |
| 12 | 0.13416 | 0.22846 | 0.15964 | 0.47743 | 0.791 |
| 13 | 0.12646 | 0.22724 | 0.18225 | 0.46347 | 0.791 |
| 14 | 0.080086 | 0.17255 | 0.19924 | 0.54756 | 0.818 |
| 15 | 0.071579 | 0.14393 | 0.18567 | 0.59855 | 0.826 |

將王柏齡[2]、李百川[4]、壽正琪[8]、靳孟學[7]論文中所得之最適配方代入步驟二之方程式中，可求出各別之績效值，如表 4-9 所示。由表 4-9 可知，使用本論文所提方法求得之績效值，大於使用其他四種方法所求得之績效值，由此可驗證本論文所提方法之研究有效。

表 4-7 使用不同方法所求得之績效值比較表

| | 使用方法 | 最適配方 (x_1 x_2 x_3 x_4) | 績效值 |
|-----------|----------------------------|--|--------------|
| 王柏齡(2005) | 結合反應六標準差之望想 函數與反應曲面法 | 0.167, 0.250 0.156, 0.428 | 0.773 |
| 李百川(2005) | 雙反應曲面法並結合主成 份分析法及多屬性決策 | 0.167, 0.133 0.238, 0.462 | 0.754 |
| 壽正琪(2006) | 反應六標準差品質之望想 函數結合雙反應曲面方法 | 0.167, 0.133 0.216, 0.484 | 0.760 |
| 靳孟學(2007) | 使用資料包絡法結合雙反 應曲面方法 | 0.167, 0.133 0.133, 0.567 | 0.777 |
| 本論文 | 結合類神經網路與基因演 算法 | 0.072, 0.221 0.143, 0.564 | 0.834 |

第五章 結論

5.1 結論

在材料、化學、食品等產業中的實驗大多屬於混合實驗，而非傳統的實驗設計。若此類領域之實驗工程師誤用傳統因子實驗設計來規劃實驗並求出最佳因子水準組合，便會無法獲得預期的成效。主要原因在於混合實驗之製程參數本質與傳統因子實驗之製程參數設計不同。故在規劃實驗之初，需釐清因子的特性，才能獲得預期的實驗成果。

近年來，隨著科技的精進與消費者意識的抬頭，產品之設計必須朝向多品質特性之最佳化發展，製造商在規劃實驗時需考量到多個品質特性才能滿足顧客需求。因此，本論文發展一套可同時適用於單品質及多品質特性的混合實驗最佳化演算法，並利用三個案例來說明本論文的分析程序確實相當有效。

本論文之貢獻彙整如下：

1. 工業界許多混合實驗其成本均有限制，透過本論文所提之方法可用較少之實驗次數，準確地找到較佳之參數值，可有效節省實驗成本及實驗時間。
2. 過去文獻在使用多品質特性混合實驗找尋最佳配方時，往往使用資料包絡法，單只考慮到最理想解或最不理想解，評選方案時容易造成偏差，而本論文所使用之 TOPSIS 則同時考量最理想解與最不理想解，不會使總指標僅受最差或最佳的品質特性所主導，且計算方便。
3. 本演算法利用自組性演算法擁有適配模型效果佳之特性，建構出適當之模型，且不需進行假設檢定，使用方便。
4. 基因演算法經由長時間發展，具備完整的理論基礎及架構，且經前人不斷改進，擁有強大搜尋最佳解之功能。本研究利用基因演算法此特性，找尋混合實驗之最佳配方，準確度高。
5. 本研究以 TOPSIS 結合自組性演算法以及基因演算法求取最佳配方，因自組性演算法及基因演算法已有套裝軟體可供使用，因此使用者只需輸入參數即可

得到最佳解。與過去使用資料包絡法結合反應曲法等方法相比，本研究方法提供了較簡便的方法，無需撰寫程式且軟體操作方式簡易，實用性甚高可提供業界使用較現有方法方便。

5.2 建議

本研究提出結合類神經網路與基因演算法之研究，除了可用於混合實驗求解最適配方，亦可用於其他非實驗設計之範疇。因此建議未來研究者可寫出一套結合類神經往路與基因演算法的程式，便於計算且更易推廣。



參考文獻

- [1] 王英銘，「自組非線性系統應用於濁度預測」，國立成功大學水利及海洋工程學系，碩士論文，2005。
- [2] 王柏齡，「反應六標準差之多品質特性混合實驗最佳化演算法」，國立交通大學工業工程管理學系，碩士論文，2005。
- [3] 江盈杰，「應用資料包絡法於最適化多品質特性混合實驗」，國立交通大工業工程與管理學系，碩士論文，2006。
- [4] 李百川，「應用雙反應曲面分析法於混合實驗多品質特性最佳化之研究」，國立交通大學工業工程管理學系，碩士論文，2005。
- [5] 周柏宏，「多目標超模式法解參數設計問題之研究—以半導體封裝印字製程為例」，國立成功大學製造工程研究所碩博士班，碩士論文，2003。
- [6] 范揚志，「應用類神經網路與基因演算法於射出成形製程參數最佳化之研究」，中華大學科技管理研究所，碩士論文，2006。
- [7] 靳孟學，「混合實驗最佳化之研究」，國立交通大工業工程與管理學系，碩士論文，2007。
- [8] 壽正琪，「成本受限下混合實驗之最佳化演算法」，國立交通大學工業工程與管理學系，碩士論文，2006。
- [9] 賴昱甫，「脂肪替代甲基葡萄糖多酯的最優化合成條件探討及物理特性之研究」，大葉大學食品工程研究所，碩士論文，2000。
- [10] 蘇木春、張孝德，機器學習：類神經網路、模糊系統以及基因演算法，全華書局，1999。
- [11] 蘇俊榮，「應用灰色多屬性決策演算法於混合實驗最佳化之研究」，國立交通大工業工程與管理學系，碩士論文，2006。
- [12] Cornell J. A., *Experiments with Mixtures: Designs, Models, and the Analysis of Mixture Data*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2002.
- [13] Dabbas R. M., Fowler J. W., Rollier D. A., and McCarville D., “Multiple Response Optimization Using Mixture-Designed Experiments and Desirability Functions in Semiconductor Scheduling,” *International Journal of Production Research*, Vol. 41, No. 5, pp. 939-961, 2003.
- [14] Hwang, C. L. and Yoon. K., *Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications*. Springer, Berlin Heidelberg, New York, pp.1-7, 1981.
- [15] Kiefer, J., and Wolfowitz, J., “Optimum Designs in Regression Problems.” *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 30, pp. 271-294, 1959.
- [16] Muller, J. A., Ivachnenko, A. G. and Lemke, F., “GMDH Algorithms for Complex Systems Modeling,” *Mathematical and Computer Modeling of*

Dynamical Systems, Vol.4, No.4, 1998.

- [17] Montgomery, D. C., *Design and Analysis of Experiments*, John Wiley, New York, 2005.
- [18] Myers, R. H., and Montgomery, D. C., *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. 2nd edition. Wiley, New York, 2002.
- [19] Tingzong, G., Geapgan, J., and Rusch, K. A., "Determination of Optimum Ingredients for Phosphogypsum Composite Stability under Marine Condition-Response Surface Analysis with Process Variables," *Journal of Environmental Engineering*, Vol.129, No.4, pp.358-366, 2003.
- [20] Scheffé, H., "Experiments with Mixtures," *Journal of the Royal Statistical Society, B*, Vol. 20, No. 2, pp. 344-360, 1958.
- [21] Scheffé, H., "Simplex-Centroid Design for Experiments with Mixtures," *Journal of the Royal Statistical Society, B*, Vol. 25, No. 2, pp. 235-263, 1963.
- [22] Smith, W. F. and Cornell J. A., "Biplot Display for Looking at Multiple Response Data in Mixture Experiments," *Technometrics*, Vol. 35, No. 4, pp. 337-350, 1993.

